

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER



DEPARTEMENT : GENIE-CIVIL

108

## PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

# CALCUL AUTOMATIQUE DES SEMELLES SUPERFICIELLES

Proposé par :

C.N.E.R.I.B

Etudié par :

MM. : ADMAN R.  
SAADI A.

Dirigé par :

Mr. YOUNSI F.



(/ / ) E D I C A C E S

Je dédie ce modeste travail :

- (/ / -) Mon père à qui je dois tout.  
Ma mère symbole de dévouement.  
Mes frères et soeurs.  
Tous ceux qui me sont chers.

(/ / -) H M E D

---oOo---

- (/ / -) La mémoire de mon père.  
Ma mère symbole de dévouement.  
Mes frères et soeurs.  
Mes chers amis.  
Tous ceux qui m'ont transmis le savoir.

Je dédie ce modeste travail.

(/ / -) E D O U A N E

-o- ~~17~~ { E M E R C I E M E N T S -o-  
-----

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à tous les responsables du Centre National d'Etudes et de Recherches Intégrées du Bâtiment, pour avoir mis à notre disposition tous les moyens humains et matériels pour la réussite de notre étude.

Nos vifs remerciements s'adressent tout particulièrement à notre promoteur, Mr YOUNSI F. pour l'intérêt constant qu'il a accordé à notre travail.

A M.M. OUZIT A. et ZENATI A. pour leur aide amicale.

A tous les enseignants qui ont contribué à notre formation.

Ainsi qu'à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la mise en forme de ce polycopé et en particulier Madame ~~ACHOUR~~ ACHOUR.

S O M M A I R E

PRELIMINAIRE .....	1
INTRODUCTION .....	3
CHAPITRE .I. ....	6
SEMELLES ISOLEES	
CHAPITRE .II. ....	27
SEMELLES FILANTES SOUS POTEAUX EXPOSE THEORIQUE	
CHAPITRE .III. ....	44
SEMELLES FILANTES SOUS POTEAUX METHODOLOGIE ET RESOLUTION DU PROBLEME	
CONCLUSION .....	62
BIBLIOGRAPHIE .....	64
EXEMPLES .....	65

P R E L I M I N A I R E

L'allure de plus en plus vertigineuse que l'humanité a pris dans son évolution depuis une cinquantaine d'années est due essentiellement à la découverte de l'ordinateur.

De nos jours, les ordinateurs sont de plus en plus supplantés par les micro-ordinateurs, machines qui ont permis à beaucoup de chercheurs d'éviter des calculs fastidieux, irréalisables manuellement.

A l'instar des autres Entreprises Nationales, le centre nationale de recherches et d'études intégrées du bâtiment, a permis avec le concours des étudiants de l'école nationale polytechnique d'établir de nombreux programmes appliqués au Génie-Civil.

Notre étude s'est soldée par l'élaboration d'un programme qui permet d'éviter des calculs itératifs et longs, que l'effort humain serait incapable de mener à terme.

Le langage de programmation utilisé est le B.A.S.I.C. qui est une abréviation de Beginners ALL Purpose Symbolic Instruction Code, soit en français : Code d'instructions Symboliques tout usages pour débutants.

Les micro-ordinateurs utilisés sont :

- Le HONEY WELL BULL CII du type Questar / M :

48 Koctets, qui ne laisse que 16,6 Koctets d'espace libre à l'utilisateur une fois chargé en B.A.S.I.C.

Cette machine destinée essentiellement à la gestion, nous a permis l'initiation au Basic.

../..

Le HEWLETT - PACKARD 9836.S : est beaucoup plus adapté au calcul scientifique avec une capacité libre de 85I koctets.

La forme conversationnelle de ce programme permet entre autres à l'utilisateur une communication aisée avec la machine.

## I N T R O D U C T I O N

### I - PROBLEMATIQUE :

Les fondations ont de tout temps retenu une attention particulière de la part des batisseurs, qui jusqu'à nos jours se confrontent à une inconnue de taille qu'est la répartition des pressions sous les massifs de fondation. Cette répartition fortement liée à la nature du sol, (densité, angle de frottement interne, cohésion) - assez bien estimée pour les semelles isolées - demeure jusqu'à présent pour les semelles filantes sous poteaux mal connue. La théorie du sol élastique, sur la base de laquelle diverses méthodes de calcul ont été élaborées, demeure non satisfaisante car fondée sur des paramètres arbitraires ne reflétant pas totalement la réalité physique.

### 2 - DESCRIPTION GENERALE :

L'étude que nous présentons ci-après a pour objectif l'automatisation du calcul de fondation du type :

a)- Semelles isolées rectangulaires centrées

- dimensionnement
- ferrailage
- plan d'exécution

b)- Semelles continues sous poteaux

- diagramme des réactions du sol \*
- diagramme des moments flechissants
- diagramme des efforts tranchant

../..

- \*) - Diagramme reflétant l'équilibre hyperstatique en tout point de la semelle, entre actions (efforts amenés par les poteaux) et réactions du sol.

### 3 - INTERET DE L'ETUDE

Le contenu du sujet qui nous a été proposé, entre dans le cadre des thèmes de recherches fixés par le C.N.E.R.I.B.\*

En ce qui concerne les semelles isolées, l'intérêt se présente sous deux aspects.

- Gain du temps d'exécution pour les bureaux d'études.
- Gain économique grâce à un choix et une répartition rigoureuse des aciers.

Pour ce qui est des semelles filantes sous poteaux, l'intérêt se trouve dans la détermination de la répartition des réactions du sol devant réaliser l'équilibre escompté. Dans le travail que nous présentons, la répartition de ces réactions, contrairement aux méthodes actuelles de calcul ne prend pas en compte les caractéristiques du sol, et tout particulièrement le module K définissant la raideur du sol. Ce coefficient qui traduit le comportement du sol en réaction aux sollicitations extérieures transmises par l'intermédiaire de la semelle, est d'une détermination mal aisée. De plus, il repose sur l'hypothèse d'un comportement en appui continu élastique du sol représenté par la relation :

$$\begin{aligned} \sigma &= - K Y && \text{( contrainte )} \\ \text{ou} & && \\ q &= - K y dx && \text{( réaction )} \end{aligned}$$

../..

La traduction de cette hypothèse suppose implicitement que le sol est composé d'une juxtaposition de petites colonnes réagissant indépendamment l'une de l'autre (Méthode de SCHIEL-WIEGHRDT) ou encore que le sol réagit comme une infinité de ressorts juxtaposés.

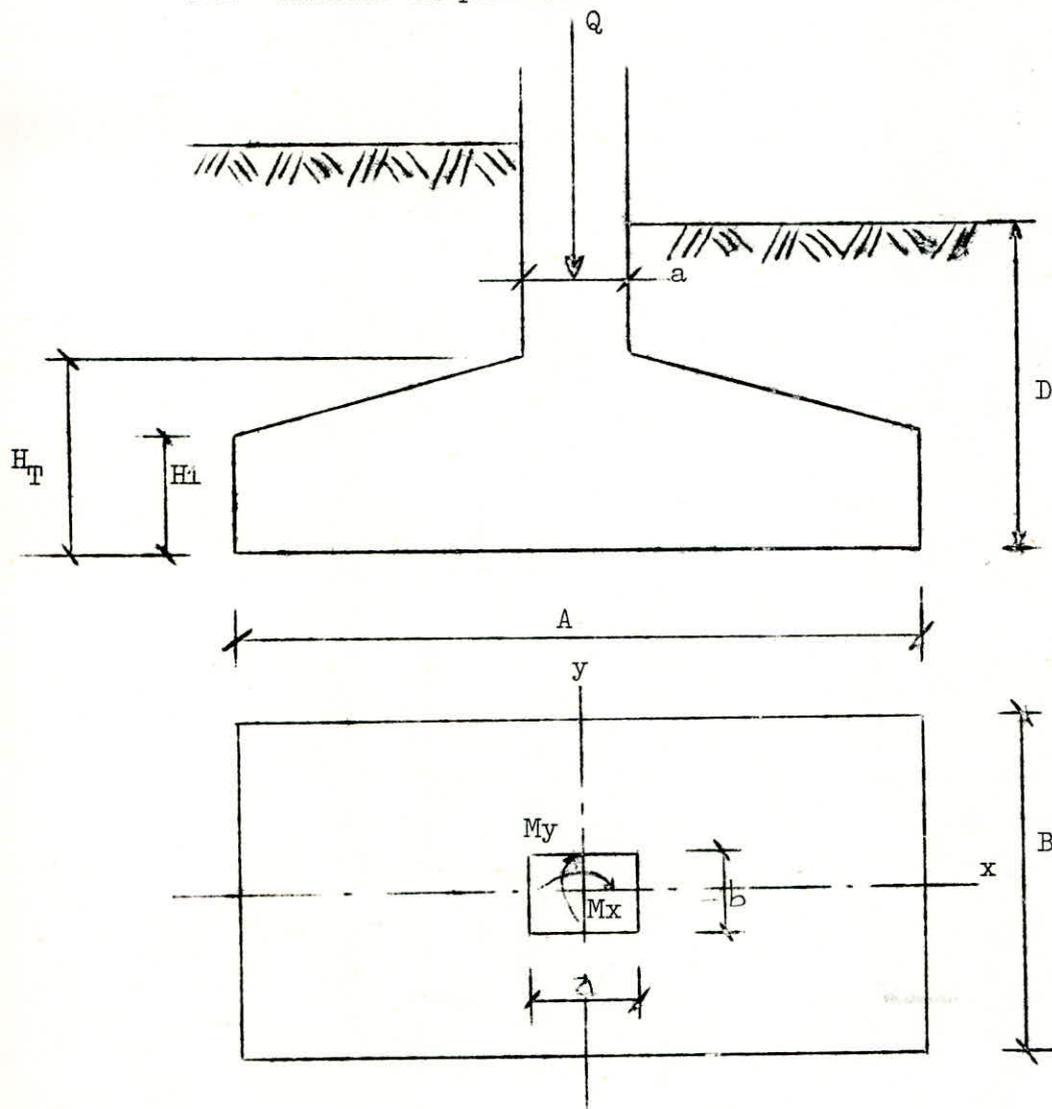
C'est là s'écarter, notablement du sol réel, puisqu'il est en fait doué de frottements internes et de cohésion donc de résistance au cisaillement.

La méthode de résolution que nous avons adoptée pour résoudre le problème sans faire intervenir le coefficient  $K$  est de considérer l'interaction sol-semelle du point de vue statique dans un premier temps, puis de définir par approximation successives, l'équilibre hyperstatique semelle-poteau. (du point de vue actions-réactions).

Le problème se ramène donc à démarrer d'une répartition quelconque des réactions du sol sous la semelle filante qui est considérée comme une poutre renversée appuyée sur des poteaux. On notera par ailleurs que les réactions d'appuis sont connues (actions amenées par les poteaux).

\* C.N.E.R.I.B., Centre National d'Etudes et de Recherches Intégrées  
du bâtiment.

I-1 - Données du problème



I-a - Contraintes admissibles :

- sol : contrainte admissible du sol  $\bar{\sigma}_s$
- béton : contrainte nominale à la traction  $\bar{\sigma}_b$
- acier :  $\left( \begin{array}{l} 2\ 800\ \text{Kg/cm}^2\ \text{si}\ \varnothing \leq 20\ \text{mm} \\ 2\ 667\ \text{Kg/cm}^2\ \text{si}\ \varnothing > 20\ \text{mm} \end{array} \right.$

I-b - Efforts de sollicitations :

- Effort normal  $Q$
- Moments de flexion agissant dans les deux plans  $xx$  et  $yy$

I-c - Dimensions divers :

- poteaux : côtés  $a$  et  $b$  tel que  
 $a$  (M)  $xx$  ,  $b$  (M)  $yy$
- ancrage de semelle  $D$

I.2 - PREDIMENSIONNEMENT

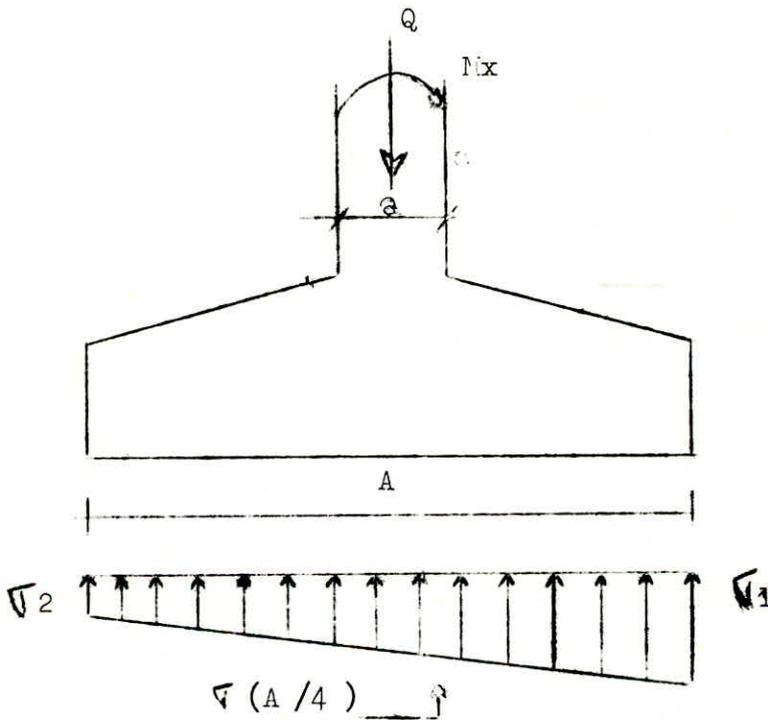
Le prédimensionnement sera évalué comme suit :

- Prise en compte de l'effort Normal Q avec le moment dans le plan xx ce qui nous donne une première évaluation des côtés de la semelle que l'on notera Ax, Bx.
- Prise en compte de l'effort Normal Q avec le moment dans le plan yy ce qui nous donne une seconde évaluation des côtés de la semelle que l'on notera Ay, By.

Nous retiendrons dans le prédimensionnement les valeurs suivantes :

$$A = \max (Ax , Ay)$$

$$B = \max (Bx , By)$$



Ax et Bx (respectivement Ay, By), sont déterminés à partir de :

$$V(A/4) = \leq \bar{V}_s$$

Sachant que  $V(A/4) = Q / (A \cdot B) + Mx \cdot V_0 / I_{yy}$

avec  $V_0 = A/4$   $I_{yy} = BA^3 / 12$

En prenant A et B dans le même rapport que a et b

$$C^o / A = \frac{a}{b} \cdot B$$

.. / ..

Le problème se ramène à la résolution d'une équation du troisième degré du type :

$$f(x) = x^3 - UX - V = 0$$

$$\sqrt{(A/4)} = Q/A.B = Mx V_0/I_{yy} \iff \sqrt{(A/4)} = Q/A.B. + 3Mx / (B.A^2)$$

posons  $\rho = b/a$

$$\sqrt{(A/4)} \leq \bar{V}_s \iff A^3 - Q/(\rho \cdot \bar{V}_s) A - 3Mx/(\rho \bar{V}_s) \geq 0$$

La résolution de cette inéquation nous donne

$$Ax, Bx = \rho Ax$$

Le même cheminement en considérant Q et My nous mène à la résolution de l'équation :

$$A^3 - Q/(\rho \cdot \bar{V}_s) \cdot A - 3My/(\rho^2 \cdot \bar{V}_s) \geq 0$$

découlant de l'écriture  $\sqrt{(B/4)} = Q/(A.B) + 3My/(A.B^2)$

la résolution donne

$$Ay, By = \rho Ay$$

La résolution de ce type d'inéquations du troisième degré à été faite par la méthode de dichotomie.

Remarque : Les dimensions minimales de la semelle seront fixées à 80 cm.

La détermination de la hauteur de ce type de semelle isolée est en rapport étroit avec le type de sol sur lequel la semelle s'installe et duquel découle différents diagrammes de répartition des réactions du sol (uniforme - triangulaire - bitriangulaire )

Cette hauteur définit en fait deux types de semelles

- semelle flexible
- semelle rigide

indépendamment des questions d'économies ces deux types de semelles présentent toutes deux autant d'inconvénients que d'avantages.

	AVANTAGES	INCONVENIENTS
SEMELLES FLEXIBLES	<ul style="list-style-type: none"> <li>- peu encombrantes</li> <li>- cube en béton plus réduit</li> <li>- concentration des sous-pressions dans certains terrains au droit du poteau donc meilleure résistance.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nécessite beaucoup d'aciers</li> <li>- execution plus compliquée</li> <li>- pression maximum sur le sol supérieure à la moyenne calculée.</li> </ul>
SEMELLES RIGIDES	<ul style="list-style-type: none"> <li>- béton de moindre qualité</li> <li>- exécution plus simple</li> <li>- aucune majoration des pressions du sol.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nécessite plus de béton</li> <li>- plus encombrantes</li> </ul>

Un compromis judicieux permet de fixer la hauteur

$$H_T = \text{MAX} \left( \frac{A - a}{4}, \frac{B - b}{4} \right) + d' \quad , \quad ( d' = 5 \text{ cm} )$$

../..

Ce qui constitue par la sorte un type de semelle dite à rigidité moyenne (GUERRIN , " Traité de béton armé", Tome 3)

Ce type de semelle présente la déformabilité ce qui nous permet de prendre en compte la déformation de flexion.

NOTA : A,B,H<sub>T</sub> sont toujours pris multiple de 5

I.3.- VERIFICATIONS

a) Vérification de la contrainte du sol pour cette vérification on devra évaluer

- le poids propre de la semelle
- le poids propre des terres.

Cette évaluation nous donne un chargement supplémentaire :

$$Q_0 = (A.B. \cdot 2,5 + (A.B. - a.b) (D-H_T).2) \cdot 10^{-3} \quad (\text{Kg})$$

L'effort normal non pondéré devient :

$$Q = Q + Q_0$$

Deux cas de vérification peuvent se présenter

- 1er cas : M<sub>x</sub> = M<sub>y</sub> = 0

Donc 
$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_Q = \frac{Q}{A.B} \leq \bar{\sigma}_s$$

- 2eme cas : présence éventuelle d'un ou de deux moments à la fois.

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_Q + \sigma_{\text{mx}} + \sigma_{\text{my}} \leq 4/3 \cdot \bar{\sigma}_s$$

avec : 
$$\sigma_Q = Q / (A.B)$$

$$\sigma_{\text{mx}} = 6.M_x / (B.A^2)$$

$$\sigma_{\text{my}} = 6.M_y / (A.B^2)$$

..//..

Dans le cas où la contrainte résultante des différentes sollicitations dépasse  $\alpha \bar{V}_s$  ( $\alpha = 1$  ou  $4/3$ ) on devra augmenter le plus grand côté ( A ou B) de 5 cm et déterminer le second côté à partir du rapport d'homothétie : b/a

Ceci va engendrer nécessairement une correction sur la hauteur totale  $H_T$  telle que définies en § I.2.

b)- Vérification au poinçonnement

La condition de vérification au poinçonnement est

$$\bar{V}_s > \bar{V}_b/2$$

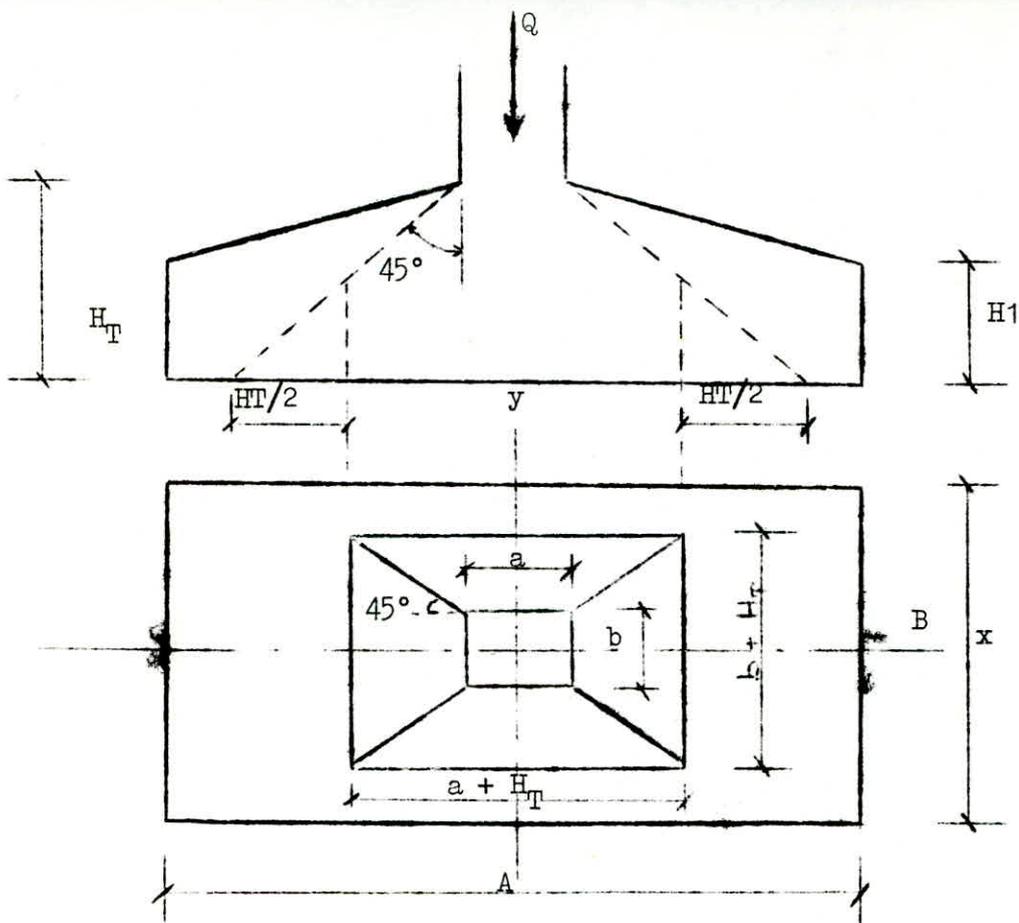
Le DTU préconise dans ce cas précis de faire la vérification suivante .

$$\frac{1.5 (Q - R_{sp})}{Pe * H_T} \leq 1.15 \bar{V}_b \quad (I)$$

R sp : réaction de sous pression sous la surface de poinçonnement  
Pe : Périmètre de poinçonnement.

La semelle est considérée comme une plaque à ligne moyenne, la rupture se faisant suivant un angle de 45° tant sur le plan horizontale que sur le plan vertical (hypothèse d'isotropie du béton).

../..



$$P_e = 2 \cdot (a + H_T + b + H_T) = 2 \cdot (a + b + 2 H_T)$$

$$R_{sp} = \frac{Q}{A \cdot B} (a + H_T)(b + H_T)$$

Si la relation (I) n'est pas vérifiée, on augmentera  $H_T$  de 5 en 5 cm jusqu'à vérification.

C/ Remarque :

La vérification au poinçonnement nécessite la condition suivante :

$$\tau_{cb} \leq \bar{\tau}_b$$

$\tau_{cb}$  : contrainte de béton au cisaillement

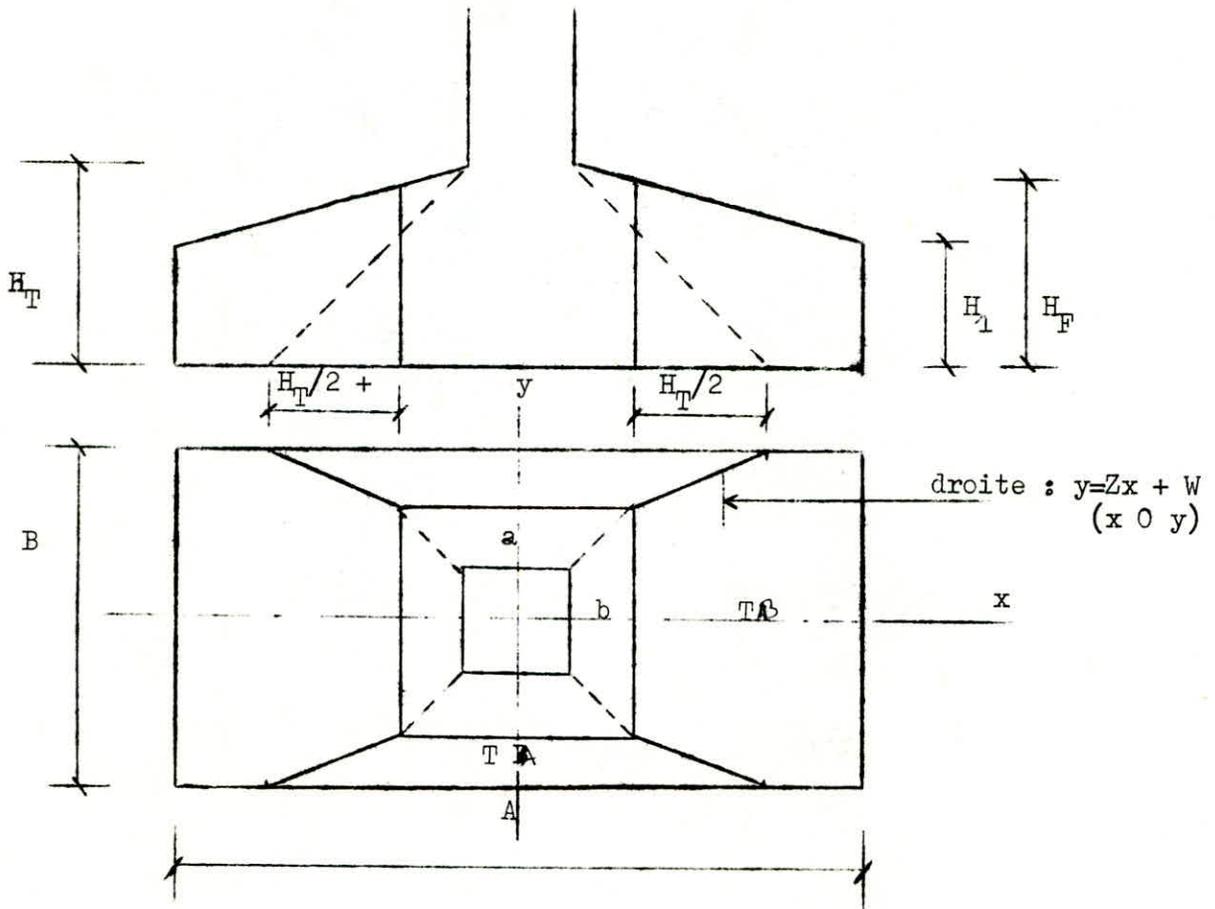
Nous jugeons utile de déterminer la valeur exacte de  $\tau_{cb}$  tel que

$$\tau_{pb} = T / S$$

T : effort tranchant

. 13 .

S : Section verticale longeant le périmètre de poinçonnement.



$$H_F = H_1 + (H_T - H_1) \left(1 - \frac{HT}{A-a}\right)$$

L'équation de la droite y est définie par :

$$y = Zx + W \quad \text{avec} \quad \begin{cases} Z = (B-b-H_T) / H_T \\ W = B/2 - (a/2 + H_T).Z \end{cases}$$

$$T_B = \iint_{A.B} \frac{Q}{xy} dx dy + \iint_{xy} \frac{Mx X}{I_{yy}} dx dy$$

On pose  $U = a/2 + H_T$

$$T_B = \frac{2 \cdot Q}{A \cdot B} \left( \int_v^u \int_u^{zx+w} dy dx + \int_u^{A/2} \int_0^{B/2} dy dx \right) + \frac{Mx}{I_{yy}} \left( \int_u^x \int_0^{zx+w} dy dx + \int_u^{A/2} \int_0^{B/2} dy dx \right)$$

$$T_B = \frac{2Q}{AB} \left( Z/2 \cdot (U^2 - V^2) + W(u-v) + B/2 (A/2 - U) \right) + 2.4 \frac{Mx}{BA^3} \left( Z/3 \cdot (U^3 - V^3) + \frac{W}{Z} (U^2 - V^2) + \frac{B}{Z} (A^2 - U^2) \right)$$

Un cheminement identique permet de trouver "  $T_A$  " . 14 .

On pose  $U' = B/2$

$$V' = (b + H_T) / 2$$

W et Z sont tel que définies précédement

$$T_A = \frac{21}{A \cdot B} \left( \frac{1}{2 \cdot Z} (u'^2 - v'^2) - \frac{W(u' - v')}{Z} \right) + 24 \frac{M_y}{AB^3} \left( \frac{1}{3Z} (u'^3 - v'^3) - \frac{W(u'^2 - v'^2)}{2Z} \right)$$

$T_A$ ,  $T_B$  représentent respectivement, l'effort tranchant amené par l'ensemble des forces extérieures <sup>(1)</sup> situées à droite de la section considérée (section de poinçonnement)

$$\tau_b^{(B)} = T_B / S_B \quad , \quad S_B = (b + H_T) \cdot H_F$$

$$\tau_b^{(A)} = T_A / S_A \quad , \quad S_A = (a + H_T) \cdot H_F$$

$$\text{et } \tau_b = \max ( \tau_b^{(B)}, \tau_b^{(A)} ) \leq \bar{\tau}_b$$

En cas de non vérification l'avantage de cette relation permet, avant d'augmenter  $H_T$ , de porter la valeur  $H_1$  jusqu'à sa limite supérieure ( $H_T/2$ )

#### I.A - Choix du type de semelles

Le type de semelles dépend essentiellement de la hauteur de semelle.

On optera pour une semelle à hauteur constante si :

- ( 1-  $H_T \leq 20$  cm
- ( 2- et/ou  $A \leq 100$  cm,  $B \leq 100$  cm

Dans le cas où les conditions sus-citées ne sont pas remplies, on optera pour une semelle avec glacis

$$\text{telle que } ( H_1 = H_T/3$$

$$( H_1 \geq 6\phi + 6 : (\phi = \max (\phi_A, \phi_B) \text{ (cm)})$$

(1) forces extérieures : Sous pression



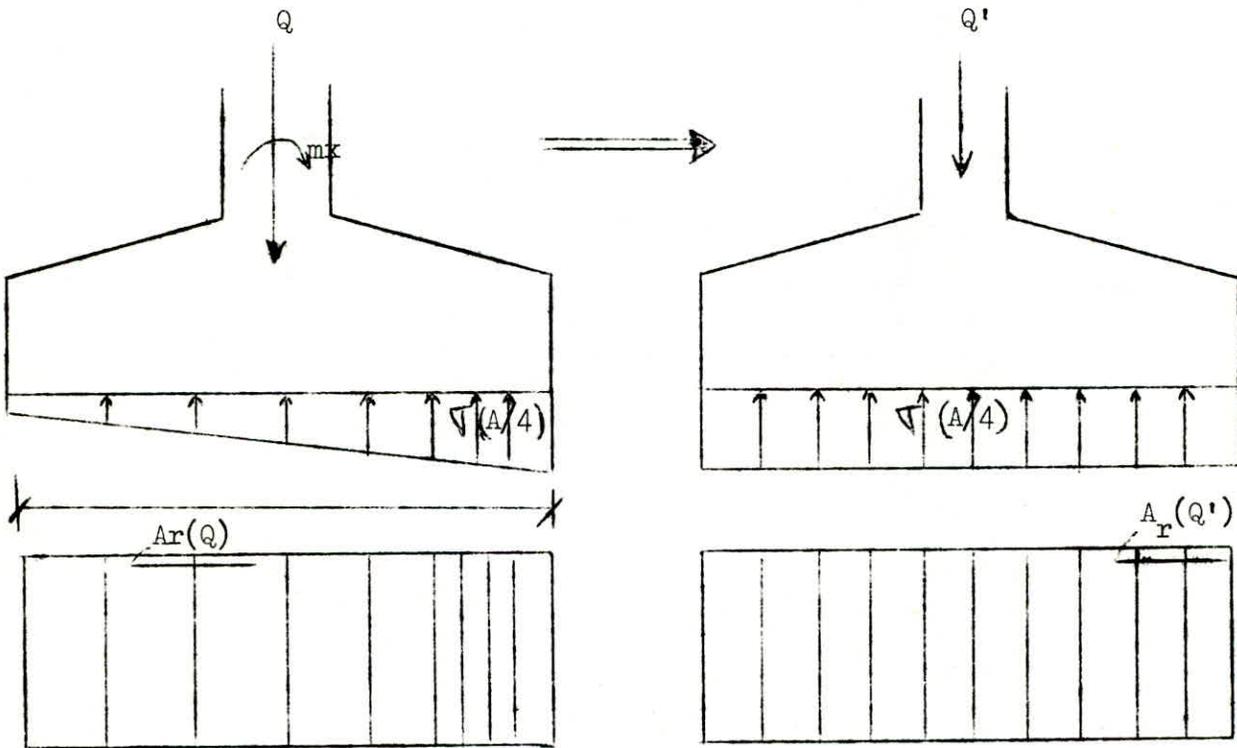
- $d\phi$  : représente la force de compression dans la bielle
- $dQ$  : représente la projection de  $d\phi$  qui est reprise par le sol.
- $dF$  : représente la projection de  $d\phi$  dans le plan xoy qui elle même se décompose en deux forces  $dF_x$  ,  $dF_y$  représentent respectivement par les aciers longitudinaux et transversaux situés à la partie inférieure de la fondation.

Dans l'utilisation de la méthode des bielles, il est préférable de ramener à une répartition linéaire et uniforme les réactions du sol dans le cas où il y a présence d'un moment.

en posant  $\sigma_s = \sigma(A/4) = \frac{\sigma_2 + 3\sigma_1}{4}$

ce qui correspond à une charge  $Q'$

$$Q' = \sigma(A/4) \cdot A.B$$



disposition, des armatures en considérant la répartition trapezoidale des réactions du sol.

Disposition des armatures en considérant la répartition uniforme des réactions du sol.

L'intérêt pratique que présente une disposition régulièrement espacée des aciers, et sachant que le diagramme de contrainte uniforme donne une section d'acier  $Ar(Q')$  supérieure à  $Ar(Q)$ , fait que la solution appliquée lorsque l'on est en présence d'un moment est celle que donnerait le chargement  $Q'$ .

Ci-dessous un tableau récapitulatif des résultats de la méthode des bielles.

	Charge centrée	Aciers principaux	Aciers de réparti <sup>t</sup> .
présence d'un moment sens xx	$Q' = Q + 3 \frac{Mx}{A}$	$A_{ax} = Q' \frac{(A-a)}{8.Hh. \zeta a}$	$A_{bx} = Q' \frac{(B-b)}{8.hu. \zeta a}$
présence d'un moment sens yy	$Q' = Q + \frac{3My}{B}$	$A_{by} = \frac{Q' (B-b)}{8.hu. \zeta a}$	$A_{ay} = \frac{Q' (A-a)}{8.hu. \zeta a}$

avec  $hu =$  hauteur utile  
 $hu = H_t - d'$  ( $d' = 5$  cm)

Dans le cas d'une présente simultanée des moments  $Mx$  et  $My$  on prendra :

$$A_a = \text{MAX} (A_{ax} , A_{ay}) \text{ armatures } (\//) \text{ au côté } A$$

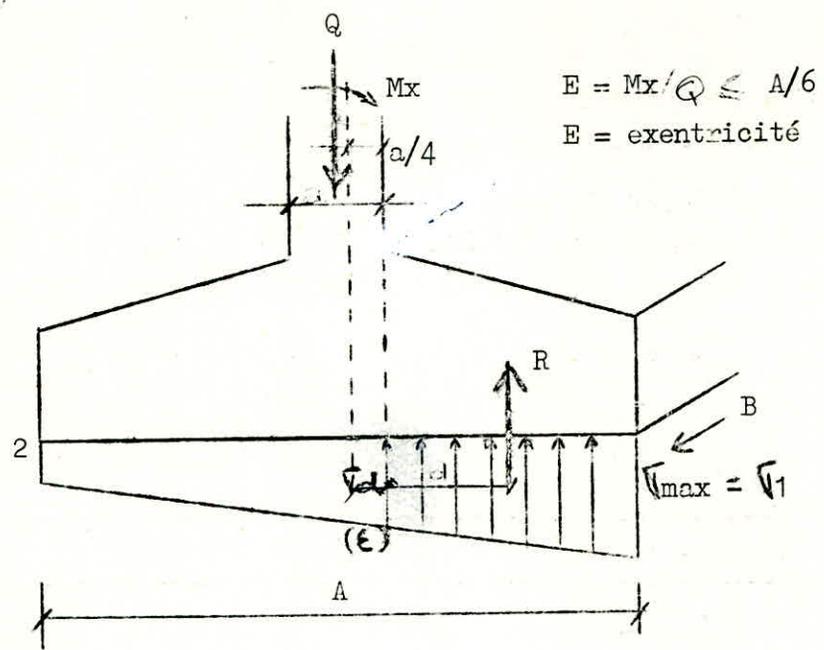
$$A_b = \text{MAX} (A_{bx} , A_{by}) \text{ armatures } (\//) \text{ au côté } B$$

## 2 - Méthode des consoles forfaitaires

Cette méthode s'est substituée à la méthode dite " exacte " qui consistait, à partir du diagramme des contraintes du sol sous la fondation et du diagramme des contraintes dans la section en béton armé du poteau au contact de la fondation, à tracer le diagramme des efforts tranchants à partir duquel on déduirait la position du moment max et donc sa valeur.

$$M = M_{\text{max}} \quad T = \frac{dM}{dx} = 0$$

La méthode des consoles "forfaitaire" fixe cette section à  $a/4$  de cet encastrement. Ceci permet, en négligeant les contraintes au niveau du poteau ainsi que ceux dans le sol situées entre l'encastrement et la position du moment max, de trouver un moment approchant la valeur du moment de la méthode dite " exacte " dans le sens de la sécurité.



$E = Mx/Q \leq A/6$   
 $E = \text{exentricité}$

Pour cette méthode ont aboutit aux résultats suivants :

$M_D = R \cdot d \quad (M_D = M_c)$

$M_D = \frac{(A-a) \cdot B}{2} \left( \sigma_d \frac{(A+a)}{12} \frac{a}{24} + \sigma_1 \frac{(A-a)}{6} \frac{a}{24} \right)$

avec  $\sigma_1 = \frac{Q}{A \cdot P} + \frac{6Mx}{BA \cdot 2}$

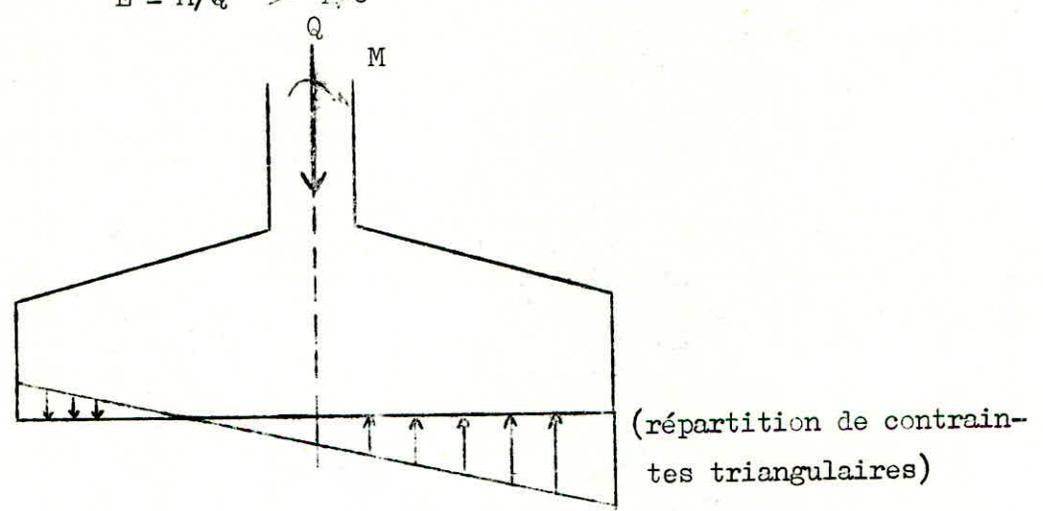
$\sigma_d = \frac{Q}{AB} + \frac{6Mx \cdot a}{BA \cdot 3}$

Armatures :  $Aa = \frac{Md}{7/8 hu} \approx a$

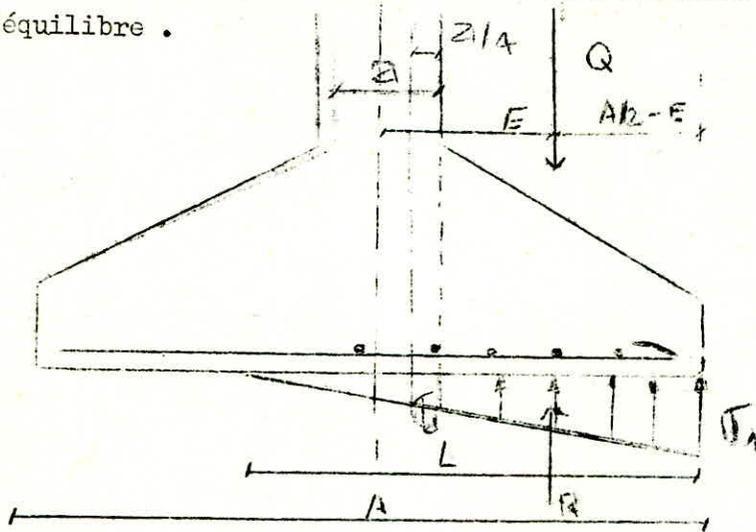
$Ab = \frac{Q' \cdot (B-b)}{7 \cdot hu} \quad Q' = Q + \frac{3Mx}{A}$

2.1 - Cas où l'exentricité dépasse le noyau central

$E = M/Q > A/6$



Une partie de la fondation se trouvant tendue, les méthodes précédentes ne sont plus applicables on devra donc chercher un nouvel état d'équilibre . 19 .



Le nouvel état d'équilibre nécessite la détermination de  $\sigma_1$  sachant que " Q " sera équilibrée par la résultante " R " des contraintes du sol :

$$Q = R \quad , \quad L = 3\left(\frac{A}{2} - E\right) \quad , \quad L \geq \frac{3}{5} A$$

Or  $R = 1/2 (L \cdot B \cdot \sigma_1)$

d'où  $\sigma_1 = 2 R / L B$

Finalement :  $\sigma_1 = 2 Q / L B$

$$\sigma_d = \frac{(A - a)}{2 L} \sigma_1$$

On en déduit le moment d'encastrement :

$$M_d = \frac{(A - a)}{2} B \left( \sigma_d \frac{(A + a)}{12 \cdot 24} + \sigma_1 \frac{(A - a)}{6 \cdot 24} \right)$$

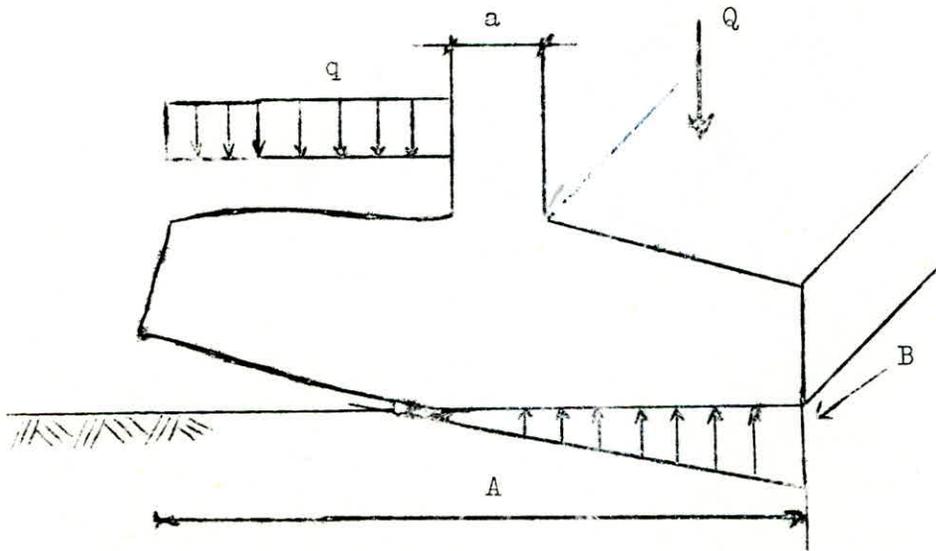
D'où le calcul des armatures :

$$A_a = \frac{M_d}{7/8 h_u \sigma_a}$$

$$A_b = \frac{Q'(B - b)}{7 h_u \sigma_a}$$

avec :  $Q' = 3/4 \sigma_1 L B = 3/2 Q$

La plus grande section d'acier calculée, constituera les aciers . 20 .  
 principaux. La plus petite section (acièrs de répartition) ne devra  
 pas être inférieure au quart de la section la plus grande.  
 On devra prévoir aussi dans le cas où  $E > A/6$ , des aciers supérieurs  
 qui devront s'opposer à tout risque de rupture que pourrait occasion-  
 ner la partie tendue du massif de fondation.



$q$  : charge qui sollicite la console arrière

Evaluation de  $q$  : poids propre des terres plus le poids propre  
 de la console

$$q = B \cdot ( 2,5 H_{TP} + 2 ( D - H_{TP} ) ) \cdot 10^{-3} \quad (\text{Kg/Ml})$$

d'où le moment d'encastrement de la console arrière :

$$Md' = q \cdot \frac{(A-a)^2}{8}$$

Armatures supérieures :

$$(II) \text{ au côté A} \quad Aas = \frac{Md' \cdot \gamma_a}{7/8 hu \sqrt{\gamma_a}}$$

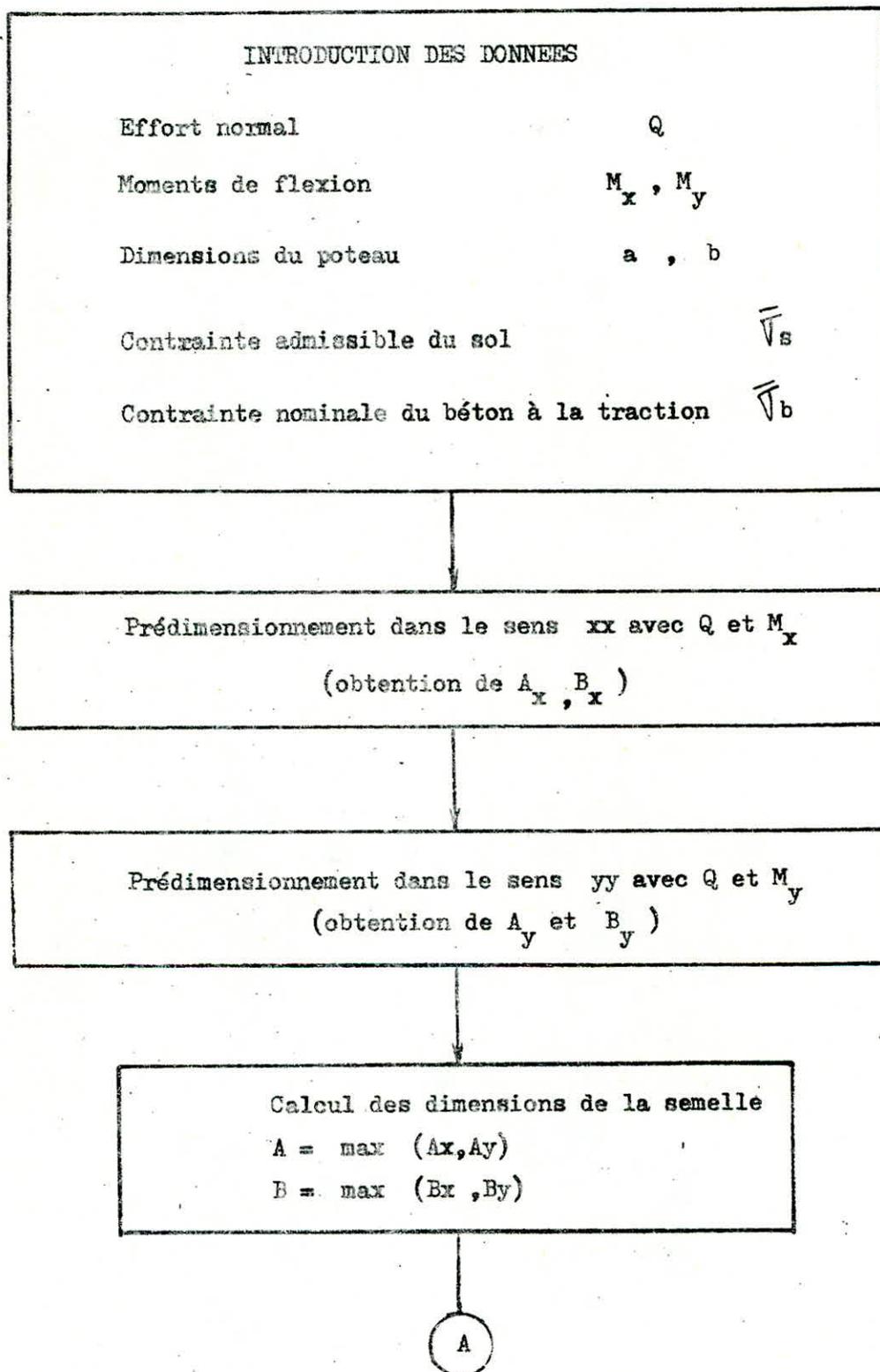
$$(II') \text{ au côté B} \quad Abs = \frac{Aas}{4}$$

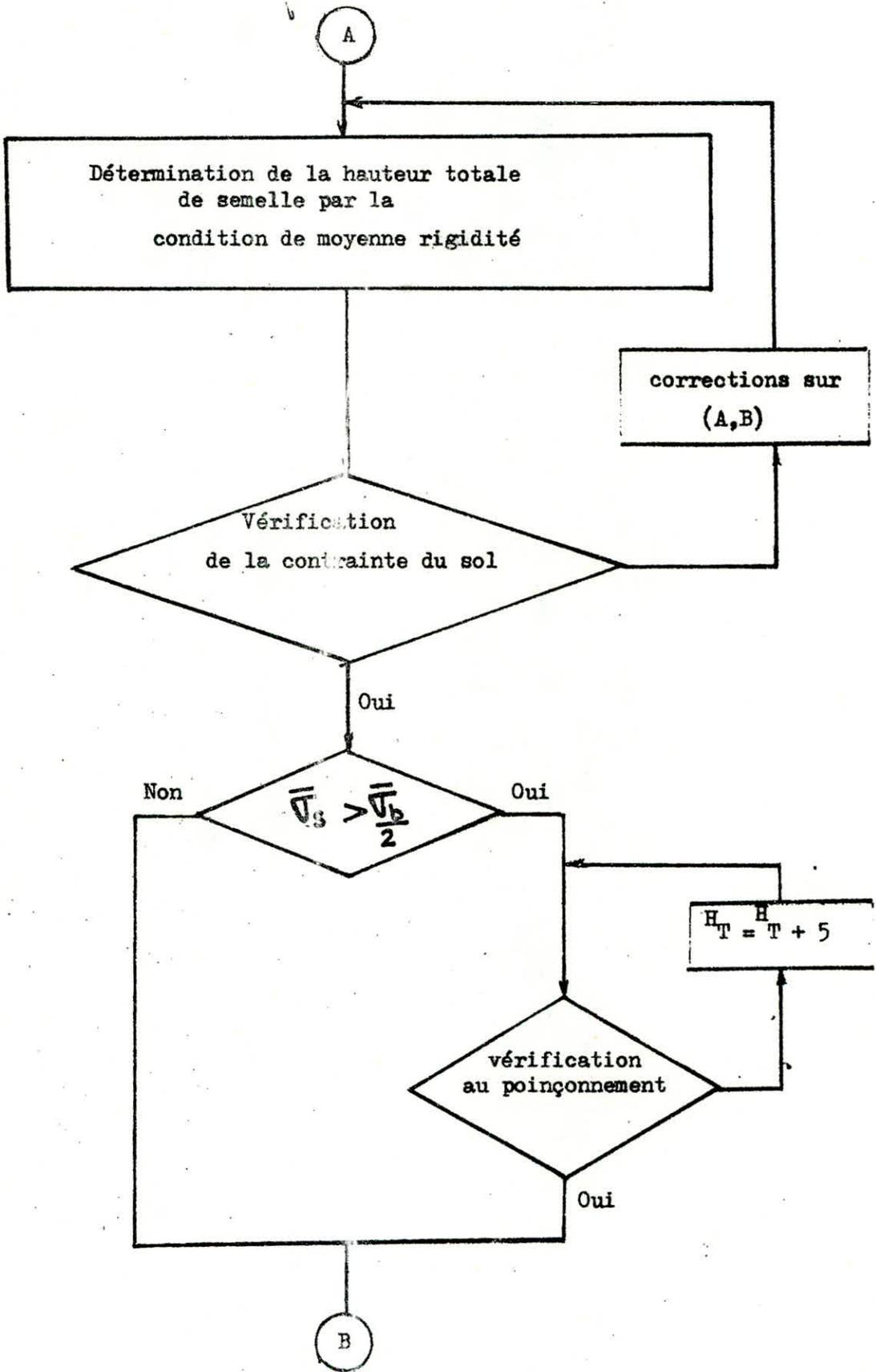
Evaluation des espacements :

Les espacements se situeront pour les aciers inférieurs  
 (acièrs principaux entre 15 et 25 cm )

Pour les aciers supérieurs ce sera entre 20 et 30 cm.

## CALCUL SEMELLE ISOLEE





3

(Calcul des aciers avec  $Q$  et  $M_x$   
(obtention de  $A_{a_x}, A_{b_x}$ )

Calcul des aciers avec  $Q$  et  $M_y$   
Obtention de  $A_{a_y}, A_{b_y}$

Adoption du ferrailage nécessaire  
 $A_a = \max (A_{a_x}, A_{a_y})$   
 $A_b = \max (A_{b_x}, A_{b_y})$

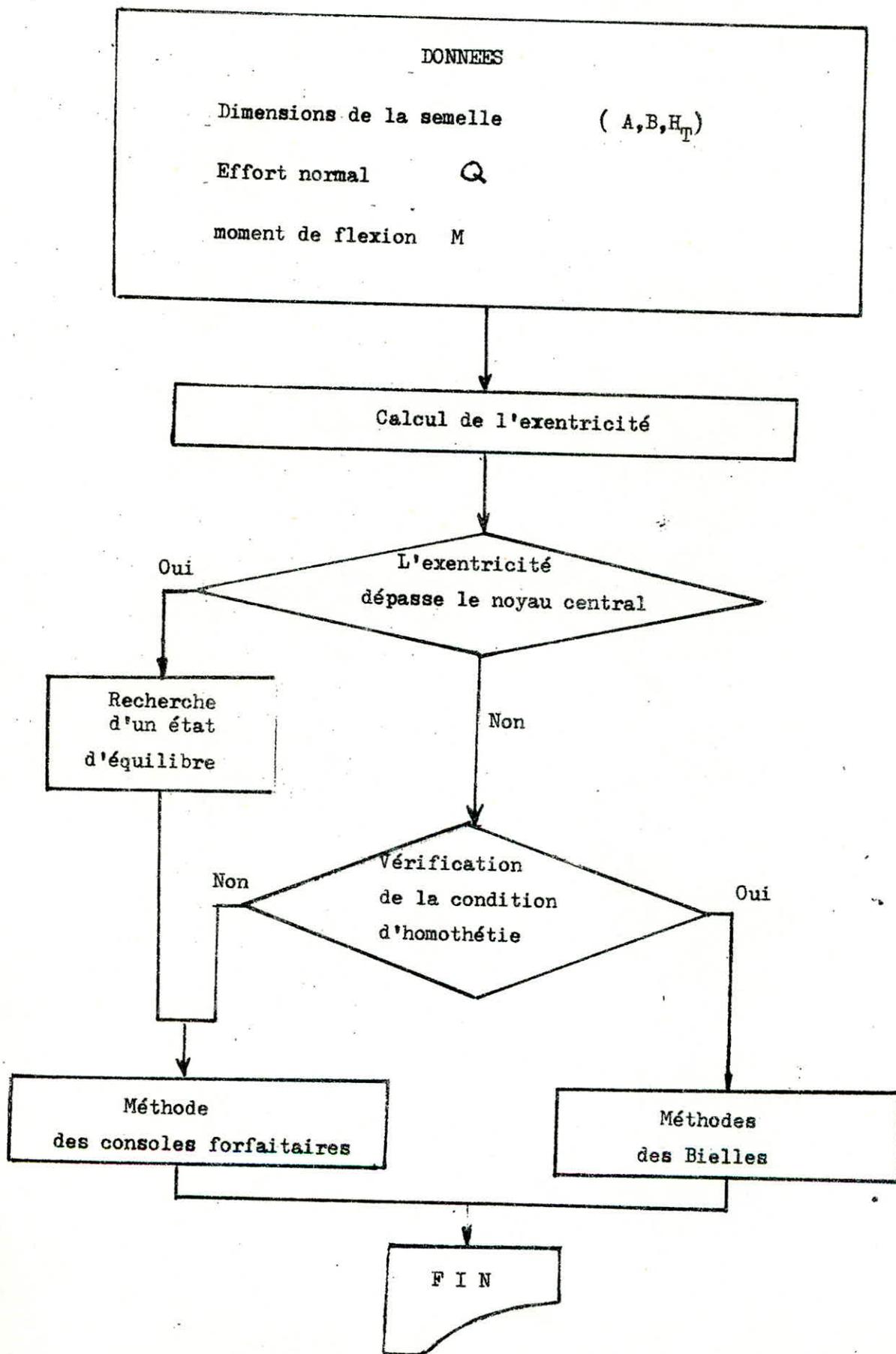
Choix et disposition des Aciers

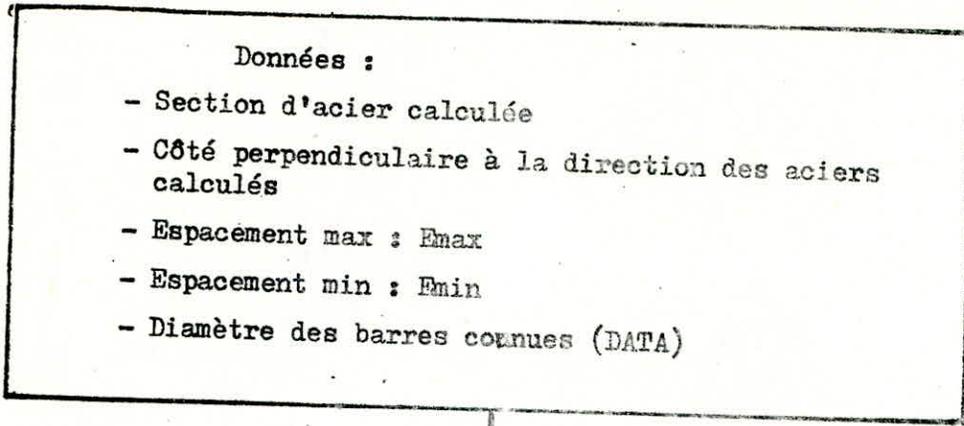
Vérification d'adherence

Tracé du plan d'exécution

FIN

CALCUL DES ACIERS





Excès en acier =  $0,5 \text{ cm}^2$

Evaluation du ferrailage minimum

Oui

Section calculée  $\leq$  Ferrailage minimum

Non

Espacement =  $E_{min}$

Augmenter l'excès en Acier

Espacement  $>$   $E_{max}$

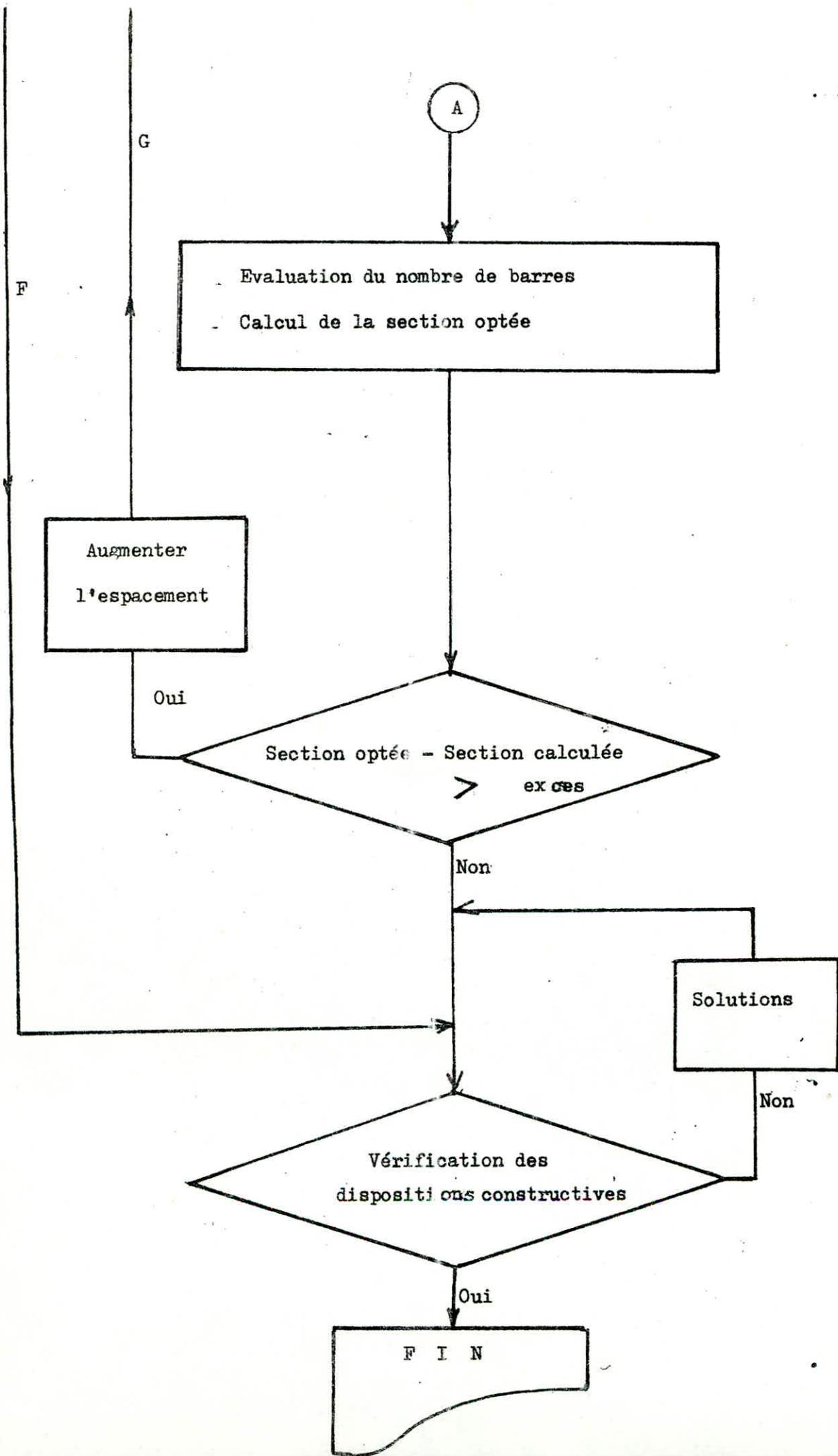
Oui

Non

A

F

G



## C H A P I T R E . I I

### SEMELLES FILANTES SOUS POTEAUX

#### EXPOSE THEORIQUE

#### II.1- DESCRIPTION GENERALES

Le principe de résolution des semelles filantes sous poteaux que l'on va présenter, diffère des autres méthodes de deux points de vues :

- Il permet en premier lieu de déterminer un diagramme de réaction du sol, susceptible de réaliser l'équilibre hyperstatique en tout point de la poutre avec les actions amenées par les poteaux.
- En second lieu, il ne fait pas intervenir le module de raideur du sol (noté : K) qui traduit mal le comportement du sol. La valeur de ce paramètre, considérée dans les méthodes de résolution déjà élaborées comme constante, est en réalité variable tout le long de la poutre.

De plus le mode pratique de détermination de K est sujet à discussion. (détermination expérimentale)

K est généralement défini dans une fourchette assez large :

$$0,5 \leq K \leq 12 \quad \text{Kg/cm}^3 \quad (\text{bars/cm})$$

A titre d'exemple, si  $K = 1 \text{ bar/cm}$ , cela suppose que pour une pression du sol de 1 bar correspond un déplacement vertical de la ligne moyenne de la poutre égale à 1 cm.

Parmi les méthodes les plus utilisées dans les bureaux d'études, on citera les méthodes manuelles qui lient la répartition des contraintes du sol à la raideur de la semelle.

..//..

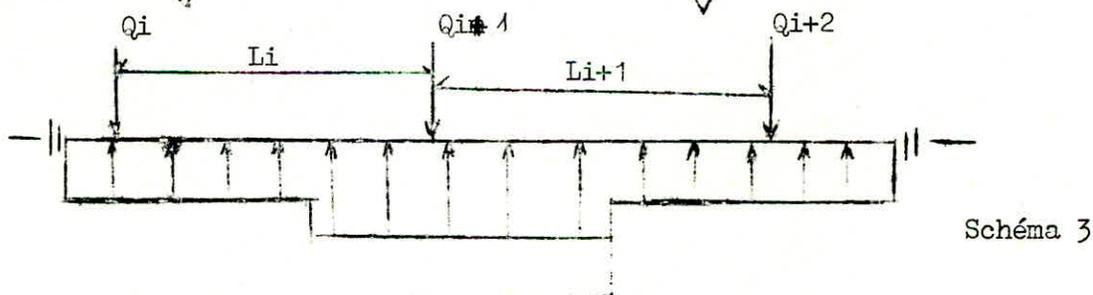
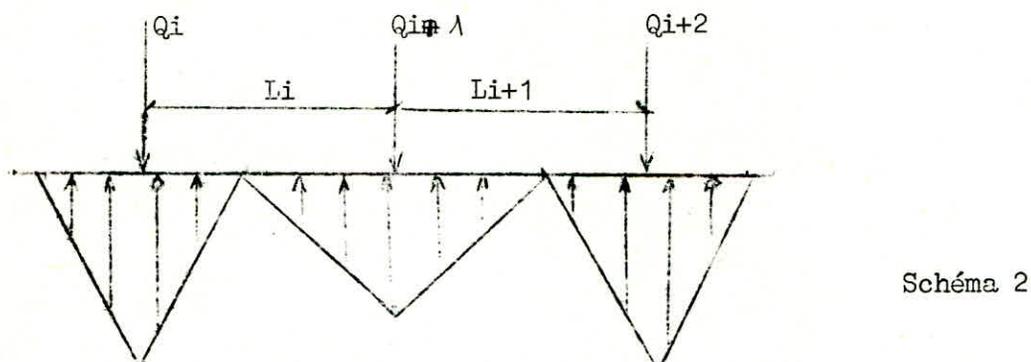
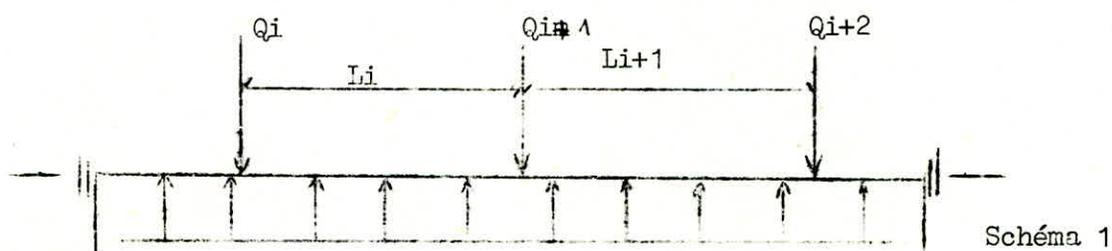
Ainsi pour :

$$- L_i \ll \frac{\pi}{2} \text{ . le :}$$

Le calcul se fait en supposant une répartition uniforme des contraintes sur le sol. (Schéma 1)

$L_i$ ,  $l_e$ , seront définis ci-après

D'autres méthodes manuelles reposent sur une répartition, triangulaire ou encore rectangulaire discontinue, des contraintes sur le sol, Schéma 2 et 3, qui ne permettent en fait qu'un équilibre statique de la poutre.



Une autre approximation consiste, dans le cas où  $L_i > \frac{II}{2} \cdot l_e$ , à remplacer le diagramme théorique par un diagramme trapézoïdale :  
Schéma 4

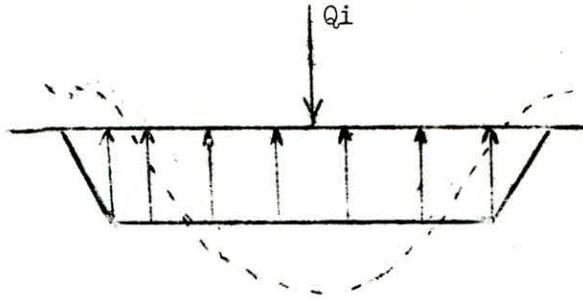


Schéma 4

Si  $L_i > \frac{II}{2} \cdot l_e$  : Le calcul se fait conformément à la théorie de la poutre sur sol élastique. En fait la théorie de la poutre sur appuis continu élastique est fondée sur l'hypothèse fondamentale selon laquelle la contrainte continue sous le massif de fondation est proportionnelle à la déformation.

$$\nabla = -K.y \quad (\text{contrainte})$$

La déformée est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$E.I \frac{d^4 Y}{dx^4} = -Ky$$

La résolution de cette équation pour une charge concentrée isolée aboutit aux résultats suivants :

$$\text{Déformé : } Y = C \cdot \text{Exp}(-\beta x) \cdot (\text{Sin } \beta x + \text{Cos } \beta x)$$

Moment de flexion :

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} = 2 \cdot \beta^2 \cdot C \cdot \text{Exp}(-\beta x) \cdot (\text{Sin } \beta x - \text{Cos } \beta x)$$

Effort tranchant :

$$\frac{d^3 Y}{dx^3} = 4 \cdot \beta^3 \cdot C \cdot \text{Exp}(-\beta \cdot x) \cdot \text{cos } \beta x$$

$$\text{avec : } \beta = \sqrt[4]{\frac{K}{4 E I}}$$

..//..

Définition des paramètres  $L_i$ ,  $l_e$ .

$L$  : Entraxes des charges ponctuelles

$l_e$  : longueur élastique

$$l_e = \sqrt[4]{\frac{4 E I}{K b}}$$

avec :  $I$  : Inertie de la poutre  
 $E$  : Module d'élasticité du béton  
 $b$  : Largeur de la semelle  
 $K$  : Module de raideur du sol.

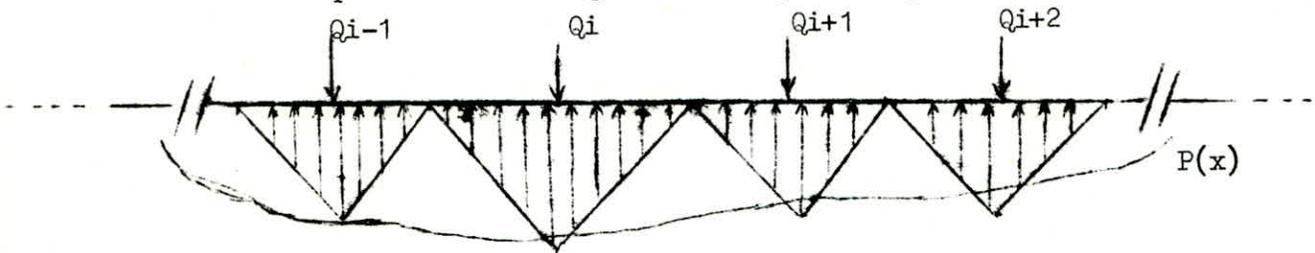
## II.2 - HYPOTHESE

L'hypothèse que nous avons émise pour la résolution de ce type de semelle, consiste à considérer la répartition des réactions du sol sous le massif de fondation, comme une variation polynomiale qui serait de la forme :

$$P(x) = \sum_{K=0}^D a_K x^K$$

D : représente le degré du polynôme, fonction du nombre de poteaux qui sollicitent la semelle.

Pour ce faire, on définit arbitrairement, un premier diagramme des réactions du sol, par une succession de triangles dont l'aire, qui en fait représente la contrainte du sol, est déterminée au prorata des charges amenées par les poteaux.



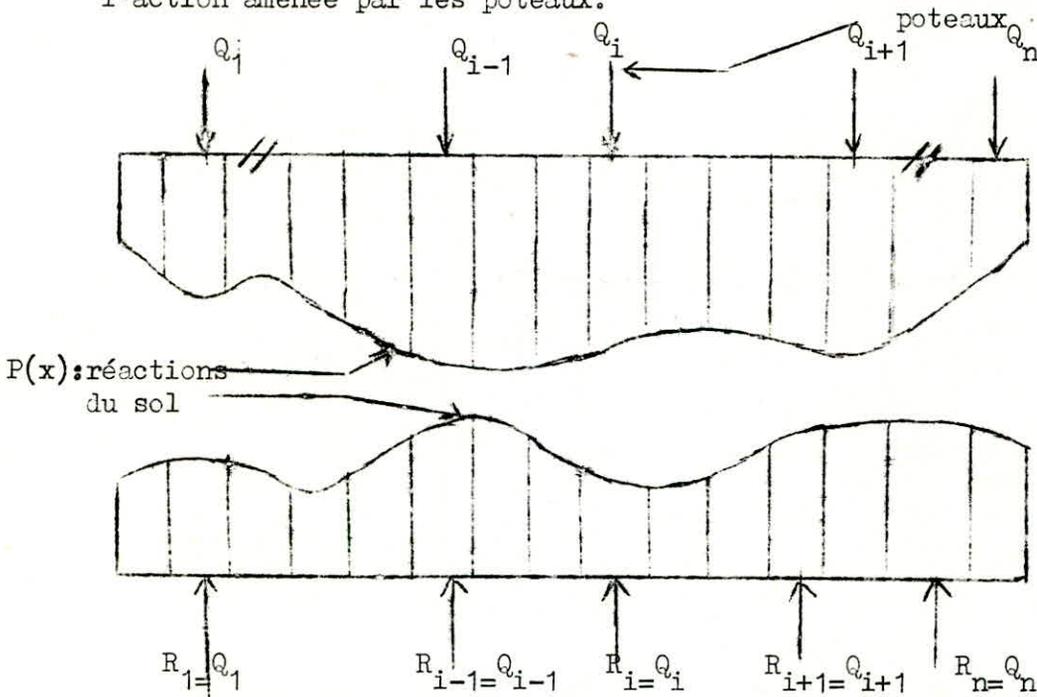
Une première réflexion incite à déterminer ce polynôme par une méthode d'approximation plus-tôt que par une interpolation. Ceci étant fondé sur le fait que l'on avait pour seul élément de départ dans la construction de ce polynôme, qu'une succession de points (sommets des triangles). L'interpolation était destinée à être écartée vue qu'elle aurait obligé le polynôme à passer par ces points qui sont en réalité fictifs, donc n'appartenant pas forcément au polynôme cherché.

L'approximation (ou lissage) devenait donc nécessaire dans la recherche de ce polynôme.

Ce polynôme représente la variation des réactions dans le sol, doit, grâce à une étude R.D.M. assurer un équilibre hyperstatique en tout points de la poutre entre actions amenées par les poteaux et réactions du sol.

### II.3 - ETUDE R.D.M.

Le problème se ramène à l'étude d'une poutre à plusieurs travées sollicitées par un chargement  $P(x) - P(x)$  : polynôme recherché. les réactions aux appuis étant connues. actions amenées par les poteaux -  $P(x)$  devra être déterminé de façon à assurer en chaque appuis une réaction égale à l'action amenée par les poteaux.



Plusieurs méthodes de calcul de la R.D.M permettent de résoudre ce type de problème.

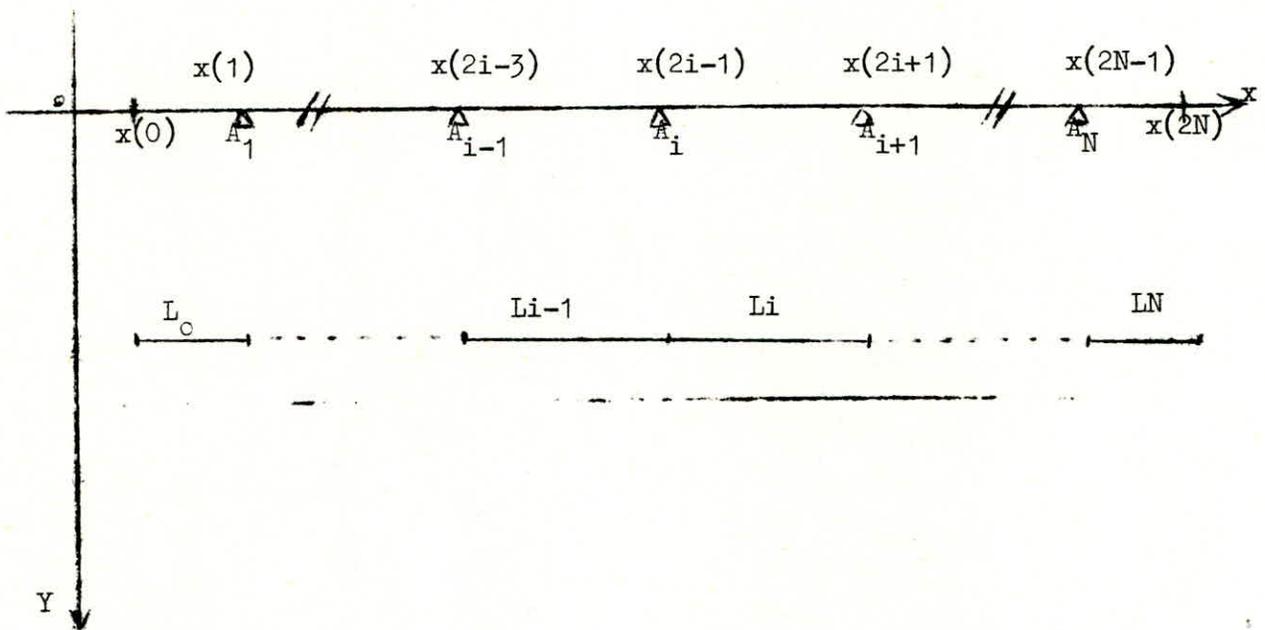
La méthode des trois moments était tout indiquée à être choisie vue la facilité qu'elle offre en programmation (résolution d'un système d'équations linéaires simples).

Finalement tout se ramène à l'étude d'une poutre continue soumise à la réaction du sol.

Une poutre continue est par définition une poutre droite horizontale reposant sur plus de deux appuis simples, cette dernière sera étudiée dans un repère orthogonal  $xoy$ , dont l'axe des abscisses sur lequel sont repérés les appuis représente la ligne moyenne de la poutre avant chargement.

- les appuis seront numérotés de 1 à N
- les travées seront numérotées de 0 à N

La travée  $i$  de portée  $l_i$  est comprise entre les appuis  $A_i$  et  $A_{i+1}$ , elle est repérée par les abscisses  $x_{2i-1}$  et  $x_{2i+1}$



Les abscisses aux droit des poteaux seront affectées par des indices impairs allant de  $x(1)$  à  $x(2N-1)$

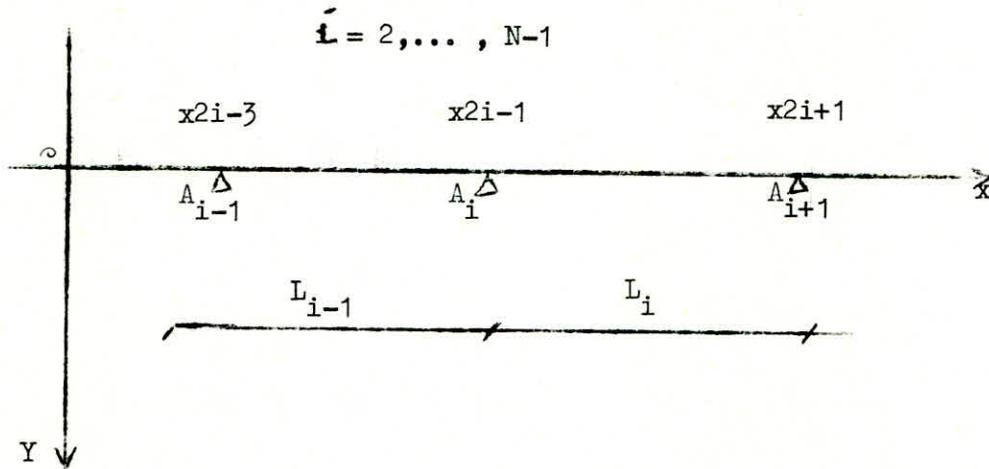
L'équation des trois moments sera écrite pour autant de fois qu'il existe d'inconnues hyperstatiques.

Le nombre de ces inconnues vaut :

$$H = N - 2$$

N : représente le nombre d'appuis.

Connaissant le nombre d'inconnues hyperstatiques et tout en considérant la poutre à étudier de résistivité  $EI$  constante, l'équation des trois moments s'écrit pour l'appui  $A_i$



$$L_{i-1} M_{i-1} + 2 (L_{i-1} + L_i) M_i + M_{i+1} L_i = \frac{-6}{L_{i-1}} G'_1 - \frac{6}{L_i} G'_2$$

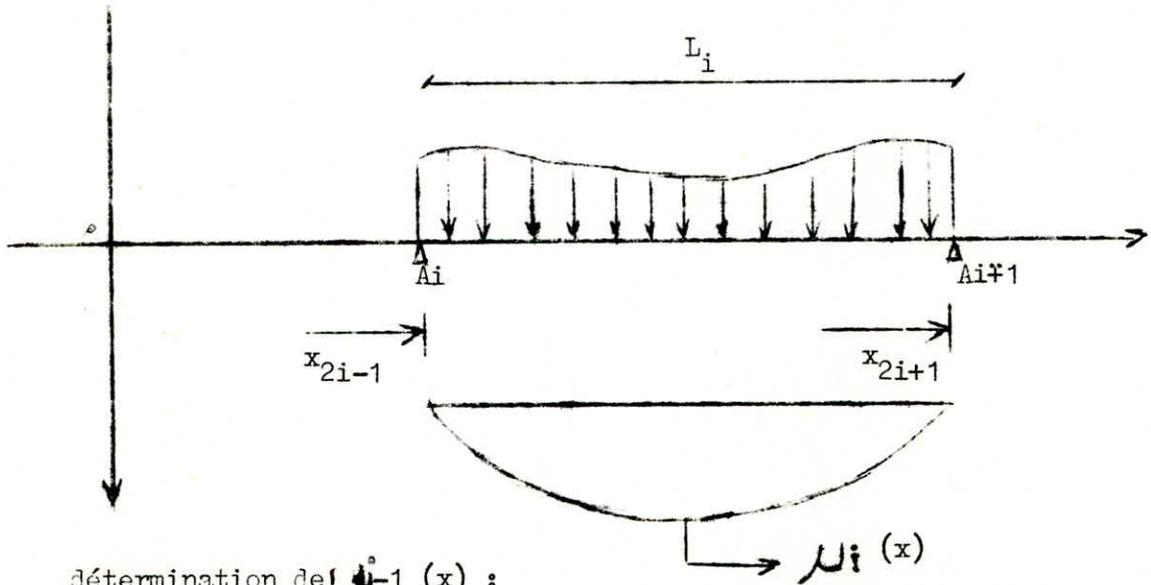
Avec :  $G'_1 = \int_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}} \mu_{i-1}(x) (x - x_{2i-3}) dx$

$$G'_2 = \int_{x_{2i-1}}^{x_{2i+1}} \mu_i(x) \cdot (x_{2i+1} - x) dx$$

- $M_i$  représente le moment hyperstatique de l'appui  $i$
- $G'_1$  et  $G'_2$  définissent le moment statique, par rapport à  $A_{i-1}$  respectivement par rapport à  $A_{i+1}$ , de l'aire du moment flechissant engendré par la partie du chargement  $P(x)$  qui concerne la travée isostatique associée  $(i-1)$ , respectivement  $i$

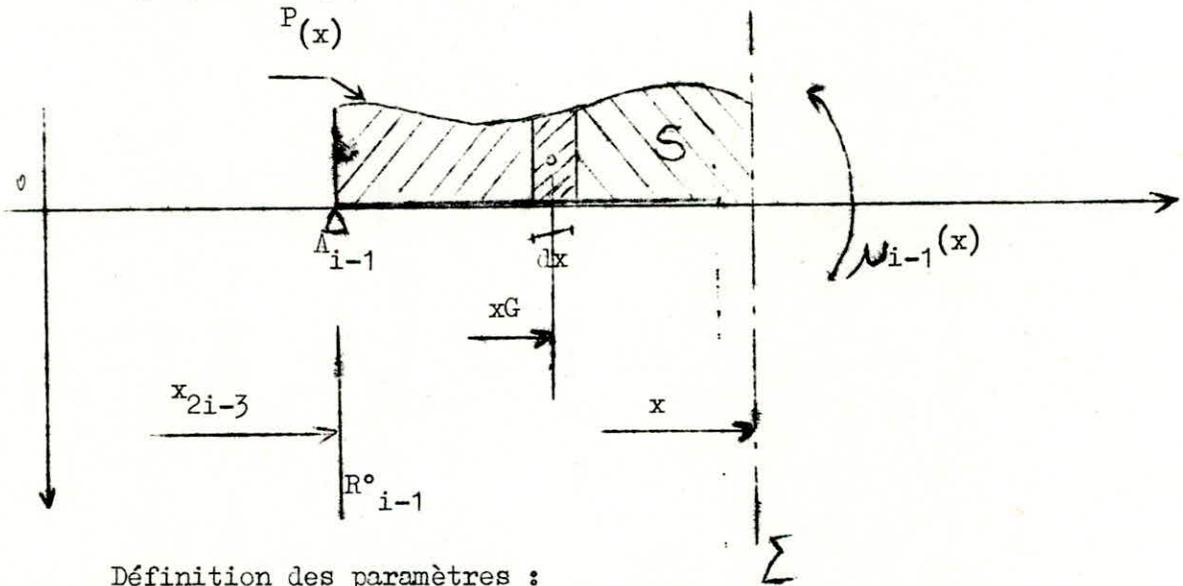
..//..

- $\mu_i(x)$  représente l'expression du moment fléchissant de la travée isostatique associée (i)



détermination de  $\mu_{i-1}(x)$  :

Considérons la travée isostatique associée i-1 chargée par une portion du polynôme  $P(x)$ .



Définition des paramètres :

- $\Sigma$  : Section quelconque de la travée considérée.
- S : l'aire délimitée par la variation de la réaction du sol donnée par le polynôme  $P(x)$  sur l'intervalle I ,  $I = (x_{2i-3}, x)$ .
- $x_G$  : La position du centre de gravité de l'aire S par rapport à 0.

..//..

-  $R_{i-1}^{\circ}$  : La réaction isostatique de l'appui  $i-1$

Ecrivons la somme des moments à gauche de la section  $\bar{\Sigma}$ .

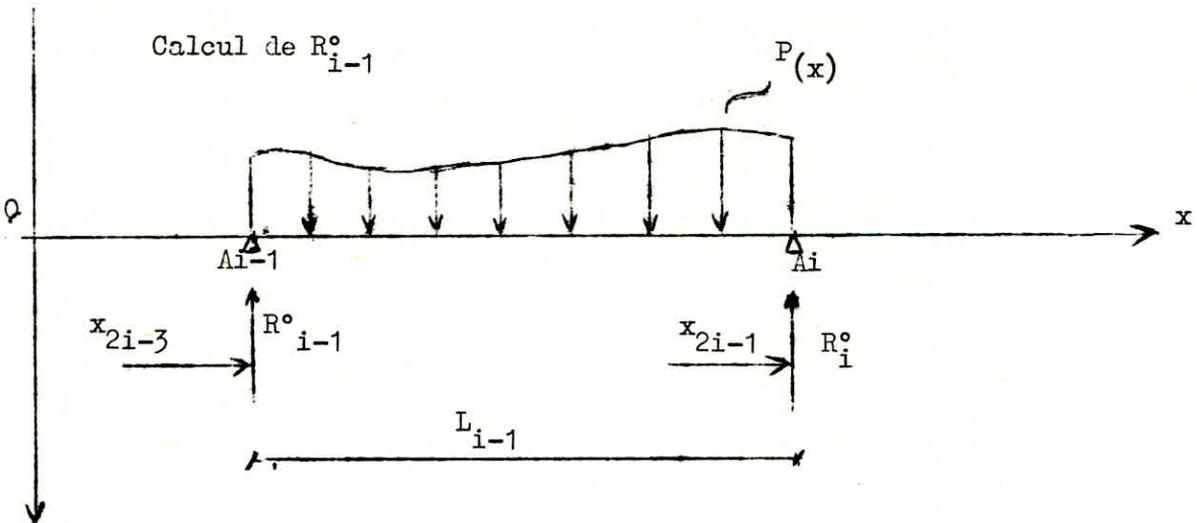
$$\sum \text{moments} / \bar{\Sigma} = 0$$

$$\Leftrightarrow R_{i-1}^{\circ} (x - x_{2i-3}) + (x - x_G) \int_I P(x) dx - R_{i-1}^{\circ} (x - x_{2i-3}) = 0 \quad (1)$$

$$x_G = \frac{\int_I xP(x) dx}{\int_I P(x) dx} \quad (2)$$

On combinant (1) et (2) on trouve :

$$\begin{aligned} \sum \text{moments} / \bar{\Sigma} = & R_{i-1}^{\circ} (x - x_{2i-3}) - x \int_I P(x) dx \\ & + \int_I xP(x) dx \end{aligned} \quad (I)$$



Soit l'intervalle  $I' = (x_{2i-3}, x_{2i-1})$

Ecrivons la somme des moments à gauche de l'appui  $i$

$$\sum \text{moments} / A_i = 0$$

../. ..

$$\int_{I'} (x_{2i-1} - x) P(x) dx - R_{i-1}^{\circ} \cdot L_{i-1} = 0$$

$$R_{i-1}^{\circ} = \frac{1}{L_{i-1}} \left( (x_{2i-1}) \int_{I'} P(x) dx - \int_{I'} x P(x) dx \right) \quad (3)$$

En partant l'expression (3) à l'expression (I) on obtient :

$$\begin{aligned} \mu_{i-1}(x) &= \frac{1}{L_{i-1}} \left( x_{2i-1} \int_{I'} P(x) dx - \int_{I'} x P(x) dx \right) (x - x_{2i-3}) \\ &\quad - x \int_I P(x) dx + \int_I x P(x) dx \end{aligned}$$

Rappel

$$I = (x_{2i-3}, x)$$

$$I' = (x_{2i-3}, x_{2i-1})$$

$$P(x) = \sum_{K=0}^D a_K x^K$$

Pour déterminer l'expression finale de  $\mu_{i-1}(x)$  on devra calculer les intégrales suivantes .

$$\int_{I'} P(x) dx = \int_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}} \sum_{K=0}^D a_K x^K dx = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} (x_{2i-1}^{K+1} - x_{2i-3}^{K+1}) \quad (4)$$

$$\int_{I'} x P(x) dx = \int_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}} \sum_{K=0}^D a_K x^{K+1} dx = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} (x_{2i-1}^{K+2} - x_{2i-3}^{K+2}) \quad (5)$$

$$\int_I P(x) dx = \int_{x_{2i-3}}^x \sum_{K=0}^D a_K x^K dx = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} (x^{K+1} - x_{2i-3}^{K+1}) \quad (6)$$

$$\int_I x P(x) dx = \int_{x_{2i-3}}^x \sum_{K=0}^D a_K x^{K+1} dx = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} (x^{K+2} - x_{2i-3}^{K+2}) \quad (7)$$

./..

Remarque :  $R_{i-1}^{\circ} = \text{constante}$

$$R_{i-1}^{\circ} = \frac{I}{L_{i-1}} \quad ((4) - (5))$$

Ainsi l'expression  $\mu_{i-1}(x)$  devient

$$\begin{aligned} \mu_{i-1}(x) &= R_{i-1}^{\circ} (x - x_{2i-3}) - x \left( \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} (x^{K+1} - x_{2i-3}^{K+1}) \right) \\ &\quad + \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} (x^{K+2} - x_{2i-3}^{K+2}) \end{aligned}$$

Déterminons à présent l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \mu_{i-1}(x) \cdot (x - x_{2i-3}) &= \\ R_{i-1}^{\circ} (x - x_{2i-3})^2 &- \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} x^{K+3} + x^2 \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} x_{2i-3}^{K+1} \\ &+ \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} x^{K+3} - x \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} x_{2i-3}^{K+2} \\ &+ x_{2i-3} \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} x^{K+2} - x \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} x_{2i-3}^{K+2} \\ &- x_{2i-3} \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} x_{2i-3}^{K+2} + \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} x_{2i-3}^{K+3} \end{aligned}$$

.../...

Les éléments de calcul permettant de déterminer le moment statique de l'aire du moment flechissant de la travée isostatique associée  $i-1$  par rapport à l'appui  $A_{i-1}$ , sont à présent connus.

d'où

$$\int_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}} \mu_i(x) (x - x_{2i-3}) dx =$$

$$R_{I-1}^0 \left( \frac{x^3}{3} - x_{2i-3} x^2 + x_{2i-3}^2 x \right) \Big|_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}}$$

$$- \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+1)(K+4)} x^{K+4} + \frac{x}{3} \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} x^{K+1} \Big|_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}}$$

$$+ \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+2)(K+4)} x^{K+4} - \frac{x}{2} \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} x^{K+2} \Big|_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}}$$

$$+ x_{2i-3} \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+1)(K+3)} x^{K+3} - \frac{x}{2} \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+1} x^{K+2} \Big|_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}}$$

$$- x_{2i-3} \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+2)(K+3)} x^{K+3} + x \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{K+2} x^{K+3} \Big|_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}}$$

.../...

$$\int_{x_{2i-3}}^{x_{2i-1}} \mu_{i-1}(x) (x - x_{2i-3}) dx =$$

$$(\cdot \cdot \cdot (i-1) G_1 - G_2) G_3 - G_3$$

$$+ (C_1 - x_{2i-3} C_2) G_4 + x_{2i-3} G_6$$

$$- (C_2 - x_{2i-3}) (x_{2i-1} - x_{2i-3}) G_5$$

$$\text{Avec : } C_1 = \frac{x_{2i-1}^3 - x_{2i-3}^3}{3}$$

$$C_2 = \frac{x_{2i-1}^2 - x_{2i-3}^2}{2}$$

$$G_3 = \frac{1}{L_{i-1}} (C_1 \cdot x_{2i-3} \cdot C_2 + x_{2i-3}^2 (x_{2i-1} - x_{2i-3}))$$

$$G_1 = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+1)} (x_{2i-1}^{K+1} - x_{2i-3}^{K+1})$$

$$G_2 = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+2)} (x_{2i-1}^{K+2} - x_{2i-3}^{K+2})$$

$$G_3 = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+1)(K+2)(K+4)} (x_{2i-1}^{K+4} - x_{2i-3}^{K+4})$$

$$G_4 = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+1)} x_{2i-3}^{K+1}$$

$$G_5 = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+2)} x_{2i-3}^{K+2}$$

$$G_6 = \sum_{K=0}^D \frac{a_K}{(K+2)(K+2)(K+3)} (x_{2i-1}^{K+3} - x_{2i-3}^{K+3})$$

Le même cheminement nous permet d'aboutir au résultat suivant :

$$\int_{x_{2i-1}}^{x_{2i+1}} \mu_i(x) (x_{2i+1} - x) dx = (x_{2i+1} \cdot F1 - F2) C4 - x_{2i+1} \cdot F3 + F4 + C5 \cdot F5 - 3 \cdot C4 \cdot F6$$

avec

$$C4 = \frac{1}{6} (x_{2i+1} - x_{2i-1})^2$$

$$C5 = \frac{1}{6} (x_{2i+1}^3 + 2 x_{2i-1}^3 - 3 x_{2i-1}^2 \cdot x_{2i+1})$$

$$F1 = \sum_{k=0}^D \frac{a_k}{(k+1)} (x_{2i-3}^{k+1} - x_{2i-1}^{k+1})$$

$$F2 = \sum_{K=0}^D \frac{a_k}{(k+2)} (x_{2i+1}^{k+2} - x_{2i-1}^{k+2})$$

$$F3 = \sum_{K=0}^D \frac{a_k}{(k+1)(k+2)(k+3)} (x_{2i+1}^{k+3} - x_{2i-1}^{k+3})$$

$$F4 = \sum_{k=0}^D \frac{a_k}{(k+1)(k+2)(k+4)} (x_{2i+1}^{k+4} - x_{2i-1}^{k+4})$$

$$F5 = \sum_{k=0}^D \frac{a_k}{(k+1)} x_{2i-1}^{k+1}$$

$$F6 = \sum_{k=0}^D \frac{a_k}{(k+2)} x_{2i-1}^{k+2}$$

Soient :

$M_1$  : moment engendré par les forces situées à gauche de l'appui (1)

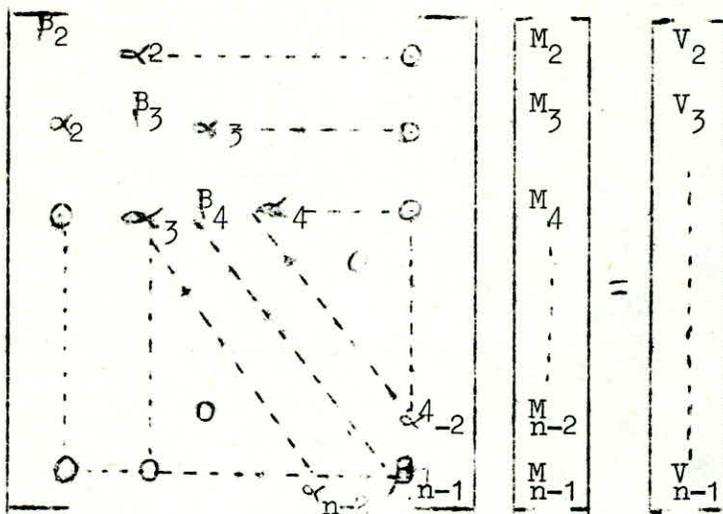
$M_N$  : moment engendré par les forces situées à droite de l'appui (N)

$$M_1 : \int_{x_0}^{x_1} (x_1 - x) \cdot P(x) \cdot dx$$

$$M_N : \int_{x_{2n-1}}^{x_{2n}} (x - x_{2n-1}) \cdot P(x) \cdot dx$$

Les moments  $M_2, \dots, M_i, \dots, M_{n-1}$  relatifs aux appuis

$A_2, \dots, A_i, \dots, A_{n-1}$  seront déterminés à partir du système d'équations linéaires tri-diagonal ci-dessous.

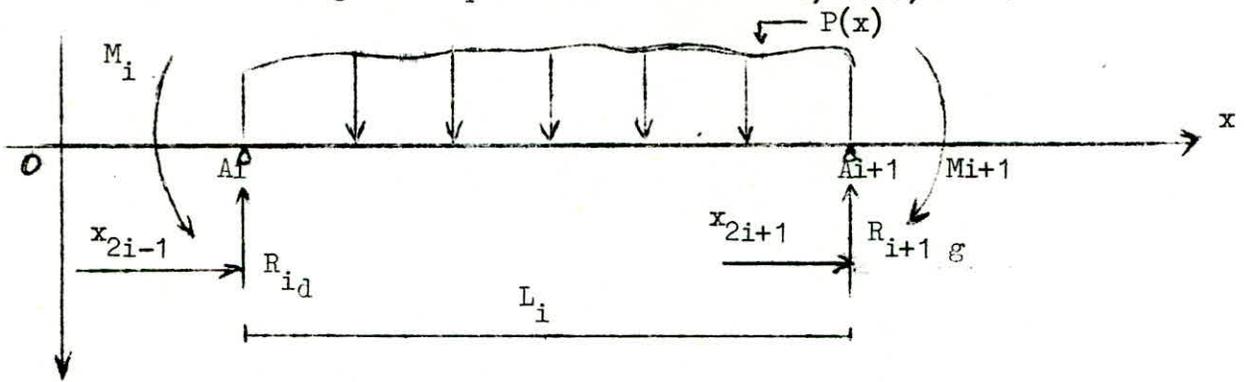


Soit  $A.M = V$

La résolution de ce système tri-diagonal se fait selon le critère de Richardson. ~~Thomas~~ Thomas

Une fois les moments déterminés on en déduit immédiatement les réactions au droit des poteaux.

Pour ce faire on considère la travée isostatique associée (i) avec son chargement équivalent avec  $I = 1, \dots, N - 1$



avec  $R_{id}$  : réaction à droite de l'appui i ( $A_i$ )

$R_{ig}$  : réaction à gauche de l'appui i ( $A_i$ )

En écrivant la somme des moments à droite de l'appui i

$$\sum \text{moments} / A_i = 0$$

$$- M_i + \int_{x_{2i-1}}^{x_{2i+1}} (x - x_{2i-1}) P(x) dx + M_{i+1} - R_{i+1g} \cdot L_i = 0 \quad (8)$$

- La somme des moments à gauche de l'appui i + 1

$$\sum \text{moments} / A_{i+1} = 0$$

$$- M_{i+1} + \int_{x_{2i-1}}^{x_{2i+1}} (x_{2i+1} - x) P(x) dx + M_i - R_{id} \cdot L_i = 0 \quad (9)$$

On obtient

$$(8) \quad R_{i+1g} = \frac{1}{L_i} \left( \int_{x_{2i-1}}^{x_{2i+1}} (x - x_{2i-1}) P(x) dx + M_{i+1} - M_i \right)$$

$$(9) \quad R_{id} = \frac{1}{L_i} \left( \int_{x_{2i-1}}^{x_{2i+1}} (x_{2i+1} - x) P(x) dx + M_i - M_{i+1} \right)$$

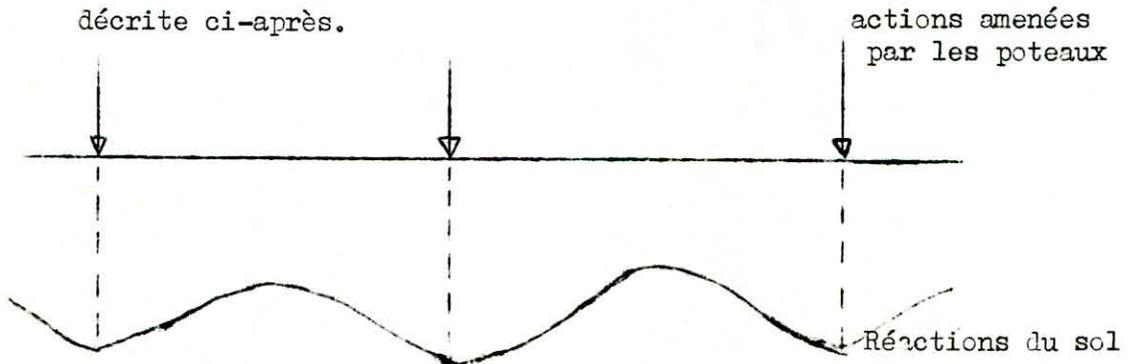
Les réactions totales au niveau de chaque appui seront égales à

$$R_i = R_{ig} + R_{id}$$

CHAPITRE - III  
 SEMELLES FILANTES SOUS POTEAUX  
 METHODOLOGIE ET RESOLUTION DU PROBLEME

III.1 RECHERCHE DE LA FORME DU POLYNOME

Dans un premier temps, ce qui nous interessait, du point de vue recherche était l'obtention d'un polynôme ayant la forme décrite ci-après.



Cette forme peut refléter la réalité physique par la présence de maxima locaux au droit des poteaux

La meilleure approximation est donnée par les polynômes aux moindres carrés. ( J. BARRÁGER " INTRODUCTION A L'ANALYSE NUMERIQUE " )

III.2 - POLYNOMES AUX MOINDRES CARRÉS :

Soient :  $y(x)$  : Une fonction cherchée

$P(x)$  : L'approximation de  $y(x)$

$P(x)$  est un polynôme de degré D de la forme :

$$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_D x^D$$

$$P(x) = \sum_{k=0}^D a_k x^k$$

D : représente le degré du polynôme

..//..

$P(x)$  est le polynome de meilleure approximation de  $y(x)$  si et seulement si l'expression :

$$e^2(a) = \sum_{i=1}^{NP} (P(x_i) - Y_i)^2 \text{ est minimale}$$

$N_p$  = Nombre de points d'approximation =  $2N + 1$

$Y_i$  : valeurs de la fonction  $y(x)$  aux points  $x_i$

La vérification de cette expression se ramène à l'écriture suivante :

$$\frac{\partial e^2(a)}{\partial a_j} = 0 \quad j = 0, 1, \dots, D$$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^{2N} (Y_i - \sum_{k=0}^D a_k x_i^k) x_i^j = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^D a_k \sum_{i=0}^{2N} x_i^{k+j} = \sum_{i=0}^{2N} Y_i x_i^j \quad (I)$$

En posant  $A_{\alpha} = \sum_{i=0}^{2N} x_i^{\alpha}$

$$V_{\alpha} = \sum_{i=0}^{2N} Y_i x_i^{\alpha}$$

$$\alpha = 0, 1, \dots, 2D$$

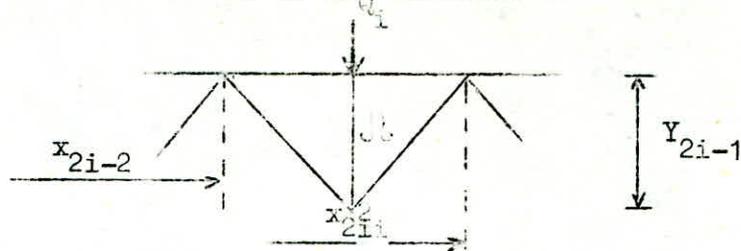
On obtient à partir de l'égalité (I) ( $j = 0, \dots, D$ )

le système matriciel suivant relatif aux  $D + 1$  équations de minimum

$$A.a = V$$

..//..





$$J_i = Q_i = \frac{(x_{2i} - x_{2i-2})}{2} Y_{2i-1}$$

$$Y_{2i-1} = \frac{2Q_i}{(x_{2i} - x_{2i-2})}$$

d'où la détermination du vecteur second membre V

Les résultats de cette première approximation, "résolution du système linéaire (A.a = V)" n'ont pas aboutis à la forme voulue (maxima locaux sous poteaux), par contre ils nous ont permis de fixer le degré du polynôme en fonction du nombre de poteaux existant.

N : Nombre de poteaux

D : degré du polynôme

$$S: \quad N < 8 \quad \begin{cases} (N : \text{pair}) & D = N + 2 \\ (N : \text{impair}) & D = N + 1 \end{cases}$$

$$N \geq 8 \quad D = 8$$

Remarque : La parité influe énormément.

### III - 3 INTRODUCTION DE CONTRAINTES ET RESULTATS :

L'introduction de contraintes imposant au polynôme une tangente horizontale au droit de chaque poteau est alors envisagée.

Les équations permettant d'introduire ces contraintes s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial P(x)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \left( \sum_{k=0}^D a_k x^k \right)}{\partial x} = \sum_{k=0}^D k a_k x^{k-1} = 0$$

$$\text{Soit : } a_1 + 2a_2 x + \dots + Da_D x^{D-1} = 0$$

On obtient ainsi N équations de cette forme

$$\text{avec } x = x_i; \quad , \quad i = 1, 3, \dots, 2N-1$$

Finalement on aboutit à un système d'équations linéaires surdéterminé de D + N + 1 équations à D + 1 inconnues (système Non Résolvable).

- PROBLEME :

Comment introduire ces contraintes pour aboutir à un système d'équations linéaires dont le nombre serait égal à celui des inconnues, sans trop modifier la matrice engendrée par la méthode des moindres carrés ?

Après maintes recherches bibliographiques, il s'est avéré que la méthode des " MULTIPLICATEURS DE LAGRANGE " permet de résoudre ce problème.

MULTIPLICATEURS DE LAGRANGE :

Contraintes :

- dérivées premières nulles au droit de chaque poteau :

$$\frac{\partial P(x)}{\partial x} = 0$$

En tenant compte du critère de Lagrange ; la meilleure approximation au sens des moindres carrés donne le système suivant :

$$(II) \begin{cases} \Delta^2(a) = e^2(a) + \sum_{t=1}^N \lambda_t \sum_{k=0}^D K_{a_k} X_{2t-1}^{k-1}, \text{ minimale (1)} \\ \sum_{t=1}^N \sum_{k=0}^D K_{a_k} X_{2t-1}^{k-1} = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$\lambda_t$  : multiplicateur de Lagrange

L'expression (1) permet d'écrire les D + 1 conditions de minimum.

$$\frac{\partial \Delta^2(a)}{\partial a_j} = 0 \quad , \quad j = 0, 1, \dots, D$$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^D a_k \sum_{i=0}^{2N} X_i^{k+j} + \sum_{t=1}^N \lambda_t X_{2t-1}^{j-1} = \sum_{i=0}^{2N} y_i X_i^j \quad (3)$$

En considérant le système d'équations (3) et (2)

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{k=0}^D a_k \sum_{i=0}^{2n} X_i^{k+j} & \sum_{t=1}^N \lambda^t X_{2t-1}^{J-1} = \sum_{i=0}^{2N} Y_i X_i^J, \quad J = 0, 1, \dots, D \\ \sum_{t=1}^N \sum_{k=0}^D K a_k x^{k-1} & = 0 \quad t = 1, \dots, N \end{aligned} \right.$$

On obtient le système matriciel suivant :

					t=1	t=N					
J=0	A <sub>0</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	.....	A <sub>D</sub>	0	0	.....	0	a <sub>0</sub>	v <sub>0</sub>
J=1	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>		A <sub>D+1</sub>	1	1	.....	1	a <sub>1</sub>	v <sub>1</sub>
	⋮	⋮	⋮			2x <sub>1</sub>	2x <sub>3</sub>	⋮	2x <sub>2n-1</sub>	⋮	
J=D	A <sub>D</sub>	A <sub>D+1</sub>	A <sub>D+2</sub>		A <sub>2D</sub>	D-1	D-1	D-1	D-1	a <sub>D</sub>	v <sub>D</sub>
						Dx <sub>1</sub>	Dx <sub>3</sub>	⋮	Dx <sub>2n-1</sub>	⋮	
t=1	0	1	2x <sub>1</sub>		Dx <sub>1</sub>	0	0	⋮	0	λ <sub>1</sub>	0
						⋮	⋮	0	0	⋮	⋮
						0	0	⋮	0	λ <sub>2</sub>	0
						⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
t=N	0	1	2x <sub>2n-1</sub>		Dx <sub>2n-1</sub>	0	0	0	0	λ <sub>n</sub>	0

On ne retiendra de la résolution de ce système que les coefficients  $a_k$ , ( K = 0, 1, ..., D )

La résolution de la matrice ainsi obtenue nous a permis d'aboutir à une forme ( de réactions du sol ) assez acceptable, forme qui présente des tangentes horizontales au droit de chaque poteau sans pour autant donner des maxima locaux.

A partir de cette résolution on a jugé utile de continuer afin de visualiser l'allure de la courbe une fois l'équilibre hyperstatique acquis.

Il fallait donc calculer

- 1) Les réactions d'appuis  $R_i$   $i=1, \dots, N$  § II-3  
 2) Les forces résiduelles (Résidus)  $res_i$   $i=1, \dots, N$

avec

$$Res_i = Action(i) - Réaction(i)$$

$$Res_i = Q_i - R_i \quad i = 1, \dots, N$$

Le but visé était de faire tendre les forces résiduelles (résidus) vers Zéro, (à 1% près)

$$\left| Res_i \right| \leq \frac{Q_i}{100} \quad i = 1, \dots, N$$

par un processus itératif

Ce processus consiste à apporter des corrections successives au pylone obtenu en première approche en redistribuant les forces résiduelles obtenues à l'itération précédente sur chacune des réactions.

La convergence du processus itératif s'est avérée très lente, (dès que  $N > 3$ ), du fait de l'absence de contraintes aux extrémités (conditions aux limites).

Ceci nous contraint à tenir compte des conditions aux limites (fixation des tangentes aux extrémités) qui portent le nombre d'équations du système à  $D + N + 3$ .

L'introduction de ces nouvelles contraintes n'a donné aucune amélioration. Elle a engendré un nouveau problème.

- perturbations incontrôlables des forces résiduelles, dues à la liberté des concavités sous poteaux intermédiaires.

../..

Pour permettre de contrôler la variation du signe de la concavité de la courbe au droit des poteaux pour les polynômes résiduels, on a jugé utile d'introduire la condition de concavité et ce en fixant la valeur de la dérivée seconde sous chaque poteau.

Il fallait donc trouver un polynôme vérifiant les conditions suivantes :

- Tangente horizontale sous chaque poteau
- Dérivée seconde négative sous chaque poteau tout en déterminant le polynôme d'approximation par la méthode des moindres carrés.

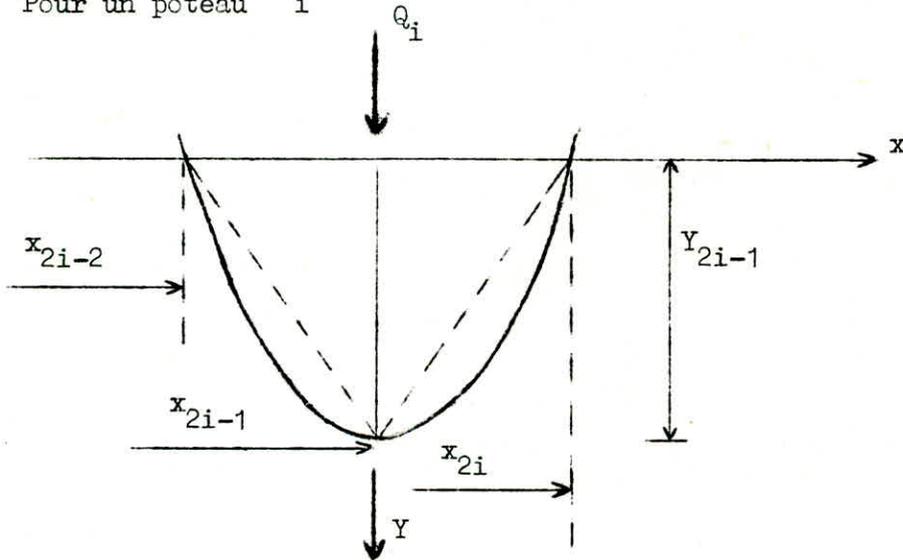
PROBLEME :

Quelle valeur, fallait-il fixer à la dérivée seconde ?

La dérivée seconde sous poteau a été prise égale à la valeur que prendrait la dérivée seconde d'un polynôme du second degré, passant par trois points consécutifs entourant chaque poteau.

Valeur de la dérivée seconde :

Pour un poteau  $i$



$$P_0(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

$$\text{dérivée seconde} = \frac{\partial^2 P_0}{\partial x^2} = 2 a_2 \quad (4)$$

On écrit le système : 3 équations à 3 inconnues

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0(0) = Y_{2i-1} \Rightarrow a_0 = Y_{2i-1} \\ P_0(x_{2i} - x_{2i-1}) = a_0 + (x_{2i} - x_{2i-1}) a_1 + (x_{2i} - x_{2i-1})^2 a_2 = 0 \\ P_0(x_{2i-2} - x_{2i-1}) = a_0 - (x_{2i-1} - x_{2i-2}) a_1 + (x_{2i-1} - x_{2i-2})^2 a_2 = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{-2 Y_{2i-1}}{(x_{2i} - x_{2i-1})(x_{2i-1} - x_{2i-2})} \quad (5)$$

(5) dans (4)

La dérivée seconde au droit du poteau i :

$$d_{2i-1} = \frac{-4 Y_{2i-1}}{(x_{2i} - x_{2i-1})(x_{2i-1} - x_{2i-2})}$$

l'écriture permettant d'introduire ces nouvelles contraintes est la suivante .

$$\frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} = d$$

$$\sum_{k=0}^D K(K-1) a_k X^{k-2} = d$$

Soit :  $2 a_2 + 2,3 x + \dots + D(D-1) a_D x^{D-2} = d$

avec  $x = x_i$   
 $d = d_i$   $i = 1,3,\dots,2N-1$

Multiplicateurs de Lagrange :

Contraintes :

- Tangente horizontale sous chaque poteau
- dérivée seconde négative sous chaque poteau.

La meilleure approximation s'obtient en écrivant le système suivant :

$$\sqrt{\Delta}^2(a) = \Delta^2(a) + \sum_{l=1}^N \lambda_{n+1} K(k-1) a_k x_{2l-1}^{k-2} \quad \text{minimale}$$

$$\sum_{t=1}^N \sum_{k=0}^D K a_k x_{2t-1}^{k-1} = 0$$

$$\sum_{l=1}^N \frac{\lambda_{n+1}}{K} (k-1) a_k x_{2l-1}^{k-2} = \frac{-4 Y_{2l-1}}{(x_{2l-1} - x_{2l-2})(x_{2l-1} - x_{2l-4})}$$

Qui s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$A_0$	$A_1; \dots$	$\dots A_D$	$0 \dots 0$	$0 \dots 0$	$0 \dots 0$	$a_0$	$v_0$	
$A_1$	$A_2 \dots$	$\dots A_{D+1}$	$1$	$1$	$0$	$0$	$a_1$	$v_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$2x_1$	$2x_{2n-2}$	$2$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$A_D$	$A_{D+1}$	$\dots$	$A_{2D}$	$D-1$	$D-1$	$\vdots$	$a_D$	$v_D$
$0$	$1$	$2x_1$	$Dx_1$	$0$	$0$	$\lambda_1$	$0$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$0$	$1$	$2x_{2n-1}$	$Dx_{2n-1}$	$D-1$	$0$	$\lambda_N$	$0$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$0$	$0$	$2$	$D(D-1)x_{n-1}$	$D-2$	$0$	$\lambda_{N+1}$	$a_1$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$0$	$0$	$2$	$D(D-1)x_{2N-1}$	$D-2$	$0$	$\lambda_{2N}$	$a_{2N-1}$	

La résolution de ce dernier système nous a permis d'aboutir à des résultats partiels.

- Résultats exploitables pour  $N \leq 3$   
(forme de réactions de sol et équilibre hyperstatique obtenus)
- Pour  $N \geq 4$   
(forme incohérente, aucune contrainte n'est vérifiée (dérivée première nulle, dérivée seconde négative)).

Une première réflexion nous a permis d'émettre des doutes quant aux potentialités de calcul, qu'offrait la méthode de résolution de GAUSS (pivot partiel total) choisie pour la résolution.

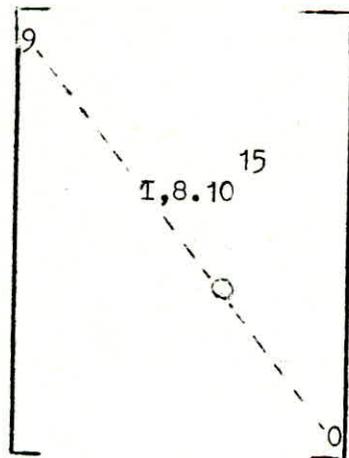
Pour éliminer ce doute on a mis au point un autre programme de résolution fondé sur la méthode de JORDAN (Stratégie du pivot total).

Les résultats ne furent pas meilleurs que ceux donnés par la méthode de GAUSS.

Les erreurs d'arrondies commises lors des différentes étapes de calcul (normalisation et Réduction), sont les principales causes qui rendent les résultats éronés.

En réalité ces erreurs proviennent de la nature de la matrice elle-même, celle-ci étant "mal conditionnée" (ordre de grandeur des termes de la diagonale trop variable).

Exemple : pour  $N = 4$  poteaux



Système 15 x 15

Les méthodes de résolution numériques ne sont en effet que des techniques de calcul approximatives auxquelles l'Ingénieur a recours dans la modélisation des problèmes scientifiques . L'intérêt primordial de cette modélisation réside dans la présentation de façon concise des relations de causes à effet assez complexes.

Cette complexité se traduit généralement par l'obtention d'un système d'équation du type surdéterminé, mal conditionné; ect.....

Le mal conditionnement de la matrice à laquelle on a aboutit a été un des plus épineux problèmes rencontrés, ceci est du à l'imprécision que donnent les différentes méthodes de résolution adoptées ( GAUSS, JORDAN ).

Finalement il s'avère que la méthode d'amélioration de la précision des racines appelée aussi " DEGROSSISSAGE " permet d'apporter des corrections assez intéressantes sur les résultats donnés par la méthode de résolution de GAUSS. Ces corrections doivent être dans une certaine limite de petitesse, en valeur absolue.

Le dégrossissage n'eut qu'un effet partiel dans la matrice globale (toutes contraintes considérées tangente horizontale, dérivée seconde négative sous chaque poteau).

Cette matrice devient difficilement résolvable sinon impossible dès que le nombre de poteaux ~~dépasse~~ trois (3).

On a envisagé de diminuer le rang de la matrice qui augmentait considérablement lorsque le nombre de poteaux ~~croissait~~. Ce qui fût réalisé en éliminant certaines contraintes telle que celles des dérivées secondes négatives sous poteaux, à ce stade les résultats devenaient plus probants ce qui permettait déjà de résoudre des semelles continues sollicitées par un maximum de six (06) poteaux, sans influencer considérablement la forme générale du polynôme..

../..

Cependant la convergence lente rencontrée lors des itérations demeure une faiblesse à laquelle il fallait remédier.

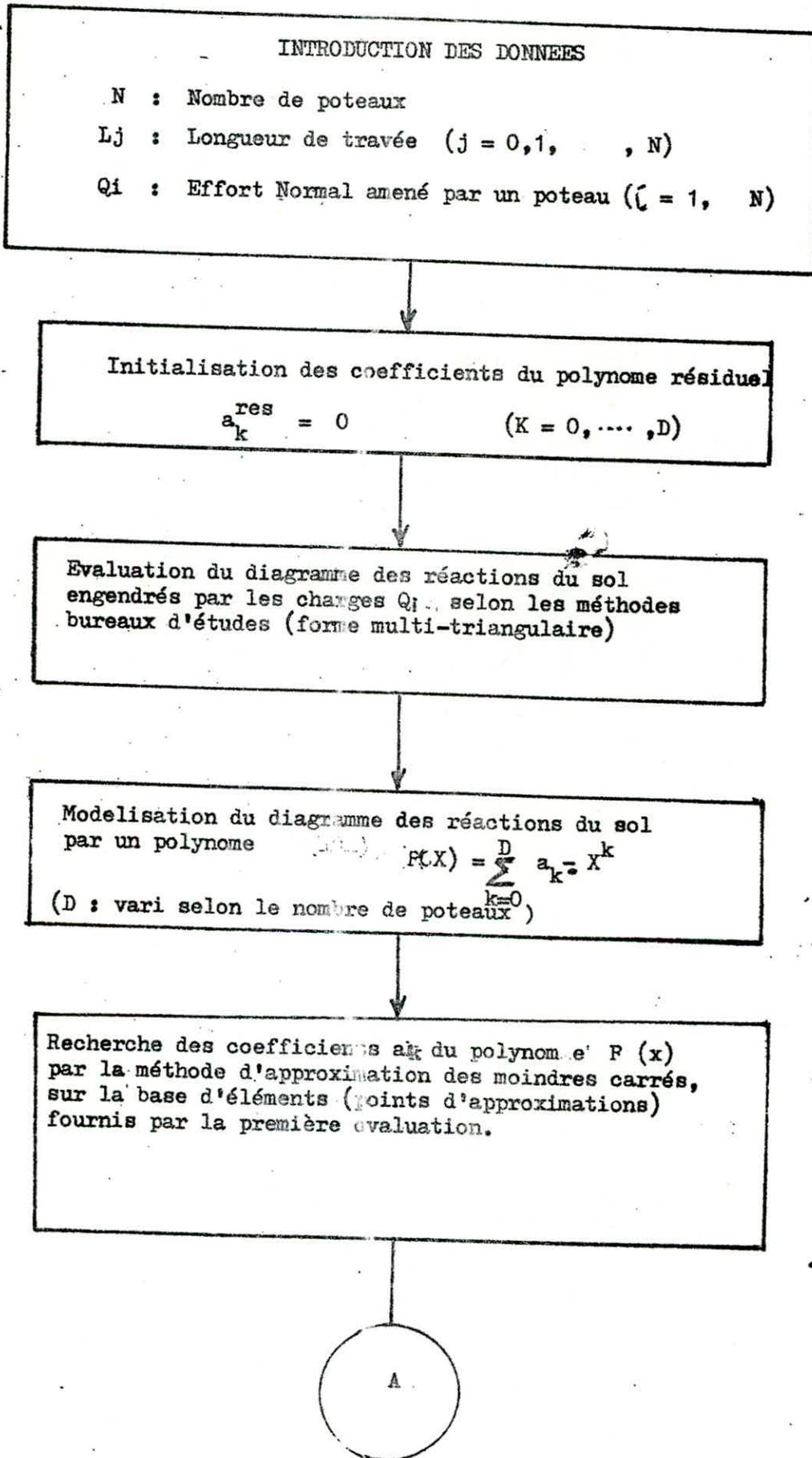
Le dégrossissage n'a donné les résultats escomptés dans la précision des racines, qu'une fois appliqué à la matrice déterminée par la méthode des moindres carrés sans contraintes.

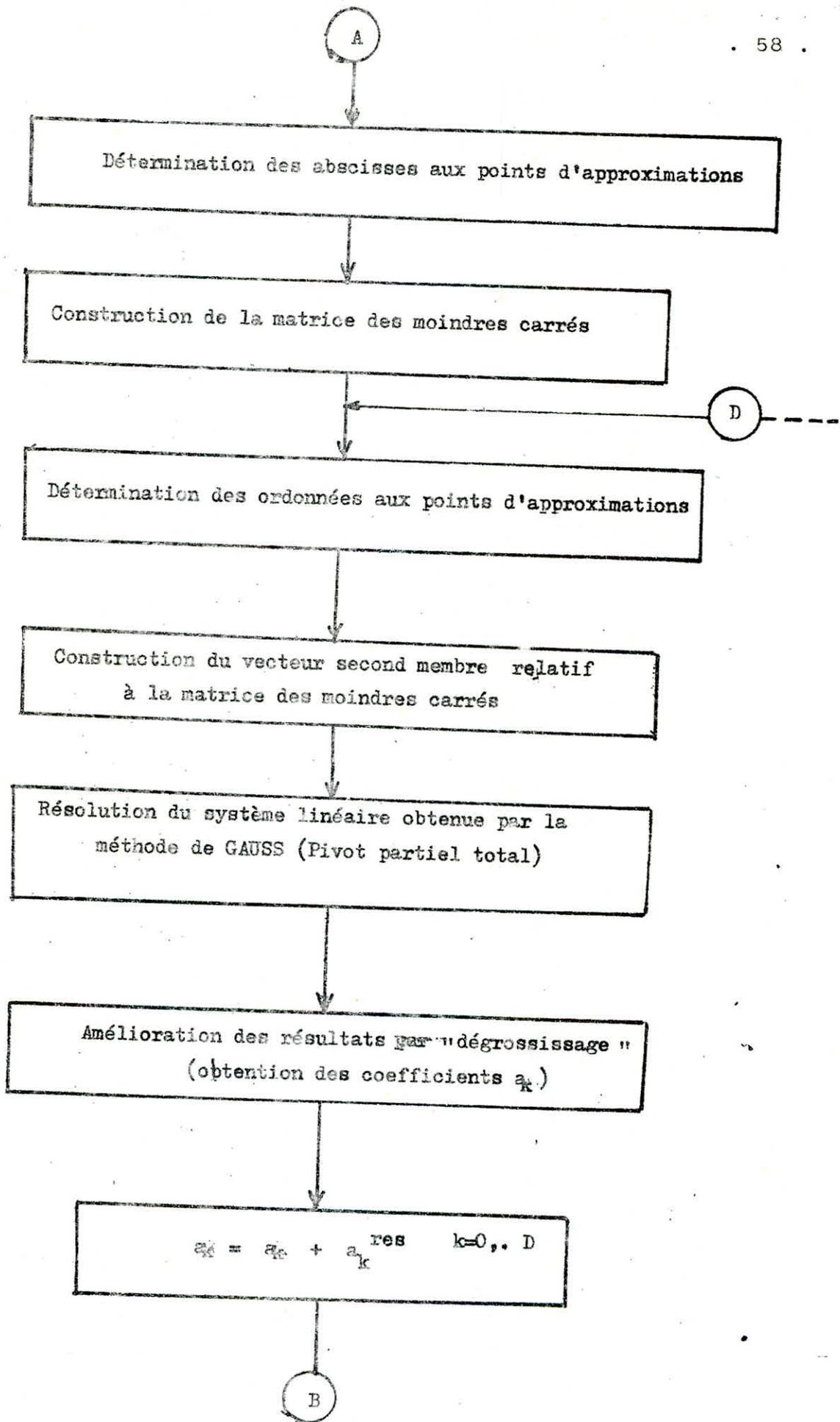
L'exactitude des racines ainsi obtenues rendait l'approximation du polynôme  $P(x)$  par la méthode des moindres carrés possible.

Le processus itératif permettant d'aboutir au polynôme  $P(x)$  susceptible d'obtenir l'équilibre hyperstatique de la poutre converge rapidement.

Les formes que prend ce polynôme reflètent sensiblement la réalité physique sans pour autant fixer les maxima locaux sous poteaux.

- EVALUATION DES REACTIONS DU SOL
- LE LONG D'UNE SEMELLE CONTINU SOUS POTEAUX
- EVALUATION DES EFFORTS INTERNES







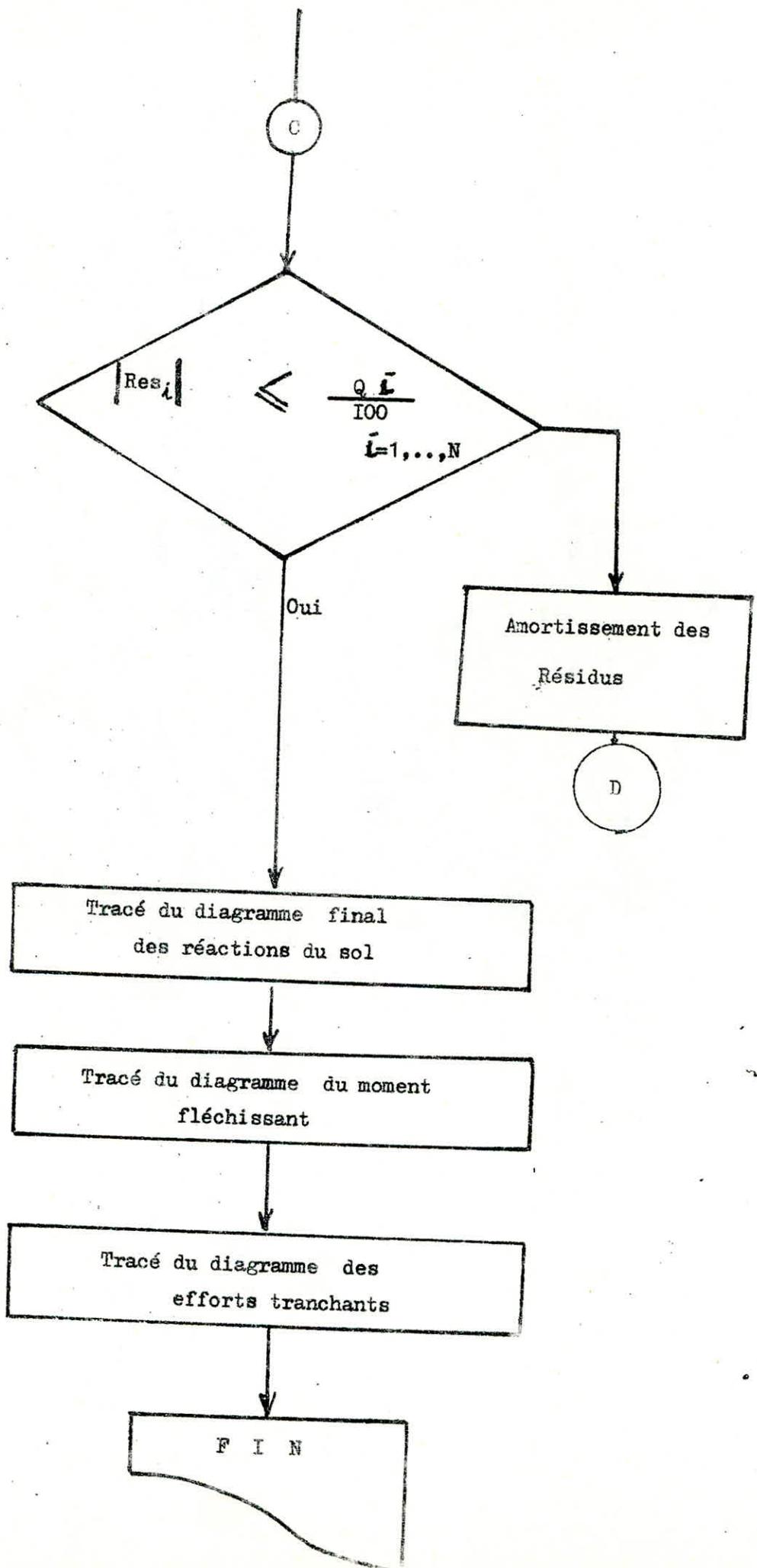
Obtention du polynome  $P(x) = \sum_{k=0}^N a_k x^k$   
définissant les réactions du sol  
tout au long de la semelle

Etude RDM (résistance des matériaux) de la semelle  
prise comme une poutre renversée appuyée sur les  
poteaux et chargée par  $P(x)$   
(Méthode des trois moments)

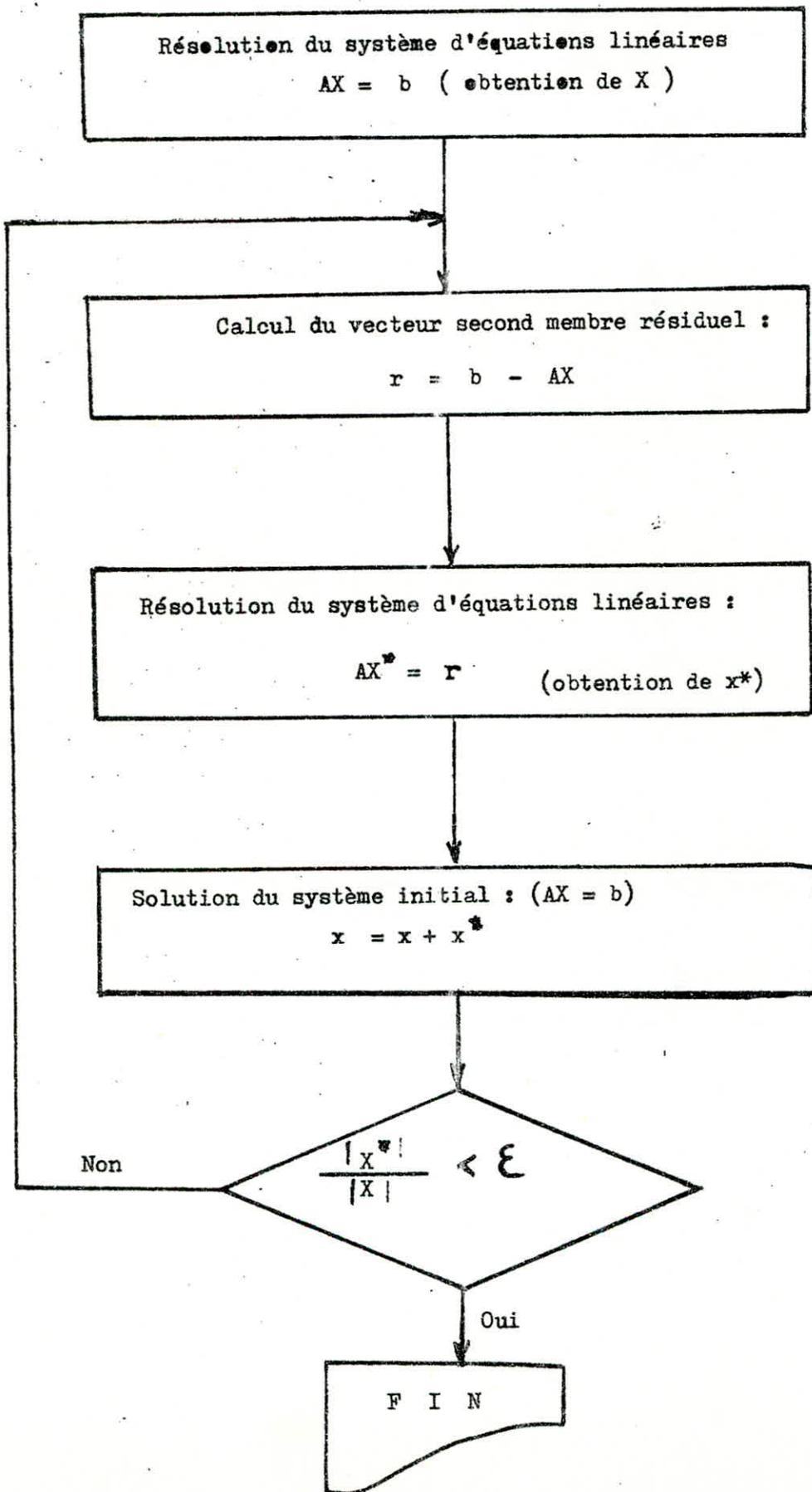
Obtention des réactions  $R_i$  au  
droit de chaque appui  
( $i = 1, \dots, N$ )

Détermination des résidus  
 $R_{es}(\xi) = Q_i - R_i \xi$   
( $\xi = 1, \dots, N$ )





- DEGROSSISSAGE - ORGANIGRAMME -



/// O N C \_ L U S I O N

En conclusion nous tenons à exprimer notre grande satisfaction pour ce qui est de l'orientation de notre étude qui est en grande partie de recherche.

L'avantage de ce genre de travail, permet à l'étudiant une grande liberté d'initiative vue la spécificité du problème.

Cela nous a permis entre autre d'apprendre la programmation (en B.A.S.I.C.) sans quoi notre étude serait impossible à réaliser.

Finalement notre travail s'est soldé par la mise au point de deux programmes :

- . Programme de calcul des semelles isolées centrées permettant un gain de temps d'exécution pour les bureaux d'études (temps d'exécution de l'ordre de 2 à 3 secondes) et plans d'exécution.

./.

- . Programme de calcul des semelles filantes sous poteaux tenant compte de l'équilibre hyperstatique de la poutre, grâce à une approche des réactions du sol conséquentes.

-o- B I B L I O G R A P H I E -o-

---

A. GUERRIN " Traité de béton armé " Ed DUNOD

J. COSTET G.SANGLERAT " Cours Pratique de Mécanique de Sols "  
T2 - Ed DUNOD

TIMOTSHENKO "R.D.M." T2 - Ed DUNOD

BELAZOUGHY " Traité de béton armé " O.P.U.

D.T.U. 13.1 (Semelles superficielles)

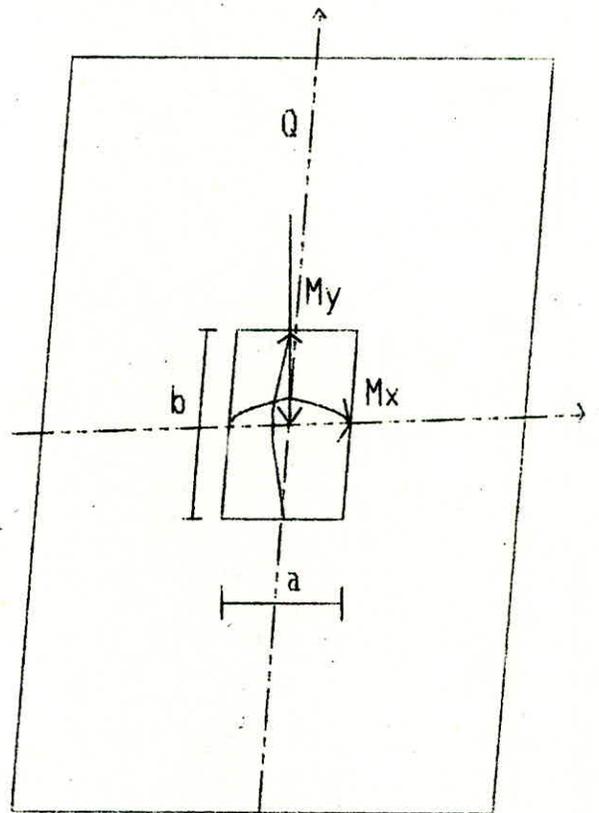
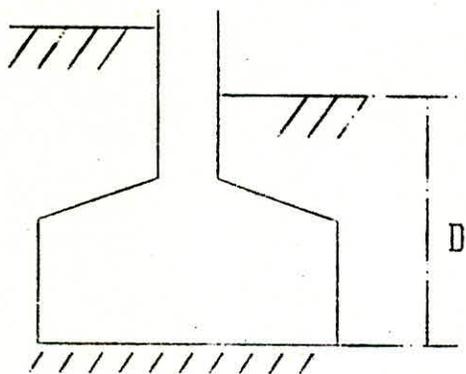
J.BARANGER "Introduction à l'analyse numérique collection  
méthodes

M.BOUMAHRAT A GOURDIN " Méthodes numériques appliquées " O.P.U.

B.DEMEDOVITCH et IMARON " Eléments de calcul numérique "  
Ed MOSCOU

N.BAKHVALOV " Méthodes numériques " Ed MOSCOU.

-----oOo-----



# CALCUL DE SEMELLE ISOLEE SUR SOL

(dimensionnement et ferrailage)  
ADMAN & SAADI

\*\*\*\*\*  
 \*\*| CALCUL DE SEMELLE ISOLEE |\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*| DIMENSIONS DE LA SEMELLE |\*\*\*\*\*

*****	A (cm)		B (cm)		HT (cm)	*****
*****	255		225		60	*****

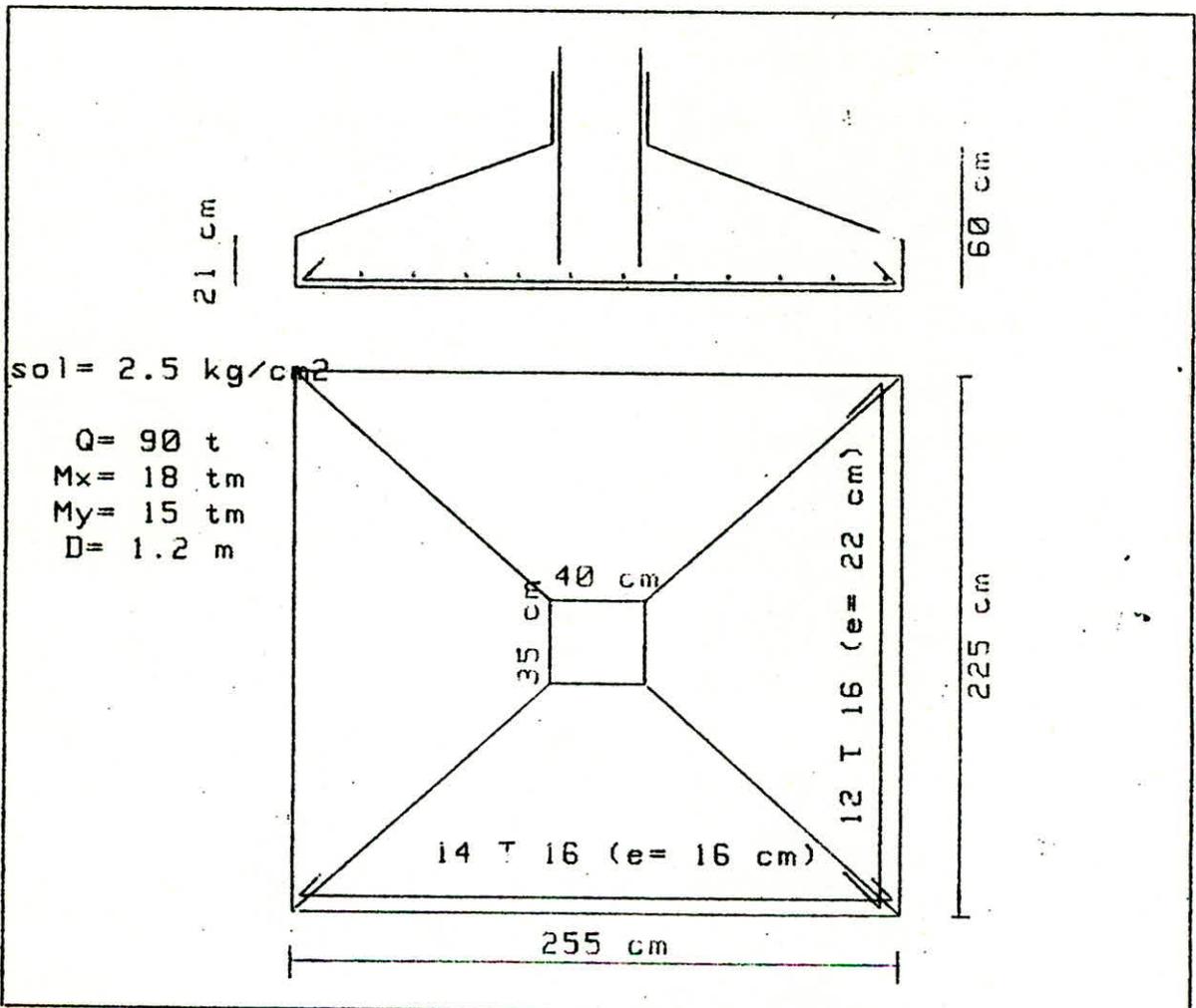
\*\*\*\*\*| CONTRAINTE DU SOL |\*\*\*\*\*

*****	2.453	(kg/cm <sup>2</sup> )	*****
-------	-------	-----------------------	-------

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*| FERRAILLAGE |\*\*\*\*\*

*		Armatures // au Cote A		Armatures // au Cote B	*
* Armatures					*
* Calculees		26.89 (cm <sup>2</sup> )		23.47 (cm <sup>2</sup> )	*
* Armatures					*
* Choisies		14 T 16 = 28.14 (cm <sup>2</sup> )		12 T 16 = 24.12 (cm <sup>2</sup> )	*
* Longueur					*
* de Crochet		15 (cm)		25 (cm)	*
* Espacement		16 (cm)		22 (cm)	*

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*  
 \* SEMELLE AVEC GLACIS : H1 = 21 (cm) \*  
 \*\*\*\*\*



\*\*\*\*\*  
 \*\*| CALCUL DE SEMELLE ISOLEE |\*\*  
 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*| DIMENSIONS DE LA SEMELLE |\*\*\*\*\*

*****	A (cm)		B (cm)		HT (cm)	*****
*****	235		205		55	*****

\*\*\*\*\*| CONTRAINTE DU SOL |\*\*\*\*\*

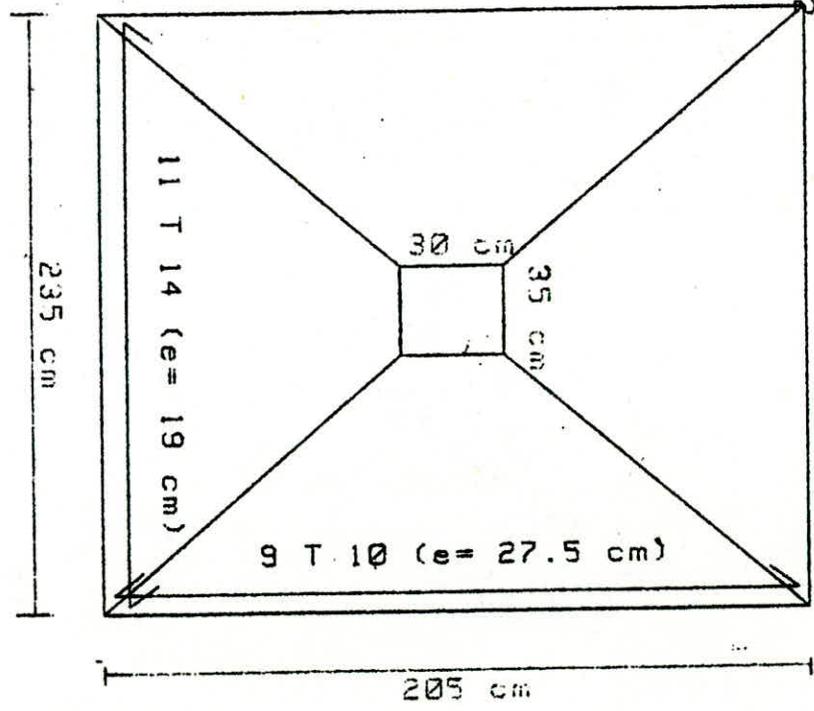
\*\*\*\*\*| 1.345 (kg/cm<sup>2</sup>) |\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*| FERRAILLAGE |\*\*\*\*\*

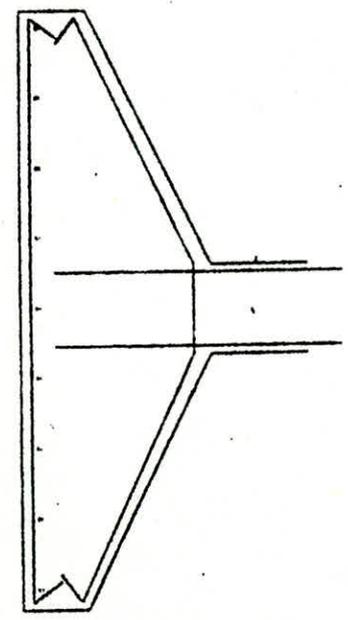
	Armatures // au Cote A		Armatures // au Cote B	*
armatures calculees	15.75 (cm <sup>2</sup> )		6.92 (cm <sup>2</sup> )	*
armatures choisies	11 T 14 = 16.93 (cm <sup>2</sup> )		9 T 10 = 7.06 (cm <sup>2</sup> )	*
longueur le Crochet	15 (cm)		15 (cm)	*
espacement	19 (cm)		27.5 (cm)	*
armatures superieures	12 T 10 = 9.42 (cm <sup>2</sup> )		8 T 10 = 6.28 (cm <sup>2</sup> )	*
espacement	20 (cm)		27.5 (cm)	*

\*\*\*\*\*  
 \* SEMELLE AVEC GLACIS : H1 = 19 (cm) \*

sol = 2 kg/cm<sup>2</sup>  
Q = 15 t  
M<sub>x</sub> = 18 tm  
M<sub>y</sub> = 5 tm  
D = 1 m



19 cm



55 cm

\*\*\*\*\*

\* ITERATION NUMERO : 0 \*

\*\*\*\*\*

\*\*\* POTEAU:

**	ACTIONS (tonnes)	*****	REACTIONS (tonnes)	*****
*** 1 **	45	*****	47.2142385573	*****
*** 2 **	55	*****	51.0992959148	*****
*** 3 **	70	*****	75.5338517051	*****
*** 4 **	60	*****	60.0275363022	*****
*** 5 **	55	*****	59.1058880667	*****

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

\* ITERATION NUMERO : 1 \*

\*\*\*\*\*

\*\*\* POTEAU:

**	ACTIONS (tonnes)	*****	REACTIONS (tonnes)	*****
*** 1 **	45	*****	44.9532834639	*****
*** 2 **	55	*****	55.080644875	*****
*** 3 **	70	*****	70.741716312	*****
*** 4 **	60	*****	59.5778106612	*****
*** 5 **	55	*****	54.7438085963	*****

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

\* ITERATION NUMERO : 2 \*

\*\*\*\*\*

\*\*\* POTEAU:

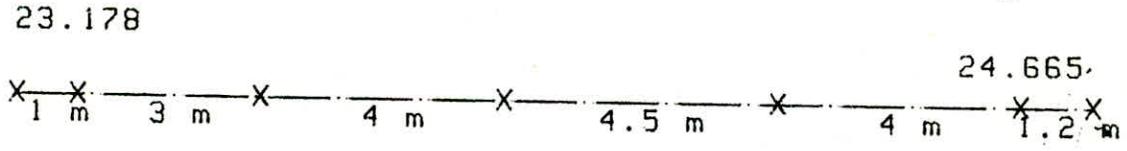
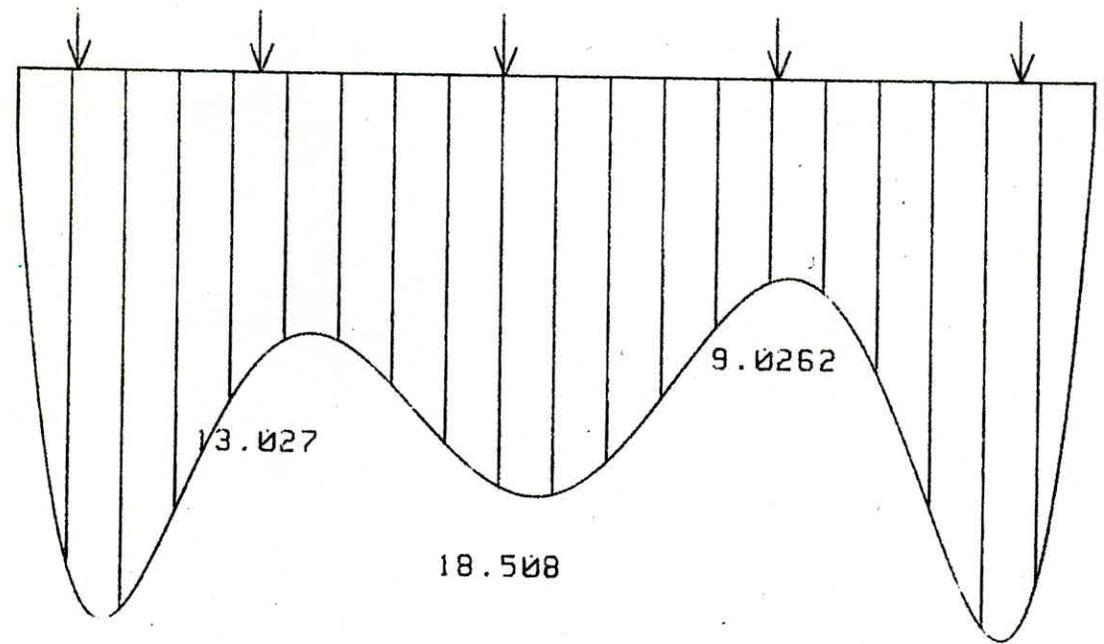
**	ACTIONS (tonnes)	*****	REACTIONS (tonnes)	*****
*** 1 **	45	*****	45.0276113975	*****
*** 2 **	55	*****	54.9187242358	*****
*** 3 **	70	*****	70.1017789311	*****
*** 4 **	60	*****	59.9416705328	*****
*** 5 **	55	*****	55.0010136695	*****

\*\*\*\*\*

DIAGRAMME DE REACTION DU SOL (t/ml)

$R(\max) = 25.082$

45 t    55 t    70 t    60 t    55 t



X 1 m X 3 m X 4 m X 4.5 m X 4 m X 1.2 m X

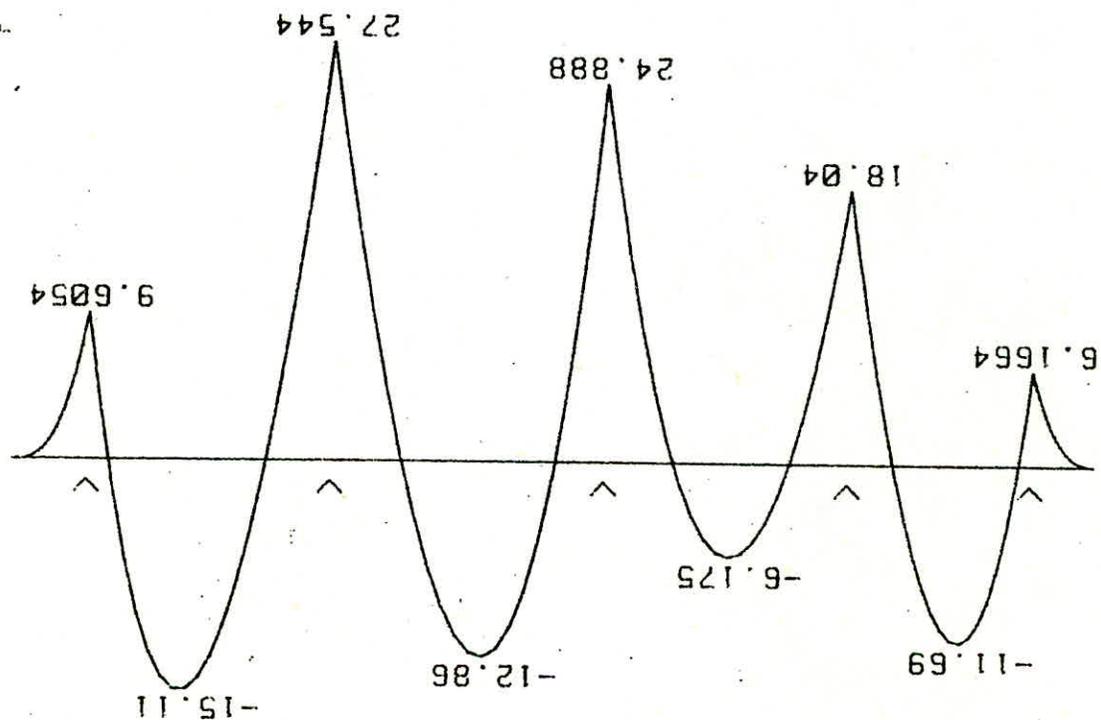
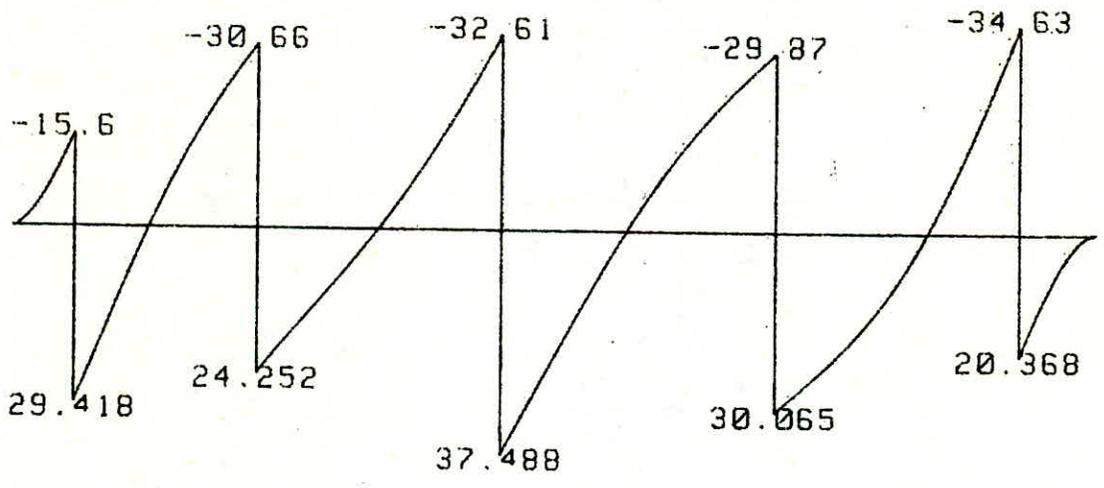


DIAGRAMME DU MOMENT FLECHISSANT (t.m)

# DIAGRAMME DE L'EFFORT TRANCHANT (t)



\*\*\*\*\*  
\* ITERATION NUMERO : 0 \*

\*\*\*\*\*  
\*\*\* POTEAU:  
\*\*            \*\*    ACTIONS (tonnes)   \*\*\*\*\*            REACTIONS (tonnes)           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 1 \*\*        50                   \*\*\*\*\*            55.2381866555           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 2 \*\*        70                   \*\*\*\*\*            73.0931126921           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 3 \*\*        90                   \*\*\*\*\*            88.1006857028           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 4 \*\*        85                   \*\*\*\*\*            83.6477546161           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 5 \*\*        65                   \*\*\*\*\*            67.6670310299           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 6 \*\*        55                   \*\*\*\*\*            60.8956364975           \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
\* ITERATION NUMERO : 1 \*

\*\*\*\*\*  
\*\*\* POTEAU:  
\*\*            \*\*    ACTIONS (tonnes)   \*\*\*\*\*            REACTIONS (tonnes)           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 1 \*\*        50                   \*\*\*\*\*            49.8964176875           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 2 \*\*        70                   \*\*\*\*\*            70.1516128125           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 3 \*\*        90                   \*\*\*\*\*            89.7536085154           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 4 \*\*        85                   \*\*\*\*\*            84.7757133266           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 5 \*\*        65                   \*\*\*\*\*            65.0617122207           \*\*\*\*\*  
\*\*\* 6 \*\*        55                   \*\*\*\*\*            54.897755183           \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

DIAGRAMME DE REACTION DU SOL (t/m)

$R(\text{max}) = 27.392$

50 t    70 t    90 t    85 t    65 t    55 t

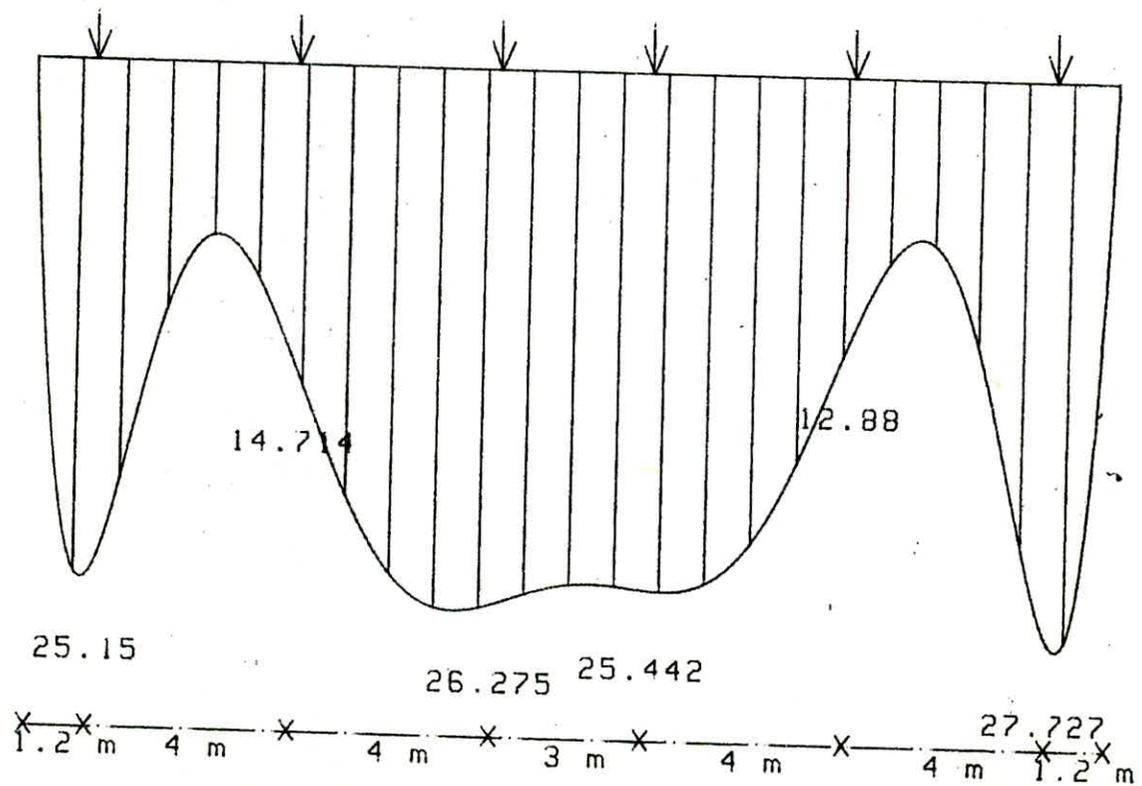
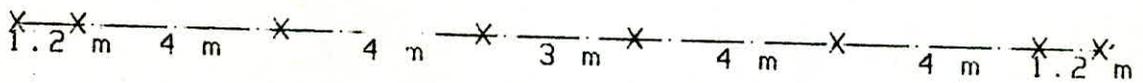
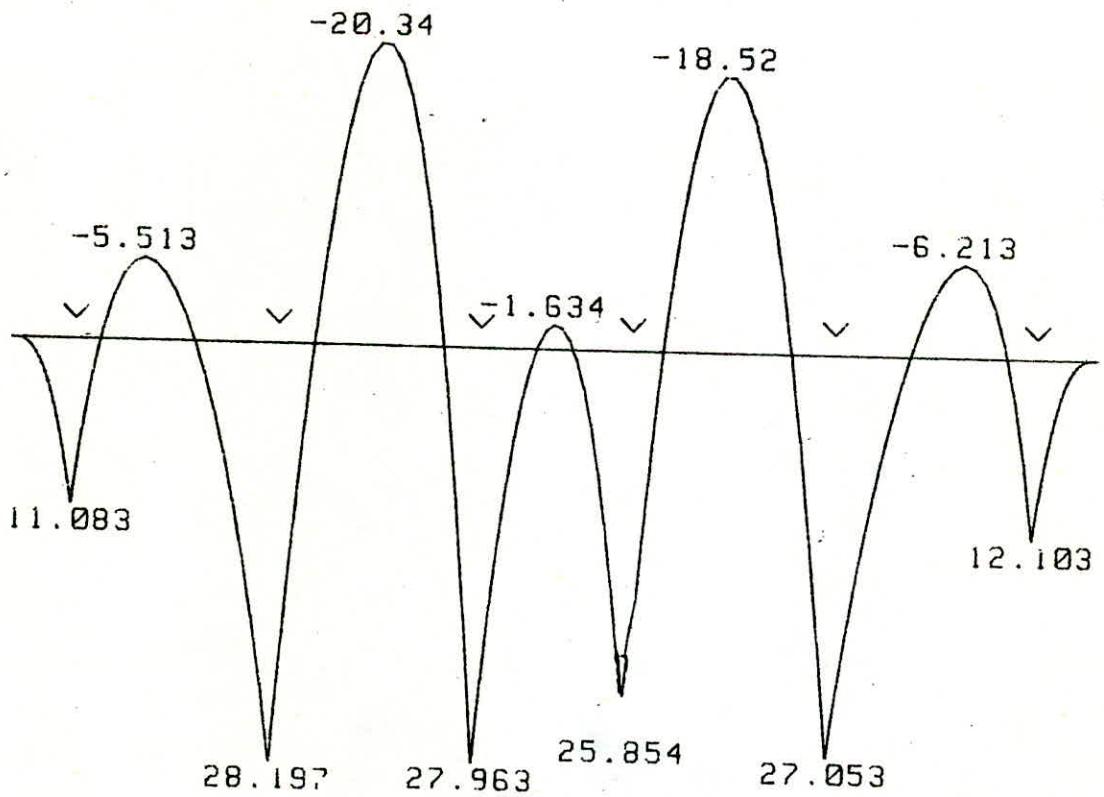


DIAGRAMME DU MOMENT FLECHISSANT (t.m)



# DIAGRAMME DE L'EFFORT TRANCHANT (t)

