

9w esc  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Genie-Civil

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**SUJET**

ETUDE D'UN PONT-DALLE  
EN BETON PRECONTRAINTE

Proposé par :  
E.N.G.O.A

Etudié par :  
BOUKARAOUN. Bachir  
BENADROUCHE. Hamid

Dirigé par :  
M<sup>me</sup> MOHABEDDINE .

PROMOTION : JANVIER 85

ملخص :

مشروعنا السنة النهائية تحتوي على دراسة وحساب  
جسر من نوع مستمر مكون من معزبتين.  
فإننا نتطرق إلى دراسة هذا الجسر المصنوع من  
البيتون المسبق للإجهاد.  
فإن البيتون يكون مسبقا للإجهاد طويلا و مسلح عرضيا.

RESUME :

Notre projet de fin d'études porte sur l'étude et le  
calcul d'un pont dalle continue constitué de deux travées.  
On s'intéressera uniquement au tablier de ce pont en béton  
précontraint. Notre dalle sera précontrainte longitudinalement  
et ferrillée transversalement.

SUMMARY :

Our project of final studies consists in study of a  
slab bridge continued with two spans.  
We will interest only in platform of this bridge.  
So, our slab will be prestressed in longitudinal direction  
and with steel in transverse direction.

## Remerciements

- Nous tenons à remercier tous les professeurs qui ont contribué à notre formation.
- Notre reconnaissance s'adresse à tous les responsables de l'Entreprise Nationale des Grands Ouvrages d'Art (E.N.G.O.A) en particulier M. BOUKARAOUN Haché, directeur financier.
- Nous remercions également toute l'équipe du Bureau d'Etude et Réalisation (B.E.R) en particulier M. KAHLERASSE et M. KETFI dont les conseils ont été d'un grand apport.
- Que M<sup>me</sup>. MOHABEDINE trouve ici notre gratitude pour tout ce qui nous a été prodigué.

## Dédicaces

- A la mémoire de mon père qui a toujours admiré le savoir et tant souhaité que nous soyons cultivés.
- A ma mère qui m'a encouragé pendant toute mes études.
- A mon frère Hacène qui m'a toujours conseillé.
- A mes frères Meziane, Amar, Kamel.
- A mes soeurs et belles-soeurs.
- A tous mes amis(ies)

Je dédie cet ouvrage.

Bachir

## Dédicaces

je dédie ce modeste travail  
à ma mère, mon père, mes  
soeurs, mon frère, ma grand-  
mère ainsi qu'à tous mes amis(ies)

Hamid

## Sommaire

I. Introduction . . . . .	1
II. Etude des lignes d'influence . . . . .	5
III. La théorie de Guyon-Massonnet . . . . .	18
IV. Etude des charges et surcharges. Moments longitudinaux. . . . .	24
V. La précontrainte . . . . .	40
VI. Le câblage . . . . .	43
VII. Vérification de la précontrainte . . . . .	64
VIII. Efforts tranchants & Réactions d'appuis . . . . .	77
IX. Efforts tranchants dans la dalle. . . . .	85
X. La flexion transversale . . . . .	93
XI. Le ferrailage . . . . .	111
XII. Ancrage . . . . .	119
XIII. Etude des appareils d'appuis. . . . .	121
XIV. Entretoise d'about . . . . .	127

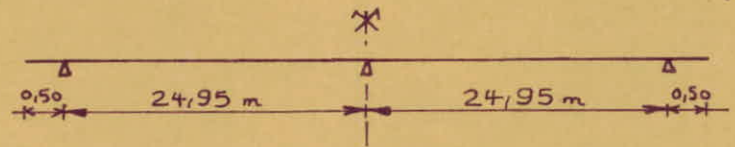
# I / Introduction

L'ouvrage que nous sommes amenés à étudier entre dans le cadre du projet de contournement de la ville de LAKHDARIA. Les travaux d'exécution commencent avec le début de l'année 1985 (projet exécutable sur le terrain). La société E.N.G.O.A, qui a pris le marché, responsable de six autres ouvrages dans le même projet, a fait en parallèle à notre étude manuelle, un calcul automatique (sur ordinateur).

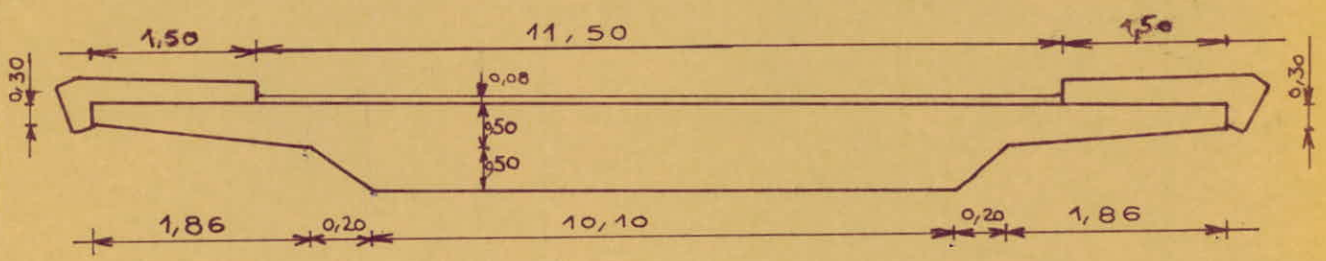
Concernant les caractéristiques essentielles de cet ouvrage, celui-ci est un pont-dalle de type PSDBP c'est à dire passage supérieur à dalle en béton précontraint.

Il est un pont continu à 2 travées égales de 24,95 m chacune. Il est donc hyperstatique. Il présente en outre un biais géométrique de 71 degrés. Enversalement, ce pont a une largeur de 14,22 m et comporte 2 encorbellements de 2,06 m supportant respectivement 2 trottoirs de 1,50 m chacun. La largeur de la chaussée étant de 11,50 m.

Longitudinalement nous aurons le schéma statique suivant



Enversalement nous aurons les détails suivants:

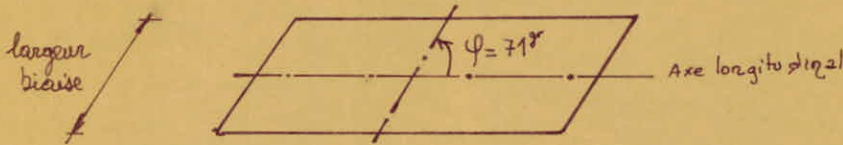


En perspective:

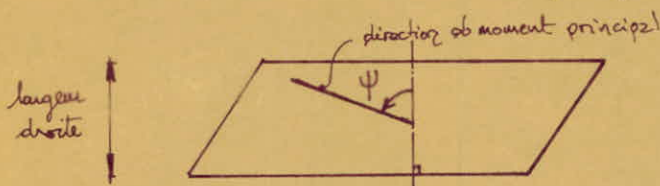


## Biais

- / Biais géométrique  $\varphi$  : c'est l'angle que fait l'axe longitudinal du pont avec la largeur biaisée  
Dans notre cas  $\varphi = 71$  grades



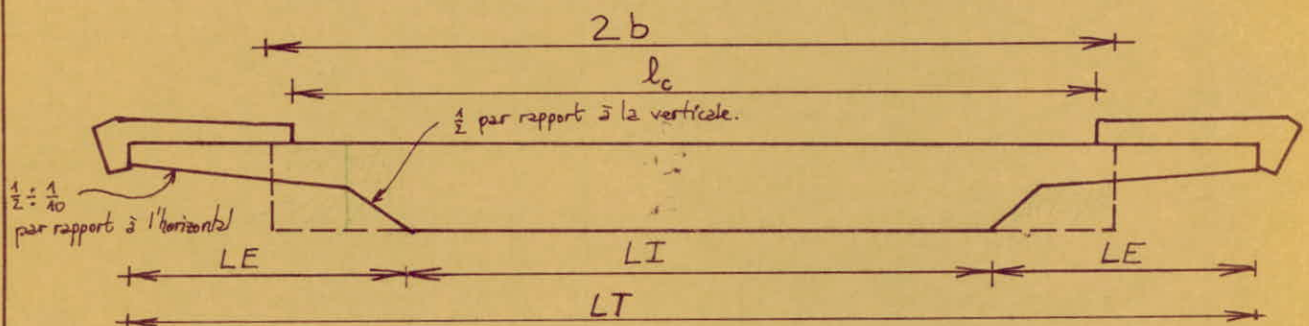
- / Biais mécanique  $\psi$  : c'est l'angle que fait la largeur droite avec la direction du moment principal



- / Relation entre le biais géométrique et mécanique

$$\begin{cases} \psi = \varphi & \text{pour } \eta < 0,5 \\ \psi = \varphi + \frac{\eta - 0,5}{2,2} (100 - \varphi) & 0,5 \leq \eta \leq 2,7 \\ \psi = 100 & \eta > 2,7 \end{cases} \quad \text{avec } \eta_i = \frac{D_i \sin \varphi}{2b} = \frac{\text{portée droite}}{\text{largeur droite}}$$

## Dimensionnement de la dalle à encorbellements



avec: LI : largeur de la nervure (INTRADOS)  
LT : largeur totale utile de l'ouvrage  
2b : largeur de la dalle rectangulaire équivalente

Il ya 3 conditions à vérifier

- ① La largeur de la nervure (intrados) est supérieure à la moitié de la largeur utile de l'ouvrage :  $LI > 0,5 LT$
- ② La largeur droite de l'encorbellement le plus important n'excède pas 1/5 de la portée biaisée déterminante :  $LE < 0,20 \text{ portée}$
- ③ La dalle rectangulaire équivalente élargie de 5% de chaque côté recouvrira entièrement la largeur surchargeable de la voie portée  
 $2b \times 1,10 > l_c$



Vérification des conditions de dimensionnement

$l_c = 11,50 \text{ m} ; LI = 10,10 \text{ m} ; LE = 2,06 \text{ m} ; LT = 14,22 \text{ m} ; 2b = 11,63 \text{ m}$

- |   |   |           |
|---|---|-----------|
| ① | $10,10 \text{ m} > 0,50 \times 14,22 = 7,11 \text{ m}$  | } vérifie |
| ② | $2,06 \text{ m} < 0,20 \times 24,95 = 4,99 \text{ m}$   |           |
| ③ | $11,63 \text{ m} \times 1,10 = 12,79 \text{ m} > 11,50$ |           |

CARACTERISTIQUES DES MATÉRIEAUX

BETON ARMÉ : ( Dosage à  $450 \text{ kg/m}^3$  de ciment CPA 325)

① Contrainte de compression admissible

a/- Contrainte de compression admissible en compression simple :

$\bar{\sigma}'_{b_0} = \alpha \beta \gamma \delta \epsilon \sigma'_{28} = 1.1.1.0,30.1.300 = 90 \text{ bars}$

b/- Contrainte de compression admissible en flexion simple :

$\bar{\sigma}'_b = 1.1.1.0,60.1.300 = 180 \text{ bars}$

② Contrainte de traction admissible

$\bar{\sigma}_b = \alpha \beta \gamma \theta \sigma'_{28} ; \theta = 0,018 + \frac{2,1}{\sigma'_{28}} : 1^{\text{er}} \text{ genre} \text{ et } \theta = 1,5 \left( 0,018 + \frac{2,1}{\sigma'_{28}} \right) : 2^{\text{eme}} \text{ genre}$

d'où  $\bar{\sigma}_b = 1.1.1. \left( 0,018 + \frac{2,1}{300} \right) . 300 = 7,5 \text{ bars}$

ACIERS

① Aciers longitudinaux et transversaux

Armatures à haute adhérence : Acier Fe40 A :  $\bar{\sigma}_{er} = \sigma'_{er} \begin{cases} 4200 \text{ kg/cm}^2 & \phi \leq 20 \\ 4000 \text{ kg/cm}^2 & \phi > 20 \end{cases}$

② Cadres et étriers

Armatures à haute adhérence :  $\bar{\sigma}_{er} = \sigma'_{er} = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$\eta = 1,6$  : coefficient de fissuration ;  $\psi = 1,5$  : coefficient de scellement.

CARACTERISTIQUES DU BÉTON NÉCESSAIRES A LA JUSTIFICATION DE LA PRÉCONTRAÎNTE

① Résistances nominales

A la compression , nous prenons :  $\bar{\sigma}_n = \sigma'_{28} = 3000 \text{ t/m}^2$ .

A la traction , nous prenons :  $\bar{\sigma}_n = \sigma'_{28} = 70 + 0,06 \sigma'_{28} = 250 \text{ t/m}^2$ .

② Contraintes admissibles

a/- Contraintes de compression admissible en service

$\bar{\sigma} = 0,42 \bar{\sigma}_n = 1260 \text{ t/m}^2$

b/- Contraintes de compression admissible en période de construction

$\bar{\sigma}_j = 0,55 \cdot \sigma_j$

- Pour un âge supérieur à 28j, on prend  $\sigma_j = \sigma_{28} = 3000 \text{ t/m}^2$
- A la première mise en précontrainte (décintrement), on pose:  $\sigma_j = 2800 \text{ t/m}^2$   
d'où:  $\bar{\sigma}_j = 0,55 \cdot 2800 = 1540 \text{ t/m}^2$ .

### c/- Contraintes de traction admissible

$\bar{\sigma}'_b = 0$  ( Nous n'admettons aucune traction dans le béton, le béton est supposé non fissuré)

### ③ Déformations du béton sous charges de courtes durées

#### a/- Module de déformation longitudinal

A la mise en précontrainte:  $E_i = 210000 \sqrt{\sigma_j} = 210000 \sqrt{2800} = 3513972,1 \text{ t/m}^2$

En service:  $E_i = 210000 \sqrt{\sigma_j} = 210000 \sqrt{3000} = 3637306,7 \text{ t/m}^2$

b/- Coefficient de poisson:  $\nu = 0,2$

### ④ Déformations différées du béton

Fluage: Le module de déformation différée est pris égal à  $\frac{1}{3} E_i$ .

$$E_v = \frac{1}{3} E_i = 70000 \sqrt{3000} = 1212435,6 \text{ t/m}^2$$

On admet que la déformation instantanée est la moitié de la déformation due au fluage seul

Le module d'élasticité dû au fluage est donné par:  $E_p = \frac{210000 \sqrt{2800}}{2}$

Retrait:  $\Delta l/l = 3 \cdot 10^{-4}$

## CARACTÉRISTIQUES DES ARMATURES DE PRÉCONTRAINTÉ

Les câbles utilisés sont du type FT15, 2III TBR D

- Module d'élasticité:  $E_a = 2 \cdot 10^7 \text{ t/m}^2$
- Contrainte de rupture garantie:  $R_G = 185000 \text{ t/m}^2$
- Contrainte caractéristique de déformation garantie:  $T_G = 0,8 R_G = 148000 \text{ t/m}^2$
- Section utile d'un câble:  $\omega = 973 \text{ mm}^2$
- Diamètre intérieur de la gaine:  $\phi_i = 60 \text{ mm}$
- Diamètre extérieur de la gaine:  $\phi_e = 66 \text{ mm}$
- Coefficient de frottement:  $f = 0,18$
- Perte de tension relative par mètre:  $\eta = 0,002$
- Perte par blocage d'ancrage:  $g = 3 \text{ mm}$
- Rayon de courbure minimum:  $R_{\min} = 5 \text{ m}$
- Relaxation à 1000h = 0,03
- Relaxation à 3000h = 0,072
- Câbles de type actif-actif (tendus par les 2 extrémités)

## II. / Etude des lignes d'influences

Pour l'étude théorique des lignes d'influences, le cheminement suivant sera suivi :

1 - Ligne d'influence du moment fléchissant sur appui.

- +  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i$
- +  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i+1$

2 - Ligne d'influence du moment fléchissant en travée.

- +  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i$  } à gauche de la section S
- +  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i+1$  } à droite de la section S

Nous obtenons des résultats symétriques quant la section S est sur la travée  $i+1$

3 - Ligne d'influence des efforts tranchants sur appuis.

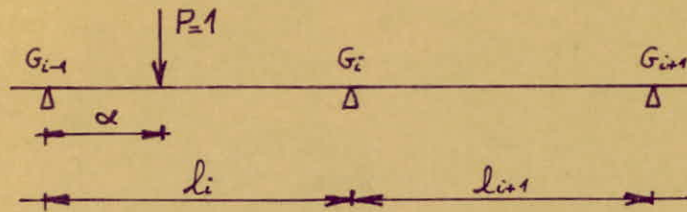
4 - Ligne d'influence des efforts tranchants en travée

- +  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i$
- +  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit ailleurs

5 - calcul des aires d'influence du moment fléchissant

1 - LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT FLÉCHISSANT SUR APPUI

a/  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i$



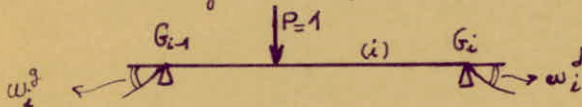
Le moment fléchissant  $M_i(\alpha)$  produit dans la section sur appui  $G_i$  par une charge unitaire d'abscisse  $\alpha$  agissant dans la travée  $i$  sera :

$$M_i(\alpha) = \frac{1}{b_i \left( \frac{1}{\varphi_i^d \varphi_i^3} - 1 \right)} \cdot \left[ \omega_i^3(\alpha) + \frac{1}{\varphi_i^d} \cdot \omega_i^d(\alpha) \right]$$

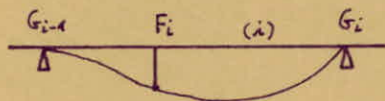
Où  $\omega_i^3(\alpha)$  et  $\omega_i^d(\alpha)$  sont les rotations des sections sur appuis de la poutre droite ( $G_{i-1}$ ,  $G_i$ ) simplement appuyée et soumise à la charge unitaire d'abscisse  $\alpha$ .

Nous aurons :  $\omega_i^3(\alpha) = -\frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \mu(\alpha, x) \cdot (l_i - x) \cdot \frac{dx}{dE}$  ;  $\omega_i^d(\alpha) = +\frac{1}{l_i} \int_0^{l_i} \mu(\alpha, x) \cdot x \cdot \frac{dx}{dE}$

$\mu(\alpha, x)$  étant la ligne d'influence du moment fléchissant



La ligne d'influence  $M_i(\alpha)$  présente dans la travée  $i$ , un point d'inflexion au droit du foyer de gauche  $F_i$  et sa concavité est tournée vers le haut, à droite de ce point d'inflexion



b/  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i+1$

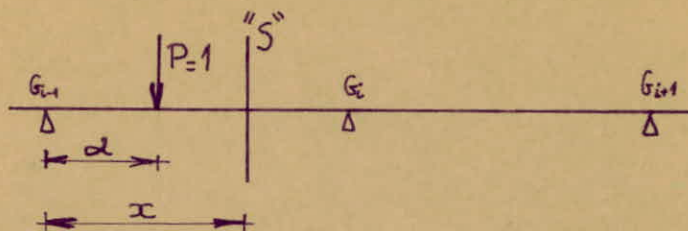
La charge unité provoque de même le moment  $M_i(\alpha)$  suivant :

$$M_i(\alpha) = \frac{1}{b_{i+1} \left( \frac{1}{\varphi_{i+1}^d \varphi_{i+1}^3} - 1 \right)} \cdot \left[ \frac{1}{\varphi_{i+1}^3} \cdot \omega_{i+1}^3(\alpha) + \omega_{i+1}^d(\alpha) \right]$$

De même, la ligne d'influence  $M_i(\alpha)$  pour la travée  $(i+1)$  présente un point d'inflexion au droit du foyer de droite  $F_{i+1}$  et sa concavité est tournée vers le haut à gauche de ce point d'inflexion

## 2 - LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT FLÉCHISSANT EN TRAVÉE

a/  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i$  (La section "S" d'abscisse  $x$  étant sur la même travée)



En travée, le moment fléchissant est donné par :

$$M(x, \alpha) = \mu(x, \alpha) + M_{i-1}(\alpha) \cdot \left(\frac{l_i - x}{l_i}\right) + M_i(\alpha) \cdot \left(\frac{x}{l_i}\right)$$

avec :  $\mu(x, \alpha)$  : ligne d'influence du moment fléchissant dans la section d'abscisse  $x$  de la poutre  $G_{i-1} G_i$  simplement appuyée

si  $P=1$  à gauche de "S" alors  $\mu(x, \alpha) = \alpha \left(\frac{l_i - x}{l_i}\right)$  et  $x \geq \alpha$

si  $P=1$  à droite de "S" alors  $\mu(x, \alpha) = x \cdot \left(\frac{l_i - x}{l_i}\right)$  et  $x \leq \alpha$ .

b/  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) n'agit pas sur la travée  $i$

La charge est appliquée hors de la travée  $i$ , nous déduisons que le moment fléchissant isostatique  $\mu(x, \alpha)$  est nul :  $\mu(x, \alpha) = 0$

d'où :

$$M(x, \alpha) = M_{i-1}(\alpha) \cdot \left(\frac{l_i - x}{l_i}\right) + M_i(\alpha) \cdot \left(\frac{x}{l_i}\right)$$

nous aboutissons à 2 cas possibles :

-  $P=1$  à gauche de  $G_{i-1}$

$$\varphi_i^d = -\frac{M_i(\alpha)}{M_{i-1}(\alpha)} \Rightarrow M_{i-1}(\alpha) = -\frac{M_i(\alpha)}{\varphi_i^d}$$

$$\text{d'où : } M(x, \alpha) = M_i(\alpha) \cdot \left[ \frac{x}{l_i} \left(1 + \frac{1}{\varphi_i^d}\right) - \frac{l_i}{l_i} \right]$$

-  $P=1$  à droite de  $G_i$

$$\varphi_i^g = -\frac{M_{i-1}}{M_i} \Rightarrow M_{i-1} = -\varphi_i^g \cdot M_i$$

$$\text{d'où : } M(x, \alpha) = M_i(\alpha) \cdot \left[ \frac{x}{l_i} (1 + \varphi_i^g) - \varphi_i^g \right]$$

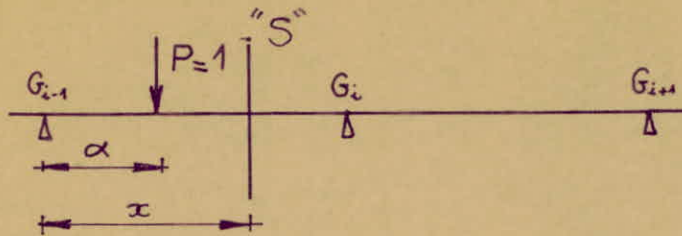
## 3 - LIGNE D'INFLUENCE D'UNE RÉACTION D'APPUÏ

Si  $T_{i+1}$  et  $T_i$  sont les efforts tranchants à droite et à gauche de l'appui  $i$  la réaction d'appui  $R_i$  est donnée par :

$$R_i(\alpha) = T_{i+1}(\alpha) - T_i(\alpha)$$

#### 4 - LIGNE D'INFLUENCE DES EFFORTS TRANCHANTS EN TRAVÉE

a/  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée  $i$  (La section "S" d'abscisse  $x$  étant sur la même travée)



En travée, l'effort tranchant est donné par :

$$T(x, \alpha) = \frac{d\mu(x, \alpha)}{dx} + \frac{M_i(\alpha) - M_{i-1}(\alpha)}{l_i}$$

b/  $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur les autres travées

$P=1$  n'agissant pas sur la travée  $i$  nous deduirons de la que :  $\frac{d\mu(x, \alpha)}{dx} = 0$ .

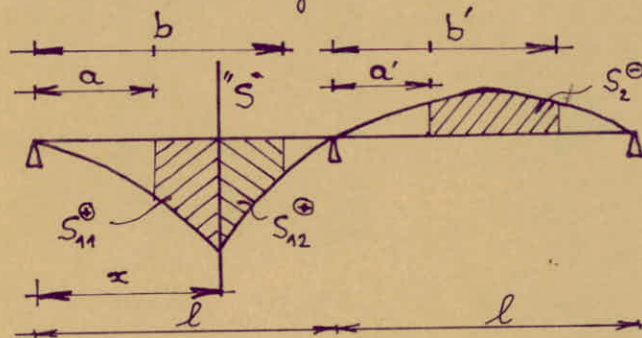
d'où : 
$$T(x, \alpha) = \frac{1}{l_i} \left( 1 + \varphi_i^3(\alpha) \right) \cdot M_i(\alpha).$$

Ceci est valable si la charge est placée à droite de la travée  $i$ , avec :  $M_{i-1} = -M_i \cdot \varphi_i^3(\alpha)$ .  
 Si la charge  $P=1$  est placée à gauche de la travée  $i$ , nous aurons :

$$T(x, \alpha) = \frac{1}{l_i} \left( 1 + \frac{1}{\varphi_i^3(\alpha)} \right) \cdot M_i(\alpha) \quad \text{avec : } M_{i-1} = -\frac{M_i}{\varphi_i^3(\alpha)}$$

#### 5 - CALCUL DES AIRES D'INFLUENCE DES MOMENTS FLÉCHISSANTS

Soit une poutre à 2 travées égales



Travée 1

Aire totale :  $S_1 = S_{11}^+ + S_{12}^+$

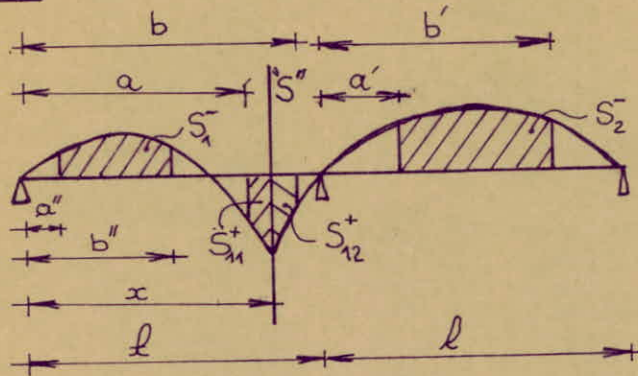
avec :  $S_{11}^+ = \int_a^x M_1(\alpha, x) d\alpha$  et  $S_{12}^+ = \int_x^b M_1'(\alpha, x) d\alpha$

$$S_1^+ = \int_a^x M_1(\alpha, x) d\alpha + \int_x^b M_1'(\alpha, x) d\alpha$$

Travée 2

$$S_2^- = \int_{a'}^{b'} M_2(\alpha, x) d\alpha.$$

Cas particulier



Le cas existe quand la section d'abscisse  $x$  est située à droite du foyer de droite de la travée 1

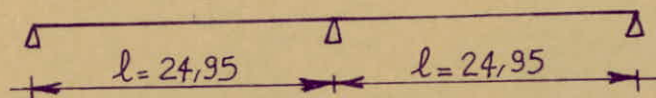
L'aire négative du moment fléchissant dans la travée 1 est donnée par :

$$S_1^- = \int_{a''}^{b''} M_1(\alpha, x) d\alpha.$$

Appliquons cette théorie à l'étude de notre projet :

Pour raisonner, pour la suite de cette étude, selon les hypothèses suivantes :

- Notre ouvrage est un pont continu à 2 travées égales de longueur  $l = 24,95\text{m}$  chacune.
- Le pont est assimilé à une poutre continue reposant sur 3 appuis, son degré d'hyperstaticité vaut le nombre des appuis intermédiaires et égale à 1
- Les rotations dues aux dénivellations d'appuis sont négligeables



Ⓐ - Détermination des constantes mécaniques ou coefficient de souplesse :

$$a_1 = a_2 = \frac{l}{3EI} \quad ; \quad b_1 = b_2 = \frac{l}{6EI} \quad ; \quad c_1 = c_2 = \frac{l}{3EI}$$

Ⓑ - Foyers

$\alpha$  / - Foyers de gauche (rappel:  $\varphi_i^g = -\frac{M_{i-1}}{M_i}$ )

$$\varphi_1^g = -\frac{M_0^0}{M_1} = 0 \quad ; \quad \varphi_2^g = -\frac{M_1}{M_2} = \frac{b_2}{c_1 + a_2} = \frac{1}{4}$$

$\beta/$  - Foyers de droite ( $\varphi_i^d = -\frac{M_i}{M_{i-1}}$ )

$$\varphi_i^d = -\frac{M_1}{M_0} = \frac{b}{c+a} = \frac{1}{4} \quad ; \quad \varphi_2^d = -\frac{M_2}{M_1} = 0$$

© - Rotations des appuis de la travée libre

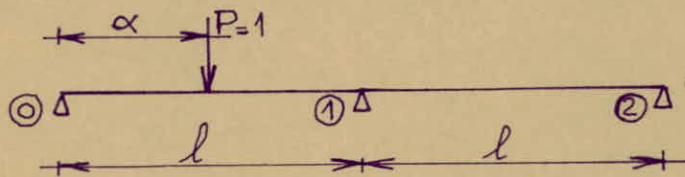
Pour la détermination des rotations  $w_1^s(\alpha)$  et  $w_2^s(\alpha)$ , les déformations dues à l'effort tranchant seront supposés négligeables. Les 2 rotations sont données par :

$$w_1^s(\alpha) = -\frac{\alpha(l-\alpha)(2l-\alpha)}{6EI \cdot l} \quad ; \quad w_2^s(\alpha) = \frac{\alpha(l-\alpha)(l+\alpha)}{6EI \cdot l}$$

ⓓ - Lignes d'influence des moments fléchissants

1 - LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT FLÉCHISSANT SUR APPUI

$\alpha/$   $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée 1



La charge unité appliquée à la travée provoque une rotation des sections sur les appuis de cette travée. Le moment créé au niveau de l'appui 1 sera :

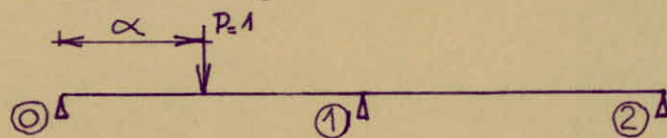
$$M_1(\alpha) = \frac{\varphi_1^d \cdot w_1^s(\alpha)}{b_1} = -\frac{\alpha(l^2 - \alpha^2)}{4l^2}$$

$\beta/$   $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée 2

$$M_1(\alpha) = \frac{\varphi_2^s \cdot w_2^s(\alpha)}{b_2} = -\frac{\alpha(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^2}$$

2 - LIGNE D'INFLUENCE DU MOMENT EN TRAVÉE

$\alpha/$   $P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée 1 (la section "S" étant sur cette même travée)



Nous avons :  $M(x, \alpha) = \mu(x, \alpha) + M_0(\alpha) \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_1(\alpha) \cdot \frac{x}{l}$

avec :  $M_0(\alpha) = 0$

$\therefore M_1(\alpha) = -\frac{\alpha(l^2 - \alpha^2)}{4l^2}$



Si  $P=1$  est à gauche de "S" c'est à dire  $x \neq \alpha \geq 0$  alors nous avons :  $\mu(x, \alpha) = \alpha \cdot \left(\frac{l-x}{l}\right)$   
 Si  $P=1$  est à droite de "S" c'est à dire  $x \leq \alpha \leq l$  alors nous aurons :  $\mu(x, \alpha) = x \cdot \left(\frac{l-\alpha}{l}\right)$

D'où nous déduisons la fonction d'influence :

$$M(x, \alpha) = \alpha \left( \frac{4l^3 - 5l^2x + \alpha^2x}{4l^3} \right) \quad \text{si } 0 \leq \alpha \leq x$$

$$M(x, \alpha) = x \left( \frac{4l^3 - 5l^2\alpha + \alpha^3}{4l^3} \right) \quad \text{si } x \leq \alpha \leq l$$

$\beta / P=1 (x=\alpha)$  agit sur la travée 2

avec :  $\mu(x, \alpha) = 0$  (car il n'existe pas de chargement sur la travée 1)

$$\text{et } M_1(\alpha) = - \frac{\alpha(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^2}$$

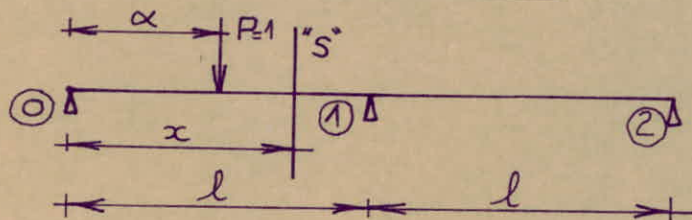
D'où nous déduisons la fonction d'influence suivante :

$$M(x, \alpha) = - \frac{\alpha(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^3} \cdot x$$

e) LIGNE D'INFLUENCE DES EFFORTS TRANCHANTS EN TRAVÉE

$\alpha /$  la section "S" se trouve dans la travée 1

$\cdot / P=1 (x=\alpha)$  agit sur la travée 1



$$\text{Nous avons : } T(x, \alpha) = \frac{dM(x, \alpha)}{dx} = \frac{d\mu(x, \alpha)}{dx} + \frac{M_1(\alpha) - M_0(\alpha)}{l}$$

$$\text{avec : } M_0(\alpha) = 0$$

$$\text{et } M_1(\alpha) = - \frac{\alpha(l^2 - \alpha^2)}{4l^2}$$

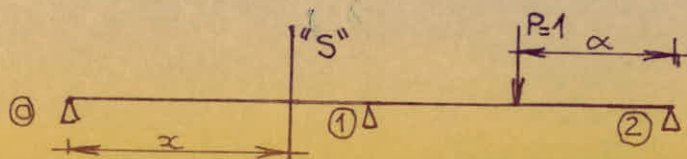
Si  $P=1$  est à gauche de "S" c'est à dire  $0 \leq \alpha \leq x$  alors nous avons :  $\mu(x, \alpha) = \frac{\alpha}{l} \cdot (l-x)$   
 Si  $P=1$  est à droite de "S" c'est à dire  $x \leq \alpha \leq l$  alors nous aurons :  $\mu(x, \alpha) = (l-\alpha) \cdot \frac{x}{l}$

D'où nous déduisons la fonction d'influence :

$$T(x, \alpha) = \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3} \quad \text{si } 0 \leq \alpha \leq x$$

$$T(x, \alpha) = 1 + \frac{\alpha^3 - 5\alpha l^2}{4l^3} \quad \text{si } x \leq \alpha \leq l$$

$\cdot / P=1 (x=\alpha)$  agit sur la travée 2



Nous avons :  $\mu(x, \alpha) = 0$  (-car la travée ou se trouve la section "S" est déchargée)

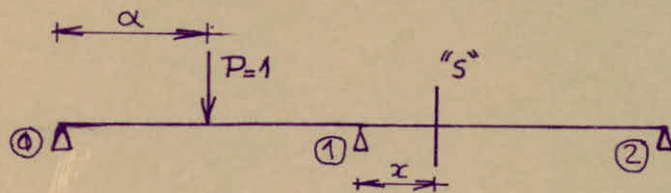
avec :  $M_0(\alpha) = 0$   
 $M_1(\alpha) = -\frac{\alpha(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^3}$

D'où nous déduisons la fonction d'influence suivante

$$T(x, \alpha) = \frac{-\alpha^3 + 3l\alpha^2 - 2l^2\alpha}{4l^3}$$

$\beta/$  la section "S" se trouve dans la travée 2

$\cdot/ P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée 1



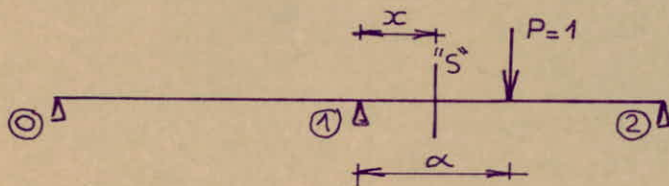
Nous avons :  $\mu(x, \alpha) = 0$  (-car la travée ou se trouve "S" est déchargée).

avec :  $M_0(\alpha) = 0$   
 et :  $M_1(\alpha) = -\alpha \frac{(l^2 - \alpha^2)}{4l^2}$

D'où nous déduisons la fonction d'influence suivante :

$$T(x, \alpha) = \frac{\alpha^3 - \alpha l^2}{4l^3}$$

$\cdot/ P=1$  ( $x=\alpha$ ) agit sur la travée 2



Si  $P=1$  est à gauche de "S" c'est à dire  $0 \leq x \leq \alpha$  alors nous avons :

$$\mu(x, \alpha) = \frac{\alpha}{l}(l-x) \quad ; \quad M_0(\alpha) = 0 \quad ; \quad M_1(\alpha) = -\frac{\alpha(l-\alpha)(2l-\alpha)}{4l^2}$$

D'où nous déduisons la fonction d'influence suivante :

$$T(x, \alpha) = \frac{3\alpha^2 l - 6\alpha l^2 - \alpha^3}{4l^3}$$

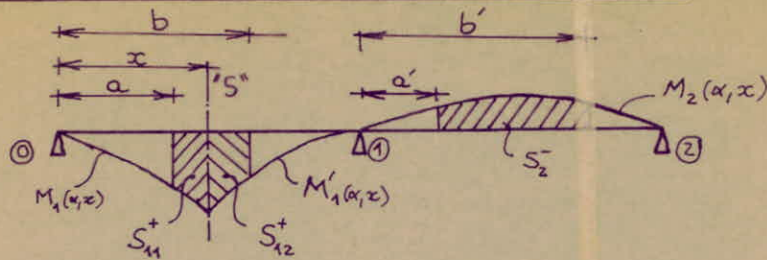
Si  $P=1$  est à droite de "S" c'est à dire  $x \leq \alpha \leq l$  alors nous aurons

$$\mu(x, \alpha) = x \left( \frac{l-x}{l} \right) \quad ; \quad M_0(\alpha) = 0 \quad ; \quad M_1(\alpha) = -\alpha \cdot \frac{(\alpha-l)(2l-\alpha)}{4l^2}$$

D'où nous déduisons la fonction d'influence suivante :

$$T(x, \alpha) = 1 + \frac{\alpha^3 - 3l\alpha^2 - 2l^2\alpha}{4l^3}$$

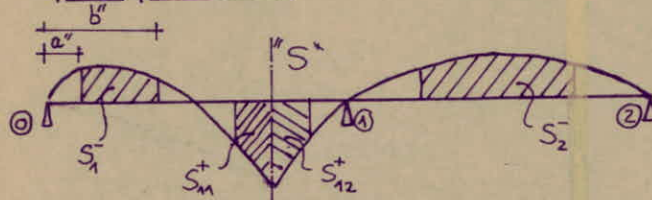
(F) - Aires des lignes d'influence



$$S_1^+ = -\frac{x^2 + a^2}{2} + \frac{5x}{8l}(a^2 - b^2) - \frac{x}{16l^3}(a^4 - b^4) + xb$$

$$S_2^- = -\frac{x}{4l^3} \left[ (b^2 - a^2)l^2 - (b^3 - a^3)l + \frac{b^4 - a^4}{4} \right]$$

Cas particulier



$S_1^+$  } mêmes expressions que précédemment.  
 $S_2^-$  }

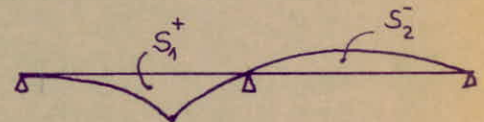
$$S_1^- = \int_{-a''}^{b''} M_1(\alpha, x) dx = \left( \frac{1}{2} - \frac{5x}{8l} \right) (b^2 - a^2) + \frac{x}{16l^3} \cdot (b^4 - a^4).$$

Le cas particulier est obtenu pour les sections S d'abscisses:  
 $x = 0,85l$  ;  $x = 0,90l$  ;  $x = 0,95l$

Dans notre cas, nous avons suivi le formulaire suivant pour établir le tableau donnant le calcul des aires.

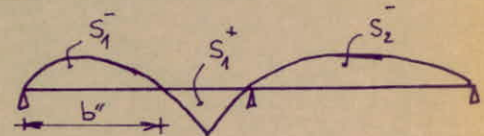
1. Séctions d'abscisse :  $x = 0,1l \div 0,8l$

$$S_1^+ = -\frac{x^2}{2} + \frac{7xl}{16} ; S_2^- = -\frac{xl}{16}$$



2. Séctions d'abscisse :  $x = 0,85l$  ;  $x = 0,90l$  ;  $x = 0,95l$

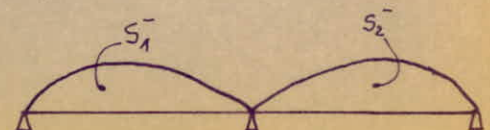
$$S_1^- = \left( \frac{1}{2} - \frac{5x}{8l} \right) b''^2 + \frac{x}{16l^3} b''^4$$



$S_1^+$  et  $S_2^-$  ayant les mêmes expressions que dans le 1.

3. Séction d'abscisse :  $x = 1,0l$

$$S_1^- = S_2^- = -\frac{xl}{16}$$



## Lignes d'influences des moments fléchissants

Sections	travées $\alpha$	0,0l	0,1l	0,2l	0,3l	0,4l	0,5l	0,6l	0,7l	0,8l	0,9l	1,0l
		$x=0,1l$	1	0,0000	2,1837	1,8762	1,5762	1,2874	1,0136	0,7585	0,5258	0,3194
	2	0,0000	-0,1066	-0,1796	-0,2227	-0,2395	-0,2339	-0,2096	-0,1703	-0,1198	-0,0618	0,0000
$x=0,2l$	1	0,0000	1,8725	3,7525	3,1524	2,5748	2,0272	1,5170	1,0516	0,6387	0,2857	0,0000
	2	0,0000	-0,2133	-0,3593	-0,4454	-0,4790	-0,4678	-0,4192	-0,3406	-0,2395	-0,1235	0,0000
$x=0,3l$	1	0,0000	1,5612	3,1337	4,7286	3,8623	3,0408	2,2754	1,5775	0,9581	0,4285	0,0000
	2	0,0000	-0,3200	-0,5389	-0,6680	-0,7186	-0,7017	-0,6287	-0,5109	-0,3593	-0,1853	0,0000
$x=0,4l$	1	0,0000	1,2499	2,5149	3,8099	5,1497	4,0544	3,0339	2,1033	1,2775	0,5714	0,0000
	2	0,0000	-0,4266	-0,7186	-0,8907	-0,9581	-0,9356	-0,8383	-0,6811	-0,4790	-0,2470	0,0000
$x=0,5l$	1	0,0000	0,9387	1,8962	2,8911	3,9421	5,0680	3,7924	2,6291	1,0396	0,7142	0,0000
	2	0,0000	-0,5333	-0,8982	-1,1134	-1,1976	-1,1695	-1,0479	-0,8514	-0,5988	-0,3088	0,0000
$x=0,6l$	1	0,0000	0,6275	1,2774	1,9723	2,7345	3,5866	4,5509	3,1549	1,9162	0,8570	0,0000
	2	0,0000	-0,6400	-1,0778	-1,3361	-1,4371	-1,4034	-1,2575	-1,0217	-0,7186	-0,3705	0,0000

Sections	$\alpha$ travées	0,0l	0,1l	0,2l	0,3l	0,4l	0,5l	0,6l	0,7l	0,8l	0,9l	1,0l
		$x = 0,7l$	1	0,0000	0,3162	0,6587	1,0535	1,5269	2,1051	2,8144	3,6807	2,2355
	2	0,0000	-0,7466	-1,2575	-1,5588	-1,6766	-1,6373	-1,4670	-1,1919	-0,8383	-0,4322	0,0000
$x = 0,8l$	1	0,0000	0,0005	0,0399	0,1347	0,3194	0,6238	1,0778	1,7116	2,5549	1,1427	0,0000
	2	0,0000	-0,8533	-1,4371	-1,3623	-1,9162	-1,8713	-1,6766	-1,3623	-0,9581	-0,4940	0,0000
$x = 0,85l$	1	0,0000	-0,1506	-0,2695	-0,3247	-0,2844	-0,1170	+0,2096	+0,7270	1,4671	1,2141	0,0000
	2	0,0000	-0,4295	-1,5269	-1,8928	-2,0359	-3,9764	-1,7814	-1,4474	-1,018	-0,5249	0,0000
$x = 0,9l$	1	0,0000	-0,3063	-0,5788	-0,7841	-0,8882	-0,8577	-0,6587	-0,2576	+0,3792	1,2855	0,0000
	2	0,0000	-0,9600	-1,6168	-2,0041	-2,1557	-2,1052	-1,8862	-1,5326	-1,0778	-0,5558	0,0000
$x = 0,95l$	1	0,0000	-0,4619	-0,8882	-1,2434	-1,4920	-1,5984	-1,5269	-1,2422	-0,7086	-0,1095	0,0000
	2	0,0000	-1,0133	-1,7066	-2,1155	-2,2755	-2,2221	-1,9910	-1,6177	-1,1377	-0,5866	0,0000
$x = 1,0l$	1	0,0000	-0,6175	-1,1976	-1,7028	-2,0958	-2,3391	-2,3352	-2,2268	-1,7964	-1,0666	0,0000
	2	0,0000	-1,0666	-1,7964	-2,2268	-2,3352	-2,3391	-2,0958	-1,7028	-1,1976	-0,6175	0,0000

Aires des lignes d'influence des moments fléchissants dans la travée 1

La section "S" étant dans la travée 1

Section	Abscisse	Travée 1		Travée 2	Aires totales
		$S_1^-$	$S_1^+$	$S_2^-$	
0,0 l	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1 l	2,495	0,000	24,1219	-3,8906	20,2313
0,2 l	4,990	0,000	42,0189	-7,7813	34,2376
0,3 l	7,485	0,000	53,6908	-11,6716	42,0192
0,4 l	9,980	0,000	59,1377	-15,5625	43,5752
0,5 l	12,475	0,000	58,3594	-19,4532	38,9062
0,6 l	14,970	0,000	51,3560	-23,3440	28,0120
0,7 l	17,465	0,000	38,1280	-27,2340	10,8940
0,8 l	19,960	0,000	18,6750	-31,1250	-12,4500
0,85 l	21,208	-2,861	9,470	-33,0710	-26,4620
0,9 l	22,455	-10,805	3,802	-35,0160	-42,0190
0,95 l	23,703	-23,001	0,808	-36,9620	-59,1450
1,0 l	24,950	-38,906	0,000	-38,9060	-77,8120

Nota: Symétriquement, nous obtenons les mêmes résultats pour la travée 2

# Lignes d'influence des efforts tranchants et des réactions d'appuis

## Effort tranchant et réactions d'appui - Appui 0

travées \ $\alpha$	0,00l	0,1l	0,2l	0,3l	0,4l	0,5l	0,6l	0,7l	0,8l	0,85l	0,90l	0,95l	1,0l
1	1	0,8752	0,7520	0,6317	0,5160	0,4062	0,3040	0,2107	0,1280	0,0910	0,0572	0,0268	0,00
2	0,00	-0,0428	-0,0720	-0,0893	-0,0960	-0,0938	-0,0840	-0,0683	-0,0480	-0,0367	-0,0247	-0,0125	0,00

## Effort tranchant - Appui 1

travées \ $\alpha$	0,00l	0,1l	0,2l	0,3l	0,4l	0,5l	0,6l	0,7l	0,8l	0,85l	0,90l	0,95l	1,0l
1	0,00	-0,1247	-0,2480	-0,3683	-0,4840	-0,5938	-0,6960	-0,7893	-0,8720	-0,9090	-0,9428	-0,9732	-1,00
2	0,00	-0,0428	-0,0720	-0,0893	-0,0960	-0,0938	-0,0840	-0,0683	-0,0480	-0,0367	-0,0247	-0,0125	0,00

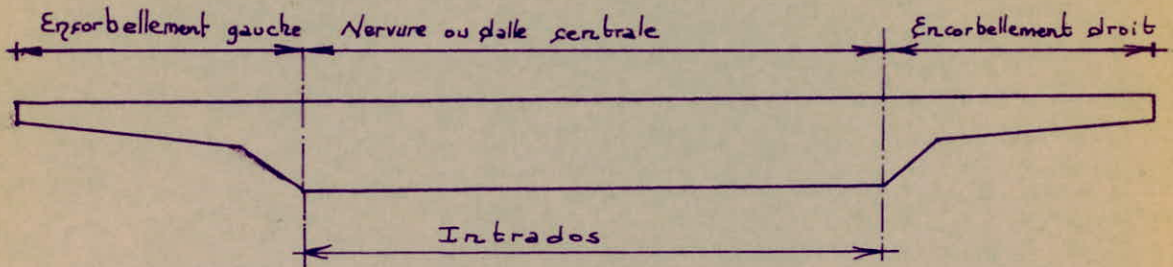
## Réactions d'appui - Appui 1

travées \ $\alpha$	0,00l	0,1l	0,2l	0,3l	0,4l	0,5l	0,6l	0,7l	0,8l	0,85l	0,90l	0,95l	1,0l
1	1,000	0,1675	0,3200	0,4576	0,5800	0,6876	0,7800	0,8576	0,9200	0,9457	0,9675	0,9857	1,00
2	1,00	0,9675	0,9200	0,8576	0,7800	0,6876	0,5800	0,4576	0,3200	0,2456	0,1675	0,0856	0,00

### III. / La théorie de Guyon - Massonnet

#### 1. PRINCIPES D'ÉTUDE DES DALLES A ENCORBELLEMENTS

##### ① - Hypothèses de calcul



Les encorbellements ont pour origine la première discontinuité de l'intrados.

Il est admis que :

- Les encorbellements travaillent comme des consoles encastrées dans la dalle centrale (c'est à dire qu'on néglige l'effet de dalle des encorbellements dans la répartition longitudinale des surcharges lors du calcul des moments fléchissants et des efforts tranchants produits dans les sections d'encastrement par les charges et surcharges placées sur les encorbellements)
- On tient compte de la participation des encorbellements à la flexion longitudinale qui a pour effet de réduire la torsion dans la dalle

Conséquence :

On substitue à la dalle avec encorbellement une dalle équivalente de section rectangulaire de même épaisseur et dont l'inertie de flexion longitudinale est la même que celle de la dalle avec encorbellement

Les caractéristiques de la dalle équivalente sont :

- Même épaisseur (c'est à dire  $1m$ ) que la dalle avec encorbellement.
- Largeur :  $2b$ . Cette largeur est comprise entre la largeur droite du tablier (dalle centrale + encorbellement) et la largeur droite de la dalle centrale

##### ② - Chargements appliqués à la dalle centrale

- On applique la théorie de GUYON & MASSONNET à la dalle équivalente
- Les chargements appliqués à la dalle centrale sont répartis sur la dalle équivalente.
- On obtient les lignes d'influence du coefficient de répartition transversale ( $K$ ) et du coefficient de flexion transversal ( $\mu$ )

##### ③ - Chargements appliqués aux encorbellements

a/ - Étude de la flexion longitudinale :  $K$

On obtient la ligne d'influence du coefficient de répartition transversale  $K$  en menant la tangente aux sections d'encastrement à la ligne d'influence de  $K$  tracée pour la dalle équivalente.

b/ - Étude de la flexion transversale :  $\mu$

La méthode de calcul des moments transversaux sera présentée dans le chapitre :

" Calcul des moments transversaux apportés dans la dalle centrale par les charges placées sur les encorbellements

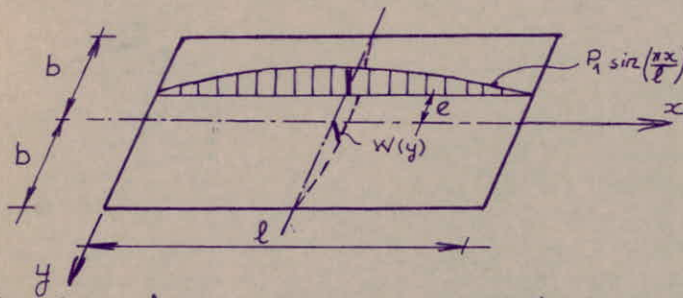


## 2. UTILISATION DE LA MÉTHODE DE GUYON-MASSONNET

### ① - Introduction

- Cette théorie est basée sur la théorie des plaques minces, homogènes et isotropes
- Elle sera généralisée aux calculs des dalles anisotropes et orthotropes.
- Cette méthode consiste à remplacer la structure réelle qui est composée d'une dalle plus un réseau de poutres par une dalle orthotrope d'épaisseur constante ayant des modules d'Young  $E_x, E_y$  dans le sens  $x$  et  $y$ .
- Les coefficients  $K; \mu; \nu; \tau; \varepsilon$  sont utilisés pour la détermination en un point des  $M_x; M_y; T$
- La théorie est faite à partir d'une charge linéaire sinusoïdale d'intensité  $P_m \sin(\frac{m\pi x}{l})$
- $P_m \sin(\frac{m\pi x}{l})$  s'exerce sur une ligne parallèle à l'axe longitudinal du pont.
- Les charges réelles, uniformes ou concentrées, sont décomposées en charges sinusoïdales.

### ② - Le coefficient de répartition transversal $K$



Sous l'effet de la charge linéaire appliquée à la construction sur une parallèle à  $Ox$ , d'excentricité  $e$ , suivant la loi sinusoïdale :  $P(x) = P_1 \sin(\pi x/l)$ , la construction prend une déformée en demi-onde de sinusoïde suivant l'équation :

$$W(x, y) = W(y) \cdot \sin(\pi x/l).$$

Si la charge  $P(x)$  est répartie uniformément sur la largeur  $2b$  tout en restant sinusoïdale dans le sens longitudinal, la déformée de la construction sera une surface cylindrique

$$W_0(x) = W_0 \sin(\frac{\pi x}{l}).$$

Nous définirons le coefficient de répartition transversal comme étant le rapport du déplacement vertical  $W(x, y)$  d'un point de la construction sous l'effet d'une charge linéaire  $p(x)$  à celui  $W_0(x)$  du même point mais sous l'effet de la charge uniformément répartie sur la largeur  $2b$  du pont ;

$$K(y) = \frac{W(x, y)}{W_0(x)} = \frac{W(y)}{W_0}$$

Le coefficient  $K$  dépend de :

- La valeur du paramètre d'entretroisement  $\theta$ .
- La valeur du paramètre de torsion  $\alpha$ .
- L'excentricité relative  $e/b$  du point considéré.
- De l'ordonnée relative  $y/b$  du point considéré.

La flèche moyenne de la section transversale dans la construction est donné par :  $W_0 = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} W(y) dy$

En divisant les 2 membres par  $W_0$  :

$$1 = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} \frac{W(y)}{W_0} dy = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} K(y) dy \quad K_m = \frac{W}{W_0} = 1 \Rightarrow W = W_0.$$

$K$  dépend de  $\alpha$  :  $K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \sqrt{\alpha}$

$K_1$  et  $K_0$  sont donnés par le tableau de Massonnet et établie pour des valeurs de  $\theta$  allant 0,05 à 5

$K_0 \rightarrow \alpha = 0$

$K_1 \rightarrow \alpha = 1$

### ③ - Flexion longitudinale

Soit une charge  $P_x = P_1 \sin(\frac{\pi x}{l})$  répartie suivant la sinusoïde dans le sens de la portée et répartie uniformément sur la largeur de la construction.

Le moment fléchissant longitudinal par unité de largeur produit par cette charge dans la section  $x$  est donnée par :

$$M_0(x) = \frac{\pi^2}{l^2} \int_P W_0(x).$$

Le moment fléchissant longitudinal par unité de largeur dans la section  $x$  produit par une charge linéaire réelle sinusoïdale dans le sens  $x$  et d'excentricité  $e$  est donné par :

$$M_x(x, y) = \frac{\pi^2}{l^2} \int_P W(x, y).$$

d'où :

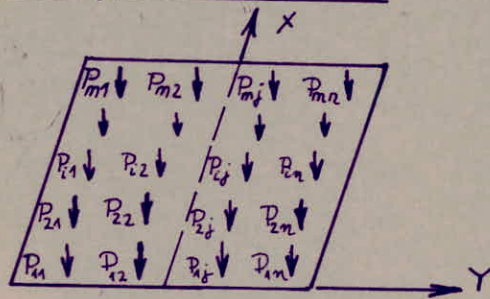
$$\frac{M_x(x, y)}{M_0(x)} = \frac{W(x, y)}{W_0(x)} = \frac{W(y)}{W_0} = K(y) \Rightarrow M_x(x, y) = K(y) \cdot M_0(x).$$

Dans le cas d'une construction chargée d'un système de  $n$  charges linéaires sinusoïdales dans le sens  $x$  définie par :  $P_1 \sin(\frac{\pi x}{l})$  ;  $P_2 \sin(\frac{2\pi x}{l})$  ; ..... ;  $P_m \sin(\frac{m\pi x}{l})$ .

Le moment  $M_x(x, y)$  en un point quelconque de la construction est donnée par :

$$M_x(x, y) = M_0(x) \cdot K(y) \quad \text{avec : } K(y) = \frac{\sum P_i K_i(y)}{\sum P_i}$$

### a/- Charges concentrées



① : désigne le numéro de la file longitudinale  $1 \leq i \leq n$

$n$  : nombre de files longitudinales

② : désigne le numéro de la file transversale  $1 \leq j \leq m$

$m$  : nombre de files transversales

La file n° 1 sera remplacé par un chargement sinusoïdal  $P(x) = P_1 \sin(\frac{\pi x}{l})$ .

La file n°  $n$  sera remplacé par un chargement  $P(x) = P_n \sin(\frac{n\pi x}{l})$ .

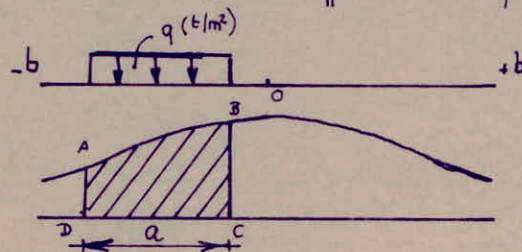
Dans le cas du système de charge  $B_c$ , pour une même file transversale les charges sont égales. Par conséquent l'expression sinusoïdale pour chaque file longitudinale est la même.

$$P_1 = P_2 = P_i = P_n = P.$$

Le coefficient de répartition transversal sera :  $K(y) = \frac{\sum P_i K_i(y)}{\sum P_i} = \frac{P \sum K_i(y)}{n \cdot P} = \frac{\sum K_i(y)}{n}$

### b/- charge uniformément répartie

Exemple de détermination du coefficient de répartition transversal pour  $y=0$



$$K(0) = \frac{\text{Aire de ABCD}}{a}$$

### ④ - Flexion transversale

Le moment de flexion transversale par unité de largeur est donnée par :

$$M_y(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} M_{ym}(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} P_{\alpha m} P_m b \sin(\frac{m\pi x}{l})$$

Le coefficient  $\mu_\alpha$  s'exprime en fonction de  $\mu_0$  et  $\mu_1$  par la relation :  

$$\mu_\alpha = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \sqrt{\alpha}$$
 En pratique on se contente des cinq premiers termes de la série de Fourier

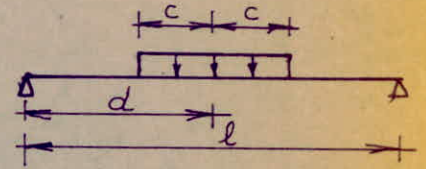
$$\begin{cases} \mu_0 \rightarrow \alpha=0 \\ \mu_1 \rightarrow \alpha=1 \end{cases}$$

$$M_y(x, y) = \sum_{m=1}^5 \mu_{\alpha m} P_m b \sin\left(\frac{m\pi x}{l}\right)$$

a/ - Calcul de  $P_m$

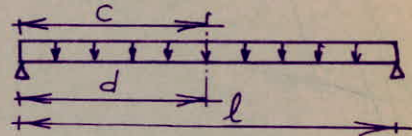
- Pour une charge répartie sur une longueur  $2c$  :

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi c}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi d}{l}\right)$$



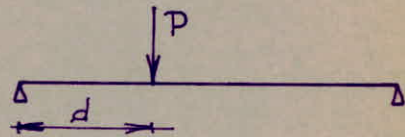
- Pour une charge uniforme complète :

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin^2\left(\frac{m\pi}{2}\right)$$



- Pour une charge concentrée :

$$P_m = \frac{2P}{l} \sin\left(\frac{m\pi d}{l}\right)$$



b/ - Calcul du coefficient  $\mu_\alpha$

- Charges concentrées :

Le coefficient  $\mu$  est donné, comme le coefficient  $\kappa$ , par les tables de Massonnet en fonction des paramètres  $\theta$ ,  $\alpha$  et de l'excentricité de la charge  $e$ .

- On trace les lignes d'influence  $\mu_{\alpha 1}, \mu_{\alpha 2}, \dots, \mu_{\alpha 5}$  en fonction de  $e$
- On dispose les convois transversalement
- On fait la somme des coefficients  $\mu$  se rapportant au nombre de file.
- On trouve les  $\mu^+$  et  $\mu^-$  et on retiendra les  $\mu_{max}^+$  et  $\mu_{max}^-$  pour l'ensemble des véhicules.

- Charges uniformément réparties

- On emploie la même méthode que précédemment.
- La valeur de  $\mu$  sera celle de l'aire de la partie correspondante de la ligne d'influence de  $\mu$

- Charges uniformément réparties sur un rectangle  $2c \times 2c'$  dans le sens  $2c$

Dans ce cas  $\mu$  sera l'ordonnée moyenne de la ligne d'influence correspondant à la largeur  $2c$

⑤ - Efforts tranchants et réactions d'appuis

a/ - Efforts tranchants

Il a pour expression :

$$Q_x = \sum Q_{xm} = \sum P_m \frac{l}{b} \epsilon_{\alpha m} \cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right)$$

avec :  $\epsilon_\alpha = \epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0) \alpha$  si  $|y| + |e| \leq \frac{3b}{4}$

$\epsilon_\alpha = \epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0) \sqrt{\alpha}$  si  $|y| + |e| > \frac{3b}{4}$

b/ - Réaction d'appui

elle est donnée par :

$$\bar{Q}_x = \sum \bar{Q}_{xm} = \sum \frac{l}{b} \bar{\epsilon}_{\alpha m} \cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right)$$

### 3. PRISE EN COMPTE DE LA CONTINUITÉ

Pour des constructions continues, les flèches dans les travées sont plus faibles que celles des constructions simplement appuyées il en résulte donc, une autre répartition transversale.

Dans le cas aussi, on tient compte d'un paramètre d'entretoisement :

$$\frac{b}{l} \cdot \sqrt[4]{\frac{J_p}{J_E}} < \theta^* < 1,25 \cdot \frac{b}{l} \cdot \sqrt[4]{\frac{J_p}{J_E}}$$

$b$ : demi-largeur de la dalle ;  $l$ : portée de l'ouvrage ;  $J_p$ : rigidité flexionnelle ;

Pour déterminer le coefficient  $\theta^*$  : on découpe dans le tablier dalle une bande de largeur de 1m qu'on assimile à une poutre continue sur 3 appuis. Le moment d'inertie de cette poutre sera  $I = b^3/12$

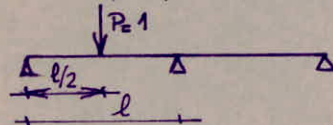
On remplacera cette poutre continue, d'inertie  $I_p$ , par une poutre fictive à une travée de portée  $l$  sur 2 appuis simples.

Cette poutre est choisie de telle manière à avoir la même flèche au milieu de la travée que la poutre continue.

Soit  $I_p^*$  la rigidité de la poutre fictive.

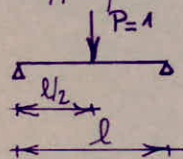
Nous déterminerons une relation entre  $I_p$  et  $I_p^*$ . On pourra alors utiliser le tableau de G.M.

Soit  $w_s$  la déformée d'une poutre continue au milieu de la travée provoquée par une charge unitaire appliquée à  $l/2$ .



$$w_s = \frac{1}{C} \cdot \frac{l^3}{EI_p}$$

Soit  $w_p$  la déformée d'une poutre simplement appuyée au milieu de la portée sous une charge unitaire appliquée à  $l/2$ .



$$w_p = \frac{1}{48} \cdot \frac{l^3}{EI_p^*}$$

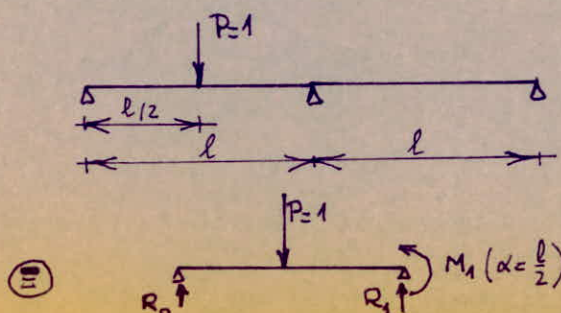
En posant :  $w_s = w_p$  nous aurons  $I_p^* = \frac{C}{48} I_p = \sqrt[4]{I_p}$

$$\theta^* = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{J_p^*}{J_E}} = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{J_p}{J_E}} \cdot \sqrt[4]{C} = \theta \cdot \sqrt[4]{C} \quad (\text{paramètre d'entretoisement})$$

$$\alpha^* = \frac{J_p + J_E}{2 \sqrt{J_p + J_E}} = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (\text{paramètre de torsion}) \Rightarrow \alpha^* = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}$$

#### Calcul du coefficient $\sqrt[4]{C}$

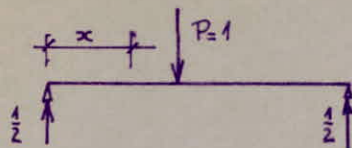
#### Calcul de la flèche $w_s$



$$\text{avec : } M_1\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{(l - \frac{l}{2})^2}{4l^2} = -\frac{3l}{32}$$

$$R_0 = \frac{13}{32}$$

$$M_f(x) = \begin{cases} +\frac{13}{32}x & \text{si } 0 < x < \frac{l}{2} \\ \frac{13}{32}x - 1 \cdot \left(x - \frac{l}{2}\right) & \text{si } x > \frac{l}{2} \end{cases} \Rightarrow M_f(x) = \begin{cases} +\frac{13}{32}x & \text{si } 0 < x < \frac{l}{2} \\ -\frac{13}{32}x + \frac{l}{2} & \text{si } x > \frac{l}{2} \end{cases}$$



$$m_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & 0 < x < \frac{l}{2} \\ \frac{1}{2}x - 1 \cdot \left(x - \frac{l}{2}\right) = -\frac{1}{2}x + \frac{l}{2} & \text{si } x > \frac{l}{2} \end{cases}$$

Pour le calcul de la flèche au milieu de la travée de la poutre, on utilise la formule générale des déplacements :

$$\Delta = \frac{1}{EI} \int_0^l M_{f_p(x)} m_1(x) dx$$

Avec :

$\Delta$  : déplacement généralisé

$M_{f_p(x)}$  : moment fléchissant provoqué en  $x$  par une charge

$m_1(x)$  : moment fléchissant provoqué en  $x$  par une charge

$$w_p = \frac{1}{EI_p} \left[ \int_0^{l/2} \left(\frac{1}{2}x\right)^2 dx + \int_{l/2}^l \left[\frac{1}{2}(l-x)\right]^2 dx \right] = \frac{l^3}{48EI_p}$$

d'où :

$$w_s = \int_0^{l/2} \left(\frac{13}{32}x \cdot \frac{1}{2}x\right) dx + \int_{l/2}^l \left(-\frac{13}{32}x + \frac{l}{2}\right) \left(\frac{l-x}{2}\right) dx = \frac{1}{56,82} \cdot \frac{l^3}{EI_p} \quad \text{d'où : } C = 56,82$$

Nous déduisons de là que :  $\sqrt[4]{\frac{C}{48}} = 1,184$

Dans le cas de PONT-DALLE, la valeur du coefficient d'entretoisement (paramètre  $\theta$ ) est définie par :

$$\theta = \frac{b}{2a} = \frac{b}{l} = \frac{5,815}{24,95} = 0,2331$$

Or :  $\theta^* = \theta \sqrt[4]{\sqrt{}} = 0,233 \sqrt[4]{1,184} = 0,243$

Concernant la valeur du coefficient de torsion, nous adopterons  $\alpha^* = \frac{\alpha}{\sqrt[4]{\sqrt{}}}$  (avec  $d=1$  pour GM)

$$\alpha^* = 1 / \sqrt[4]{1,184} = 0,92$$

# IV / Étude des charges et surcharges. Moments longitudinaux

D'après le PSIDP 69, les surcharges donnant les moments fléchissants les plus défavorables sont :

- Le poids propre
- La surcharge uniformément répartie  $A(l)$ .
- Les surcharges  $B_c$ .
- La surcharge exceptionnelle : type D
- Les surcharges de trottoirs

① - Déterminons la classe du pont :

$l_r = 11,50 \text{ m}$

$l_s = l_r = 11,50 \text{ m}$  (car il existe des trottoirs)

Nombre de voies :  $N = \frac{l_s}{3} = \frac{11,50}{3} = 3,83$  d'où :  $N = 3$

D'après le CPC, on a  $l_r > 7 \text{ m}$  d'où nous déduisons que le pont est de 1<sup>ère</sup> classe

largeur d'une voie :  $l_v = \frac{l_s}{N} = \frac{11,50}{3} = 3,83 \text{ m}$

② - Calculons les surcharges

Nous ferons l'étude pour chaque <sup>cas</sup> de surcharges et nous retiendrons les résultats donnant les cas les plus défavorables.

a) - le poids propre ou charge permanente :

Nous évaluerons les charges permanentes au mètre linéaire

Dalle ou ossature :  $\left\{ 1,86 \times \frac{0,30 + 0,50}{2} + 0,20 \times \frac{0,50 + 1,0}{2} + 5,05 \times 1,00 \right\} \times 2,4 \dots \dots \dots 14,3 \text{ t/ml}$

Revêtement et chappe :  $\left\{ (5,75 \times 0,01) + (5,75 \times 0,07) \right\} \times 2,2 \dots \dots \dots 1,01 \text{ t/ml}$

Trottoirs :  $(0,20 \times 1,50) \times 2,4 \dots \dots \dots 0,72 \text{ t/ml}$

Garde-corps :  $\dots \dots \dots 0,1 \text{ t/ml}$

Total (moitié de la dalle)  16,13 t/ml

D'où nous déduisons le poids propre du pont entier :  $G = 32,26 \text{ t/ml}$

Les moments fléchissants sous  $G$  sont obtenus en multipliant  $G$  par l'aire de la ligne d'influence correspondant à chaque section :  $M = G \cdot (S_1^- + S_1^+ + S_2^-)$

TABLEAU DONNANT LES MOMENTS FLÉCHISSANT SOUS LE POIDS PROPRE  $G$

Séction	0,0l	0,1l	0,2l	0,3l	0,4l	0,5l	0,6l	0,7l	0,8l	0,85l	0,90l	0,95l	1,0l
Abcisse (m)	0,000	2,495	4,990	7,485	9,980	12,475	14,970	17,465	19,960	21,208	22,455	23,703	24,950
$M_{min}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-401,64	-853,66	-1355,53	-1908,02	-2510,2
$M_{max}$	0,00	652,662	1104,505	1355,540	1405,736	1255,114	903,67	351,44	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Nota : en  $x = 0,75 \text{ l} = 18,713 \text{ m}$  ; nous avons  $M_{min} = M_{max} = 0$

b/ - Surcharges A(l) :

Cette surcharge est donnée en fonction de la longueur chargée l en mètres :

$$A(l) = 230 + \frac{36000}{l + 12} \quad [\text{kg/m}^2]$$

Conformément à l'article 4 du C.P.C, A(l) est multipliée par un coefficient a<sub>1</sub> donné à la page page. Dans notre cas, nous avons un pont de 1<sup>er</sup> classe à 3 voies donc a<sub>1</sub> = 0,9

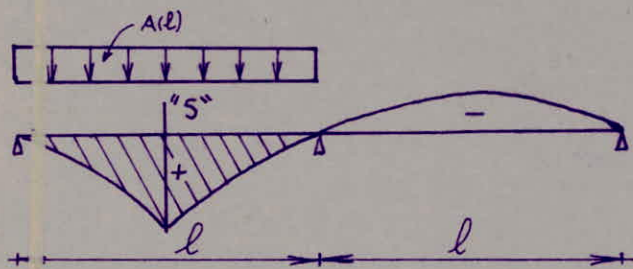
et l<sub>0</sub> = 3,5 ceci implique que a<sub>2</sub> =  $\frac{l_0}{l_w} = \frac{3,5}{3,85} = 0,914$

d'où :

$$A_2 = a_1 a_2 A(l) = 0,9 \cdot 0,914 \cdot A(l) = 0,823 A(l).$$

l est déterminé par la ligne d'influence suivant que la charge donne un effort maximum.

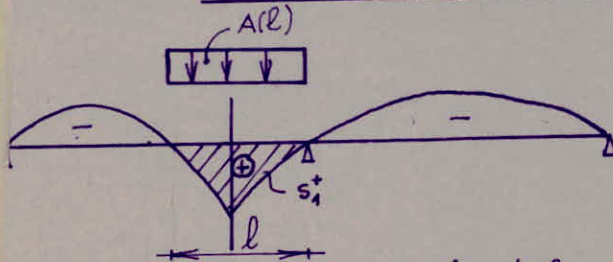
α1 - Disposition de la charge en vue d'obtenir M<sub>max</sub>  
α1 - Pour les sections allant de 0,0 l à 0,8 l



Nous chargerons entièrement la première travée, c'est à dire qu'on prendra l = 24,95 m  
 d'où A(l) =  $230 + \frac{36000}{24,95 + 12} = 1204,3 \text{ kg/m}^2$

C'est à dire qu' : A = a<sub>1</sub> a<sub>2</sub> A(l) = 0,823 · 1204,3 = 991,1 kg/m<sup>2</sup> = 0,9911 t/m<sup>2</sup>  
 d'où : M<sub>max</sub> = A · S<sub>1</sub><sup>+</sup>

α2 - Pour les sections 0,85 l ; 0,90 l et 0,95 l



Dans ce cas particulier, nous chargerons seulement la portion de travée qui correspond à l'aire positive. Nous aurons : M<sub>max</sub> = A S<sub>1</sub><sup>+</sup>  
 Nous calculons A(l) suivant ces portions de travées :

Section	l (m)	A(l) (kg/m <sup>2</sup> )	A (t)
0,35 l	11,58	1756,72	1,45
0,90 l	6,48	2178,10	1,79
0,95 l	2,31	2745,70	2,26

β - Disposition de la charge en vue d'obtenir M<sub>min</sub>

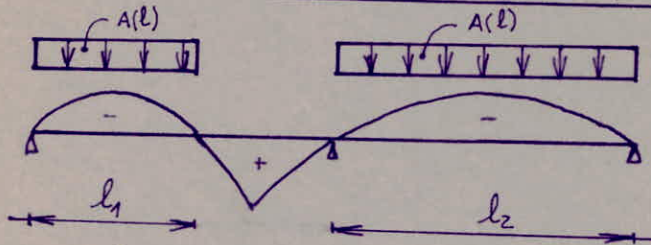
β1 - Pour les sections allant de 0,0l à 0,8l

Nous aurons le même cas de figure qu'en α1 mais nous chargerons, dans notre cas, la travée 2 donc  $l = 24,95\text{ m}$

$$A(l) = 230 + \frac{36000}{24,95 + 12} = 1204,3 \text{ kg/m}^2$$

D'où nous aurons :  $A = 0,823 \times 1204,3 = 991,14 \text{ kg/m}^2 = 0,991 \text{ t/m}^2$   
Le moment négatif est obtenu par :  $M^- = A S_2^-$

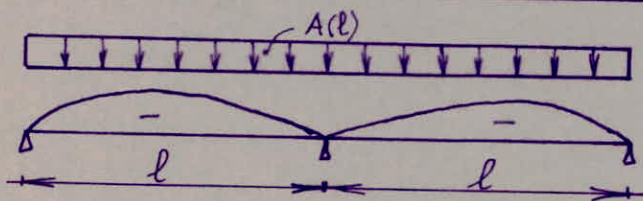
β2 - Pour les sections 0,85l, 0,90l et 0,95l



Dans ce cas nous chargerons selon  $l = l_1 + l_2$   
Le moment est donné d'après :  $M^- = A \cdot (S_1^- + S_2^-)$ .  
Le moment sera calculé selon les sections considérées

séction	l (m)	A(l) (kg/m <sup>2</sup> )	A (t/m <sup>2</sup> )
0,85l	38,32	945,4	0,778
0,90l	43,42	879,6	0,724
0,95l	47,59	834,1	0,686

β3 - Pour la section à l'appui intermédiaire



Dans ce cas nous chargerons selon  $2l = (l+l) = 2 \times 24,95 = 49,9\text{ m}$

$$A(l) = 230 + \frac{36000}{49,9 + 12} = 811,58 \text{ kg/m}^2$$

D'où nous aurons :  $A = 0,823 \times 811,58 = 667,9 \text{ kg/m}^2 = 0,6679 \text{ t/m}^2$   
Le moment sur appuis sera obtenu par  $M^- = A \times (S_1^- + S_2^-)$ .

	séction	0,0l	0,1l	0,2l	0,3l	0,4l	0,5l	0,6l	0,7l	0,8l	0,85l	0,90l	0,95l	1,0l
travée 1	$M_{\max}^-$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	/	/	/	/
	$M_{\max}^+$	0,00	274,941	478,931	611,968	674,051	665,180	585,36	434,58	212,86	157,45	78,38	21,25	0,00
travée 2	$M_{\max}^-$	0,00	-44,345	-88,691	-133,033	-177,35	-221,728	-266,07	-287,38	-354,76	/	/	/	/
$M_{\text{total}}$ (t.m)	$M_{\min}^-$	0,00	-44,345	-88,691	-133,033	-177,35	-221,728	-266,07	-287,38	-354,76	-321,48	-381,50	-473,05	-517,66
	$M_{\max}^+$	0,00	274,941	478,931	611,968	674,051	665,180	585,36	434,58	212,86	157,45	78,38	21,25	/



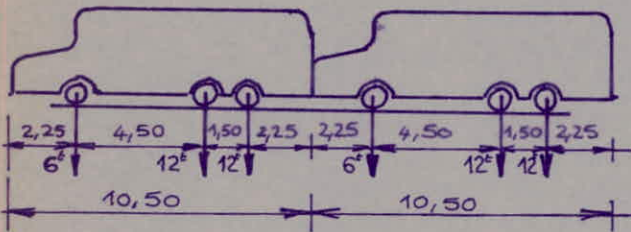
c/- les surcharges B<sub>c</sub>

D'après le C.P.C., article 5.21, on disposera sur la chaussée autant de files ou convois de camions que la chaussée comporte de voies de circulation

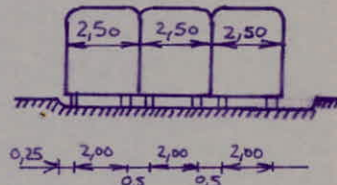
Comme nous avons 3 voies nous adopterons 3 convois sur la chaussée. Le nombre de camions par file est limité à deux (2)

Représentation du système B<sub>c</sub>

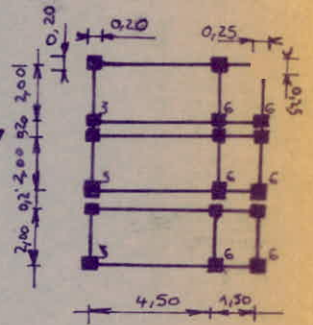
longitudinalement



transversalement

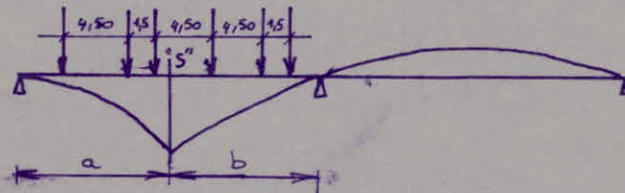


En plan



α1 - Disposition des camions en vue d'obtenir M<sup>+</sup><sub>max</sub>

α1 - Pour des sections allant de 0,81 à 0,90 l



Méthode de calcul:

On place l'un des essieux au droit de la section "S". Pour obtenir la position la plus défavorable nous devons vérifier que l'inégalité  $\frac{\sum P_k}{a} > \frac{\sum P_k}{b}$  change de sens quand la charge P<sub>i</sub> placée en I passe de la gauche vers la droite

Avant le passage de P<sub>i</sub> en "S" on doit vérifier:  $\frac{\sum_{k=1}^i P_k}{a} > \frac{\sum_{k=i+1}^n P_k}{b}$

Après le passage, nous devons vérifier:  $\frac{\sum_{k=1}^{i-1} P_k}{a} < \frac{\sum_{k=i}^n P_k}{b}$

Nous retiendrons la position donnant le plus grand moment.

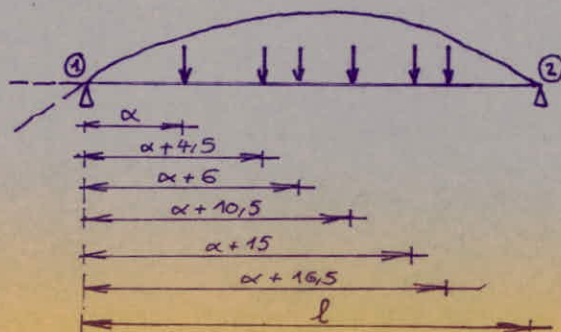
Donc le moment maximum pour P<sub>i</sub> placée dans la section "S" qui sera:  $M_{max} = \sum P_k y_i$

α2 - Pour les sections 0,85 l, 0,90 l et 0,95 l

Les convois sont composés d'un seul camion.

β1 - Disposition des camions en vue d'obtenir M<sup>-</sup><sub>max</sub>

Le moment le plus défavorable sera obtenu en chargeant la travée 2:  $M^- = \sum P_k y_i$



Les  $y_i$  sont calculés par l'expression de la ligne d'influence sur la travée 2 :

$$y_i = M(x, \alpha) = - \frac{\alpha x (l - \alpha) (2l - \alpha)}{4l^3}$$

Position de $P_i$	valeur de $y_i$
$\alpha$	$-\frac{\alpha \alpha (2l - \alpha) (l - \alpha)}{4l^3}$
$\alpha + 4,5$	$-\frac{x(\alpha + 4,5) [2l - (\alpha + 4,5)] [l - (\alpha + 4,5)]}{4l^3}$
$\alpha + 6$	$-\frac{x(\alpha + 6) [2l - (\alpha + 6)] [l - (\alpha + 6)]}{4l^3}$
$\alpha + 10,5$	$-\frac{x(\alpha + 10,5) [2l - (\alpha + 10,5)] [l - (\alpha + 10,5)]}{4l^3}$
$\alpha + 15$	$-\frac{x(\alpha + 15) [2l - (\alpha + 15)] [l - (\alpha + 15)]}{4l^3}$
$\alpha + 16,5$	$-\frac{x(\alpha + 16,5) [2l - (\alpha + 16,5)] [l - (\alpha + 16,5)]}{4l^3}$

D'où le moment fléchissant :

$$M_{min} = \sum_{i=1}^6 - \frac{P_i x (2l - \alpha_i) (l - \alpha_i) \alpha_i}{4l^3}$$

$\alpha_i = f(\alpha)$  ;  $M_{min}(\alpha)$  atteint son point minimal pour  $\frac{dM_{min}}{d\alpha}(\alpha) = 0$

$$\frac{dM_{min}}{d\alpha}(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} \left[ - \sum \frac{P_i x (2l - \alpha_i) (l - \alpha_i) \alpha_i}{4l^3} \right] = 0 \Rightarrow$$

c'est à dire  $\alpha_1 = 2,26 \text{ m}$  ;  $\alpha_2 > 24,95 \text{ m}$

Nous retiendrons l'abscisse  $\alpha = 2,26 \text{ m}$  qui donne le minimum du moment fléchissant sur appui intermédiaire.

GD : sonoi circulant de gauche à droite

DG : sonoi circulant de droite à gauche

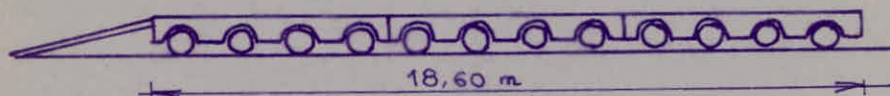
Section	Abscisse (m)	Position donnant $M^+$		Position donnant $M^-$		$M_{min}$ (t.m)	$M_{max}$ (t.m)
		Abscisse du 1 <sup>er</sup> essieu	sens de circulation	Abscisse du 1 <sup>er</sup> essieu	sens de circulation		
0,0l	0,00	/	/	/	/	0,00	0,00
0,1l	2,495	2,495	G-D	27,21	D-G	-33,40	247,45
0,2l	4,990	0,490	D-G	-/-	-/-	-66,78	397,82
0,3l	7,485	5,985	G-D	-/-	-/-	-100,15	489,22
0,4l	9,980	3,980	D-G	-/-	-/-	-133,56	504,83
0,5l	12,475		D-G	-/-	-/-	-166,93	
0,6l	14,970	4,470	G-D	-/-	-/-	-200,30	438,51
0,7l	17,465	5,465	D-G	-/-	-/-	-233,74	369,45
0,8l	19,96	8,32	G-D	-/-	-/-	-267,12	290,14
0,85l	21,208	15,21	D-G	-/-	-/-	-283,83	127,23
0,90l	22,455	16,46	D-G	-/-	-/-	-300,53	48,06
0,95l	23,703	19,20	D-G	-/-	-/-	-317,23	22,175
1,00l	24,95	/	/	-/-	-/-	-333,92	0,00

d/ - la surcharge exceptionnelle : type D

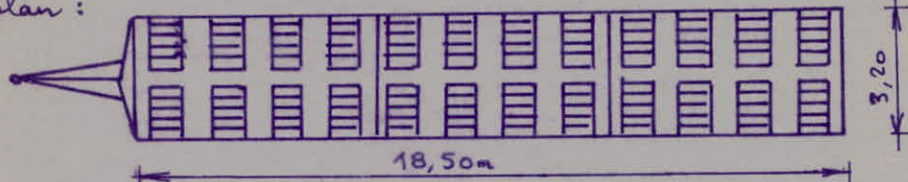
Repond aux critères suivants :

- Masse totale de 240 t
- Supposé répartie uniformément sur une surface de 18,60 x 3,20 m<sup>2</sup>.

Longitudinalement :



En plan :



Enzoreusement, nous plaçons un véhicule.

Diffusion dans le plan moyen de la dalle :

$U = 18,60 \text{ m}$  avec :  $e_r = 0,08 \text{ m}$  ;  $h_0 = 1,00 \text{ m}$  ;  $E = 1,5$  (béton bitumineux).

$V = 3,20 \text{ m}$

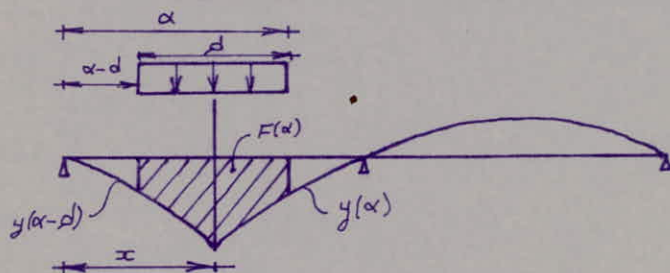
Après diffusion, les dimensions de la surface d'impact seront :

$U' = U + h_0 + E \cdot e_r = 18,60 + 1,00 + 1,5 \cdot 0,08 = 19,72 \text{ m}$ .

$V' = V + h_0 + E \cdot e_r = 3,20 + 1,00 + 1,5 \cdot 0,08 = 4,32 \text{ m}$ .

Charge uniformément répartie :  $p = \frac{240}{U'} = \frac{240}{19,72} = 12,17 \text{ t/ml}$ .

α/ - Position du convoi en vue d'obtenir les moments positifs en travée



Nous avons :  $y(\alpha-d) = \frac{\alpha-d}{4l^3} (4l^3 - 5l^2x + (\alpha-d)^2 \cdot x)$  ;  $y(\alpha) = \frac{x}{4l^3} (4l^3 - 5l^2\alpha + \alpha^3)$

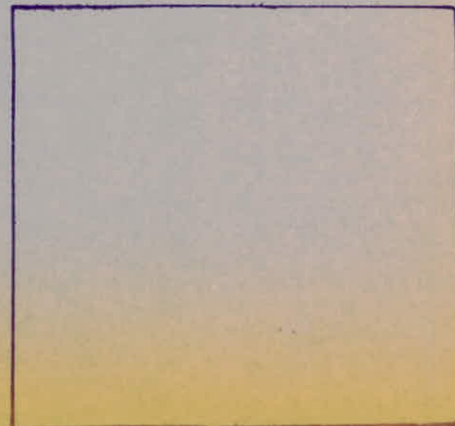
Pour connaître la position du convoi qui correspond à l'aire maximale, il va falloir intégrer la fonction d'influence entre  $\alpha-d$  et  $\alpha$  puis annuler la dérivée.

$$F(\alpha) = \int_{\alpha-d}^{\alpha} y(\alpha-d) dx + \int_x^{\alpha} y(\alpha) dx = \frac{\alpha-d}{4l^3} \left[ 4l^3x + \frac{-5l^2 + (\alpha-d)^2}{2} \cdot x^2 \right]_{\alpha-d}^{\alpha} + \frac{4l^3 - 5l^2\alpha + \alpha^3}{2 \cdot 4l^3} [x^2]_x^{\alpha}$$

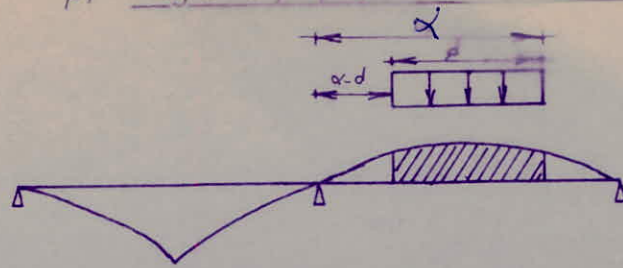
$\frac{dF(\alpha)}{d\alpha} = 0 \Rightarrow$  Nous obtenons l'équation du troisième degré suivante :

$$394,4 \alpha^3 - 11666,34 \alpha^2 + (-73654,44 x^2 - 339150,1) \alpha + 726232,7 \cdot x^2 + 310072 x + 7775504 = 0$$

La résolution de cette équation du troisième degré a été faite à l'aide du programme ci-après, sur un SHARP PC 1500 et son interface CE150



β/ - Position du pont pour obtenir les moments négatifs



Nous avons  $M(x, \alpha) = -\frac{\alpha(2l-x)(2l-x)}{4l^3}$

$F(\alpha) = \int_{\alpha-d}^{\alpha} M(x, \alpha) dx = -\frac{\alpha}{4l^3} \int_{\alpha-d}^{\alpha} (2l^2 - 2lx + x^2) dx$

$\frac{dF}{d\alpha}(\alpha) = 0 \Rightarrow$  Nous obtenons l'équation du deuxième degré suivante:  
 $59,16 \alpha^2 - 4118,718 \alpha + 61327,727 = 0.$   
 d'où :  $\alpha = 21,50 \text{ m}$

TABLEAU DONNANT LES MOMENTS FLÉCHISSANTS SOUS LA CHARGE TYPE D

Section	Abscisse-axe de la charge	Aires d'influence	$M_{\max}^+$	Abscisse-axe de la charge	Aires d'influence	$M_{\min}^-$
0,0 l	—	—	0,00		0,0	0,00
0,1 l	9,86	23,30	283,56	37,60	-3,64	-44,30
0,2 l	10,35	40,60	494,13	37,60	-7,28	-88,60
0,3 l	10,99	46,23	562,62	-//-	-10,92	-132,90
0,4 l	12,03	56,91	692,59	-//-	-14,56	-144,10
0,5 l	12,81	56,03	681,89	-//-	-18,20	-221,49
0,6 l	13,69	49,42	601,44	-//-	-21,84	-265,79
0,7 l	14,25	36,77	447,49	-//-	-25,5	-310,4
0,8 l	14,86	19,14	233,00	-//-	-29,15	-354,8
0,85 l	15,09	9,43	114,76	-//-	-30,97	-376,9
0,90 l	15,09	3,78	45,40	-//-	-32,79	-399
0,95 l	15,09	0,82	9,98	-//-	-34,61	-421,2
1,0 l	—	0,00	0,00	-//-	-26,24	-319,34

e/ - les surcharges de trottoir

D'après l'article 13 du CPC, il ya lieu d'appliquer sur les trottoirs une charge uniforme de 150 kg/m<sup>2</sup> de façon à produire l'effet maximal envisagé  
 Pour un trottoir la densité de charge par mètre linéaire est:  $q = 1,50 \times 150 = 225 \text{ kg/ml}$

Section	0,0 l	0,1 l	0,2 l	0,3 l	0,4 l	0,5 l	0,6 l	0,7 l	0,8 l	0,85 l	0,90 l	0,95 l	1,0 l
$M_{\max}^+$	0,00	10,855	18,91	24,16	26,61	26,26	23,11	17,15	8,40	4,26	1,71	0,37	0,00
$M_{\min}^-$	0,00	-1,75	-3,50	-5,25	-7,00	-8,75	-10,50	-12,26	-14,00	-11,9	-18,91	-26,62	-35,02

③ - Calculons le coefficient de majoration dynamique

La surcharge exceptionnelle type I ainsi que les surcharges de trottoir n'étant pas frappé par le coefficient de majoration dynamique, nous calculerons celui-ci uniquement pour les surcharges  $B_c$ .

Le coefficient est donné par :

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2L} + \frac{0,6}{1+\frac{4G}{S}}$$

$L$  = longueur de la travée = 24,95 m

$G$  = poids de la travée (ossature + superstructure) =  $32,26 \times 24,95 = 804,887$  t

$S$  = poids maximum des éléments de surcharge placés sur la travée =  $4 \times 36 + 2 \times 18 = 180$  t

$b_c = 0,95$  car pont de 1<sup>er</sup> classe et 3 fils chargés.

d'où :  $S = b_c \times 180 = 0,95 \times 180 = 171$  t.

donc : 
$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2 \times 24,95} + \frac{0,6}{1+4 \times \frac{804,887}{171}} = 1,097$$

④ - Calculons les coefficients de répartition  $K_\alpha$

a) - Ligne d'influence du coefficient de répartition transversal  $K_\alpha$  :

$y$ \ e	-b	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,9808	0,9910	1,0011	1,0097	1,0135	1,0097	1,0011	0,9910	0,9808
$\frac{b}{4}$	0,8876	0,9174	0,9481	0,9795	1,0097	1,0357	1,0545	1,0690	1,0820
$\frac{b}{2}$	0,8014	0,8484	0,8970	0,9481	1,001	1,0545	1,1049	1,1494	1,1907
$\frac{3b}{4}$	0,7207	0,7833	0,8484	0,9174	0,9910	1,0689	1,1494	1,2294	1,3061
b	0,6432	0,7207	0,8014	0,8876	0,9808	1,0819	1,1907	1,3061	1,4254

b) - Dispositions des charges donnant le coefficient  $K_{\alpha_{max}}$  dans chaque fibre :

Les positions transversales des charges sur le pont sont représentées sur les graphes

c) - Tableaux récapitulatif des coefficient  $K_\alpha$

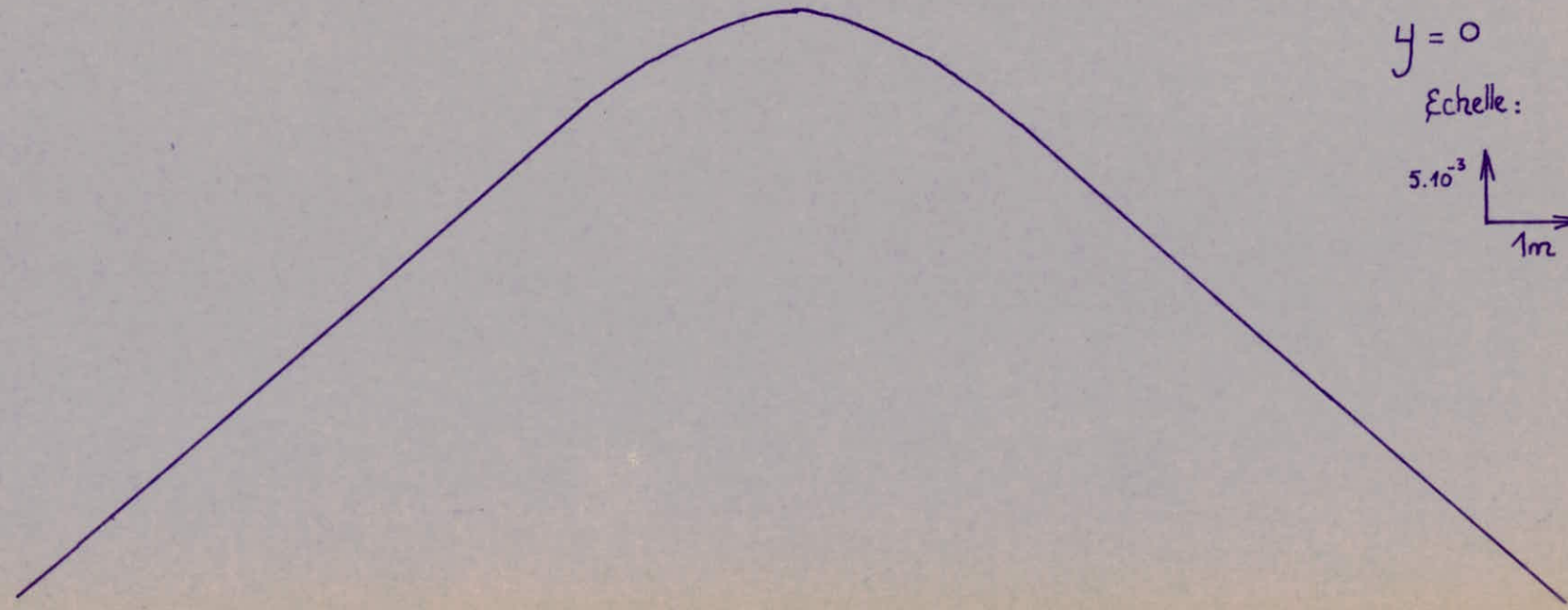
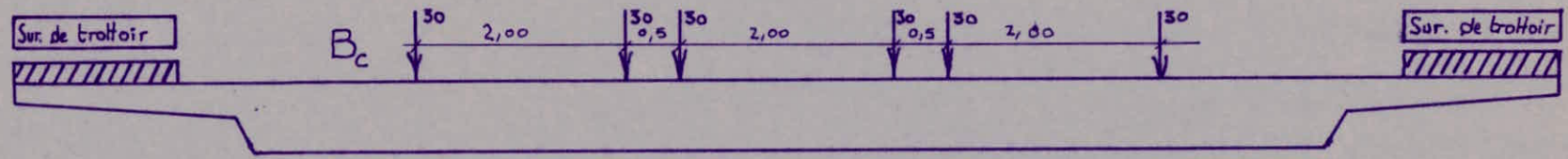
Les valeurs de  $K_\alpha$  sont données pour chaque charges et pour chaque fibre.

	0	$b/4$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
Charge permanente G	0,9970	1,0404	1,0026	0,9973	0,9477
Système $B_c$	1,0052	1,0875	1,0708	1,1055	1,1185
Surcharge A(L)	0,9277	1,0446	0,9977	0,9918	0,9959
Forçoir type D	1,0110	0,9102	1,0842	1,0973	1,1450
Surcharges de trottoir	0,9762	1,0072	1,0612	1,006	1,0348

CHARGE PERMANENTE G

SURCHARGES A(l)

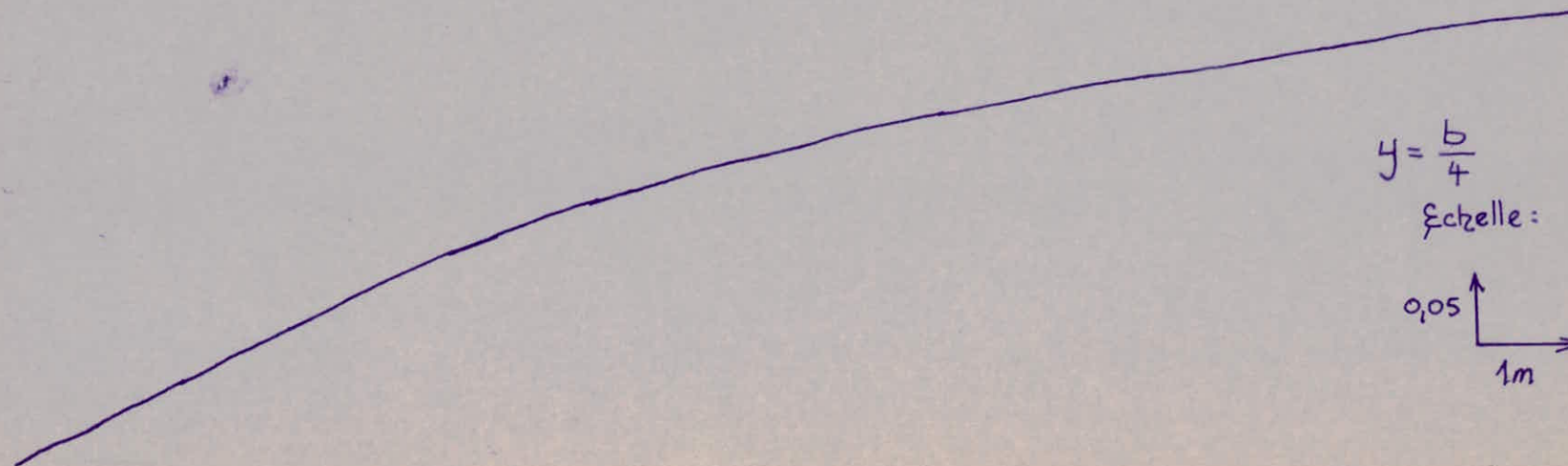
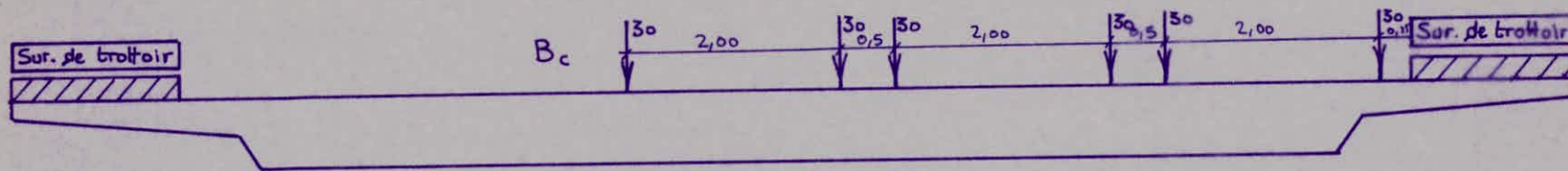
CONVOI TYPE D



CHARGE PERMANENTE G

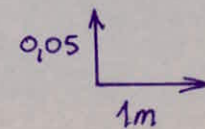
SURCHARGE A(ℓ)

CONVOI TYPE D



$$y = \frac{b}{4}$$

Echelle:

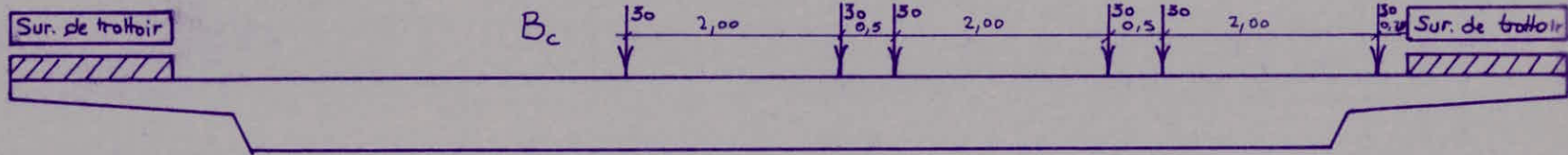


$-b$     $-\frac{3b}{4}$     $-\frac{b}{2}$     $-\frac{b}{4}$     $0$     $\frac{b}{4}$     $\frac{b}{2}$     $\frac{3b}{4}$     $b$

CHARGE PERMANENTE G

SURCHARGE A (l)

CONVOI TYPE D



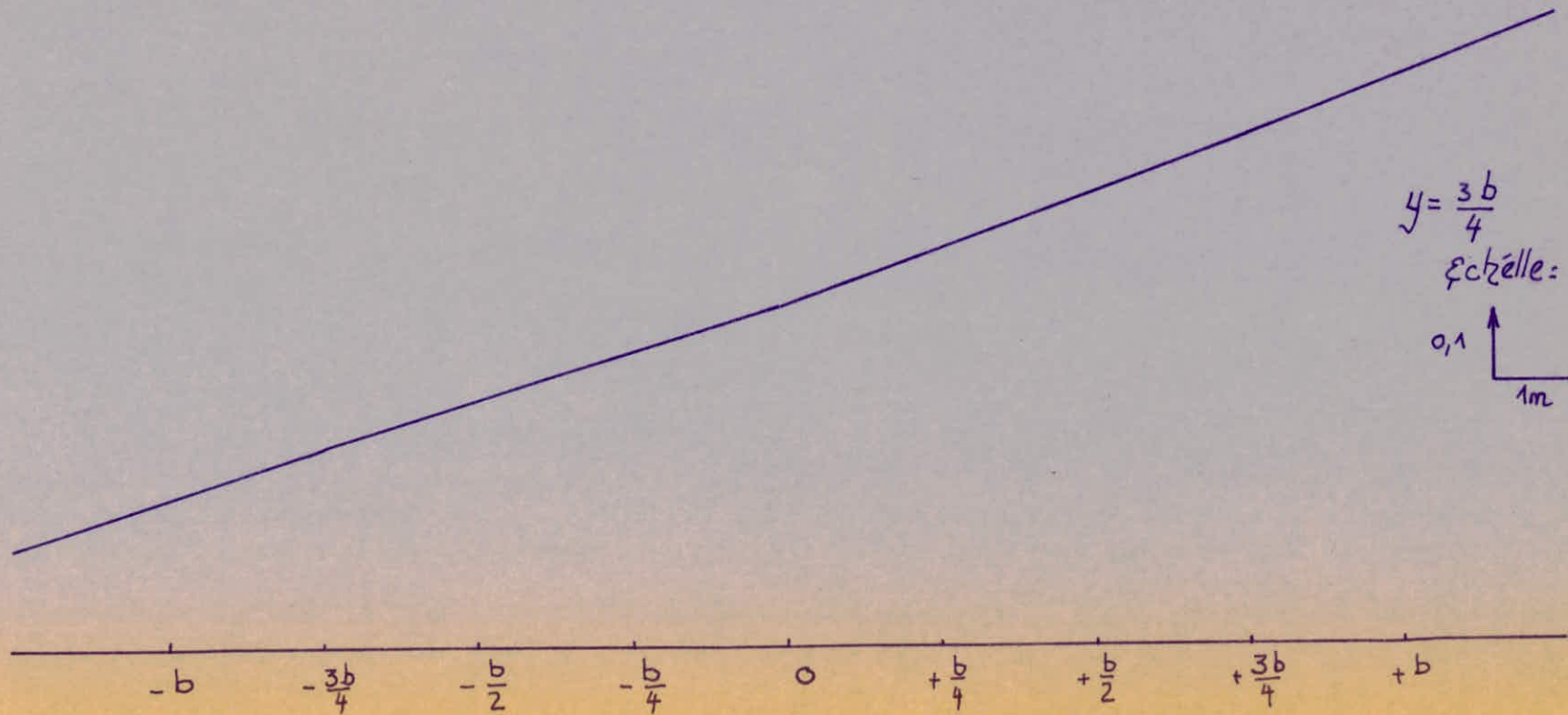
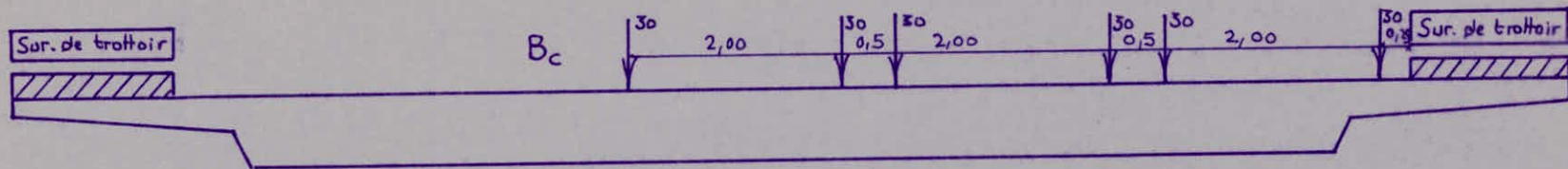
$-b$     $-\frac{3b}{4}$     $-\frac{b}{2}$     $-\frac{b}{4}$     $0$     $\frac{b}{4}$     $\frac{b}{2}$     $\frac{3b}{4}$     $b$



C H A R G E P E R M A N E N T E G

S U R C H A R G E A (l)

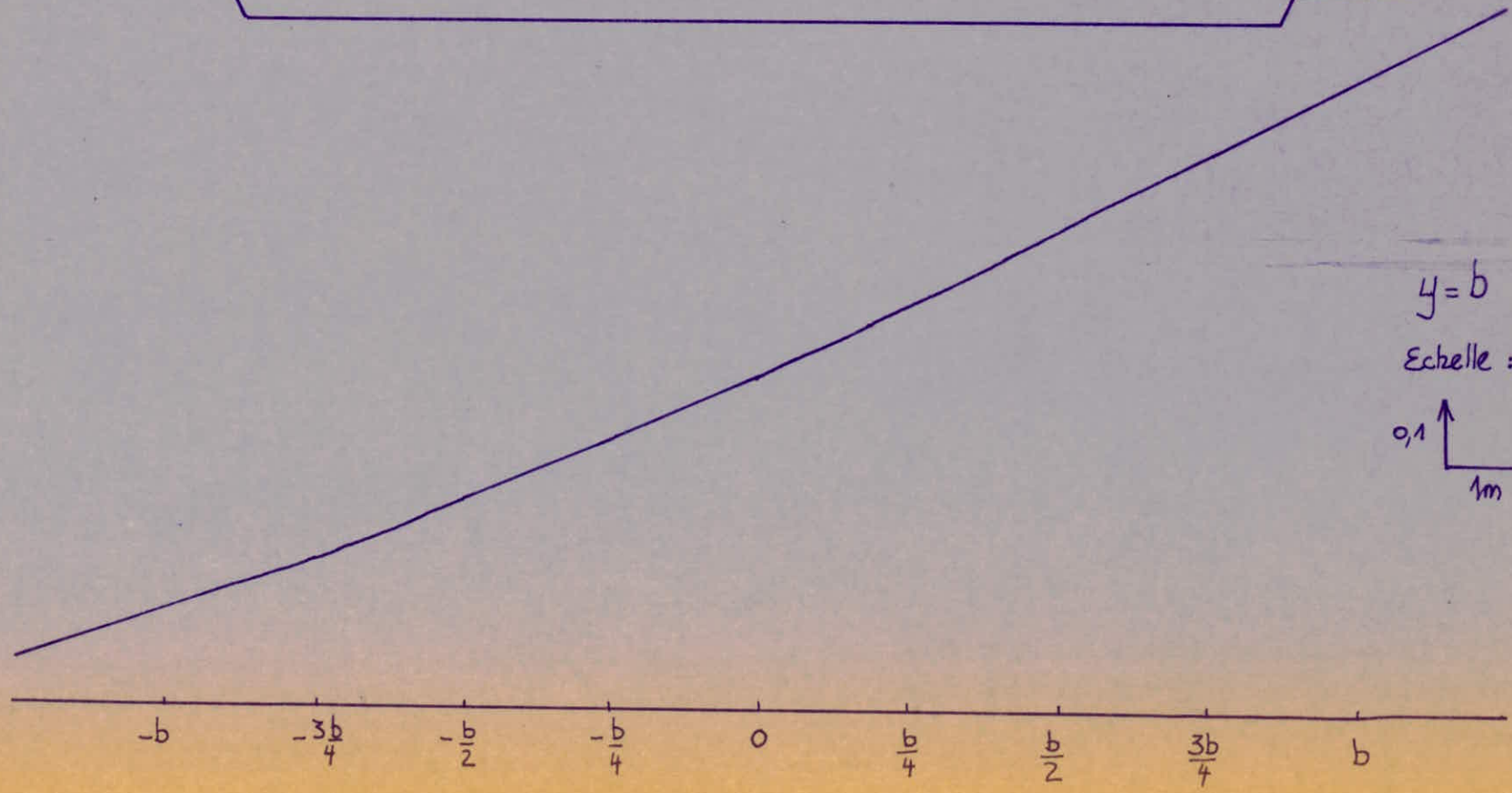
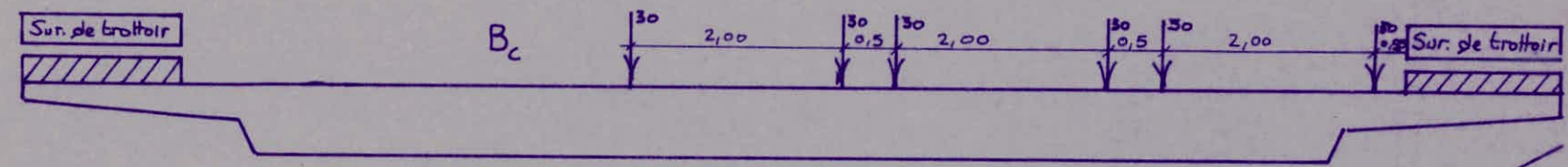
C O N V O I T Y P E D



C H A R G E P E R M A N E N T E G

S U R C H A R G E A (l)

C O N V O I T Y P E D



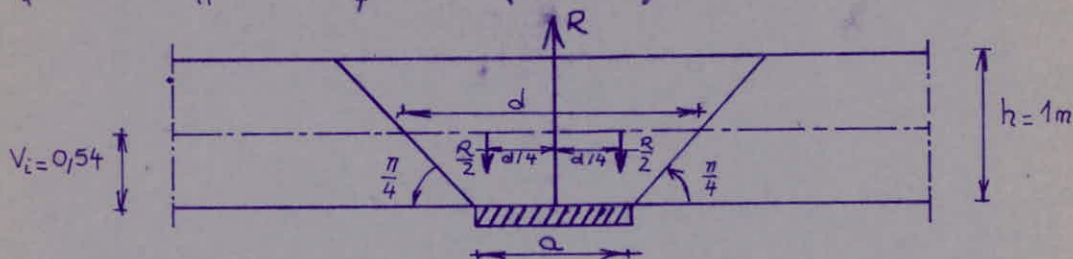
# Tableau récapitulatif des moments fléchissants longitudinaux

Prise en compte du coefficient de répartition  $K_x$

Section	Charge permanente G		Surcharge A		Surcharge B <sub>c</sub>		Surcharge type D		Surcharge de trottoir		Surcharges civiles		Surcharges militaires	
	M <sub>max</sub>	M <sub>min</sub>	M <sub>max</sub>	M <sub>min</sub>	M <sub>max</sub>	M <sub>min</sub>	M <sub>max</sub>	M <sub>min</sub>	M <sub>max</sub>	M <sub>min</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>1</sub>	M' <sub>2</sub>	M' <sub>1</sub>
0,0l	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,1l	652,662	0,000	315,92	-50,96	303,516	-40,971	324,676	-50,724	12,67	-2,168	981,25	609,52	994,01	599,77
0,2l	1104,505	0,000	550,32	-101,91	487,990	-81,919	566,924	-101,447	22,07	-4,335	1676,90	1018,25	1693,50	998,72
0,3l	1355,540	0,000	702,73	-152,86	600,109	-122,845	644,200	-152,171	28,20	-6,50	2086,47	1226,20	2027,94	1196,87
0,4l	1405,736	0,000	774,53	-203,79	619,258	-163,858	793,016	-202,894	31,06	-8,671	2211,33	1193,3	2229,8	1194,17
0,5l	1255,114	0,000	764,33	-254,78	596,352	-204,764	780,764	-253,606	30,65	-10,84	2050,10	1039,51	2066,53	990,67
0,6l	903,670	0,000	672,61	-305,73	537,808	-245,701	688,649	-304,330	26,98	-13,007	1603,26	644,96	1616,30	586,33
0,7l	351,44	0,000	499,36	-330,22	453,194	-286,716	512,376	-355,408	20,02	-15,187	879,82	49,54	883,84	-19,16
0,8l	0,000	-401,64	244,59	-407,64	355,907	-327,665	266,785	-406,246	9,81	-17,34	-147,24	-826,62	-125,04	-825,23
0,85l	0,000	-853,66	180,92	-369,40	156,064	-348,167	131,400	-431,551	4,97	-14,741	-692,63	-1237,8	-717,29	-1299,95
0,90l	0,000	-1355,53	90,06	-438,37	58,956	-368,646	51,983	-456,855	1,997	-23,425	-1294,58	-1817,33	-1301,6	-1835,8
0,95l	0,000	-1908,02	24,42	-543,56	27,202	-389,137	11,427	-482,274	0,35	-32,976	-1883,25	-2484,56	-1896,24	-2423,3
1,00l	0,000	-2510,2	—	-686,75	0,000	-409,601	0,000	-365,645	0,000	-40,88	-2510,2	-3237,8	-2510,2	-2916,7

⑤ - Écrêtement des moments sur appuis

Au voisinage de l'appui intermédiaire, les courbes enveloppes des moments fléchissants respectivement sous surcharges civiles et militaires, sont écartées de part et d'autre de l'appui et sur une distance  $d$  correspondant à l'étalement longitudinal de l'appareil d'appui, à  $\frac{\pi}{4}$  sur la fibre moyenne.



On substitue ainsi à la courbe enveloppe calculée, de part et d'autre de l'appui, un arc de parabole à tangente horizontale sur appui et passant par le point de la courbe enveloppe situé à 1 distance de l'appui égale à  $\frac{d}{2}$ .

La valeur de l'écrêtement du moment fléchissant est représentée par la différence des ordonnées de la courbe enveloppe et du point de tangente horizontale sur appui. Si  $R$  est la réaction d'appui des charges dont la position a défini la courbe enveloppe considérée et si  $d$  est l'étalement longitudinal de l'appareil d'appui au niveau de la fibre moyenne, la courbe enveloppe des moments fléchissants est alors écartée de la valeur:  $\Delta M = \frac{R \cdot d}{8}$

Pour une largeur de l'appareil d'appui  $a = 0,55$  m et pour  $V_i = 0,54$  m la diffusion  $d$  vaut:  $d = a + 2V_i = 0,55 + 2 \cdot 0,54 = 1,63$  m

a/- Surcharges civiles

$$R_1 = (1006,51 \times 1,05) + 391,13 + 15,5 = 1463,46 \text{ t}$$

$$R_2 = 1006,51 \text{ t}$$

Le coefficient 1,05 est un coefficient de majoration de la charge permanente. Il tient compte des surépaisseurs éventuelle

$$\text{d'où: } \Delta M_1 = \frac{R_1 \cdot d}{8} = 298,18 \text{ t.m} ; \Delta M_2 = 205,08 \text{ t.m.}$$

b/- Surcharges militaires

$$R'_1 = (1006,51 \times 1,05) + 223,2 = 1280,04 \text{ t}$$

$$R'_2 = 1006,51$$

$$\text{d'où: } \Delta M'_1 = 260,8 \text{ t.m} ; \Delta M'_2 = 205,08 \text{ t.m}$$

Les moments fléchissants obtenus après écrêtement sont:

$$\text{pour le a/ : } R_1 = 1463,46 \text{ t} \Rightarrow \Delta M_1 = 298,18 \text{ t.m} \Rightarrow M_1 = -2939,62 \text{ t.m}$$

$$R_2 = 1006,51 \text{ t} \Rightarrow \Delta M_2 = 205,08 \text{ t.m} \Rightarrow M_2 = -2260,12 \text{ t.m}$$

$$\text{pour le b/ : } R'_1 = 1280,04 \text{ t} \Rightarrow \Delta M'_1 = 260,8 \text{ t.m} \Rightarrow M'_1 = -2655,9 \text{ t.m}$$

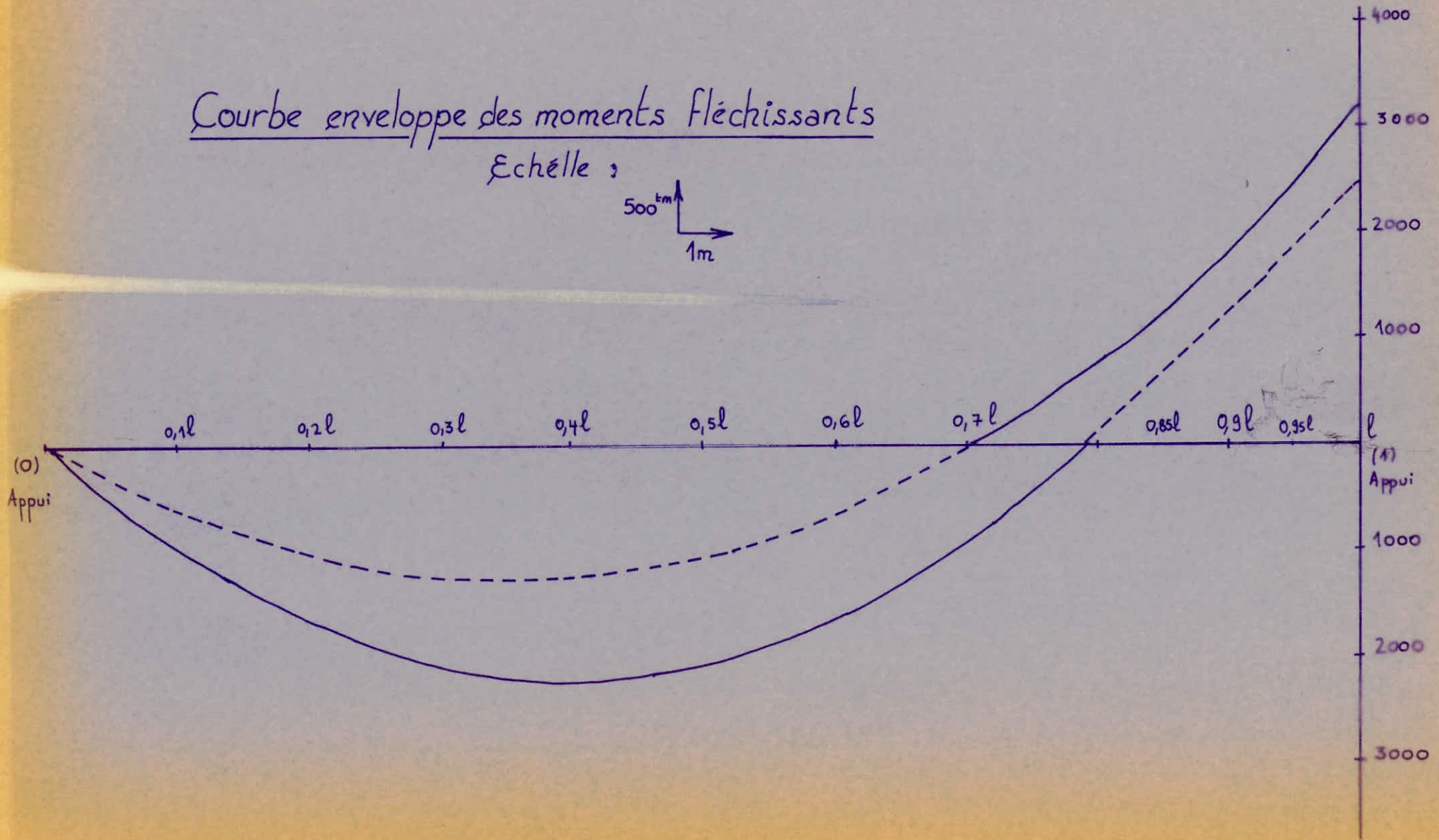
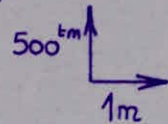
$$R'_2 = 1006,51 \text{ t} \Rightarrow \Delta M'_2 = 205,08 \text{ t.m} \Rightarrow M'_2 = -2260,12 \text{ t.m}$$

Nota: pour le tableau de la page nous avons utilisé les combinaisons suivantes:

- 1/ G + A + trottoir
- 2/ G + B<sub>c</sub> + trottoir
- 3/ G + D + trottoir

# Courbe enveloppe des moments fléchissants

Echelle :



## V / Précontrainte

### Définition des paramètres utilisés :

$I$  : moment d'inertie de la section

$m$  : moment statique

$S$  : section transversale.

$h$  : hauteur de la section.

$d_m$  : largeur moyenne (dalle équivalente)

$V_s$  : ordonnée de la fibre supérieure de la section rapportée à l'axe neutre.

$V_i$  : " " " " inférieure " " " " " "

$\eta = \left| \frac{I}{S \cdot V_i \cdot V_s} \right|$  : rendement géométrique de la section.

$$\lambda = \frac{V_s}{V_i}$$

$b$  : demi-largeur de la dalle équivalente.

$b_0$  : largeur inférieure de la nervure (ou de la dalle centrale)

$K_1, K_2, K_3$  : coefficients de partition.

$\alpha_1, \alpha_2$  : coefficients de concordance

$e$  : excentrement du câble

$e_s$  : limite supérieure du fuseau limite

$e_i$  : " inférieure " " "

$F$  : force de précontrainte.

$M_p$  : moment global de précontrainte

$M_H$  : moment hyperstatique de précontrainte.

$\omega$  : section utile d'un câble de précontrainte.

### Recherche de la précontrainte :

#### Généralités - Rappels :

Déterminer un câble moyen revient à satisfaire deux conditions qui sont :

#### a/ Condition mécanique :

- le fuseau limite existe dans chaque section.
- le câble moyen doit être à l'intérieur de ce fuseau.

#### b/ Condition géométrique :

La forme propre du câble moyen, considérée par travée, ne doit pas sortir des limites externe de notre structure.

La satisfaction de ces 2 conditions conduit à un couple  $(F, h)$  ; ce dernier est différent selon que l'on cherche une épaisseur minimale (de la dalle) ou selon que l'on se fixe la géométrie d'une intangible.

Suivant ces 2 critères, on doit chercher la section déterminante du point de vue mécanique : cette section est la section critique.

#### Fuseaux limites - Condition d'existence :

- Le dimensionnement de la précontrainte aboutit à la définition d'un câble concordant.
- On prendra comme hypothèse pour les valeurs des excentres des limites du fuseau, pour l'effet considéré, un moment hyperstatique nul, développé par la force de précontrainte  $F$ .

En prenant les excentrement par rapport à la fibre moyenne, on définit les limites sup et inf du fuseau de "non compression excessive" et de "non traction" dans chaque section, en se basant sur les inéquations fondamentales suivantes :

cas des charges civiles :

$$\frac{F}{S} + M_1 \frac{V_s}{I} + M_p \frac{V_s}{I} \geq \bar{\sigma}_1$$

$$\frac{F}{S} + M_2 \frac{V_s}{I} + M_p \frac{V_s}{I} \leq \bar{\sigma}_b$$

$$\frac{F}{S} + M_1 \frac{V_i}{I} + M_p \frac{V_i}{I} \geq \bar{\sigma}_1$$

$$\frac{F}{S} + M_2 \frac{V_i}{I} + M_p \frac{V_i}{I} \leq \bar{\sigma}_b$$

où  $M_1$  et  $M_2$  sont les moments fléchissants extrêmes auxquels est soumise la section.

$\bar{\sigma}_1$  : contrainte de traction admissible du béton

$\bar{\sigma}_b$  : " " compression " " "

Dans le cas de charges militaires, on remplace  $M_1$  et  $M_2$  par  $M'_1$  et  $M'_2$  et  $\bar{\sigma}_1$  et  $\bar{\sigma}_b$  par  $1,1 \times 0,42 \bar{\sigma}'_{1,2}$  et  $1,1 \bar{\sigma}'_b$

Les valeurs des limites du fuseau de "non compression excessive" et de "non traction" seront explicitées ultérieurement dans l'application numérique.

La condition d'existence du fuseau limite résultant se résume dans chaque section par l'intersection des 2 fuseaux ["non compr. excessive" et "non traction"].

Enfin, la flèche commune  $e_s$  nous fournira le plus petite hauteur mécaniquement possible :

$$H_{min} = \sqrt{\frac{\Delta M + \Delta \bar{M}}{\eta_{dm} (A+B)}}$$

selon la nature du fuseau résultant, les valeurs de  $\Delta M$ ,  $\Delta \bar{M}$ , A et B sont données :

Limsup / Lininf	$e_{sc}(C)$	$\bar{e}_{sc}(M)$
$e_{ic}(C)$	$\Delta \bar{M} = M_2 - M_1$ $A = \bar{\sigma}_b$	$\Delta \bar{M} = M'_2 - M'_1$ $A = \frac{\lambda + 1,1}{1 + \lambda} \cdot \bar{\sigma}_b$
$\bar{e}_{ic}(M)$	$\Delta \bar{M} = M_2 - M_1$ $A = \frac{1 + 1,1 \lambda}{1 + \lambda} \cdot \bar{\sigma}_b$	$\Delta \bar{M} = M'_2 - M'_1$ $A = 1,1 \cdot \bar{\sigma}_b$

Limsup / Lininf	$e_{st}(C)$	$\bar{e}_{st}(M)$
$e_{it}(C)$	$\Delta M = M_2 - M_1$ $B = -\bar{\sigma}_1$	$\Delta M = M'_2 - M'_1$ $B = \frac{1,1 \lambda \bar{\sigma}_b - \bar{\sigma}_1}{1 + \lambda}$
$\bar{e}_{it}(M)$	$\Delta M = M_2 - M_1$ $B = \frac{\lambda \bar{\sigma}_1 - 1,1 \bar{\sigma}_b}{1 + \lambda}$	$\Delta M = M'_2 - M'_1$ $B = 1,1 \cdot \bar{\sigma}'_b$

### 2/ Section critique :

De la condition mécanique, on déduit que dans chaque section de hauteur  $h$ , la force de précontrainte  $F$  doit être comprise entre 2 valeurs  $F_{min}$  et  $F_{max}$ . Dans le cas de structure à inertie variable, pour la plus petite des hauteurs mécaniques  $H_{min}$  il découle  $F_{min} = F_{max}$ . Cette solution donne la hauteur minimale vis à vis de la condition mécanique. Ce qui veut dire que qu'en cette section, les fuseaux limites "de N.C.E" et de "Non traction" sont confondus et tangents au même point. En géométrie imposée (notre cas).

Soit  $H_{inc}$  : hauteur de la section critique.

On doit avoir  $H_{inc} \geq H_{min}$

Si cette condition est satisfaite, il existe alors un couple  $(F_{min}, F_{max})$  entre lesquelles doit se trouver l'effort de précontrainte pour que le problème soit mécaniquement possible :

$$F_{min} = \frac{\Delta M}{\eta_{dm} H_{inc}} + H_{inc} dm B$$

$$F_{max} = -\frac{\Delta M}{\eta_{dm} H_{inc}} + H_{inc} dm A$$

Calcul du moment hyperstatique de Précontrainte :

L'action de la précontrainte est équivalente à :

- un effort normal  $F$  tangent à la ligne moyenne.
- une charge continue verticale due à la courbure et égale à  $-F/R$  où  $R$  : rayon de courbure du câble.
- une charge verticale due à la courbure de la poutre égale à  $F/R'$  où  $R'$  : rayon de courbure de ligne moyenne.
- des moments d'attache aux extrémités :  $F \cdot e_1$  et  $F_{n+1} \cdot e_{n+1}$
- En cas de brisure de ligne moyenne (gousset) à des efforts concentrés qui s'exercent aux changements de direction de la ligne moyenne égaux à  $F \sin \gamma$  ou  $\gamma$  : déviation de la ligne moyenne.

En un point  $x$ , l'effet de précontrainte est représenté par  $F \cdot \vec{E}$  ( $\vec{E}$  : vecteur unitaire tangent à la courbe  $y(x)$ , c'est à dire au câble moyen).

$$d(F \cdot \vec{E}) = \vec{E} \cdot dF + F \cdot d\vec{E} = \vec{E} \cdot dF + \vec{n} \frac{F}{R} \cdot dS \quad \text{avec} \quad \frac{1}{R} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}$$

Le câble étant très peu incliné sur l'horizontale, on néglige  $y'^2$  devant 1.

$$\bar{w}(x) = -F \cdot y'' = -\frac{F}{R} \quad (\text{densité de charge répartie fictive due à la courbure du câble})$$

$$\tilde{w}(x) = F \cdot z'' = -\frac{F}{R'} \quad (\text{densité de charge due à la courbure du tablier})$$

Les efforts dus à la précontrainte se résument à :

- un effort normal  $F(x)$  appliqué au C.D.G de la section considérée.
- un moment fléchissant  $M_p$  égal à la somme d'une part des efforts dus à la courbure du câble et à celle due à la ligne moyenne.

représentée par :

$$\int_{A_1}^{A_{n+1}} -M_0(x, \alpha) \cdot F(\alpha) \cdot [y''(\alpha) - z''(\alpha)] \cdot d\alpha$$

et d'autre part, des effets dus aux moments d'attache aux extrémités du câble et ceux dus aux brisures de la ligne moyenne.

- $M_0(x, \alpha)$  : fonction représentant la ligne d'influence du moment fléchissant.

Nous avons rapporté le câble  $y(x)$  et la ligne moyenne  $z(x)$  à un même axe l'excentrement du câble moyen est égal à :  $e(x) = y(x) - z(x)$ .

En intégrant 2 fois par partie l'expression de  $M_p$ , moyennant les approximations valables pour les ouvrages étudiés, on aboutit à :

$$M_p = F(x) \cdot e(x) - \int_{A_1}^{A_{n+1}} F(\alpha) \cdot e(\alpha) \cdot \frac{\partial^2 M_0(x, \alpha)}{\partial \alpha^2} \cdot d\alpha$$

or  $M_p = F \cdot e + M_H$

$$\Rightarrow M_H = - \int_{A_1}^{A_{n+1}} F \cdot e(\alpha) \cdot M_0''(x, \alpha) \cdot d\alpha$$

\*  $M_p$  : dépend de la courbure du câble, donc de sa forme propre et non de sa position. Il n'est pas nécessaire de modifier  $M_H$  pour augmenter  $M_p$

\* Si on trouve une solution dont l'expression est  $y_i(x)$  dans la travée  $li$ , alors  $y_i(x) + B_i \left(\frac{x}{l_i}\right) + C_i$  est aussi solution avec  $B_i$  et  $C_i$  constantes

Donc les transformations linéaire par travée, portant sur le câble en laissant fixes les extrémités, ne changent pas les courbures du câble, ainsi  $M_p$  reste inchangé.



## VI / CABLAGE

On déterminera la précontrainte et on recherchera le tracé du câble.

### A/ Paramètres de calcul :

#### a/ Paramètres géométriques :

$$\begin{aligned}
 I &= 0,996 \text{ m}^4 \text{ (section de béton } \frac{2b \times h^3}{12}) \\
 m &= 1,492 \text{ m}^3 \\
 S &= 11,89 \text{ m}^2 \\
 V_s &= 0,46 \text{ m} \\
 V_i &= 0,54 \text{ m} \\
 h &= 1,00 \text{ m} \\
 d_m &= 11,63 \text{ m} \\
 \eta &= 0,3372 \\
 \lambda &= \frac{V_s}{V_i} = 0,8519
 \end{aligned}$$

#### b/ Caractéristiques des matériaux :

$$\begin{aligned}
 \text{BETON: } \sigma_{28} &= 3000 \text{ t/m}^2 ; \sigma_j = 2800 \text{ t/m}^2 \\
 \bar{\sigma}_b &= 0,42 \cdot \sigma_{28} = 1260 \text{ t/m}^2 \\
 \bar{\sigma}'_b &= \sigma_1 = 0
 \end{aligned}$$

#### ACIER: 7T15 DYWIDAG

$$\begin{aligned}
 R_G &= 185000 \text{ t/m}^2 \\
 T_G &= 0,8 R_G = 148000 \text{ t/m}^2 \\
 \omega &= 973 \text{ mm}^2 \\
 E_a &= 20 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2
 \end{aligned}$$

### B/ tracé du câble approché :

#### 1) Détermination du couple ( $F_{min}$ ; $F_{max}$ )

On a une section critique à 0,4 l de 1,00 m de hauteur constante. Au préalable, nous devons vérifier que la hauteur imposée est supérieure ou égale à la hauteur minimale donnée par la condition mécanique. Cette hauteur minimale est calculée en tenant compte des surcharges militaires qui sont les plus défavorables dans notre cas.

$$H_{min} = \sqrt{\frac{\Delta M + \bar{\Delta M}}{\eta d_m (A+B)}} \quad \text{où } \Delta M = \bar{\Delta M} = M_2' - M_1' = 2229,8 - 1194,17 = 1035,63 \text{ t.m}$$

$$\begin{aligned}
 A &= 1,1 \cdot \bar{\sigma}_b = 1,1 \times 1260 = 1386 \text{ t/m}^2 \\
 B &= 1,1 \cdot \bar{\sigma}'_b = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{donc } H_{min} = \sqrt{\frac{2 \times 1035,63}{0,3372 \times 11,63 \times 1386}} = 0,62 \text{ m} < h = 1,00 \text{ m}$$

La condition mécanique est vérifiée.

d'où les valeurs de  $F_{min}$  et de  $F_{max}$  :

$$F_{min} = \frac{\Delta M}{\eta h} + h \cdot d_m \cdot B = 3071,26 \text{ t}$$

$$F_{max} = -\frac{\bar{\Delta M}}{\eta h} + h \cdot d_m \cdot A = 13048 \text{ t}$$

#### 2) Condition géométrique et force géométrique :

La condition géométrique :  $0,6 \cdot e_c(A_0) + 0,4 \cdot e_c(A_1) - e_c(0,4l) \leq hu$

On se fixe  $k_1 = 0$ ,  $k_2 = 1$  et  $k_3$  fixé de telle façon à avoir un excentrement nul à l'about.

Où  $a$  :  $e_c(A_0) = 0$  à l'about.

$e_c(A_1) = \eta \cdot V_i - \frac{M_1}{F}$  à l'appui intermédiaire.

$$e_c(0,14L) = \eta \left( 1 - \frac{1,1 \cdot S \cdot \bar{\sigma}_b}{F} \right) \cdot \frac{\lambda}{1+\lambda} - \frac{M_2}{F}$$

La condition géométrique devient :

$$0,14 \left[ \eta V_i - \frac{M_1}{F} \right] - \left[ \eta \left( 1 - \frac{1,1 \cdot S \cdot \bar{\sigma}_b}{F} \right) \cdot \frac{\lambda}{1+\lambda} - \frac{M_2}{F} \right] \leq h_u$$

$$\rightarrow F_{\text{géom}} = \frac{0,14 M_1 - M_2 - 1,1 \cdot S \cdot \bar{\sigma}_b \cdot \eta \cdot \frac{\lambda}{1+\lambda}}{0,14 \cdot \eta V_i - h_u - \eta \cdot \frac{\lambda}{1+\lambda}}$$

où  $h_u = 1 - 2 \times 0,12 = 0,76 \text{ m}$

$\lambda = 0,8519 = \frac{V_2}{V_1}$

$\eta = 0,3372$

$M_1 = -2655,9 \text{ t.m}$

$M_2 = 2229,8 \text{ t.m}$

$V_i = 0,54 \text{ m}$

$S = 11,89 \text{ m}^2$

$\bar{\sigma}_b = 1260 \text{ t/m}^2$

$F_{\text{géom}} = 6959,60 \text{ t} \in [F_{\text{min}}, F_{\text{max}}]$

d'où le nbre nécessaire de câbles :

$$N = \frac{F_{\text{géom}}}{\omega \cdot T_G} = \frac{6959,6}{973 \cdot 10^6 \cdot 148 \cdot 000} = 48$$

### 3/ tracé du câble approché :

On suppose que  $F = F_{\text{géom}}$  reste constante le long de la travée, ainsi nous allons déterminer le fuseau limite, par conséquent le tracé du câble approché. Pour  $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}'_b = 0$  (contrainte de traction nulle), les relations qui donnent le fuseau limite sont :

\* limite sup du fuseau de "non compression excessive" :

$$\min \begin{cases} \bar{\sigma}_c = \eta V_i \cdot \left( 1 - \frac{S \bar{\sigma}_b}{F} \right) - \frac{M_2}{F} \\ \bar{\sigma}'_c = \eta V_i \cdot \left( 1 - \frac{1,1 S \bar{\sigma}_b}{F} \right) - \frac{M'_2}{F} \end{cases}$$

\* limite inférieure du fuseau de "non compression excessive" :

$$\max \begin{cases} \bar{\sigma}_{ic} = \eta V_s \cdot \left( 1 - \frac{S \bar{\sigma}_b}{F} \right) - \frac{M_1}{F} \\ \bar{\sigma}'_{ic} = \eta V_s \cdot \left( 1 - \frac{1,1 S \bar{\sigma}_b}{F} \right) - \frac{M'_1}{F} \end{cases}$$

\* limite supérieure du fuseau de "non traction" :

$$\min \begin{cases} \bar{\sigma}_{st} = \eta V_s - \frac{M_2}{F} \\ \bar{\sigma}'_{st} = \eta V_s - \frac{M'_2}{F} \end{cases}$$

\* limite inférieure du fuseau de "non traction" :

$$\max \begin{cases} \bar{\sigma}_{it} = \eta V_i - \frac{M_1}{F} \\ \bar{\sigma}'_{it} = \eta V_i - \frac{M'_1}{F} \end{cases}$$

Les valeurs numériques du fuseau limite sont résumées sur un tableau récapitulatif.

Le câble approché est obtenu en considérant dans la formule de  $K$ ,  $\alpha=0$

$$\Rightarrow K = K_3 + (K_1 - K_3) \cdot m$$

Les excentrement du câble sont donnés dans chaque section par :

$$e_c = e_i + K(e_s - e_i)$$

$K_1=0$  et  $K_2=1$  sont des valeurs déjà fixées auparavant (valeurs recommandées pour des structures élancées ; elles permettent un bon rendement des aciers.)

$$\text{donc : } K = K_3(1-m)$$

et  $e_c = e_i + K_3(1-m)(e_s - e_i)$  où  $m = \frac{x}{l}$  ; ( $x$ : abscisse de la section considérée)

$K_3$  est fixé pour avoir un excentrement nul à l'about

$$\text{donc on pose } e_c = 0 \quad \text{avec } m = 0$$

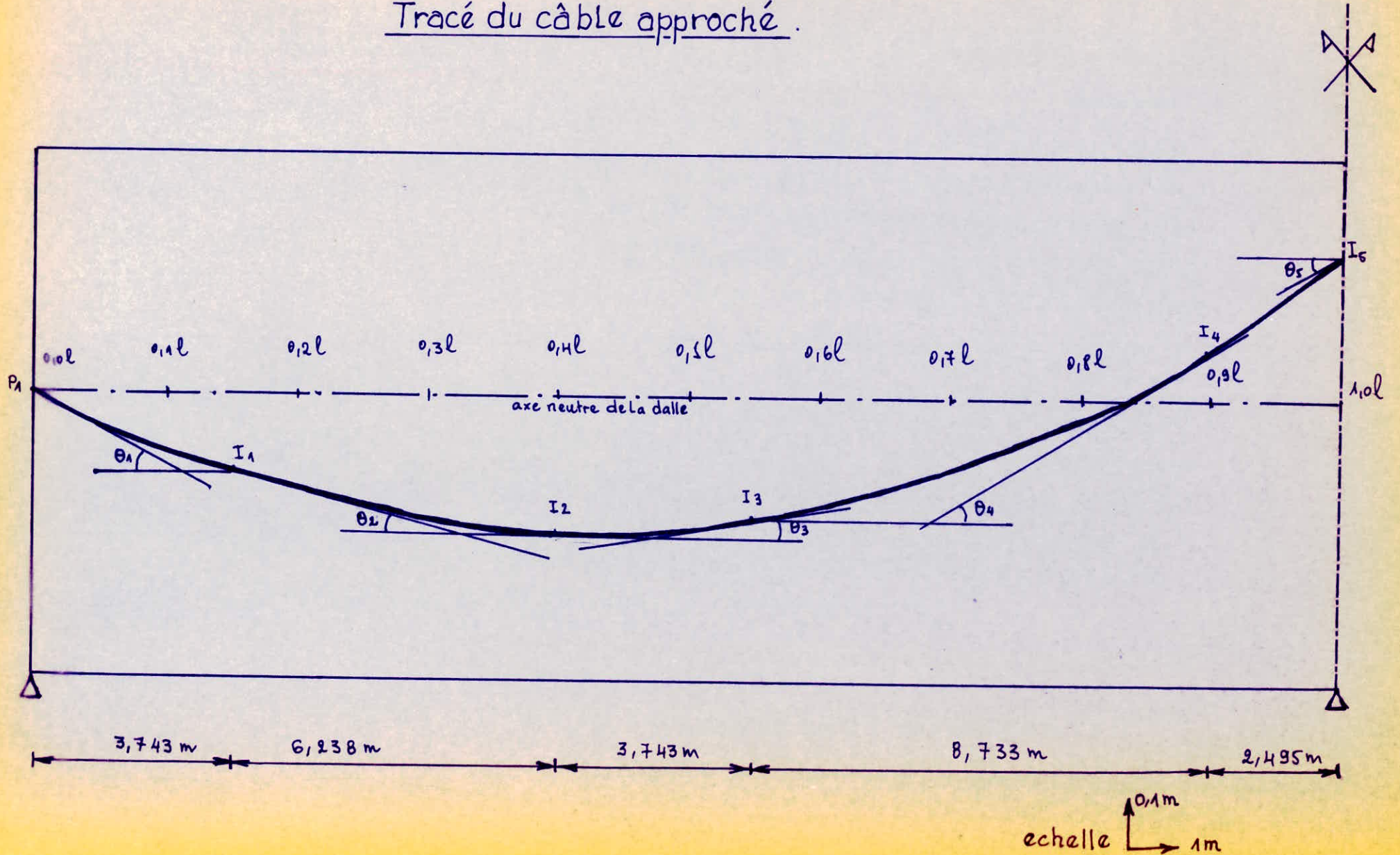
$$\text{d'où } K_3 = \frac{-e_i}{e_s - e_i} = \frac{0,1788}{0,1551 + 0,1788} = 0,536$$

$$\Rightarrow e_c = e_i + 0,536(1-m)(e_s - e_i)$$

TABLEAU DONNANT LE FUSEAU LIMITE ET L'EXCENTREMENT DU CÂBLE APPROCHÉ :

SECTIONS	$e_{st} (m)$	$e_{it} (m)$	$e_{sc} (m)$	$e_{ic} (m)$	FUSEAU RESULTANT		EXCENTREMENT DU CÂBLE $e_c (m)$
					$e_i (m)$	$e_s (m)$	
0,0l	0,1551	-0,1821	0,2099	-0,1788	-0,1788	0,1551	0,00
0,1l	0,0570	-0,2683	0,1105	-0,2664	-0,2664	0,0570	-0,1104
0,2l	0,0406	-0,3256	0,0406	-0,3251	-0,3251	0,0406	-0,1683
0,3l	0,0013	-0,3541	0,0013	-0,3550	-0,3541	0,0013	-0,2316
0,4l	-0,0679	-0,3535	-0,0131	-0,3502	-0,3502	-0,0679	-0,2594
0,5l	-0,0516	-0,3245	0,0032	-0,3282	-0,3245	-0,0516	-0,2513
0,6l	-0,0065	-0,2663	0,0483	-0,2715	-0,2663	-0,0065	-0,2106
0,7l	0,0667	-0,1793	0,1215	-0,1859	-0,1793	0,0667	-0,1397
0,8l	0,1698	-0,0633	0,2224	-0,060	-0,060	0,1698	-0,0354
0,9l	0,2846	0,0817	0,3394	-0,0516	0,0817	0,2846	0,0926
1,0l	0,4061	0,2831	0,4609	0,2864	0,2864	0,4061	0,2864

# Tracé du câble approché.



C/ Tracé du câble concordant :

1. Evaluation des pertes sur le tracé approché :

a/ Pertes par frottements

Les pertes seront calculées sur des tronçons du tracé en supposant que ces pertes sont linéaires entre 2 points d'inflexion successifs.

L'expression donnant les pertes en un point d'abscisse  $x$  est :

$$\Delta T(x) = -T \cdot \left( f \cdot \frac{\theta}{l_i} + \varphi \right) \cdot x \quad \text{où } T: \text{ désigne la tension au 1er point d'inflexion.}$$

$\theta$  : déviation angulaire entre 2 points.  
 $x$  : abscisse du point de calcul comptée à partir du 1er.

du 2<sup>e</sup> point, la perte sera de :

$$\Delta T(l_i) = -T \cdot (f \cdot \theta + \varphi \cdot l_i)$$

$f$  : coefficient de frottement, on prend  $f = 0,18$

$\varphi$  : déviation angulaire parasite :  $\varphi = 0,002$

b/ Pertes par recul d'ancrage :

Les pertes sont déterminées sous la tension initiale  $T_0 = T_6$ .

Pour les systèmes d'ancrage à loincement conique, il y a une rentrée d'ancrage après clavage des armatures tendues, donc une perte de tension statique. Cette rentrée d'ancrage provoque une perte de tension  $\Delta T(x)$  qui décroît en s'éloignant de l'ancrage. Le mouvement de rétraction de l'armature non injectée provoque des frottements du câble dans sa gaine et mobilise des frottements lors de la mise en traction en sens inverse. On obtiendra 2 diagrammes de pertes statiques en polygones antiparallèles par rapport à l'axe des abscisse sur une longueur  $P_1 S$ . Les pertes de tension sont déterminées de 2 manières différentes en évaluant l'énergie de frottement dissipée lors de la rétraction.

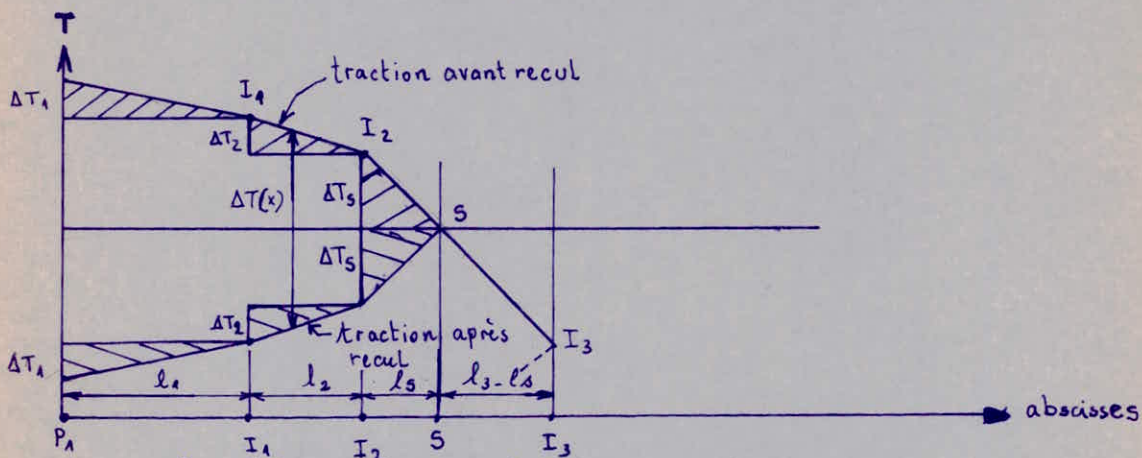
Soit  $\Delta C$  : la rentrée d'ancrage, nous obtenons d'après la loi de HOOKE :

$$\int_{P_1}^S \Delta T(x) \cdot dx = \frac{E \cdot \Delta C}{1000} \quad \text{où } x \text{ est exprimé en [m]}$$

$\Delta C$  " " [mm]

Pour cela, nous devons chercher l'abscisse de  $S$  qui satisfait avec une précision suffisante à l'égalité précédente.

Soit la méthode pratique présentée dans la pièce 1.6 du Dossier PSIDE 67 (SETRA)



principe: La méthode consiste à établir un graphique (voir schéma ci-dessus) où les aires de part et d'autre de l'axe mené par (S) doivent être égales.

si on pose :  $\int_{P_1}^{I_n} \Delta T(x) \cdot dx = S_n$

$$S_n = \Delta T_1 \cdot l_1 + \Delta T_2 \cdot l_2 + \dots + \Delta T_n \cdot l_n + 2l_1(\Delta T_2 + \dots + \Delta T_n) + 2l_2(\Delta T_3 + \dots + \Delta T_n) + \dots + 2l_{n-1} \Delta T_n$$

$$S_n = S_{n-1} + \Delta T_n \cdot (2l_1 + 2l_2 + \dots + 2l_{n-1} + l_n)$$

On cherche la valeur \$S\_n\$ la plus voisine par défaut de \$\frac{E \cdot \Delta C}{1000}\$ et on déterminera la position de (S) en posant \$K = \frac{\Delta T\_{n+1}}{l\_{n+1}} = \frac{\Delta T\_s}{l\_s}\$

d'où \$\frac{E \cdot \Delta C}{1000} = S\_n + \Delta T\_s (2l\_1 + 2l\_2 + \dots + 2l\_n + \frac{\Delta T\_s}{K})\$

où \$K\$ : pente du segment de droite sur lequel se trouve (S), ainsi on tire \$\Delta T\_s\$ et \$l\_s\$ par la résolution d'une équation du second degré en \$\Delta T\_s\$.

note cas : \$n=3\$, \$l\_1 = 3,743\$ ; \$l\_2 = 6,238\$ m ; \$l\_3 = 3,743\$ m ; \$l\_4 = 8,733\$ m  
 Pour la tension à l'ancrage, \$T\_0 = T\_6 = 148\$ kg/mm<sup>2</sup>, les pertes de tension entre 2 points successifs sont :

\$\Delta T\_1 = 2,4326\$ kg/mm<sup>2</sup>

\$\Delta T\_2 = 2,5993\$ "

\$\Delta T\_3 = 1,541\$ "

\$\Delta T\_4 = 4,2839\$ "

\$E\_a = 2 \cdot 10^7\$ t/m<sup>2</sup> \$\rightarrow \frac{210^7 \times 10^3}{10^6}\$  
 \$210^4\$

d'où : \$S\_3 = \Delta T\_1 \cdot l\_1 + \Delta T\_2 \cdot l\_2 + \Delta T\_3 \cdot l\_3 + 2l\_1(\Delta T\_2 + \Delta T\_3) + 2l\_2 \Delta T\_3\$

AN \$\Rightarrow S\_3 = 81307,42\$ kg/mm = \$8,130742 \cdot 10^4\$ kg/mm

24,95m

\$\Delta C = 9\$ mm \$\rightarrow \frac{E \cdot \Delta C}{1000} = \frac{20 \cdot 10^6 \times 9}{1000} = 18 \cdot 10^4\$ kg/mm

\$K = \frac{\Delta T\_s}{l\_s} = \frac{\Delta T\_{n+1}}{l\_{n+1}}\$ pour \$n=3\$ \$K = \frac{\Delta T\_s}{l\_s} = \frac{\Delta T\_4}{l\_4} = \frac{4,2839}{8,733 \cdot 10^3} = 4,9054 \cdot 10^4\$

On aura ainsi : \$\frac{E \cdot \Delta C}{1000} = S\_3 + \Delta T\_s (2l\_1 + 2l\_2 + 2l\_3 + \frac{\Delta T\_s}{K})\$

ce qui nous donne un trinôme du second degré en \$\Delta T\_s\$ de la forme :

\$\Delta T\_s^2 + 2K(l\_1 + l\_2 + l\_3) \cdot \Delta T\_s + K(S\_3 - \frac{E \cdot \Delta C}{1000}) = 0\$

AN \$\Rightarrow \Delta T\_s^2 + 13,4643 \cdot \Delta T\_s - 48,4127 = 0\$

Nous obtenons la perte de tension au niveau de (S) par résolution de l'équation ci-dessus.

\$\Delta T\_s = 2,9495\$ kg/mm<sup>2</sup> d'où \$l\_s = \frac{\Delta T\_s}{K} = \frac{2,9495}{4,9054 \cdot 10^4} = 6,0127\$ m

Donc l'effet dû au recul d'ancrage se fait ressentir sur une longueur de 19,737m dans la travée de gauche et à partir de 30,163m dans la travée de droite. (on tire des 2 extrémités)

\$T\_0 - \Delta T\_s\$

PERTES SECTIONS	DEVIATIONS \$\alpha\$ [grades]	\$l_i\$ (m)	Frottements \$\Delta T_f(x)\$ (kg/mm <sup>2</sup> )	Recul d'ancrage \$\Delta T(x)\$ (kg/mm <sup>2</sup> )	\$T_s(x)\$ (kg/mm <sup>2</sup> )
P <sub>1</sub>				18,786	129,214
I <sub>1</sub>	\$\theta_1 = 3,1657\$	3,743	2,4326	15,215	130,352
I <sub>2</sub>	\$\theta_2 = 1,799\$	6,238	2,5993	8,605	134,363
I <sub>3</sub>	\$\theta_3 = 1,035\$	3,743	1,5410	6,272	135,155
I <sub>4</sub>	\$\theta_4 = 4,060\$	8,733	4,2839	0	137,143
I <sub>5</sub>	\$\theta_5 = 4,737\$	2,495	2,7208	0	134,422

Dans ce qui va suivre, nous allons évaluer la force de précontrainte en tenant compte des pertes, calculées sur le tracé approché. Ainsi, nous déterminerons le nouveau fuséau limite et ensuite, nous calculerons le moment hyperstatique de précontrainte afin de déterminer les coefficients de concordance  $\alpha_i$  et par conséquent déterminer le tracé du câble concordant.

Soyent:  $K_1 = 0$ ,  $K_2 = 0$  et  $K_3 = 0,536$  déjà pris précédemment.

\* Pour la travée ①,  $K$  est donné par:

$$K = K_3 + (K_1 - K_3) \cdot m - \alpha_1 \cdot m \cdot (1 - m) = K_3 \cdot (1 - m) + K_1 \cdot m - \alpha_1 \cdot m \cdot (1 - m)$$

AN:  $K = 0,536 \cdot (1 - m) - \alpha_1 \cdot m \cdot (1 - m)$  où  $m = \frac{x}{l}$

L'excentricité du câble vaut:

$$e_c = e_i + K \cdot (e_s - e_i)$$

$$e_c = e_i + [0,536 \cdot (1 - m) - \alpha_1 \cdot m \cdot (1 - m)] \cdot (e_s - e_i)$$

\* Pour la travée ②,  $K$  est calculé en remplaçant  $K_3$  par  $K_1$  et  $K_1$  par  $K_3$

$$\Rightarrow K = K_1 \cdot (1 - m) + K_3 \cdot m - \alpha_2 \cdot m \cdot (1 - m)$$

$$K = 0,536 \cdot m - \alpha_2 \cdot m \cdot (1 - m)$$

L'excentricité du câble dans la travée ② est:

$$e_c = e_i + [0,536 \cdot m - \alpha_2 \cdot m \cdot (1 - m)] \cdot (e_s - e_i)$$

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

d/Calcul du moment hyperstatique de précontrainte:

Il est donné par:  $M_H = - \int_{A_2} F(x) \cdot e(x) \cdot M_1''(x) \cdot dx$

où:  $M_1''(x)$  est la dérivée seconde de la fonction d'influence du moment fléchissant sur l'appui (1), elle est définie par:

travée ①  $\rightarrow M_1''(x) = \frac{3x}{2l^2}$ ; travée ②:  $M_1''(x) = \frac{3}{2l} - \frac{3x}{2l^2}$

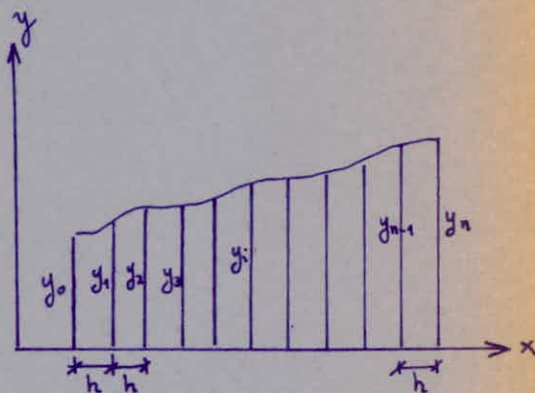
Le tableau qui suivra résumera toutes les valeurs en chaque section. On calculera l'intégrale par la méthode de SIMPSON

$$\int_a^b f(x) \cdot dx = \frac{h}{3} \cdot (y_0 + y_n + 4\sigma_1 + 2\sigma_2) + R_2$$

où  $\sigma_1 = y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}$  ( $y_0 = y_n = 0$ )

$$\sigma_2 = y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}$$

$$R_2 \approx -\frac{P_1^5}{90} f^{(5)}(\xi) = 0 \dots$$



Dans notre cas  $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 20$

le pas est de  $0,1 l = 2,455 m$

$$\sigma_1 = y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{19} \quad \text{avec } (y_0 = y_{20} = 0)$$

$$\sigma_2 = y_2 + y_4 + y_6 + \dots + y_{18}$$

$$\text{d'où } M_H = -\frac{h}{3} (4\sigma_1 + 2\sigma_2)$$

TRAVÉE ①

Tableau servant au tracé du câble concordant.

SECTIONS	F (t)	$e_i$ (m)	$e_s$ (m)	K	$e_c$ (m)	F. $e_c$ (t.m)	$M_1''$	F. $e_c \cdot M_1''$
0,0 l	5677,28	-0,1821	0,1551	0,536	0,00	0,00	0,00	0,00
0,1 l	5731,18	-0,2868	-0,0183	0,4824 - 0,09 $\alpha_1$	-0,1573 - 0,0242 $\alpha_1$	-902,515 - 138,695 $\alpha_1$	0,006	-5,4081 - 0,8322 $\alpha_1$
0,2 l	5784,69	-0,3547	-0,1377	0,4228 - 0,16 $\alpha_1$	-0,2617 - 0,0347 $\alpha_1$	-1513,853 - 200,73 $\alpha_1$	0,01202	-18,197 - 2,4128 $\alpha_1$
0,3 l	5837,79	-0,3871	-0,2023	0,3752 - 0,21 $\alpha_1$	-0,3178 - 0,0388 $\alpha_1$	-1855,25 - 226,5 $\alpha_1$	0,01803	-33,4502 - 4,0839 $\alpha_1$
0,4 l	5890,48	-0,3847	-0,2234	0,3216 - 0,24 $\alpha_1$	-0,3328 - 0,0387 $\alpha_1$	-1960,35 - 227,96 $\alpha_1$	0,02405	-47,1465 - 5,4826 $\alpha_1$
0,5 l	5948,01	-0,3487	-0,1923	0,2680 - 0,25 $\alpha_1$	-0,3068 - 0,0391 $\alpha_1$	-1824,84 - 232,57 $\alpha_1$	0,030	-54,7455 - 6,977 $\alpha_1$
0,6 l	6005,02	-0,2797	-0,1141	0,2144 - 0,24 $\alpha_1$	-0,2442 - 0,0397 $\alpha_1$	-1466,43 - 238,39 $\alpha_1$	0,03607	-52,894 - 8,5991 $\alpha_1$
0,7 l	6061,46	-0,1789	0,0093	0,1608 - 0,21 $\alpha_1$	-0,1486 - 0,0396 $\alpha_1$	-900,73 - 240,034 $\alpha_1$	0,04208	-37,9028 - 10,1006 $\alpha_1$
0,8 l	6074,24	-0,046	0,1757	0,1072 - 0,16 $\alpha_1$	-0,0222 - 0,0355 $\alpha_1$	-134,85 - 215,636 $\alpha_1$	0,0481	-6,4862 - 10,3721 $\alpha_1$
0,9 l	6018,95	0,1229	0,3702	0,0536 - 0,09 $\alpha_1$	0,1362 - 0,0223 $\alpha_1$	819,78 - 134,223 $\alpha_1$	0,05411	44,3583 - 7,2628 $\alpha_1$
1,0 l	5875,34	0,3690	0,5823	0,00	0,3690	2168,00	0,0601	130,297



TRAYEE ②

Tableau servant au tracé du câble concordant.

SECTIONS	F (t)	$e_i$ (m)	$e_s$ (m)	K	$e_c$ (m)	F. $e_c$ (t.m)	$M_1''$	F. $e_c.M_1''$
0,0l	5875,34	0,3690	0,5823	0,00	0,3690	2168	0,0601	130,297
0,1l	6018,95	0,1229	0,3702	0,0536 - 0,09 $\alpha_2$	0,1362 - 0,0223 $\alpha_2$	819,78 - 134,223 $\alpha_2$	0,0541	44,3583 - 7,2628 $\alpha_2$
0,2l	6074,24	-0,046	0,1757	0,1072 - 0,16 $\alpha_2$	-0,0222 - 0,0355 $\alpha_2$	-124,848 - 215,636 $\alpha_2$	0,0481	-6,4762 - 10,3721 $\alpha_2$
0,3l	6061,46	-0,1789	0,0093	0,1608 - 0,21 $\alpha_2$	-0,1486 - 0,0396 $\alpha_2$	-900,733 - 240,034 $\alpha_2$	0,04208	-37,9028 - 10,1006 $\alpha_2$
0,4l	6005,02	-0,2797	-0,1141	0,2144 - 0,24 $\alpha_2$	-0,2442 - 0,0397 $\alpha_2$	-1466,426 - 238,399 $\alpha_2$	0,03607	-52,894 - 8,5991 $\alpha_2$
0,5l	5948,01	-0,3487	-0,1943	0,2680 - 0,25 $\alpha_2$	-0,3068 - 0,0391 $\alpha_2$	-1824,85 - 232,567 $\alpha_2$	0,030	-54,7455 - 6,977 $\alpha_2$
0,6l	5890,48	-0,3847	-0,2234	0,3206 - 0,24 $\alpha_2$	-0,3328 - 0,0387 $\alpha_2$	-1960,352 - 227,962 $\alpha_2$	0,02405	-47,1465 - 5,4825 $\alpha_2$
0,7l	5837,79	-0,3871	-0,2023	0,3752 - 0,21 $\alpha_2$	-0,3478 - 0,0388 $\alpha_2$	-1855,25 - 226,506 $\alpha_2$	0,01803	-33,4502 - 4,0839 $\alpha_2$
0,8l	5784,69	-0,3547	-0,1377	0,4288 - 0,16 $\alpha_2$	-0,2617 - 0,0347 $\alpha_2$	-1513,853 - 200,729 $\alpha_2$	0,01202	-18,197 - 2,4128 $\alpha_2$
0,9l	5731,18	-0,2868	-0,0183	0,4824 - 0,09 $\alpha_2$	-0,1573 - 0,0242 $\alpha_2$	-900,515 - 138,685 $\alpha_2$	0,0060	-5,4091 - 0,8322 $\alpha_2$
1,0l	5677,28	-0,1821	0,1551	0,536	0,00	0,00	0,00	0,00

En utilisant les résultats trouvés dans les 2 tableaux, on trouve l'expression du moment hyperstatique  $M_H$  en fonction de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  qu'il faudra déterminer.

$$\text{Ainsi } M_H = -\frac{h}{3} (4\bar{\alpha}_1 + 2\bar{\alpha}_2) = -\frac{2,1495}{3} \left\{ 4 \left[ 2(-87,1493) - 29,2565(\alpha_1 + \alpha_2) \right] + 2 \left[ 2(-119,1504) - 28,8665(\alpha_1 + \alpha_2) \right] \right\}$$

$$\Rightarrow M_H = -976,207 - 142,0145 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2)$$

Pour obtenir le câble concordant, on annule l'expression du moment hyperstatique  $M_H$  telle que :  $f(\alpha_1, \alpha_2) = -976,207 - 142,0145(\alpha_1 + \alpha_2) = 0$ .

Et pour calculer  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , nous devons rendre minimale l'expression suivante :

$$\varphi(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{(\alpha_1 - \bar{\alpha}_1)^2 + (\alpha_2 - \bar{\alpha}_2)^2}{\left[ (\sqrt{K_1} + \sqrt{K_3})^2 + (\sqrt{1-K_1} + \sqrt{1-K_3})^2 \right]^2}$$

où les  $\alpha_i$  trouvés doivent satisfaire à la condition suivante :

$$\alpha' \leq \alpha_1 \text{ ou } \alpha_2 \leq \alpha''$$

$$\text{avec : } \alpha' = - \left[ \sqrt{1-K_1} + \sqrt{1-K_3} \right]^2 = - \left[ \sqrt{1-0} + \sqrt{1-0,536} \right]^2 = -2,8264$$

$$\alpha'' = \left[ \sqrt{K_1} + \sqrt{K_3} \right]^2 = \left[ \sqrt{0} + \sqrt{0,536} \right]^2 = 0,536$$

$$\text{et } \bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_2 = \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha'')^2 = 2,623$$

$$\text{donc : } \varphi(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{(\alpha_1 - 2,623)^2 + (\alpha_2 - 2,623)^2}{11,3057}$$

Rendre minimum  $\varphi(\alpha_1, \alpha_2)$  revient à rendre minimum l'expression suivante dans laquelle nous introduisant une inconnue supplémentaire  $\lambda$  telle que :

$$\Phi(\alpha_1, \alpha_2) = \varphi(\alpha_1, \alpha_2) + \lambda \cdot f(\alpha_1, \alpha_2)$$

$$\text{c'est à dire : } \Phi(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{(\alpha_1 - 2,623)^2 + (\alpha_2 - 2,623)^2}{11,3057} + \lambda \cdot [-976,207 - 142,0145 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2)]$$

Nous tirerons de cette expression 2 équations que nous allons résoudre par rapport à  $\lambda$  en annulant les deux dérivées partielles / à  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_1} &= \frac{2(\alpha_1 - 2,623)}{11,3057} - 142,0145 \cdot \lambda = 0 \\ \text{et } \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_2} &= \frac{2(\alpha_2 - 2,623)}{11,3057} - 142,0145 \cdot \lambda = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{on tire } \alpha_1 = \alpha_2 = 2,623 + 802,7867 \cdot \lambda$$

On injecte ce résultat dans  $f(\alpha_1, \alpha_2)$  pour trouver  $\lambda = -0,006737$  et ainsi on obtient :  $\alpha_1 = \alpha_2 = -2,785$  appartenant au domaine  $[\alpha'; \alpha''] = [-2,8264; 0,536]$

Avec les valeurs de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , on pourra tracer le câble concordant en les portant dans les expressions de EC des tableaux établis auparavant.

e) Câble définitif :

Nous allons procéder à une translation du câble concordant dans la structure de façon à y centrer sa forme intrinsèque.

Afin de ne rien changer à l'effet global de la précontrainte, les excentricités aux abouts du câble ne subissent pas cette transformation.

Nous abaisserons le câble de telle façon que la couverture sur l'appui intermédiaire et en travée reste la même sans toutefois dépasser la valeur de  $d$ . La translation qui permet la mise en place, et linéaire, de la forme :

$$y = A \cdot \frac{x}{l}$$

Soient :  $e_{c1}$  et  $e_{c2}$  : les excentricités du câble concordant sur appui et en travée.

$e_{d1}$  et  $e_{d2}$  : les excentricités du câble définitif sur appui et en travée.

$v_s$  et  $v_i$  : ordonnées des fibres supérieure et inférieure de la dalle. nous aurons :

$$e_{d1} = e_{c1} - A \quad ; \quad e_{d2} = e_{c2} + 0,140A \quad \text{à } 0,140l$$

Les couvertures inférieure et supérieure étant prises égales veut dire :

$$v_s - e_{c1} + A = v_i - e_{c2} - 0,140A$$

$$\Rightarrow A = \frac{v_i - v_s + e_{c1} - e_{c2}}{1,140} = 0,15998 \approx 0,16$$

ainsi la fonction qui permet la transformation s'écrit :

$$y = 0,16 \cdot \frac{x}{l}$$

Et afin d'obtenir un tracé régulier du câble se rapprochant le plus du câble définitif tout en évitant les points anguleux, nous utiliserons la méthode d'interpolation de LAGRANGE pour procéder à un lissage du câble. Nous aboutissons ainsi à un tracé qui n'est autre que des successions d'arcs paraboliques de la forme :  $y = A \cdot x^2 + Bx + C$

On donnez les valeurs des coefficients A, B et C dans le tableau suivant :

ARCS	$0 \leq x \leq 9,98m$	$9,98m \leq x \leq 21,21m$	$21,21m \leq x \leq 24,95m$
A	0,021085	0,0022165	0,004917
B	-0,050	-0,043398	-0,17108
C	0,00	-0,076649	1,4167991

La formule permettant l'interpolation de LAGRANGE est :

$$P(x) = \sum_1^n L_i(x) \cdot f(x) \quad \text{où } L_i(x) = \frac{\prod_{j=0}^n (x - x_j)}{\prod_{j=0}^n (x_i - x_j)} \quad \text{où } i \neq j$$

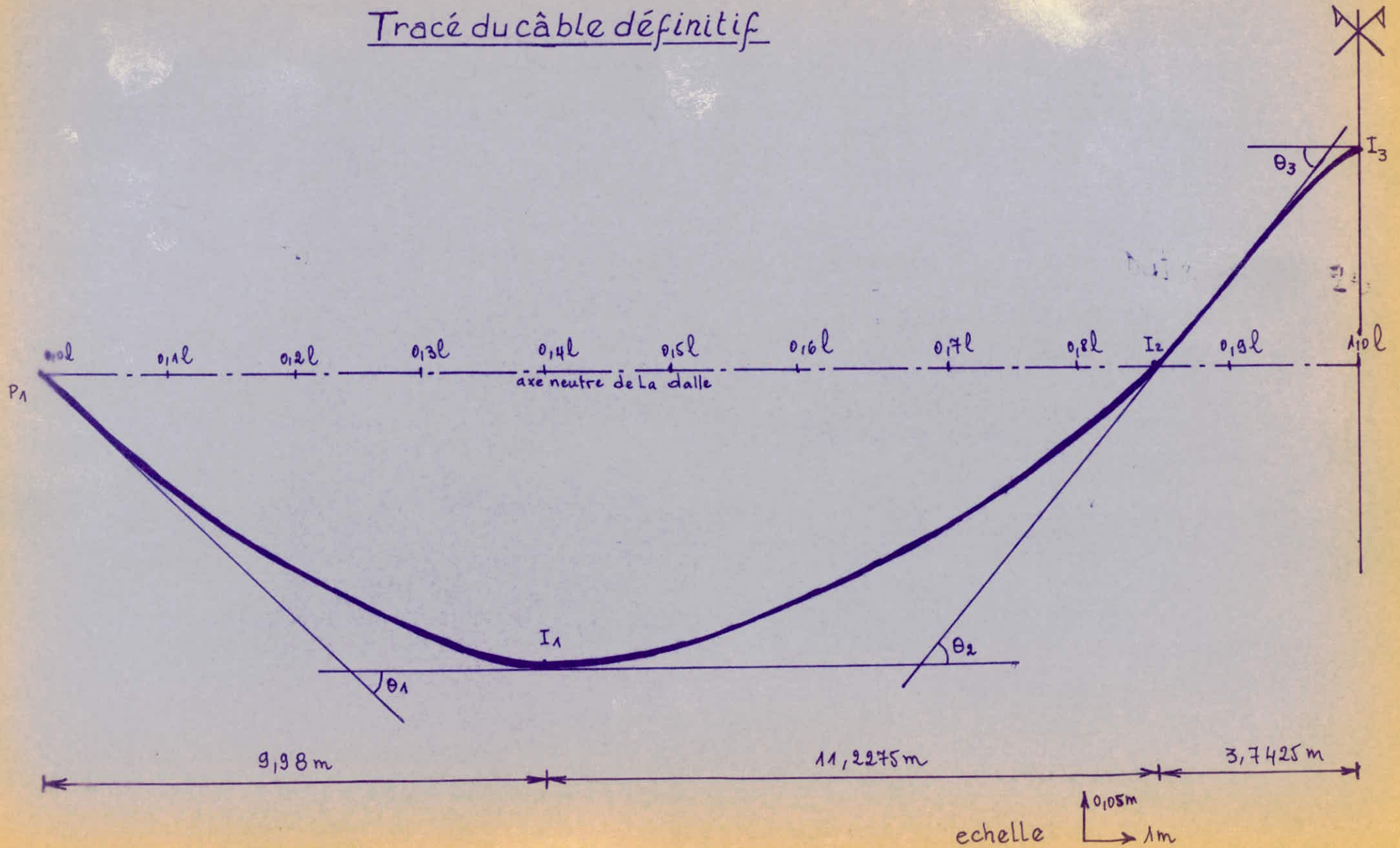
Tracé du câble concordant dans les 2 travées :

SECTIONS	TRAVÉE (1) $e_c$ (m)	TRAVÉE (2) $e_c$ (m)
0,0l	0,00	0,3690
0,1l	-0,0899	0,1983
0,2l	-0,1650	0,0767
0,3l	-0,2097	-0,0383
0,4l	-0,2250	-0,1336
0,5l	-0,1979	-0,1979
0,6l	-0,1336	-0,2250
0,7l	-0,0383	-0,2097
0,8l	0,0767	-0,1650
0,9l	0,1983	-0,0899
1,0l	0,3690	0,00

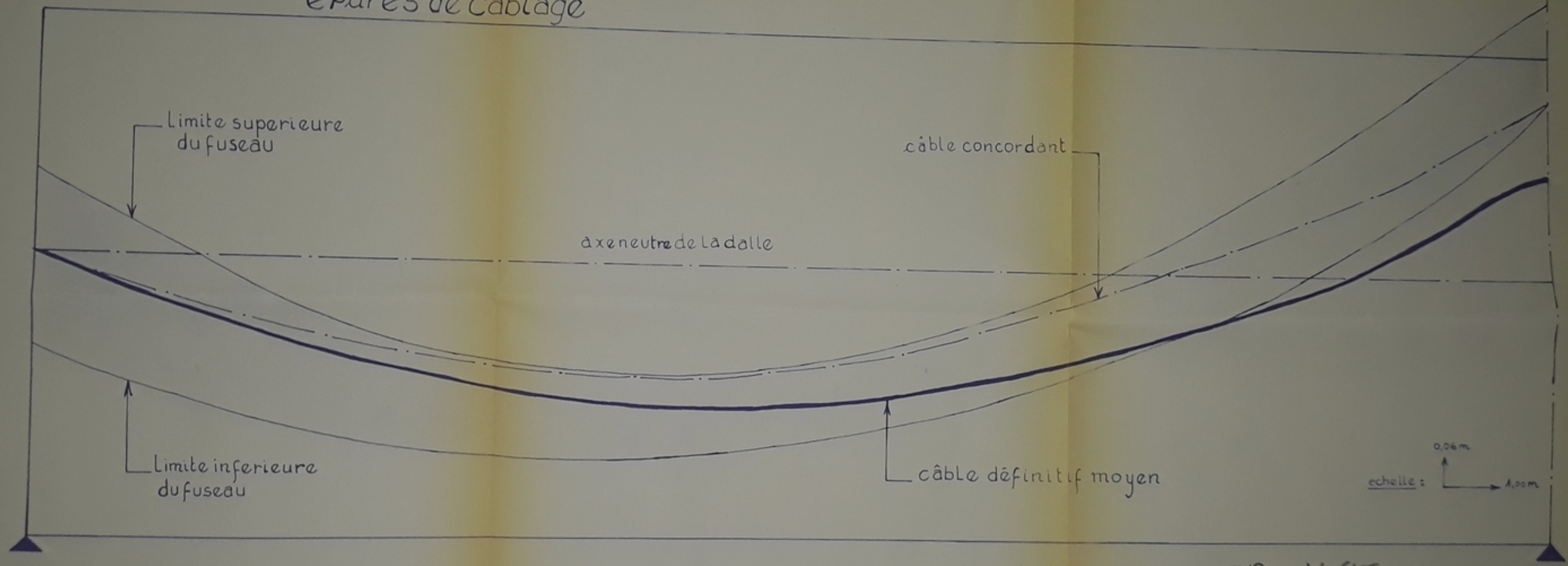
Tableau permettant de tracer le câble définitif. (• câble obtenu après lissage)

SECTIONS	$\frac{x}{l}$	$-y$ (m)	$e_c$ (m)	$e_d$ (m)	$e_d^*$ (m)
0,0l	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00
0,1l	0,1	-0,016	-0,0899	-0,1059	-0,1116
0,2l	0,2	-0,032	-0,1650	-0,1970	-0,1970
0,3l	0,3	-0,048	-0,2097	-0,2577	-0,2561
0,4l	0,4	-0,064	-0,2250	-0,2890	-0,2890
0,5l	0,5	-0,08	-0,1979	-0,2779	-0,2731
0,6l	0,6	-0,096	-0,1336	-0,2296	-0,2296
0,7l	0,7	-0,112	-0,0383	-0,1503	-0,1585
0,8l	0,8	-0,128	0,0767	-0,0513	-0,0598
0,9l	0,9	-0,144	0,1983	0,0543	0,0545
1,0l	1,0	-0,160	0,3690	0,2090	0,2090

# Tracé du câble définitif



epures de cablage



PB 016 85

Avant p. 56

D/ Evaluation de la force de précontrainte :

La force de précontrainte sera calculée en tenant compte des pertes que l'on déterminera tout le long du câble définitif obtenu après l'usage.

CALCUL DES PERTES :

a/ Pertes statiques

Elles seront déterminées de la même façon que sur le câble approché.

On donnera les résultats sous forme de tableau.

SECTIONS	Déviation $\alpha$ (grades)	$l_i$ (m)	frottement $\Delta T_f$ (kg/mm <sup>2</sup> )	Recul d'ancrage (kg/mm <sup>2</sup> )	$T_s$ (kg/mm <sup>2</sup> )
$P_A$				16,3464	131,65
$I_1$	$\theta_1 = 3,064$	9,98	4,2362	8,9952	134,77
$I_2$	$\theta_2 = 3,9096$	11,2275	4,9594	0	138,80
$I_3$	$\theta_3 = 3,9096$	3,7425	2,7438	0	136,06

$$S_1 = \Delta T_1 \cdot l_1 = 4,2362 \times 9,98 \cdot 10^3 = 42277,276 \text{ Kg/mm}$$

$$\frac{E \cdot \Delta C}{1000} = \frac{20 \cdot 10^6 \times 9}{1000} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ kg/mm}$$

$$K = \frac{\Delta T_{n+1}}{l_{n+1}} = \frac{\Delta T_s}{l_s} = \frac{\Delta T_2}{l_2} = \frac{4,9594}{11,2275 \cdot 10^3} = 4,42 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{E \cdot \Delta C}{1000} = S_1 + \Delta T_s \cdot \left( 2l_1 + \frac{\Delta T_s}{K} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta T_s^2 + 2l_1 \cdot K \cdot \Delta T_s + K \left( S_1 - \frac{E \cdot \Delta C}{1000} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta T_s = 7,7978 \text{ kg/mm}^2 \quad \text{d'où } l_s = \frac{\Delta T_s}{K} = 17,642 \text{ m}$$

Donc, l'effet du recul d'ancrage se fait sentir dans la travée gauche jusqu'à 17,642m et à partir de 32,268m dans la travée de droite.

b/ Pertes dues au raccourcissement élastique :

L'ouvrage comporte une seule famille de câble, qui sera mise en tension en totalité à j jours.

Afin de pouvoir décentrer le plus tôt possible, la mise en tension se fera en 22 jours.

La perte de tension par raccourcissement pour une série de câbles est :

$$\Delta T_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_b}{E_i} \cdot E_a \quad \text{où } \sigma_b \text{ : représente la contrainte du béton au niveau du câble sous l'effet de la mise en précontrainte.}$$

$\sigma_b$  s'obtient par l'équation du 1<sup>er</sup> degré suivante :

$$\sigma_b = \frac{M_{oss} \cdot e_d}{I} + N \cdot w \cdot \left[ \frac{1}{s} + \frac{e_c \cdot e_d}{I} \right] \cdot \left[ T_s - \frac{1}{2} \cdot \sigma_b \cdot \frac{E_a}{E_i} \right]$$

- $M_{oss}$  : moment dû à l'ossature seule.  
 $e_c$  : excentrement du câble concordant.  
 $e_d$  : excentrement du câble définitif.  
 $T_s$  : tension des armatures dans la section considérée toutes parts statiques deduits y compris le recul d'ancrage.  
 $w$  : section utile d'un câble = 973 mm<sup>2</sup>.  
 $N$  : nombre de câbles mis en tension.  
 $S$  : section nette de la dalle : 11,727 m<sup>2</sup>.  
 $E_a$  : Module d'élasticité de l'acier.  
 $E_i$  : Module instantané du béton.

Si nous posons  $A = N \cdot w \left[ \frac{1}{S} + \frac{e_c \cdot e_d}{I} \right]$

Après résolution de l'équation, on obtient  $\sigma_b = \frac{M_{oss} \cdot e_d}{I \left( 1 + \frac{A \cdot e_c}{2E_i} \right)} + \frac{A \cdot T_s}{1 + A \cdot \frac{E_a}{E_i}}$

$E_i = 21000 \sqrt{f_j} = 21000 \sqrt{280} = 3513972,1 \text{ t/m}^2$

à la mixe en précontrainte.  
 Les valeurs de  $\sigma_b$  dans chaque section seront données dans le tableau ci-dessous

Sections	$I_x^{net}$ (m <sup>4</sup> )	$e_c$ (m)	$e_d$ (m)	$M_{oss}$ (t.m)	$T_s$ (kg/m <sup>2</sup> )	$\sigma_b$ (t/m <sup>2</sup> )
0,0l	0,9960	0,00	0,00	0,00	131,65	497,05
0,1l	0,99397	-0,0899	-0,1116	590,35	132,43	496,38
0,2l	0,98969	-0,1650	-0,1970	999,05	133,21	714,82
0,3l	0,98533	-0,2097	-0,2561	1226,11	133,99	823,59
0,4l	0,98242	-0,2250	-0,2890	1271,52	134,77	529,36
0,5l	0,98387	-0,1979	-0,2731	1135,29	135,67	526,83
0,6l	0,98743	-0,1336	-0,2296	817,41	136,56	513,39
0,7l	0,99191	-0,0383	-0,1585	317,89	137,46	505,60
0,8l	0,99541	0,0767	-0,0598	-365,28	138,35	516,02
0,9l	0,99552	0,1983	0,0545	-1226,11	137,89	519,79
1,0l	0,98889	0,3690	0,2090	-2270,57	136,06	503,86

$T_s$  est obtenue par interpolation linéaire dans chaque section à partir du tableau des puits statiques

$I_x^{net} = I_x^{brute} - S \cdot d^2$  ou

$I_x^{brute} = 99960 \text{ m}^4$

$S = 0,16256 \text{ m}^2$  : section totale des gaines

La section d'une gaine = 0,003318 m<sup>2</sup>

$d$  : position du C.D.G. des câbles par rapport à la fibre moyenne.



c/ Pertes au cours du temps ou par déformations différées :

1. Relaxation des aciers :

Il s'agit d'une perte de tension sous une longueur constante. En un point déterminé d'une armature non toronnée, la valeur de la relaxation au temps  $t_{00}$  est au moins égale à la plus petite des 2 valeurs :

$$1,1 \cdot \left( \frac{\sigma_i'}{R_G} - 0,55 \right) \cdot \text{rel}_{120} \quad \text{et} \quad 8 \cdot \left( \frac{\sigma_i'}{R_G} - 0,55 \right) \cdot \text{rel}_{1000}$$

où  $\text{rel}_{120}$  et  $\text{rel}_{1000}$  représentent respectivement les valeurs de la relaxation maximale de l'acier utilisé à 120 heures et à 1000 heures, pour une tension initiale égale à  $0,8 \cdot R_G$ .

$\sigma_i'$  : tension initiale au point considéré après déduction des pertes dues aux frottements et aux raccourcissement élastique.  
 $R_G$  : contrainte de rupture garantie d'un fil d'armature de précontrainte.

Et la perte de tension par relaxation de l'acier sera la plus grande des 2 valeurs suivantes :

$$\Delta T = 1,1 \cdot \sigma_i' \cdot \left( \frac{\sigma_i'}{R_G} - 0,55 \right) \cdot \text{rel}_{120}$$

$$\Delta T = 8 \cdot \sigma_i' \cdot \left( \frac{\sigma_i'}{R_G} - 0,55 \right) \cdot \text{rel}_{1000}$$

Pour notre cas, la 1<sup>ère</sup> relation est la plus prépondérante avec  $\text{rel}_{1000} = 2,5\%$ . Pour les armatures toronnées, la valeur donnée par la relation précédente est majorée de 20%.

Les pertes par relaxation s'écrivent donc :  $\Delta T_2 = 1,2 \times 8 \times \sigma_i' \cdot \left( \frac{\sigma_i'}{R_G} - 0,55 \right) \cdot \text{rel}_{1000}$

2. Retrait du béton :

Pour le nord de l'Algérie, on pourra admettre que pour des constructions non massives à l'air libre, le raccourcissement final  $\rho_0'$  peut être pris égal à  $\rho_0' = 3 \cdot 10^{-4}$ , ce qui correspond à une détension lente et élastique des aciers qui compte tenu du module d'élasticité des aciers  $E_a = 20 \cdot 10^6 \text{ t/cm}^2$  valable pour les fils comme pour les torons, est égale à :

$$\Delta T_3 = \rho_0' \cdot E_a = 3 \cdot 10^{-4} \times 20 \cdot 10^4 \text{ Kg/mm}^2 = 6 \text{ Kg/mm}^2$$

3. Fluage du béton :

On calculera le raccourcissement relatif de fluage  $\epsilon_f$  comme une déformation élastique différée en fonction de la contrainte  $\sigma_b$  du béton au niveau de l'armature intéressée.

$$\epsilon_f = \frac{\sigma_b}{E_f}$$

La détension des aciers sera :  $\Delta T_4 = \frac{\sigma_b}{E_f} \cdot E_a$   
 valable pour les fils comme pour les torons.

$\sigma_b$  est obtenue en résolvant l'équation suivante :

$$\sigma_b = \frac{M_{\text{vide}} \cdot e_d}{I} + N \cdot w \cdot \left( \frac{1}{S} + \frac{e_c \cdot e_d}{I} \right) \cdot \left( T_3 - \frac{\sigma_b \cdot E_a}{E_f} \right)$$

C'est la contrainte au niveau du C.D.G des câbles dans la section considérée, sous l'action de la charge permanente et des forces de précontrainte après retrait, fluage et raccourcissement.

Mvide : moment dû aux charges permanente.

$N$  : n<sup>bre</sup> total de câbles.

$T_3$  : tension, toutes pertes statiques déduits y compris celle dû au raccourcissement élastique, relaxation et au retrait.

$E_f$  : module de déformation sous fluage du béton.

$$E_f = 10.5000 \sqrt{f_{28}} = 1818653,3 \text{ kg/cm}^2.$$

cas particulier : Dans le cas d'un béton de résistance à la compression égale à 300 bars et d'armatures ayant un module d'élasticité égal à  $20.000 \text{ kg/cm}^2$ , la détention des aiers de précontrainte due au fluage vaut :  $\Delta T_4 = 1106$ .

### Tensions dans les armatures au cours<sup>des</sup> différentes phases :

La vérification des contraintes dans l'ouvrage se fera au cours des différentes phases de construction.

On doit donc connaître les valeurs des tensions dans les armatures en chaque section de calcul afin de déterminer les forces de précontrainte au cours de ces phases.

Dans notre cas nous distinguerons 3 phases.

① phase initiale de la mise en tension :  $T_i = T_s$

② Phase finale - au temps infini.

$$T_{\infty} = T_4 ; T_4 = T_3 - \Delta T_4 ; T_3 = T_2 - \Delta T_3 ; T_2 = T_1 - \Delta T_2 ; T_1 = T_s - \Delta T_1$$

$$T_{\infty} = T_s - \Delta T_1 - \Delta T_2 - \Delta T_3 - \Delta T_4.$$

où  $\Delta T_1$  (raccourcissement élastique) ;  $\Delta T_2$  (relaxation) ;  $\Delta T_3$  (retrait) ;  $\Delta T_4$  (fluage)

③ Phase de mise en service ; temps à 90 jours.

Dans cette phase, les tensions au moment de la mise en service seront obtenues en déduisant les tensions résultantes  $T_m$  du tableau des pertes par :

raccourcissement élastique, relaxation, retrait et fluage à 90j.

Les pertes par déformations différées à 90j sont données comme suit :

• Relaxation :

on prendra :  $rel_{90j} = 4,4 \left( \frac{\sigma'_i}{R_e} - 0,55 \right) \cdot rel_{1000}$  avec  $\sigma'_i = T_m = T_s - \Delta T_1$

• Retrait du béton :

Pour les torons, on majore de 20% la relaxation à 90j

$$\Delta T_{90j} = 0,45 \cdot \Delta T_{3\infty}$$

• Fluage :

$$\Delta T_{90j} = 0,45 \cdot \Delta T_{4\infty}$$

En chaque section, la tension sera de :

$$T_{90j} = T_s - \Delta T_1 - \Delta T_{2(90j)} - 0,45 \cdot \Delta T_{3\infty} - 0,45 \cdot \Delta T_{4\infty}$$

Les résultats seront donnés sous forme de tableaux où on retrouvera :

- Les pertes de tension pour chaque phase.
- Les tensions, en chaque section et en chaque phase.
- Les forces de précontrainte dans chaque phase et pour chaque section.
- tableau servant au calcul du moment hyperstatique.

TABLEAU DES PERTES A LA MISE EN TENSION ET FORCES DE PRECONTRAINTE.  
PERTES DUES AU RACCOURCISSEMENT DES ACIERS.

Sections	$T_s$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{b1}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta T_1$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$T_1$ (kg/mm <sup>2</sup> )	F (t)
0,0 l	131,65	0,497	1,414	130,236	5955,68
0,1 l	132,43	0,496	1,412	131,018	5990,50
0,2 l	133,21	0,715	2,035	131,175	6053,26
0,3 l	133,99	0,824	2,345	131,645	6102,08
0,4 l	134,77	0,529	1,505	133,265	6099,40
0,5 l	135,67	0,527	1,500	134,17	6139,45
0,6 l	136,56	0,514	1,463	135,097	6177,63
0,7 l	137,46	0,506	1,440	136,02	6221,36
0,8 l	138,35	0,516	1,468	136,882	6257,97
0,9 l	137,89	0,520	1,480	136,141	6237,92
1,0 l	136,08	0,504	1,434	134,626	6154,85

TABLEAU DES PERTES A 90 jours et FORCES DE PRECONTRAINTE :

Sections	$T_m$ (kg/mm <sup>2</sup> )	Relaxation		Retrait		Fluage.		$F_{90j}$ (t)
		$\Delta T_5$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$T_5$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta T_6$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$T_6$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$\Delta T_7$ (kg/mm <sup>2</sup> )	$T_7$ (kg/mm <sup>2</sup> )	
0,0 l	130,236	2,647	127,589	2,7	124,889	2,165	122,724	5619,45
0,1 l	131,018	2,736	128,282	"	125,582	2,076	123,506	5654,28
0,2 l	131,175	2,754	128,421	"	125,921	1,943	123,778	5722,22
0,3 l	131,645	2,808	128,837	"	126,137	1,860	124,277	5772,31
0,4 l	133,265	2,997	130,268	"	127,568	1,899	125,669	5759,41
0,5 l	134,17	3,103	131,067	"	128,367	1,947	126,42	5792,58
0,6 l	135,097	3,214	131,883	"	129,183	2,021	127,163	5822,52
0,7 l	136,02	3,326	132,70	"	130,00	2,128	127,872	5852,20
0,8 l	136,882	3,431	133,451	"	130,951	2,257	128,49	5882,36
0,9 l	136,141	3,373	133,037	"	130,337	2,176	128,16	5868,67
1,0 l	134,626	3,158	131,468	"	128,963	2,133	126,635	5796,30

Tableau des pertes au temps  $t = \infty$  et forces finales de précontrainte.

Sections	$T_m$ (kg/mm <sup>2</sup> )	Relaxation $t = \infty$		Retrait $t = \infty$		Fluage $t = \infty$			$F_{\infty}$ (t)
		$\Delta T_2$ kg/mm <sup>2</sup>	$T_2$ kg/mm <sup>2</sup>	$\Delta T_3$ kg/mm <sup>2</sup>	$T_3$ kg/mm <sup>2</sup>	$\sigma_b$ t/m <sup>2</sup>	$\Delta T_4$ kg/mm <sup>2</sup>	$T_4$ kg/mm <sup>2</sup>	
0,10l	130,236	4,813	125,423	6	119,423	237,43	4,810	114,613	5256,42
0,12l	131,018	4,975	126,043	"	120,043	419,43	4,613	115,43	5292,81
0,2l	131,175	5,007	126,168	"	120,168	392,54	4,317	115,85	5367,38
0,3l	131,645	5,106	126,539	"	120,539	375,92	4,134	116,41	5420,19
0,4l	133,265	5,448	127,817	"	121,817	383,68	4,219	117,60	5398,26
0,5l	134,17	5,643	128,527	"	122,527	393,36	4,326	118,201	5427,71
0,6l	135,097	5,844	129,253	"	123,253	408,28	4,490	118,76	5446,42
0,7l	136,02	6,1470	129,55	"	123,55	429,89	4,728	118,82	5447,05
0,8l	136,882	6,239	130,643	"	124,643	456,03	5,015	119,63	5485,81
0,9l	136,41	6,134	130,276	"	124,276	439,69	4,835	119,44	5478,38
1,0l	134,626	5,742	128,884	"	122,884	340,08	4,740	119,44	5460,83

Tableau récapitulatif des forces de précontrainte aux différentes étapes.  
 - initialement - en service à 90 jours - en service à l'infini.

Sections	$t_1$	$t_{90 \text{ jours}}$	$t_{\infty}$
0,0l	5955,68	5619,45	5256,42
0,1l	5990,50	5654,28	5292,81
0,2l	6053,26	5722,22	5367,38
0,3l	6102,08	5772,31	5420,19
0,4l	6099,40	5759,41	5398,26
0,5l	6139,45	5792,58	5424,71
0,6l	6177,63	5822,52	5446,42
0,7l	6221,36	5852,20	5447,05
0,8l	6257,97	5882,36	5485,81
0,9l	6237,92	5868,67	5478,38
1,0l	6154,85	5796,30	5460,83

Elements de calcul du moment hyperstatique de précontrainte  
aux différentes étapes.

Sections	$e(x)$ (m)	$M_{p1}''(x)$	$F_{initiale}$ (t)	$F_{90j}$ (t)	$F_{\infty}$ (t)	$F_i e(x) \cdot M_{p1}''(x)$	$F_{90} e(x) \cdot M_{p1}''(x)$	$F_{\infty} e(x) \cdot M_{p1}''(x)$
0,0 l	0,00	0,00	5955,68	5616,45	5256,42	0,00	0,00	0,00
0,1 l	-0,1116	0,0060	5990,50	5654,28	5292,81	-4,0112	-3,7861	-3,5441
0,2 l	-0,1970	0,01202	6053,26	5722,22	5367,38	-14,3338	-13,5499	-12,7096
0,3 l	-0,2561	0,01803	6102,08	5772,31	5420,19	-28,1763	-26,6535	-25,0276
0,4 l	-0,2890	0,02405	6099,40	5759,41	5398,26	-42,3936	-40,0305	-37,5203
0,5 l	-0,2731	0,030	6139,45	5792,58	5424,71	-50,3005	-47,4586	-44,4446
0,6 l	-0,2296	0,03607	6177,63	5822,52	5446,42	-51,1611	-48,2202	-45,1055
0,7 l	-0,1585	0,04208	6221,36	5852,20	5447,05	-41,14945	-39,0323	-36,3301
0,8 l	-0,0598	0,0481	6257,97	5882,36	5485,81	-18,0003	-16,9199	-15,7793
0,9 l	0,0545	0,05411	6237,92	5868,67	5478,38	18,3956	17,3067	16,1557
1,0 l	0,2090	0,0601	6154,85	5796,30	5460,83	77,3105	72,8067	68,5930

Le moment hyperstatique de précontrainte est donnée par:  $M_H = -2 \int_{A_0}^{A_1} F(x) e(x) M_{p1}''(x) dx$

D'après la méthode de SIMPSON déjà citée, on obtient les résultats suivants:

- en phase initiale:  $M_{Hi} = 992,70 \text{ t.m}$
- à la mise en service à 90 jours:  $M_{H90j} = 946,66 \text{ t.m}$
- en phase infinie:  $M_{H\infty} = 880,56 \text{ t.m}$

Dans les différentes sections considérées, la distribution du moment hyperstatique est linéaire.

## VII / La vérification de la précontrainte

Caractéristiques géométriques des sections nettes :

Sections	S (m <sup>2</sup> )	I (m <sup>4</sup> )	Vs (m)	Vi (m)
0,0l	11,727	0,9960	0,460	-0,540
0,1l	//	0,99397	0,4585	-0,5415
0,2l	//	0,98969	0,4574	-0,5426
0,3l	//	0,98533	0,4567	-0,5433
0,4l	//	0,98242	0,4562	-0,5438
0,5l	//	0,98387	0,4564	-0,5436
0,6l	//	0,98743	0,4570	-0,5430
0,7l	//	0,99191	0,4579	-0,5421
0,8l	//	0,99541	0,4592	-0,5408
0,9l	//	0,99552	0,4607	-0,5393
1,0l	//	0,98889	0,4270	-0,5730

$$V_i = -0,54 + 0,013005 \cdot e_d$$

Contraintes admissibles du béton :

a/ à la mise en tension :

$$\bar{\sigma}_b = 0,55 \cdot \sigma_j = 0,55 \times 2800 = 1540 \text{ t/m}^2$$

$$\bar{\sigma}'_b = 0$$

b/ En service : à 90 jours :  $\bar{\sigma}_b = 0,42 \times 3000 = 1260 \text{ t/m}^2$

$$\bar{\sigma}'_b = 0$$

à l'infini :  $\bar{\sigma}_b = 1260 \text{ t/m}^2$

$$\bar{\sigma}'_b = 0$$

c/ à la rupture :  $\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_b = 0,8 \times 3000 = 2400 \text{ t/m}^2 \\ \bar{\sigma}'_b = -200 \text{ t/m}^2 \end{array} \right.$

## I/ Vérification sous les contraintes normales :

La réglementation impose de vérifier l'ouvrage :

- aux différents stades de la construction (pour les 3 époques précédentes)
- sous divers cas de surcharges les plus défavorables.

D'où les vérifications correspondant aux phases suivantes :

- \* phase 1 : Immédiatement après la mise en tension des armatures, outre les effets développés par cette mise en tension de ces câbles, on prendra en compte le moment fléchissant à vide sans superstructure :  $M_{G1}$ .
- \* phase 2 : Après mise en place des superstructures et à 90 jours, le moment de charges permanentes est  $M_{G2}$ .  
C'est l'état à vide au moment de la mise en charge.
- \* phase 3 : Application des surcharges civiles à 90 jours ( $M_1$  et  $M_2$ )
- \* phase 4 : Etat de contraintes au temps  $t$  infini, à vide, sous l'effet de charges permanentes  $M_{G2}$ .
- \* phase 5 : Application des surcharges civiles et militaires au temps infini.

Le calcul des contraintes normales se fera par les ordonnées des fibres supérieure et inférieure de la section considérée.

a/ Fibre supérieure :

$$\sigma_s = \frac{M}{I} V_s + \frac{F(t)}{S} + \frac{F(t) \cdot e}{I} \cdot V_s + \frac{M_H}{I} \cdot V_s$$

b/ Fibre inférieure :

$$\sigma_i = \frac{M}{I} V_i + \frac{F(t)}{S} + \frac{F(t) \cdot e}{I} \cdot V_i + \frac{M_H}{I} \cdot V_i$$

où  $M$  est le moment fléchissant appliqué durant la phase correspondante  
e ad : ( $M_{G1}$  ;  $M_{G2}$  ;  $M_{G2} + M_Q$ )

$F(t)$  : effort de précontrainte

$M_H$  : moment hyperstatique de précontrainte.

$e$  : excentrement du câble par rapport à la fibre moyenne.



Verification sous les contraintes normales - Ouvrage à vide

Sections	ossature $M_{G_1}$		ossature + superstructure $M_{G_2}$			
	phase initiale		Mise en service à 90 jours		phase infinie.	
	$\bar{\sigma}_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_i$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_i$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_i$ (t/m <sup>2</sup> )
0,10l	507,86 →	507,86	478,94	478,94	<u>448,23</u>	<u>448,23</u>
0,11l	520,55 →	499,35	535,81	418,79	520,55	369,60
0,20l	518,75	513,14	564,93	396,64	560,87	335,30
0,30l	502,35	541,75	566,96	403,32	569,54	529,49
0,40l	476,41	572,22	546,82	424,74	552,21	350,80
0,50l	502,67	548,42	561,91	413,02	561,81	344,40
0,60l	521,83	529,73	558,90	422,37	548,44	364,62
0,70l	542,74	516,04	538,98	451,75	512,72	407,39
0,80l	559,77	502,86	503,41	499,48	456,15	481,51
0,90l	535,30	527,98	415,43	599,95	344,80	323,90
1,00l	528,51	519,92	342,23	698,30	262,58	738,19

.Contraintes normales en service sous Les surcharges  
civile et militaire

sections	Surcharges civiles $M_1$ et $M_2$								Surcharges militaires $M'_1$ et $M'_2$			
	mise en service à 90 j				phase infinie				phase infinie			
	$M_2$		$M_1$		$M_2$		$M_1$		$M'_2$		$M'_1$	
	$\sigma_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_i$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_i$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_i$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_i$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_i$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_i$ (t/m <sup>2</sup> )
0,0 l	478,94	478,94	478,94	478,94	448,23	448,23	448,23	448,23	448,23	448,23	448,23	448,23
0,1 l	687,38	239,79	515,91	402,44	672,12	190,60	500,65	393,10	678	183,64	469,15	398,30
0,2 l	829,50	82,82	525,07	443,93	825,41	21,48	521,01	382,59	833,10	11,73	511,98	393,30
0,3 l	905,75	0,290	507,02	474,63	908,33	-68,53	509,60	405,82	888,74	-45,22	496	421,99
0,4 l	920,90	-21,2	448,17	542,33	926,30	-95,12	453,56	468,40	934,87	-105,34	553,97	467,92
0,5 l	930,70	-26,23	461,90	532,14	930,59	-94,84	461,80	463,53	938,21	-103,92	439,14	490,51
0,6 l	882,70	37,66	439,17	564,64	892,22	-20,1	429,71	506,90	878,26	-24,26	401,57	539,13
0,7 l	778,75	167,90	399,62	616,74	752,50	123,54	373,35	572,40	758,50	116,43	341,64	609,93
0,8 l	608,32	375,93	307,37	730,37	573,51	343,30	260,10	712,40	583,75	331,24	260,74	711,64
0,9 l	443,64	566,93	201,73	850,13	372,98	577,40	131,07	860,60	369,74	581,21	122,52	870,60
1,0 l	342,23	698,30	28,05	1120	254,81	748,62	-59,37	1170,22	254,81	478,62	79,28	984,16

107

Verification à la rupture - au moment fléchissant :

L'instruction provisoire du 12 Août 1965 relative à l'emploi du Béton précontraint impose de vérifier que l'ouvrage ne perit pas par rupture lorsqu'on majore de 80% les valeurs des surcharges civiles réglementaires conformément à l'article 14 de cette même instruction.

On tiendra compte des valeurs des coefficients de majoration dynamique considérées dans le calcul des efforts développés par les surcharges normales.

Ainsi, on considère le type de sollicitations suivant :

$$\left[ M_{G_2} + 1,8 \cdot M_Q \right]_{\infty} \quad \text{avec} \quad M_{G_2} : \text{moment dû à l'ossature + Superstructure}$$

$$M_Q : \text{Surcharges civiles}$$

$$\bar{\sigma}_s = \frac{M_{G_2} + 1,8 M_Q \cdot V_s}{I} + \frac{F}{S} + \frac{F \cdot e}{I} \cdot V_s + \frac{M_H}{I} \cdot V_s$$

$$\bar{\sigma}_i = \frac{M_{G_2} + 1,8 M_Q \cdot V_i}{I} + \frac{F}{S} + \frac{F \cdot e}{I} \cdot V_s + \frac{M_H}{I} \cdot V_i$$

On vérifiera que ce nouvel état de contraintes, conformément aux prescriptions est bien inférieur aux bornes du domaine de sécurité dont les limites :

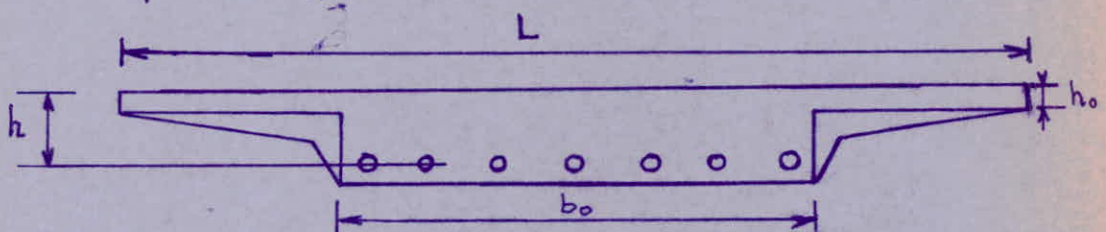
- limite supérieure (compression) :  $0,8 \cdot \bar{\sigma}'_{28} = 0,8 \times 3000 = 2400 \text{ t/m}^2$
- limite inférieure (traction) :  $0,8 \cdot \bar{\sigma}'_{28} = 0,8 \times 250 = 200 \text{ t/m}^2$

$$\text{avec } \bar{\sigma}'_{28} = 70 + \frac{6}{100} \cdot \bar{\sigma}_{28} = 250 \text{ t/m}^2$$

Si dans certaines sections le nouvel état de contraintes sort du domaine de sécurité déjà cité, nous procéderons alors à la vérification à la rupture en calculant le moment de rupture du béton et des aciers de précontrainte.

a/ Moment MRB de rupture du béton :

Dans le cas de dalle nervurée, la section est assimilée à une poutre en T comme l'indique le schéma ci-dessous :



On calculera le moment de rupture du béton comme la somme des moments de rupture de la nervure :  $MRB_1$  et des encorbellements :  $MRB_2$

$$\text{où } MRB_1 = 0,35 b_0 h^2 \bar{\sigma}_{28}$$

$$MRB_2 = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,8 (L - b_0) h_0 \cdot \left( h - \frac{h_0}{2} \right) \cdot \bar{\sigma}_{28} \\ 0,35 (L - b_0) h^2 \cdot \bar{\sigma}_{28} \end{array} \right.$$

b/ Moment MRA de rupture des armatures de précontrainte :

$$MRA = 0,9 h \cdot \omega \cdot R_G$$

où  $h$  : distance du câble moyen à la face comprimée.

$\omega$  : section des armatures dans la section considérée.

$R_G$  : contrainte de rupture garantie d'un fil du câble de précontrainte.

c/ Moment de fissuration  $M_f$ :

$M_f$  est le moment pour lequel la contrainte de traction de la fibre tendue atteindrait la valeur  $-2\sigma_{ti}$

$M_f$  est donné par l'expression suivante :

$$M_f = \frac{-2\sigma_{ti} - \bar{\sigma}_p}{I} \cdot I \text{ si la fibre inférieure est tendue.}$$

Dans le cas où la  $v_i$  fibre supérieure qui est tendue, on changera dans la formule de  $M_f$ ,  $v_i$  par  $-v_s$

$$\text{et } \bar{\sigma}_p = \frac{F}{S} + \frac{F \cdot e}{I} v_s + \frac{M_H}{I} v_s \text{ pour la fibre supérieure.}$$

$$\bar{\sigma}_p = \frac{F}{S} + \frac{F \cdot e}{I} v_i + \frac{M_H}{I} v_i \text{ pour la fibre inférieure.}$$

d/ Vérification à la rupture:

Conformément à l'article 14 de l'IP, la marge de sécurité à la rupture doit vérifier :

$$M_G + 1,8 M_Q \leq \begin{cases} 0,9 M_{RA} & \text{si } M_f < M_{RA} \\ 0,8 M_{RA} & \text{si } M_f \geq M_{RA} \\ 0,7 M_{RB} \end{cases}$$

La présence d'armatures longitudinales passives n'est pas prise en compte. Si la sécurité à la rupture n'est pas assurée, ces armatures devront être dimensionnées par pallier à cet inconvénient.

## Verification à la rupture au moment flechissant

Sections			$M''_2 = M_{G2} + 1,8 M_{Q2}$		$M''_1 = M_{G2} + 1,8 M_{Q1}$	
	$M_{G2} + 1,8 M_{Q2}$ (t.m)	$M_{G2} + 1,8 M_{Q1}$ (t.m)	$\bar{\sigma}_{rs}$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_{ri}$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_{rs}$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_{ri}$ (t/m <sup>2</sup> )
0,0l	0,00	0,00	448,23	448,23	448,23	448,23
0,1l	1221,32	578,92	986,39	-180,57	486,53	409,76
0,2l	2095,10	957,05	1018,69	-207,140	1018,70	-207,181
0,3l	<u>2620,50</u>	1134,42	1155,85	-362,99	467,05	456,42
0,4l	<u>2799,89</u>	1110,83	1109,60	-420,90	456,49	464,91
0,5l	<u>2686,08</u>	886,54	1225,61	-446,23	390,86	548,01
0,6l	<u>2162,93</u>	461,41	1122,87	-317,90	343,75	607,82
0,7l	1286,32	-164,65	944,32	-103,58	274,47	689,44
0,8l	56,28	-991,44	667,43	232,68	184,06	801,94
0,9l	-1189,82	-2019,10	421,50	520,61	37,69	969,90
1,0l	-2510,2	-3247,50	254,84	748,57	-63,56	1175,84

On remarque qu'aux sections 0,3l ; 0,4l ; 0,5l et 0,6l, la contrainte sur la fibre inférieure sous le moment  $M''_2$  dépasse la contrainte admissible de traction égale à  $\bar{\sigma}'_b = -200 \text{ t/m}^2$  (à la rupture).  
D'où la nécessité de faire une vérification au moment de rupture du béton pour ces quatre sections.

Verification du moment de rupture du beton :

On résumera les résultats sous forme de tableau pour les sections où les contraintes de traction dépassent la limite admissible.

Sections	$h$ (m)	$MRB_1$ (t.m)	$MRB_2$ (t.m)	$MRB$ (t.m)	$MRA$ (t.m)	$\sigma_p$ ( $t/m^2$ )	$M_f$ (t.m)	$M_{G+1,8MQ}$ (t.m)	$0,9 MRA$ (t.m)
0,3 l	0,7161	5438,23	2218,37	7656,60	5337	1082	2869	2620,50	4803,30
0,4 l	0,7490	5949,42	1776,87	7726,23	5582	1129	2949	2799,89	5023,80
0,5 l	0,7331	5699,51	1729,71	7429,22	5463	1038	2784	2686,08	4916,70
0,6 l	0,6896	5043,20	1600,70	6643,90	5139	862	2777	2162,93	4625,10

On voit que :  $M_{G+1,8MQ}$  est toujours inférieur à  $0,9 MRA$  ce qui implique que la condition de la rupture du béton, est assurée.

Prise en compte des tassements d'appuis dans la vérification de la précontrainte normale :

Les tassements d'appuis sont engendrés par des tassements différentiels éventuels.

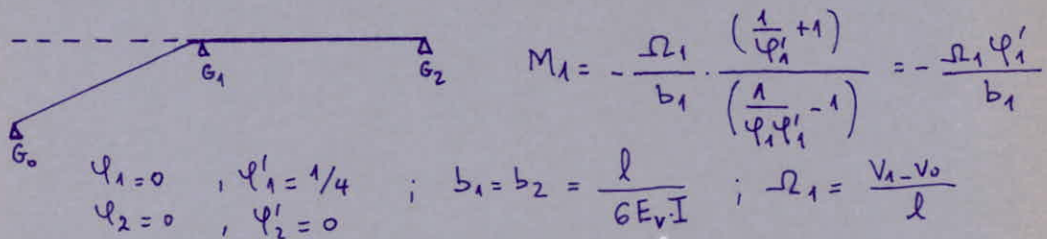
Comme notre pont est composé de 3 appuis, nous pouvons envisager 4 cas :

- 1- tassement de l'appui de gauche d'1cm.
- 2- " " " intermédiaire d'1cm
- 3- " " " de droite d'1cm.
- 4- tassement simultané des 2 appuis de rive.

On prendra en compte les cas 2 et 4 car ils donnent naissance à des efforts plus importants que les autres cas.

Calcul des efforts dus aux tassements d'appuis :

a/ Dénivellation de l'appui (0) de 1cm :



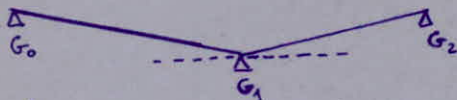
$\Rightarrow M_1 = -\frac{3}{2} \frac{v_1 - v_0}{l^2} E_v \cdot I = -28,98 \text{ t.m}$

où  $E_v = 1212435 \text{ T/m}^2$

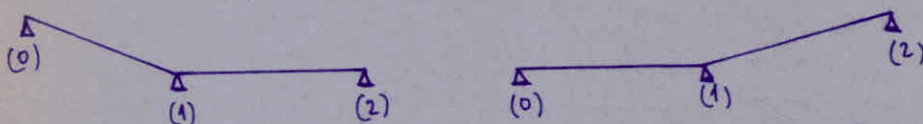
b/ Dénivellation de l'appui (2) de 1cm :

idem que pour l'appui (0) donc  $M_1 = -28,98 \text{ t.m}$

c/ Dénivellation de l'appui (1) de 1cm



On procédera par superposition



a/  $M_{1a} = 28,98 \text{ t.m}$

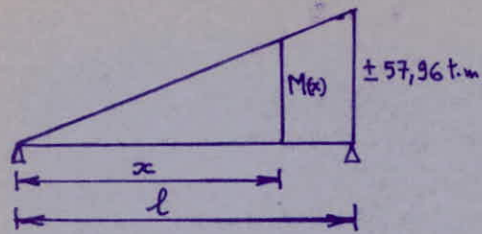
b/  $M_{1b} = 28,98 \text{ t.m}$

donc  $M_1 = 28,98 + 28,98 = 57,96 \text{ t.m}$

d/ Dénivellation simultanée des appuis (0) et (2) :

C'est le cas inverse du cas c/  $\Rightarrow M_1 = -57,96 \text{ t.m}$

Pour une section quelconque en travée, le moment est calculé par interpolation linéaire comme suit:



$$M(x) = \pm 57,96 \cdot \frac{x}{l}$$

La contrainte engendrée par ce moment est  $\sigma_{s,i} = \frac{M(x)}{I} \cdot V_{s,i}$

Calcul des réactions d'appuis dues aux tassements d'appuis:

cas 1 :

$$R_0 \cdot l = M_1 = -28,98 \text{ t.m} \Rightarrow R_0 = -1,16 \text{ t}$$

avec  $l = 24,95 \text{ m}$

$$R_2 \cdot l = M_1 = -28,98 \text{ t.m} \Rightarrow R_2 = -1,16 \text{ t}$$

$$\text{d'où } R_1 = -(R_0 + R_2) = 2,32 \text{ t}$$

cas 2 : Symétrique du cas 1

cas 3 :

$$R_0 \cdot l = 57,96 \text{ t.m} \Rightarrow R_0 = 2,32 \text{ t}$$

$$R_2 \cdot l = 57,96 \text{ t.m} \Rightarrow R_2 = 2,32 \text{ t}$$

$$\text{d'où } R_1 = -(R_0 + R_2) = -4,64 \text{ t}$$

cas 4 : Symétrique du cas 3.

Tableau récapitulatif des résultats:

	appui (0)	appui (1)	appui(2)
$M_1 \text{ (t.m)}$	-28,98	57,96	-28,98
$R_0 \text{ (t)}$	-1,16	2,32	-1,16
$R_1 \text{ (t)}$	2,32	-4,64	2,32
$R_2 \text{ (t)}$	-1,16	2,32	-1,16



## Securite vis à vis des tassements d'appuis

sections	Tassements				ouvrage toutes pertes déduites avec tassements éventuels							
	$T_A^+$		$T_A^-$		$\bar{a} \text{ vide} + T_A^+$		$\bar{a} \text{ vide} + T_A^-$		$M_{\max} + T_A^+$		$M_{\min} + T_A^-$	
	$\bar{\sigma}_s$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_i$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_s$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_i$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_s$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_i$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_s$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_i$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_s$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_i$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_s$ t/m <sup>2</sup>	$\bar{\sigma}_i$ t/m <sup>2</sup>
0,0l	0,00	0,00	0,00	0,00	448,23	448,23	448,23	448,23	448,23	448,23	448,23	448,23
0,1l	2,67	-3,16	-2,67	3,16	523,22	366,44	517,88	372,76	674,79	187,44	497,98	396,26
0,2l	5,36	-6,36	-5,36	6,36	566,23	328,94	555,51	341,66	830,77	15,12	515,65	388,95
0,3l	8,06	-9,59	-8,06	9,59	577,60	519,90	561,48	539,08	916,39	-78,12	501,54	415,41
0,4l	10,77	-12,83	-10,77	12,83	562,98	337,97	541,44	363,63	937,07	-107,95	440,73	481,23
0,5l	13,44	-16,01	-13,44	16,01	575,25	328,39	548,37	360,41	944,03	-110,85	445,79	479,54
0,6l	16,09	-19,12	-16,09	19,12	564,53	345,50	532,35	383,74	888,31	-39,22	412,62	507,50
0,7l	18,73	-22,17	-18,73	22,17	531,45	385,22	493,95	429,56	771,23	101,37	354,62	594,57
0,8l	21,39	-25,19	-21,39	25,19	477,54	456,32	434,76	432,58	594,90	318,18	234,91	737,59
0,9l	24,14	-28,26	-24,14	28,26	368,94	295,64	320,66	352,16	397,12	549,14	106,93	888,86
1,0l	25,03	-33,58	-25,03	33,58	287,61	704,61	237,55	771,77	279,84	715,04	-84,40	1203,80

## Verification sous l'effet du seisme

Pour l'étude du tablier uniquement, la combinaison des actions de calcul à considérer ne tient compte que de la composante sismique verticale  $S_v$ , du fait que cette action est accidentelle.

En effet, cet effort vertical peut être ascendant ou descendant (plus prépondérant). Suivant les recommandations sur les ponts, cet effort est donné par l'expression :

$$S_v = \pm E_v \cdot (G + 0,5Q)$$

avec  $E_v = 0,12$  coefficient de sismicité vertical.

$G$  : charges permanentes = assature + superstructure.

$Q$  : surcharges civiles ( $Q$  représente  $A(l)$ )

La sollicitation tenant compte de  $S_v$  est celle du 2<sup>e</sup> genre t.g :

$$S = G + Q + S_v = G + Q \pm E_v \cdot (G + 0,5Q)$$

Ainsi, nous aurons 2 cas à considérer :

• Sous les moments max ( $M_2$ ) :  $S = G + Q_2 + E_v \cdot (G + 0,5Q_2)$

• Sous les moment min ( $M_1$ ) :  $S = G + Q_1 - E_v \cdot (G + 0,5Q_1)$

où  $Q_2$  : moment maximum dans la section considérée

$$M_{Q_2} = M_{\max}(A(l))$$

$Q_1$  : moment minimum dans la section considérée

$$M_{Q_1} = M_{\min}(A(l))$$

Les contraintes dues à ces deux sollicitations ne doivent pas dépasser les contraintes admissibles suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \text{en compression} : \bar{\sigma}_b = 0,42 \cdot \bar{\sigma}_{28} = 1260 \text{ t/m}^2 \\ \cdot \text{en traction} : \bar{\sigma}'_b = 0 \end{array} \right\}$$

## Etat de contraintes sous l'effet des charges sismiques

Sections	$M_2$ (t.m)	$\bar{\sigma}_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_i$ (t/m <sup>2</sup> )	$M_1$ (t.m)	$\bar{\sigma}_s$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}_i$ (t/m <sup>2</sup> )
0,0l	0,00	448,23	448,23	0,00	448,23	448,23
0,1l	1065,86	711,15	144,49	526,44	462,32	438,36
0,2l	1820,40	891,15	-57,19	871,21	453,05	463,21
0,3l	2263,10	990,20	-165,92	1049,19	427,75	503,42
0,4l	2395,43	1011,79	-197,02	1045,49	384,92	550,21
0,5l	2215,92	1007,12	-185,99	865,01	380,85	559,93
0,6l	1725,08	928,60	-87,08	507,84	365,24	582,29
0,7l	922,94	776,54	95,06	-1,14	349,95	600,08
0,8l	-190,57	553,52	366,84	-736,62	301,62	663,50
0,9l	-1422,73	313,68	646,83	-1604,90	229,38	745,51
1,0l	-2811,43	124,74	923,16	-2854,52	106,13	948,13

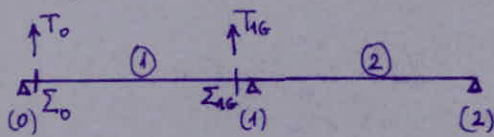
$$V_s = 0,146 \text{ m}$$

$$V_c = 0,154 \text{ m}$$

$$I = 0,996 \text{ m}^4$$

# VIII / Efforts tranchants et réaction d'appuis

Etude des efforts tranchants aux voisinages des appuis:

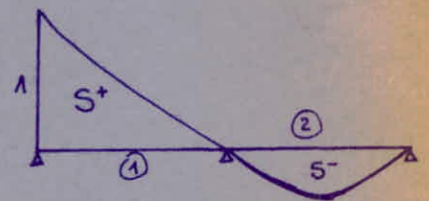


En raison de la symétrie, on ne fera l'étude **que** pour  $T_0$  et  $T_{16}$ ; c'est à dire à la section  $\Sigma_0$  et à la section  $\Sigma_{16}$ .

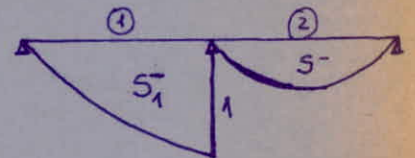
La ligne d'influence de l'effort tranchant en travée est donnée par l'expression :

$$T(x, \alpha) = \frac{dM(x, \alpha)}{dx} + \frac{M_1(\alpha) - M_0(\alpha)}{l}$$

- \* Dans la section  $\Sigma_0$  d'abscisse  $x_0$ ;  $x > x_0$ 
  - pour la travée (1),  $T_0(x) = 1 + \frac{x^3 - 5xl^2}{4l^3}$
  - pour la travée (2),  $T_0(x) = \frac{3lx^2 - 2l^2x - x^3}{4l^3}$



- \* Dans la section  $\Sigma_1$  d'abscisse  $x_{16}$ ;  $0 < x < x_{16}$ 
  - pour la travée (1),  $T_{16}(x) = \frac{x^3 - 5xl^2}{4l^3}$
  - pour la travée (2),  $T_{16}(x) = \frac{3lx^2 - 2l^2x - x^3}{4l^3}$



Calcul des aires d'influence :

$$S^+ = \frac{7l}{16} = 10,92 \text{ m}$$

$$S^- = -\frac{l}{16} = -1,56 \text{ m}$$

$$S_1^- = -\frac{9l}{16} = -14,03 \text{ m}$$

Efforts tranchants sous la charge permanente et les différentes surcharges pour la largeur totale du pont:

a/ Charge permanente :  $G = 32,26 \text{ t/ml}$

$$T_0 = G \cdot (S^+ + S^-) = 32,26 \times (10,92 - 1,56) = 301,95 \text{ t}$$

$$T_1 = G \cdot (S_1^- + S^-) = 32,26 \times (-14,03 - 1,56) = -502,93 \text{ t}$$

b/ Surcharge A :

En vue d'obtenir  $T_0^+$  max, on charge la travée (1), ainsi :

$$T_0^+ = A \times l_1 \times S^+ \times 1,1 = 0,991 \times 11,50 \times 10,92 \times 1,1 = 136,90 \text{ t}$$

où 1,1 : coefficient de majoration pour les surcharges routières normales.

Pour avoir  $T_{0\max}^-$ , on charge la travée (2) :

$$T_{0\max}^- = A.l.s. S_{1,1}^- = 0,991 \times 11,50 \times (-1,56) \times 1,1 = -19,56 \text{ t}$$

$$* T_{1\max}^+ = 0 \quad (\text{car } S^+ = 0)$$

Pour avoir  $T_{1\max}^-$ , on charge les travées (1) et (2)

$$T_{1\max}^- = A.l.s. (S_1^- + S_2^-) \times 1,1 = 0,991 \times 11,50 (-14,03 - 1,56) \times 1,1 = -195,44 \text{ t}$$

c/ Surcharges Bc :  $\delta = 1,097$ ,  $b_c = 0,95$

\* La disposition du convoi la plus défavorable en vue d'obtenir  $T_{0\max}^+$  est la suivante : on fixe le dernier essieu du convoi au droit de l'appui (c).

$$T_{0\max}^+ = \sum P_i y_i = \delta \cdot b_c \times 1,1 \times [36(1 + 0,925 + 0,49 + 0,1427) + 18(0,703 + 0,25)] = 136,91 \text{ t}$$

Pour avoir  $T_{0\max}^-$ , on place le 1<sup>er</sup> essieu du convoi à 2,26 m à droite de l'appui (c).

$$T_{0\max}^- = -\delta \cdot b_c \times 1,1 \times [36(0,1085 + 0,0924 + 0,0697 + 0,0582) + 18(0,039 + 0,1525)] = -16,55 \text{ t}$$

$$* T_{1\max}^+ = 0$$

Pour avoir  $T_{1\max}^-$ , on place le dernier essieu du convoi au droit de l'appui (a)

$$T_{1\max}^- = -\delta \cdot b_c \times 1,1 \times [36(1 + 0,97 + 0,68 + 0,614) + 18(0,84 + 0,41)] = -160,45 \text{ t}$$

d/ Surcharge de type D :  $(p = \frac{240 \text{ t}}{19,72 \text{ m}} = 12,17 \text{ t/ml})$

\*  $T_{0\max}^+$  est obtenue en chargeant la travée (1) et en plaçant l'extrémité de l'impact sur l'appui (c) et l'aire d'influence sous la charge sera :

$$S_D^+ = \int_0^b \left(1 + \frac{x^3 - 5l^2x}{4l^3}\right) dx \quad \text{où } b = l' = 19,72 \text{ m}$$

$$\Rightarrow S_D^+ = 10,59 \text{ m}$$

$$\text{d'où } T_{0\max}^+ = 12,17 \times S_D^+ = 128,88 \text{ t}$$

$T_{0\max}^-$  est obtenue en plaçant l'extrémité de l'impact à 1,86 m à droite de l'appui (a).

L'aire d'influence sous la charge est :

$$S_D^- = \int_a^b \frac{3x^2l - 2xl^2 - x^3}{4l^3} dx = \frac{1}{4l^3} \left[ l(b^3 - a^3) - l^2(b^2 - a^2) - \frac{1}{4}(b^4 - a^4) \right] = -1,47 \text{ m}$$

$$\text{où } a = 1,86 \text{ m et } b = 21,58 \text{ m}$$

$$\text{donc : } T_{0\max}^- = -12,17 \times 1,47 = -17,89 \text{ t}$$

\*  $T_1^+ = 0$

$T_1^-$  max, est obtenu en chargeant la travée (1) et en plaçant l'extrémité de l'impact au droit de l'appui (1).

L'aire d'influence correspondant à cette position sera calculée comme suit :

$$S_{1D}^- = \int_a^b \frac{x^3 - 5x l^2}{4l^3} dx \quad \text{où} \quad \begin{aligned} a &= l - u' = 24,95 - 19,72 = 5,28 \text{ m.} \\ b &= l = 24,95 \text{ m.} \end{aligned}$$

$S_{1D}^- = -13,35 \text{ m.}$  et  $T_1^- = -12,17 \times 13,35 = -162,47 \text{ t.}$

e/ Surcharge de trottoir de 150 Kg/m<sup>2</sup> :

Pour les deux trottoirs chargés, on a :  $q = 2 \cdot (150 \times 1,50) = 450 \text{ Kg/ml} = 0,45 \text{ t/ml}$

$T_0^+ = 1,1 \times q \times S^+ = 1,1 \times 0,45 \times 10,92 = 5,405 \text{ t}$  (travée (1) chargée)

$T_0^- = 1,1 \times q \times S^- = 1,1 \times 0,45 \times (-1,56) = -0,77 \text{ t}$  (travée (2) chargée)

$T_1^+ = 0$  ;  $T_1^- = 1,1 \times q \times (S_1^- + S^-) = 1,1 \times 0,45 \times (-14,03 - 1,56) = -7,72 \text{ t}$   
(avec les 2 travées chargées.)

TABLEAU DES EFFORTS TRANCHANTS SUR APPUIS :

	CHARGE PERMANENTE G	SURCHARGE A		SURCHARGE Bc		SURCHARGE DE TROTTOIR 150 Kg/m <sup>2</sup>		SURCHARGE TYPE D	
		T (t)	T <sup>+</sup> (t)	T <sup>-</sup> (t)	T <sup>+</sup> (t)	T <sup>-</sup> (t)	T <sup>+</sup> (t)	T <sup>-</sup> (t)	T <sup>+</sup> (t)
appui (0)	301,95	136,90	-19,56	136,91	-16,55	5,405	-0,77	128,88	-17,89
appui (1)	-502,93	0	-195,44	0	-160,45	0	-7,72	0	-162,47

EFFORTS TRANCHANTS HYPERSTATIQUES DÛS AU TRACE DU CABLE :

à la phase en service à 90 jours :  $T_H = \frac{M_H}{l} = \frac{946,66}{24,95} = 37,94 \text{ t.}$

à la phase infinie :  $T_H = \frac{880,56}{24,95} = 35,29 \text{ t.}$

	appui (0) et appui (1) gauche	appui (1) et appui (2) droit
à 90 j	37,94	-37,94
à l'infini	35,29	-35,29

Combinaison des efforts :

- Sous les surcharges civiles :

$$T_0^+ = 301,95 + 136,91 + 5,405 + 37,94 = 482,21 \text{ t} \quad ; \quad T_0^- = 0$$

$$T_1^+ = 0 \quad ; \quad T_1^- = -502,93 - 160,45 - 7,72 - 37,94 = -709,04 \text{ t}$$

- Sous les surcharges militaires :

$$T_0^+ = 301,95 + 128,88 + 5,405 + 35,29 = 471,53 \text{ t} \quad ; \quad T_0^- = 0$$

$$T_1^+ = 0 \quad ; \quad T_1^- = -502,93 - 162,47 - 7,72 - 35,29 = -708,41 \text{ t}$$

TABLEAU RECAPITULATIF DES EFFORTS TRANCHANTS :

	SURCHARGES CIVILES	SURCHARGES MILITAIRES
appui (0)	482,21	471,53
appui (1)	-709,04	-708,41

## REACTIONS D'APPUIS :

Pour la détermination des réactions d'appuis, on tiendra compte des charges placées aux abouts.

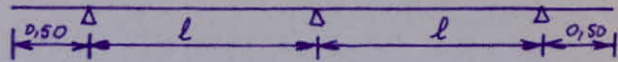


Tableau des aires des lignes d'influence des réactions d'appuis :

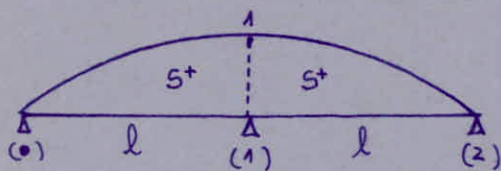
	- about	travée (1)	travée (2)	aires totales
appui (0)	0,49	10,92	-1,56	9,36
appui (1)	/	15,60	15,60	31,20
appui (2)	0,49	-1,56	10,92	9,36

- Pour les appuis (0) et (2), les équations des lignes d'influence des réactions d'appuis sont semblables à celles des efforts tranchants au voisinage de ces appuis.

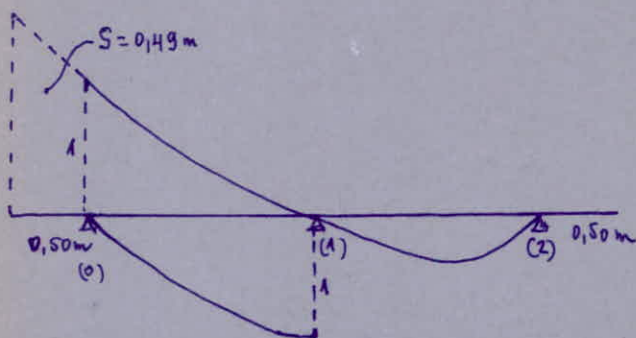
- Pour l'appui intermédiaire (1), la ligne d'influence de la réaction d'appui (1) est obtenue comme suit :

Soient  $\Sigma_G$  et  $\Sigma_D$ , les sections juste à gauche et à droite de l'appui (1) ; la différence des L.I de l'effort tranchant en ces sections respectives nous donne la L.I de la réaction d'appui (1) :

$$\text{Ainsi } R_1(x) = - \left[ \frac{x^3 - xl^2}{4l^3} \right] - \left[ \frac{x^3 - 5xl^2}{4l^3} \right] = \frac{x}{2l} \left( 3 - \frac{x^2}{l^2} \right)$$



$$S^+ = \int_0^l R_1(x) \cdot dx = \frac{1}{2l} \int_0^l x \left( 3 - \frac{x^2}{l^2} \right) \cdot dx = \frac{5}{8} l = 15,60 \text{ m}$$





Determination des efforts pour toute la largeur du pont.

Etude de l'appui (0) :

a/ Charge permanente : G

$$R_0 = 301,95 + 0,49 \cdot G = 301,95 + 0,49 \times 32,26 = 317,8 \text{ t.}$$

b/ Surcharge : A

$$R_0^+ = 136,9 + (A \times 11,50 \times 0,49) \times 1,1 = 136,9 + (0,991 \times 11,50 \times 0,49) = 143,04 \text{ t.}$$

$$R_0^- = -19,56 \text{ t}$$

c/ Surcharge Bc :

$R_{0 \max}^+$  est obtenue en disposant le convoi, dans le sens gauche-droite en plaçant le dernier essieu à 0,50m à gauche de l'appui (0).

$$R_0^+ = b_c \times 1,1 \times [36(1,02 + 0,94 + 0,515 + 0,41) + 18(0,73 + 0,264)] = 128,72 \text{ t.}$$

$$R_0^- = -16,55 \text{ t.}$$

d/ Surcharge de trottoir : 150 Kg/m<sup>2</sup>

$$R_0^+ = 5,405 + (0,415 \times 0,49) \times 1,1 = 5,65 \text{ t.}$$

$$R_0^- = -0,77 \text{ t}$$

e/ Surcharge de type D :

On place l'impact (son extrémité) à 0,50m de l'appui (0).

$$S = 0,49 \text{ et } S_1 = \int_0^b \left(1 + \frac{x^3 - 5l^2x}{4l^3}\right) \cdot dx \text{ où } b = U' - 0,50 = 19,72 - 0,50 = 19,22 \text{ m}$$

$$S_1 = 10,51 \text{ m}$$

$$\Rightarrow S_D = S + S_1 = 0,49 + 10,51 = 11 \text{ m}$$

$$\text{d'où } R_0^+ = 12,17 \times 11 = 133,87 \text{ t.}$$

$$R_0^- = -17,89 \text{ t.}$$

Etude de l'appui (1) :

a/ Charge permanente : G

$$R_1 = 32,26 \times (2S^+) = 32,26 \times 2 \times 15,60 = 1006,51 \text{ t.}$$

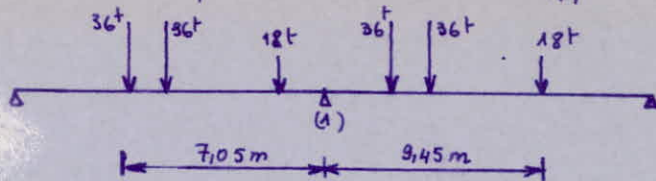
b/ Surcharge A :

$$R_1^+ = A \cdot l_A \times 2S^+ \times 1,1 = 0,991 \times 11,50 \times 2 \times 15,60 \times 1,1 = 391,13 \text{ t. (2 travées chargées)}$$

$$R_1^- = 0$$

c/ Surcharge Bc :

$R_1^+$  max est obtenu lorsque la résultante des forces correspondant aux essieux des camions Bc passe au droit de l'appui (1).

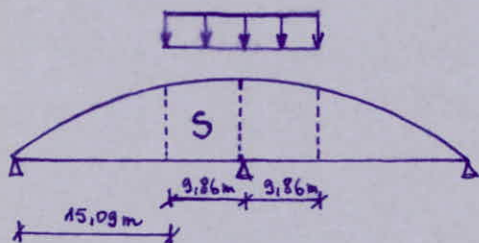


$$R_1^+ = b_c \times 1,1 \times [36(0,89 + 0,93 + 0,95 + 0,97) + 18(0,997 + 0,812)] = 174,68$$

$$R_1^- = 0$$

d/ Surcharge de type D :

On place l'impact symétriquement par rapport à l'appui (1) pour obtenir  $R_1^+$  max.



$$S = \int_a^b R_1(x) \cdot dx \quad \text{où } a = 15,09 \text{ m} \\ b = l = 24,96 \text{ m}$$

$$S = 9,17 \text{ m}$$

$$R_1^+ = 12,17 \times (2 \times 9,17) = 223,20 \text{ t.} ; R_1^- = 0$$

e/ Surcharge de trottoir :

$$R_1^+ = 1,1 \times 0,45 \times 31,20 = 15,5 \text{ t} \quad (\text{2 traversées chargées})$$

TABEAU RECAPITULATIF DES REACTIONS D'APPUIS :

	G	A		Bc		TYPE D		TROTTOIR	
	R (t)	$R^+$ (t)	$R^-$ (t)	$R^+$ (t)	$R^-$ (t)	$R^+$ (t)	$R^-$ (t)	$R^+$ (t)	$R^-$ (t)
appui (0)	317,80	143,04	-19,56	128,72	-16,55	133,87	-17,86	5,65	-0,77
appui (1)	1006,51	391,13	0	174,68	0	223,20	0	15,50	0

Remarques : \* Les réactions d'appuis dues aux surcharges Bc ne sont pas majorées par le coefficient de majoration dynamique :  $\delta$ .

\* On majore de 40% les effets des surcharges civiles pour les réactions minimales (sécurité vis à vis du soulèvement d'appui).

REACTIONS D'APPUI HYPERSTATIQUES DUES AU TRACÉ DU CÂBLE :

$$\bar{a} \text{ à l'appui (1)} \begin{cases} \bar{a} \text{ à } 90 \text{ jours} \rightarrow R_H = -37,94 - 37,94 = -75,88 \text{ t} \\ \bar{a} \text{ à l'infini} \rightarrow R_H = -35,29 - 35,29 = -70,58 \text{ t} \end{cases}$$

	-appui (0)	-appui (1)
à 90 j	37,94	-75,88
à l'infini	35,29	-70,58

Combinaison des efforts :

- Sous les surcharges civiles :

$$R_0^{\max} = (317,80 \times 1,05) + 143,04 + 5,65 + 37,94 = 520,32 \text{ t}$$

$$R_0^{\min} = 317,80 + 1,4(-19,56 - 0,77) + 37,94 = 327,31 \text{ t}$$

- Sous les surcharges militaires :

$$R_0^{\max} = (317,80 \times 1,05) + 133,87 + 5,65 + 35,29 = 508,50 \text{ t}$$

$$R_0^{\min} = 317,80 - 17,89 - 0,77 + 35,29 = 334,33 \text{ t}$$

- Sous les surcharges civiles :

$$R_1^{\max} = (1006,51 \times 1,05) + 391,13 + 15,50 - 75,88 = 1387,65 \text{ t}$$

$$R_1^{\min} = 0.$$

- Sous les surcharges militaires :

$$R_1^{\max} = (1006,51 \times 1,05) + 223,20 + 15,50 - 70,58 = 1224,96 \text{ t}$$

$$R_1^{\min} = 0.$$

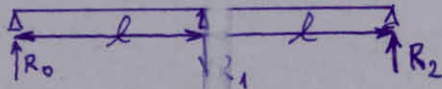
TABEAU RECAPITULATIF DES REACTIONS D'APPUI :

	Surch. civiles		Surch. militaires		à vide R (t)
	R <sup>max</sup> (t)	R <sup>min</sup> (t)	R <sup>max</sup> (t)	R <sup>min</sup> (t)	
appui (0)	520,32	327,31	508,50	334,33	355,74
appui (1)	1387,65	0	1224,96	0	930,63

# IX / Efforts tranchants dans la dalle

Courbe enveloppe des efforts tranchants :

Efforts tranchants hyperstatique de précontrainte :

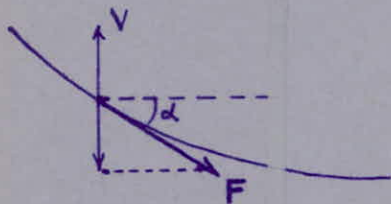


$$T_H = R_0 = R_1 = \frac{M_H}{l} = \frac{880,56}{24,95} = 35,29t$$

où  $M_H$  est le moment hyperstatique de précontrainte.  
L'effort  $T_H$  est positif et sera constant dans toute la travée.

Effet de relevage des câbles.

On prend en compte la composante verticale de la force de précontrainte



$$V = F \cdot \sin \alpha \quad \alpha \text{ est exprimé en radians.}$$

où  $F$  est la force de précontrainte au temps infini.

$\alpha$  : déviation du câble.

Tableau donnant l'effort vertical V en chaque section considérée :

sections	$\alpha$ (rad)	F (t)	V (t)
0,0l	-0,044699	5256,42	-234,88
0,1l	-0,042059	5292,81	-222,55
0,2l	-0,028048	5367,38	-150,47
0,3l	-0,022040	5420,19	-119,45
0,4l	0,00	5398,26	0,00
0,5l	0,012023	5424,71	65,22
0,6l	0,026046	5446,42	141,84
0,7l	0,032053	5447,05	174,57
0,8l	0,042059	5485,81	230,66
0,9l	0,062044	5478,38	339,68
1,0l	0,040058	5460,83	218,69

Efforts tranchants max ( $T_{max}$ ) sur appuis:

appui (0) : 444,27 t } charges civiles 436,24 t } charges militaires  
 appui (1) : -502,93 t } -502,93 t }

Efforts tranchants min ( $T_{min}$ ) sur appuis:

appui (0) : 281,62 t } charges civiles 283,29 t } charges militaires  
 appui (1) : -706,09 t } -673,12 t }

Pour des sections en travée, on déterminera les efforts tranchants par interpolation linéaire.

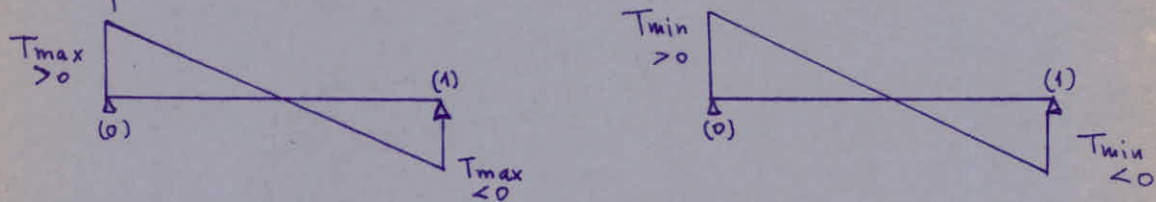
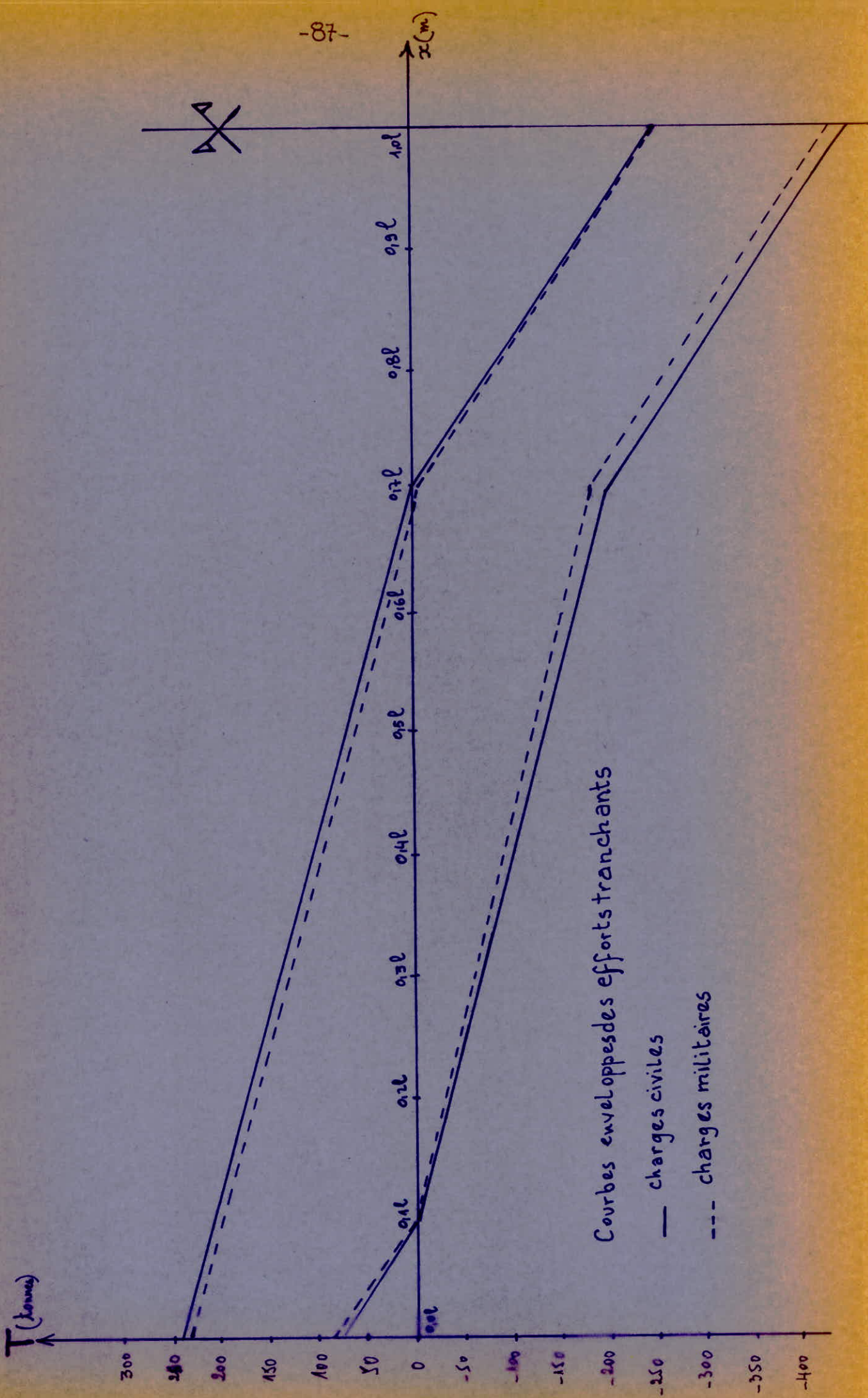


Tableau de la courbe enveloppe des efforts tranchants:

Sections	Efforts tranchants sous différentes charges						Courbes enveloppes			
	Surcharges civiles		Surcharges militaires		Précontrainte		Surcharges civiles		Surcharges militaires	
	$T_{max}$ (t)	$T_{min}$ (t)	$T_{max}$ (t)	$T_{min}$ (t)	$T_H$ (t)	V (t)	$T_{max}$ (t)	$T_{min}$ (t)	$T_{max}$ (t)	$T_{min}$ (t)
0,0l	444,27	281,62	436,24	283,29	35,29	-234,88	244,68	82,03	236,65	83,70
0,1l	349,55	182,85	342,33	187,65	//	-222,55	162,29	-4,41	155,06	0,39
0,2l	254,83	84,08	248,40	92,01	//	-150,47	139,65	-31,10	123,23	-23,17
0,3l	160,11	-14,69	154,49	-3,633	//	-119,45	75,95	-98,85	70,33	-87,80
0,4l	65,39	-113,47	60,57	-99,27	//	0,00	100,68	-78,174	95,86	-64,0
0,5l	-29,33	-212,24	-33,35	-194,92	//	65,22	71,18	-111,73	67,17	-94,41
0,6l	-124,05	-311	-127,26	-290,56	//	141,84	53,08	-133,88	49,87	-113,43
0,7l	-218,77	-409,78	-221,18	-386,20	//	174,57	-8,91	-199,92	-11,32	-176,34
0,8l	-313,49	-508,55	-315,10	-481,84	//	230,66	-47,54	-242,6	-49,15	-215,9
0,9l	-408,21	-607,32	-409,01	-577,48	//	339,68	-33,24	-232,35	-34,04	-202,51
1,0l	-502,93	-706,09	-502,93	-673,12	//	218,69	-248,95	-452,11	-248,95	-419,14

La combinaison donnant la courbe enveloppe est:

$$T_{min} + T_H + V$$



Courbes enveloppes efforts tranchants

— charges civiles

--- charges militaires

Contrainte de cisaillement du béton - Répartition des étriers :

Le calcul sera effectué au temps infini.

a/ Cisaillement dans le béton :

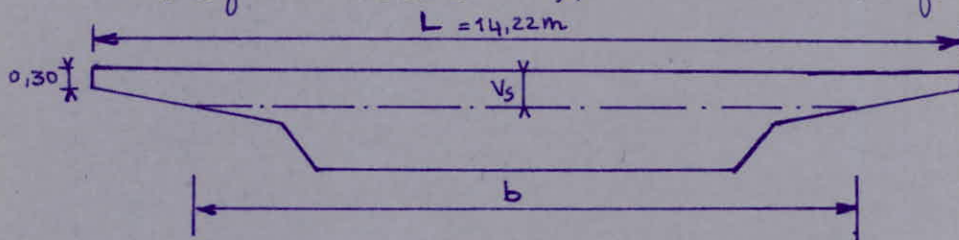
Soit  $T$ , l'effort tranchant extrême ; la contrainte de cisaillement du béton au niveau de son centre de gravité est donnée par :

$$\tau_b = \frac{T \cdot m}{I \cdot b}$$

où  $m$  : moment statique par rapport à un axe horizontal passant par le C.D.G de la partie située au-dessus.

$I$  : moment d'inertie de la section nette.

$b$  : largeur de la dalle prise au niveau de son centre de gravité moins des gaines déduites s'il y a des voisins de la fibre moyenne.



Après calcul on trouve :

$$b = 19,8 - 18,6 \cdot V_s$$

$$m = (V_s - 0,30)^2 \cdot \left[ \frac{b}{2} + \frac{2}{3} (L - b) \right] + 0,30 \cdot L \cdot \left( V_s - \frac{0,30}{2} \right)$$

Contrainte de cisaillement admissible  $\bar{\tau}_b$  :

Nous devons vérifier en chaque section que  $\tau_b \leq \bar{\tau}_b$

$$\text{où } \bar{\tau}_b = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}_b} \cdot (\bar{\sigma}_b - \sigma_g) (\bar{\sigma}'_b + \sigma_g)} \quad \text{Formule de CHALOS et BETEILLE}$$

où  $\sigma_g$  = contrainte de compression du béton au niveau du C.D.G de la section.

$$\sigma_g = \frac{F}{S}$$

$$\bar{\sigma}_b = 0,42 \cdot \sigma_{28} = 1260 \text{ t/m}^2$$

$$\bar{\sigma}'_b = 0,42 \cdot \sigma'_{28} = 0,42 \left[ 70 + \frac{6}{100} \sigma_{28} \right] = 105 \text{ t/m}^2$$

b/ Contrainte de traction admissible des étriers :

$$\bar{\sigma}'_a = \rho'_a \cdot \bar{\sigma}'_{en} \quad \text{où } \bar{\sigma}'_{en} = 42.000 \text{ t/m}^2 \quad \text{: contrainte nominale des aciers H.A}$$

Les sections ne comportant pas de reprise de bétonnage, donc  $\rho'_a$  est

$$\text{donné par : } \rho'_a = 1 - \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{\tau_b}{\bar{\tau}_b} \right)^2$$

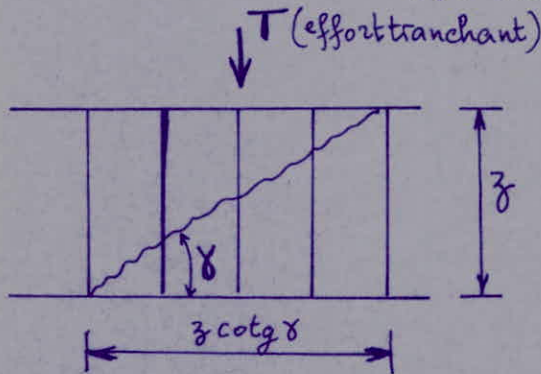
En admettant que des fissures pourront se produire parallèlement à la direction de la contrainte principale extrême de compression au niveau du C.D.G ; les fissures délimitent des bielles de béton. Soit  $\gamma$ , l'angle que font les bielles de béton avec la fibre moyenne.

$\tau_b$  : contrainte de cisaillement qui s'exerce au niveau du C.D.G.

$\gamma$  : donné par l'expression :  $\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2\tau_b}{\sigma_g}$  avec  $\sigma_g = \frac{F}{S}$

La hauteur de la fissure est prise égale au bras de levier qui a servi pour le calcul de la contrainte  $\tau_b$ .

$z = \frac{I}{m}$  avec  $I$  : moment d'inertie  
 $m$  : moment statique.



Soit  $z \cdot \cotg \gamma$ , la projection horizontale de la fissure ; la section d'étriers au mètre linéaire de tablier, pour toute la largeur du pont est :  $w = \frac{T}{\sigma_a' \cdot z \cotg \gamma}$

L'espacement maximum  $s$  de 2 cours successifs d'étriers est limité par :

$$\min \begin{cases} h_E \cdot \left( 1,25 - 0,95 \cdot \frac{\tau_b}{\sigma_b} \right) \\ b_{\min} \cdot \left( 5 - 2 \cdot \frac{\tau_b}{\sigma_b} \right) \leq 4 b_{\min} \end{cases}$$

où  $h_E$  : est hauteur totale de la section considérée.

$b_{\min}$  : largeur brute de la dalle au niveau de son C.D.G.

On fera les calculs pour chaque section et les résultats seront résumés sous forme d'un tableau.



Sections	$I$ (m <sup>4</sup> )	$m$ (m <sup>3</sup> )	$b$ (m)	$\gamma = \frac{I}{m}$ (m)	$T$ (t)	$Z_b$ (t/m <sup>2</sup> )	$\sigma_g$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{c}_b$ (t/m <sup>2</sup> )	$tg\gamma$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\sigma}'_a$ (t/m <sup>2</sup> )	$\omega \cdot 10^4$ (m <sup>2</sup> )	$t$ (m)
0,0l	0,9960	1,51716	11,244	0,6565	244,68	33,15	448,23	193,45	0,07356	41588,89	6,592	1,087
0,1l	0,99397	1,50702	11,272	0,660	162,29	21,83	482,16	195,09	0,04518	41824,70	2,656	1,140
0,2l	0,98969	1,49960	11,293	0,660	139,65	18,75	487,95	195,32	0,03837	41870,89	1,939	1,16m
0,3l	0,98533	1,49489	11,305	0,6591	98,85	13,25	492,22	195,48	0,026899	41935,68	0,9620	1,185
0,4l	0,98242	1,49153	11,315	0,6587	100,68	13,51	491,12	195,44	0,02749	41933,10	1,002	1,184
0,5l	0,98387	1,49287	11,311	0,6699	111,73	14,99	493,95	195,54	0,03032	41917,73	1,2063	1,177
0,6l	0,98743	1,49690	11,299	0,6596	133,88	17,96	496,50	195,63	0,036126	41882,00	1,7507	1,163
0,7l	0,99191	1,50297	11,283	0,660	199,92	26,82	499,04	195,72	0,053588	41737,11	3,889	1,12
0,8l	0,99541	1,51175	11,259	0,6584	242,60	32,72	501,61	195,80	0,064950	41609,04	5,7516	1,09
0,9l	0,99552	1,51359	11,231	0,6577	232,35	31,45	500,44	195,76	0,062598	41638,66	5,3110	1,097
1,0l	0,98889	1,2708	11,858	0,7782	452,11	49,00	494,27	195,55	0,097599	41120,97	13,789	1,012

1  
10  
1

Verification à la rupture vis à vis de l'effort tranchant :

La contrainte de cisaillement à la rupture est donné par une majoration de 80% de la contrainte de cisaillement sous les surcharges.

$$\bar{\tau}_{br} = 1,8 \tau_b = 1,8 \frac{T \cdot m}{I \cdot b}$$

On détermine la contrainte admissible de cisaillement  $\bar{\tau}_{br}$  par la même condition de CHALOS et BETEILLE, déduite de la précédente en remplaçant  $\bar{\sigma}_b$  par  $\sigma_{28}$  et  $\sigma'_b$  par  $\sigma'_{28}$

$$\text{ainsi } \bar{\tau}_{br} = \sqrt{\frac{\sigma'_{28}}{\sigma_{28}} \cdot (\sigma_{28} - \sigma_g) \cdot (\sigma_{28} + \sigma_g)}$$

$\sigma_g$ : contrainte de compression (précontrainte) au niveau du C.D.G.

$$\sigma'_a = \frac{T_r \cdot \text{tg} \delta}{z \cdot \omega} = \frac{1,8 \cdot T \cdot \text{tg} \delta}{z \cdot \omega}$$

sections	$\tau_{br}$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\tau}_{br}$ (t/m <sup>2</sup> )	tg δ	$\sigma'_a$ (t/m <sup>2</sup> )	$\omega \cdot 10^4$ (m <sup>2</sup> )
0,0l	59,60	385,33	0,13069	133002,99	17,395
0,1l	39,294	391,95	0,080961	134917,45	7,11
0,2l	33,75	393,04	0,068839	135215,43	5,202
0,3l	23,85	393,84	0,048340	135653,01	2,589
0,4l	24,32	393,64	0,049398	135634,35	2,697
0,5l	26,98	394,17	0,054458	135531,01	3,244
0,6l	32,33	394,64	0,064842	135316,96	4,70
0,7l	48,28	395,11	0,095856	134389,76	10,37
0,8l	57,96	395,58	0,11404	131504,92	15,007
0,9l	56,61	395,37	0,11170	133740,89	14,10
1,0l	88,20	394,23	0,17309	131269,73	35,91

On remarque qu'en chaque section considérée, la contrainte de traction des aciers transversaux ne vérifie pas la condition :

$$\sigma'_a \leq 1,2 \sigma'_{en} = 1,2 \times 42000 = 50400 \text{ t/m}^2$$

Donc, on procédera à un autre calcul d'aciers transversaux (étriers)

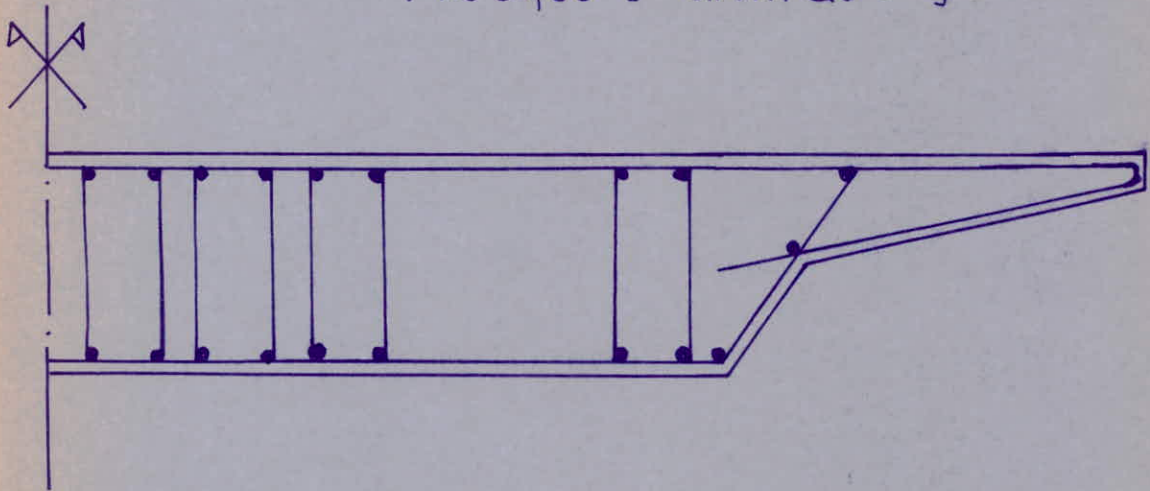
en posant  $\sigma'_a = 1,2 \sigma'_{en} \Rightarrow \omega = \frac{1,8 T \cdot \text{tg} \delta}{1,2 \sigma'_{en} \cdot z}$

Choix des aciers et disposition des étriers :

Les étriers devant en acier HA10 en travers et HA15 au voisinage des appuis.

On disposera de 20 cadres dans la travée et 2 étriers de fermetures pour l'appui de rive. On mettra 20 cadres et 2 étriers pour l'appui intermédiaire. la section d'acier est :

$$A_f = 22 \text{ HA } 10 = 17,27 \text{ cm}^2$$
$$A_f = 32 \text{ HA } 12 = 32,13 \text{ cm}^2$$



# X / La flexion transversale

## CALCUL DES MOMENTS FLÉCHISSANTS ET TRANCHANTS AUX SECTIONS D'ENCASTREMENTS

On ne tiendra pas compte de l'effet de dalle dû à la participation des encorbellements à la flexion longitudinale de l'ouvrage. Cette hypothèse va à l'encontre de la sécurité.

### ① - Diffusion des surcharges

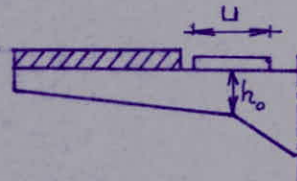
Point  $U$  et  $V$ , les côtés du rectangle d'impact d'une surcharge ponctuelle  $B_c$  ou  $B_r$  avec  $V$  parallèle à l'axe longitudinal de la dalle et  $U$  perpendiculaire à ce dernier.

#### a/ - Diffusion verticale

Le rectangle d'impact est diffusé sur la fibre moyenne de l'encorbellement selon un rectangle de côté  $U'$  et  $V'$  où

$$\begin{cases} U' = U + h_0 + 1,5e_r \\ V' = V + h_0 + 1,5e_r \end{cases}$$

avec :  $h_0$  : hauteur de la structure au milieu du côté  $U$  perpendiculaire à l'axe longitudinal.  
 $e_r$  : épaisseur du revêtement



Poids au mètre linéaire de la superstructure

	P (t/ml)	Distance du point d'application de P par rapport à $S_1$ en m
Garde - corps	0,1	2,17
Trottoir	0,72	1,52
Revêtement	1,01	0,525
total	1,83	1,006

Poids au mètre linéaire de l'encorbellement

$$\left[ (0,20 \times 0,50) + (1,86 \times 0,30) + \left( \frac{1,86 + 0,20}{2} \right) + \left( \frac{0,20 + 0,50}{2} \right) \right] \times 2,5 = 2,24 \text{ t/ml}$$

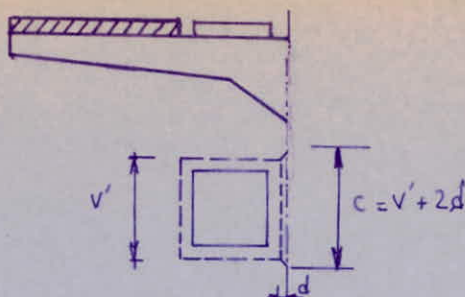
• Calcul de point d'application de l'ensemble (encorbellement + superstructure) par rapport à la section d'encastrement  $S_1$ .

$$x_G = \frac{(1,83 \times 1,006) + (2,24 \times 0,896)}{(1,83 + 2,24)} = 0,945 \text{ m}$$

Poids de l'ensemble :  $G = 1,83 + 2,24 = 4,07 \text{ t/ml}$

$$\begin{aligned} \text{d'où : } M_G &= -4,07 \times 0,945 = -3,846 \text{ t.m/ml} \\ T_G &= -4,07 \text{ t/ml} \end{aligned}$$

#### b/ - Diffusion longitudinale



② - Calcul des efforts dans la section d'encastrement sous la charge permanente et les différents cas de surcharges (sur trottoir et sur la dalle centrale)

a/ - Efforts dus au poids propre et à la superstructure

$$M_G = -3,846 \text{ t.m/ml}$$

$$T_G = -4,07 \text{ t/ml}$$

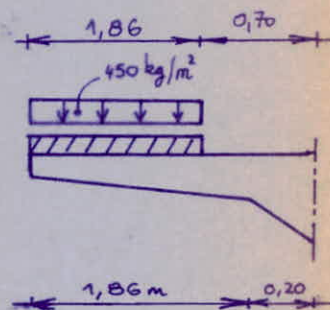
b/ - Efforts dus aux surcharges de trottoir :

α/ - Surcharge uniforme de 450 kg/m<sup>2</sup>

$$M_S = -0,450 \times 1,50 \times 1 \times \left(\frac{1,50}{2} + 0,70\right) = -0,979 \text{ t.m/ml}$$

$$T_S = -0,450 \times 1,50 = -0,675 \text{ t/ml}$$

Les effets de cette surcharge de trottoir peuvent être cumuléés avec ceux de la surcharge B<sub>c</sub> ou type D.



β/ - Roue isolée de 6t

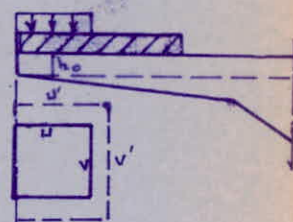
Les effets de cette roue ne sont pas cumulables avec les surcharges de chaussée ou de trottoir. Les effets de la roue de 6<sup>t</sup> servira à la justification du ferraillage aux sections d'encastrement. L'effet maximum est obtenu en la butant contre le garde-corps.

β1/ - Diffusion verticale

$$h_0 = 0,30 + \frac{0,2 \times \frac{0,25}{2}}{1,86} = 0,3134 \text{ m}$$

$$U' = U + h_1 + \frac{h_0}{2} = 25 + 20 + \frac{31,34}{2} = 60,67 \text{ cm}$$

$$V' = V + 2 \left(h_1 + \frac{h_0}{2}\right) = 25 + 2 \left(20 + \frac{31,34}{2}\right) = 96,34 \text{ cm}$$



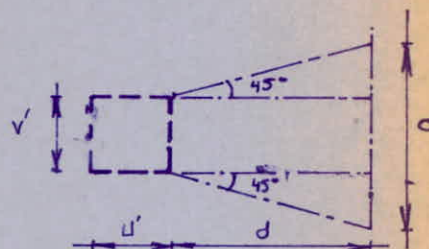
β2/ - Diffusion longitudinale

$$d = 2,06 - U' = 2,06 - 0,6067 = 1,45 \text{ m}$$

$$C = V' + 2d = 0,9634 + 2 \times 1,45 = 3,86 \text{ m}$$

$$M_S = -\frac{6}{C} \times (2,06 - \frac{U'}{2}) = -2,731 \text{ t.m/ml}$$

$$T_S = -1,544 \text{ t/ml}$$



c/ - Efforts dus aux surcharges de chaussée

α/ - Surcharge B<sub>c</sub>

La distance séparant le bord du trottoir à la section d'encastrement est de 0,70m d'où la possibilité de placer qu'une seule file de roues sur l'encastrement à 0,25m du bord du trottoir. On prendra en compte les essieux les plus lourds c'est à dire les deux essieux arrière du camion B<sub>c</sub>.

Cette file de roues est assimilée un impact de 1,75 de longueur dans le sens longitudinal et de 0,25 m de largeur dans le sens transversal.

$$h_0 = 0,473 \text{ m}$$

$$U' = 25 + 47,3 + 1,5 \times 8 = 84,3 \text{ cm}$$

$$V' = 175 + 47,3 + 1,5 \times 8 = 234,3 \text{ cm}$$

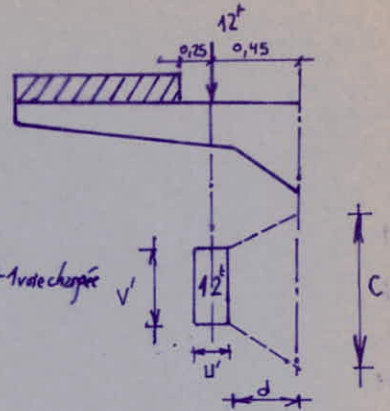
$$d = 45 - \frac{U'}{2} = 2,85 \text{ cm}$$

$$\text{d'où: } C = V' + 2d = 2,400 \text{ m}$$

$$M_s = -\frac{12}{C} \times \left(\frac{U'}{2} + d\right) \times \delta \times b_c \quad \text{où } \left\{ \begin{array}{l} \delta = 1,0967 \\ b_c = 1,2 : \text{pont de 1}^{\text{er}} \text{ classe et 1 voie chargée} \end{array} \right.$$

$$M_s = -2,961 \text{ t.m/ml}$$

$$T_s = -\frac{12}{C} \times \delta \times b_c = -6,58 \text{ t/ml}$$

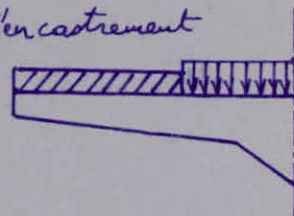


### β/ - Surcharge A

Elle est appliquée entre bord intérieur du trottoir et la section d'encastrement

$$M_s = -0,991 \times 0,70 \times 1 \times \frac{0,70}{2} = -0,243 \text{ t.m/ml}$$

$$T_s = -0,991 \times 0,70 \times 1 = -0,694 \text{ t/ml}$$



### γ/ - Surcharge Mc 120

L'effet le plus défavorable est obtenu en plaçant la chenille contre le bord intérieur du trottoir.

On prendra en compte l'impact 0,70m dans le sens transversal et 6,10m dans le sens longitudinal.

$$h_0 = 0,30 + \frac{0,20 + 1,71}{1,86} = 0,484 \text{ m}$$

$$U' = U + \frac{h_0 + 1,5 \cdot e_r}{2} = 70 + \frac{48,4 + 1,5 \times 8}{2} = 100,2 \text{ cm}$$

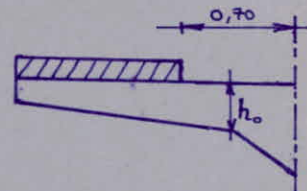
$$V' = V + h_0 + 1,5 \cdot e_r = 610 + 48,4 + 1,5 \times 8 = 670,4$$

$$C = V' = 6,704 \text{ m}$$

La masse venant à la surface considérée est:  $55^t \times \frac{0,70}{1} = 38,50 \text{ t}$ .

$$M_s = -\frac{38,50}{C} \times \frac{U'}{2} \times \delta = -3,124 \text{ t.m/ml}$$

$$T_s = -\frac{38,50}{C} \times \delta = -6,24 \text{ t/ml}$$



Calcul de δ :

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2L} + \frac{0,6}{1+4 \cdot P/S} = 1,087$$

$$L = 24,95 \text{ m}, \quad S = 110 \text{ t}, \quad P = 52,26 \times 24,95 = 804,88 \text{ t}$$

### δ/ - Surcharge Br (roue isolée de 10<sup>t</sup>).

On peut placer la roue Br n'importe où sur la largeur roulable. On obtiendra l'effet maximale en la plaçant contre le bord du trottoir. La surface d'impact de la roue Br est à 0,60m dans le sens transversal et 0,30m longitudinalement.

$$h_0 = 0,30 + \frac{0,20 \times 1,66}{1,86} = 0,478 \text{ m}$$

$$U' = \frac{U + h_0 + 1,5 \cdot e_r}{2} + 0,40 = 0,999 \text{ m}$$

$$V' = V + h_0 + 1,5 \cdot e_r = 0,30 + 0,478 + 1,5 \times 0,08 = 0,898 \text{ m}$$

$$\text{d'où } C = V' = 0,898 \text{ m}$$

$$M_s = -\frac{10}{C} \times \frac{U'}{2} = -\frac{10}{0,898} \times \frac{0,999}{2} = -5,562 \text{ t.m/ml}$$

$$T_s = -\frac{10}{C} = -11,136 \text{ t/ml}$$

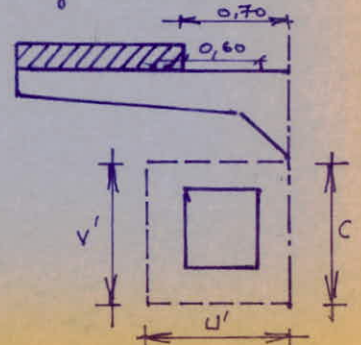


TABLEAU DONNANT LES LIGNES D'INFLUENCES DES COEFFICIENT DE RÉPARTITION TRANSVERSAL  $\mu$

Fibre 1 :  $y=0$

$y=0$	$e$	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	$0$	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	$b$
Harmonique 1		-0,1701	-0,0834	-0,0076	+0,0076	0,2009	0,0876	-0,0076	-0,0833	-0,1700
Harmonique 3		-0,0383	-0,0298	-0,0147	0,0207	0,1052	0,0207	-0,0147	-0,0298	-0,0383
Harmonique 5		-0,0075	-0,0095	-0,0104	0,0089	0,0656	-0,0089	-0,0104	-0,0095	-0,0076

Fibre 2 :  $y=\frac{b}{2}$

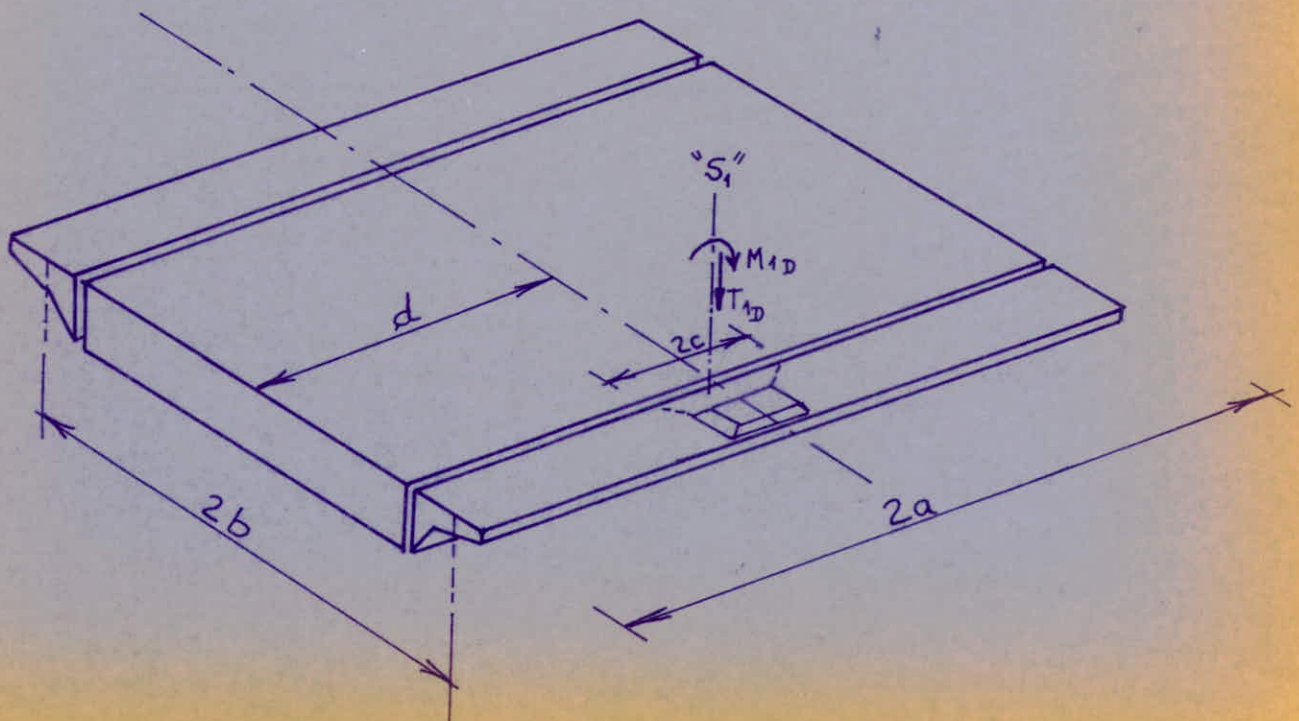
$y=\frac{b}{2}$	$e$	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	$0$	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	$b$
Harmonique 1		-0,5035	-0,0877	-0,0534	-0,0144	0,0323	0,0903	0,1639	0,0059	-0,1418
Harmonique 2		-0,0172	-0,0182	-0,1308	-0,0177	-0,0086	0,0210	0,0376	-0,00034	-0,0596
Harmonique 5		-0,0015	-0,0026	-0,0046	-0,0077	-0,0036	0,0005	0,0639	-0,00624	-0,0276

Fibre 3 :  $y=\frac{3b}{4}$

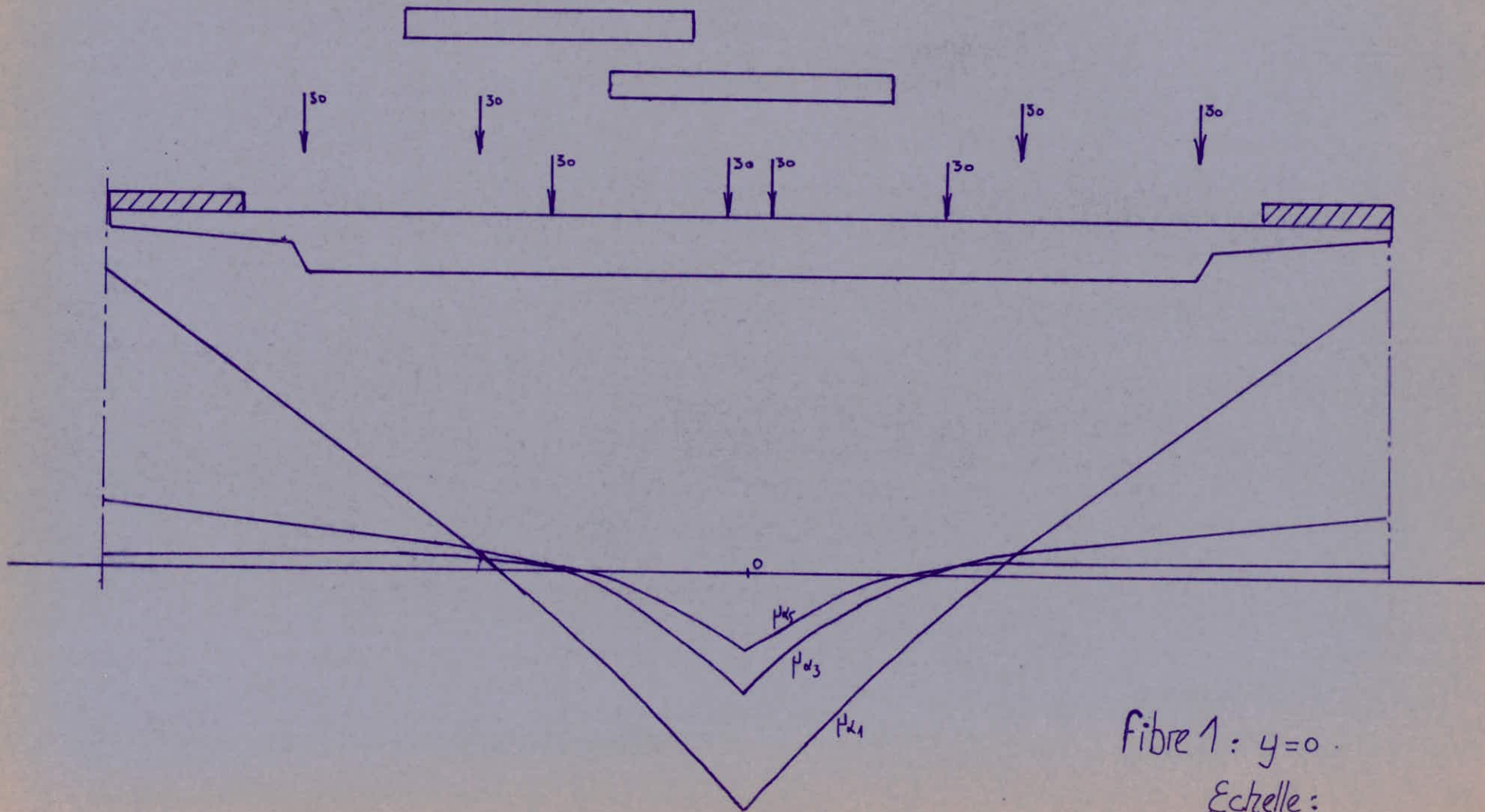
$y=\frac{3b}{4}$	$e$	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	$0$	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	$b$
Harmonique 1		-0,0689	-0,0658	-0,0387	-0,0195	0,0006	0,0274	0,0617	0,1075	-0,0884
Harmonique 3		-0,0088	-0,0102	-0,0119	-0,0134	-0,0130	-0,0062	0,0172	0,0790	-0,0521
Harmonique 5		-0,0007	-0,0011	-0,0022	-0,0040	-0,0089	-0,0089	-0,0004	0,0564	-0,0357

Donc nous déduisons les graphes des trois pages suivantes

③ - Moments apportés dans la dalle centrale par les charges placées sur les encorbellements

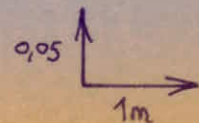


# Lignes d'influence du coefficient de répartition transversal



Fibre 1:  $y=0$ .

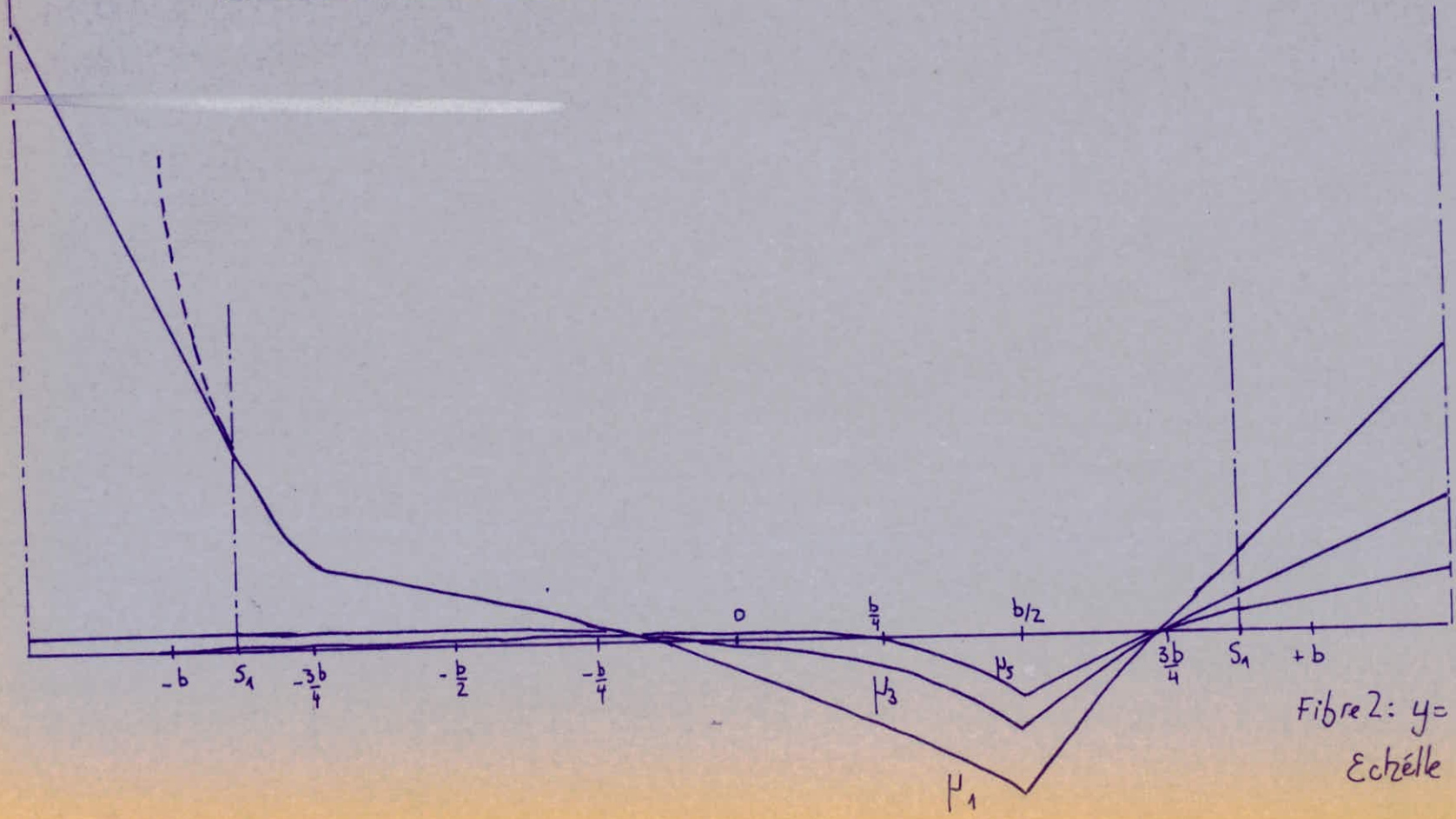
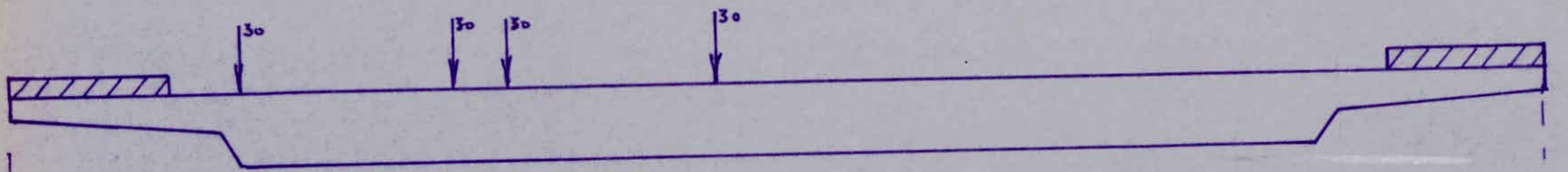
Echelle:





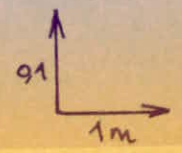
M C 120

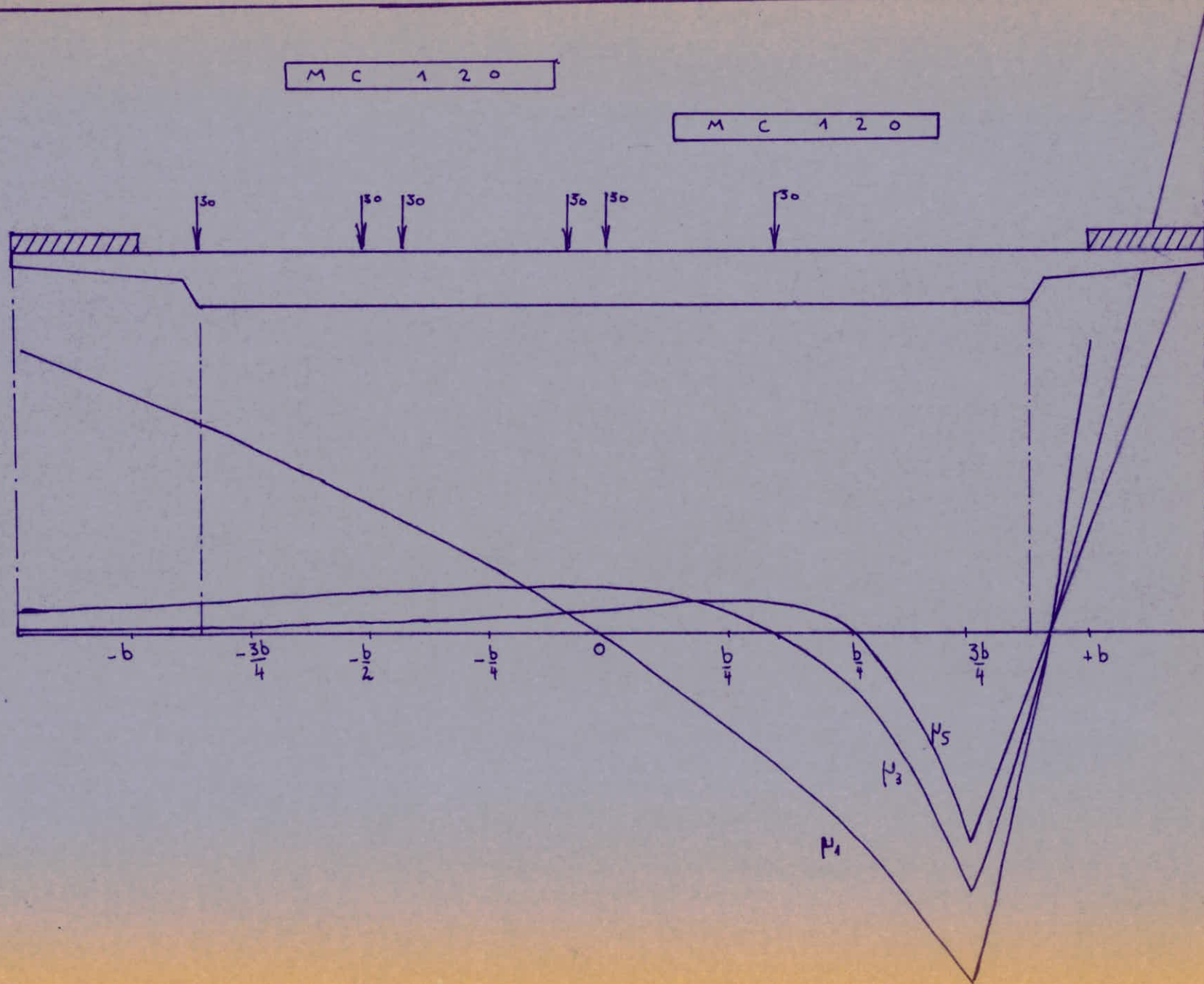
M C 120



Fibre 2:  $y = \frac{b}{2}$

Echelle





- 99 -  
 Fibre 3 :  $y = \frac{3b}{4}$

Echelle :

Si  $M_x$  et  $T_x$  sont respectivement les moments fléchissant et les effets tranchants dans les sections d'encastrement "S<sub>1</sub>" le moment transversal dans une fibre quelconque de la dalle est donné par :

a/- Pour les charges disposées dans l'encastrement de gauche :

$$M_E(x,y) = \frac{4b}{\pi} \left[ M_{1G} \int \frac{1}{n} \left( \frac{d\mu_n}{dy} \right)_{-b_0} \sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a} \sin \frac{n\pi x}{2a} + T_{1G} \int \frac{1}{n} (\mu_n)_{-b_0} \sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a} \sin \frac{n\pi x}{2a} \right]$$

b/- Pour les charges disposées dans l'encastrement de droite :

$$M_E(x,y) = \frac{4b}{\pi} \left[ M_{1D} \int \frac{1}{n} \left( \frac{d\mu_n}{dy} \right)_{b_0} \sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a} \sin \frac{n\pi x}{2a} + T_{1D} \int \frac{1}{n} (\mu_n)_{b_0} \sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a} \sin \frac{n\pi x}{2a} \right]$$

avec : b : demi-largeur de la dalle équivalente

$\mu_n$  : ordonnée de la ligne d'influence du coefficient transversale pour la fibre considérée

$d\mu_n/dy$  : pente de la tangente à  $\mu_n$  (au point  $b_0$  ou  $-b_0$ )

c : demi-diffusion longitudinal de la surcharge considérée

d : position longitudinal du centre de gravité de la surcharge dans la section considérée

x : abscisse de la section étudiée.

a/- Moments apportés dans la dalle sous la charge permanente disposée sur les encastrement de gauche et de droite

α/ Encastrement droit :  $a=c=d=x=9,98\text{ m}$  ;  $M_{1D} = -3,846\text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1D} = 4,07\text{ t/ml}$

			Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	$H_n$	Perte	$H_n$	Perte	$H_n$	Perte
1	1	1	-0,13	-0,056	-0,0799	-0,0969	0,0323	-0,121
3	-0,3333	1	-0,035	-0,0081	-0,0399	-0,0438	0,0255	-0,0956
5	0,2	1	-0,01	-0,0012	-0,0199	-0,0112	0,017	-0,0638
MOMENTS (t.m)			-2,1		-0,01		+3,72	

β/ Encastrement gauche :  $M_{1G} = -3,846\text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1G} = -4,07\text{ t/ml}$

			Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	$H_n$	Perte	$H_n$	Perte	$H_n$	Perte
1	1	1	-0,13	0,056	-0,1933	0,206	-0,257	0,043
3	-0,333	1	-0,035	0,0081	-0,0166	0	-0,037	-0,0046
5	0,2	1	-0,01	0,0012	-0,0033	0	-0,0067	0
MOMENTS (t.m)			+2,1		-0,188		+6,146	

b/- Moments apportés dans la dalle sous les surcharges A(c)

α/ Encastrement droit :  $a=c=d=x=9,980\text{ m}$  ;  $M_{1D} = -0,243\text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1D} = +0,694\text{ t/ml}$   
 $b = 5,815\text{ m}$

			Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
n	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	$H_n$	Perte	$H_n$	Perte	$H_n$	Perte
1	1	1	-0,130	-0,056	-0,07999	-0,0969	0,0323	-0,121
3	-0,3333	1	-0,035	-0,0081	-0,0399	-0,04375	0,0255	-0,0956
5	0,200	1	-0,010	-0,0012	-0,01999	-0,0112	0,0170	-0,0638
MOMENTS (t.m)			-0,618		-0,211		-0,0088	

$\beta$  / Encorbèllement gauche :  $M_{1g} = -0,243 \text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1g} = -0,694 \text{ t/ml}$

			Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
$n$	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	$H_n$	Pente	$H_n$	Pente	$H_n$	Pente
1	1	1	-0,130	-0,056	-0,0799	-0,206	-0,0323	-0,0443
3	-0,3333	1	-0,035	-0,0081	-0,0399	0	0,0255	-0,0046
5	0,2	1	-0,010	-0,0012	-0,0199	0	0,0170	0
MOMENTS (t.m)			+0,619		+0,655		+1,185	

$c$  / - Moments apportés dans la dalle sous les surcharges  $B_c$

$\alpha$  / Encorbèllement droit :  $a = d = x = 3,98 \text{ m}$  ;  $M_{1D} = -2,961 \text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1D} = +6,58 \text{ t/ml}$   
 $c = 1,2 \text{ m}$

			Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
$n$	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	$H_n$	Pente	$H_n$	Pente	$H_n$	Pente
1	1	0,188	-0,13	-0,056	-0,0799	-0,0369	0,0323	-0,121
3	-0,3333	0,5368	-0,035	-0,0081	-0,0399	-0,0438	0,0255	-0,0956
5	0,2	0,81	-0,01	-0,0012	-0,0199	-0,0112	0,0170	-0,0638
MOMENTS (t.m)			-1,306		-0,627		+1,753	

$\beta$  / Encorbèllement gauche :  $M_{1g} = -2,961 \text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1g} = -6,58 \text{ t/ml}$

			Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
$n$	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	$H_n$	Pente	$H_n$	Pente	$H_n$	Pente
1	1	0,188	-0,13	-0,056	-0,07999	-0,0369	0,0323	-0,121
3	-0,3333	-0,5368	-0,035	-0,0081	-0,0399	-0,04375	0,0255	-0,0956
5	0,200	0,81	-0,01	-0,0012	-0,01999	-0,0112	0,0170	-0,0638
MOMENTS (t.m)			-1,306		-0,627		-	

$d$  / - Moments apportés dans la dalle sous la surcharge  $M_c 120$

$\alpha$  / Encorbèllement droit :  $x = d = a = 3,98 \text{ m}$   
 $c = 3,35 \text{ m}$   
 $M_{1D} = -3,124 \text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1D} = +6,24 \text{ t/ml}$

			Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
$n$	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	$H_n$	Pente	$H_n$	Pente	$H_n$	Pente
1	1	0,503	-0,130	-0,056	-0,07999	-0,0369	+0,0323	-0,121
3	-0,3333	-0,9999	-0,035	-0,0081	-0,0399	-0,04375	0,0255	-0,0956
5	0,200	0,484	-0,010	-0,0012	-0,01999	-0,0112	0,0170	-0,0638
MOMENTS (t.m)			-2,888		-1,057		2,034	

β/ Encorbèlement gauche :  $M_{1c} = -3,124 \text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1c} = -6,24 \text{ t/ml}$

$\eta$	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} \cdot x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
			$\mu_n$	Pente	$\mu_n$	Pente	$\mu_n$	Pente
1	1	0,503	0,056	0,056	-0,1933	+0,206	-0,257	0,043
3	-0,3333	-0,9999	0,0081	0,0081	-0,0166	0	-0,037	0,046
5	0,200	0,484	0,0012	0,0012	-0,0033	0	-0,0067	0
MOMENTS (t.m)			+ 2,932		+ 2,357		+ 5,72	

e/ - Moments apportés dans la dalle sous la charge des trottoirs

α/ Encorbèlement droit :  $a = c = d = x = 9,980 \text{ m}$

$b = 5,815 \text{ m}$

$M_{1d} = -0,979 \text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1d} = 0,675 \text{ t/ml}$ .

$\eta$	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} \cdot x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
			$\mu_n$	Pente	$\mu_n$	Pente	$\mu_n$	Pente
1	1	1	-0,130	-0,056	-0,07999	-0,0969	0,0323	-0,121
3	-0,3333	1	-0,0350	-0,0081	-0,0399	-0,04375	0,0255	-0,0956
5	0,200	1	-0,010	-0,0012	-0,0199	-0,0112	0,0170	-0,0638
MOMENTS (t.m)			-0,601		+0,260		0,552	

β/ Encorbèlement gauche :  $M_{1c} = -0,979 \text{ t.m/ml}$  ;  $T_{1c} = -0,675 \text{ t/ml}$ .

$\eta$	$\frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2a} \cdot x$	$\sin \frac{n\pi c}{2a} \sin \frac{n\pi d}{2a}$	Fibre 1		Fibre 2		Fibre 3	
			$\mu_n$	Pente	$\mu_n$	Pente	$\mu_n$	Pente
1	1	1	-0,130	-0,056	-0,1933	-0,206	-0,257	-0,043
3	-0,3333	1	-0,035	-0,0081	-0,0166	0	-0,037	-0,046
5	0,200	1	-0,010	-0,0012	-0,0033	0	-0,0067	0
MOMENTS (t.m)			+0,603		-0,496		+0,907	

Nous remarquons que :

- Les effets dus aux charges placées sur l'encorbèlement de droite ne sont cumulé à ceux dus aux mêmes charges placées sur l'encorbèlement de gauche que s'ils sont de même signe (négatif)
- Les effets dus au  $M_{c120}$  sur l'encorbèlement gauche et sur celui de droite ne sont pas cumulés puisqu'il est ex. de disposer transversalement 2 chars militaires.
- Nous ne tiendrons pas en compte le chargement type D car placé sur l'axe longitudinale et ayant de largeur il n'atteint pas la section d'encastrement "S<sub>1</sub>".

TABEAU RECAPITULATIF DES MOMENTS APPORTÉS DANS LA DALLE CENTRALE PAR LES SURCHARGES DISPOSÉES SUR LES ENCORBÈLEMENTS

Fibre	Charge permanente	Surcharge A(l)	Surcharge B <sub>c</sub>	Surcharge M <sub>c120</sub>	Surcharge de trottoir
1	0 (2)	-0,618 (2)	-1,306 (1)	-2,888 (1)	-0,601 (1)
2	-0,198 (2)	-0,211 (1)	-0,627 (1)	-1,057 (1)	-0,496 (1)
3	+6,146 (1)	-0,0088 (1)	+2,57 (1)	+5,72 (1)	+0,907 (1)

(1) : effet obtenu en prenant en compte les charges disposés sur un encorbèlement.

(2) : - effet obtenu en prenant en compte les charges disposés sur deux encorbèlements.

④ - Moments dus aux surcharges empiétant sur la dalle centrale

Le moment transversal par unité de largeur est donné par l'expression suivante :

$$M_y(x, y) = \sum_{m=1}^5 \mu_{xm} P_m b \sin^2 \frac{m\pi}{l} x.$$

Pour la section à mi-travée - c'est à dire à  $l/2$ , on trouve :

$$M_y(x, y) = b [\mu_{x1} P_1 - \mu_{x3} P_3 + \mu_{x5} P_5].$$

On prendra :  $l = \frac{24,95}{\sqrt{J}} = \frac{24,95}{\sqrt{1,183}} = 23,92 \text{ m.}$

a/ Calcul des  $P_i$  : ( $P_1$ ;  $P_3$ ;  $P_5$ ).  
 α/ Surcharge A

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin^2 \left( \frac{m\pi}{2} \right) \quad [t/ml].$$

Pour 3 voies chargées :  $P = 0,991 \times 10,10 = 10,01 \text{ t/ml.}$   
 d'où :

$$P_1 = 12,75 \text{ t/ml} \quad ; \quad P_3 = 4,25 \text{ t/ml} \quad ; \quad P_5 = 2,55 \text{ t/ml.}$$

Pour 2 voies chargées :  $P = 0,991 \times 7,00 = 6,937 \text{ t/ml.}$   
 d'où :

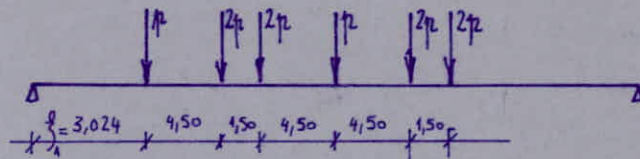
$$P_1 = 8,87 \text{ t/ml} \quad ; \quad P_3 = 2,95 \text{ t/ml} \quad ; \quad P_5 = 1,77 \text{ t/ml.}$$

Pour 1 voie chargée :  $P = 0,991 \times 3,00 \text{ m} = 2,973 \text{ t/ml.}$   
 d'où :

$$P_1 = 3,79 \text{ t/ml} \quad ; \quad P_3 = 1,26 \text{ t/ml} \quad ; \quad P_5 = 0,76 \text{ t/ml.}$$

β/ Surcharge B<sub>c</sub>

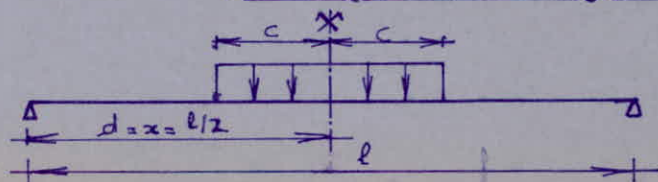
La disposition dans le sens longitudinal est telle que la résultante de toutes les charges ponctuelles correspondant aux essieux B<sub>c</sub> passe par  $x = l/2$ . On envisage les 2 sens de circulation et on retiendra le cas donnant  $P_m \text{ max.}$   
 Sens droite - gauche :



$$P_m = \frac{2}{l} \left[ p \sin^2 \frac{m\pi}{l} \xi_1 + 2p \sin^2 \frac{m\pi}{l} \xi_2 + 2p \sin^2 \frac{m\pi}{l} \xi_3 + p \sin^2 \frac{m\pi}{l} \xi_4 + 2p \sin^2 \frac{m\pi}{l} \xi_5 + 2p \sin^2 \frac{m\pi}{l} \xi_6 \right]$$

- Pour une file de roues ( $p = 3t$ ), on a :  $P_1 = 1,83$  ;  $P_3 = 0,68$  ;  $P_5 = -0,92$ .
- Pour 2 file de roues ( $p = 6t$ ), on a :  $P_1 = 3,66$  ;  $P_3 = 1,36$  ;  $P_5 = -1,84$ .

δ/ Surcharges Mc 120 et type D



$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin \frac{m\pi c}{l} \sin \frac{m\pi d}{l}$$

b/ - Disposition des surcharges empiétant sur la dalle centrale dans le sens transversal

La disposition se fera en tenant compte de celle adoptée en vue d'obtenir les moments minimums sous l'effet des charges de chaussées disposées sur les encastelllements

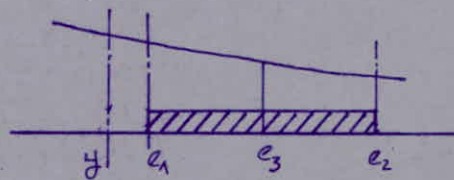
c/ - Calcul de  $\mu_{xm}$

$$\mu_{xm} = \frac{S_m}{2c}$$
 ou  $S_m$  est la surface de la ligne d'influence de la zone chargée  
 $2c$  étant la largeur de la bande chargée.

Remarques concernant le calcul de  $\mu_{xm}$

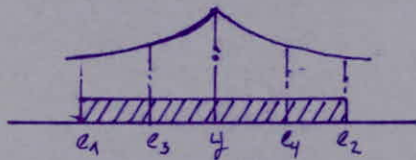
- Cas d'une large bande :

α/ Si la fibre considérée n'appartient pas à la bande chargée :  $y \notin [e_1; e_2]$   
 et  $e_3$  : fibre située à mi-distance de  $e_1$  et  $e_2$ .



$$\mu = \frac{1}{6} \mu(e_1) + \frac{1}{6} \mu(e_2) + \frac{2}{3} \mu(e_3)$$

β/ Si la fibre considérée appartient à la bande chargée :  $y \in [e_1; e_2]$ .



$$\mu = \frac{1}{6} \mu(y) + \frac{1}{12} \mu(e_1) + \frac{1}{12} \mu(e_2) + \frac{1}{3} \mu(e_3) + \frac{1}{3} \mu(e_4)$$

ou  $e_3$  et  $e_4$  désignent les fibres situées à mi-distance des fibres  $e_1$  et  $y$  ;  $e_2$  et  $y$ .

d/ Détermination des moments dus aux surcharges qui empiètent sur la dalle centrale

Les moments dus aux surcharges empiétant sur la dalle centrale sont déterminés pour chaque fibre considérée, en fonction de la ligne d'influence des coefficients de répartition transversal  $\mu$  et des éléments des surcharges  $p$ .

α/ - Calcul de  $P_m$

•/ Charge permanente G

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin^2 \frac{m\pi}{2}$$

$$P = 2,5 \times 10,10 = 25,12$$

$$P_1 = 32,17 \text{ t/ml} ; \quad P_3 = 10,72 \text{ t/ml} ; \quad P_5 = 6,43 \text{ t/ml}.$$

•/ Surcharge A

3 voies chargées :  $P_1 = 12,75 \text{ t/ml} ; P_3 = 4,25 \text{ t/ml} ; P_5 = 2,55 \text{ t/ml}.$   
 2 voies chargées :  $P_1 = 8,84 \text{ t/ml} ; P_3 = 2,95 \text{ t/ml} ; P_5 = 1,77 \text{ t/ml}.$   
 1 voie chargée :  $P_1 = 3,79 \text{ t/ml} ; P_3 = 1,26 \text{ t/ml} ; P_5 = 0,76 \text{ t/ml}.$

•/ Surcharge Bc

Pour une file de roues :  $P_1 = 1,83 \text{ t/ml} ; P_3 = 0,68 \text{ t/ml} ; P_5 = -0,92 \text{ t/ml}$   
 Pour 2 file de roues :  $P_1 = 3,66 \text{ t/ml} ; P_3 = 1,36 \text{ t/ml} ; P_5 = -1,84 \text{ t/ml}$

B/ Calcul de  $\mu_m$

•/ Charge permanente G

Fibre 1: ( $y=0$ )  $\left\{ \begin{array}{l} \mu_{d1} = -0,035 \\ \mu_{d3} = +0,00087 \\ \mu_{d5} = +0,00014 \end{array} \right.$  ; Fibre 2: ( $y=\frac{b}{2}$ )  $\left\{ \begin{array}{l} \mu_{d1} = -0,0341 \\ \mu_{d3} = -0,00212 \\ \mu_{d5} = +0,0118 \end{array} \right.$  ; Fibre 3: ( $y=\frac{3b}{4}$ )  $\left\{ \begin{array}{l} \mu_{d1} = +0,0238 \\ \mu_{d3} = +0,0293 \\ \mu_{d5} = +0,0286 \end{array} \right.$

•/ Surcharge A

Fibre 1 : Voie centrale chargée :  $\mu_{d1} = 0,1227$   
 $\mu_{d3} = 0,0505$   
 $\mu_{d5} = 0,0259$

Les deux voies latérales sont chargées :  $\mu_{d1} = -0,0734$   
 $\mu_{d3} = -0,0383$   
 $\mu_{d5} = -0,0167$

Fibre 2 :  $\alpha$ / Une voie chargée

Voie de gauche chargée :  $\mu_{d1} = -0,0592$  ; Voie centrale chargée :  $\mu_{d1} = 0,0337$  ; Voie de droite chargée :  $\mu_{d1} = 0,0656$   
 $\mu_{d3} = -0,0150$  ;  $\mu_{d3} = 0,0075$  ;  $\mu_{d3} = 0,0430$   
 $\mu_{d5} = -0,0039$  ;  $\mu_{d5} = 0,0001$  ;  $\mu_{d5} = 0,0156$

$\beta$ / Deux voies chargées

On charge les deux voies de droites (qui nous donne les aires les plus grandes) :  $\mu_{d1} = 0,0177$   
 $\mu_{d3} = 0,0095$   
 $\mu_{d5} = 0,0025$

Fibre 3 :  $\alpha$ / Une voie chargée

Voie de gauche chargée :  $\mu_{d1} = -0,0465$  ; Voie centrale chargée :  $\mu_{d1} = 0,0058$  ; Voie de droite chargée :  $\mu_{d1} = 0,0692$   
 $\mu_{d3} = -0,0115$  ;  $\mu_{d3} = -0,0111$  ;  $\mu_{d3} = 0,0416$   
 $\mu_{d5} = -0,0024$  ;  $\mu_{d5} = -0,0067$  ;  $\mu_{d5} = 0,00278$

$\beta$ / Deux voies chargées

On charge les deux voies de gauche :  $\mu_{d1} = -0,0148$  ; On charge les deux les plus à droite :  $\mu_{d1} = 0,0444$   
 $\mu_{d3} = -0,0104$  ;  $\mu_{d3} = 0,0305$   
 $\mu_{d5} = -0,0044$  ;  $\mu_{d5} = -0,0039$

•/ Systeme Bc

Fibre 1

Deux sonvois excentrés ( $M_{max}^-$ ) :  $\mu_{d1} = -0,1425$  ; Deux sonvois centrés ( $M_{max}^+$ ) :  $\mu_{d1} = +0,0925$   
 $\mu_{d3} = -0,05$  ;  $\mu_{d3} = +0,0425$   
 $\mu_{d5} = -0,0225$  ;  $\mu_{d5} = +0,0263$

Fibre 2

Deux sonvois de côté gauche ( $M_{max}^-$ ) :  $\mu_{d1} = -0,0708$  ; Deux sonvois sur l'aire positive ( $M_{max}^+$ ) :  $\mu_{d1} = +0,0667$   
 $\mu_{d3} = -0,0167$  ;  $\mu_{d3} = +0,0275$   
 $\mu_{d5} = -0,0048$  ;  $\mu_{d5} = +0,010$   
 Une seul sonvois avec une fibre de roues au droit de la fibre ( $\pm \frac{b}{2}$ ) ( $M_{max}^+$ ) :  $\mu_{d1} = +0,1150$   
 $\mu_{d3} = +0,060$   
 $\mu_{d5} = +0,0333$



Fibre 3

3 sonvois disposés sur la gauche : ( $M_{max}^-$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = -0,01833$  ; Deux sonvois à gauche :  $\mu_{\alpha_1} = -0,0367$   
 $\mu_{\alpha_3} = -0,01125$  ;  $\mu_{\alpha_3} = -0,0119$   
 $\mu_{\alpha_5} = -0,00472$  ;  $\mu_{\alpha_5} = -0,0040$   
 Un sonvois avec une file de roues au droit de la fibre  $\frac{3b}{4}$  : ( $M_{max}^+$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = +0,0771$   
 $\mu_{\alpha_3} = +0,09292$   
 $\mu_{\alpha_5} = +0,0284$

• / sonvois Mc 120

Fibre 1 (y=0)

L'axe de la chenille au niveau de l'extrémité de la dalle centrale. ( $M_{max}^-$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = -0,0358$   
 $\mu_{\alpha_3} = -0,0128$   
 $\mu_{\alpha_5} = -0,0050$

L'axe de la chenille au droit de la fibre y=0 ( $M_{max}^+$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = +0,0863$   
 $\mu_{\alpha_3} = +0,0425$   
 $\mu_{\alpha_5} = +0,0288$

Fibre 2 (y =  $\frac{b}{2}$ )

L'axe de la chenille au niveau de l'extrémité gauche de la dalle centrale ( $M_{max}^-$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = -0,1085$   
 $\mu_{\alpha_3} = -0,0170$   
 $\mu_{\alpha_5} = -0,005$

L'axe de la chenille au droit de la fibre  $y = \frac{b}{2}$  ( $M_{max}^+$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = +0,0884$   
 $\mu_{\alpha_3} = +0,0517$   
 $\mu_{\alpha_5} = +0,030$

Fibre 3 (y =  $\frac{3b}{4}$ )

L'axe de la chenille au niveau de l'extrémité gauche de la dalle centrale  $M_{max}^-$  :  
 $\mu_{\alpha_1} = -0,0438$   
 $\mu_{\alpha_3} = -0,01125$   
 $\mu_{\alpha_5} = -0,0030$

L'axe de la chenille au droit de la fibre ( $y = \frac{3b}{4}$ ) ( $M_{max}^+$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = +0,0646$   
 $\mu_{\alpha_3} = +0,0354$   
 $\mu_{\alpha_5} = +0,0275$

• / sonvois exceptionnelle Type D

Fibre 1

Nous plaçons l'axe du chargement D sur y=0 ( $M_{max}^+$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = 0,1347$   
 $\mu_{\alpha_3} = 0,0571$   
 $\mu_{\alpha_5} = 0,0319$

Le chargement D est placé à 5,5m du bord du trottoir ( $M_{max}^-$ ) :  $\mu_{\alpha_1} = -0,0332$   
 $\mu_{\alpha_3} = -0,0094$   
 $\mu_{\alpha_5} = -0,0038$

Fibre 3

Nous plaçons l'axe du chargement D à 3,5 m du bord du trottoir

$$M_{max}^+ : \quad \begin{aligned} \mu_{\alpha_1} &= 0,0493 \\ \mu_{\alpha_2} &= 0,0154 \\ \mu_{\alpha_3} &= -0,0453 \end{aligned}$$

$$M_{max}^- : \quad \begin{aligned} \mu_{\alpha_1} &= -0,0225 \\ \mu_{\alpha_3} &= -0,0129 \\ \mu_{\alpha_5} &= -0,0072 \end{aligned}$$

Fibre 2

Nous plaçons l'axe du chargement D à 3,5 m du bord du trottoir

$$M_{max}^+ : \quad \begin{aligned} \mu_{\alpha_1} &= 0,1007 \\ \mu_{\alpha_3} &= 0,0491 \\ \mu_{\alpha_5} &= 0,0084 \end{aligned}$$

$$M_{max}^- : \quad \begin{aligned} \mu_{\alpha_1} &= -0,0434 \\ \mu_{\alpha_3} &= -0,0153 \\ \mu_{\alpha_5} &= -0,0016 \end{aligned}$$

$$P_m = \frac{4P}{m\pi} \sin \frac{m\pi c}{l} \sin \frac{m\pi d}{l}$$

On tient compte de la diffusion dans le plan moyen

$$U = 3,20 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad U' = U + k_0 + 1,5 \cdot e_r = 4,32 \text{ m}$$

$$V = 18,60 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad V' = V + k_0 + 1,5 \cdot e_r = 19,72 \text{ m}$$

$$p = \frac{240}{19,72} = 12,17 \text{ t/ml.}$$

$$c = 9,86 \text{ m.}$$

$$P_1 = 14,91 \text{ t/ml}; \quad P_3 = +3,50 \text{ t/ml} \quad ; \quad P_5 = -0,59 \text{ t/ml}$$

Prise en compte du coefficient de Poisson :

D'après l'étude faite par M. ROWE, il résulte que la valeur non nulle dans la pratique du coefficient de poisson  $\nu$  n'a qu'une influence très faible sur les valeurs des moments de flexion longitudinale. Il n'en est pas de même pour ce qui concerne les moments de flexion transversale.

Ainsi, on majore l'expression de  $M_y(x,y)$  donnée pour un  $\nu$  nul par le terme  $K\nu M_x(x,0)$

où  $M_x(x,0)$  représente le moment longitudinal/mètre de largeur au point  $(x,0)$

$K = 1$  si  $b/a \geq 1$

$K = b/a$  si  $b/a < 1$

Soit  $i$  : travée chargée et  $j$  : la travée où l'on étudie les moments transversaux, on prendra :

$M_y(j, x, y) = K_j \nu M_x(j, x, 0)$  si  $j \neq i$

$M_y(i, x, y) = K_i \nu M_x(i, x, 0) + \sum b \mu_{\alpha m} P_m \sin \frac{m\pi x}{l}$

D'après la L.I des moments longitudinaux.

- Les moments positifs maximaux sont obtenus pour la section  $x = 0,5l$  de la travée (A) sont obtenus quand cette même travée est chargée.
- Les moments longitudinaux minimaux sont obtenus pour la travée (E) chargée.

$\Rightarrow M_{y\max} = \frac{b}{a} \nu M_{x\max}(0,5l, 0) + \sum b \mu_{\alpha m} P_m \sin \frac{m\pi}{2}$

$M_{y\min} = \frac{b}{a} \nu M_{x\min}(0,5l, 0) + M_{y\min}(\text{avec } \nu = 0)$

Remarque: Concernant le moment  $M_{yG}(x,y)$  dû à l'effet de la charge permanente. Les 2 travées étant chargées simultanément, l'expression de  $M_{yG}$  calculée pour un coefficient de poisson nul doit être majorée par 2 termes :  $K_1 \nu M_{xG}(1, x, 0)$  et  $K_2 \nu M_{xG}(2, x, 0)$

Dans notre cas, les 2 travées sont identiques  $K = K_1 = K_2 = \frac{b}{a}$   
Le moment  $M_y(x,y)$  sera majoré par le terme  $K \nu M_{xG}(x,0)$

Calcul du terme  $K \nu M_x(x,0)$  sous la charge permanente et les surcharges

$K = \frac{b}{a} = \frac{5,815}{23,92} = 0,243$

$\nu = 0,2$  pour une dalle précontrainte longitudinalement.

Prise en compte du biais

valeurs de $(K\nu + \cos^2\psi) \cdot M_x(x,0)$				
	G	A	B <sub>c</sub>	type D
Pour les M <sub>max</sub>	5,25	3,194	2,50	3,263
Pour les M <sub>min</sub>	0	-1,065	-0,856	-1,0598

## Moments transversaux dûs à la précontrainte :

Dans la section 0,5 l, nous avons :

$$M_{xp} = F \cdot e + M_H$$

avec  $M_{xp}$  : représente le moment longitudinal de précontrainte.

$M_H$  : moment hyperstatique de précontrainte

$F \cdot e$  : moment isostatique de précontrainte.

$F$  : force de précontrainte à 0,5 l

$e$  : excentrement du câble à 0,5 l.

à 90° :  $M_H = 946,66 \times 0,5 = 473,33 \text{ t.m}$  (Pour toute la largeur)  
 $F \cdot e = 5792,58 \times (-0,2731) = -1581,95$  (Pour toute la largeur)

$$M_{xp} = 473,33 - 1581,95 = -1108,62 \text{ t.m}$$

Le moment transversal par mètre de largeur sous l'effet de la précontrainte longitudinal est :

$$M_{yp}(0,5l; y) = k \cdot v \cdot M_{xp} = 0,243 \times 0,2 \left( - \frac{1108,62}{5,815} \right)$$

$$\Rightarrow M_{yp}(0,5l; y) = -9,27 \text{ t.m / m de largeur.}$$

### Tableau des moments max et min

		G	A	Bc	trottoir	type D	Précontrainte	$M_y$ pondéré
①	$M_{\max}$ t.m	5,25	5,644	5,203	0,00	13,673	-9,27	12,39
	$M_{\min}$ t.m	-6,596	-4,973	-7,17	0,601	-4,254	//	-25,20
②	$M_{\max}$ t.m	5,25	4,294	4,117	0,00	10,96	//	8,702
	$M_{\min}$ t.m	-7,004	-2,486	-4,34	-0,496	-5,13	//	-22,96
③	$M_{\max}$ t.m	15,091	4,427	5,569	0,907	8,006	//	16,52
	$M_{\min}$ t.m	0,00	2,028	-2,35	0,00	-3,25	//	-13,17

La combinaison utilisée pour déterminer  $M_y$  pondéré est :

$$M_{y \text{ pond}} = G + 1,2 (A \text{ ou } Bc \text{ ou type D} + \text{trottoir}) + \text{précontrainte.}$$

Calcul des moments transversaux :  $M_y$  (sur dalle centrale)

$$M_y(x,y) = \sum_{m=1}^5 \mu_{\alpha m} \cdot P_m \cdot b \cdot \sin \frac{m\pi x}{l}$$

pour la section, au milieu de la travée, c-à-d à  $l/2$ .

$$M_y = (\mu_{\alpha 1} \cdot P_1 - \mu_{\alpha 3} \cdot P_3 + \mu_{\alpha 5} \cdot P_5) \cdot b$$

charges et Fibres		G	A	B <sub>c</sub>	M <sub>c120</sub>	type D
①	M <sup>+</sup>	0,00	2,145	2,703	6,48	10,41
	M <sup>-</sup>	-6,596	-3,29	-4,794	-2,296	-3,194
②	M <sup>+</sup>	0	1,20	1,617	6,95	7,70
	M <sup>-</sup>	-5,806	-1,21	-2,65	-6,29	-4,069
③	M <sup>+</sup>	3,695	1,233	0,499	5,077	4,743
	M <sup>-</sup>	0,00	-0,954	-1,288	-2,73	-2,189

Tableau des moments transversaux max et min par mètre de largeur cumulés (encorbellements + dalle centrale) dans les fibres étudiées pour la section 0,5l et  $\eta=0$ .

charges et Fibres		G	A	B <sub>c</sub>	trottoir	M <sub>c120</sub>	type D
①	M <sup>max</sup> t.m	0,00	2,145	2,703	0,00	6,48	10,41
	M <sup>min</sup> t.m	-6,596	-3,908	-6,10	-0,601	-5,184	-3,194
②	M <sup>max</sup> t.m	0,00	1,20	1,617	0,00	6,95	7,70
	M <sup>min</sup> t.m	-7,004	-1,421	-3,277	-0,496	-7,347	-4,069
③	M <sup>max</sup> t.m	9,841	1,233	3,069	0,907	10,797	4,743
	M <sup>min</sup> t.m	0,00	-0,963	-1,288	0,00	-2,73	-2,189

# XI / Ferrailage

## Ferrailage à la flexion transversale :

### I/ Ferrailage en travée :

les armatures de flexion transversale seront calculées pour les fibres les plus sollicitées.

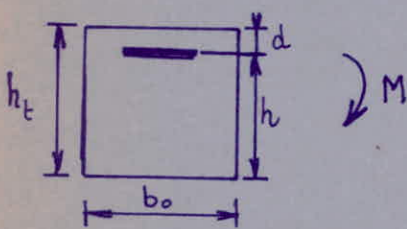
D'après l'étude des moments transversaux pour la section 0,5l, les moments  $M_{max}$  et  $M_{min}$  obtenus sont :

$$M_{y_{max}} = 16,52 \text{ t.m / mètre de largeur}$$

$$M_{y_{min}} = -25,20 \text{ t.m / mètre de largeur.}$$

On aura à étudier une section rectangulaire de  $1\text{m} \times 1\text{m}$  qui peut être soumise à un moment positif ou à un moment négatif. La section minimale des aciers sera calculée suivant la méthode de M<sup>r</sup> PIERRE CHARON.

### 1/ Calcul de la section d'armatures supérieures :



$$h_t = 100 \text{ cm}$$

$$h = 94 \text{ cm}$$

$$d = 6 \text{ cm}$$

$$b_0 = 100 \text{ cm}$$

$$M = 25,20 \text{ t.m}$$

on pose  $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en} = \frac{2}{3} 4200 = 2800 \text{ kg/cm}^2$       $\phi \leq 20 \text{ mm}$

$$\mu = \frac{15M}{\bar{\sigma}_a \cdot b_0 \cdot h^2} = \frac{15 \times 25,20 \cdot 10^5}{2800 \times 100 \times 94^2} = 0,0153 \Rightarrow (K = 76,25 ; \epsilon = 0,94525)$$

$$\text{d'où } A = \frac{M}{\epsilon \cdot h \cdot \bar{\sigma}_a} = \frac{25,20 \cdot 10^5}{0,94525 \times 94 \times 2800} = 10,13 \text{ cm}^2$$

on choisira  $4 \phi 20 \Rightarrow A = 12,56 \text{ cm}^2$ .

fissuration :  $\bar{\omega}_f = \frac{A}{B_f} = \frac{12,56}{2 \times 6 \times 100} = 0,0105 = 1,05\%$

On doit vérifier que :  $\bar{\sigma}_a \leq \min \begin{cases} \bar{\sigma}_a \\ \max(\sigma_1, \sigma_2) \end{cases}$

$$\text{avec } \bar{\sigma}_1 = \frac{K \eta \cdot \bar{\omega}_f}{\phi (1 + 10 \bar{\omega}_f)} = \frac{10^6 \cdot 1,16 \times 0,0105}{20 (1 + 9,105)} = 760,18 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_2 = 2,14 \sqrt{\frac{K \eta \cdot \bar{\sigma}_b}{\phi}} = 2,14 \sqrt{\frac{10^6 \times 1,16 \times 7,6}{20}} = 1871,4 \text{ kg/cm}^2$$

On voit que  $\bar{\sigma}_a > \min \begin{cases} 2800 \\ 1871,4 \end{cases}$

La condition de fissuration n'est pas vérifiée pour  $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_a$   
d'où un calcul exact de la section d'aciers.

On pose  $\bar{\sigma}_a = \max(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_2 = 1871,4 \text{ Kg/cm}^2$ .

$$\Rightarrow \mu = \frac{15M}{\bar{\sigma}_a b h^2} = \frac{15 \times 25,20 \cdot 10^5}{1871,4 \times 100 \times 94^2} = 0,02286 \Rightarrow (K = 60,73 ; \epsilon = 0,93398)$$

$$A_0 = \frac{M}{\epsilon \cdot h \cdot \bar{\sigma}_a} = \frac{25,20 \cdot 10^5}{0,93398 \times 94 \times 1871,4} = 15,34 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité (art 52 CCBA 68)

$$A_2 = 0,69 \cdot b \cdot h \cdot \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_{en}} = 0,69 \times 100 \times 94 \times \frac{7,6}{4200} = 11,73 \text{ cm}^2$$

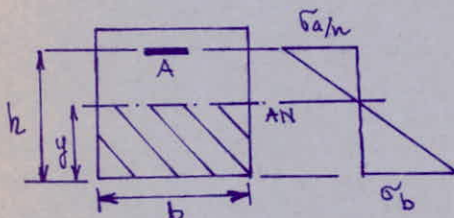
$$A_1 = 1,2 \cdot A_0 = 1,2 \times 15,34 = 18,41 \text{ cm}^2$$

On doit avoir  $A \geq \begin{cases} A_0 = 15,34 \text{ cm}^2 \\ \min(A_1, A_2) = 11,73 \text{ cm}^2 \end{cases}$

On adoptera:  $A = 15,70 \text{ cm}^2 \Rightarrow 5T20/\text{metre}$ .

Vérification des contraintes :

Position de l'axe neutre :



$$\frac{1}{2} b y^2 + nA (y-h) = 0 \Rightarrow 50y^2 + 15 \times 15,70 (y-94) = 0$$

$$y^2 + 4,71y - 442,74 = 0 \Rightarrow y = 18,82 \text{ cm}$$

Calcul du moment d'inertie :

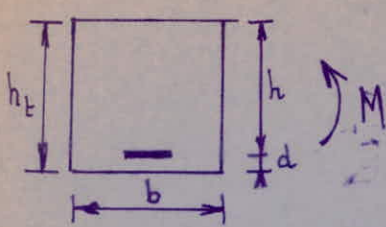
$$I = \frac{b y^3}{3} + nA \cdot (h-y)^2 = \frac{1}{3} \times 100 \times (18,82)^3 + 15 \times 15,70 (94 - 18,82)^2 = 1553249,7 \text{ cm}^4$$

• Pour le béton:  $\bar{\sigma}_b = \frac{M}{I} \cdot y = \frac{25,20 \cdot 10^5}{1553249,7} \times 18,82 = 30,53 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b = 183 \text{ Kg/cm}^2$   
Vérifié

• Pour les aciers:  $\bar{\sigma}_a = 15 \cdot \bar{\sigma}_b \frac{(h-y)}{y} = 15 \times 30,53 \cdot \frac{(94-18,82)}{18,82} = 1829,37 \text{ Kg/cm}^2$   
 $\bar{\sigma}_a < \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ Kg/cm}^2$  vérifié.

Donc la section  $A = 15,70 \text{ cm}^2$  c.à.d. 5T20/metre est satisfaisante.

2/ Calcul de la section d'armatures inférieures :



$h_t = 100 \text{ cm}$   
 $h = 94 \text{ cm}$   
 $d = 6 \text{ cm}$   
 $b = 100 \text{ cm}$   
 $M = 16,52 \text{ t.m}$

posons:  $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}'_a = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_{en} = 2800 \text{ Kg/cm}^2$

$\mu = \frac{15 \times 16,52 \cdot 10^5}{2800 \times 100 \times 94^2} = 0,010 \Rightarrow (K = 96,5 ; \epsilon = 0,9552)$

$A = \frac{16,52 \cdot 10^5}{2800 \times 0,9552 \times 94} = 6,57 \text{ cm}^2$

Cette section d'aciers donnera  $\bar{\omega}_f$  plus faible que celui des aciers supérieurs.

donc, on prendra  $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_2 = 1871,4 \text{ Kg/cm}^2$

Une calculera une nouvelle section d'armatures :

$\mu = \frac{15 \times 16,52 \cdot 10^5}{1871,4 \times 100 \times 94^2} = 0,015 \Rightarrow (K = 77 ; \epsilon = 0,9457)$

$A_0 = \frac{16,52 \cdot 10^5}{0,9457 \times 100 \times 1871,4} = 9,33 \text{ cm}^2$

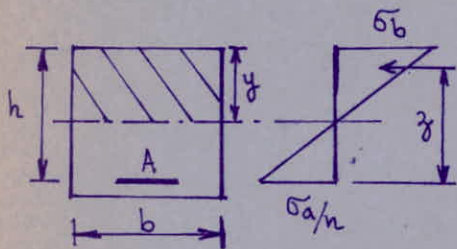
Condition de non fragilité :

$A_2 = 0,69 \cdot b \cdot h \cdot \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_{en}} = 11,73 \text{ cm}^2$

$A_1 = 1,2 \cdot A_0 = 1,2 \times 9,33 = 11,20 \text{ cm}^2$

La section doit être  $\geq \begin{cases} A_0 \\ \min(A_1, A_2) \end{cases}$  on prendra  $A = 12,56 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4T20/\text{mètre}$ .

Verification des contraintes :



axe neutre :

$\frac{1}{2} b y^2 - n A (h - y) = 0$

$\Rightarrow 50 y^2 - 15 \times 12,56 (94 - y) = 0$

$\Rightarrow y^2 + 3,768 y - 354,19 = 0 \Rightarrow y = 17,03 \text{ cm}$

moment d'inertie :

$I = \frac{b y^3}{3} + n A \cdot (h - y)^2 = \frac{1}{3} 100 \times (17,03)^3 + 15 \times 12,56 \cdot (94 - 17,03)^2 = 1280788,5 \text{ cm}^4$

• Pour le béton :  $\bar{\sigma}_b = \frac{16,52 \cdot 10^5}{1280788,5} \times 17,03 = 21,96 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b = 183 \text{ Kg/cm}^2$   
 vérifié.

$\bar{\sigma}_m = \frac{M}{z \cdot b \cdot y} = \frac{16,52 \cdot 10^5}{(94 - \frac{17,03}{3}) \times 100 \times 17,03} = 10,98 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_{b_0} = 91 \text{ Kg/cm}^2$   
 vérifié.

• Pour les aciers :  $\bar{\sigma}_a = 15 \times 21,96 \frac{(94 - 17,03)}{17,03} = 1489 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ Kg/cm}^2$   
 vérifié.



II/ Ferraillage sur appui intermediaire :

1. Calcul du moment transversal sur appui : (intermediaire)

$$M_y = \frac{K_1}{n} \cdot M_x$$

$$\text{ou } M_x = \left[ M_G + 1,2 M_s + M_{\text{precontrainte}} \right] \times \frac{1}{2b}$$

$n$  : est le nombre d'appuis ponctuels par ligne d'appuis intermediaire . ( dans notre cas  $n=3$  )

$K_1$  : est un coefficient de forme :  $K_1 = \frac{1}{3} (8K + 2K^2 - 4K^3)$

avec  $K = \frac{4b}{2a_{i-1} + 2a_i}$  pour un appui intermediaire

comme on a 2 travées égales  $\Rightarrow K = \frac{2b}{2a} = \frac{11,63}{24,95} = 0,466$

d'où  $K_1 = 1,25$

les moments longitudinaux sur appui intermediaire sont :

$$M_{xG} = -2510,2 \text{ t.m}$$

$$M_{x\text{min}} (AL) = -686,75 \text{ t.m}$$

$$M_{x\text{min}} (\text{trottoir}) = -40,88 \text{ t.m}$$

$$M_{x\text{prec}} = M_{x\text{p. isostatique}} + M_{x\text{p. hyperstatique}}$$

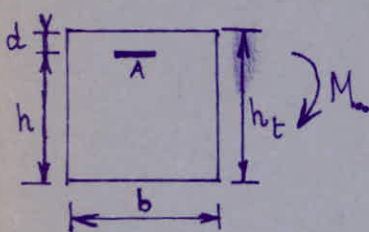
$$= 5796,3 \times 0,209 + 946,66 = 2158,10 \text{ t.m}$$

$$\text{d'où } M_x = \left[ -2510,2 + 1,2 (-686,75 - 40,88) + 2158,10 \right] \times \frac{1}{11,63} = -105,35 \text{ t.m/metre}$$

donc , le moment transversal sera égal à :

$$M_y = \frac{K_1}{3} M_x = \frac{1,25}{3} \times (-105,35) = -43,90 \text{ t.m/metre de largeur.}$$

2. Calcul de la section d'aciers superieurs sur l'appui intermediaire :



$$h_t = 100 \text{ cm}$$

$$h = 94 \text{ cm}$$

$$d = 6 \text{ m}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$M = 43,90 \text{ t.m}$$

$$\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_{cu} = \frac{2}{3} \times 4000 = 2666,7 \text{ kg/cm}^2 \text{ pour } \phi > 20$$

$$\mu = \frac{15 \times 43,90 \cdot 10^5}{2666,7 \times 100 \times 94^2} = 0,02795 \Rightarrow (K = 54,05 ; \epsilon = 0,92756)$$

$$A = \frac{43,90 \cdot 10^5}{0,92756 \times 94 \times 2666,7} = 18,88 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4 \phi 25 \Rightarrow A = 19,63 \text{ cm}^2$$

fissuration :

$$\bar{\omega}_f = \frac{A}{B_f} = \frac{19,63}{2 \times 6 \times 100} = 0,1636$$

verifions que  $\sigma_a \leq \min \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_a \\ \max(\sigma_1, \sigma_2) \end{array} \right.$

$$\text{avec } \sigma_1 = \frac{K \eta \cdot \bar{\omega}_f}{\phi (1 + 10 \bar{\omega}_f)} = \frac{10^6 \times 1,16 \times 0,1636}{25 (1 + 0,1636)} = 899,82 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{K \eta \bar{\omega}_f}{\phi}} = 2,4 \sqrt{\frac{10^6 \times 1,16 \times 0,1636}{25}} = 1674 \text{ Kg/cm}^2$$

La condition de non fissuration n'est pas verifiée.  
recalculons une autre section d'aciers en prenant :

$$\bar{\sigma}_a = \max(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_2 = 1674 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\mu = \frac{15 \times 43,90 \cdot 10^5}{1674 \times 100 \times 94^2} = 0,0445 \Rightarrow (K = 41,07 ; \epsilon = 0,9109)$$

$$\text{d'où } A = \frac{M}{\epsilon \cdot h \cdot \bar{\sigma}_a} = \frac{43,90 \cdot 10^5}{0,9109 \times 94 \times 1674} = 28,79 \text{ cm}^2 \Rightarrow 6T25 \rightarrow A = 29,45 \text{ cm}^2$$

Verification des contraintes :

position de l'axe neutre :

$$\frac{1}{2} b \cdot y^2 - n A \cdot (h - y) = 0 \Rightarrow y^2 + 8,835 y - 830,49 = 0$$

$$\Rightarrow y = 24,74 \text{ cm}$$

Moment d'Inertie :

$$I = \frac{1}{3} \times 100 \times (24,74)^3 + 15 \times 29,45 \cdot (94 - 24,74)^2 = 2623806 \text{ cm}^4$$

• Pour le béton :  $\sigma_b = \frac{M}{I} \cdot y = \frac{43,90 \times 24,74}{2623806} = 41,41 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b' = 183 \text{ Kg/cm}^2$

$$\sigma_m = \frac{M}{z \cdot b \cdot y} = \frac{43,90 \cdot 10^5}{\left(94 - \frac{24,74}{3}\right) \cdot 100 \times 24,74} = 20,96 \text{ Kg/cm}^2 \text{ verifié.}$$

on a :  $\sigma_m < \bar{\sigma}_{b0} = 91 \text{ Kg/cm}^2$  verifié.

• Pour les aciers :

$$\sigma_a = 15 \cdot \sigma_b \frac{(h - y)}{y} = \frac{15 \times 41,41 \cdot (94 - 24,74)}{24,74} = 1740 \text{ Kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_a = 2666,7 \text{ verifié.}$$

Donc, pour l'appui intermédiaire, on adoptera comme section d'armatures supérieures :

$$A = 29,45 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow 6T25/\text{mètre}$$

## Ferrailage Longitudinal :

Dans le sens longitudinal, le ferrailage sera constitué par des armatures de construction ou passives. Ce sont des aciers HA 12 espacés de 14 cm. Sur l'appui intermédiaire, il y aura un renforcement d'aciers HA 14 qui reprendront le surplus de contraintes dans le béton dû aux tassements d'appuis.

Nous devons également prévoir des armatures pour reprendre les efforts supplémentaires dûs aux moments longitudinaux écartés sur l'appui intermédiaire.

On calculera ces armatures comme suit :

L'écartement des moments sur appui vaut  $\Delta M = 298,18 \text{ t.m}$

Il s'étend sur une zone de  $\frac{1,63 \text{ m}}{2} = 0,815 \text{ m}$  de part et d'autre de l'appui.

La contrainte de traction sur la fibre supérieure due à cet écartement est :  $\frac{\Delta M}{I} \cdot V_s = - \frac{298,18}{0,996} \times 0,46 = -137,7 \text{ t/m}^2 = -13,77 \text{ Kg/cm}^2$

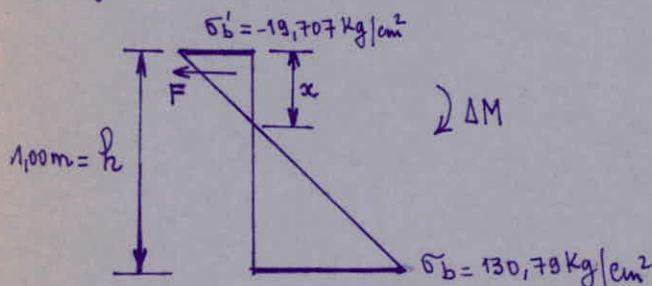
Cette contrainte est cumulée à la contrainte de traction résiduelle sous le même cas de charge, qui vaut :  $-5,937 \text{ Kg/cm}^2$   
Donc, la contrainte de traction sur la fibre supérieure sera de :

$$\sigma_b' = -13,77 - 5,937 = -19,707 \text{ Kg/cm}^2$$

A la fibre inférieure, la contrainte vaudra :

$$\sigma_b = 117,02 + \frac{\Delta M}{I} V_s = 117,02 + 13,77 = 130,79 \text{ Kg/cm}^2$$

### Diagramme des contraintes :



$$x = \frac{h \cdot \sigma_b'}{\sigma_b + \sigma_b'} = \frac{100 \times 19,707}{130,79 + 19,707} = 13,1 \text{ cm}$$

Ainsi, la force de traction pour un mètre de largeur de dalle vaudra :

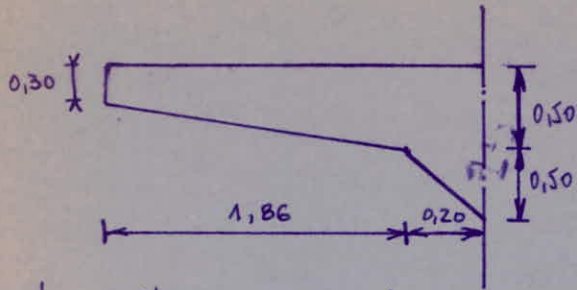
$$F = \frac{1}{2} \sigma_b' \cdot x \cdot 100 = \frac{1}{2} \times 19,707 \times 13,1 \times 100 = 12908 \text{ Kg}$$

d'où la section d'aciers nécessaire :

$$\omega = \frac{F}{\sigma_a} = \frac{12908}{2800} = 4,61 \text{ cm}^2$$

on mettra  $2 \phi 20 / \text{m} \Rightarrow A = 6,28 \text{ cm}^2 / \text{m}$  au niveau supérieur de la section d'appui intermédiaire.

## Ferraillage de la section d'encastrement des encorbellements.

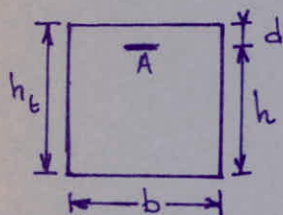


D'après l'étude particulière des encorbellements, on trouve que la section d'encastrement est soumise à un effort plus défavorable sous l'effet de la surcharge  $B_r$  (roue isolée de 10 tonnes).

$$M_{\max} = M_g + 1,2 M_{B_r} = -3,846 + 1,2(-5,562) = -10,52 \text{ t}\cdot\text{m/m}$$

$$T_{\max} = T_g + 1,2 T_{B_r} = -4,07 + 1,2(-11,136) = -17,43 \text{ t/m}$$

Armatures de flexion :



$$M = 10,52 \text{ t}\cdot\text{m}$$

$$h_t = 100 \text{ cm}$$

$$h = 94 \text{ cm}$$

$$d = 6 \text{ cm}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$\text{Soit } \bar{\sigma}_c = \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{cu} = \frac{2}{3} \times 4200 = 2800 \text{ Kg/cm}^2 \quad \phi \leq 20$$

$$\mu = \frac{nM}{\bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h^2} = \frac{15 \times 10,52 \cdot 10^5}{2800 \times 100 \times 94^2} = 0,0064 \Rightarrow (k = 123; \epsilon = 0,96375)$$

$$\Rightarrow A = \frac{10,52 \cdot 10^5}{0,96375 \times 100 \times 2800} = 3,90 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2 \phi 16 ; A = 4,02 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$\bar{\omega}_f = \frac{A}{B_f} = \frac{4,02}{2 \times 6 \times 100} = 0,00335$$

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{10^6 \times 1,16 \times 0,00335}{16(1 + 0,00335)} = 324,14 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_2 = 2,14 \sqrt{\frac{10^6 \times 1,16 \times 7,6}{16}} = 2092,3 \text{ Kg/cm}^2$$

$\bar{\sigma}_1 > \bar{\sigma}_2 \Rightarrow$  La condition de non fissuration n'est pas satisfaite

$$\text{On prendra } \bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_2 = 2092,3 \text{ Kg/cm}^2 ; \mu = \frac{15 \times 10,52 \cdot 10^5}{2092,3 \times 100 \times 94^2} = 0,00854$$

$$\Rightarrow (k = 105,5; \epsilon = 0,95851) \Rightarrow A = \frac{10,52 \cdot 10^5}{0,95851 \times 94 \times 2092,3} = 5,58 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A \geq \begin{cases} A_0 = 5,58 \text{ cm}^2 \\ \min(A_1, A_2) = A_1 = 6,70 \text{ cm}^2 \end{cases} \Rightarrow 3T20 / \text{m} \rightarrow A = 8,42 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

## Ferrailage complémentaire :

(24)

### Chevêtre incorporé

Comme les efforts s'exerçant entre les plaques d'appuis ne sont pas connus, on prévoira par mesure de sécurité au niveau de chaque culée et pile une poutre transversale incorporée dans la dalle (tablier). Cette poutre est appelée "chevêtre incorporé".

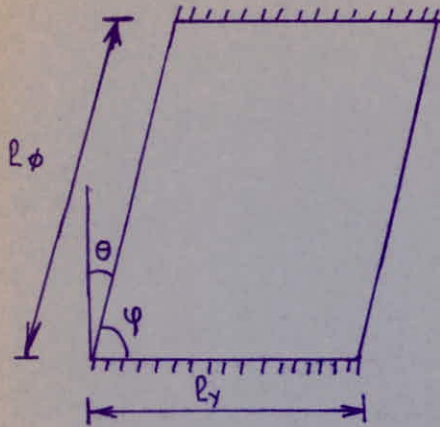
Le chevêtre doit avoir une largeur au moins égale au tiers de la distance entre les axes des plaques d'appuis d'une même ligne d'appuis. On mettra un lit d'armatures inférieures et un lit d'armatures supérieures constituées par des aciers de gros diamètre comme celui utilisé pour le ferrailage transversal.

On prévoit aussi, pour ce chevêtre des étriers en nombre plus importants que ceux qui seraient nécessaires d'après les calculs effectués à l'effort tranchant. Les aciers comme le chevêtre reprendront les efforts dus à la diffusion de la précontrainte.

### Ferrailage supplémentaire :

- Le frettage à l'ancrage pour assurer un bon report sur le béton des efforts de précontrainte.
- Le ferrailage des bétons de rachatage aux abouts.
- Le frettage des passages sur appuis.
- Aciers de support des câbles ; ces aciers ne sont pas pris en compte comme étriers, ils sont en acier HA.

## Disposition des aciers dans la dalle :

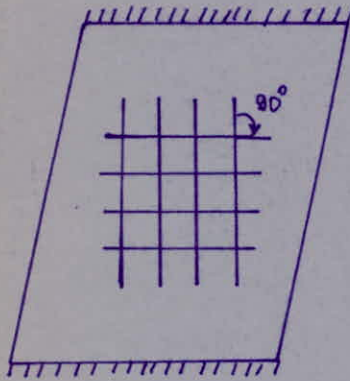


$$\begin{aligned}\varphi &= 71^\circ = 63^\circ 9 \\ \theta &= 29^\circ = 26^\circ 1 < 30^\circ \\ \frac{l_y}{l_\phi} &= 0,65 < 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{avec } l_y &= 16,15\text{m} \\ l_\phi &= 24,85\text{m}\end{aligned}$$

Pour un angle  $\theta < 30^\circ$  et un rapport  $\frac{l_y}{l_\phi} < 1$ , la disposition des armatures la plus appropriée sera  $l_\phi$  comme suit :

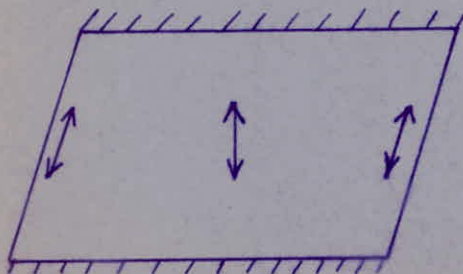
- les aciers transversaux seront étalés parallèlement aux lignes d'appuis.
- les aciers longitudinaux seront étalés perpendiculairement aux lignes d'appuis.



Pour des dalles larges avec un angle  $\theta > 20^\circ$ , les moments de torsion  $M_{xy}$  peuvent être très importants aux angles obtus de la dalle.

Les moments principaux varient et sont fonction du rapport  $l_y/l_\phi$ .

La direction des moments principaux est la suivante :

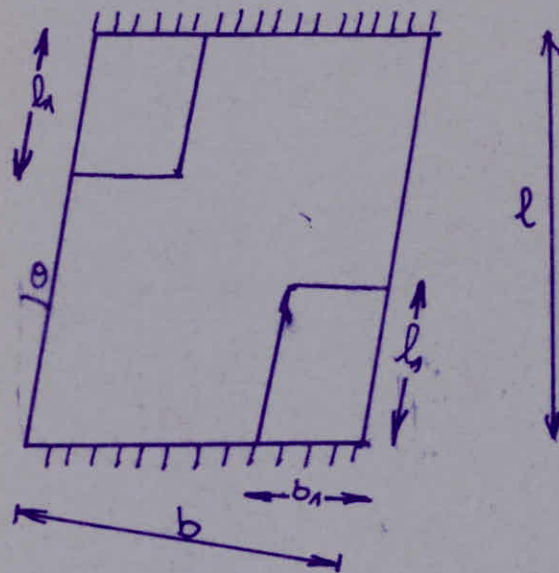


Un renforcement d'acier doit être prévu à la face supérieure de la dalle au niveau des angles obtus.

Les 2 régions sont délimitées par  $l_1$  et  $b_1$ .

$$\text{où } l_1 = 0,015 \cdot l^2 \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$b_1 = 0,006 \cdot b \cdot l \cdot \frac{1}{\sin^3 \theta}$$



## XII / Ancrage DYWIDAG.

Le câble de précontrainte DYWIDAG-torons est constitué par un faisceau de torons en acier, à haute résistance pour construction en béton précontraint.

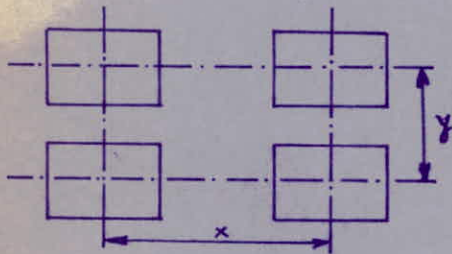
Le type de torons utilisé est T15, 2III-A. de diamètre 15,2 mm. Les câbles sont du type 7T15 A.

Dénomination correspondant à l'ancrage de type A, mobile en cloche, pour lequel la perte d'allongement par blocage de l'ancrage est fixé à  $\Delta C = 9\text{mm}$ . Les câbles seront du type "actif - actif", tirés par les 2 extrémités.

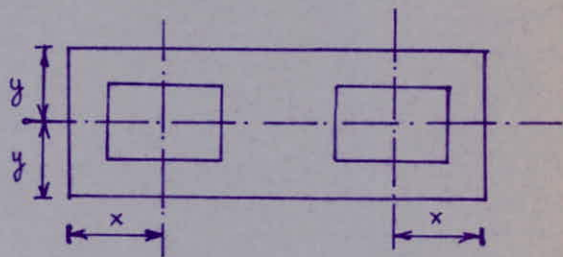
### 1. Encombrement d'ancrage :

Dans le cas d'un béton de  $\sigma_{28} = 300 \text{ kg/cm}^2$ , l'entre-axe minimal est fixé à 30 cm et l'enrobage minimal est fixé à 16,5 cm.

entre-axe



enrobage



### Règles :

- Les entre-axes peuvent être réduits jusqu'à 15% dans une direction, sous réserve de les augmenter, dans le cas dans l'autre direction de la même proportion.
- les ancrages sont disposés à angle droit par rapport à l'axe des câbles.

### 2. Disposition des ancrages :

Pour satisfaire aux lois précédentes, pour le procédé d'ancrage DYWIDAG lors de la construction d'un ouvrage en béton précontraint, on est amené à opérer quelques transformations sur le câblage :

#### a/ Déviations verticales :

C'est la première transformation qui permet le désencombrement des câbles à l'about et permet aussi une bonne répartition des ancrages. C'est une transformation linéaire qui ne change pas l'effet du câblage. Cette transformation portera sur une longueur de 0,45 l.



b/ Déviation en plan:

Pour l'ancrage à boucle, les appareils doivent être disposés à angle droit par rapport à l'axe médian de la dalle.

Nous opérerons une déviation, sur chaque câble, sur une longueur de 2m. Donc, les câbles déviés vont constituer deux nappes faisant un angle droit avec l'axe de la dalle.

c/ Frettage:

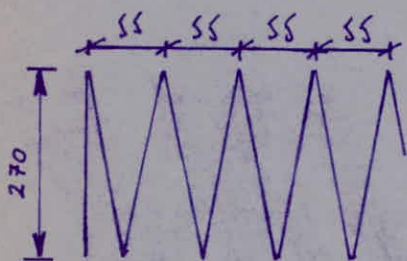
Lors de la mise en tension des câbles, ils se développent dans le béton (zone à l'about) des efforts très importants de précontrainte qui risquent de fissurer le béton.

Pour cela, on prévoit un frettage hélicoïdal spécial en acier HA qui sera monté avec l'ancrage.

Les frettes utilisées d'après les recommandations ont un diamètre extérieur  $D_f = 270\text{mm}$  et une longueur  $l_f = 220\text{mm}$ .

Le frettage est façonné en hélice de telle sorte que le nombre de sections d'acier, en coupe longitudinale, soit égale à 5.

En plus de ces frettes, il y aura un ferrailage à l'about qui assurera une bonne diffusion de la précontrainte.



acier HA12 pour les câbles 7T15

# XIII / Étude des appareils d'appuis

## Dimensionnement des appareils d'appuis en élastomère

### ① - Principe

Le but du dimensionnement des appareils d'appuis est surtout de limiter les contraintes de cisaillement qui se développent dans l'élastomère, au niveau des plans de frettage et celles qui sont dues aux efforts appliqués ou aux déformations imposés aux appareils.

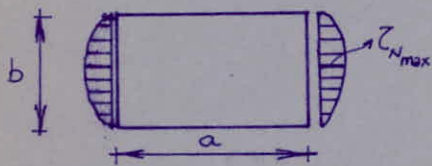
#### a/ - Compression

Des contraintes de cisaillement  $\tau_N$ , sous un effort normal, apparaissent au niveau du plan de frettage. Tandis que sur le bord de chaque feuillet (au milieu des grands côtés des feuillet) se développent des contraintes maximales.

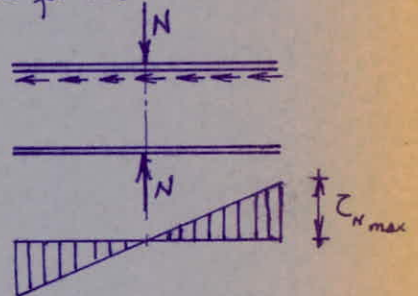
La valeur maximal de ses contraintes  $\tau_N$  est égale à :

$$\tau_N = \frac{1,5 \cdot \sigma_m}{\beta} \quad \text{avec } \sigma_m = \frac{N}{ab} \quad \text{et } \beta = \frac{ab}{2t(a+b)}$$

$\sigma_m$  étant la contrainte de compression,  $\beta$  le coefficient de forme.

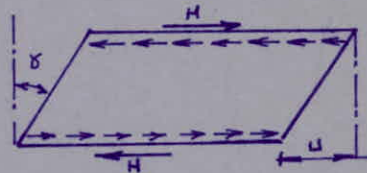


Distribution des contraintes  $\tau_N$  le long du côté b.



#### b/ - Distorsion

La distributions des contraintes au niveau du plan de frettage dans le cas d'une distorsion est uniforme :



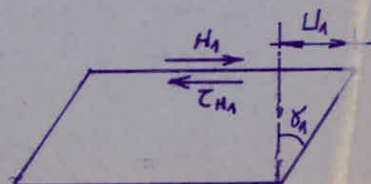
Deux cas se présentent :

#### α/ - Déformation lente (Dilatation, Retrait, Fluage) de l'appareil :

$$\text{tg } \theta_1 = \frac{L_1}{T}$$

$$\tau_{H_1} = G \cdot \text{tg } \theta_1 = G \cdot \frac{L_1}{T}$$

$$H_1 = a \cdot b \cdot \tau_{H_1}$$



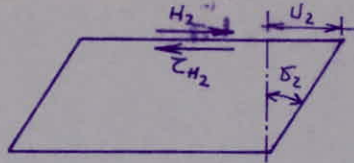
avec : T : épaisseur nominale totale d'élastomère.

G : module différentiel de cisaillement transversal. ( $G = 10 \text{ bars}$ )

β) - L'appareil est soumis à un effort dynamique  $H_2$  (freinage).

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{U_2}{T} = \frac{\tau_{H_2}}{2G} = \frac{H_2}{2G \cdot a \cdot b}$$

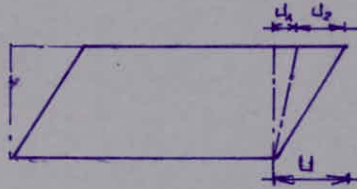
En admettant que le module de cisaillement dans le cas d'un effort dynamique soit égale au double de  $G$  ( $2G$  dans la formule de  $\operatorname{tg} \delta_2$  : cas d'un effort statique), la déformation sera la moitié de celle que créerait un effort statique de même valeur.



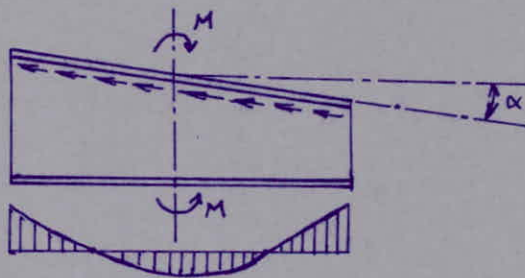
δ) - Les deux cas précédents pris simultanément.

On introduit une contrainte correctionnelle de calcul qui, sous l'effet statique seul, correspondrait à la même déformation totale.

$$\tau_H = G \cdot \operatorname{tg} \delta = \tau_{H_1} + \frac{\tau_{H_2}}{2} = G \cdot \frac{U_1}{T} + \frac{H_2}{2ab}$$



c) - Rotation



$$\tau_\alpha = \frac{G}{2} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \alpha_T \quad \text{avec} \quad \alpha_T = \frac{\alpha_T}{n} : \text{angle de rotation d'un feuillet élémentaire (en radians)}$$

$\tau_\alpha$  étant la contrainte maximale qui apparaît généralement sur les bords parallèles à l'axe de rotation.

Le schéma ci-dessus montre la répartition des contraintes de cisaillement lorsqu'une feuille solidaire d'un feuillet, accomplit une rotation par rapport à l'autre feuille solidaire du même feuillet.

Remarque: il est tenu compte des défauts de pose, pour le dimensionnement de l'appareil et la détermination des contraintes.

La valeur de la rotation à introduire dans le calcul est:

$$\alpha_T = \alpha_0 + \alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = \text{rotation calculée.}$$

PRÉSCRIPTION

a) - Limitation de la contrainte de cisaillement

$$\tau = \tau_N + \tau_H + \tau_\alpha \leq 5G$$

$$\tau_{H_1} \leq 0,5 G$$

$$\tau_H \leq 0,7 G$$

b/ - Limitation de la contrainte moyenne

$$(\sigma_m)_{max} = \frac{N_{max}}{a \cdot b} \leq 150 \text{ bars.}$$

c/ - Condition de non-streminement et de non-glissement

$$(\sigma_m)_{min} = \frac{N_{min}}{a \cdot b} \geq 20 \text{ bars.}$$

$H < f \cdot N$  avec  $f$ : coefficient de frottement de l'appareil sur le support

(1):  $f = 0,12 + \frac{2}{\sigma_m}$  : lorsque les faces de l'appareil en contact avec la structure sont des plaques métalliques

(2):  $f = 0,12 + \frac{6}{\sigma_m}$  : lorsque les faces de l'appareil en contact avec la structure sont des feuilles d'élastomère

d/ - Condition de non-flambement :  $T \leq \frac{a}{5}$

e/ - Condition de non-soulèvement :  $\alpha_t \leq \frac{3}{\beta} \cdot \frac{t^2}{a^2} \cdot \frac{\sigma_m}{G}$

f/ - Dimensionnement des frettes :  $e \geq \frac{a}{\beta} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_c}$  et  $e \geq 2 \text{ mm.}$

## ② - Dimensionnement

Les appareils d'appuis, en élastomère fretté de type 1 GUMBA non striés, seront posés sur des bossages en béton armé réglés strictement horizontaux, dont leurs caractéristiques principales sont :

- Dureté Shore selon la norme NBT 46003 du 31.01.62  $Sh1 = 60$
- Module d'élasticité transversal  $G = 10 \text{ bars.}$

a/ - Réactions maximales revenant à chaque appareil d'appui

Sur chaque ligne d'appui, on disposera trois appareils d'appuis de type 1 GUMBA. La réaction maximale revenant à l'appui est donnée par :

$$R_{max} = R'_{max} \cdot \bar{E}_a \cdot \frac{2b}{3}$$

Avec :

$R'_{max}$  : réaction maximale sur appui, déterminées pour toute la largeur.

$\bar{E}_a$  : valeur maximale trouvée pour la fibre  $y = \frac{3b}{4}$  et pour le cas de surcharge  $A = 0,1925$

Appui de rive :  $R_{max} = 520,32 \cdot \frac{11,63}{3} \cdot 0,1925 = 388,29 \text{ t}$  (pour chaque appareil d'appui)

Appui intermédiaire :  $R_{max} = 1387,65 \cdot \frac{11,63}{3} \cdot 0,1925 = 1035,5 \text{ t}$  (pour chaque appareil d'appui)

b/ - Réactions minimales revenant à chaque appareil d'appui

Appui de rive :  $R_{min} = \frac{327,31}{3} = 109,1 \text{ t}$  (pour chaque appareil d'appui).

Appui intermédiaire :  $R_{min} = \frac{930,63}{3} = 310,21 \text{ t}$  (pour chaque appareil d'appui).

## ③ - Calcul des efforts de freinage

a/ - Surcharge A

$$F_A = \frac{A \cdot \Omega}{20 + 0,0035 \Omega} = \frac{0,991 \cdot (24,95 \times 11,50)}{20 + 0,0035 \cdot (24,95 \times 11,50)} = 13,54 \text{ t}$$

b/ Surcharge B<sub>c</sub>

L'effort de freinage sous la surcharge B<sub>c</sub>, en considérant qu'un seul camion est supposé freiner sur tout le pont, est égale à F<sub>Bc</sub> = 30t.

L'effort horizontal venant à un appui est :

$$H = \frac{30}{6} = 5t.$$

L'effet le plus défavorable est donc celui donné par B<sub>c</sub>.

④ - Dimensionnement des appareils d'appuis

En adoptant les mêmes appareils sur l'appui de rive et sur l'appui intermédiaire on déterminera les caractéristiques de ces appareils d'après la résistance à la compression sous l'effet vertical maximal venant à un appareil d'appui intermédiaire. Ainsi, en choisissant le type d'appareil pour cet appui intermédiaire, on vérifiera s'il convient aussi pour l'appui de rive.

a/ Dimensionnement des appareils d'appui intermédiaire

Les deux conditions suivantes nous permettront de déterminer les dimensions a et b

$$(\bar{\sigma}_m)_{\max} = \frac{N_{\max}}{a \times b} \leq 150 \text{ bars} = 153 \text{ kg/cm}^2 : \text{limitation de la contrainte moyenne}$$

$$(\bar{\sigma}_m)_{\min} = \frac{N_{\min}}{a \times b} \geq 20 \text{ bars} = 20,4 \text{ kg/cm}^2 : \text{condition de non glissement et de roulement}$$

D'où nous tirons :

$$a \times b \geq \frac{1035,5 \cdot 10^3}{153} = 6767,97 \text{ cm}^2$$

$$a \times b \leq \frac{310,21 \cdot 10^3}{20,4} = 15206,37 \text{ cm}^2$$

D'après le tableau nous choisissons l'appareil dont les caractéristiques suivent :

$$a = 900 \text{ mm} ; b = 900 \text{ mm} ; n = 4 \text{ (nombre de couches)}$$

$$T = 25 \text{ mm (épaisseur d'élastomère)} ; \bar{\alpha} =$$

Vérification à la compression

$$\tau_N = \frac{1,5 \cdot \bar{\sigma}_m}{\beta}$$

$$\text{avec : } \beta = \frac{ab}{2l(a+b)} = \frac{90 \times 90}{2 \cdot \frac{3^3}{4}(90+90)} = 36 ; \bar{\sigma}_m = \frac{N}{a \times b} = \frac{1035,5 \cdot 10^3}{90 \times 90} = 127,84 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{D'où : } \tau_N = \frac{1,5 \cdot 127,84}{36} = 5,33 \text{ kg/cm}^2 < 3G = 3 \times 10 = 30 \text{ kg/cm}^2.$$

b/ Vérification des critères de dimensionnement pour les appareils d'appui de rive

Vérification des contraintes

b<sub>1</sub> - Compression

$$\bar{\sigma}_m = \frac{388,29 \times 10^3}{50 \times 90} = 47,94 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{d'où } \tau_N = \frac{1,5 \cdot \bar{\sigma}_m}{\beta} = \frac{1,5 \cdot 47,94}{36} = 1,998 \text{ kg/cm}^2$$

b2/ - Distorsion

Elle est due à une déformation lente (dilatation, retrait, fluage).

$$\tau_{H_1} = G \cdot \frac{U_1}{T} \quad \text{avec } U_1 = \Delta t + \Delta r + \Delta f.$$

$$\text{et } \Delta t = \pm 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{l}{2} = \pm 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{24,95}{2} = \pm 0,002495 \text{ m} = \pm 0,2495 \text{ cm.}$$

$$\Delta r = 3 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{l}{2} = 3 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{24,95}{2} = 0,374 \text{ cm.}$$

$$\Delta f = \frac{l}{2} \cdot \frac{\sigma'_m}{E_v}$$

où :

$E_v = 1212436 \text{ t/m}^2$  : module de déformation différée du béton.

$\sigma'_m$  : valeur moyenne de la contrainte de compression de la fibre inférieure entre  $\sigma'_m$  et  $\sigma'_A$  avec :  $\sigma'_m = \frac{\sigma'_m + \sigma'_A}{2}$

$\sigma'_m =$  contrainte de compression au milieu de la travée (à vide) =  $344,40 \text{ t/m}^2$

$\sigma'_A =$  contrainte de compression à l'appui de rive (à vide) =  $448,23 \text{ t/m}^2$

donc :

$$\Delta f = \frac{l}{2} \cdot \frac{\sigma'_A + \sigma'_m}{2 \cdot E_v} = \frac{24,95 \cdot (344,40 + 448,23)}{2 \cdot 2 \cdot 1212436} = 0,0041 \text{ m} = 0,41 \text{ cm}$$

Nous aurons donc :

$$U_1 = \Delta t + \Delta r + \Delta f = 0,2495 + 0,374 + 0,41 = 1,0369 \text{ cm.}$$

$$\tau_{H_1} = G \cdot \frac{U_1}{T} = 10 \cdot \frac{1,0369}{2,5} = 4,1476 \text{ kg/cm}^2 < 0,5 \cdot G = 5,00$$

Pour la détermination de l'épaisseur de l'élastomère :

$$T > 2U_1 = 2 \cdot 1,0369 = 2,0738 \Rightarrow T = 2,5 \text{ cm.}$$

$$\text{tg } \delta_1 = \frac{U_1}{T} = \frac{1,0369}{2,5} = 0,4148$$

b3/ - Effort dynamique (freinage)

$$\text{tg } \delta_2 = \frac{U_2}{T} = \frac{H_2}{2 \cdot G \cdot a \cdot b} = \frac{5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10 \cdot 90 \cdot 90} = 0,031$$

$$\tau_{H_2} = 2G \cdot \text{tg } \delta_2 = 2 \cdot 10 \cdot 0,031 = 0,62 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_H = \tau_{H_1} + \tau_{H_2} = 4,1476 + 0,62 = 4,7676 \text{ kg/cm}^2 < 0,7 \cdot G = 7 \text{ kg/cm}^2.$$

$\tau_H$  correspond à la simultanéité des deux cas (déformations lente + effort dynamique)

b4/ - Rotation

La rotation se calculera sous l'effet du poids propre et de la surcharge A en considérant la travée isostatique.

$$\alpha_1 = \frac{g l^3}{24 E_v I} = \frac{32,26 \cdot \frac{24,95^3}{24 \cdot 1212436 \cdot 0,996}}{24 \cdot 1212436 \cdot 0,996} = 0,0173 \text{ rd}$$

$$\alpha_2 = \frac{P l^3}{24 E_z I} = \frac{0,9911 \cdot \frac{24,95^3}{24 \cdot 3513972 \cdot 0,996}}{24 \cdot 3513972 \cdot 0,996} = 0,0002 \text{ rd}$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 0,0173 + 0,0002 = 0,0175 \text{ rd}$$

$$\alpha_T = \alpha + \alpha_0 = 0,0175 + 0,003 = 0,0205 \text{ rd}$$

$$\alpha_t = \frac{\alpha_T}{m} = \frac{0,0205}{4} = 0,0051 \text{ rd (pour un feuillet)}$$

$$\tau_\alpha = \frac{G}{2} \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^2 \cdot \alpha_t = \frac{10}{2} \cdot \left(\frac{90}{2,5}\right)^2 \cdot 0,0051 = 33,05 \text{ kg/cm}^2.$$

### c/ - Vérification

$\alpha$ / - Limitation de la contrainte de cisaillement :

$$\tau = \tau_N + \tau_H + \tau_\alpha \leq 5G$$

$$= 1,998 + 4,7676 + 33,05 = 39,82 \leq 5,6 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ kg/cm}^2.$$

$\beta$ / - Limitation de la contrainte moyenne

$$(\sigma_m)_{\max} = \frac{N_{\max}}{a \times b} = \frac{388,29 \cdot 10^3}{90 \times 90} = 47,94 \text{ kg/cm}^2 < 150 \text{ bars} = 153 \text{ kg/cm}^2.$$

$\delta$ / - Condition de non cheminement et de non glissement :

$$(\sigma_m)_{\min} = \frac{N_{\min}}{a \times b} = \frac{109,1 \cdot 10^3}{90 \times 90} = 13,45 < 20 \text{ kg/cm}^2$$

$$H = H_1 + H_2 = (\tau_{H_1} + \tau_{H_2}) \cdot a \times b = (4,476 + 0,62) \cdot (90 \times 90) = 38617,56 \text{ kg}.$$

$$f = 0,12 + \frac{6}{\sigma_m} = 0,12 + \frac{6}{47,94} = 0,245$$

$$H = 38617,56 < f \cdot N = 0,245 \cdot 388,29 \cdot 10^3$$

La condition de non cheminement et de non glissement n'est pas vérifiée pour l'effort  $N_{\min} = 109,1 \text{ t}$  c'est à dire pour l'appui de rive, nous choisirons d'autres appuis

$$\frac{109,1 \cdot 10^3}{a \times b} \geq 20 \Rightarrow a \times b \leq 5455,0 \Rightarrow a = b = 700 \text{ mm}$$

$\delta$ / - Condition de non flambement

$$T < \frac{a}{5}$$

Appuis de rive :  $25 < \frac{700}{5} = 140 \text{ mm}$

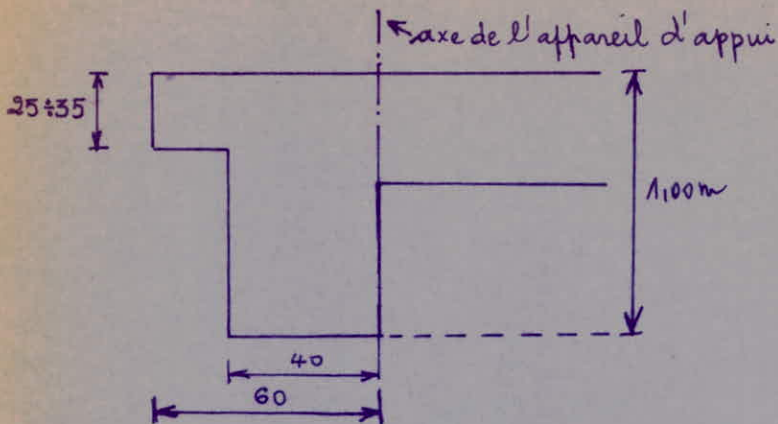
Appuis intermédiaire :  $25 < \frac{900}{5} = 180 \text{ mm}$

$\epsilon$ / - Dimensionnement des frètes

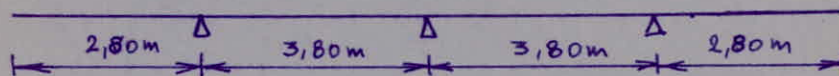
Acier E24 ;  $\sigma_e = 2400 \text{ kg/cm}^2$

$$e_s > \frac{a}{\beta} \times \frac{\sigma_{ms}}{\sigma_e}$$

XIV / Entretoise d'about



On calculera l'entretoise comme une poutre continue reposant sur trois appuis (notre dalle est supportée par 3 appuis transversalement).

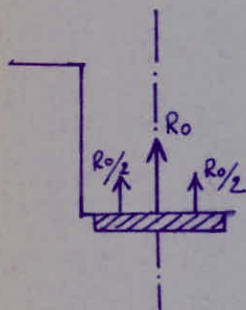


L'entretoise est sollicitée par la réaction d'appui engendrée par le poids propre de la dalle.

Cette réaction sera considérée comme une charge uniformément répartie sur une distance égale à la largeur de la dalle équivalente, c'est à dire  $2b = 11,63m$ .

La valeur de la réaction d'appui due au poids propre est :

$R_0 = 317,8 t$  appliqué au droit de l'appui de rive.



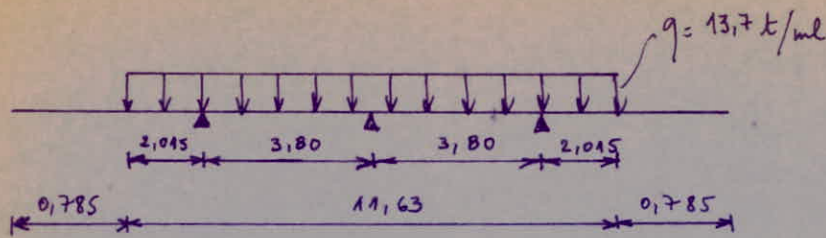
L'entretoise ne reprendra que  $R_0/2$  car elle est délimitée par l'axe de l'appareil d'appui.

Donc, la charge uniformément répartie sur  $2b$  qui sollicitera la poutre sera :

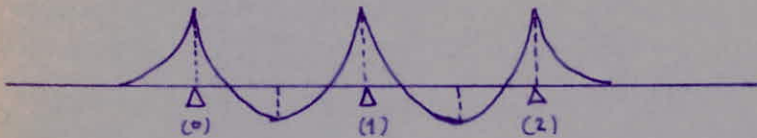
$$q = \frac{R_0/2}{2b} = \frac{317,8}{2 \times 11,63} = 13,70 t/ml$$



Schéma statique :



a/ Efforts dus aux charges permanentes :



Moments sur appuis de rive :

$$M_0 = M_2 = -13,7 \times \frac{2,015^2}{2} = -27,81 \text{ t.m}$$

Moment sur l'appui intermédiaire :

$$M_0 l + 2M_1 (l+l) + M_2 l = -6 \left( \frac{q_1 a_1}{l} + \frac{q_2 a_2}{l} \right)$$

$$\Rightarrow 2M_0 l + 4M_1 l = -6 \left( 2 \times \frac{2}{3} q \frac{l^2}{8} \cdot l \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{l} \right) = -6 \left( \frac{2}{3} q \frac{l^2}{8} \cdot l \right)$$

$$\Rightarrow M_1 = -\frac{q l^2}{8} - \frac{M_0}{2} = -13,7 \times \frac{3,80^2}{8} + \frac{27,81}{2} = -10,82 \text{ t.m.}$$

Moments à mi-travée :

$$M = \frac{q l^2}{8} + \frac{M_0 + M_1}{2} = 13,7 \times \frac{3,80^2}{8} - \frac{27,81 + 10,82}{2} = 5,41 \text{ t.m}$$

b/ Efforts dus à la surcharge : A

La réaction d'appui due à la surcharge A est :

$\frac{143,04 \text{ t}}$   
Elle sera prise uniformément répartie comme  $q_A = \frac{143,04}{2 \times 11,63} = 6,15 \text{ t/ml}$ .

$$M_0 = M_2 = -6,15 \frac{2,015^2}{2} = -12,5 \text{ t.m}$$

$$M_1 = -6,15 \times \frac{3,80^2}{8} + \frac{12,5}{2} = -4,85 \text{ t.m}$$

$$\text{à mi-travée : } M = 6,15 \times \frac{3,80^2}{8} - \frac{12,5 + 4,85}{2} = 2,42 \text{ t.m}$$

Efforts sous la charge permanente et la surcharge A :

Aut appui de rive:

$$M_0 = M_2 = -27,81 + 1,2(-12,5) = -73,62 \text{ t.m.}$$

en travée à 0,5l.

$$M = 5,41 + 1,2 \times 2,42 = 8,314 \text{ t.m.}$$

sur l'appui intermédiaire:

$$M_1 = -10,82 + 1,2(-4,85) = -16,64 \text{ t.m.}$$

Calcul des armatures de flexion :

largeur de la section :  $b = \frac{1}{3} \times 3,80 = 1,27 \approx 1,30 \text{ m}$   
la hauteur totale = 1,00 m.  
 $d = 10 \text{ cm}$ .

$$\mu = \frac{15 M}{\sigma_a \cdot b_0 \cdot h^2} \quad \text{on prend } \sigma_a = \bar{\sigma}_a = \frac{2}{3} \sigma_{en} = \frac{2}{3} \times 4000 = 2667 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi \geq 25$$

$$\mu = \frac{15 \times 73,62 \cdot 10^5}{2667 \times 130 \times 90^2} = 0,039 \rightarrow (K = 44,4, \epsilon = 0,9158)$$

$$A = \frac{M}{\epsilon \cdot h \cdot \bar{\sigma}_a} = \frac{73,62 \cdot 10^5}{0,9158 \times 90 \times 2667} = 33,5 \text{ cm}^2$$

On choisira 7 T25  $\Rightarrow A = 34,35 \text{ cm}^2$

$$\omega_f = \frac{A}{B_f} = \frac{34,35}{2 \times 10 \times 130} = 0,133$$

$$\sigma_1 = \frac{10^6 \times 1,16 \times 0,133}{25(1 + 0,133)} = 751,3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 2,14 \sqrt{\frac{10^6 \times 1,16 \times 716}{25}} = 1674 \text{ Kg/cm}^2$$

on a  $\bar{\sigma}_a > \min \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_a \\ \max(\sigma_1, \sigma_2) \end{array} \right\} \rightarrow$  risque de fissuration

on prend  $\sigma_a = \sigma_2 = 1674 \text{ Kg/cm}^2$

$$\Rightarrow A = \frac{15 \times 73,62 \cdot 10^5}{1674 \times 130 \times 90^2} = 0,060 \Rightarrow (K = 34,2; \epsilon = 0,8984)$$

d'où  $A = \frac{73,62 \cdot 10^5}{0,8984 \times 90 \times 1674} = 54,39 \text{ cm}^2$  on prendra 12 T25  $\Rightarrow A = 58,89 \text{ cm}^2$

## Bibliographie

- CPC ; fascicule 61
- Documentation SETRA : PSIDE 67  
PSIDP 69  
PSIDA 68
- Pratique du Béton Précontraint. (G. Droux)
- Béton Précontraint. (Y. Guyon)
- Calcul des grillages de poutres et de dalles orthotropes :  
Méthode Guyon - Massonet par BARES
- Procédé de Béton précontraint "DYWIDAG-TORONS"
- Calcul et vérifications des ouvrages en béton armé. (P. CHARON)
- Le projet de béton précontraint (R. Lacroix - A. FUENTÉ)
- C.C.B.A 68

