



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

6/02  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche

Scientifique

*Ecole Nationale Polytechnique*

*Départements de Métallurgie*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

**Thème**

**LES TRANSFERTS THERMIQUES DANS UN  
REACTEUR SEMI-INDUSTRIEL**

**Proposé et dirigé par : M. DJEGHLAL**

**Etudié par : INGRACHEN Sofiane**

**PROMOTION : JUIN 2002**

**E.N.P 10, Avenue Hassen Badi El-Harach ALGER**



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche

Scientifique

*Ecole Nationale Polytechnique*

*Départements de Métallurgie*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Thème

LES TRANSFERTS THERMIQUES DANS UN  
REACTEUR SEMI-INDUSTRIEL

Proposé et dirigé par : M. DJEGHLAL

Etudié par : INGRACHEN Sofiane

PROMOTION : JUIN 2002

E.N.P 10, Avenue Hassen Badi El-Harach ALGER

إن عملنا يتمثل في دراسة التبادلات الحرارية داخل فرن قوسي ذو شكل هندسي محدد و أبعاد متغيرة و ذلك بحساب سمك الطبقة العازلة في جزئي الفرن - الجزء الكروي و الجزء الأسطواني- و حساب فقدان الحرارة و الوقت الأزم للقيام بعملية الذوبان.  
و وضعه على شكل برنامج حوسبي.

### مفاتيح الكلمات

التبادل الحراري- فرن قوسي- فقدان الحرارة- الطبقة العازلة- برنامج حوسبي .

### Résumé:

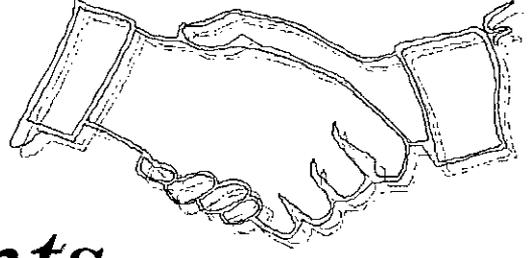
Notre travail consiste à étudier les transferts thermiques dans un four à arc de géométrie bien définie et de dimension variable, on calcule l'épaisseur de la couche réfractaire dans les deux parties du four (partie cylindrique, partie sphérique) et les pertes thermiques, et de calculer le temps nécessaire pour faire une opération de fusion, et le mettre sous forme d'un programme informatique.

*Mots clés :* transferts thermiques- four à arc- pertes thermiques- couche réfractaire- programme informatique.

### Abstract:

Our work is devoted to study the thermal transfer in arc furnace with well defined geometrical shape and varied dimensions by computing the refractory layer thickness for each part of arc furnace (cylindrical and spherical positions) the loss of heat and the required time for smelting by use of computer program

*Key words:* thermal transfers arc furnace, loss of heat, refractory layer, computer program.



# Remerciements

*Je tiens à remercier très sincèrement :*

- *Monsieur DJEGHLAL pour ses précieuses contributions, et ses conseils,*
- *Monsieur ABADLI pour ses orientations,*
- *Monsieur KEDDEM, pour ses conseils,*
- *Tous les enseignants de département de Métallurgie qui ont contribués à ma formation.*

*M. INGRACHEN.*

## *Dédicaces*

**Aux êtres qui me sont les plus chers :**

**Ma mère, pour tous ces sacrifices,**

**Mon père mes soeurs et mes frères,**

**Pour leur dévouement,**

**Saïd, pour tous ce qu'il a fait,**

**Cherif, Lotfi , Laïd ... et tous mes amis.**

## Sommaire

### Introduction

### Sommaire

### Partie théorique

## Chapitre 1 Transferts thermiques par conduction

1.1. Introduction	1
1.2. Notions de base	1
1.2.1. Quantité de chaleur	1
1.3. Loi de Fourier	3
1.3.2. Mécanismes de conduction	5
1. Conduction dans les solides	5
a- Les métaux	5
b- Les alliages	6
c- Les verres	6
d- Les matériaux réfractaires	6
2. Conduction dans les liquides	6
3. Conduction dans le gaz	7
1.3.3. Quelques ordres de grandeur	8

1.4.	Régime permanent	9
1.4.1.	Résistance thermique	9
a-	Définition	9
b-	Résistance thermique	9
1.4.2.	Exemple 1 (murs simples)	11
1.4.3.	Exemple 2 (Mur plan composé)	12
1.5.	Régime variable	13

## Chapitre 2

### Transferts thermiques par convection

2.1.	Introduction	16
2.2.	Types de convection	16
2.2.1.	Convection naturelle	16
2.2.2.	Convection forcée	17
2.3.	Viscosité d'un fluide	17
2.4.	L'écoulement laminaire	18
2.5.	L'écoulement turbulent	18
2.6.	Coefficient de convection	19
2.7.	Estimation des coefficients de transfert de chaleur	20
2.8.	Signification physique des nombres adimensionnels	20
2.8.1.	Nombre de Nusselt	21

2.8.2. Nombre de Prandtl	21
2.8.3. Nombre de Reynolds	21
2.8.4. Nombre de Grashoff	23
2.9. Ecoulement de couche limite sur plaque plane	24
2.10. Couches limites	24
□ Couche limite entre solide et fluide	25

### **Chapitre 3** **Transferts thermiques par** **rayonnement**

3.1. Introduction	27
3.2. Quelques notions de base	27
3.2.1. Émission, absorption, réflexion-diffusion, transparence et opacité	28
a- Émission	29
b- Absorption	29
c- Réflexion et diffusion	29
d- Transparence et opacité	30
e- Le corps noir	30
3.3. Bilan énergétique relatif à un rayonnement incident	30
3.4. Grandeurs énergétiques associées au rayonnement	31
6.4.1. Intensité I	31

6.4.2. Luminance L	32
6.4.3. Emittance	32
3.5. Lois fondamentales du rayonnement	33
3.5.1. Loi de Planck	33
3.5.2. Approximations de la loi de Planck : lois de Wien	35
3.5.3. Loi de Stefan-Boltzmann	36
3.5.4. Loi de Lambert	36
3.5.5. Les corps non noirs (CNN)	37
□ Emissivité	37
□ Loi de KIRCHHOFF (balance absorption/émission)	38

#### **Chapitre 4**

### **Transferts lors du chauffage et du refroidissement de la charge**

4.1. Uniformité thermique d'un four	40
a- Définition	40
b- Mode de chauffage et uniformité thermique :	41
c- Temps de chauffage et uniformité thermique :	41
d- Vitesse de chauffage et uniformité thermique :	41
4.2. Transfert de chaleur dans la charge en chauffage et refroidissement	41
4.3. Cas du milieu extérieur a température constante	42

4.3.1. Répartition de température en échauffement et refroidissement d'un cylindre de longueur infinie	42
--	----

## Chapitre 5 Etude des four

5.1. Introduction	50
5.2. Principe de chauffage par arc électrique	50
5.2.1. Caractéristiques du chauffage par arc	50
a) Formation de l'arc et chute de tension entre électrodes	50
b) L'arc en courant continu	52
i. Zone des arcs silencieux	53
ii. Zone des arcs sifflants	53
c) L'arc en courant alternatif	54
d) Transmission de chaleur dans un four à arc	56
5.2.2. Calcul de la puissance du four	57
➤ Energie absorbée par la charge	57
➤ Energie perdue dans les parois	57
a. Les pertes en service continu	57
b. Les pertes en service intermittent	58
5.3. Rendement du four	60

## Partie numérique

### **chapitre 6** **détermination des paramètres du** **modèle**

6.1.	Transmission de chaleur par conduction	62
6.2.	Transmission de chaleur par convection et rayonnement	67
	• Transmission à travers le cylindre	67
	• Transmission à travers la sphère	67
	• L'accumulation de chaleur	68
	• La chaleur utile	68

### **Chapitre 7** **Dimensionnement du four**

7.1.	Présentation générale	69
7.2.	Caractéristiques	71
	➤ Matériau à fondre	71
	➤ conditions extérieures	71
7.3.	Le volume	71
	➤ Le volume de la calotte sphérique	72
	➤ Le volume de la partie cylindrique	72
7.4.	Epaisseur du revêtement réfractaire	73
	➤ Partie cylindrique	73

- par conduction	73
- par convection et rayonnement	73
➤ Partie sphérique	74
- par conduction	74
- par convection et rayonnement	75
7.5. Temps nécessaire pour la fusion	76

## Chapitre 8 Algorithme de calculs

L'algorithme	78
--------------	----

## Chapitre 9 Influence des paramètres du modèle

9.1. Profils de température	85
9.2. Influence de la conductivité thermique du réfractaire sur le flux thermique traversant la couche	87
➤ Dans la partie sphérique	87
➤ Dans la partie sphérique	87
➤ Influence de la conductivité thermique sur la puissance à installer	88
9.3. Influence du temps nécessaire pour faire une opération de fusion sur les pertes thermiques	88
➤ Influence de la masse volumique sur la puissance à installer	89
9.4. Interprétation des courbes	89

## Conclusion

## Introduction

Dans de très nombreux secteurs de l'industrie, l'ingénieur et le technicien se trouvent confrontés à des problèmes de transfert thermique qui ont une importance principale en raison de coût élevé de l'énergie. D'où la nécessité de comprendre ces phénomènes pour maîtriser les paramètres relatifs à ces derniers.

D'où la maîtrise de la technologie des fours de traitement thermique et la connaissance de leurs caractéristiques et leur influence sur les profils de température dans la charge pendant le temps de chauffage est nécessaire pour les usagers de tels équipements.

Notre travail est réparti en deux parties principales :

La première partie est une partie théorique : qui est consacrée à une recherche bibliographique concernant les transferts thermiques : conduction, convection, rayonnement et des notions de bases sur les fours à arc.

Dans la deuxième partie : un modèle de four à arc de géométrie bien définie dimensions variables a été développé et mis sous forme d'un programme informatique en langage PASCAL pour faciliter son exploitation. Cette étude nous permet de prédire les caractéristiques du four (les pertes thermiques, le temps nécessaire pour faire une opération de fusion), et les profils et la répartition de la température dans les différentes couches de la paroi.

# Partie 1

# Partie théorique

# Chapitre 1

## Transferts thermiques par conduction

## Notations

**T** : Température [ $^{\circ}\text{C}$ ]

$\phi$  : densité du flux thermique [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

$\Phi$  : Flux thermique [ $\text{J}/\text{s} = \text{W}$ ]

$\lambda$  : conductivité thermique [ $\text{W}/\text{m } ^{\circ}\text{C}$ ]

**Q** : quantité de chaleur [**J**]

**t** : le temps[s]

**x** : distance[m]

**C** : capacité thermique massique du matériau [ $\text{J}/\text{kg } ^{\circ}\text{C}$ ]

## 1.1. Introduction :

La Conduction de la Chaleur est le cas particulier où la non-uniformité de la température entraîne un transfert d'énergie d'un point à un autre du système sans transport macroscopique de matière. Pour un système solide seul ce processus de transfert est possible. Ce mode d'échange s'applique à un milieu immobile, c'est-à-dire dans la pratique, à des milieux solides.

La convection, liée au mouvement de fluides à l'échelle macroscopique, est un mode de transfert plus rapide que la conduction. C'est pourquoi, même si la conduction existe aussi dans les fluides, on ne s'intéressera à ce phénomène dans les seuls cas où le mouvement du fluide est impossible (couche limite au voisinage d'un corps solide, fluide enfermé dans les petits pores d'un solide, ...).

L'échange se fait par vibration des molécules qui se propage de proche en proche dans les solides. La chaleur se propage avec plus ou moins de facilité suivant la nature et les caractéristiques géométriques d'un corps.

## 1.2. Notions de base :

### 1.2.1. Quantité de chaleur :

La chaleur  $Q$  est une forme d'énergie. Elle s'exprime en Joule (J) dans le Système International. L'habitude fait que l'on utilise souvent la calorie (cal) ou la kilocalorie (kcal). La relation entre la calorie et le Joule est :

$$1 \text{ calorie} = 4,18 \text{ Joules}$$

La température  $T$  est la manifestation mesurable de la chaleur stockée. Dans le système international, elle s'exprime en kelvin (K). On utilise encore bien souvent le degré centigrade ou le degré Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) tel qu'une variation de température de  $1^{\circ}\text{C}$  est égale à une variation de température de 1 K.

$$T(K) = T(\text{en } ^\circ\text{C}) + 273,15$$

Une variation  $\delta Q$  de la chaleur stockée dans un matériau entraîne une variation de température  $\delta T$ . Par unité de volume et s'il n'y a pas de changement de phase.

Lorsqu'il reçoit une certaine quantité de chaleur, la température d'un corps augmente.

La quantité de chaleur reçue par un corps :

- est proportionnelle à la variation de température.
- est proportionnelle à la masse du corps.
- dépend de la nature du corps.

On a la relation :

$$Q = m C ( T_2 - T_1 )$$

avec :

Q : quantité de chaleur nécessaire pour passer de la température  $T_1$  à  $T_2$

$T_1$  : température de départ.

$T_2$  : température finale.

C : capacité thermique massique du matériau en  $\text{J/kg}^\circ\text{C}$ .

m : la masse en kg

On remarque que pour un abaissement de température  $T_2 < T_1$  donc  $(T_2 - T_1)$  sera négatif et Q sera aussi négatif. Le corps aura reçu une quantité de chaleur négative, ce qui est normal puisque sa température a baissé : c'est le corps qui aura donné de la chaleur au milieu extérieur.

Substance	C(J/kg.°C)
Aluminium	920
Fer	460
Cuivre ou Zinc	380
Plomb	130

Tableau 1.1- Capacité thermique massique du matériau.

### 1.3. Loi de Fourier :[1]

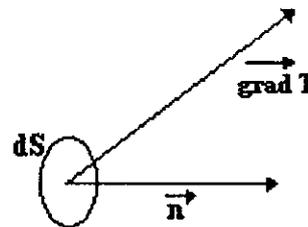
Cette loi a été énoncée par J. Fourier en 1822 dans son traité « Théorie analytique de la chaleur ». Pour un milieu isotrope, la relation entre la densité de flux de chaleur et la température est :

$$\varphi = -\lambda \overline{\text{grad} T}$$

Flux de chaleur à travers un élément de surface  $dS$ :

$$d\Phi = \lambda \overline{\text{grad} T} \cdot \vec{n} dS$$

$$\Phi = \varphi S$$



- $\overline{\text{grad} T}$  définit la direction de la plus grande décroissance de T.
- $\vec{n}$  normale à l'élément de surface.
- $\lambda$  conductivité thermique, dépend du matériau.
- $\Phi$  flux thermique.
- $\varphi$  densité de flux thermique.

Soit un milieu immobile délimité par deux plaques parallèles d'aire  $S$  et de distance élémentaire  $dx$ .

Une différence de température  $dT$  entre les deux faces de la plaque entraînera un courant thermique (ou puissance thermique, quantité de chaleur transportée par unité de temps, exprimée en  $J/s = W$ ) de la face la plus chaude vers la face la plus froide.

Cette puissance thermique est donnée par la première loi de Fourier:

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$$

$$Q = -\lambda t S \frac{dT}{dx}$$

$$Q : [J]$$

$$\frac{dQ}{dt} : \left[ \frac{J}{s} = W \right]$$

$$dT : [^{\circ}C]$$

$$S : [m^2]$$

$$dx : [m]$$

$$t : [s]$$

$$\lambda : [W/m^{\circ}C]$$

### 1.3.2. Conductivité thermique $\lambda$ :

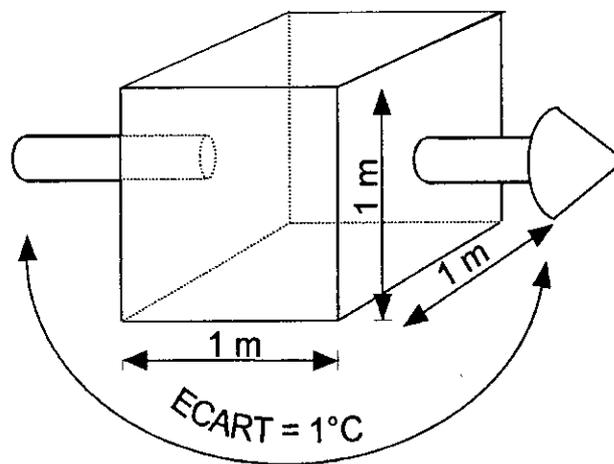


Figure 1.1 – définition de la conductivité thermique.

C'est le flux de chaleur ( en Watt ) qui traverse  $1 \text{ m}^2$  de paroi, pour 1 m d'épaisseur et pour une différence de température de  $1^{\circ}C$  entre les deux faces pendant l'unité de temps.

$\lambda$  s'exprime en  $[W/m^{\circ}C]$

Le facteur  $\lambda$  est une propriété intrinsèque de la matière décrivant son aptitude à conduire la chaleur, et est appelé conductibilité thermique.

Les matériaux homogènes sont caractérisés par leur  $\lambda$

→ Plus  $\lambda$  est petit, plus le matériau est isolant.

Conductivité : c'est l'aptitude du matériau à se laisser traverser par la chaleur

**Le facteur  $\lambda$  d'un matériau est fonction de :**

- Sa densité

Au-delà de 1.5 de densité, une augmentation de 10 % de celle-ci entraîne une augmentation du  $\lambda$  d'environ 15 %.

- Sa température

Plus un matériau est chaud plus il est conducteur.

- Sa teneur en humidité

Plus le matériau est humide, plus il est conducteur.

### 1.3.2. Mécanismes de conduction :

#### 1. Conduction dans les solides :

Il existe deux mécanismes. La chaleur est transmise :

- Grâce à la vibration des atomes; on définit un coefficient  $\lambda_v$
- Par les électrons libres du milieu ; on définit le coefficient  $\lambda_e$

$$\lambda = \lambda_v + \lambda_e$$

On peut envisager différents milieux :

##### a- Les métaux :

Pour les métaux purs, le coefficient de conductivité thermique  $\lambda$  est le coefficient de Conductivité électrique  $\gamma$  sont liés par la loi expérimentale de Wiedman et Frantz

(1853): le rapport  $\frac{\lambda}{\gamma}$

$\gamma$  ne dépend que de la température et non du métal. Lorentz a précisé la dépendance avec la température  $T$ . Dans le système international :

$$\frac{\lambda}{\gamma} = 2,45 \cdot 10^{-8}$$

On peut calculer l'ordre de grandeur du coefficient de conductivité thermique pour les métaux purs pour lesquels  $\gamma$  est de l'ordre de  $5 \cdot 10^7 \text{ S.m}^{-1}$ . On trouve que  $\lambda \approx 200 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Pour les métaux industriels qui contiennent des impuretés, cette loi n'est plus valable. Le coefficient de conductivité thermique est plus faible.

#### **b- Les alliages :**

La structure des alliages est moins ordonnée que celle des métaux. Le coefficient de conductivité thermique est plus faible que pour les métaux.

#### **c- Les verres :**

Les matériaux sont amorphes. Les vibrations atomiques ne se traduisent pas par une vibration d'ensemble du réseau donc  $\lambda_v$  est faible. Les verres étant des diélectriques,  
 $\lambda_c = 0$

#### **d- Les matériaux réfractaires :**

La conductivité thermique  $\gamma$  est faible.

## **2. Conduction dans les liquides :**

Les métaux fondus et les électrolytes représentent une classe parmi les liquides. La conductivité thermique est due essentiellement aux électrons libres. Le coefficient est de dix à mille fois supérieure à celui d'un liquide non métallique.

### 3. Conduction dans le gaz :

Le coefficient de conductivité est donné par la théorie cinétique des gaz.

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho u C_v \bar{L} \quad \text{où :}$$

$u$  est la vitesse moyenne des molécules,

$C_v$  est la chaleur massique à volume constant et

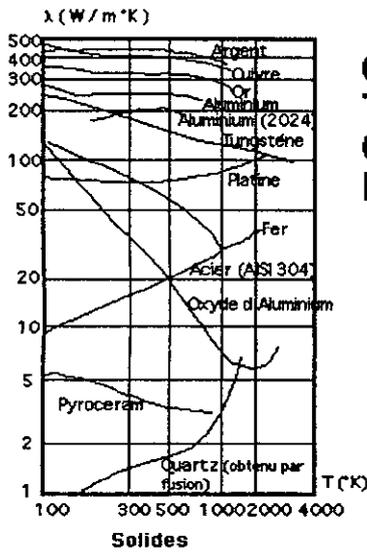
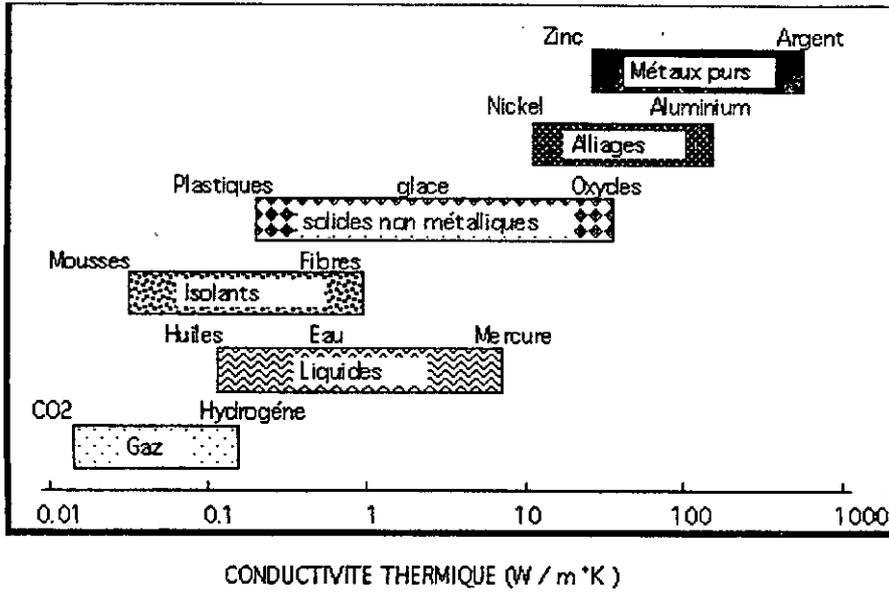
$\bar{L}$  est le libre parcours moyen des molécules.

$\lambda$  varie dans des grandes limites :

Corps	$\lambda$ (en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )
Métaux purs	40 à 400
Alliages métalliques	10 à 100
Matériaux non métalliques	0.1 à 15
Solides isolants	0.02 à 0.2
Liquides non métalliques	0.08 à 0.6
Gaz à pression atmosphérique	0.006 à 0.2

Tableau 1.2

1.3.3. Quelques ordres de grandeur :



CONDUCTIVITES THERMIQUE DE QUELQUES ELEMENTS

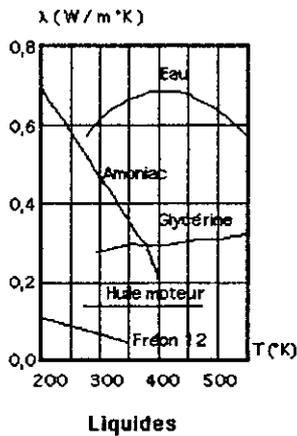
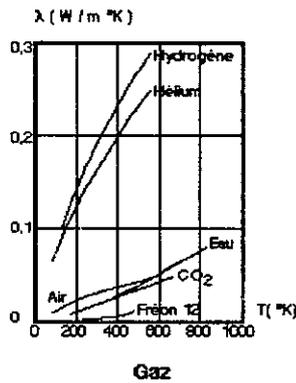


Figure 1.2 – conductivité thermique.

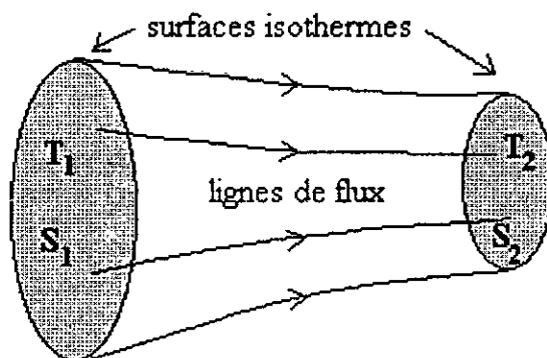
### 1.4. Régime permanent :

La température en tout point du milieu est indépendante du temps, le déséquilibre est entretenu par les sources de chaleur

#### 1.4.1. Résistance thermique :

##### a- Définition :

On considère deux surfaces isothermes  $S_1$  et  $S_2$  de températures  $T_1$  et  $T_2$ . Ces deux surfaces sont correspondantes c'est à dire que toute ligne de flux quittant la surface  $S_1$  atteint la surface  $S_2$ . Pour un milieu conducteur en régime permanent sans source interne.



$$T_1 - T_2 = R\Phi$$

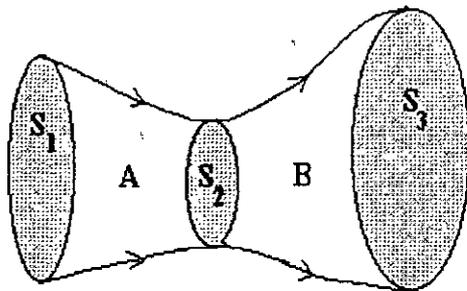
$R$  est appelée *résistance thermique*, c'est l'analogie de la résistance électrique. Elle est inversement proportionnelle à la conductivité du milieu et augmente avec la longueur des lignes de flux.

##### b- Résistance thermique relative à un coefficient d'échange $h$

$$\varphi = \frac{\Phi}{S} = h\Delta T$$

$$R = \frac{1}{hS}$$

Tubes de flux de chaleur en **série**



Les surfaces isothermes  $S_1$   $S_2$  d'une part,  $S_2$   $S_3$  d'autre part se correspondent, leurs températures respectives sont  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .

Entre  $S_1$  et  $S_2$ , le milieu conducteur est noté A, entre  $S_2$  et  $S_3$  le milieu conducteur est noté B.

$$T_1 - T_2 = R_A \Phi$$

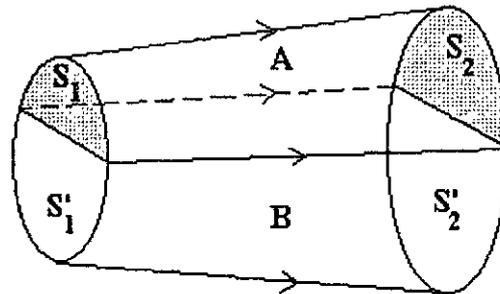
$$T_2 - T_3 = R_B \Phi$$

$$T_1 - T_3 = (R_A + R_B) \Phi = R_{eq} \Phi$$

Les deux milieux sont en série, la résistance thermique équivalente  $R_{eq}$  est la somme des résistances de chacun des milieux.

Si le contact entre les deux milieux n'est pas parfait en  $S_2$ , il conviendrait d'ajouter dans la résistance équivalente la résistance de contact.

Tubes de flux de chaleur en **parallèle**



Les surfaces isothermes  $S_1$   $S_2$  d'une part,  $S'_1$   $S'_2$  d'autre part se correspondent, leurs températures respectives sont  $T_1$  pour  $S_1$  et  $S'_1$ ,  $T_2$  pour  $S_2$  et  $S'_2$ .

Entre  $S_1$  et  $S_2$ , le milieu conducteur est noté A, entre  $S'_1$  et  $S'_2$  le milieu conducteur est noté B.

$$T_1 - T_2 = R_A \Phi_A$$

$$T_2 - T_3 = R_B \Phi_B$$

$$\Phi = \Phi_A + \Phi_B = (T_1 - T_2) \left( \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \right) = \frac{T_1 - T_2}{R_{eq}}$$

Les deux milieux sont en parallèle, l'inverse de la résistance équivalente  $R_{eq}$  est égale à la somme des inverses des résistances de chacun des milieux.

### 1.4.2. Exemple 1 (murs simples) :

Un mur simple est un milieu délimité par deux plans parallèles, la chaleur se propage uniquement suivant la normale de ces plans donc le gradient de la température est porté par cette normale. Les plans parallèles aux faces sont les isothermes. Le champ thermique est unidimensionnel (la température n'est fonction que de  $x$ ).

Les parois sont maintenues à des températures uniformes constantes et connues  $T_1$  et  $T_2$ , avec  $T_1 > T_2$ .

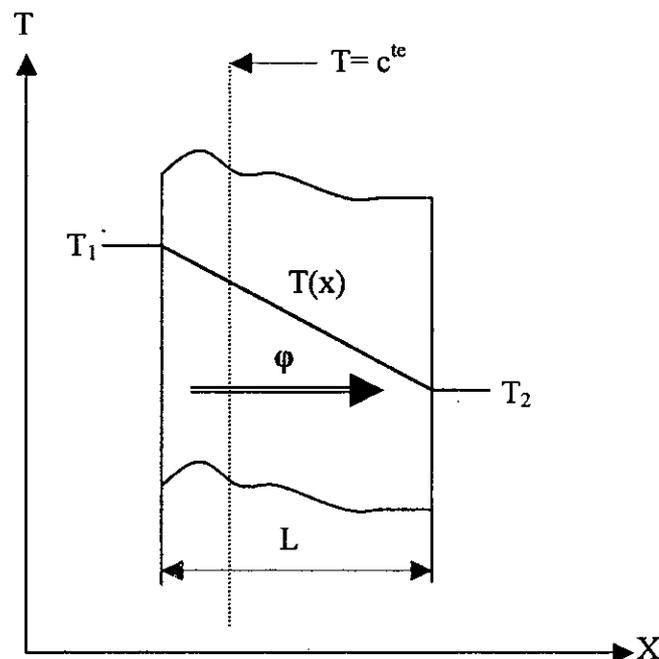


Figure 1.3 –mur simple à températures imposées.

Le système fondamental donnant la température s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \\ T = T_1 \quad \text{à} \quad x = 0 \\ T = T_2 \quad \text{à} \quad x = L \end{cases}$$

Après intégration on obtient :  $T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L}x$

On a :  $\varphi = -\lambda \overline{\text{grad}T}$  et  $\Phi = \varphi S$  donc  $\bar{\varphi} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} \bar{x}$

Si  $T_1 > T_2$ ,  $\bar{\varphi}$  est positif suivant l'axe  $\bar{x}$ , qui est l'axe de propagation de la chaleur.

Donc on a :  $T_1 - T_2 = \frac{L}{\lambda S} \Phi$

D'après la définition de la résistance thermique  $\Delta T = R \Phi$ , on obtient la résistance

thermique conductive d'un mur :  $R = \frac{L}{\lambda S}$

### 1.4.3. Exemple 2 (Mur plan composé) :

Considérons un mur constitué de la juxtaposition de plusieurs couches d'épaisseurs  $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$  et de conductibilité respective  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ . le mur était initialement en équilibre de température avec le milieu ambiant, on porte l'une de ces faces terminales à la température  $T_1$ , la face terminale opposée était portée à la température  $T_2$  on pose toujours  $T_1 > T_2$ .

Dans l'écoulement de la chaleur de la face 1 vers la face 2, il n'y a accumulation de chaleur en aucun point du mur ( régime permanent ), autrement dit, la densité du flux thermique  $\varphi$  est constante à travers tout plan parallèle aux surfaces 1 et 2.

$$\text{Couche 1} \quad \varphi = \frac{T_1 - T_{12}}{\frac{e_1}{\lambda_1}}$$

$$\text{Couche 2} \quad \varphi = \frac{T_{12} - T_{23}}{\frac{e_2}{\lambda_2}}$$

$$\text{Couche 3} \quad \varphi = \frac{T_{23} - T_{34}}{\frac{e_3}{\lambda_3}}$$

.....

Couche n  $\varphi = \frac{T_{n-1} - T_n}{\frac{e_n}{\lambda_n}}$

Par addition membre à membre toutes ces équations on obtient :

$$\varphi = \left( \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{e_n}{\lambda_n} \right) = T_1 - T_2$$

d'où :  $\varphi = \frac{T_1 - T_2}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i}}$   $\left[ \frac{W}{m^2} \right]$

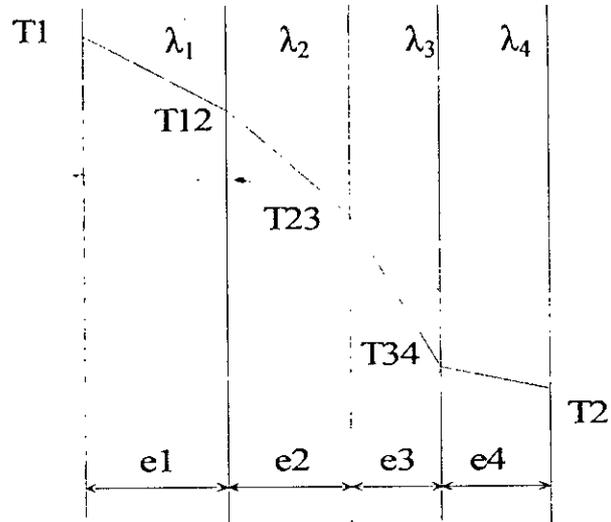


Figure 1.4 – Mur plan composé.

On voit que la résistance thermique du mur composé n'est que la somme des résistances de toutes les parois.

### 1.5. Régime variable :

Considérons un milieu homogène de masse volumique  $\rho$ , de chaleur spécifique  $C_p$  et de conductibilité thermique  $\lambda$ , limité par deux faces parallèles d'aire  $S$  et distantes d'une longueur élémentaire  $dx$ .

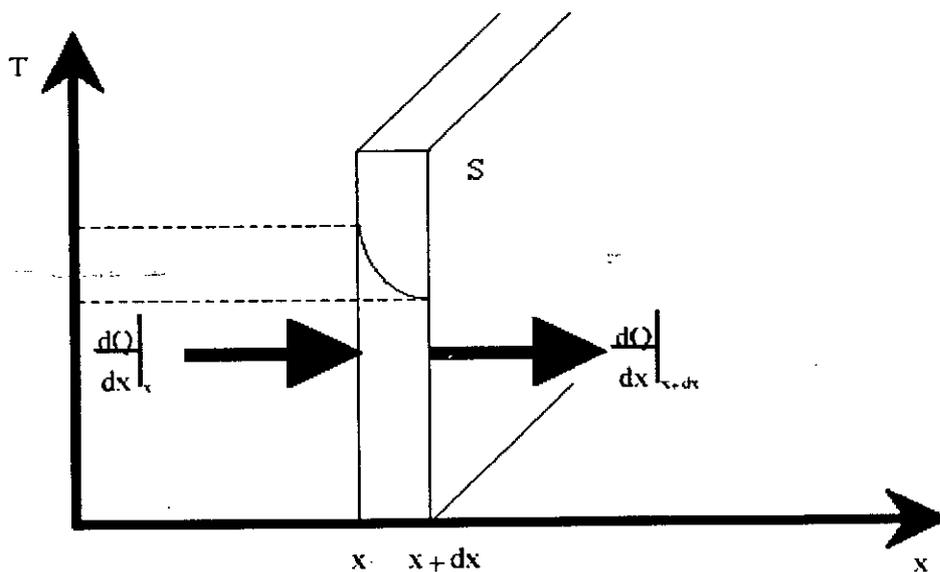


Figure 1.5

Si le gradient de température  $\left. \frac{dT}{dx} \right|_x$  de la face positionnée en  $x$  est supérieur au gradient

de température  $\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+dx}$  de la face positionnée en  $x + dx$ , les courants thermiques

correspondant seront tels que :

$$\left. \frac{dQ}{dt} \right|_x > \left. \frac{dQ}{dt} \right|_{x+dx}$$

La différence entre les deux courants thermiques se traduira par une accumulation de chaleur dans la plaque qui sera, pendant l'intervalle de temps élémentaire  $dt$ :

$$\left[ \left. \frac{dQ}{dt} \right|_x - \left. \frac{dQ}{dt} \right|_{x+dx} \right] dt$$

Cette accumulation de chaleur sensible provoquera donc une augmentation de température  $dT$  dans la plaque de volume  $Sdx$ :

$$\left[ \left. \frac{dQ}{dt} \right|_x - \left. \frac{dQ}{dt} \right|_{x+dx} \right] dt = Sdx \rho c_p dt$$

En appliquant la première loi de Fourier pour calculer les courants thermiques  $\frac{dQ}{dt}$ , on

obtient alors la deuxième loi de Fourier :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+dx} - \left. \frac{dT}{dx} \right|_x}{dx} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Le rapport  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  est lui aussi une propriété intrinsèque de la matière appelé diffusivité thermique, et décrivant son aptitude à diffuser la chaleur lors d'une conduction en régime transitoire (c'est-à-dire quand la température varie avec le temps).

En régime transitoire il y a donc variation de température locale avec le temps, c'est-à-dire accumulation ou déperdition de chaleur. C'est la raison pour laquelle la diffusivité thermique, qui contient l'influence de la chaleur spécifique (reliant l'accumulation de chaleur à l'augmentation de température), doit être utilisée au lieu de la seule conductibilité thermique.

La seconde loi de Fourier en milieu unidimensionnel (où la chaleur ne s'écoule que dans une seule direction) s'écrit donc simplement

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Des expressions mathématiquement plus complexes permettent de généraliser cette loi à un transfert de chaleur multidirectionnel dans l'espace à trois dimensions, où le choix du système de coordonnées (cartésien, cylindrique ou sphérique) sera fait en fonction de la géométrie du corps à l'intérieur duquel on veut calculer le transfert de chaleur par conduction.

Remarquons que, si  $d$  est la dimension caractéristique du corps, la seconde loi de Fourier peut être mise sous la forme non dimensionnelle:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \tau = \frac{\alpha t}{d^2} \text{ est le nombre de Fourier} \\ \zeta = \frac{x}{d} \text{ la coordonnée spatiale sans dimension} \end{array} \right.$$

# Chapitre 2

## Transferts thermiques par convection

## Notations

**h** : Coefficient de convection [ $\text{W}/\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}$ ]

**d** : dimension caractéristique [m]

**$\rho$**  : masse volumique du fluide [ $\text{Kg}/\text{m}^3$ ]

**$\nu$**  : viscosité cinématique [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

**$\mu$**  : viscosité dynamique [ $\text{Kg}/\text{m}\cdot\text{s}$ ]

**$\lambda$**  : conductivité thermique [ $\text{W}/\text{m}\cdot^\circ\text{C}$ ]

**u** : vitesse du fluide [m/s]

**$c_p$**  : chaleur spécifique [ $\text{J}/\text{Kg}\cdot^\circ\text{C}$ ]

**g** : accélération de la pesanteur [ $\text{m}/\text{s}^2$ ]

**B** : coefficient de dilatation [ $^\circ\text{C}^{-1}$ ]

***Nu*** : Nusselt

***Re*** : Reynolds

***Pr*** : Prandtl

***Gr*** : Grashoff

***Ec*** : Eckert

## 2.1. Introduction :

La convection est un mode de transfert de chaleur qui ne se produit qu'au sein de fluides (gaz ou liquides). Elle a pour origine le mouvement du fluide donc son étude est liée à celle de la mécanique des fluides.

Dans un transfert par convection, la chaleur est transportée directement par le mouvement macroscopique du fluide, appelé fluide caloporteur.

La convection est un mode de transfert plus rapide que la conduction puisque la chaleur n'a pas à diffuser, mais à se laisser passivement véhiculer par le fluide.

La convection intervient en particulier dans les échanges thermiques entre une paroi et un fluide en mouvement.

## 2.2. Types de convection :

On distingue deux types de convection, la convection libre ou naturelle et la convection forcée.

### 2.2.1. Convection naturelle :

Dans le cas de la convection libre, les mouvements du fluide sont liés aux différences de température qui peuvent exister entre une paroi et le fluide environnant et les différences de température sont liées aux mouvements du fluide. L'étude de la convection naturelle est donc très complexe.

Un exemple simple de convection naturelle dans la vie pratique est celui où on chauffe un liquide dans une casserole posée sur un feu. Il est aisé de voir les mouvements du liquide. Compte-tenu de la variation de densité du fluide avec la température, le fluide chaud monte et est remplacé par le liquide encore froid.

On conçoit donc bien que dans le cas de la convection naturelle, la géométrie du système physique à une grande importance. Les lois qui la régissent sont différentes selon que l'on considère les échanges de chaleur le long d'une paroi verticale ou d'une paroi horizontale. D'autre part, on conçoit bien également que le coefficient de convection  $h$  dépend beaucoup de la température.

### Convection forcée :

Dans ce type de convection le mouvement du fluide est renforcé par un travail mécanique (ventilation, agitation, pompage).

### Viscosité d'un fluide :

L'étude de la convection est donc liée à celle du mouvement du fluide. L'expérience de la vie de tous les jours montre qu'il existe des liquides visqueux qui s'écoulent très mal et des liquides peu visqueux qui au contraire s'écoulent rapidement.

La viscosité d'un fluide est donc un paramètre important concernant le mouvement d'un fluide. Il convient donc d'en donner une définition rigoureuse.

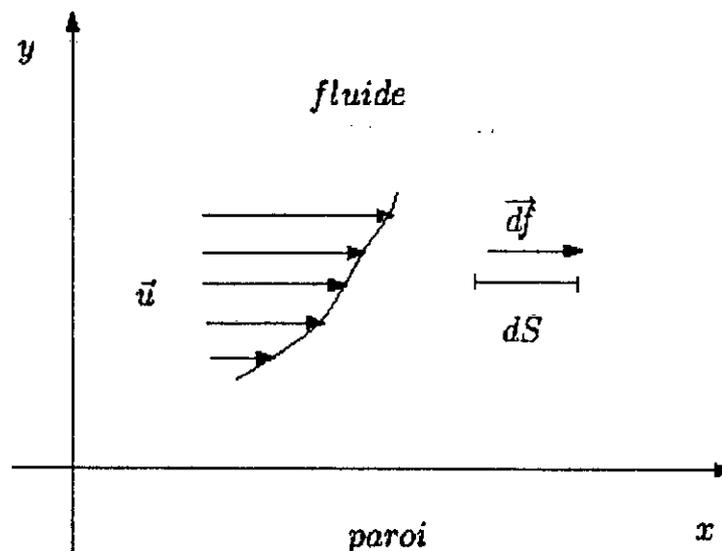
On considère un fluide dont la vitesse  $\vec{u}$  est parallèle à l'axe des  $x$  et uniquement fonction de  $y$  (figure 1). La force élémentaire  $\vec{df}$  qui s'exerce sur un élément de surface  $dS$  perpendiculaire à  $Oy$  est parallèle à  $Ox$  et s'écrit :

$$\vec{df} = \mu dS \frac{du}{dy} \vec{e}_x$$

Où  $\mu$  est le coefficient de viscosité dynamique il ne dépend que du fluide et de son état.

Dans le Système International, ce coefficient s'exprime en poiseuille.

La viscosité cinématique  $\nu$  est définie par :  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$



### 2.3. L'écoulement laminaire :

Pour lequel le fluide s'écoule le long de la paroi sous forme de filets qui restent parallèles. Ceci a lieu pour de faibles vitesses du fluide et l'échange de température entre les filets ne peut se faire que par conduction (coefficient de conductivité du fluide  $\lambda_f$ ) car il n'y a aucun mélange de matière.

### 2.4. L'écoulement turbulent :

Pour lequel la vitesse moyenne du fluide est beaucoup plus importante. Il y a un véritable mélange des molécules de fluide. Néanmoins, il existe au contact de la paroi une zone où les molécules sont freinées et où leur vitesse est beaucoup plus faible, c'est la couche limite dont l'épaisseur est mal connue et où on peut supposer que le régime est laminaire.

Dans cette couche limite, les échanges de chaleur se font également par conduction. Étant donné que le coefficient de conductivité des gaz est très faible, la résistance thermique de la couche limite est très grande. Dans ce cas, il y existe donc une variation de température importante dans le cas de la convection forcée, on comprend donc que les échanges de chaleur sont plus réagis par la vitesse imposée au fluide que par les différences de température.

Il sera également nécessaire de définir un critère qui permet de distinguer les deux types d'écoulement.

### 2.5. Coefficient de convection : [4]

Si l'on réchauffe ou refroidit l'aire externe  $S$  d'un solide par convection d'un fluide caloporteur de température  $T_f$ , le courant thermique  $\frac{dQ}{dt}$  transféré au solide obéit à une loi du type :

$$\frac{dQ}{dt} = hS(T_f - T_s)$$

Où  $T_s$  est la température de la surface du solide en contact avec le fluide caloporteur, et  $h$  le coefficient de transfert de chaleur superficiel.

Le coefficient de transfert de chaleur superficiel ou coefficient de convection  $h$  caractérise l'efficacité de la convection à transférer la chaleur. Il dépendra :

- de la nature du fluide,
- du régime d'écoulement du fluide (décrit par le nombre de Reynolds),
- de la forme et de la rugosité de la surface du solide.

Le coefficient de convection a les mêmes unités que le coefficient de transfert de chaleur à travers une plaque d'épaisseur finie, [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$ ]. En fait, on peut comprendre le coefficient  $h$  en postulant l'existence d'une couche limite de fluide immobile adhérent à la surface solide et dont l'épaisseur  $x$  pourrait être estimée par  $\Delta x = \frac{\lambda}{h}$

Où  $\lambda$  est la conductibilité thermique du fluide caloporteur.

L'inverse du coefficient  $h$  est une résistance thermique qui s'ajoutera aux autres résistances thermiques placées en série.

$h$  varie de 2 à 200 pour les gaz,

et de 100 à 2000 pour les liquides

**2.6. Estimation des coefficients de transfert de chaleur :**

La littérature spécialisée contient de nombreuses lois empiriques permettant d'estimer le coefficient de convection.

L'analyse dimensionnelle permet de généraliser et de comparer les résultats expérimentaux obtenus dans des conditions particulières. C'est la raison pour laquelle ces lois empiriques sont exprimées en fonction des nombres sans dimension qui résultent de l'analyse dimensionnelle.

**2.7. Signification physique des nombres adimensionnels :**

$$Nu = f(Re, Pr, Gr)$$

Nombre	Formule
Nusselt	$Nu = \frac{hd}{\lambda_f}$
Reynolds	$Re = \frac{\rho u d}{\mu}$
Prandtl	$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda_f}$
Grashoff	$Gr = \frac{d^3 g B \Delta T}{\mu^2}$
Eckert	$Ec = \frac{u^2}{c_p \Delta T}$

**h** : Coefficient de convection [W/m<sup>2</sup>.°C]

**d** : dimension caractéristique [m]

**ρ** : masse volumique du fluide [Kg/m<sup>3</sup>]

**ν** : viscosité cinématique [m<sup>2</sup>/s]

**μ** : viscosité dynamique [Kg/m.s]

**λ** : conductivité thermique [W/m.°C]

**u** : vitesse du fluide [m/s]

**c<sub>p</sub>** : chaleur spécifique [J/Kg°C]

**g** : accélération de la pesanteur [m/s<sup>2</sup>]

**B** : coefficient de dilatation [°C<sup>-1</sup>]

### 2.8.1. Nombre de Nusselt : [5, 3]

C'est le nombre adimensionnels fondamental en théorie de la convection car si on connaît sa valeur, on peut en déduire celle du coefficient de convection « h ». On peut écrire le nombre de Nusselt sous la forme :

$$Nu = \frac{hd}{\lambda_f} = \frac{h}{\frac{\lambda_f}{d}} = \frac{h}{\lambda_f} \frac{(T_p - T_f)}{(T_p - T_f)}$$

Si on considère une unité de surface d'échange entre un fluide a la température  $T_f$  et une paroi a la température  $T_p$ , le numérateur est, d'après la loi de Newton, un flux de convection tandis que le dénominateur représente le double du flux de conduction qui existerait dans une canalisation de diamètre  $d$  si le fluide était immobile. Le nombre de Nusselt permet donc de quantifier l'augmentation de l'échange de chaleur due a l'écoulement du fluide.

### 2.8.2. Nombre de Prandtl :

Ce nombre ne dépend que des caractéristiques du fluide. Représente le rapport la difusivité de quantité de mouvement  $\mu$  (ou viscosité cinématique) et la diffusivité  $\alpha$  thermique. On peut écrire :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda_f} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\lambda_f}{\rho c}} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Il ne dépend donc que des propriétés physiques du fluide.

### 2.8.3. Nombre de Reynolds : [4]

Ce nombre caractérise l'écoulement du fluide. Il fait intervenir la vitesse et la viscosité cinématique  $\nu$  de celui-ci et une longueur caractéristique du système physique.

Il représente le rapport entre forces d'inertie (convection de quantité de mouvement) et forces visqueuses. On peut écrire :

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{u d}{\nu}$$

Suivant la valeur du nombre de Reynolds, le régime d'écoulement est soit laminaire, soit turbulent. En fait, la limite entre les deux n'est pas très nette et on définit également un régime critique.

On considère l'écoulement d'un fluide dont la vitesse imposée est  $u$  le long d'une plaque plane dont le bord d'attaque est aigu. Lorsque la vitesse  $u$  est faible, le fluide s'écoule sous forme de "filets" qui restent parallèles à la plaque.

On peut déterminer le gradient de vitesse (la vitesse en fonction de la distance  $y$  par rapport à la plaque) pour différentes abscisses  $x$  mesurées par rapport au bord d'attaque de la plaque.

La vitesse du fluide le long de la paroi est nulle et atteint à 1% près la valeur  $u$  à une distance  $y_1$  fonction de  $x$ . Le graphe de la fonction  $y_1(x)$  donné sur la (figure 2.2) permet de visualiser la couche limite.

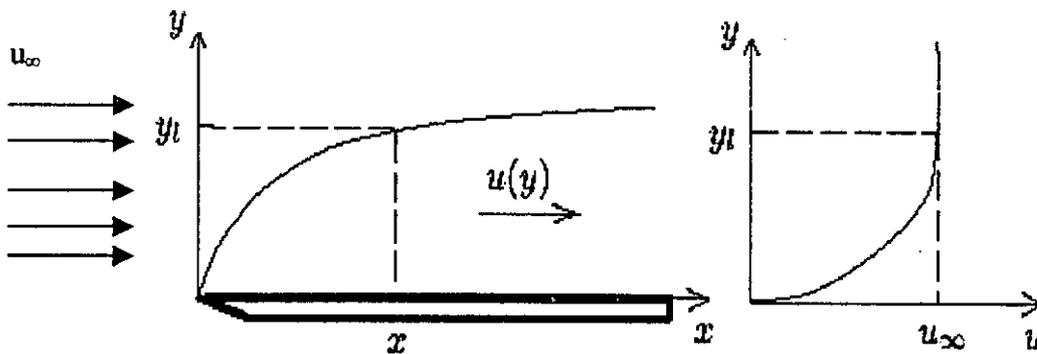


Figure 2.2

### 2.8.4. Nombre de Grashoff : [3]

On considère une masse unité fluide initialement au repos. Sous l'action de la force ascensionnelle ( $\beta g \Delta T$ ), après avoir parcouru une distance  $d$ , elle possède une vitesse  $u$  que l'on peut calculer grâce au théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{u^2}{2} = (\beta g \Delta T) d$$

Le nombre de Grashoff peut donc être écrit sous la forme :

$$Gr = (\beta g \Delta T) d \frac{d^2 \rho^2}{\mu^2}$$

$$Gr = \frac{d^3 g \beta \Delta T}{\mu^2}$$

Le nombre de Grashoff est proportionnel au carré du nombre de Reynolds caractérisant le régime d'écoulement du fluide.

Ce nombre concerne la perturbation que subit le courant du fluide par suite des forces de poussée nées des différences de température à l'intérieur du courant.

Ces forces deviennent négligeables, lorsque les forces qui propagent le courant principal prédominent. Par contre elles sont déterminantes dans le cas d'une convection naturelle où seules les différences de température sont derrière le mouvement du fluide.

$G_r$  : devient négligeable quand il s'agit des convections forcées

$E_c$  : n'intervient que lorsque les vitesses sont faibles devant la célérité du son on aura le

plus généralement :

$$Nu = f(Re, Pr)$$

## 2.9. Écoulement de couche limite sur plaque plane :

➤ Régime laminaire :  $Re \leq 3.10^5$

$$Nu = 0.33 P_r^{1/3} Re^{1/2}$$

Avec

$$0.6 \leq P_r \leq 15$$

➤ Régime turbulent :  $Re \geq 3.10^5$

$$Nu = 0.029 P_r^{1/3} Re^{4/5}$$

Avec

$$0.5 \leq P_r \leq 50$$

## 2.10. Couches limites : [5, 6]

L'étude des écoulements au voisinage des parois, donc dans les zones dites de couches limites, s'avère nécessaire pour la détermination des échanges de chaleur par convection entre un solide et le fluide qui l'entoure. Dans cette zone de couche limite la vitesse du fluide est différente de la vitesse de l'écoulement extérieur de même que la température.

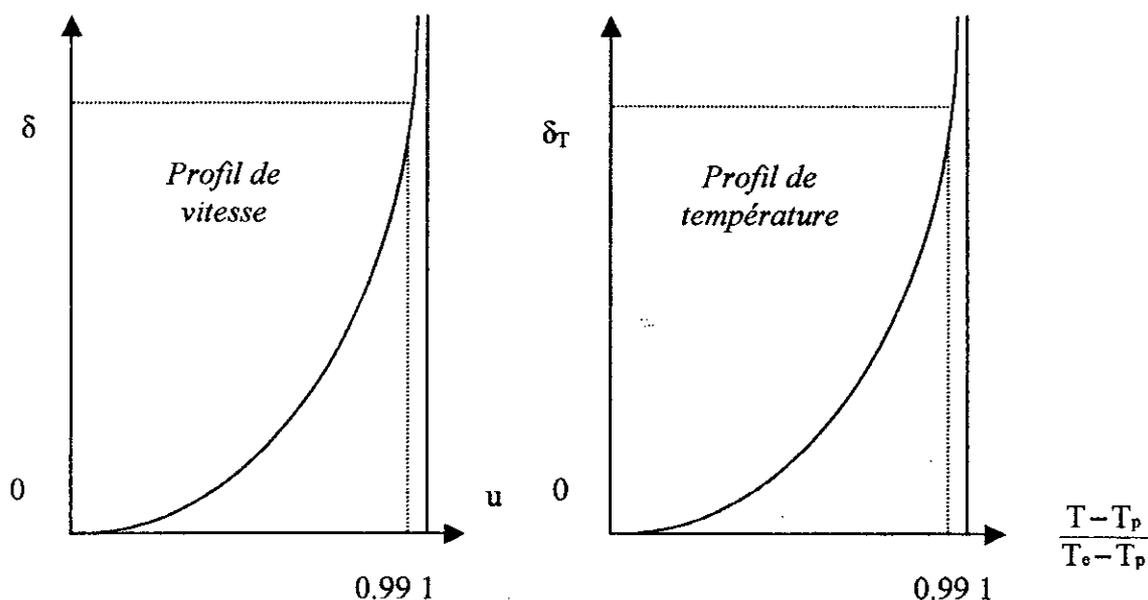


Figure 2.3 Profils de vitesse et de température dans une couche limite

Avec:

$T$  : température dans la couche limite

$T_e$  : température de l'écoulement

$T_p$  : température de la paroi

L'épaisseur de la couche limite «  $\delta$  » est la distance de la paroi pour laquelle la vitesse d'écoulement  $u$  devient égale à  $[(1 - \epsilon) u]$  (avec  $\epsilon = 10^{-2}$ ).

Dans cette zone de couche limite l'écoulement peut être laminaire ou turbulent et Les équation qui caractérisent le transfert de chaleur par convection dans les zones des couches limites sont aussi en fonction :

du fluide

de l'écoulement

des caractéristiques des parois.

#### □ Couche limite entre solide et fluide :

Quand on considère une paroi en contact avec un fluide, la mécanique des fluides indique qu'il existe au voisinage de la paroi une couche limite due à la convection. L'épaisseur de cette couche est en général très difficile à évaluer car elle dépend de nombreux paramètres.

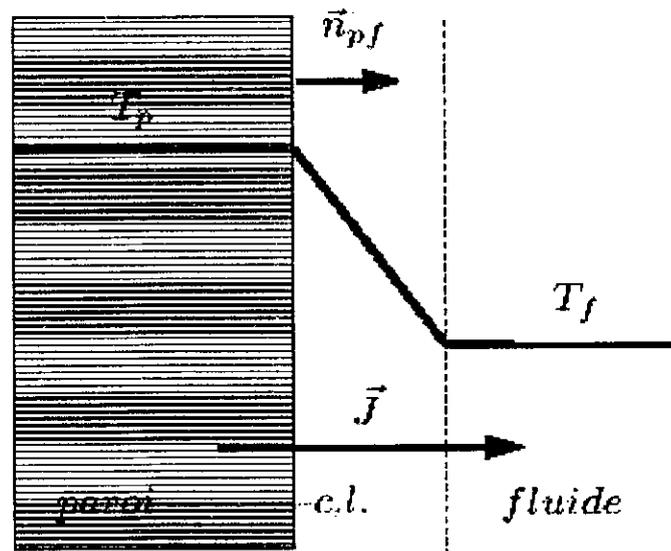


Figure 2.4

Il existe également au voisinage de la paroi un gradient thermique important. Le flux de chaleur dans cette couche limite est proportionnelle la surface d'échange  $S$  et a la

différence de température  $T_p - T_f$  entre la paroi et le fluide. Pour traduire l'échange de chaleur, on écrit la loi de Newton :

$$\Phi = h S (T_p - T_f)$$

Où  $h$  est le coefficient de transfert superficiel (ou coefficient de convection) qui s'exprime en  $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . Lorsque le mouvement du fluide est imposé (convection forcée), le coefficient  $h$  ne dépend pas de la température. La proportionnalité entre flux de chaleur et différence de température est beaucoup moins vérifiée lorsque la convection est libre. Ce coefficient  $h$  est très difficile à évaluer.

On peut écrire la loi de Newton sous forme locale en définissant le vecteur unitaire  $\vec{n}_{pf}$  dirigé de la paroi vers le fluide :

$$\vec{\varphi} = h(T_p - T_f)\vec{n}_{pf}$$

# Chapitre 3

## Transferts thermiques par rayonnement

## Notations

$\lambda$  : est la longueur d'onde dans le vide [ $\mu\text{m}$ ]

$\nu$  : fréquence

$\varepsilon$  : l'émissivité

$\alpha$  : Facteur d'absorption

$\rho$  : Facteur de réflexion

$\tau$  : Facteur de transmission

$I$  : Intensité [ $\text{W}/\text{sr}$ ]

$L$  : luminance [ $\text{W}/\text{m}^2.\text{sr}$ ]

$M$  : Emittance [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]

$\sigma = 5.72 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  : la constante de Stefan-Boltzmann

$c$  : est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide [ $\text{m}/\text{s}$ ]

### 3.1. Introduction :

Le soleil qui se situe à une distance considérable dans le " vide spatial " nous procure une sensation de chaleur. De même, si nous ouvrons la porte d'un four en fonctionnement, nous percevons une sensation de chaleur instantanée que nous ne pouvons attribuer à un transfert convectif du à l'air entre le four et notre peau.

Cet échange de chaleur attribué à l'émission, par la matière du fait de sa température, d'ondes électromagnétiques est appelé rayonnement thermique, il ne nécessite pas la présence d'un milieu intermédiaire matériel.

Le transfert de chaleur par rayonnement se produit entre deux surfaces par l'émission et l'absorption de radiation électromagnétique. Contrairement aux modes de transfert par conduction ou convection, le rayonnement ne requiert aucun milieu physique pour sa propagation il se propage même dans un vide parfait.

### 3.2. Quelques notions de base : [9,10]

On groupe habituellement sous le nom de rayonnement l'ensemble des phénomènes relatifs à un échange d'énergie à distance entre les corps, sans que le milieu intermédiaire participe nécessairement à cet échange.

Le rayonnement se manifeste sous des aspects très divers. Le rayonnement thermique n'est qu'un des nombreux phénomènes électromagnétiques. la gamme complète des ondes électromagnétiques se divise en plusieurs classes suivant la longueur d'onde.

La source du rayonnement thermique, c'est l'énergie interne d'un corps chauffé le rayonnement se propage dans l'espace libre à la vitesse de la lumière 300.000 km/s (des radications dans le vide). Le rayonnement thermique comprend une partie de l'ultraviolet, la partie visible, et un domaine de l'infrarouge.

□ Remarque :

Bien qu'il soit plus avantageux de rapporter les grandeurs monochromatiques à la fréquence  $\nu$  qui est indépendante du milieu matériel *transparent* où l'onde se propage, l'habitude est de se référer à la longueur d'onde  $\lambda$  qui dépend de l'indice  $n$  du milieu

$(\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide ; pour l'air  $n \approx 1$  ).

Cette manière de faire ne présente d'inconvénient majeur que pour les milieux semi-transparents non homogènes.

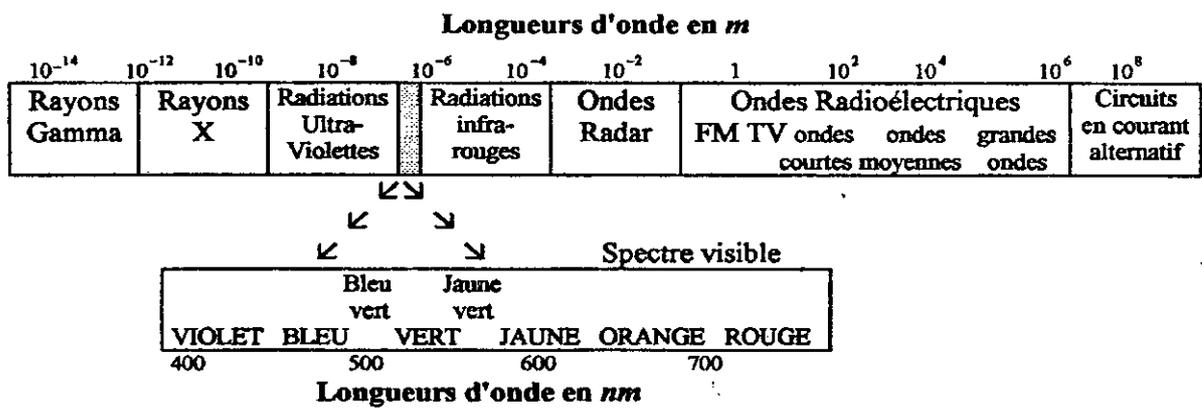


Figure 3-1

**3.2.1. Émission, absorption, réflexion-diffusion, transparence et opacité :**

Le rayonnement thermique est un rayonnement électromagnétique; on retrouve donc le vocabulaire des ondes.

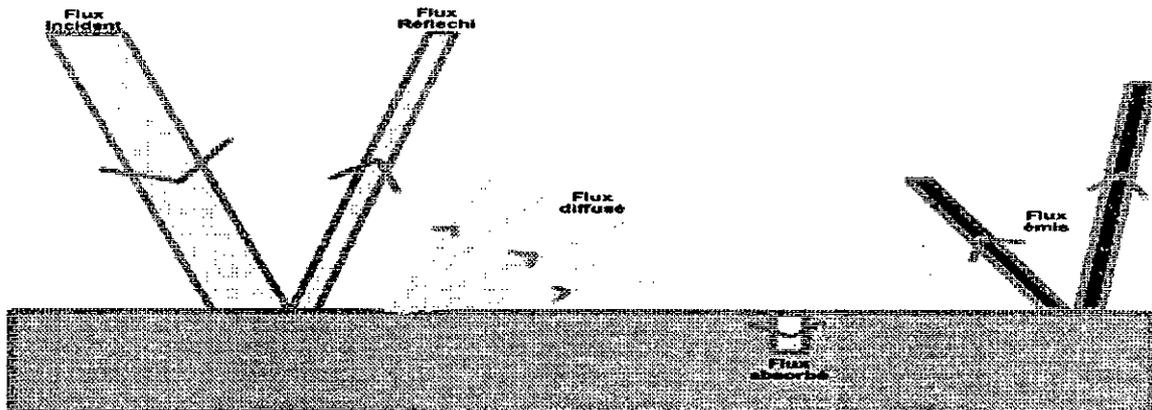


Figure 3-2

**a- Émission :**

Un corps porté à une certaine température convertit son énergie interne (énergie microscopique) en rayonnement thermique. Une unité de surface d'un corps émet durant une unité de temps une quantité d'énergie appelée flux d'émission.

□ *Emissivité des principaux matériaux :*

Dans la pratique, on a à faire à des corps non noirs d'où une surface  $s_2$  quelconque ne peut absorber ou rayonner qu'une fraction  $\epsilon$  du rayonnement absorbé ou rayonné par un corps noir à la même température  $T_2$ . La quantité de chaleur absorbée est :

$$Q = \zeta \cdot Q_n = \zeta \cdot 4,96 \cdot s_2 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad kcal/h$$

l'émissivité  $\epsilon$  d'un matériau n'est autre que la fraction que peut absorber ce corps lorsqu'il reçoit un rayonnement noir.

**b- Absorption :**

Il s'agit de l'opération inverse. Quand une surface reçoit un flux d'énergie, la fraction transformée en énergie interne est appelée flux absorbé.

**c- Réflexion et diffusion :**

Au lieu d'être absorbé, le rayonnement incident sur une paroi peut être directement renvoyé par la paroi. Dans ces conditions on distingue 2 cas : Le renvoi obéit aux lois de l'optique géométrique (un angle d'incidence, un angle de réflexion). Il s'agit alors de réflexion.

Le renvoi se fait dans toutes les directions (même si l'on a une seule direction incidente). On parle alors de diffusion. On note que l'onde diffusée ou émise à la même fréquence que l'onde incidente.

#### d- Transparence et opacité :

Un milieu peut transmettre intégralement l'onde incidente, il est alors appelé milieu transparent. Le vide est un exemple de milieu transparent. En première approximation, le verre est aussi un milieu transparent pour des longueurs d'ondes dans le domaine du visible. Inversement, un corps ne transmettant aucune partie du rayonnement incident est dit corps opaque.

#### e- Le corps noir :

L'émetteur " idéal " qui rayonnerait un maximum d'énergie à chaque température et pour chaque longueur d'onde est appelé **corps noir**. Le corps noir est par définition un corps absorbant intégralement les radiations qu'il reçoit. Dans ces conditions, le flux réfléchi est nul et le flux partant est seulement constitué du flux émis.

### 3.3. Bilan énergétique relatif à un rayonnement incident :

Considérons un corps qui reçoit de l'énergie  $\Phi_i$  l'expérience montre que d'une façon générale, sur cette quantité d'énergie reçue par un élément donné de la surface :

- Une partie  $\Phi_r$  est réfléchie ou diffusée dans toutes les directions.
- Une partie  $\Phi_a$  est absorbée par le corps.
- Une partie  $\Phi_t$  traverse le corps : c'est l'énergie transmise.

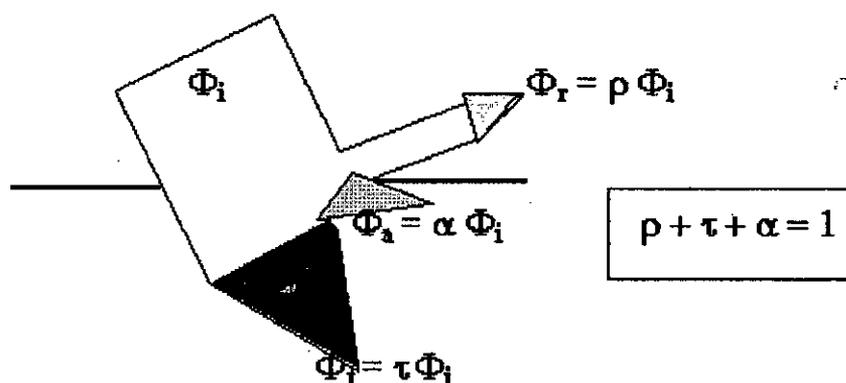


Figure 3-3

- $\alpha$  : Facteur d'absorption : la fraction du rayonnement incident absorbé par le corps
- $\rho$  : Facteur de réflexion : la fraction du rayonnement incident réfléchi par la surface du corps
- $\tau$  : Facteur de transmission : la fraction du rayonnement incident transmise à travers le corps

La majorité des matériaux solides, utilisés dans la pratique, absorbent pratiquement tout le rayonnement sur une couche de surface très fine, moins de 1,25 mm d'épaisseur.

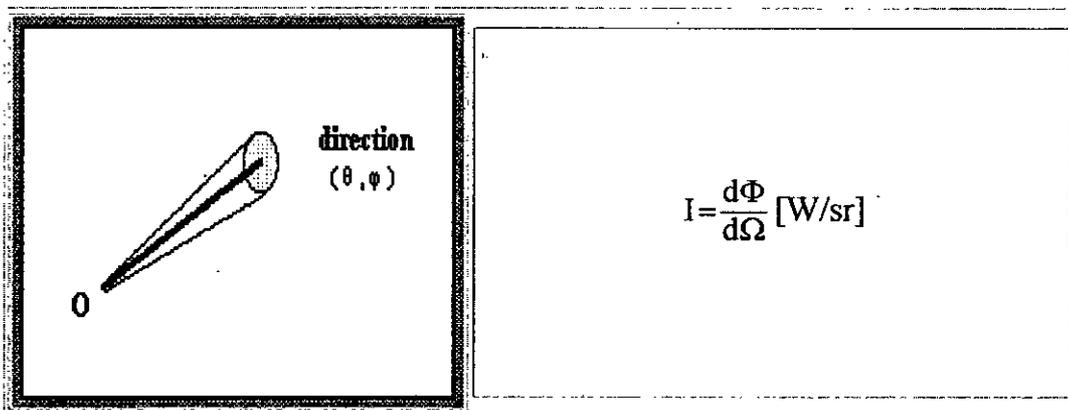
Les corps qui ne transmettent pas le rayonnement sont appelés opaques et pour ceux-ci l'équation se réduit à :

$$\alpha + \rho = 1$$

### 3.4. Grandeurs énergétiques associées au rayonnement :

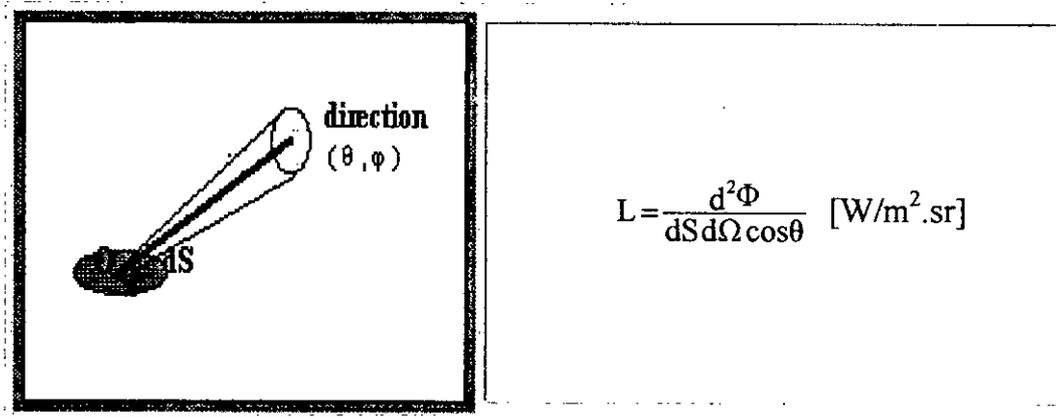
#### 6.4.1. Intensité $I$ :

Si  $d\Phi$  est la portion du flux rayonné dans la direction  $(\theta, \varphi)$ , dans un angle solide élémentaire  $d\Omega$  [stéradian].



### 6.4.2. Luminance L :

On définit la luminance  $L$  d'une source d'aire  $dS$ , dans la direction  $(\theta, \varphi)$  comme l'intensité de la source dans cete direction,  $I$ , divisée par l'aire apparente  $dS'$  de cette source dans la même direction (surface projetée) :  $L = I/dS'$  avec  $dS' = dS \cos\theta$



La luminance apparaît donc également comme la puissance rayonnée par unité d'angle solide et par unité de surface projetée.

Cette notion permet de comparer la puissance rayonnée dans une direction donnée par des sources d'étendues différentes ou d'orientations différentes par rapport à cette direction, ainsi que les puissances rayonnées par une même source dans différentes directions.

Lorsque  $L$  est indépendante de la direction d'émission  $(\theta, \varphi)$ , la luminance satisfait à la loi de Lambert ; on obtient alors, après intégration sur les directions  $(\theta, \varphi)$  de l'espace d'émission,  $M = \pi L$  ( $M$  et  $L$  émittance et luminance totales).

### 6.4.3. Emittance :

Une unité de surface d'un corps émet durant une unité de temps une quantité d'énergie appelée flux d'émission. C'est le flux total émis par unité de surface de la source.

$$M = \frac{d\Phi}{dS} \text{ [W/m}^2\text{]}$$

Cette grandeur permet de comparer par exemple les puissances émises par des sources d'étendues différentes.

### 3.5. Lois fondamentales du rayonnement :

#### 3.5.1. Loi de Planck :

La loi de Planck donne la répartition suivant la longueur d'onde du flux émis d'un corps noir à la température T.

Elle s'obtient en établissant une relation entre la densité volumique d'énergie électromagnétique du champ rayonné et le flux partant ou incident.

La luminance monochromatique s'exprime sous la forme :

$$L_{\lambda}^{\circ} = \frac{2hc^2 \lambda^{-5}}{\exp\left[\frac{hc}{k\lambda T}\right] - 1}$$

où :

$\lambda$  : longueur d'onde

$h = 6.6255 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$  est la constante de Planck

$c = 2.996 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide

$k = 1.3805 \cdot 10^{-23}$  la constante de Boltzmann.

La luminance monochromatique du corps noir obéit à la loi de Lambert :

$$M_{\lambda}^{\circ} = \pi L_{\lambda}^{\circ}$$

$M_{\lambda}^{\circ}$  est l'émittance monochromatique du corps noir, c'est à dire la puissance émise, dans toutes les directions d'émission, par  $\text{m}^2$  de surface qui émet, et par unité de longueur au voisinage de la longueur d'onde  $\lambda$  :

$$M_{\lambda}^{\circ} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left[\frac{C_2}{\lambda T}\right] - 1}$$

$$C_1 = 2\pi h c^2$$

$$C_2 = \frac{hc}{k}$$

- $M_\lambda^0$  s'exprime en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$
- $C_1$  et  $C_2$  constantes :  $C_1 = 3,74 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2$  ;  $C_2 = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{K}$  ;
- $\lambda$  longueur d'onde (m) ; T température absolue (K).

□ Remarque :

La figure ci-après donne une représentation de la loi de Planck. A chaque température correspond une courbe ayant un maximum situé à une valeur  $\lambda_m$  de la longueur d'onde variable avec T. La courbe relative à une température  $T_1$  est toujours située au-dessus de celle correspondant à une température  $T_2$  inférieure à  $T_1$ .

Loi de PLANCK :  
distribution spectrale de l'émission du corps noir en fonction de la température absolue.

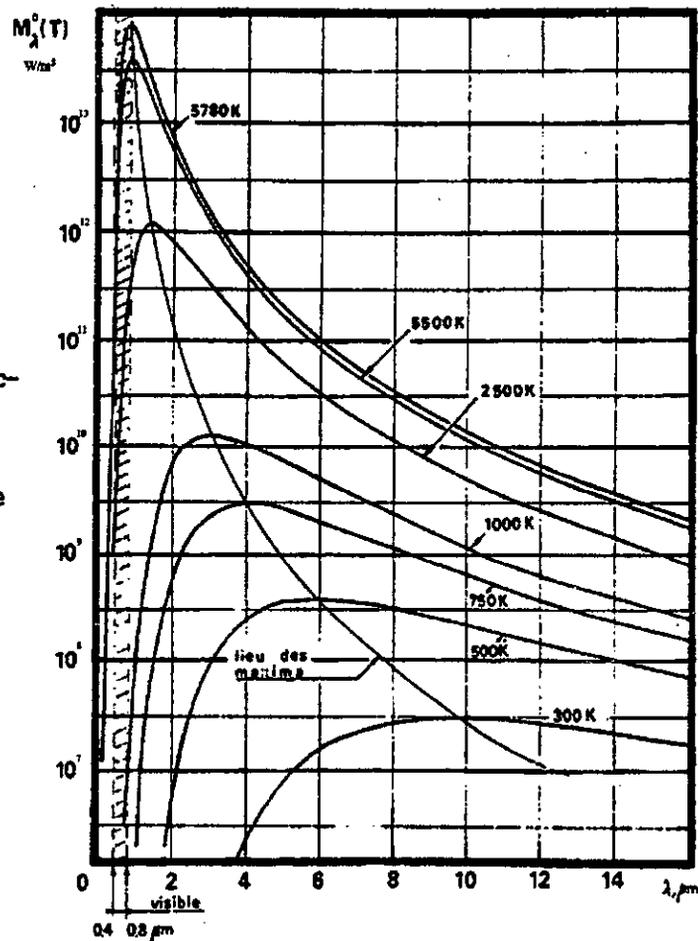


Figure 3.4

La croissance avec la longueur d'onde est beaucoup plus rapide que la décroissance.

Les différents spectres **ne se recoupent pas**, chacun d'eux est **caractéristique de la température** (intensité et forme). Il suffit donc de connaître la valeur de  $M_{\lambda,T}^0$  pour une longueur d'onde  $\lambda$ , pour en déduire T.

Ces propriétés sont utilisées pour la détermination de la température (pyromètres monochromatique et à deux couleurs).

### 3.5.2. Approximations de la loi de Planck : lois de Wien

La formule de Planck peut être approchée par :

$$M_{\lambda m}^0 = 2\pi h c^2 \lambda^{-5} \exp\left[-\frac{hc}{k\lambda T}\right]$$

dite **formule de Wien** si  $\lambda T \ll 14000 \mu m$

1<sup>ère</sup> loi de Wien :  $\lambda_m T = 2898 \mu m$

2<sup>ème</sup> loi de Wien :  $M_{\lambda m}^0 = 1.287 \cdot 10^{-5} T^5 W.m^{-3}$

#### □ Remarques :

Le déplacement de  $\lambda_m$  vers les courtes longueurs d'onde, lorsque T croît, explique le fait que, pendant son échauffement, un corps n'émet d'abord que dans l'infrarouge (radiations non-visibles), puis commence à rougir avant de blanchir ("chauffé au rouge" ou "chauffé à blanc").

Il n'y a pratiquement pas de recouvrement entre la partie utile du spectre du rayonnement solaire ( $T \approx 5780 \text{ K}$ ) et celui d'un corps de température peu supérieure à l'ambiante ; cette propriété est exploitée dans des applications de type serres, vérandas, capteurs solaires,

### 3.5.3. Loi de Stefan-Boltzmann :

La luminance totale est obtenue par intégration à toutes les longueurs d'ondes de la luminance monochromatique, soit :

$$L_{\lambda}^0 = \int_0^{\infty} \frac{2hc^2 \lambda^{-5}}{\exp\left[\frac{hc}{k\lambda T}\right] - 1} d\lambda = \frac{\sigma}{\pi} T^4$$

L'émittance totale étant égale à  $M^0 = \sigma T^4$ . Ces relations constituent la loi de Stefan-Boltzmann.

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W. m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4} \text{ est la constante de Stefan-Boltzmann}$$

La formule de Stefan est d'une importance capitale et rappelle que les flux incidents et partants ne sont fonction que de la température. On note la forte dépendance en T puisqu'il s'agit d'une puissance quatrième. Alors que la Température du Soleil n'est que 20 fois plus élevée que celle de la terre, son flux partant est 160000 fois plus élevé.

La loi de Stefan-Boltzmann peut être trouvée par des considérations de Thermodynamique classique. L'accord entre résultats théorique et expérimental est excellent puisqu'expérimentalement on s'accorde sur  $\sigma = 5.72 \cdot 10^{-8} \text{ W. m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ .

### 3.5.4. Loi de Lambert :

L'énergie émise par une surface a des intensités différentes dans les directions différentes.

Selon la loi en cosinus de Lambert, l'énergie rayonnante, émise par l'élément de surface  $dS_1$ , vers la direction de l'élément  $dS_2$ , est proportionnelle au produit de l'énergie émise vers la normale  $dS_2$ , par la grandeur de l'angle sphérique  $d\omega$  et par le cos  $\beta$  :

$$d^2\Phi_{\beta} = d\Phi_N \cdot d\omega \cdot \cos\beta \quad [\text{W}]$$

C à d, le maximum de l'énergie rayonnante a lieu sur le normal vers l'élément émissif et pour  $\beta = 90^\circ$ , elle devient nulle.

La loi de Lambert n'est strictement valable que pour les corps noirs et à rayonnement diffusé, pour  $\beta \in [0, 60^\circ]$ . Cette loi n'est pas applicable pour les surfaces doucies.

### 3.5.5. Les corps non noirs (CNN) :

□ **Emissivité :**

Par définition : 
$$\frac{L_\lambda}{L_{\lambda,T}^0} = \varepsilon_\lambda$$

$\varepsilon_\lambda$  émissivité ou facteur d'émission du CNN

Pour un CNN,  $\varepsilon_\lambda$  dépend :

- de  $\lambda$ .
- de la direction  $(\theta, \varphi)$ .
- de T.
- du corps.

on néglige le plus souvent la dépendance de  $\varepsilon_\lambda$  avec T et la direction  $(\theta, \varphi)$  d'où :

$$\varepsilon(\lambda, \theta, \varphi, T) = \varepsilon_\lambda$$

on distingue alors :

Les "corps gris" (ou "radiants partiels"). Ils satisfont à la Loi de LAMBERT

$$M_{\lambda} = \pi L_{\lambda}$$

Ils sont tels que :  $\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon$  quelle que soit  $\lambda$ .

Les corps transparents :  $\tau = 1$  ; donc  $\varepsilon_{\lambda} \ll 1$ .

□ **Loi de KIRCHHOFF (balance absorption/émission) :**

- Un corps n'émet une radiation  $\lambda$ , à une température T donnée, que s'il est capable de l'absorber à la même température, et si le CN peut l'émettre à la même température.
- On définit l'absorptivité ou pouvoir absorbant :  $\alpha(\lambda, \theta, \varphi, T)$ .
- D'après la Loi de KIRCHHOFF :

$$\alpha_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda} \quad \alpha_{\lambda} < 1$$

$$L_{\lambda, T} = \varepsilon_{\lambda} L_{\lambda, T}^0$$

➤ **La résistance thermique associée au rayonnement :**

- Corps à la température T dans une enceinte à  $T_a$ .
- Le transfert de chaleur total par rayonnement est donné par :

$$P = P_{\text{émis}} - P_{\text{absorbé}} = S \varepsilon \sigma (T^4 - T_a^4)$$

- Lorsque  $(T - T_a) \ll T$  on peut développer P en fonction de  $(T - T_a)$  pour obtenir :

$$P = S \varepsilon \sigma T^3 (T - T_a)$$

- On peut alors, comme pour les deux autres processus de transfert de chaleur, conduction et convection, associer au rayonnement à travers un système (S ; ε ; T), une résistance thermique de valeur égale à :

$$R_{rt} = \Delta T/P = 1/4S\varepsilon\sigma T^3$$

# Chapitre 4

**Transferts lors  
du chauffage et  
de refroidissement  
de la charge**

#### 4.1. Uniformité thermique d'un four : [7]

La rigueur d'un four réside en son aptitude à garantir un chauffage qui fait aboutir aux résultats techniques optimaux pour une pièce traitée. Toutefois certaines industries de pointe exigent des structures d'une haute qualité et avec une grande uniformité, ce qui demande, entre autre, une uniformité thermique lors du chauffage ce qui est du rôle du four, comme pour l'uniformité de refroidissement qui est du rôle du milieu refroidisseur.

##### a- Définition :

L'uniformité thermique comporte trois sens qu'il faut distinguer : uniformité de température dans l'espace, uniformité dans le temps et uniformité dans la charge.

- L'uniformité dans le temps dépend de la régulation de température et peut être définie ainsi : la température dans n'importe quel point du four est constante pendant une période de temps donnée. C'est l'avantage des fours électriques en générale.
- L'uniformité dans l'espace de la température concerne l'égalité dans le four de cette dernière pour une charge donnée. Elle est relativement simple à déterminer et elle est presque la condition essentielle pour obtenir l'uniformité de la température dans la charge.
- L'uniformité thermique dans la charge : celle-ci est toujours relative, du fait qu'en pratique il est toujours impossible d'obtenir un chauffage parfaitement homogène. Une uniformité thermique totale dans la charge n'est atteinte que si trois conditions sont vérifiées : égalité de température dans la pièce à la fin de la période de chauffage, vitesse de chauffage égale dans toutes les parties de la pièces pendant tout le temps, séjour de même durée de toutes les pièces dans les mêmes conditions thermiques.

**b- Mode de chauffage et uniformité thermique :**

Les trois conditions qui viennent d'être citées ne peuvent jamais être totalement remplies sauf par une combinaison du chauffage direct et du chauffage indirect. En effet, le premier assure une alimentation en chaleur de la même manière de toute la masse, du fait que la charge elle-même est source des calories.

Le deuxième empêche les pertes de chaleur par la surface en évitant un gradient de température entre la charge et le milieu qui l'entoure.

**c- Temps de chauffage et uniformité thermique :**

Une pièce de forme donnée réalisée dans un matériau donné dont les dimensions sont connues ne peut être chauffée à une uniformité de température demandée que pendant un temps de chauffage suffisant. Ceci est vrai pour une température du four maintenue constante pendant toute la durée du chauffage.

**d- Vitesse de chauffage et uniformité thermique :**

Pour respecter les trois conditions pour une bonne uniformité thermique, il serait nécessaire de chauffer les pièces le plus lentement possible, mais évidemment la production serait proportionnellement très réduite.

L'exploitation d'un four n'est rentable que si la production est élevée donc que si le chauffage est rapide. Trouver le compromis le plus pratique et le plus économique, c'est là où consiste l'art de la construction des fours et de leur exploitation.

**4.2. Transfert de chaleur dans la charge en chauffage et refroidissement : [8]**

Dans les fours à chauffage indirect, toute la chaleur absorbée par les pièces et pendant tout le temps de chauffage leur parvient par leur surfaces extérieures puis s'écoule à l'intérieur de leur masses par conduction régie par le gradient de température

entre le cœur et la surface de chacune d'elles ( l'inverse se passe pendant le refroidissement ). Il s'agit donc de la variation de la température en régime variable en milieu continu.

Ces conditions pratique que le chauffage indirect peut assurer) ; ne remplissent pas totalement les conditions de chauffage qu'exige une uniformité thermique totale.entre autre, l'égalité de la vitesse de chauffe dans toutes les parties de la même pièce est une condition difficile à remplir. En fait, la détermination des courbes de répartition de température par calcul mathématique pour des formes simples de la charge a permis l'étude de l'uniformité thermique.

### 4.3. Cas du milieu extérieur a température constante :

Ce cas est proche de ce qui se passe dans la charge pendant les paliers a température constante.

#### 4.3.1. Répartition de température en échauffement et refroidissement d'un cylindre de longueur infinie :

l'équation différentielle a laquelle doit satisfaire la fonction représentative de la variation de température dans un cylindre de longueur infinie s'écrit :

$$\frac{dT}{dt} = a \left[ \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \right] \quad \dots\dots\dots (1)$$

avec :  $a = \frac{\lambda}{cp}$

$a$  : diffusivité thermique (on admet qu'elle est indépendante de la température)

$cp$  : chaleur spécifique.

$\lambda$  : conductivité thermique

$T$  : température

$r$  : rayon du cylindre

$t$  : temps

La résolution de cette équation nous donne la fonction représentative de la variation de température dans le cylindre pendant le chauffage ou le refroidissement dans

un milieu extérieur à température constante (qu'il soit milieu de chauffage ou milieu de refroidissement).

pour les conditions aux limites suivantes :

- **Condition de lieu :**

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R} = -2HT \left|_{r=R}$$

avec :  $H = \frac{\alpha}{2\lambda}$  : coefficient relatif de transmission de chaleur.

$\alpha$  : coefficient de transmission de chaleur.

- **Condition de temps :**

$$T = T_0 \quad \text{à} \quad t = 0$$

L'équation différentielle (1) a une solution générale fonction de trois termes indépendants :

$$HD ; \quad \frac{4at}{D} ; \quad \frac{Du}{D}$$

$$ut = \frac{T - T_A}{T_D - T_A} = f \left[ HD, \frac{4at}{d^2}, \frac{Du}{D} \right]$$

avec :

$T_A$  : température du milieu de chauffage

$D$  : diamètre

- Le premier terme ( H.D ) permet de définir l'influence du milieu extérieur sur la répartition de la température dans le rond. Certains auteurs font intervenir. L'inverse de cette variable ( $m = 1/H.D$ ) est appellent « m » la résistance de passage.

- Le second terme «  $4at/D^2$  » définit pour un matériau donné, la variation de température en fonction du temps d'un point de coordonnées définies.  
Cette variation s'appelle habituellement le temps relatif et se note «  $\tau$  » .
  
- Quant à la troisième variable «  $D_v/D$  », elle définit pour une même durée de refroidissement.

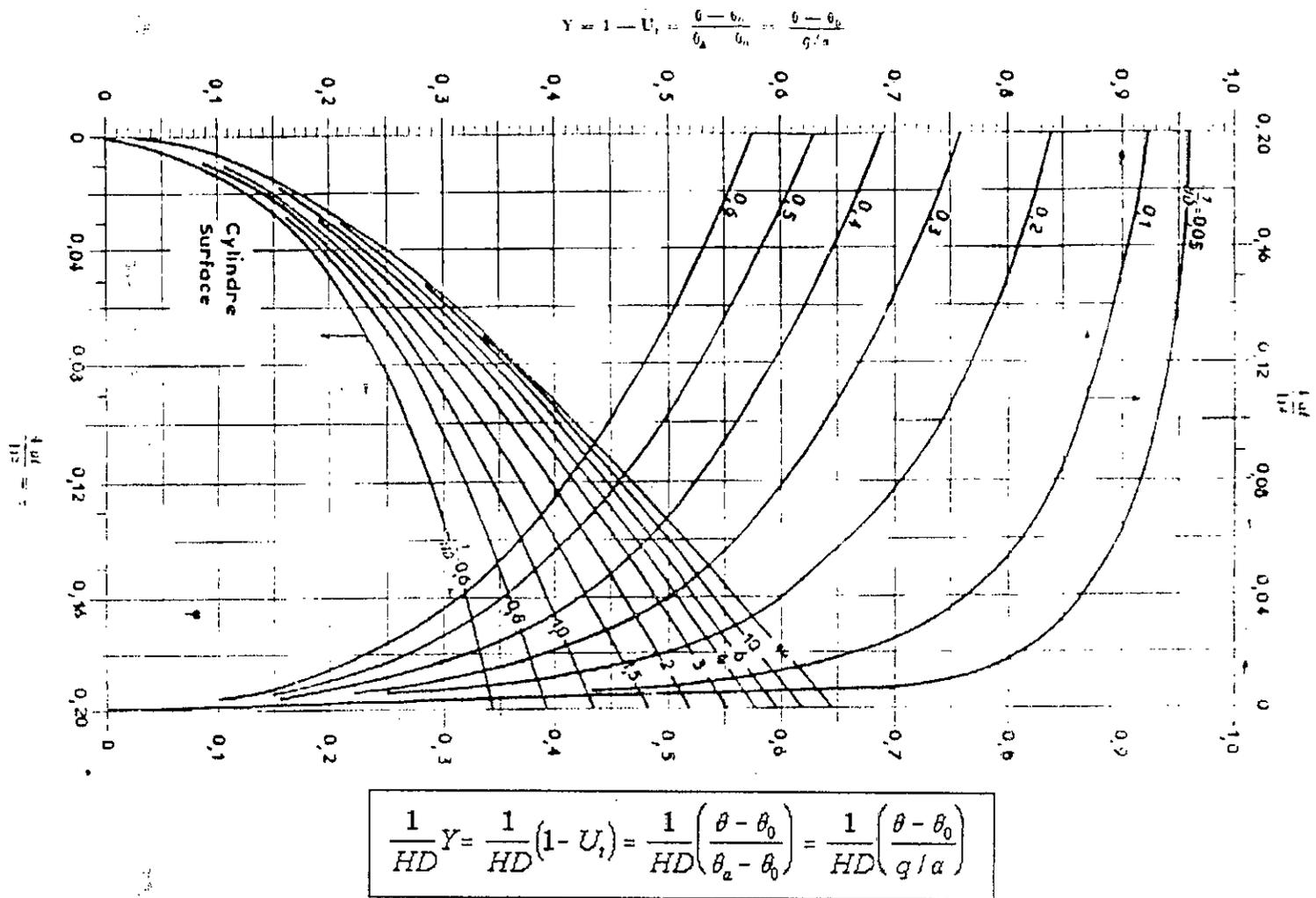


Fig.4.1 : Variation de la température en surface d'une cylindre de longueur infinie graphique valable pour  $\tau \leq 0.20$  d'après Heisler.  
Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

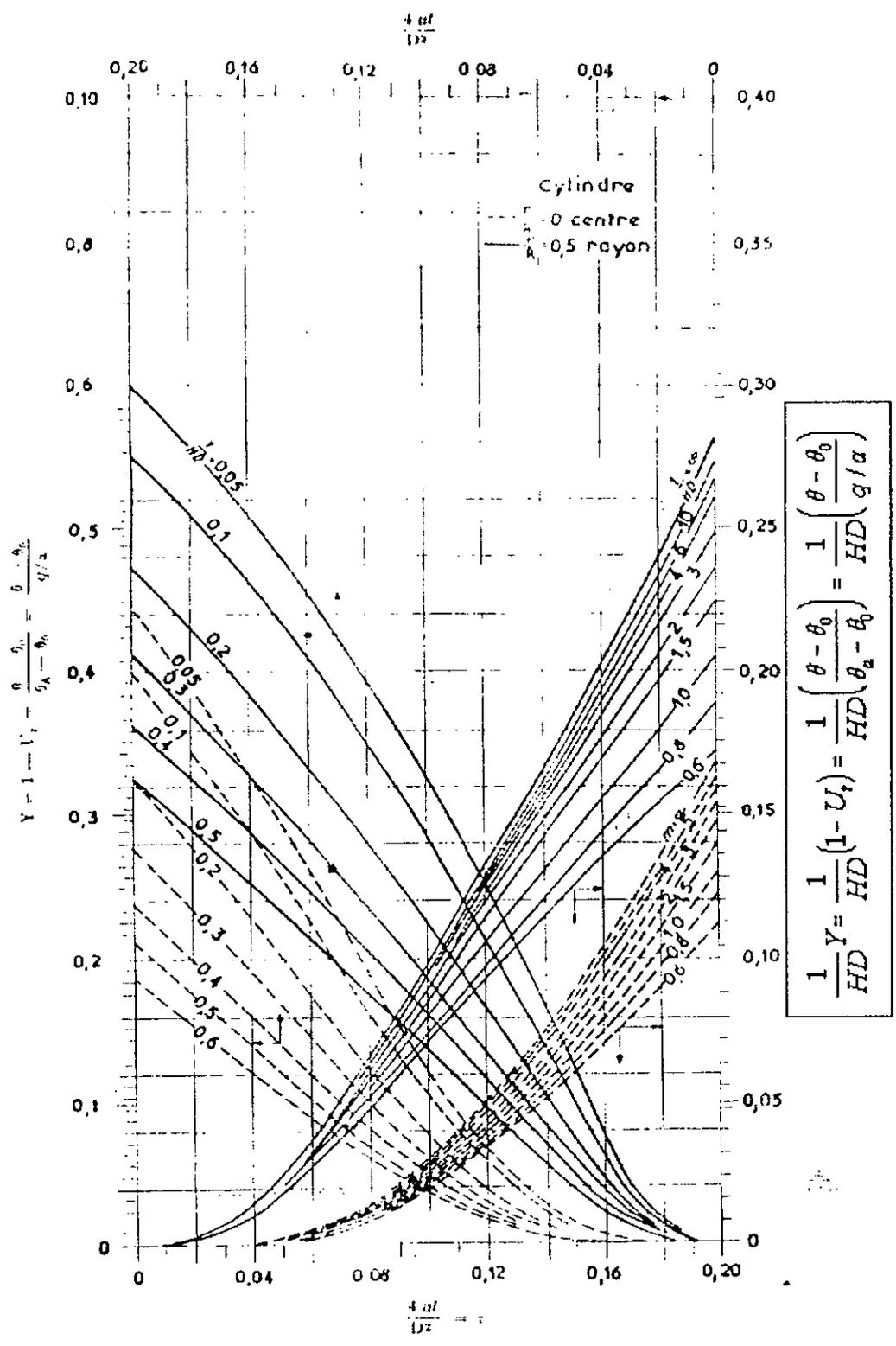


Fig.4.2 : Variation de la température en centre et à demi rayon d'un cylindre de longueur infinie graphique valable pour  $\tau \leq 0.20$  d'après Heisler.  
 Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

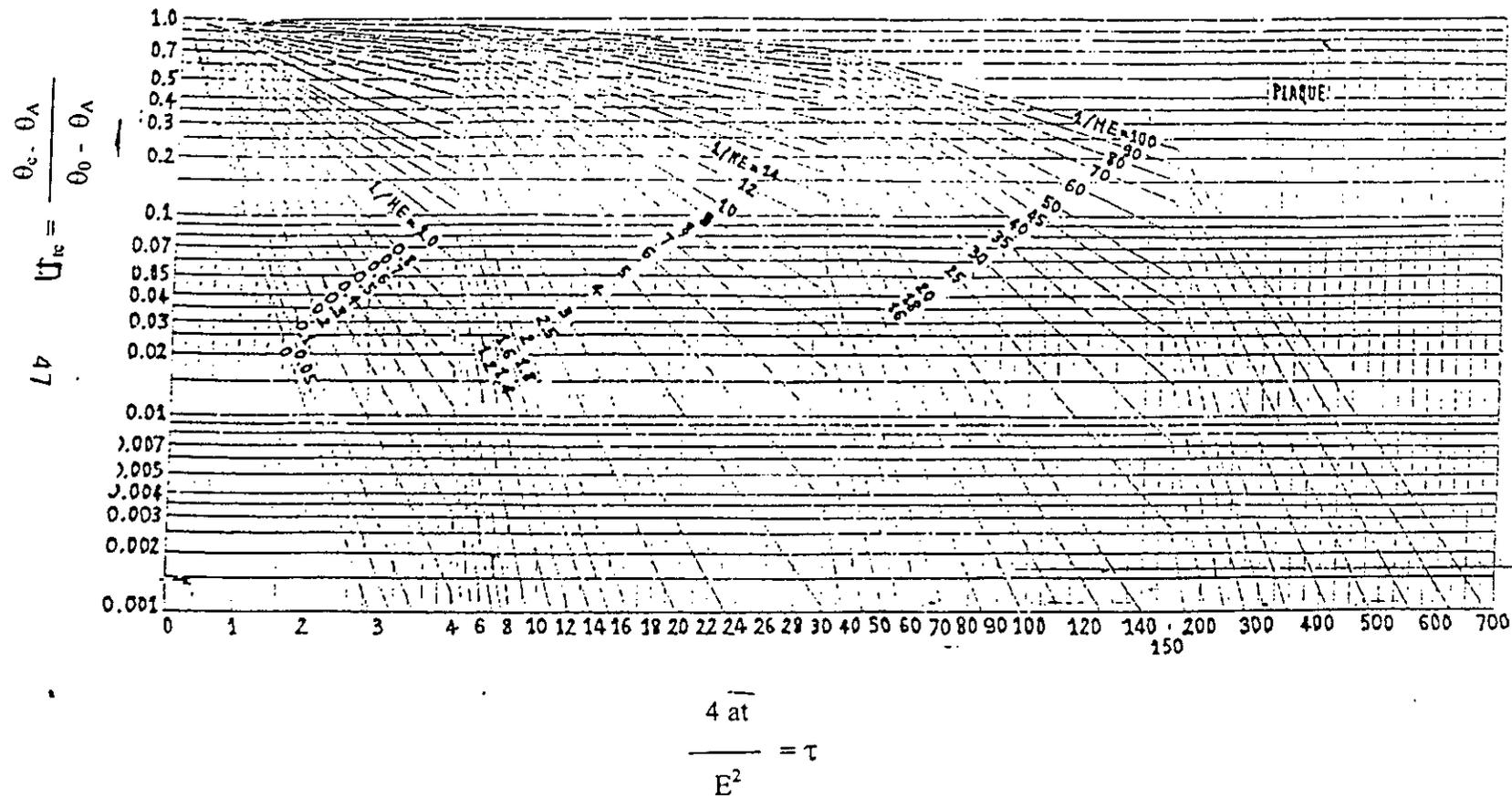


Fig 4.3 : Variation de la température du centre d'un cylindre de longueur infinie  
 Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

(D'après : Heisler)

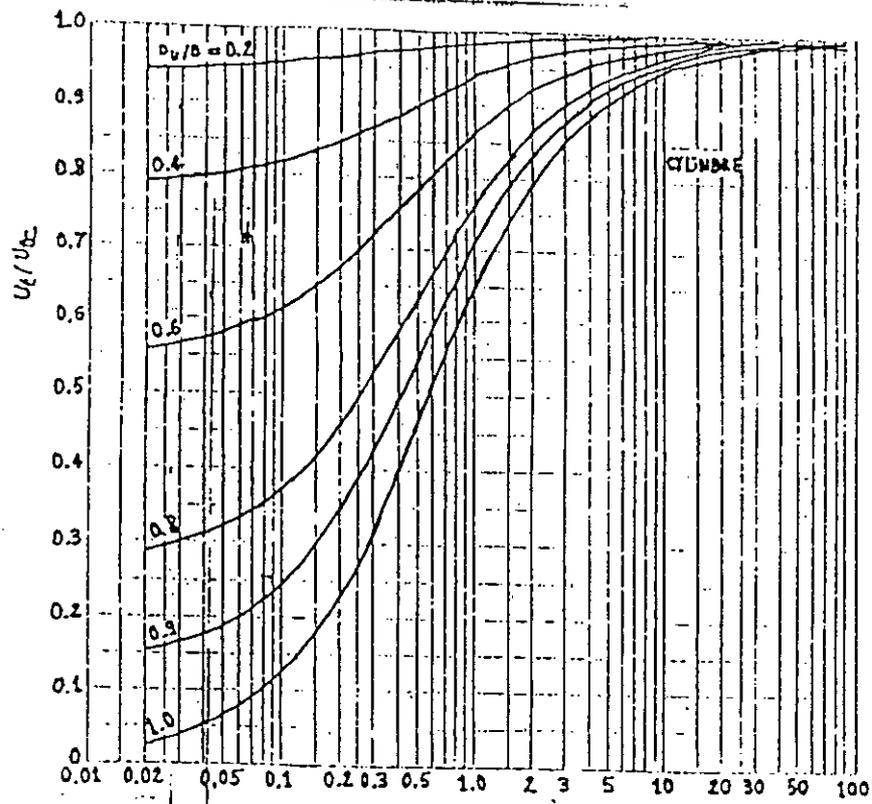
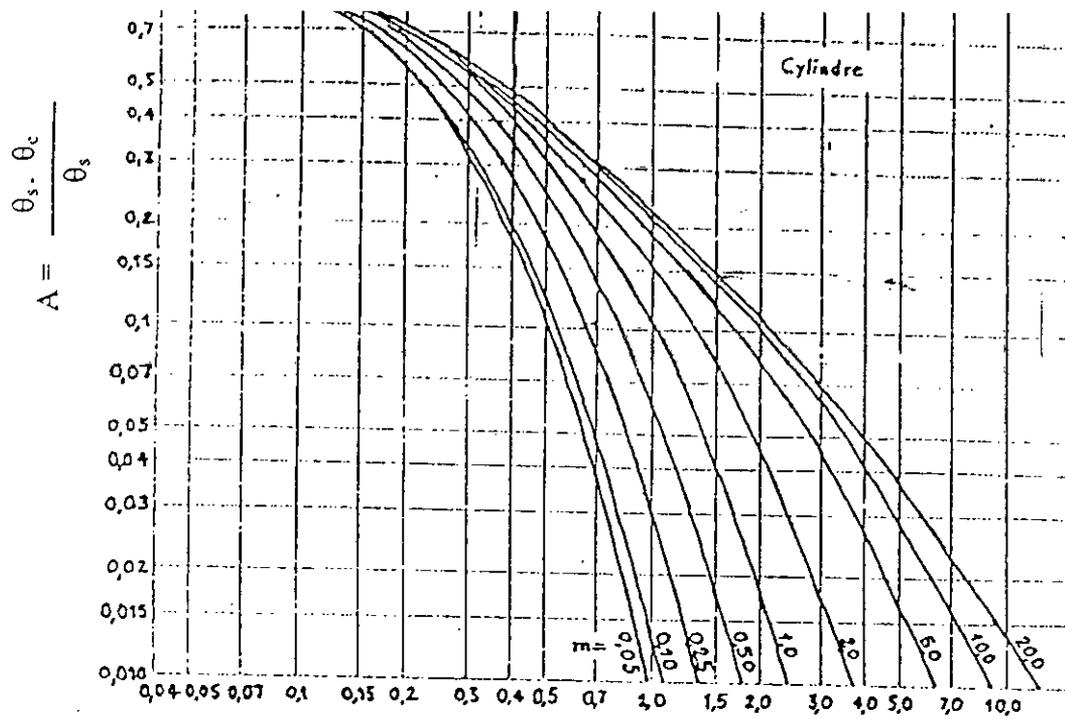


Fig 4.4 : Variation de rapport  $u_t / u_{tc}$  pour un cylindre de longueur infinie  
 Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

(D'après : Heisler)



$$\frac{4at}{D^2} = \tau$$

Fig 4.5 : Valeurs de facteurs d'uniformité A d'un cylindre ( d'après : Paschkis )  
 Reproduit avec l'aimable autorisation de l'A.S.M.E

# Chapitre 5

## Etude des fours

### 5.1. Introduction :

L'étude d'un four du point de vue thermique comporte généralement l'analyse des points suivants :

la production de la chaleur,  
la transmission de cette chaleur,  
l'utilisation de cette chaleur :

- Absorption par la charge.
- Pertes thermiques et rendement du four

### 5.2. Principe de chauffage par arc électrique :

L'arc électrique est la manifestation du passage du courant entre deux électrodes dans un milieu gazeux ionisé (air ou gaz particulier) à la pression atmosphérique ou à une pression différente.

Il permet de mettre en œuvre des puissances très importantes et d'atteindre des températures élevées, pour les fours usuels, sont de l'ordre de 3000 °C.

Deux grandes familles de fours à arc sont généralement distinguées.

- Les fours de fusion à chauffage par arc électrique
- Les fours de réduction à chauffage par arc-résistance.

#### 5.2.1. Caractéristiques du chauffage par arc :

##### a) Formation de l'arc et chute de tension entre électrodes : [4]

L'établissement d'un arc électrique nécessite un amorçage peut être obtenu par une impulsion de courant consécutive au contact des deux électrodes portées à des potentiels différents.

La cathode incandescente émet des électrons qui se déplacent vers l'anode sous l'effet du champ électrique régnant entre les électrodes. Ces électrons rencontrent sur leur passage des molécules de gaz qui, rendues conductrices à la suite d'une ionisation par choc, assurant le passage du courant à l'intérieur de la colonne de gaz. Les ions accélérés par le champ électrique, frappant la cathode et l'échauffent avec une émission électronique.

Plus précisément, l'arc prend naissance sur une petite partie de la cathode appelée « tache cathodique » et se termine sur une petite partie de l'anode appelée « tache anodique » (en courant alternatif, ces taches se déplacent à grande vitesse, à plus de 500 km/h)

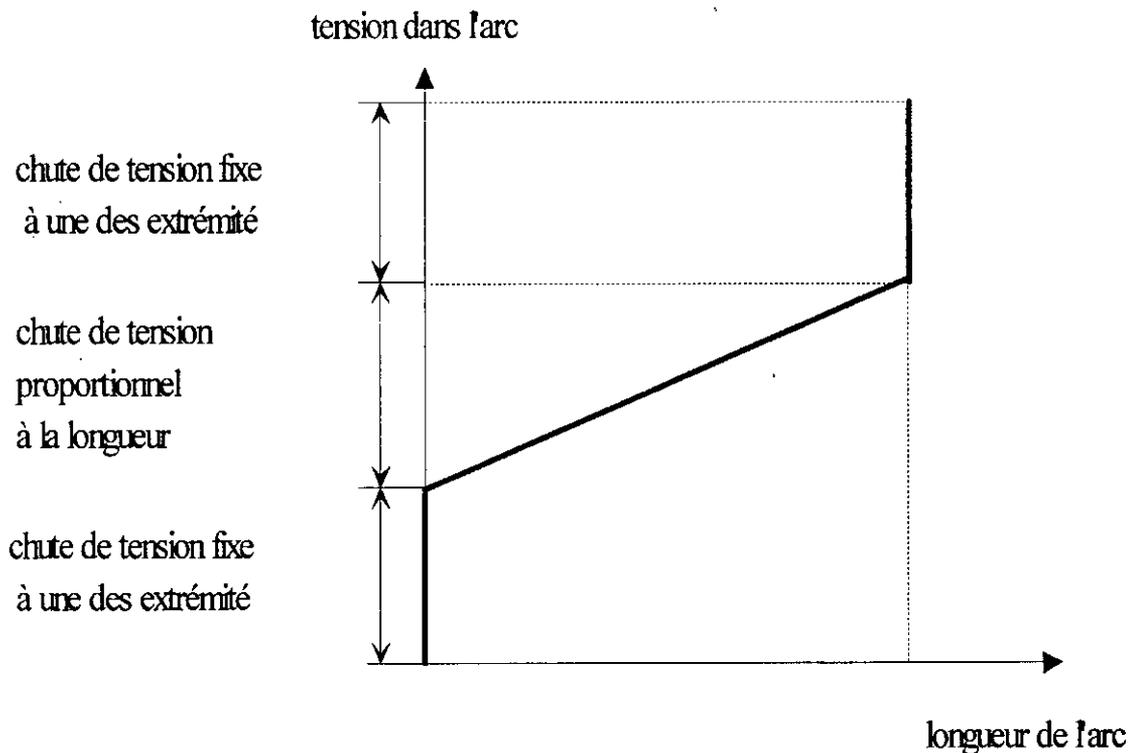


Figure 5.1 –Allure schématique de chute de tension dans un arc électrique.

La chute cathodique, d'environ 10 V, s'étend sur une distance de l'ordre de  $10^{-6}$  m, indépendante de la longueur de l'arc, et crée un champ électrique de  $10^7$  à  $10^8$  V/m. L'amorçage de l'arc se fait par la mise en court-circuit des électrodes. L'échauffement de la cathode qui en résulte diminue le potentiel d'extraction des électrons et facilite l'établissement de l'arc. Une fois l'arc amorcé, les ions bombardant la cathode à vitesse élevée la porte à une température suffisante, comprise entre 3600 et 4000°C, pour

maintenir l'émission des électrons. Le matériau constituant la cathode détermine la valeur du potentiel d'extraction des électrons, donc la chute de tension ; celle-ci est légèrement plus faible pour des électrodes métalliques que pour des électrodes en graphite ou en carbone amorphe. L'utilisation d'un matériau à conductivité thermique limitée permet de réduire les pertes thermiques par conduction dues aux électrodes. La densité de courant varie généralement de  $15 \text{ A/cm}^2$  pour les électrodes de diamètre important à  $40 \text{ A/cm}^2$  pour celles de faible diamètre, mais peut atteindre  $10000 \text{ A/cm}^2$  au niveau de la tache cathodique.

La chute anodique est généralement deux à trois fois plus élevée que la chute cathodique. L'anode est bombardée par des électrons provenant de la colonne d'arc ; Ceux-ci sont en nombre beaucoup plus élevé que les ions ( des centaines de fois plus nombreux ) et possèdent une vitesse beaucoup plus importante. La température de l'anode peut alors atteindre une température comprise entre  $4000$  et  $45000^\circ\text{C}$ , ce qui provoque une émission secondaire sur l'anode. Ces électrons sont responsables de la chute de tension anodique.

La chute de tension dans la colonne gazeuse dépend de la longueur de l'arc et du milieu de travail ( température et pression à l'intérieur du four, nature de la charge...). Dans la colonne d'arc, le gaz est ionisé, mais les charges positives équilibrent pratiquement les charges négatives, ce qui rend l'ensemble globalement neutre. Un tel état gazeux est appelé « Plasma » et dans ce cas « plasma d'arc » ( le chauffage par arc est en fait un cas particulier du chauffage par plasma décrit au chapitre suivant ).

Les électrons, en raison de leur grande mobilité, sont les principaux responsables de la conductibilité électrique et les ions positifs compensent la charge des électrons. En raison des collisions internes dans la colonne gazeuse, les températures d'arc peuvent atteindre  $6000^\circ\text{C}$ . Cette valeur ne constitue en fait qu'une moyenne et la température peut s'élever jusqu'à  $15000^\circ\text{C}$  environ dans la zone centrale de la colonne d'arc.

#### **b) L'arc en courant continu :**

La section transversale de l'arc augmente avec l'intensité du courant et sa résistance diminue.

La diminution de résistance est supérieure à l'augmentation du courant, de sorte que la chute de tension diminue à longueur d'arc constante. Aux intensités usuelles dans ces fours, les arcs ont donc une caractéristique statique courant-tension décroissante.

**i. Zone des arcs silencieux :**

Dans la zone des arcs silencieux, la chute de tension aux bornes de l'arc s'exprime par la formule d'Ayrton :

$$U_0 = a + bl + \frac{c + dl}{I}$$

$U_0$ , tension en volts ;

$I$  : intensité en ampères ;

$L$  : longueur d'arc en millimètres ;

$A, b, c, d$ , constantes.

Les constantes,  $b, c, d$ , dépendent essentiellement de la nature des électrodes, de leurs dimensions, et du milieu dans lequel se trouve l'arc (pour un arc en courant continu éclatant entre deux électrodes graphite,  $a, b, c, d$  valent par exemple 39,2, 12 et 20 ). L'intensité  $I$  s'exprime alors par :

$$I = \frac{c + dl}{U_0 - a - bl}$$

Le courant  $I$  décroît quand la tension  $U_0$  augmente, ce qui assure une certaine autorégulation de la puissance  $U_0 I$  dissipée dans l'arc. Cette autorégulation est toutefois insuffisante pour assurer une marche convenable du four. Pour assurer la stabilité de l'arc et le réglage, il faut placer dans le circuit du four une résistance en série.

**ii. Zone des arcs sifflants :**

Les arcs sifflants correspondent à des fortes intensités. Les courbes de la figure 3 montrent que pour une tension donnée  $U_0$ , l'intensité est indéterminée ( dans cette zone, la tension pour un arc à courant continu, est de la forme  $U_0 = a' + b' I$ ,  $a'$  et  $b'$  constantes ).

Il est donc indispensable de réguler cette intensité.

**c) L'arc en courant alternatif :**

Les arcs peuvent être alimentés en courant continu ou alternatif. Dans un arc à courant continu, l'usure des deux électrodes est inégale puisque la température de l'anode est nettement supérieure à celle de la cathode. Cette dissymétrie, mais surtout l'existence de réseaux de distribution électrique en courant alternatif et les pertes d'énergie dans les résistances de réglage, conduisent à préférer les arcs alimentés de cette façon.

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R_v + R_a)^2 + (X_v + X_a)^2}}$$

$U$  : tension d'alimentation (à la sortie du transformateur) ;

$R_a$  : résistance de l'arc ;

$R_u$  : réactance de l'arc ;

$X_a$  : somme des réactances de l'installation, arc excepté ( réactance de la bobine de réglage, des conducteurs d'alimentation, du transformateur... ) ;

$R$  : résistance totale égale à  $R_u + R_a$ .

$X$  : réactance totale égale à  $X_u + X_a$ .

Les valeurs  $R_u$  et  $X_u$  dépendent du mode de construction du four.  $R_a$  peut varier entre zéro ( électrode en court circuit, en contact avec le bain de métal fondu par exemple ) et l'infini ( lorsque l'arc est éteint ).

**- Puissance de l'arc :**

La puissance active dissipe dans l'arc est égale à  $R_a I^2$ , soit :

$$P_a = \frac{R_a U^2}{(R_v + R_a)^2 + X^2}$$

- **Rendement :**

La puissance totale absorbée par l'installation est égal à :

$$P_a = (R_v + R_a)^2 I^2 \frac{(R_a + R_v) U^2}{(R_v + R_a)^2 + X^2}$$

La puissance utile  $P_u$  avec  $P_u = P_a - P_c$ . le rendement est égal à  $P_u/P$ , soit :

$$\eta = \frac{P - R_v I^2 + P_c}{P}$$

Ce rendement est généralement élevé, souvent compris entre 70 et 80 %. Les pertes thermiques  $P_c$  sont relativement faibles et le rendement est généralement voisin du rendement défini par le rapport  $P_a/P$  qui est égal à  $R_a/(R_v + R_a)$ .

Le rendement global dépend toutefois des conditions de marche du four. Des valeurs mesurées de la consommation spécifique sont indiquées dans les paragraphes concernant les différentes applications.

- **Facteur de puissance :**

Le facteur de puissance  $\cos\varphi$  est égal à  $p/UI$ , soit :

$$\cos\varphi = \frac{R_v + R_a}{(R_v + R_a)^2 + X^2}$$

Le facteur de puissance varie avec le point de fonctionnement du four et en cas de court-circuit, tombe à une valeur très faible, comprise entre 0,1 et 0,2. le point de fonctionnement variant pendant l'exploitation du four, il est donc difficile de définir un facteur de puissance de l'installation, si ce n'est un facteur de puissance moyen pendant le cycle de fonctionnement.

**d) Transmission de chaleur dans un four à arc :**

Le mécanisme de transmission de la chaleur à la charge dépend essentiellement du type de four à arcs. Les quelques indications qui suivent concernent essentiellement les fours à arcs Héroult destinés à l'élaboration d'acier.

Dans ces fours, le mécanisme de la transmission de la chaleur au bain est très lié à celui de formation de l'arc indiqué précédemment. L'arc en particulier se déplace pendant chaque demi-période du courant sur la surface des électrodes avec une vitesse élevée, de l'ordre de 500 Km/h en moyenne, mais pouvant dépasser 1000 Km/h. Dans ces conditions, la transmission de chaleur au bain se fait de la façon suivant :

- Le point chaud de l'électrode rayonne sur le bain et la charge.
- La colonne de plasma transmet de l'énergie par rayonnement et convection à la charge, au bain et, parfois, au garnissage ; Lorsque l'intensité du courant est maximale, la colonne est inclinée et rayonne vers le centre du four, ce qui améliore le transfert thermique.
- Le point bas de la colonne de plasma transmet de la chaleur directement au bain à son contact.

Malgré la température très élevée de l'arc, le principal mécanisme de transmission de la chaleur à la charge n'est pas le rayonnement, mais la convection qui intervient pour 50 à 60 % du total de l'énergie transmise en raison des jets de gaz à haute température projetés à des vitesses très importantes contre la charge.

Les mouvements de l'arc évitent de plus les surchauffes locales et répartissent la chaleur. L'intérêt du four à arcs sur charge est étroitement lié au mode de transmission de la chaleur qui le caractérise ; le laitier placé au-dessus du bain est chauffée avant le métal et porté à plus haute température, ce qui le rend très réactif et permet de réaliser des opérations métallurgiques ( affinage, déphosphoration, désulfuration....)

La transmission de chaleur peut se faire façon différente dans d'autres types de fours à arcs ( par rayonnement dans le four à arc rayonnant, par effet joule et conduction thermique dans le four à arcs submergés....).

### 5.2.2. Calcule de la puissance du four :

L'énergie émise par les corps de chauffe sert à :

- Elever la température de la charge à la température requise.
- Chauffer les matériaux constituant l'enceinte.
- Compenser les déperditions thermiques du four.

#### ➤ Energie absorbée par la charge :

elle est donnée par l'expression suivant :

$$Q_1 = m \bar{c} (T_2 - T_1)$$

$\bar{c}$  : chaleur spécifique moyenne entre  $T_1$  et  $T_2$

$T_1, T_2$  : température initiale et final des corps a chauffer (en degrés Celsius).

Il ne faut pas oublier d'additionner à la chaleur latente d'un éventuel changement d'état pendant l'échauffement.

#### ➤ Energie perdue dans les parois :

Parfaite qu'elle soit, l'isolation thermique d'un four, il y a toujours une faible quantité de chaleur qui se perde par les parois. Le calcul de ces pertes se fait en utilisant les lois usuelles de la transmission de chaleur.

#### a- Les pertes en service continue :

L'équation est l'équation de la conduction :

$$\Phi = \frac{\lambda}{e} (T_{int} - T_{ext}) \text{ Kcal/m}^2\text{h}$$

avec :

$T_{int}$  : température de la face interne de la paroi [°C]

$T_{ext}$  : température de la face externe de la paroi [°C]

$\lambda$  : conductivité thermique [W/m.K]

$e$  : épaisseur [m]

Généralement l'équation caractérisant la transmission de la chaleur entre le milieu ambiant et la paroi :

$$\Phi = \alpha (T_{ext} - T_a)$$

avec :

$T_a$  : température ambiante.

la combinaison donne :

$$\Phi = \frac{T_{int} - T_a}{\frac{e}{\lambda} + \frac{1}{\alpha}} \text{ Kcal/m}^2\text{h}$$

On pose :  $B = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\alpha e}}$  d'où :

$$\Phi = \frac{T_{int} - T_a}{\frac{e}{\lambda}} \cdot B$$

Cette équation est la formule fondamentale de calcul des pertes par les parois.

### b- Les pertes en service intermittent :

Les pertes par les parois sont beaucoup plus difficiles à évaluer.

Elles doivent être évaluées comme pertes par les parois :

- La chaleur emmagasinée dans celles-ci, du fait qu'on ne peut pas la négliger en service intermittent
- La chaleur dissipée pendant la durée de chauffage. Il s'agit des pertes par absorption et des pertes extérieures.

Pour éviter de répéter à chaque fois des calculs complexes, on a déterminé et classé les pertes par les parois pour conditions habituelles de constitution et d'exploitation. En effet, les deux catégories des pertes seront rapportées à l'étalon que constituant les pertes en régime permanent.

Pour les pertes par observation, la quantité de chaleur contenue dans les parois pendant le régime stationnaire, représentent la chaleur dans le cas du régime intermittent.

La chaleur emmagasinée en régime permanent pour une paroi composée de deux matériaux caractérisés par les chaleurs spécifiques  $c_1$  et  $c_2$  et les masses volumiques  $mv_1$  et  $mv_2$  et si la température d'interface entre les deux couches est  $T_1$ , est :

$$X_p = e_1 \cdot mv_1 \cdot c_1 \left( \frac{T_i + T_1}{2} - T_2 \right) + e_2 \cdot mv_2 \cdot c_2 \left( \frac{T_1 + T_{ex}}{2} - T_2 \right) \text{ Kcal/m}^2$$

➤ **puissance à installer :**

On a deux relations suivant qu'on travaille en régime intermittent ou en régime Continu.

$$W = \frac{Q_1 + Q_2}{t} + aD$$

Pour le régime intermittent.

avec :

$Q_1$  : Chaleur absorbée par la charge

$Q_2$  : Chaleur accumulée par la charge

$D$  : Pertes thermiques à la température finale du four

a : Coefficient tenant compte de la valeur moyenne des pertes pendant l'élévation de température. a est généralement comprise entre 0,6 et 0,8.

$$W = P_1 + D \quad \text{Pour le régime continu.}$$

W : puissance à installer

$P_1$  : énergie absorbée par la production horaire

D : déperdition thermique

On pratique la puissance à installer est :

$$W_P = W \pm (0,1 \text{ à } 0,3) W$$

Elle prend les valeurs supérieures à w lorsque les conditions d'exploitation exigent une réserve de puissance. En revanche, elle prend les valeurs inférieures quand le refroidissement entre deux cycles est limité.

Seule une analyse approfondie des conditions d'exploitation permet de faire le choix final de la puissance à installer.

### 5.3. Rendement du four :

#### ➤ Rendement électrique $\eta_1$ :

$Q_T$  : énergie électrique transformée en énergie thermique

$$\eta_1 = \frac{Q_T}{Q_f}$$

$Q_f$  : énergie électrique fournie au four

généralement  $\eta_1 \approx 95\%$  dans les fours industriels

#### ➤ Rendement thermique $\eta_2$ :

$$\eta_2 = \frac{Q_1}{Q_T}$$

$Q_1$  : énergie absorbée sous forme de chaleur

par la charge

➤ Rendement pratique  $\eta_p$  :

$$\eta_p = \int_0^t \eta_1(t) \eta_2(t) dt$$

C'est la valeur moyenne du rendement électrothermique sur long période.

# Partie 2

## Partie numérique

# Chapitre 6

## Détermination des paramètres du modèle

### 6.1. Transmission de chaleur par conduction :

Puisque la température est constante à travers la paroi métallique et les flux sont négligeables, la transmission de chaleur par conduction se passe uniquement à travers le revêtement réfractaire.

➤ transmission de chaleur par conduction à travers le cylindre :

Soit un cylindre creux de rayons  $r_1$  et  $r_2$  et d'un axe indéfini pour éliminer toute fuite latérale de chaleur le matériau homogène a une conductivité  $\lambda$ .

La température  $T_1$  maintenue constante et uniforme sur la surface intérieure et la température  $T_2$  est constante et uniforme sur la surface extérieure.

La chaleur se propageant à partir de la surface intérieure et suivant le rayon, les surfaces isothermes ne sont que des cylindres coaxiaux au cylindre matériel donné.

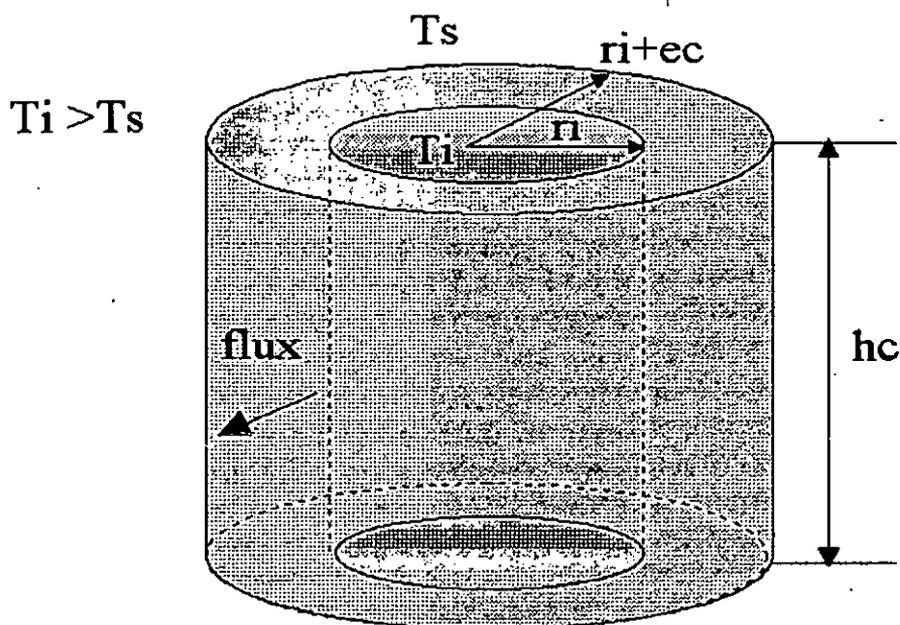


Figure 6.1 - Cylindre creux à surfaces latérales isothermes.

Puisqu'un cylindre creux de très grande longueur par rapport aux rayons intérieur  $r$  et extérieur  $r+e$  et dont les surfaces cylindriques sont à des températures uniformes et constantes  $T_i$  et  $T_s$  (figure 6.2).

Les isothermes sont des surfaces cylindriques coaxiales, le gradient de température est radial.

Le problème a deux dimensions géométriques mais la température n'est fonction que du rayon  $r$ .

Le système fondamental s'écrit donc:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0 \\ T(r_i) = T_i \\ T(r_i + e) = T_s \end{array} \right.$$

En posant  $u = \frac{dT}{dr}$ , on obtient l'équation différentielle du premier ordre  $r u' + u = 0$  dont la solution  $u = \frac{C}{r}$ .

Après intégration, l'expression de la distribution radiale des températures :

$$T(r) = C \ln r + \ln(Ar^C)$$

Les constantes  $A$  et  $c$  sont déterminées par les conditions aux limites sur  $r$  et  $r + e$ .

$$T_i = \ln \left[ A r_i^c \right]$$

$$T_s = \ln \left[ A (r_i + e)^c \right]$$

Soit finalement :

$$T(r) = T_i + \frac{T_i - T_s}{\ln \left[ \frac{r}{r_i + e} \right]} \ln \frac{r}{r_i}$$

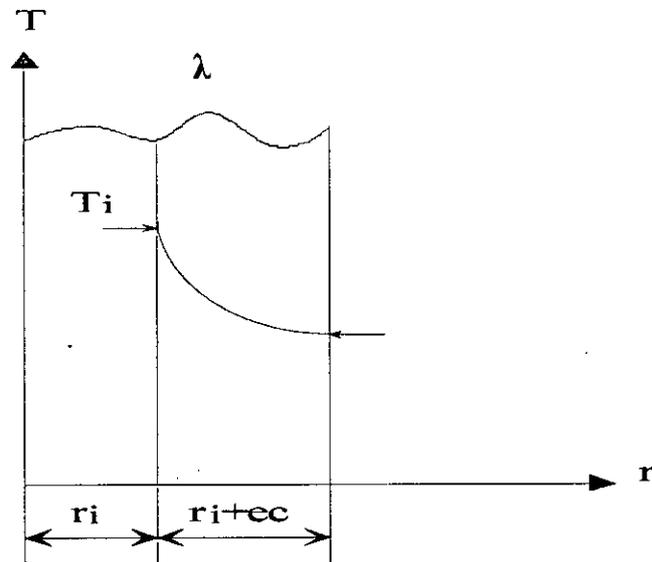


Figure 6.2 – l'allure schématique du profil de température.

On déduit de la loi de Fourier la densité de flux

$$\varphi_r = -\lambda \frac{dT}{dr} = -\lambda \frac{T_i - T_s}{\ln \left[ \frac{r_i}{r_i + e} \right]} \frac{1}{r}$$

Puis le flux thermique  $\Phi$  traversant chaque surface cylindrique de longueur  $hc$  :

$$\Phi = 2\pi \lambda hc \frac{T_i - T_s}{\ln \left[ \frac{e + r_i}{r_i} \right]}$$

D'où la résistance thermique du cylindre creux :

$$R = \frac{\ln\left(\frac{r_1 + e}{r_1}\right)}{2\pi\lambda hc}$$

En utilisant l'approximation :

$$\ln\left(1 + \frac{e}{r_1}\right) \approx \frac{e}{r_1}$$

Les résultats précédents se simplifient-en :

$$\Phi = \frac{2\pi\lambda hc r_1}{e} (T_i - T_s)$$

$$\varphi_r = \frac{\lambda}{e} (T_i - T_s) \frac{r_1}{r}$$

➤ Transmission de chaleur par conduction à travers la sphère :

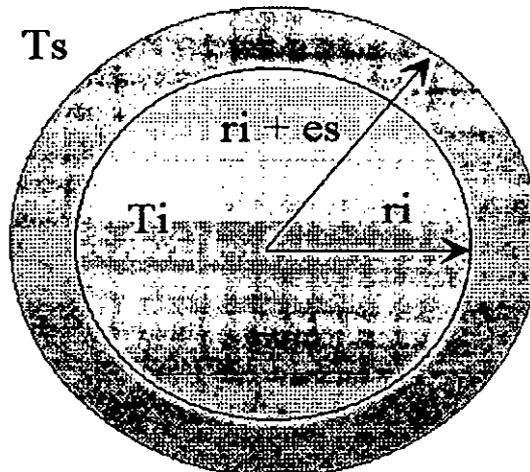


Figure 6.3 - Sphère creuse à surfaces isothermes.

Une sphère creuse, la moitié de cette sphère est ci-dessus et l'autre moitié est ci-dessous du cylindre de rayon intérieur  $r_i$ , et extérieur  $r_i + e_s$ , a ses surfaces limites à des températures uniformes et constantes  $\theta_i$  et  $\theta_s$  (figure 3).

Les isothermes sont des surfaces que du rayon  $r$ , le système s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 T}{dr^2} + 2 \frac{dT}{r dr} = 0 \\ T(r_i) = T_i \\ T(r_i + e_s) = T_s \end{array} \right.$$

en posant  $u = \frac{dT}{dr}$ , on obtient l'équation  $r u' + 2 u = 0$

Dont la solution  $u = \frac{C}{r^2}$  fournit, après intégration, l'expression de la distribution

radiale des températures :  $T = A + \frac{B}{r}$ .

Les constantes A et B déterminées à l'aide des conditions aux limites sur  $r_i$  et  $r_i + e_s$

$$T_i = A + \frac{B}{r_i}$$

$$T_s = A + \frac{B}{r_i + e_s}$$

soit finalement  $T(r) = T_i + (T_i - T_s) \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_i + e_s}}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}}$

on déduit de la loi de fourier la densité de flux

$$\Phi_r = -\lambda \frac{dT}{dr} = \lambda \frac{(T_i - T_s)}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}} \frac{1}{2r}$$

puis le flux thermique  $\Phi$  traversant la sphère:

$$\Phi = 4\pi\lambda \frac{(T_i - T_s)}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}}$$

d'où la résistance thermique du sphère creuse:

$$R = \frac{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}}{4\pi\lambda}$$

## 6.2. Transmission de chaleur par convection et rayonnement :

La transmission de chaleur se fait par convection et par rayonnement à travers la paroi métallique.

- **Transmission à travers le cylindre :**

$$\Phi = 2\pi\alpha hc(T_s - T_a)$$

- **Transmission à travers la sphère :**

$$\Phi = \alpha s(T_s - T_a)$$

$$s = 4\pi(r_i + e_s)^2$$

$$\Phi = 4\pi\alpha(r_i + e_s)^2(T_s - T_a)$$

- **L'accumulation de chaleur :**

$$Q_1 = m_1 c_1 \left( \frac{T_1 + T_2}{2} - T_a \right) + m_2 c_2 \left( \frac{T_2 + T_1}{2} - T_a \right)$$

$m_1$  : la masse du revêtement réfractaire

$c_1$  : la chaleur spécifique du revêtement réfractaire

$m_2$  : la masse du paroi métallique

$c_2$  : la chaleur spécifique du paroi métallique

- **La chaleur utile :**

$$Q_2 = m c (T_i - T_a)$$

$m$  : la masse du métal fondu = 100 tonnes

$c$  : la chaleur spécifique du métal fondu

# Chapire 7

## Dimensionnement du four

### 7.1. Présentation générale :

Un four à arc comporte essentiellement une cuve en acier garnie de réfractaires, des électrodes verticales, un dispositif mécanique d'alimentation électrique d'environ  $45^\circ$  en avant pour permettre la coulée, souvent, de  $10$  à  $15^\circ$  en arrière pour le décrassage du bain. Ce dispositif de basculement est généralement constitué d'un berceau qui comporte deux secteurs de roulement solidaires de la cuve et leurs entretoises reposant sur des chemins de roulement horizontaux ou parfois curvilignes.

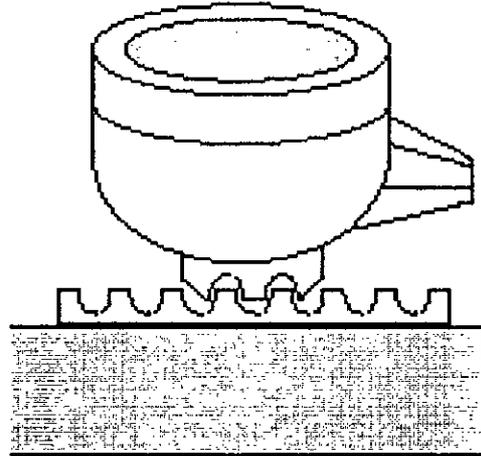
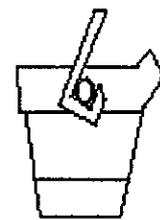


Figure 8.1-shéma représentatif du four à arc

Ce berceau supporte donc la cuve et le basculement est obtenu par des vérins hydrauliques (parfois par un système purement mécanique) placés en fosse ou inversés pour éviter d'être abîmés en cas de percées. Certains fours de petites dimensions basculent autour du bec de coulée grâce à deux tourillons disposés de chaque côté de la cuve.

A la partie avant, dans le sens du basculement, se trouve un bec de coulée et, en général, à l'opposé, une porte de travail servant au décrassage et à l'introduction des additions. Dans les fours de très faible capacité (fours d'essais), cette porte sert également souvent au chargement (la voûte n'étant pas alors éclipable).



poche de coulée

Certains fours possèdent aussi des portes latérales pour faciliter l'exploitation. La porte de travail, dont l'ouverture est commandée mécaniquement par des vérins, hydrauliques ou pneumatiques ou manuellement par un levier, est généralement refroidie à l'eau.

Certains fours possèdent aussi des portes latérales pour faciliter l'exploitation. La porte de travail, dont l'ouverture est commandée mécaniquement par des vérins, hydrauliques ou pneumatiques ou manuellement par un levier, est généralement refroidie à l'eau.

On se propose de dimensionner un creuset, le creuset du four à arc est constitué d'une calotte sphérique surmontée d'une créole de section circulaire.

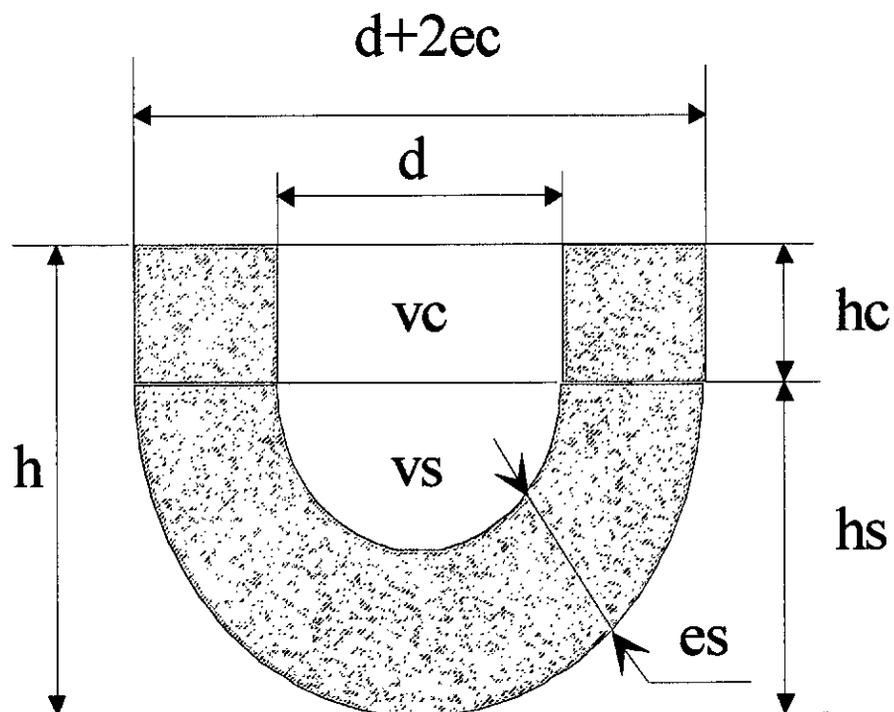


Schéma de four à arc

Le bain de métal fondu occupe une hauteur  $h$  dont :

- $h_c$  : hauteur de la partie cylindrique  $h_c = h/4$
- $h_s$  : hauteur de la partie sphérique  $h_s = 3h/4$
- $e_p$  : L'épaisseur de la paroi métallique.
- $\lambda$  : Le creuset est recouvert d'un revêtement de conductivité thermique.

L'épaisseur de réfractaire à mettre en place dans :

- la partie cylindrique notée  $e_c$
- la partie sphérique notée  $e_s$

De telle sorte que la température de la surface extérieure du creuset soit  $T_s$  tout en négligeant la chute de température dans la paroi métallique du creuset.

Le temps nécessaire pour fondre le métal introduit à la température ambiante, la température de fusion étant  $T_m$ , sachant que la puissance de l'alimentation électrique est :  $p$  en MVA avec un  $\cos \varphi$  et un rendement de l'installation électrique  $\eta$ .

## 7.2. Caractéristiques :

### ➤ Matériau à fondre :

- Masse volumique  $\rho$
- Chaleur massique  $C_p$
- Chaleur latente de fusion  $L$

### ➤ conditions extérieures :

Température de l'air ambiant :  $T_a$

Coefficient de transfert thermique :  $\alpha$  (paroi extérieure-air).

## 7.3. Le volume :

### ➤ Le volume de la calotte sphérique :

Le volume d'un segment sphérique de hauteur  $h'$  et de diamètre  $d$  du cercle de base

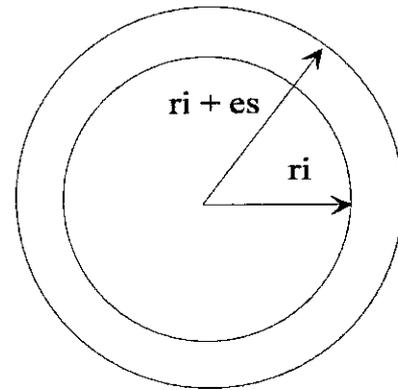
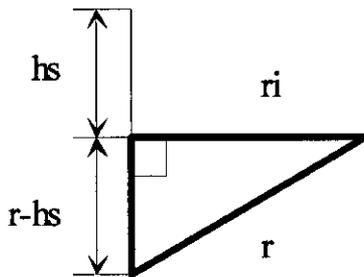
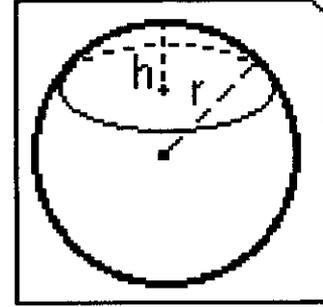
$$V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h)$$

dans notre modèle nous avons la valeur de  $r_i$  qui est calculée à partir de  $h$  par ce qu'il y'a une relation entre  $h$  et le diamètre du cylindre qui est  $d$  :

$d = h/4$  et on a  $r_i = d/2$  donc :

$$r_i = h/8$$

et on a :  $r^2 = r_i^2 + (r - h_s)^2$



Donc on peut calculer le volume de l'empreinte sphérique de rayon  $r$

➤ **Le volume du segment de hauteur  $h_c$  et de diamètre du cercle  $r_i$  :**

le volume d'un cylindre d'hauteur  $h$  et de rayon  $r_i$  est :

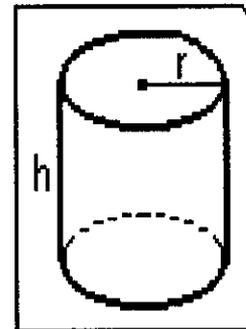
$$V = \pi r^2 h$$

Le volume de la partie cylindrique de hauteur  $h = h_c$  et de rayon  $r = r_i$  est :

$$V_c = \pi r_i^2 h_c$$

le volume totale est :

$$V = V_c + V_s$$



Le flux de chaleur qui traverse le revêtement réfractaire est égale à celui qui est dissipé à la surface extérieure.

#### 7.4. Epaisseur du revêtement réfractaire :

##### ➤ Partie cylindrique : (ec)

##### - Par conduction :

le flux de chaleur qui traverse, par conduction, le revêtement réfractaire est donné par la formule :

$$\Phi = \frac{2\pi\lambda hc}{\ln\left(\frac{r_i + ec}{r_i}\right)} (T_i - T_s) \dots\dots\dots(1)$$

avec :

$\lambda$  : conductivité thermique du réfractaire.

hc : hauteur de la partie cylindrique :

$r_i$  : rayon intérieur du revêtement

ec : épaisseur du revêtement réfractaire

$T_s$  : température de la surface extérieure du creuset

$T_i$  : température de la face intérieure du revêtement

$T_i = T_m$

□ Remarque :

La chute de température dans la paroi métallique du creuset étant négligée.

##### - Par convection et rayonnement :

Le flux de chaleur qui est dissipé par convection et rayonnement par la surface extérieure du creuset est donné par :

$$\Phi = \alpha S_c (T_s - T_a)$$

$$S_c = 2\pi hc (r_i + e_c)$$

$$\Phi = 2\pi\alpha hc (r_i + e_c) (T_s - T_a) \dots\dots\dots (2)$$

$\alpha$  : coefficient de transfert thermique

$T_a$  : température de l'air ambiant

L'épaisseur du revêtement réfractaire en écrivant l'égalité des 2 expressions précédentes (1) et (2) on a :

$$\Phi = \frac{2\pi\lambda hc}{\ln\left(\frac{r_i + e_c}{r_i}\right)} (T_i - T_s) = 2\pi\alpha hc (r_i + e_c) (T_s - T_a)$$

d'où :

$$\frac{2\pi\lambda hc}{\ln\left(\frac{r_i + e_c}{r_i}\right)} (T_i - T_s) - 2\pi\alpha hc (r_i + e_c) (T_s - T_a) \approx 0$$

à l'aide de la fonction **calce** on détermine la valeur de  $e_c$ .

➤ **partie sphérique :**

Le flux de chaleur qui traverse le revêtement réfractaire est égal à celui dissipé à la surface extérieure.

**- Par conduction :**

Le flux de chaleur qui travers, par conduction, le revêtement réfractaire est donné par :

$$\Phi = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}} (T_i - T_s) \dots\dots\dots (3)$$

avec :

$r_i$ : rayon intérieur du revêtement

$e_s$  : épaisseur du revêtement réfractaire

$\lambda$  : conductivité thermique du réfractaire

$T_i$ : température de la face intérieure du revêtement on a  $T_i = T_s$

$T_s$ : température de la surface extérieure du creuset.

**- Par convection et rayonnement :**

Le flux de chaleur qui est dissipé par convection et rayonnement par la surface extérieure du creuset est donné par :

$$\Phi = \alpha S (T_s - T_a)$$

S: surface de la sphère de rayon  $(r_i + e_s)$

$$S = 4\pi (r_i + e_s)^2$$

$$\Phi = 4 \alpha \pi (r_i + e_s)^2 (T_s - T_a) \dots\dots\dots(4)$$

$\alpha$ : coefficient de transfert thermique

$T_a$  : température de l'air ambiant

Epaisseur de revêtement réfractaire:

$$\text{On a: } \Phi = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}} (T_i - T_s) = 4 \alpha \pi (r_i + e_s)^2 (T_s - T_a)$$

$$\text{Soit : } X = \frac{\lambda(T_i - T_s)}{\alpha(T_s - T_a)}$$

$$e_s^2 + r_i.e_s - r_i.X = 0$$

à l'aide de la procédure **resol** on détermine la valeur de  $e_s$ .

### 7.5. Temps nécessaire pour la fusion :

la puissance fournie sert à :

- Chauffer et fondre le métal
- Compenser les déperditions thermiques

#### ◆ Energie nécessaire pour le chauffage et la fusion

La quantité de chaleur nécessaire pour chauffer le métal de la température ambiante  $T_a$  à la température de fusion  $T_m$  et le fondre est donné par :

$$Q = m [C_p (T_m - T_a) + L]$$

$m$  : masse de métal introduit dans le creuset

$C_p$  : chaleur massique du métal

$h$  : chaleur latente de fusion

#### ◆ pertes thermiques :

Les déperditions thermiques se produisent par :

- La surface latérale du creuset
- La calotte sphérique

#### - par la partie cylindrique :

Les déperditions thermiques se produisant par la surface latérale sont données par :

$$\Phi_c = \alpha 2 \pi (r_i + e_c) h_c (T_s - T_a)$$

$\alpha$  : coefficient ou transfert thermique

$T_s$  : température de la surface extérieure du creuset

$T_a$  : température de l'air ambiant

**- par la calotte sphérique**

les déperditions thermiques se produisant par la calotte sphérique sont données par :

$$\Phi_s = 2 \alpha \pi (r + es) hs (T_s - T_a) \dots\dots\dots(4)$$

$r$  : rayon de la calotte sphérique

$T_s$  : température de la surface extérieure du creuset

$T_a$  : température de l'air ambiant

$d$ : diamètre du cercle de base de la calotte

$hs$ : hauteur de la calotte sphérique

$\alpha$  : coefficient de transfert thermique

**- pertes thermiques totales :**

$$\Phi = \Phi_c + \Phi_s$$

**◆ puissance introduite dans le creuset :**

La puissance introduite dans le creuset est :  $P_e = P^n \cos\Phi$

**◆ Temps nécessaire pour une opération de fusion :**

Le temps nécessaire pour procéder à une opération de fusion est donné par :

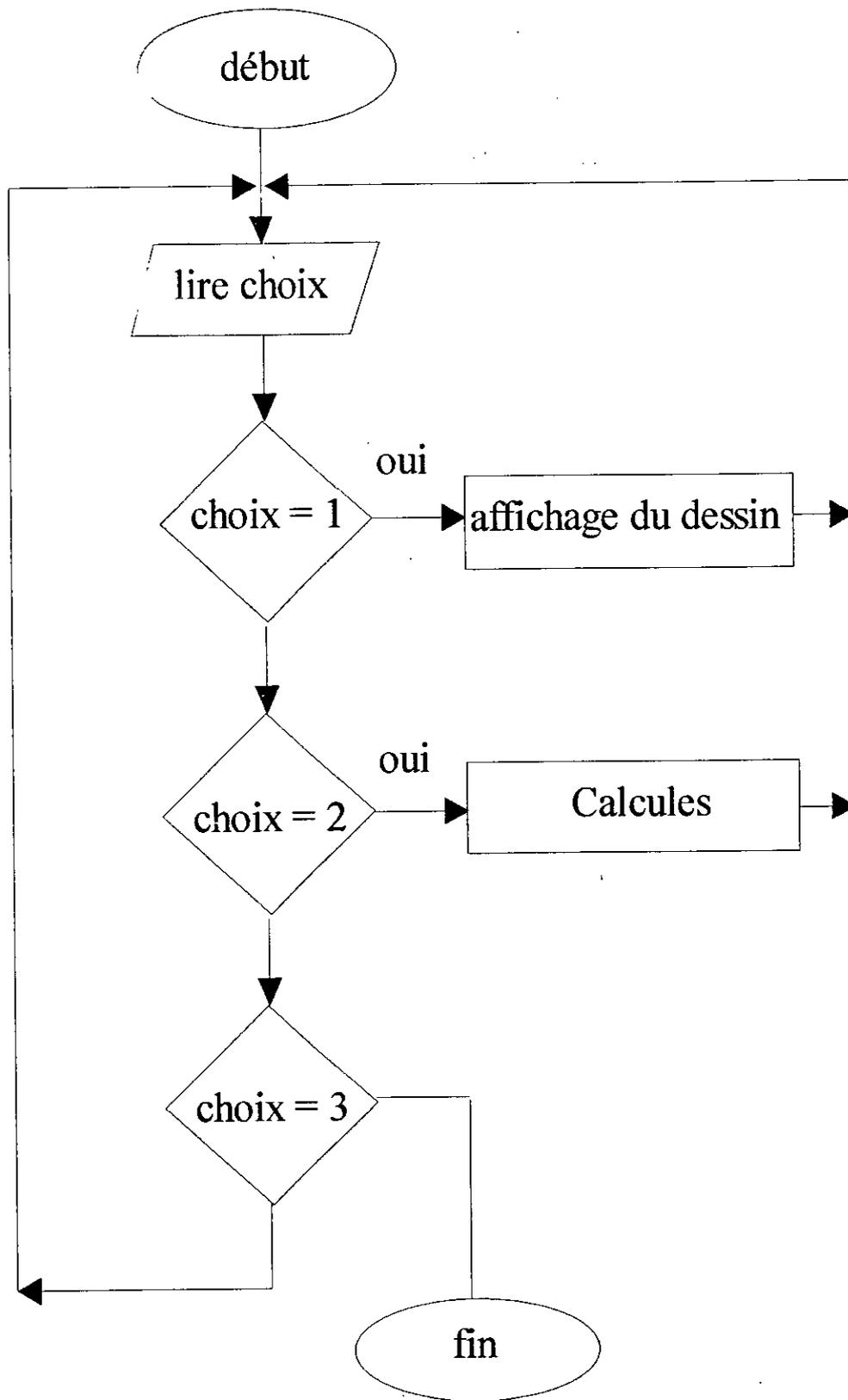
$$t = \frac{Q}{P_c - \Phi}$$

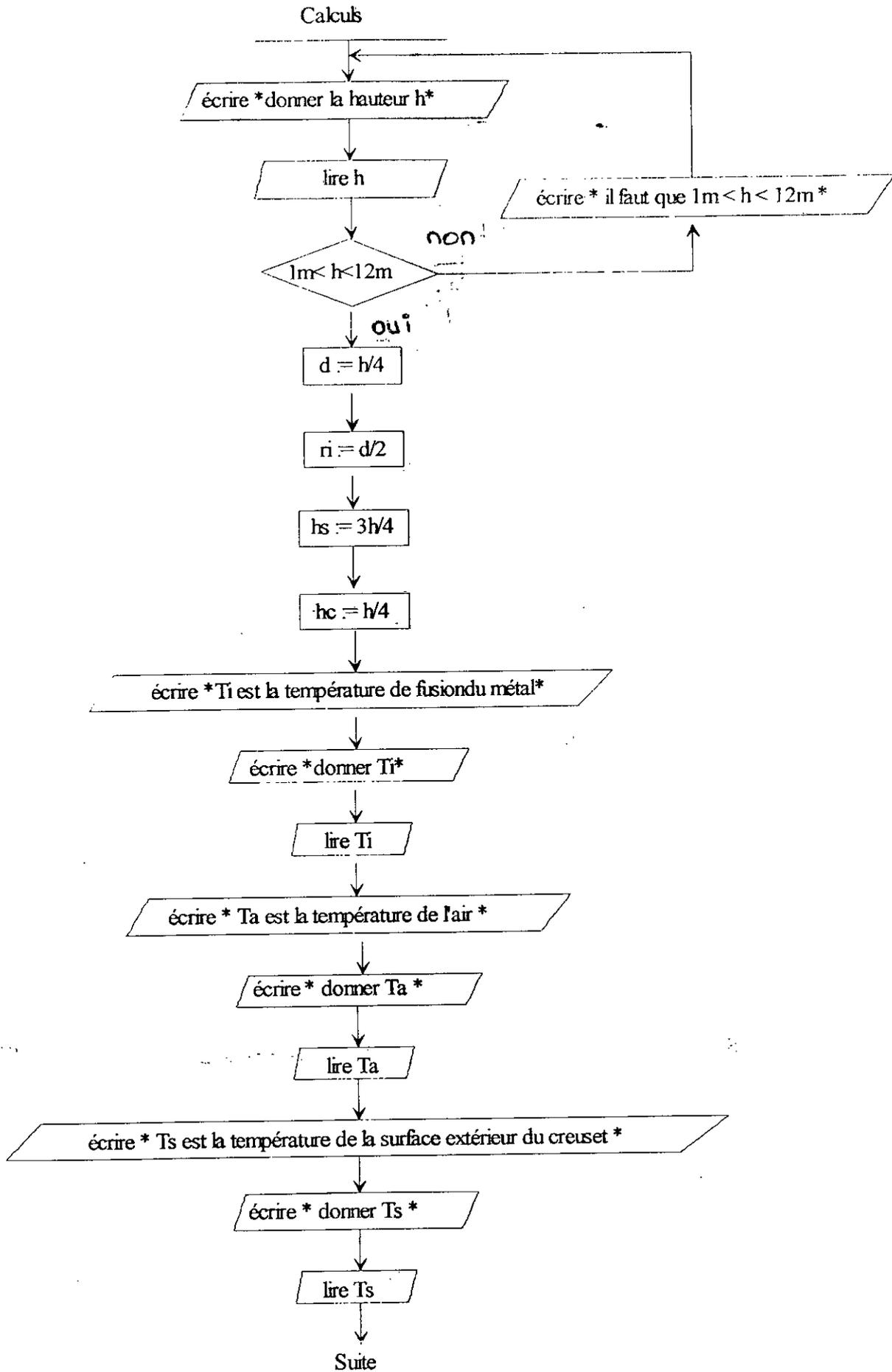
$Q$  : quantité de chaleur nécessaire pour le chauffage du métal et sa fusion : puissance

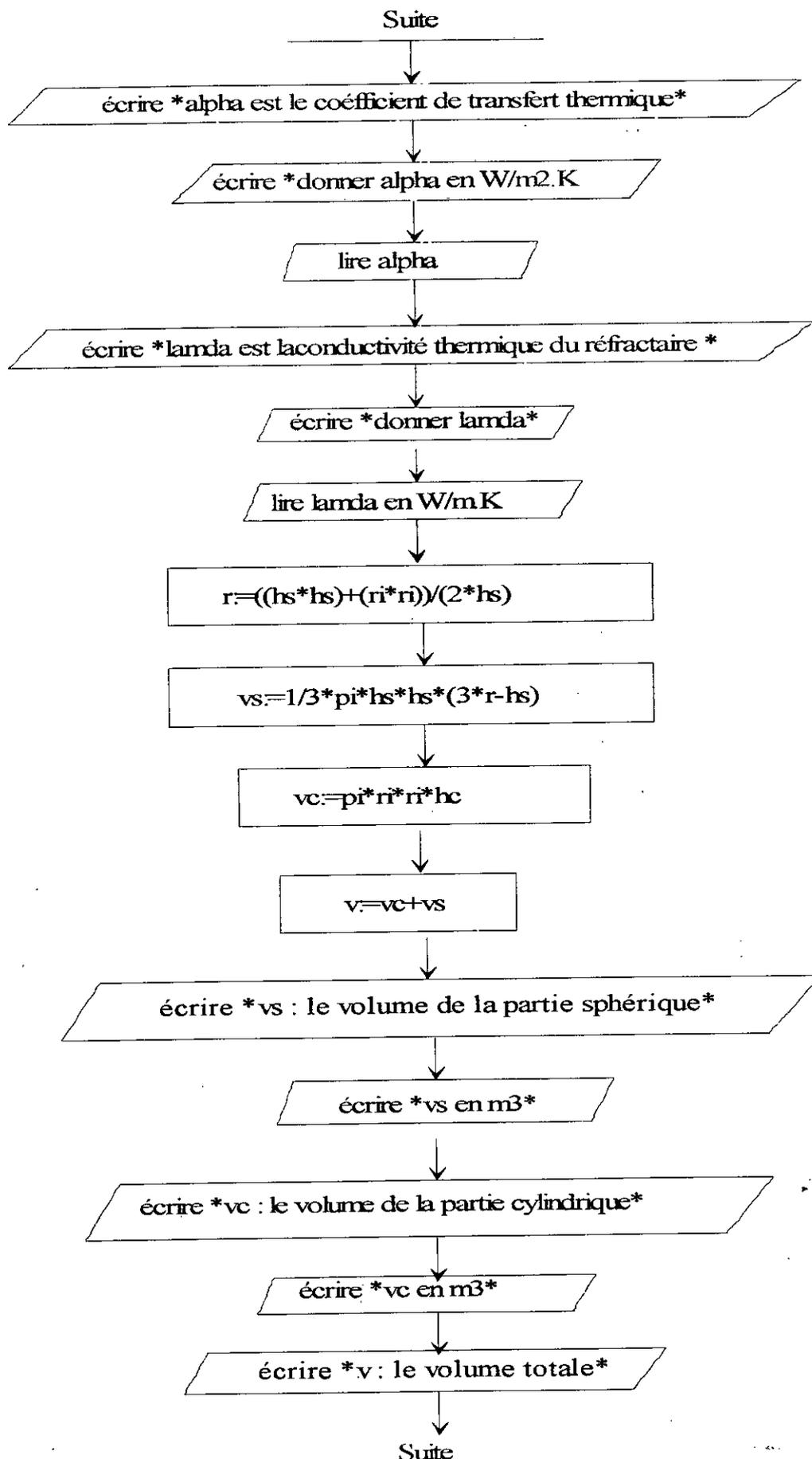
$P_c - \Phi$  : puissance introduite dans le creuset minorée des déperditions thermique.

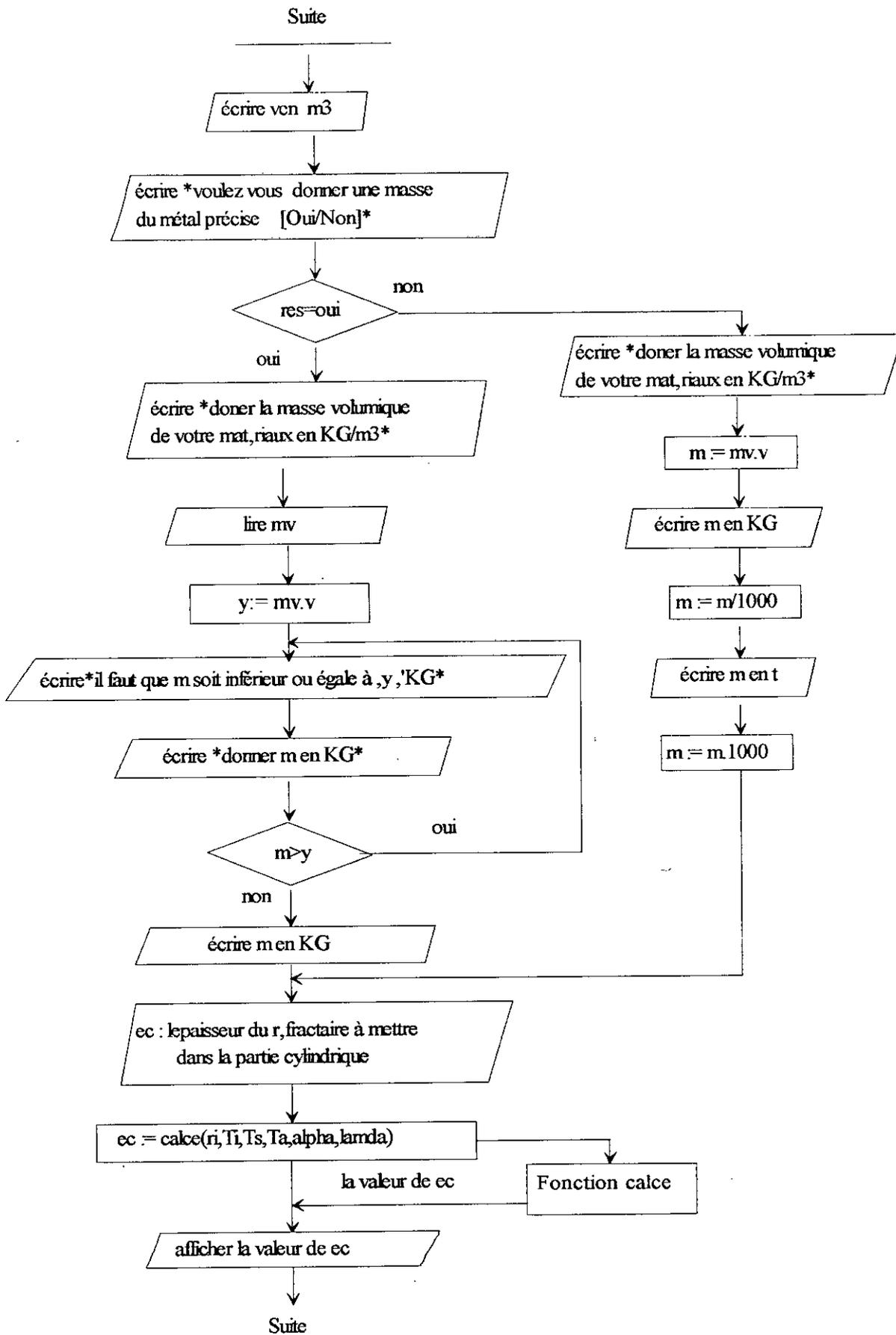
# Chapitre 8

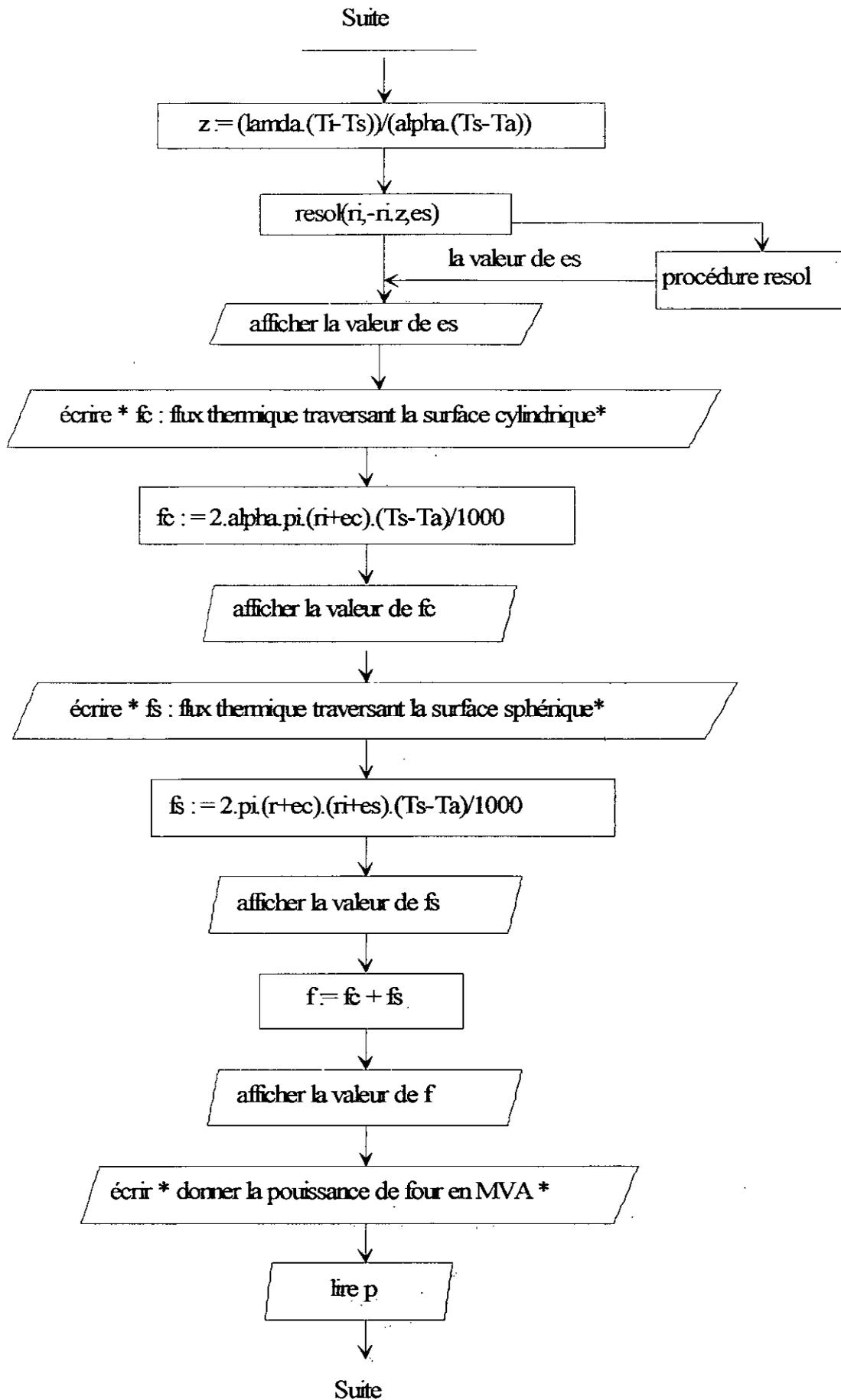
## L'algorithme de calculs

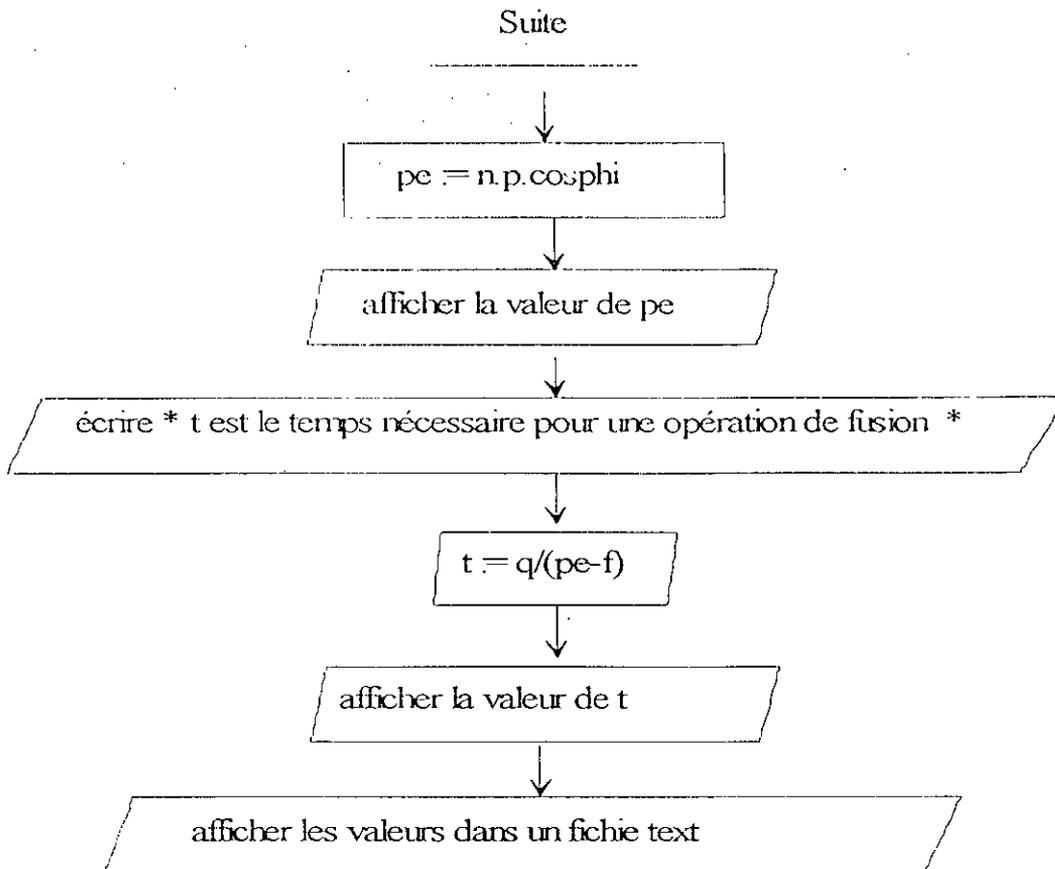












# Chapire 9

## Influence des paramètres du modèle

### 9.1. Profils de température :

- Pour un acier de :

- Masse volumique  $\rho = 6900 \text{ Kg/M}^3$
- Chaleur massique  $C_p = 0.51 \text{ KJ/Kg}$
- Chaleur latente de fusion  $L = 180 \text{ KJ/g}$

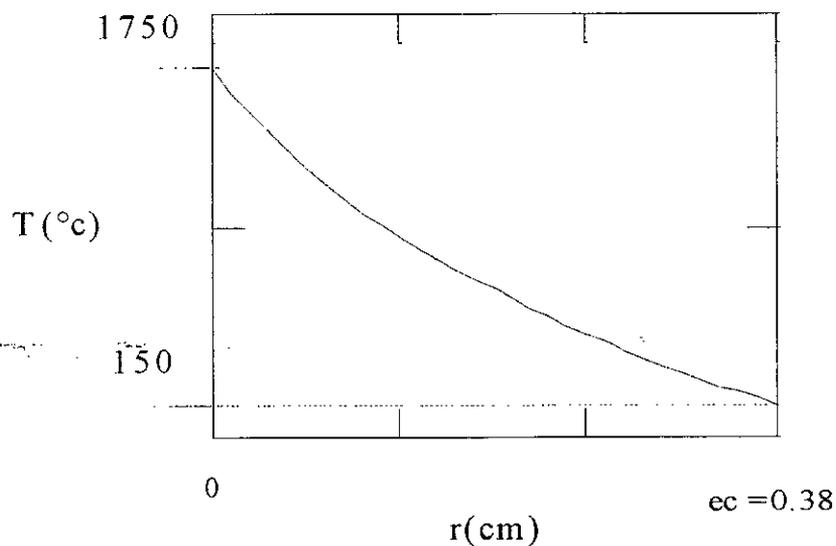
- Conditions extérieures :

- Température de l'air ambiant :  $T_a = 20^\circ\text{C}$
- Coefficient de transfert thermique :  $\alpha = 50 \text{ W/m}^2.\text{K}$

Et  $T_s = 150^\circ\text{C}$ .

L'équation qui représente la variation de la température en fonction du rayon  $r$  du cylindre est :

$$T(r) = T_i + \frac{T_i - T_s}{\ln\left(\frac{r_i}{r_i + ec}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_i}\right)$$

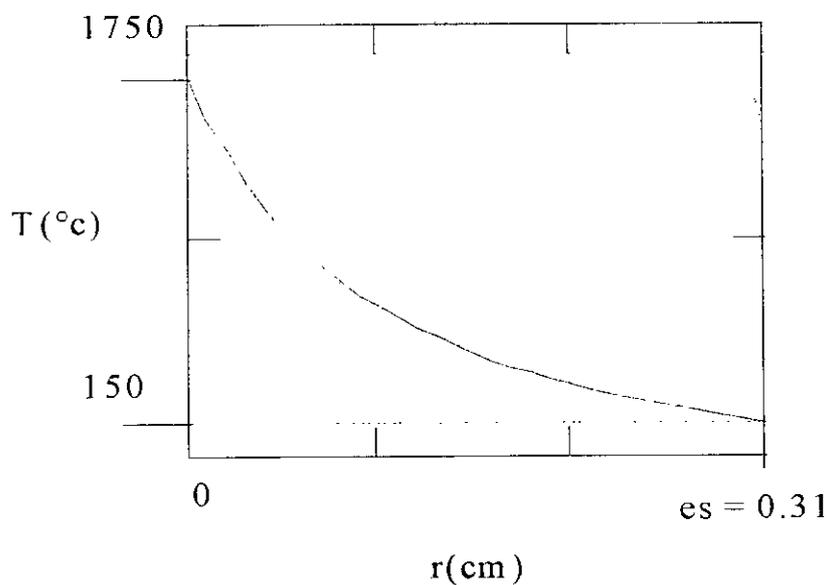


l'épaisseur de la Couche réfractaire  
dans la partie cylindrique  
( $ec$ )

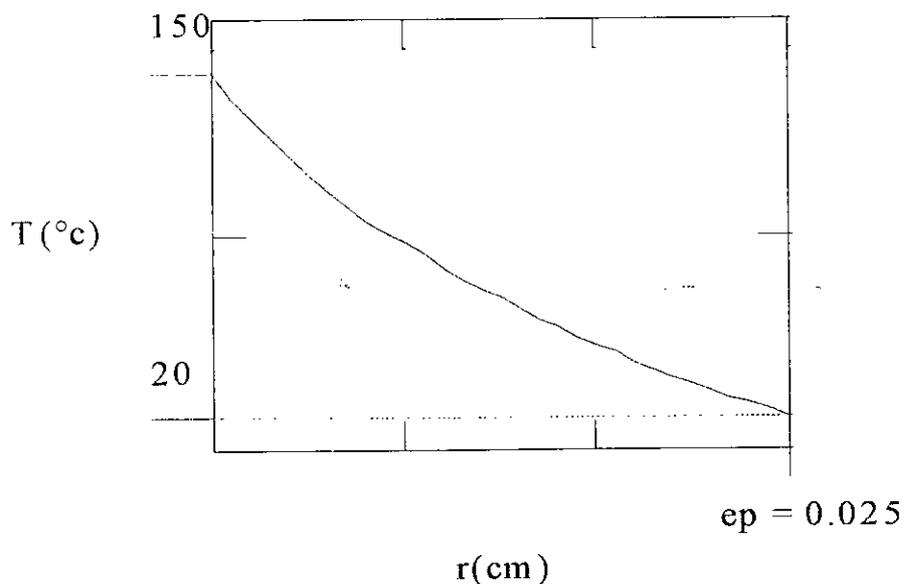
L'équation qui représente la variation de la température en fonction du rayon r du

cylindre est :

$$T(r) = T_i + (T_i - T_s) \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_i}}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_i + e_s}}$$



répartition de la température dans  
la Couche réfractaire dans  
la partie sphérique  
(es)

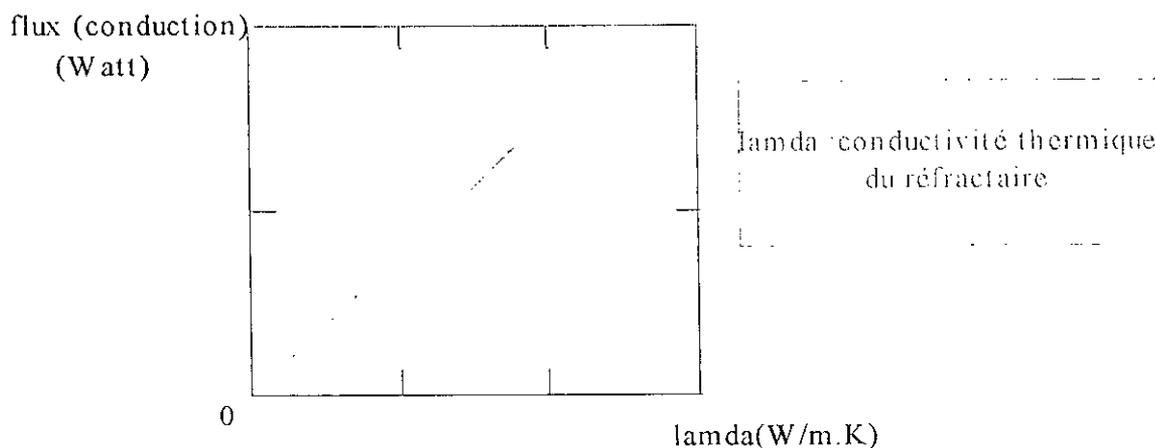


répartition de la température dans  
la Couche métallique

## 9.2. Influence de la conductivité thermique du réfractaire sur le flux thermique traversant la couche :

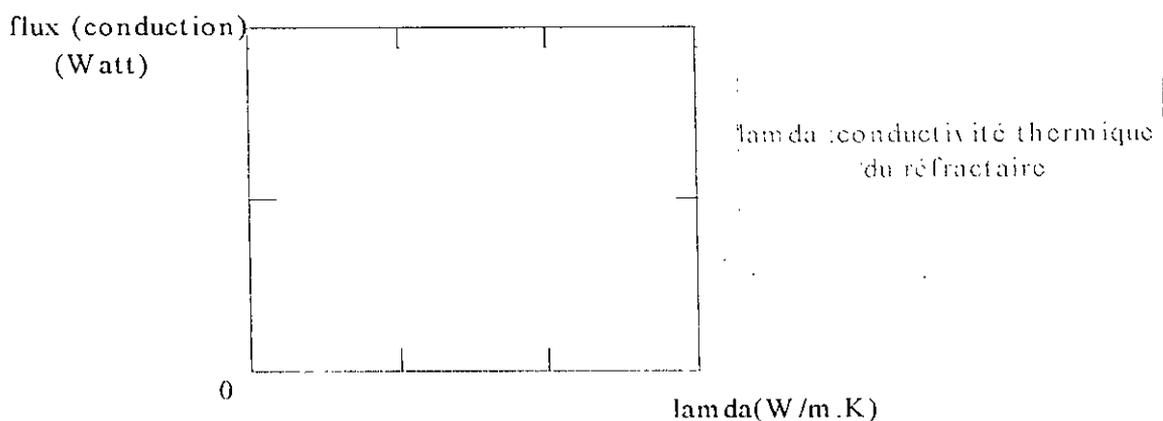
Pour étudier l'influence de la conductivité thermique sur les performances du four, nous devons considérer que la paroi est constituée d'une seule couche pour différents matériaux de différentes familles.

### ➤ Dans la partie sphérique :



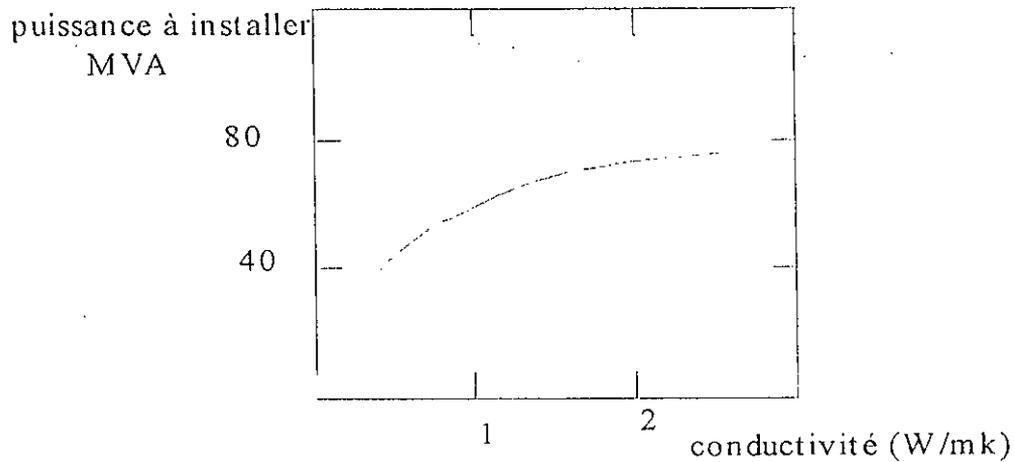
l'allure schématisée du flux thermique en fonction du coefficient de conductivité thermique dans la partie sphérique

### ➤ Dans la partie cylindrique :



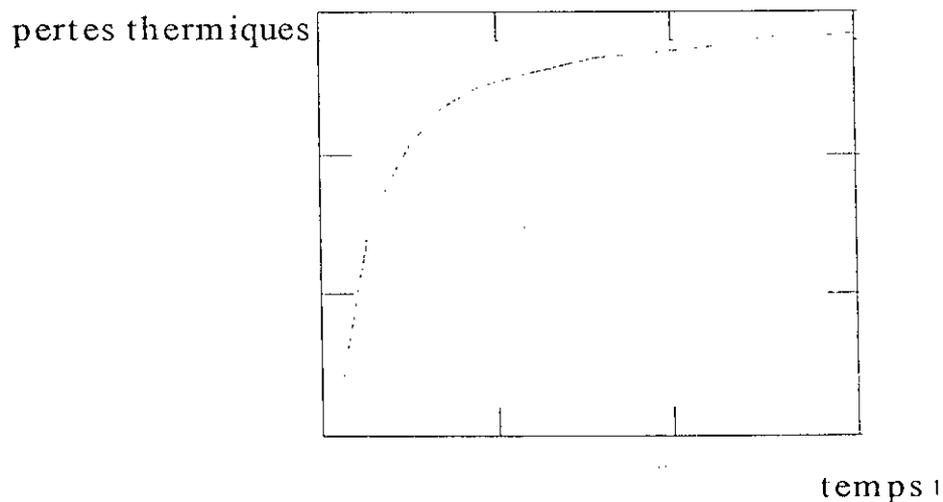
l'allure schématisée du flux thermique en fonction du coefficient de conductivité thermique dans la partie cylindrique

➤ **Influence de la conductivité thermique sur la puissance à installer :**



Influence de la conductivité thermique sur la puissance à installer

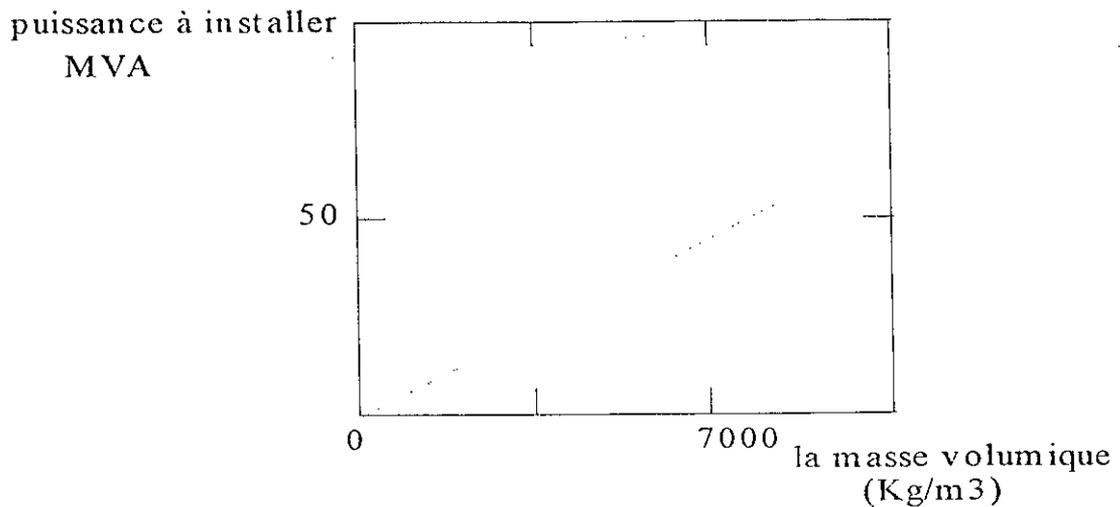
**9.3. Influence du temps nécessaire pour faire une opération de fusion sur les pertes thermiques :**



les pertes thermiques en fonction du temps  $t$  nécessaire pour faire une opération de fusion

Les pertes thermiques sont grandes lorsque le temps nécessaire pour faire une opération de fusion est grand.

➤ **Influence de la masse volumique sur la puissance à installer :**



variation de la puissance à installer en  
fonction de la masse volumique

**9.4. Interprétation des courbes :**

- Les courbes tracées nous montrent que la puissance à installer du four augmente avec la conductivité thermique, le choix des matériaux à utiliser portera donc sur les matériaux de plus faibles conductivités.
- Donc pour diminuer les pertes thermique il faut choisir des couches réfractaire de conductivité thermique petite.
- La puissance à installer augmente avec la masse volumique ce qui nous guide à choisir des matériaux les plus légers possible pour réduire la masse et sa consommation en énergie.
- Cependant, dans le cas de four intermittent la quantité de chaleur emmagasinée dans les parois joue un rôle important pour la régulation de la température de la chambre de chauffe.

- La quantité de la chaleur accumulée dans les parois augmente avec la chaleur spécifique du matériaux utilisé. Cette influence conduit aux mêmes variations pour la masse du four et la puissance à installer. Ceci nous oriente vers le choix de matériaux aux plus faibles chaleurs spécifiques.
- Les pertes thermiques dans un four à arc sont petites et on peut rapidement atteindre la température demandée.

## Conclusion

Les problèmes de transferts thermiques sont d'une complexité, tel qu'il faut une étude approfondie pour optimiser les différents paramètres régissant ce phénomène.

La connaissance des lois qui génèrent les transferts thermiques et les paramètres qui les influencent, permettent la maîtrise des traitements et l'optimisation des résultats.

Pour faciliter les calculs de pertes thermiques et estimer le temps nécessaire pour une opération de fusion d'un matériau dans un four à arc de géométrie bien définie composé d'une partie cylindrique et d'une partie sphérique de dimensions variables on a élaboré un programme informatique en langage PASCAL. ce programme

On peut étendre cette étude aux fours avec d'autres géométries plus complexes, en prenant en compte le régime thermique transitoire et des matériaux qui ont des caractéristiques qui dépendent de la température.

ce travail peut faire l'objet d'une étude plus complète si on prend en considération tous les paramètres pratiques des transferts thermiques.

Afin de visualiser concrètement les phénomènes réels d'un transfert thermique, l'approche numérique est d'un apport considérable puisqu'elle permet :

- 1- De déterminer les paramètres intrinsèques relatifs au four de traitement utilisé.
- 2- De maîtriser les fluctuations des températures, des pertes et des consommations d'énergie.
- 3- De répondre à un besoin en industrie puisqu'on veut chauffer vite et à un prix de revient adéquat.

- 4- Les transferts observés directement reliés aux caractéristiques de chauffage la conductivité thermique du matériau, et sa température de fusion de métal, la puissance de four et le rendement, la chaleur massique du matériau, et sa masse volumique, et le coefficient de transfert thermique.
  
- 5- Le dimensionnement des fours est d'une complexité relative à chaque utilisation et donc le but recherché dans ce cas de figure est la minimisation des pertes thermiques surtout quand on travaille en milieu industriel. cette étude se veut une approche d'un problème réel qui est celui des fours à arc de géométrie bien définie de dimensions variable.

# Bibliographie

- [1]- **JEAN-FRANÇOIS SACADURA** : Initiation aux transferts thermiques  
édition : techniques et documentation, Paris.
- [2]- **BORIS STOYANOV** : Cours de thermique.
- [3]- **A.FORTIER** : Mécanique des fluides et transferts de chaleur et de masse par convection  
édition : MASSON et C<sup>ie</sup>, PARIS.
- [4]- **MAURICE ORFEUIL** : Electrothermie industrielle  
édition : BORDAS, Paris, 1981
- [5]- **F.KREITH** : transmission de la chaleur  
édition : MASSON et C<sup>ie</sup>, PARIS.
- [6]- **J.F.SACADURA** : Initiation aux transfert thermique  
édition : 1982 LAVOISIER TEC and DOC.
- [7]- **PASCHKIS** : les fours industriels - Tome II -  
édition : Dunod .
- [8]- **YVES DARDEL** : transmission de chaleur au cours de la solidification du réchauffage et de la trempe de l'acier  
édition : revue de métallurgie 1964.
- [9]- **HELIGENSTAEDET** : thermique appliquer aux fours industriels.
- [10]- **ALAIN DEGIOVANI** : le rayonnement des solides  
périodique technique de l'ingénieur.

**[11]- ALAIN DEGIOVANI** : la conduction  
périodique technique de l'ingénieur.

**[12]-NADJAFOV** : les fours métallurgiques

**[13] : J.KRABOL** : transfert de chaleur  
édition : masson1990