

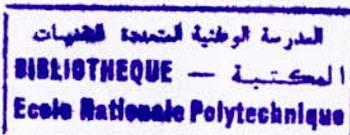
3/01

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE METALLURGIE



PROJET DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU DIPLOME :

D'INGENIEUR D'ETAT EN METALLURGIE

***Simulation mathématique du refroidissement et
des contraintes résiduelles thermiques d'un bimatériau***

Proposé et encadré par :

Mr M. LARIBI

Réalisé par :

Mr M.M. GHEBACHE

Promotion 2001

DEDICACES

je dédie ce travail à mon père, à ma mère, à mes grands-parents, à mes frères
et sœurs et à toute ma famille.

REMERCIEMENTS



Les travaux présentés dans ce mémoire ont été menés en partie dans le laboratoire de mon promoteur M.LARIBI et en grande partie dans le bureau de mon père qui mérite un grand remerciement.

Je remercie également mon promoteur pour ses conseils durant la réalisation de ce travail.

Je remercie aujourd'hui tous ceux qui ont participé à ma formation de l'école fondamentale à l'université et surtout mes chers parents.

Enfin, j'exprime ma gratitude à tous les membres du jury, qui m'ont fait l'honneur de juger ce mémoire.

ملخص:

يهدف هذا العمل إلى تظاهر تبريد (إحداث التبريد بشكل إصطناعي باستعمال وسائل الإعلام الآلي) مادة معدنية معالجة سطحيا بواسطة الرش الحراري. النتائج المحصل عليها يتم استعمالها لتطبيق نوع آخر من التظاهر و هو المتعلق بوضعية الضغط الداخلي (القوة الداخلية مقسمة على وحدة المساحة) الناتج عن الرش الحراري.

Summary:

This work deal with the simulation of the cooling of a material which is treated by thermal spray on the surface. The results of this simulation are required in an other kind of simulation dealing with residual stresses of thermal origin which are present in the material after the thermal spray is achieved.

Résumé:

Le but de ce travail est la simulation du refroidissement d'un matériau traité en surface par projection thermique, les résultats qui en découlent sont requis pour un autre type de simulation concernant l'état de contraintes résiduelles d'origine thermique qui naissent dans le bimatériau.

Mot -clés:

La projection thermique, les contraintes résiduelles, équation de transfert de chaleur par conduction, déformation élastique, équations d'équilibre, conditions aux limites, méthodes des éléments finis, discrétisation en éléments finis.

SOMMAIRE

SOMMAIRE

	Pages
Introduction générale.....	1
Chapitre 1	
La projection thermique	
1.1. Importance des traitements de surface.....	3
1.2. Types de traitements de surface.....	4
1.3. La projection thermique.....	5
1.3.1. Historique.....	5
1.3.2. Principe général de la projection thermique.....	5
1.3.3. Types de projection thermique.....	6
1.3.3.1. Projection thermique flamme.....	6
1.3.3.1.1. Projection flamme-poudre.....	6
1.3.3.1.2. Projection flamme-fil.....	7
1.3.3.1.3. Projection flamme avec refusion.....	8
1.3.3.1.4. Projection hypersonique.....	8
1.3.3.1.4.1. Projection hypersonique à tir discontinu.....	9
1.3.3.1.4.2. Projection hypersonique à tir continu.....	9
1.3.3.2. Projection par arc électrique entre deux fils.....	11
1.3.3.3. Projection plasma soufflé.....	12
1.4. Formation et structure des dépôts.....	13
1.5. Caractéristiques générales des dépôts.....	15
1.5.1. Structure métallurgique.....	15
1.5.2. Adhérence.....	17

Chapitre 2

Les contraintes résiduelles

2.1. Introduction.....	18
2.2. Les ordres de contraintes résiduelles.....	19
2.2.1. Les contraintes internes du troisième ordre.....	19
2.2.2. Les contraintes internes du deuxième ordre.....	19
2.2.3. Les contraintes internes du premier ordre ou contraintes résiduelles.....	20
2.3. Méthodes expérimentales de détermination des contraintes résiduelles.....	21
2.3.1. Méthodes destructives.....	21
2.3.1.1. Méthode d'enlèvement de couches successives.....	21
2.3.1.1.1. Principe.....	21
2.3.1.1.2. Mise en œuvre pratique de la méthode d'enlèvement de couches.....	22
2.3.2. Méthodes semi-destructives.....	24
2.3.2.1. Méthode du trou.....	24
2.3.2.1.1. Théorie du trou débouchant.....	25
2.3.3. Méthodes non-destructives.....	26
2.3.3.1. Analyse par diffraction des rayons X.....	27

Chapitre 3

La modélisation mathématique

3.1. Introduction.....	30
3.2. Hypothèses simplificatrices de calcul.....	31
3.3. Calcul thermique.....	32
3.3.1. Intérêt du calcul thermique.....	32
3.3.2. Etablissement de l'équation de transfert de chaleur.....	32
3.3.3. Conditions initiale et aux limites.....	36
3.4. Calcul mécanique.....	39
3.4.1. Les calculs en déformation élastique.....	40
3.4.2. Les équations d'équilibre.....	43
3.4.3. Les conditions aux limites.....	45

Chapitre 4

Approche numérique et simulation du modèle mathématique

4.1. Introduction.....	48
4.2. Méthode numérique de résolution.....	49
4.2.1. Principe élémentaire de la méthode des éléments finis.....	50
4.2.2. Description générale de la méthode des éléments finis.....	51
4.3. Reformulation des modèles thermique et mécanique.....	52
4.3.1. Modèle thermique.....	52
4.3.2. Modèle mécanique.....	54
4.4. Simulation.....	56
4.4.1. Géométrie et discrétisation.....	56
4.4.2. Simulation du refroidissement.....	57
4.4.3. Simulation de l'état de contraintes résiduelles.....	58

Chapitre 5

Résultats et interprétation

5.1. Résultats.....	61
5.2. Interprétation des résultats.....	77
Conclusion et perspectives.....	80
Références bibliographiques.....	82

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

L'utilisation des matériaux métalliques dans l'industrie conduit à l'endommagement de ceux-ci dont l'origine est généralement la surface extérieure des matériaux, et qui se propage par la suite en profondeur.

Pour modifier l'aspect ou la structure de la surface des matériaux, afin de l'adapter à des conditions d'utilisation données, des opérations mécaniques, chimiques, électrochimiques ou physiques sont utilisées et qui portent le nom de «traitements de surface».

Les pièces constitutives de machines ou équipements, de dimensions de plus en plus réduites, doivent résister à des sollicitations nombreuses :

- Sollicitations internes (contraintes mécaniques, fluage, ...);
- Sollicitations externes (frottement, ...);
- Sollicitations environnementales (corrosion, oxydation, ...).

La projection thermique va permettre de conférer à chaque zone la propriété de surface nécessaire à son fonctionnement, tout en autorisant des choix de matériaux de base compatibles avec les propriétés à cœur recherchées.

Cependant, le traitement par projection thermique conduit à des pièces contenant des contraintes résiduelles. Celles-ci peuvent modifier considérablement leur tenue ultérieure en provoquant des déformations ou en exerçant des effets néfastes ou bénéfiques sur la fissuration.

Il s'avère donc important d'apprécier convenablement ces contraintes résiduelles.

Le but de ce travail est la simulation du refroidissement d'un matériau traité en surface par projection thermique, les résultats qui en découlent sont requis pour un autre type de simulation concernant l'état de contraintes résiduelles d'origine thermique qui naissent dans le bimatériau.

Le travail est, ainsi, réparti en cinq chapitres.

Le premier chapitre traite la projection thermique en commençant tout d'abord par l'importance et les types des traitements de surface, puis en passe au principe et aux types de la projection thermique et enfin, on termine par la formation et la structure des dépôts ainsi que leurs caractéristiques générales.

Dans le deuxième chapitre sont étudiées les contraintes résiduelles en se basant sur leur définition, leurs ordres, la méthodologie et l'instrumentation nécessaire pour les déterminer expérimentalement.

Dans le troisième chapitre sont établis le modèle mathématique du refroidissement et celui des contraintes résiduelles d'origine thermique. Ces modèles sont des problèmes aux dérivées partielles (équations aux dérivées partielles plus les conditions aux limites associées).

L'approche numérique ainsi que la simulation des modèles mathématiques sont traitées dans le quatrième chapitre. La simulation est appliquée pour un dépôt de molybdène projeté sur un acier de construction type 35CD4.

Le dernier chapitre est consacré aux résultats de la simulation et à leur interprétation.

La simulation est mise en œuvre en utilisant un langage de calcul technique très évolué à savoir le langage MATLAB. Ceci est doté d'un post-processeur qui permet l'extraction d'informations significatives pour l'ingénieur, la présentation synthétique de celles-ci et la manipulation de solutions et de problèmes.

L'ensemble du travail est clôturé par une conclusion et des perspectives montrant la possibilité de perfectionner ce simulateur et le rendre encore plus rigoureux et même de l'utiliser pour un autre type de problème métallurgique.

CHAPITRE 1
LA PROJECTION THERMIQUE

LA PROJECTION THERMIQUE

1.1. Importance des traitements de surface :

Les traitements et revêtements de surface des matériaux ont un rôle fondamental dans la maintenance préventive et curative des pièces mécaniques ou non [1].

L'exposition des matériaux à des conditions de travail diverses (d'ordre mécanique, thermique, chimique, électrochimique et autres) porte atteinte à leurs propriétés requises au moment de leur mise en œuvre.

La mise en place de couches protectrices, chimiquement inertes ou mécaniquement résistantes, peut donc, en consommant de faibles quantités d'une matière éventuellement chère, modifier profondément les interactions entre les matériaux et les milieux environnants et allonger considérablement leur durée de vie [2].

Les deux principales fonctions auxquelles répondent les traitements de surface sont : la prévention de la corrosion et celle de l'usure.

A ces deux fonctions essentielles, il faut en ajouter un certain nombre d'autres qui conditionnent l'utilisation des pièces dans l'environnement où elles vont travailler [3] :

- L'amélioration de l'aspect ;
- La conductibilité électrique ;
- L'isolation électrique ;
- La conductibilité thermique ;
- L'isolation thermique ;
- L'amélioration des caractéristiques de glissement ;
- La soudabilité ;
- La modification des propriétés optiques ;
- L'isolation aux rayonnements ;
- L'antioxydation à haute température .

1.2. Types de traitements de surface :

Les techniques de traitements de surface se répartissent en quatre familles [4] :

- Les revêtements par voie sèche ou humide ;
- Les traitements de conversion (réaction superficielle entre le matériau d'apport et le substrat) ;
- Les traitements de diffusion (le matériau d'apport diffuse dans le substrat) ;
- Les transformations structurales (modification de la structure métallurgique du substrat) .

La figure suivante présente les principales techniques utilisées en traitement de surface.

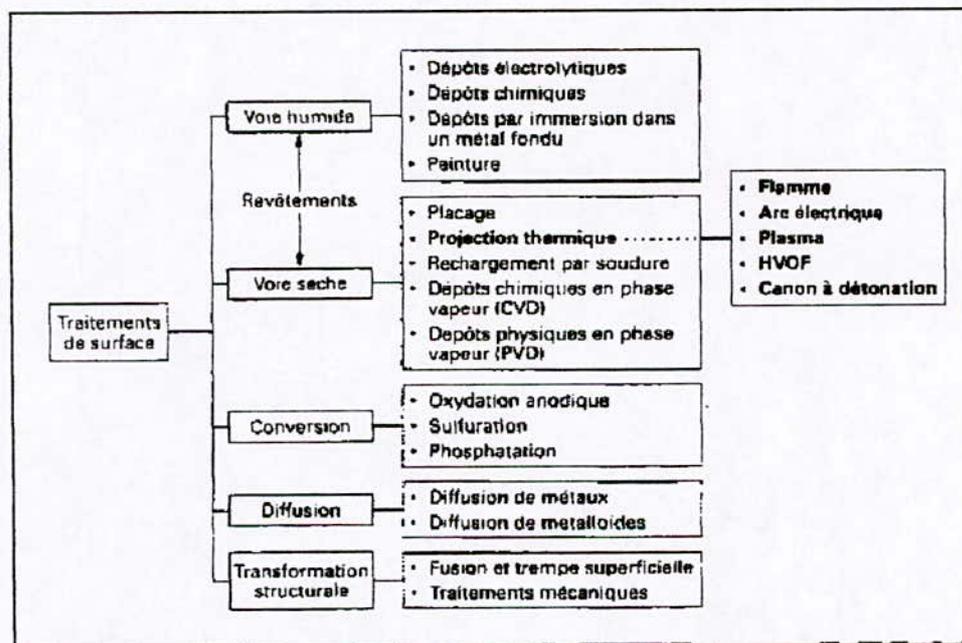


Figure1.1 : Principales techniques de traitement de surface [5].

Parmi les traitements de surface cités, on remarque que certains traitements sont réalisés avec apport de matière, tandis que d'autres sont mis en œuvre par le biais de changements structuraux seulement.

1.3. La projection thermique :

1.3.1. Historique :

La technique de revêtement métallique, par projection thermique, fut réalisée par le Docteur SCHOOP, ingénieur suisse, en 1909, en examinant les traces laissées sur un mur par des balles de plomb d'une carabine.

Grâce à son bas point de fusion (327°C), le plomb pouvait fondre localement lors de l'impact, d'où l'idée de projeter des métaux liquides.

Le premier appareil à métalliser fut, en effet, basé sur ce principe.

Depuis les années 80, les problèmes d'économie de matière et d'énergie, qui se sont posés un peu partout dans le monde, ont donné aux revêtements une place prépondérante et les progrès enregistrés depuis, dans les appareils et matériaux utilisés, sont très importants [6].

L'industrie aéronautique durant de nombreuses années a été le véritable moteur du développement des techniques de projection thermique, notamment grâce à la torche à plasma. Ceci parce qu'à l'inverse du marché de l'infrastructure, caractérisé par l'emploi des quantités très importantes de matériaux à faible coût, l'industrie aéronautique met en œuvre à petite échelle des matériaux souvent stratégiques à très fortes plus-values, comme les superalliages à base de nickel ou de cobalt par exemple [7].

1.3.2. Principe général de la projection thermique :

La projection thermique englobe l'ensemble des procédés permettant de transformer un matériau, initialement à l'état solide sous forme de fil ou poudre, à l'état fondu (liquide) ou pâteux (semi-liquide) par le biais d'une source de chaleur appropriée (flamme ou arc électrique). Le matériau est ensuite projeté sur la surface à revêtir. Cette projection est réalisée par un courant gazeux.

Les particules qui vont constituer le revêtement sont projetées à des vitesses variant de 40 m/s (cas d'une projection flamme-poudre) jusqu'à 950 m/s (pour les canons à détonation).

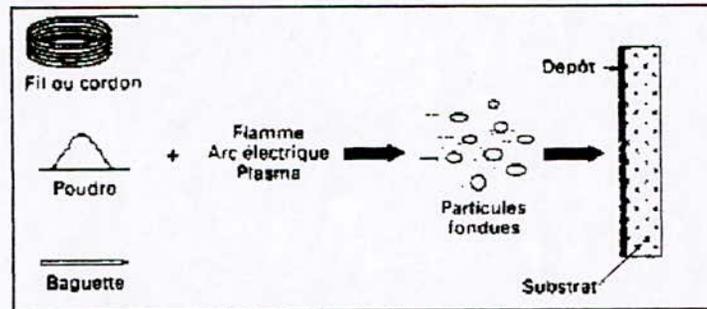


Figure1.2 : Principe fondamental de la projection thermique [8].

1.3.3. Types de projection thermique : [9]

1.3.3.1. Projection thermique flamme :

La projection thermique utilisant l'énergie calorifique provenant de la combustion de gaz est connue sous le nom de projection flamme.

1.3.3.1.1. Projection flamme-poudre :

On désigne généralement sous le nom de projection flamme-poudre le procédé de projection thermique le plus ancien, consistant à introduire un matériau sous forme de poudre dans une flamme oxycombustible et à le véhiculer grâce à l'énergie cinétique transmise par les gaz de combustion.

Les matériaux les plus utilisés sont des alliages dits «autofusibles» à base de nickel (Ni) ou de cobalt (Co) (alliés à des éléments tels que Cr, B, Si) et chargés éventuellement en carbures.

Ce procédé permet des dépôts de quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur, à des taux horaires de dépôt d'environ 2 à 3 kg/h, sans échauffement important du substrat.

La projection d'aciers, d'alliages à bas point de fusion, de céramiques ou de polymères est également possible.

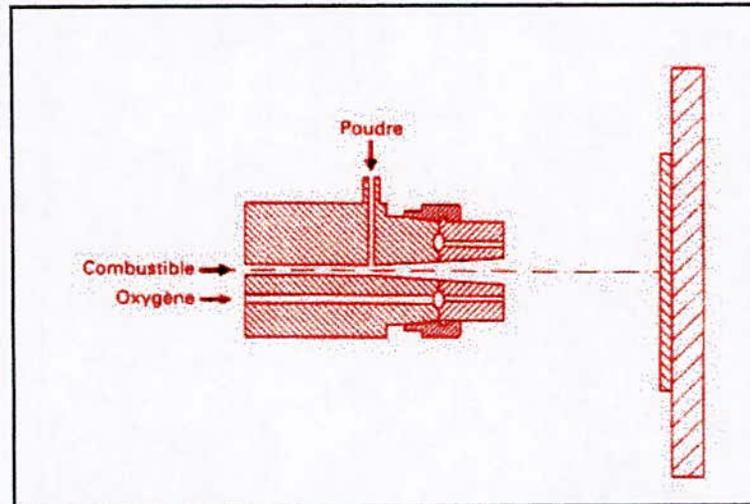


Figure 1.3 : Schéma de principe d'un pistolet flamme-poudre [10].

1.3.3.1.2. Projection flamme-fil :

Contrairement au procédé flamme-poudre, la flamme ne sert en projection flamme-fil qu'à fondre le métal d'apport, introduit sous forme de fil, de cordon, ou de baguette, en son centre. Une fois fondu, le matériau d'apport est projeté sur le substrat par un courant d'air comprimé.

Les pistolets de projection flamme-fil se composent de deux parties :

- Une partie chalumeau dans laquelle le matériau d'apport est fondu et pulvérisé;
- Une partie entraînement de fil.

La vitesse des particules est d'environ 150 m/s et la distance entre buse et substrat est comprise entre 100 et 200 mm. Les épaisseurs déposées peuvent aller de quelques dixièmes de millimètre à quelques millimètres, à des taux horaires très variables suivant les matériaux, les diamètres de fil utilisés et les propriétés de dépôts recherchées : de 1 kg/h, pour certaines céramiques préparées sous forme de cordon souple ou de baguette, à plus de 30 kg/h pour des fils anticorrosion tels que le zinc.

Cette technique de projection permet de réaliser les grandes familles de dépôts suivantes :

- Métaux : Zn, Al, Cu, Sn, Pb, Ni, Mo, aciers, aciers inoxydables;

- Alliages de base Zn, Cu, Ni ou Sn;
- Céramiques sous forme de cordon ou de baguette: NiAl, NiCrBSi, Al₂O₃, Al₂O₃ - TiO₂, Cr₂O₃, ZrO₂ - CaO.

La grande diversité des produits d'apport permet une utilisation dans tous les domaines industriels : automobile, aéronautique, infrastructure, sidérurgie, fonderie, papeterie, etc.

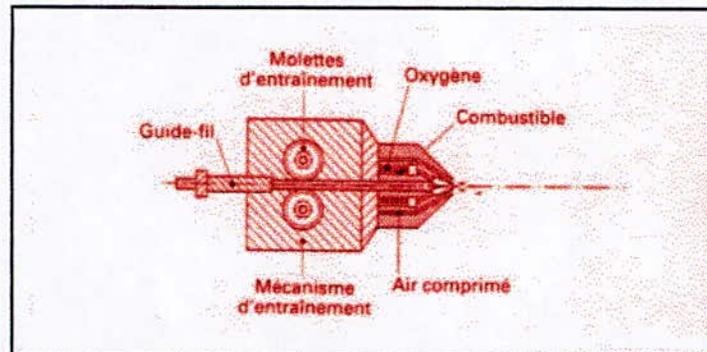


Figure 1.4 : Principe de fonctionnement d'un pistolet flamme-fil [11].

1.3.3.1.3. Projection flamme avec refusion :

Les revêtements réalisés par projection thermique sont poreux et leur liaison avec le substrat est purement mécanique. Pour des problèmes de corrosion et/ou d'adhérence insuffisante, un traitement de refusion peut compléter la gamme opératoire de manière à densifier le dépôt et à assurer une liaison de type brasage.

Les matériels utilisés sont les torches à gaz (ces torches sont des chalumeaux oxygaz équipés d'un récipient contenant la poudre) avec lesquelles les opérations de projection et de refusion sont réalisées simultanément, ou les pistolets flamme-poudre ou flamme-fil.

1.3.3.1.4. Projection hypersonique :

Ce type de projection tient son nom de la vitesse de sortie des gaz qui se situe entre Mach1 et Mach2 (le nombre de Mach est le rapport de la vitesse du projectile à celle du son [12]. Cette dernière vaut 340 m/s dans l'air à la température ordinaire [13]).

Deux procédés présentent ce type de caractéristiques :

- La projection hypersonique à tir discontinu;
- La projection hypersonique à tir continu.

1.3.3.1.4.1. Projection hypersonique à tir discontinu :

Cette technique de projection consiste à introduire le matériau d'apport (sous forme de poudre) dans un tube appelé **canon à détonation**, en même temps que le gaz de combustion (oxygène, acétylène). Ce mélange explose grâce à une étincelle, à la fréquence de 8 allumages par seconde. La poudre est ainsi chauffée et éjectée à très grande vitesse (950 m/s) par l'onde de choc créée. Le régime de projection est donc discontinu. Entre chaque tir, un balayage avec un gaz neutre est pratiqué.

Ce type d'installation permet d'obtenir des dépôts de caractéristiques remarquables du point de vue de la compacité (porosité inférieure à 1%), de l'adhérence (souvent supérieure à 80 MPa) et de la rugosité ($Ra = \pm 3 \mu m$), à des taux horaires de dépôts compris entre 3 et 5 kg/h. Les épaisseurs de dépôts sont en général limitées à 0.2 mm.

Nota: rugosité Ra : écart moyen arithmétique de rugosité par rapport à la ligne moyenne.

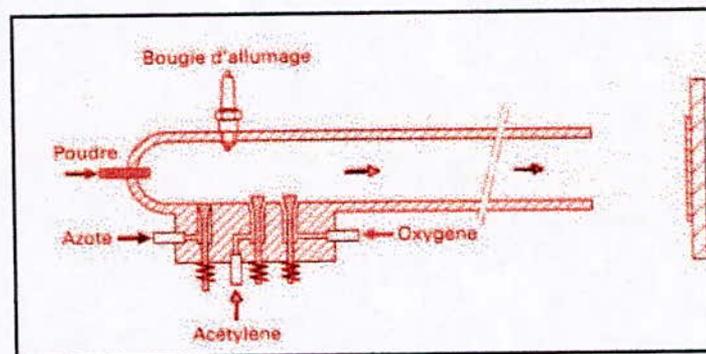


Figure 1.5 : Principe de fonctionnement d'un canon à détonation [14].

1.3.3.1.4.2. Projection hypersonique à tir continu :

Cette variante des procédés flamme classiques réside dans la vitesse très élevée acquise par les particules projetées grâce aux importantes pressions régnant dans la chambre de combustion.

Deux procédés sont développés, leur différence tenant essentiellement à des critères d'ordre économique :

- Le procédé **HVOF** : **H**igh **V**elocity **O**xygen **F**uel ;
- Le procédé **HVAF** : **H**igh **V**elocity **A**ir **F**uel.

L'**HVOF** utilise la combustion de deux gaz : d'une part, oxygène et, d'autre part, propane, propylène, tétrène ou hydrogène.

L'**HVAF** utilise quant à lui un mélange kérosène-air comprimé pour la combustion.

Pendant leur temps de séjour très court dans la flamme, les particules sont amenées à l'état pâteux, l'énergie cinétique acquise dans la tuyère permettant la réalisation de dépôt d'excellente qualité : faible porosité (< 2%), bonne adhérence (70 à 100 MPa) et faible rugosité de surface.

L'aéronautique est aujourd'hui le principal utilisateur du procédé **HVOF**, en particulier pour les dépôts de WC/Co 88/12 résistant à l'abrasion, l'effet de vitesse d'impact des particules sur le substrat étant bénéfique du point de vue de la cohésion des dépôts, et la température limitée de la flamme (par comparaison avec le procédé plasma) permettant d'éviter la décarburation des matériaux en cours de projection.

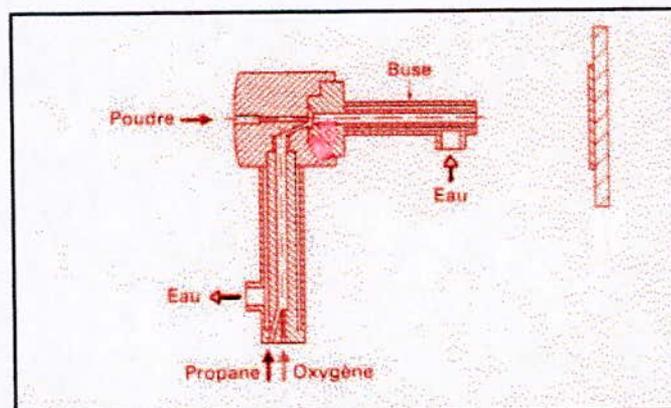


Figure 1.6 : Principe de fonctionnement d'un pistolet hypersonique à tir continu [15].

1.3.3.2. Projection par arc électrique entre deux fils :

Le principe de la projection par arc électrique consiste à faire jaillir un arc électrique entre deux fils consommables, un jet d'air comprimé pulvérisant le métal fondu et le projetant sur le substrat.

Les pistolets à arc électrique sont alimentés par des générateurs à courant continu, sous des tensions d'arc comprises entre 25 et 40 V, pour des intensités allant de 100 à 500 A. Ils comprennent deux parties :

- Une partie entraînement du fil ;
- Une partie fusion/projection du métal fondu.

L'application d'un courant électrique sur les fils génère un arc électrique qui permet de les fondre (température d'environ 6000°C). Les fils fondus sont alors pulvérisés grâce à un jet d'air comprimé et projetés sur le substrat pour former le dépôt.

La température atteinte et l'énergie cinétique élevée acquise par les particules grâce au jet d'air comprimé (vitesse égale à 250 m/s) permettent des projections avec des caractéristiques de dépôts performantes :

- Porosité de 5 à 10% ;
- Epaisseur des dépôts de 0.2 à 3 mm ;
- Force d'accrochage : 20 à 40 MPa ;
- Taux horaire de dépôt de 5 à 30 kg/h.

Les seuls freins à son utilisation résident dans la nature des matériaux à projeter qui doivent être conducteurs, dans la structure grossière et le taux d'oxydation des dépôts relativement élevé en raison du transport des particules grâce à l'air comprimé (bien que l'utilisation de gaz neutre reste possible, au détriment du coût d'exploitation).

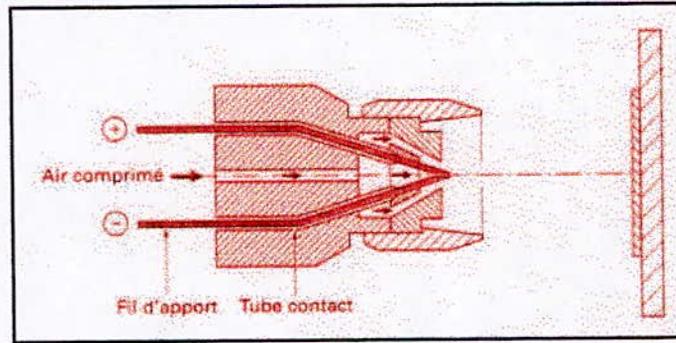
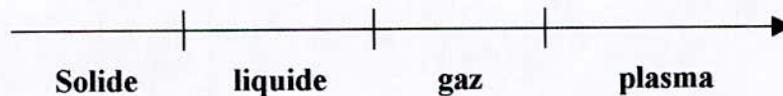


Figure 1.7 : Principe de fonctionnement d'un pistolet arc électrique [16].

1.3.3.3. Projection plasma soufflé :

Le plasma est considéré comme le quatrième état de la matière.



C'est un gaz ionisé constitué de molécules, d'atomes, d'ions et d'électrons, l'ensemble étant électriquement neutre. Un plasma Ar/H₂ sera ainsi constitué des espèces suivantes : Ar, H, H⁺, Ar⁺, e⁻.

Le procédé de projection plasma soufflé utilise comme source thermique un arc électrique éclatant entre une cathode et une anode dans un plasma gazeux, initié par une décharge haute fréquence en général. Le flux gazeux, ainsi porté à très haute température (15000 à 20000 °C), est étranglé dans une tuyère, et s'échappe de la buse à vitesse élevée.

C'est à l'intérieur de ce jet de plasma à haute énergie que l'on injecte le matériau d'apport sous forme de poudre véhiculée par un gaz porteur. Les particules sont fondues et transportées par ce jet de gaz sur le substrat.

Les mélanges gazeux utilisés sont en général formés d'Ar et de H_2 . Aujourd'hui, des gaz ternaires de type Ar/He/ H_2 sont utilisés industriellement.

Les domaines d'application sont très vastes du fait de la diversité des matériaux d'apport (métaux purs (Mo, Ti, Ta, Al, Zn), alliages (NiCr, NiAl, ...), céramiques (Al_2O_3 , Cr_2O_3 , ...), carbures (WC, Cr_3C_2 , ...), ...) et de la flexibilité de la technologie.

L'industrie automobile est, avec l'industrie aéronautique, le domaine industriel où ce procédé est le plus répandu pour traiter des problèmes d'usure, de corrosion, d'oxydation, de barrière thermique ou de frottement.

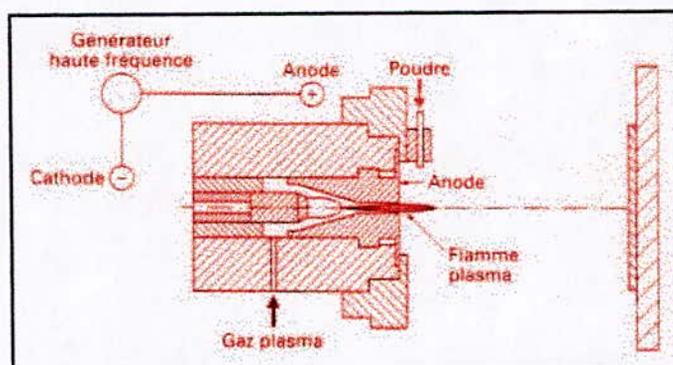


Figure 1.8 : Principe de fonctionnement d'une torche plasma [17].

1.4. Formation et structure des dépôts : [18]

Les dépôts formés par projection thermique sont obtenus par empilements successifs de gouttelettes de matériau fondu ou à l'état pâteux. La structure ainsi formée est du type lamellaire.

Afin de réaliser un bon accrochage mécanique, la surface des pièces à revêtir est préalablement préparée pour en augmenter la rugosité et permettre aux particules de s'ancrer dans les irrégularités de surface.

La formation du dépôt présente deux étapes caractéristiques :

- L'écrasement de chaque gouttelette ;

- La formation d'une couche de matériau, résultant de la cinématique liée au processus (mouvements relatifs torche/pièce).

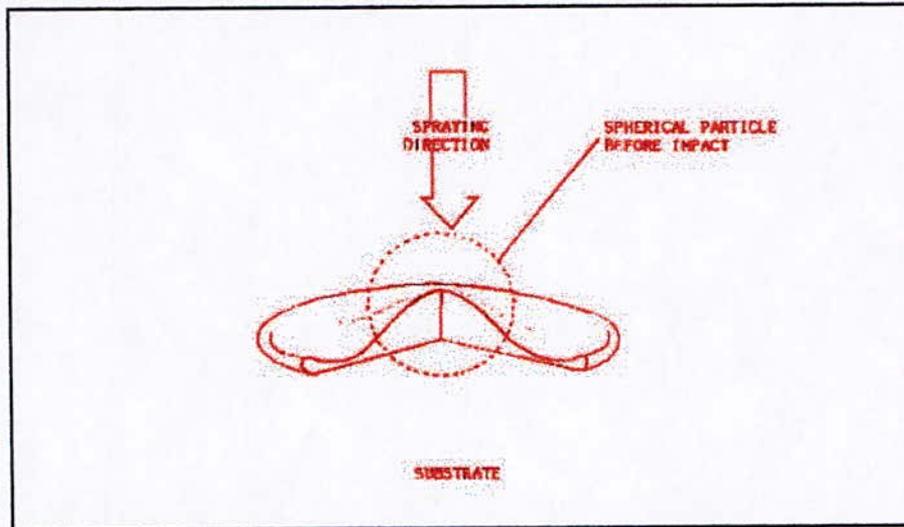


Figure 1.9 : L'écrasement d'une particule projetée sur la surface du substrat [19].

Ce mécanisme d'écrasement est un mécanisme complexe dépendant d'une part des caractéristiques des particules elles-mêmes (vitesse, composition chimique, température, degré de fusion), et d'autre part de celles du substrat (nature, rugosité, température).

Deux types de structures existent après impact :

- Une structure «fragmentée», constituée d'un disque central de faible diamètre et de ramifications dirigées vers l'extérieur et reliées ou non à celui-ci;
- Une structure en forme de disque, constituée à partir d'un écoulement continu et stable du liquide, allant du point d'impact de la particule vers la périphérie.

La vitesse de refroidissement des particules au contact du métal de base est généralement supérieure à 10^6 K/s, le temps de solidification étant compris entre 0.5 et 2.5 μ s.

La formation d'un dépôt résulte de la combinaison du phénomène d'écrasement et de solidification rapide de particules fondues sur le substrat et du balayage de la surface à traiter.

La réaction chimique des particules avec les gaz environnants et les transferts de chaleur avec le substrat (ou la couche précédemment déposée) vont affecter la qualité du dépôt, et en particulier le taux de porosité, le taux d'impuretés, les contraintes résiduelles et la structure métallurgique.

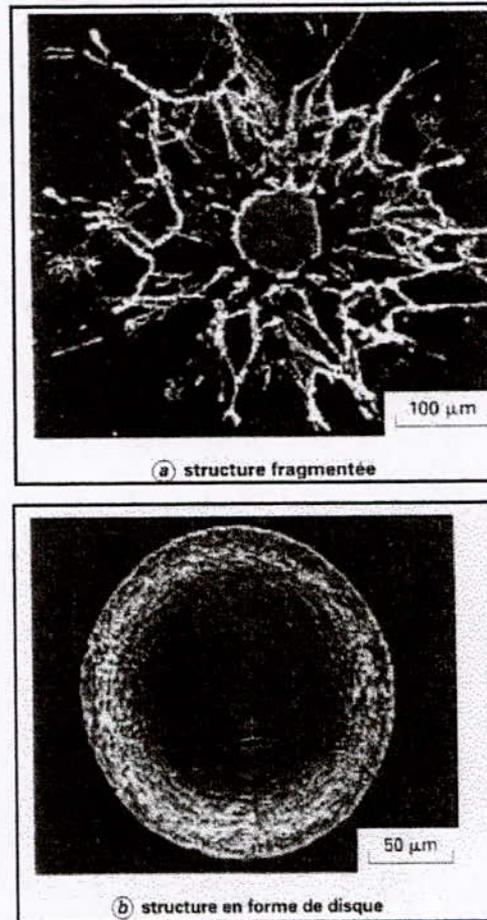


Figure 1.10 : Mécanismes d'écrasement des particules [20].

1.5. Caractéristiques générales des dépôts : [21]

1.5.1. Structure métallurgique :

Les dépôts sont généralement stratifiés, s'ils ne sont pas traités a posteriori. Ils sont poreux, la porosité provenant soit de microcavités dues à un empilage imparfait des gouttelettes, soit de gaz enfermés pendant la solidification. Le taux de porosité varie de moins de 1% à 25% suivant les procédés et les matériaux utilisés. Les dépôts comportent des inclusions telles que des oxydes ou encore d'autres matériaux provenant des chalumeaux

eux-mêmes, des particules infondues ou partiellement fondues n'ayant pas subi un cycle thermique complet (en raison de leur taille ou de leur cheminement dans la source de chaleur).

La figure ci-dessous représente la coupe d'un dépôt.

En raison de la très grande vitesse de refroidissement des particules au contact du substrat, leur structure métallurgique est du type trempée, généralement à phase unique. Ceci permet d'expliquer que la structure d'origine du matériau peut se trouver modifiée après dépôt. A titre d'exemple, on peut citer le cas de l'alumine, projetée sous forme alpha et qui se retrouve sous forme gamma dans le dépôt. Une autre conséquence de ces cycles thermiques sévères est la présence possible de microfissures intragranulaires à l'intérieur des dépôts.

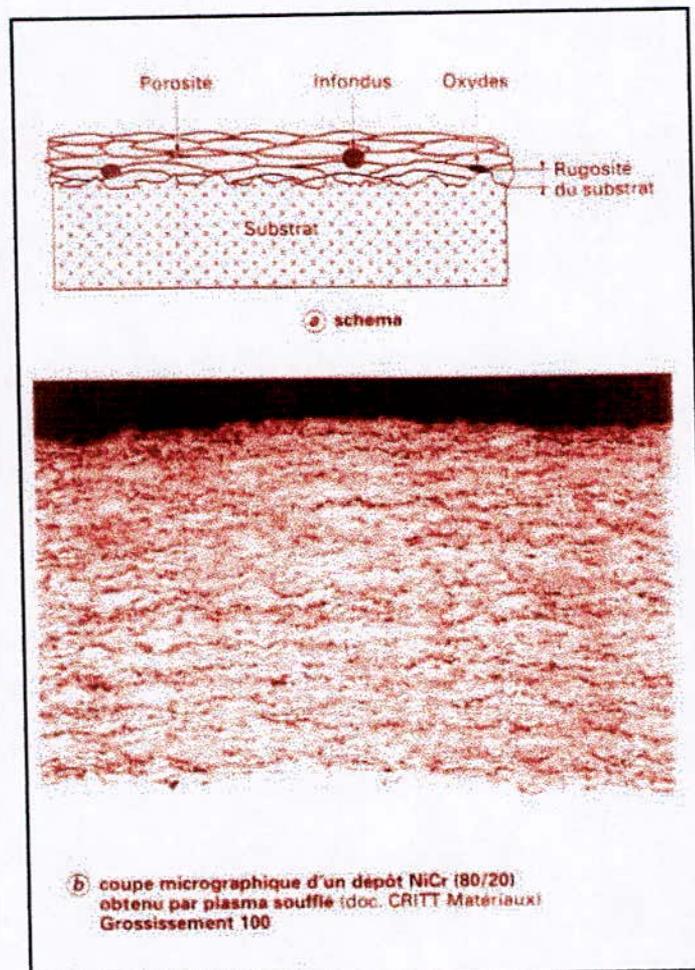


Figure 1.11 : coupe d'un dépôt [22].

Enfin, lors des projections réalisées dans l'air, les particules et le substrat sont soumis au phénomène d'oxydation. Il n'est ainsi pas rare de constater une augmentation du taux d'oxygène pendant la projection (par exemple, le tungstène projeté par plasma atmosphérique à partir de poudre contenant 200 ppm d'oxygène voit ce taux passer à 5000 ppm dans le dépôt).

1.5.2. Adhérence :

Les dépôts adhèrent au substrat par un phénomène mécanique. Suivant les procédés et les matériaux, l'adhérence varie de 20 à 115 MPa. Dans le cas où elle s'avère insuffisante (cas de projections d'oxydes par exemple), on utilise des sous-couches d'accrochage, parmi lesquelles on peut citer l'aluminiure de nickel, le molybdène ou encore les alliages du type NiCr (80/20).

CHAPITRE 2
LES CONTRAINTES RESIDUELLES

LES CONTRAINTES RESIDUELLES

2.1. Introduction :

Il est possible que des contraintes prennent naissance dans un matériau par suite d'une déformation plastique initiale.

Si cette déformation plastique satisfait aux conditions d'intégrabilité, c'est-à-dire telle que l'on puisse assurer la cohésion du matériau, la contrainte est nulle. Sinon, il se superposera à la déformation plastique une déformation élastique telle que la déformation résultante vérifie les conditions d'intégrabilité.

Cette déformation élastique est accompagnée de son champ de contraintes lesquelles sont dites **contraintes résiduelles** et qui subsistent en dehors de toutes sollicitations extérieures.

Le même raisonnement est suivi si à la place de la déformation plastique se trouve une déformation due à la dilatation thermique qui est la conséquence de la non-uniformité de la température, ou si les deux types de déformation, plastique et thermique, existent simultanément.

Les contraintes résiduelles peuvent modifier considérablement la tenue ultérieure des matériaux en exerçant des effets néfastes ou bénéfiques sur la fissuration [23].

Elles peuvent, également, conduire à des ruptures catastrophiques. De telles ruptures apparaissent dans les moteurs à réaction, les réacteurs nucléaires, les fusées, ou encore dans les structures d'avion supersonique soumises à un échauffement aérodynamique et les centrales à haute température [24].

Il s'avère donc très important d'apprécier convenablement ces contraintes résiduelles afin de choisir les traitements convenables destinés à les atténuer ou à les utiliser judicieusement.

2.2. Les ordres de contraintes résiduelles :

En accord avec une proposition de classification reprise par différents auteurs [25] [26], on distingue trois niveaux de contraintes résiduelles.

2.2.1. Les contraintes internes du troisième ordre :

A l'échelle de la maille, les contraintes internes sont engendrées par les défauts du réseau, tels que les lacunes, les impuretés, les dislocations ou l'arrangement des dislocations.

Par convention, on les appelle **contraintes internes du troisième ordre**. A ce stade, nous pouvons distinguer, selon la nature et la configuration de ces défauts, deux niveaux de contraintes :

- A «courte distance», au voisinage immédiat des défauts ponctuels (quelques distances interatomiques).
- A «grande distance», autour des défauts linéaires et des précipités cohérents (quelques dizaines ou centaines de distances interatomiques).

Ces contraintes s'équilibrent d'elles-mêmes, sur le volume constitué par un cristal. Leur mesure est impossible et l'on cherche le plus souvent, à partir des modèles théoriques appropriés [25], à avoir un ordre de grandeur qui peut avoisiner, dans certains cas, la limite élastique théorique.

A «grande distance», elles peuvent être estimées par leur action sur la mobilité des dislocations, par les essais de fluage [26]. Elles sont au voisinage de la limite élastique du matériau.

2.2.2. Les contraintes internes du deuxième ordre :

Ces contraintes sont liées aux problèmes de compatibilité de déformation de grains sous l'action d'une sollicitation.

Lorsque deux grains voisins sont soumis à une sollicitation, ils se déforment différemment du fait de leurs orientations cristallographiques différentes par rapport à la direction de traction.

Après suppression de l'effort, ils reviennent à une position moyenne, il y a alors une accommodation élastique résiduelle au niveau du joint de grain, qui rend compte des incompatibilités de déformation des deux grains qui n'ont pas été résorbées par les déformations plastiques. C'est cette accommodation de type élastique qui est à l'origine des contraintes internes du deuxième ordre. Celles-ci s'équilibrent à l'échelle de plusieurs grains.

Il est possible d'accéder expérimentalement à ces contraintes du fait qu'elles influent sur les profils des raies obtenues par diffraction X [27] [28]. En effet, les déformations élastiques qu'elles introduisent au niveau des plans cristallographiques, équilibrées statiquement sur un ensemble de grains participant à la diffraction, vont se traduire par l'élargissement des raies.

2.2.3. Les contraintes internes du premier ordre ou contraintes résiduelles :

Ces contraintes intéressent un volume relativement important de matière et c'est pour cette raison qu'elles sont parfois appelées **contraintes macroscopiques**.

Elles proviennent d'une répartition non statistique des contraintes internes du deuxième ordre. Cette hétérogénéité est engendrée par l'existence, dans le volume de matière considéré, d'un gradient de déformation dont l'origine peut être :

- **Chimique**, conséquence indirecte d'une hétérogénéité de la composition chimique du matériau (cas d'une décarburation superficielle, d'une cémentation, ...).
- **Physico-chimique**, par la présence des différentes phases, de volumes spécifiques différents ou de phases homogènes n'apparaissant pas simultanément en tout point du matériau.
- **Thermique**, un simple gradient thermique peut produire des écarts de dilatation incompatibles avec les déformations élastiques du matériau aux températures considérées.
- **Mécanique**, comme conséquence d'un écrouissage hétérogène (laminage, grenailage, étirage, ...).

2.3. Méthodes expérimentales de détermination des contraintes résiduelles :

La détermination des contraintes internes du premier ordre ou contraintes résiduelles peut se faire par plusieurs méthodes que l'on classe en trois catégories :

- Les méthodes destructives.
- Les méthodes semi-destructives.
- Les méthodes non-destructives.

2.3.1. Méthodes destructives :

On traite ici un exemple qui est l'enlèvement de couches successives.

2.3.1.1. Méthode d'enlèvement de couches successives : [29]

2.3.1.1.1. Principe :

Le principe de cette méthode repose sur l'exploitation d'un réarrangement des contraintes qui se produit au sein d'une pièce parallélépipédique lorsqu'on enlève une fine épaisseur en surface.

On peut alors mesurer soit la variation résultante de la courbure de la pièce (méthode de la «flèche»), soit les déformations associées sur la face opposée à l'enlèvement de matière à l'aide de jauges de déformation.

Supposons une pièce parallélépipédique dans laquelle règne un état de contraintes quasi plan, c'est-à-dire qu'en tout point, σ_z est très inférieure à σ_x et σ_y .

De plus, les contraintes σ_x et σ_y sont supposées être uniformes dans tout plan xy. L'équilibre initial se traduit par la nullité de la résultante des forces et des moments des contraintes résiduelles.

Un enlèvement de couche d'épaisseur e provoque un effort normal et un moment de flexion dans l'épaisseur restante, ce qui se traduit par des variations linéaires des contraintes : $\Delta\sigma_x$ et $\Delta\sigma_y$.

La connaissance des déformations principales $\Delta\varepsilon_x$ et $\Delta\varepsilon_y$ sur la face opposée à l'enlèvement de couche permet de connaître les expressions $\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y$ et les contraintes σ_x, σ_y qui existaient dans la fine couche de matériau enlevée.

Il est alors possible de déterminer les contraintes existant dans toute l'épaisseur de l'échantillon en poursuivant l'opération jusqu'à destruction complète.

2.3.1.1.2. Mise en œuvre pratique de la méthode d'enlèvement de couches :

Dans le cas le plus général, l'élément parallélépipédique à tester est découpé d'un ensemble plus grand. Ceci entraîne une relaxation partielle qu'il est nécessaire d'enregistrer.

On procède alors de la manière suivante :

Deux jauges de déformation sont placées aux faces inférieure et supérieure de l'élément à isoler. La découpe se traduit par deux variations de contraintes sur chacune des faces.

En supposant que les contraintes qui résultent d'un effort normal ou d'un moment ont une variation linéaire dans l'épaisseur, il est possible de les calculer à tout niveau. Comme l'ont démontré ROSENTHAL et NORTON [30] ou FRICK et AL [31], ceci est valable si les dimensions, de la longueur L et de la largeur l , de l'élément sont au moins deux fois égales à son épaisseur h . Il en résulte que la méthode ne devrait s'appliquer qu'aux pièces telles que $L \geq 2h$ et $l \geq 2h$.

On procède ensuite à la phase de rabotage proprement dite (ce qui élimine naturellement une des deux jauges) par pas de 0.5 ou de 1 mm. On peut employer des méthodes d'érosion chimique ou mécanique.

L'usinage mécanique est utilisé dans le cas des matériaux non-conducteurs électriques seulement. En effet, il peut générer des contraintes résiduelles mécaniques ou thermiques et fausser les résultats. C'est pour cela qu'on lui préfère l'usinage électrochimique, qui ne présente pas cet inconvénient et permet en outre d'enlever des couches d'épaisseur variable et contrôlable (contrairement à l'attaque chimique) [32].

Dans le cas d'un usinage mécanique, on attend le retour à l'équilibre thermique avant de relever à chaque pas la déformation $\Delta\epsilon$ associée.

Le retour à l'équilibre thermique dépend naturellement des dimensions et de la nature de la pièce et des conditions d'usinage. A titre indicatif, des mesures réalisées par thermocouples ont démontré qu'un temps minimum d'une heure était nécessaire entre chaque passe.

Le rabotage est arrêté lorsque l'épaisseur enlevée ne devient plus négligeable par rapport à l'épaisseur restante, c'est-à-dire pratiquement entre 5 et 10mm.

On donne, dans la figure suivante, un schéma représentatif d'un banc d'usinage électrochimique.

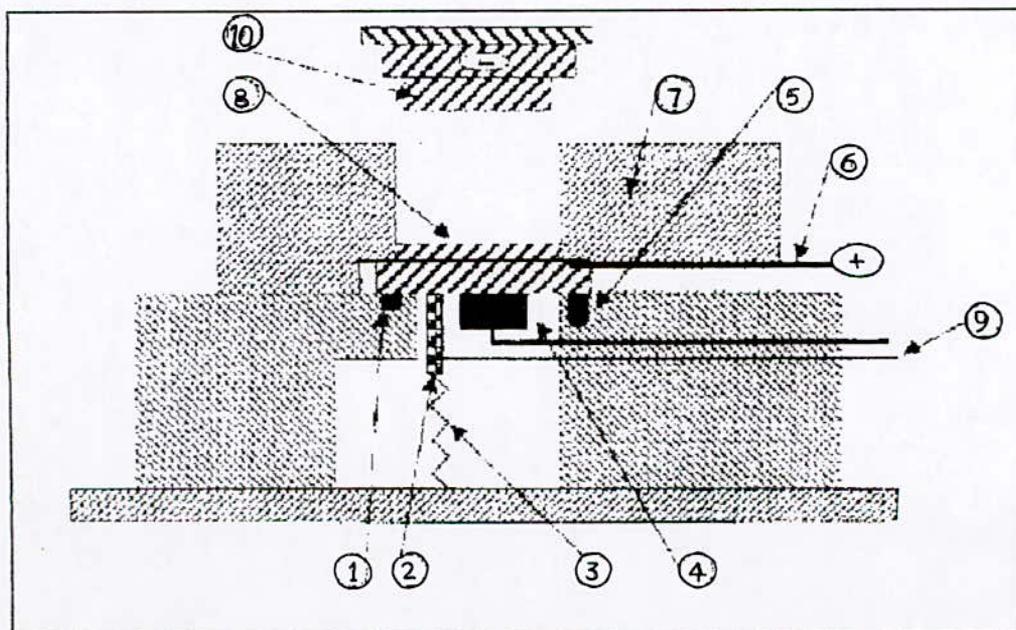


Figure 2.1 : Schéma d'un banc d'usinage électrochimique [33].

- 1) Joint torique pour protéger les capteurs de tout contact avec l'électrolyte.
- 2) Capteur ultrasonore.
- 3) Fil d'alimentation des capteurs.
- 4) Jauges de déformation.
- 5) Vis de pression pour bloquer la plaque contre l'échantillon.

- 6) Plaque en cuivre pour l'amenée du courant.
- 7) Couvercle.
- 8) Pièce.
- 9) Fils d'alimentation des capteurs.
- 10) Electrode outil.

2.3.2. Méthodes semi-destructives :

La méthode du trépan est l'une des méthodes semi-destructives utilisées. Son principe consiste à isoler mécaniquement un petit élément de volume dont on désire connaître l'état de contraintes. La différence : état initial (avec contraintes résiduelles) - état final (sans contraintes) indique le niveau des contraintes résiduelles.

Une deuxième méthode, d'usage courant, consiste à mesurer la relaxation des contraintes survenant à la surface après y avoir percé un trou, c'est la méthode du trou et c'est elle que l'on va développer.

2.3.2.1. Méthode du trou : [34]

Une rosette, constituée de trois jauges d'extensométrie, est d'abord fixée et centrée autour du point où l'on veut effectuer la mesure. Celle-ci est reliée à un pont d'extensométrie par une boîte de commutation. On équilibre le zéro des jauges puis on perce un trou au point de mesure et on mesure les déformations obtenues.

Dans la plupart des cas, le trou est borgne et sa profondeur est :

- Approximativement égale à son diamètre;
- Faible par rapport à l'épaisseur de la structure.

Malheureusement, la méthode du trou borgne est complexe et nécessite l'introduction de facteurs empiriques dans les équations élastiques. Une solution rigoureuse peut, cependant, être obtenue dans le cas du trou débouchant dans une plaque mince dans laquelle les contraintes sont uniformes selon l'épaisseur.

2.3.2.1.1. Théorie du trou débouchant :

La figure suivante représente une plaque mince soumise à un champ de contrainte uniforme σ_x . L'état initial de contraintes en tout point $P(R, \alpha)$ s'exprime en coordonnées polaires par :

$$\sigma_r' = \frac{\sigma_x}{2} \cdot [1 + \cos(2\alpha)] \quad 2.1$$

$$\sigma_\theta' = \frac{\sigma_x}{2} \cdot [1 - \cos(2\alpha)] \quad 2.2$$

$$t_{r\theta}' = -\frac{\sigma_x}{2} \cdot \sin(2\alpha) \quad 2.3$$

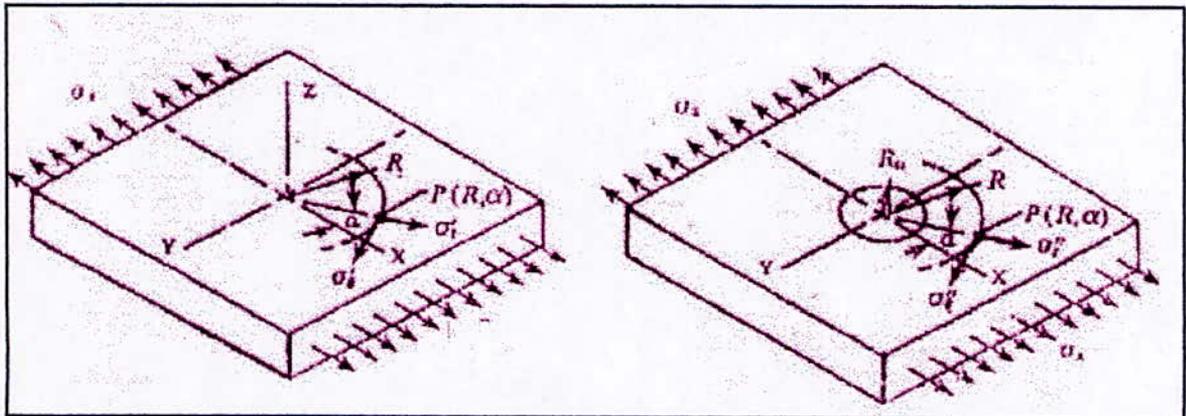


Figure 2.2 : Etat de contraintes au point $P(R, \alpha)$ avant et après perçage du trou [35].

Après perçage d'un petit trou de rayon R_0 , les contraintes à proximité sont différentes. En effet, les contraintes σ_r et $t_{r\theta}$ doivent être nulles en tout point de la surface du trou. Une solution proposée par G.Kirsch en 1898 permet d'écrire, en un point $P(R, \alpha)$:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_x}{2} \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{r^2} \right) + \left(1 + \frac{3}{r^4} - \frac{4}{r^2} \right) \cdot \cos(2\alpha) \right] \quad 2.4$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x}{2} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{r^2} \right) - \left(1 + \frac{3}{r^4} \right) \cdot \cos(2\alpha) \right] \quad 2.5$$

$$t_{r\theta} = \frac{\sigma_x}{2} \cdot \left(1 + \frac{3}{r^4} + \frac{2}{r^2} \right) \cdot \sin(2\alpha) \quad 2.6$$

Avec :

$$r = \frac{R}{R_0} \text{ et } R \geq R_0 \quad 2.7$$

En retranchant les contraintes avant et après perçage, on obtient la relaxation :

$$\Delta\sigma_r = \sigma_r' - \sigma_r \quad 2.8$$

$$\Delta\sigma_\theta = \sigma_\theta' - \sigma_\theta \quad 2.9$$

$$\Delta t_{r\theta} = t_{r\theta}' - t_{r\theta} \quad 2.10$$

Si le matériau est homogène et reste dans le domaine élastique, en appliquant la loi de Hooke on obtient les déformations correspondantes au point $P(R, \alpha)$:

$$\varepsilon_r = -\frac{\sigma_x \cdot (1 + \nu)}{2E} \cdot \left[\frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \cdot \cos(2\alpha) + \frac{4}{r^2 \cdot (1 + \nu)} \cdot \cos(2\alpha) \right] \quad 2.11$$

$$\varepsilon_\theta = -\frac{\sigma_x \cdot (1 + \nu)}{2E} \cdot \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{3}{r^4} \cdot \cos(2\alpha) - \frac{4}{r^2 \cdot (1 + \nu)} \cdot \cos(2\alpha) \right] \quad 2.12$$

E et ν sont, respectivement, le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau.

2.3.3. Méthodes non-destructives : [36]

Le prototype de ces méthodes est une technique fondée sur la diffraction des rayons X qui permet de déterminer les déformations du réseau sous un champ de contraintes bi-axiales à la surface d'un solide. Elle est basée sur la mesure des distances inter-réticulaires d'une famille de plans cristallographiques convenablement choisie qui varie en fonction du champ de contraintes imposées.

2.3.3.1. Analyse par diffraction des rayons X : [37]

Soit d_{hkl} la distance inter-réticulaire d'une famille de plans $\{hkl\}$ et d_0 sa valeur au repos. Sous l'effet d'une contrainte, la distance d_{hkl} va différer de d_0 d'une distance $\Delta d = d_{hkl} - d_0$. La mesure de la distance inter-réticulaire se fait en utilisant la loi de Bragg :

$$2 \cdot d_{hkl} \cdot \sin \theta = n \cdot \lambda \quad 2.13$$

Avec :

- θ : angle de diffraction (de Bragg).
- λ : longueur d'onde des rayons X incidents.
- n : nombre entier naturel.

Si l'on différencie en d_0 cette relation, on obtient :

$$\Delta d_{hkl} = -n \cdot \lambda \cdot \frac{\cos \theta_0}{\sin^2 \theta_0} \cdot \Delta \theta \quad 2.14$$

Après division par d_0 , on obtient :

$$\frac{\Delta d_{hkl}}{d_0} = -\cot \theta_0 \cdot \Delta \theta \quad 2.15$$

La variation totale de l'angle de diffraction ε s'écrit :

$$\varepsilon = 2 \cdot \frac{\Delta d_{hkl}}{d_0} = -2 \cot \theta_0 \cdot \Delta \theta \quad 2.16$$

La figure suivante montre l'effet de la contrainte sur l'angle de diffraction.

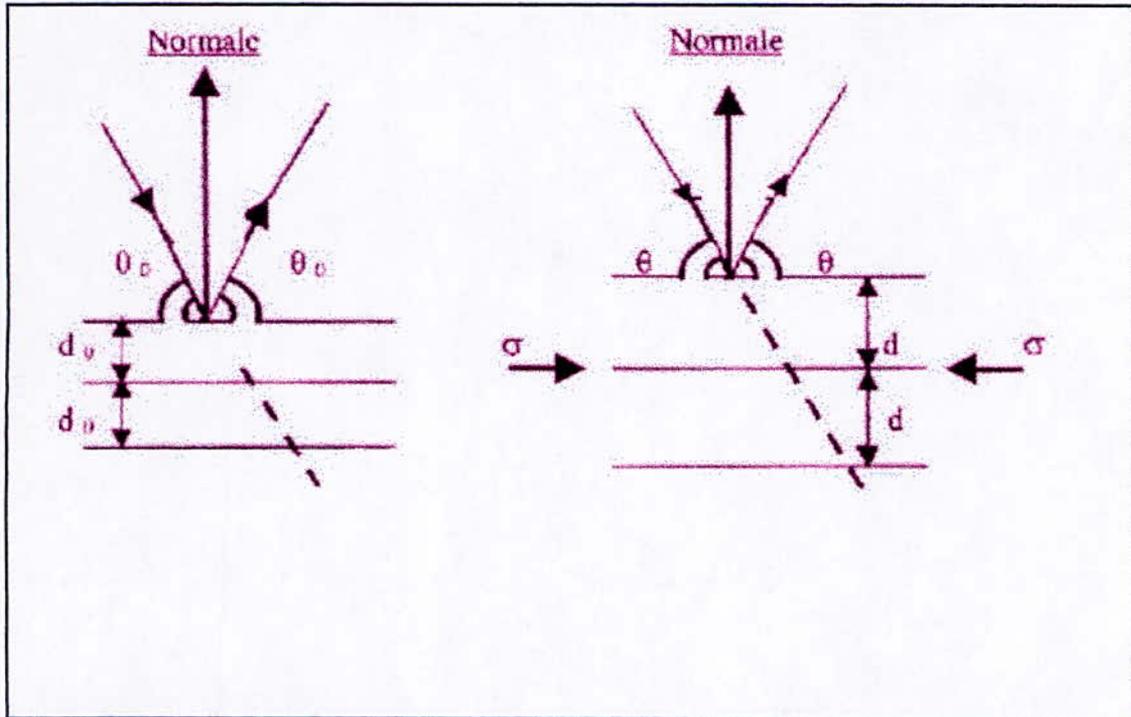


Figure 2.3 : L'effet des contraintes sur l'angle de diffraction [38].

Les variations de d_{hkl} ont différents effets sur la déformation des raies de diffraction selon leurs échelles.

- **A l'échelle macroscopique**, la déformation peut être considérée uniforme et il y a effectivement, dans ce cas, une translation uniforme du pic de diffraction.
- **A l'échelle microscopique**, la déformation n'est plus uniforme et il y a élargissement du pic de diffraction qui peut être caractérisé par la mesure de la largeur de corde à mi-hauteur.

On peut donc déduire les contraintes macroscopiques et microscopiques des déformations correspondantes obtenues des raies de diffraction.

La figure suivante montre l'effet de la contrainte sur le pic de diffraction.

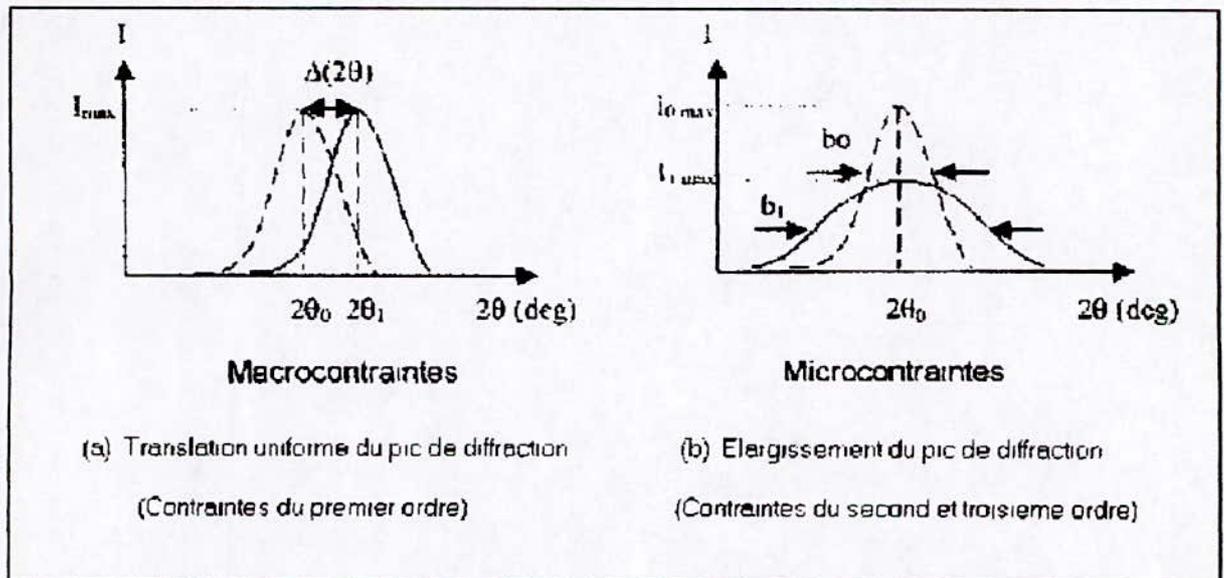


Figure 2.4 : L'effet des contraintes sur le pic de diffraction [39].

CHAPITRE 3
LA MODELISATION MATHEMATIQUE

LA MODELISATION MATHEMATIQUE

3.1. Introduction :

L'application des sciences de l'ingénieur permet de décrire le comportement des systèmes physiques concrets (bâtiment, pièce mécanique, etc.) à l'aide des modèles mathématiques abstraits pouvant être compris par l'ordinateur.

Un modèle simulable (ou simulateur) se fonde toujours sur une théorie, c'est-à-dire une description abstraite de certains aspects de la réalité en termes de concepts ou de variables, et de relations ou de lois. Les relations prennent le plus souvent la forme de fonctions mathématiques ou logiques; elles décrivent la manière dont certaines variables (appelées causes, variables indépendantes, facteurs exogènes, «inputs») agissent sur d'autres (appelées effets, variables dépendantes, facteurs endogènes, «outputs») [40].

A partir d'une théorie d'un phénomène quelconque, il est généralement possible soit de construire un mécanisme physique ou une maquette dont le fonctionnement présente des analogies avec le déroulement du phénomène tel que la théorie le décrit, soit d'élaborer un modèle abstrait programmable sur ordinateur numérique [41].

Cette dernière solution est actuellement la plus aisée à mettre en œuvre, et la plus répandue dans tous les domaines.

Cette solution est la conséquence de l'avènement des moyens informatiques modernes (méthodes numériques et logiciels scientifiques) qui permettent de résoudre des systèmes algébriques linéaires et non linéaires de grande dimension.

Le travail de ce chapitre sera d'établir les modèles mathématiques régissant l'effet thermique et l'effet mécanique (limité à l'élasticité linéaire) d'un traitement de surface par projection thermique.

3.2. Hypothèses simplificatrices de calcul :

Dans l'optique d'obtenir un modèle mathématique avec moins de complexités de sorte qu'il soit facilement résolu par les méthodes numériques connues, certaines hypothèses ont été prises en compte :

- Le problème posé peut être caractérisé comme **bidimensionnel** du fait qu'il étudie un solide de révolution, à savoir : un solide de forme cylindrique. Par raison de symétrie, les deux composantes de déplacement dans une section plane quelconque de la structure passant par son axe de symétrie définissent complètement l'état de déformation et, par conséquent, l'état de contrainte [42].
- On admet que les matériaux étudiés sont **homogènes et isotropes**, c'est-à-dire présentant les mêmes propriétés en tout point et dans toutes les directions issues d'un même point. Il en découle la constance, dans l'espace, de la conductivité thermique λ , de la chaleur spécifique c , de la masse volumique ρ , du coefficient d'expansion thermique α et des paramètres mécaniques (module de Young E , module de cisaillement G et coefficient de Poisson ν).
- On suppose également que les propriétés qui viennent d'être citées restent inchangées au cours du refroidissement (elles sont indépendantes de la température). Ceci du fait que la température de projection est voisine de 400°C à l'interface dépôt-substrat [43], ce qui fait que l'écart de température avec l'ambiante n'est pas très étendu. Le problème thermique est transformé, ainsi, en un problème **linéaire**.
- Les déformations résultantes impliquent l'échauffement des matériaux. Ceci peut être négligé vu que les variations de températures induites ne dépassent pas quelques $^\circ\text{C}$ [44].
- Les matériaux utilisés ne contiennent pas de sources internes de chaleur.
- Le substrat est maintenu immobile lors de la projection thermique et pendant toute la durée du refroidissement. Cela implique que la contribution de la vitesse de déplacement du matériau dans l'équation de la chaleur est nulle.

3.3. Calcul thermique :

3.3.1. Intérêt du calcul thermique :

Pour une évaluation plus correcte des champs de déformations et de contraintes apparaissant dans le bimatériau après son élaboration, on a intérêt à connaître les dilatations thermiques ainsi que leurs gradients en tout point du bimatériau.

Pour cela, on doit établir les cartes de températures pour les différents temps choisis. Les résultats sont obtenus sous forme d'un champ scalaire $T(M,t)$, avec :

- T : la température.
- M : un point du cylindre de coordonnées (r,ϕ,z) .
- t : le temps.

3.3.2. Etablissement de l'équation de transfert de chaleur :

Le transfert de chaleur a lieu chaque fois qu'un gradient de température existe à l'intérieur d'un système (existence d'un déséquilibre thermique), ou lorsque deux systèmes portés à des températures différentes sont mis en contact.

Dans un corps solide, la conduction est le seul mécanisme au moyen duquel la chaleur peut s'écouler [45].

Pour établir l'équation de transfert de chaleur par conduction à l'intérieur d'une éprouvette cylindrique, on se sert de la figure suivante :

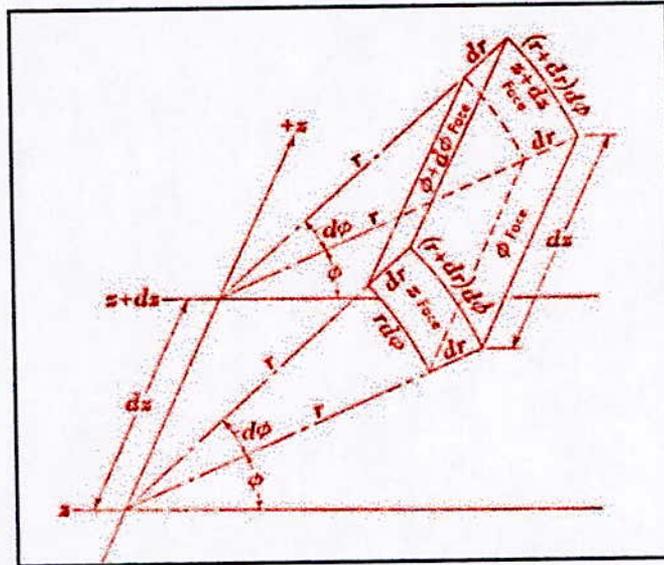


Figure 3.1 : Système de coordonnées cylindriques [46].

Selon la relation fondamentale de la transmission de chaleur par conduction proposée par Fourier, on peut écrire les flux de chaleur par conduction à travers les six faces de l'élément du cylindre de la figure précédente.

Le flux qui entre par la face z s'écrit :

$$q_z = -\lambda_z \cdot A_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \tag{3.1}$$

Celui qui entre par la face r s'écrit :

$$q_r = -\lambda_r \cdot A_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \tag{3.2}$$

Et le flux qui entre par la face ϕ s'écrit :

$$q_\phi = -\lambda_\phi \cdot A_\phi \cdot \frac{\partial T}{r \partial \phi} \tag{3.3}$$

Où :

- $\lambda_z, \lambda_r, \lambda_\phi$ sont les conductivités thermiques dans les directions axiale, radiale et tangentielle respectivement.
- A_z, A_r, A_ϕ sont les aires des sections perpendiculaires aux directions des flux correspondants.
- $\frac{\partial T}{\partial z}, \frac{\partial T}{\partial r}, \frac{\partial T}{r \partial \phi}$ sont les gradients de température dans les directions axiale, radiale et tangentielle respectivement.

Les flux sortants par les faces $z+dz$, $r+dr$, $\phi+d\phi$ sont donnés, respectivement, par les relations :

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot dz \quad 3.4$$

$$q_{r+dr} = q_r + \frac{\partial q_r}{\partial r} \cdot dr \quad 3.5$$

$$q_{\phi+d\phi} = q_\phi + \frac{\partial q_\phi}{\partial \phi} \cdot d\phi \quad 3.6$$

Et, ceci en utilisant le théorème de la moyenne.

Les aires A_z , A_r et A_ϕ sont déterminées géométriquement et s'écrivent :

$$A_z = r \cdot d\phi \cdot dr \quad 3.7$$

$$A_r = r \cdot d\phi \cdot dz \quad 3.8$$

$$A_\phi = dr \cdot dz \quad 3.9$$

L'équation générale de la répartition des températures en chaque point du corps s'obtient en écrivant le principe de la conservation de l'énergie pour l'élément considéré pendant le temps dt .

Exprimons le bilan thermique littéralement [47] :

$$\left(\begin{array}{l} \text{chaleur qui entre} \\ \text{pendant dt} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{chaleur dégagée dans la masse par} \\ \text{des sources internes pendant dt} \end{array} \right) =$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{chaleur qui sort} \\ \text{pendant dt} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{chaleur due à la variation de} \\ \text{l'énergie interne pendant dt} \end{array} \right).$$

L'écoulement de chaleur, comme la production de travail, est un phénomène qui implique la variation de l'énergie interne [48].

Mathématiquement, le bilan thermique s'écrit :

$$\begin{aligned} (q_z + q_r + q_\phi) \cdot dt + \dot{q} \cdot (r \, d\phi \, dr \, dz) \cdot dt &= (q_{z+dz} + q_{r+dr} + q_{\phi+d\phi}) \cdot dt \\ + \rho c \, dT \cdot (r \, d\phi \, dr \, dz) & \qquad \qquad \qquad 3.10 \end{aligned}$$

Où :

- \dot{q} : l'intensité de la source de chaleur par unité de volume et par unité de temps.
- ρ : la masse volumique.
- c : la chaleur spécifique.

En tenant compte des hypothèses de calcul du paragraphe 3.2 et après substitution des différentes relations obtenues dans celle du bilan thermique, on obtient l'équation simplifiée de la conduction dans un système de coordonnées cylindriques :

$$\frac{\rho c}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \qquad \qquad \qquad 3.11$$

Ceci, en posant :

$$\lambda_z = \lambda_r = \lambda_\phi = \lambda \qquad \qquad \qquad 3.12$$

3.3.3. Conditions initiale et aux limites :

La solution de l'équation aux dérivées partielles doit satisfaire aussi bien à l'équation générale qu'aux conditions aux limites imposées par les données physiques du problème.

Pendant la réalisation d'un traitement de surface par projection thermique, il se produit un échange de chaleur entre le substrat et le revêtement d'une part, et entre le bimatérial (substrat plus revêtement) et le milieu environnant d'autre part. Cet échange de chaleur continue même après l'achèvement de la pulvérisation du revêtement jusqu'à atteindre l'équilibre thermique.

La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz (l'effet réel de la convection est un transport d'énergie et comme il s'effectue suivant la direction du gradient de température, il est aussi classé comme un mode de transmission de la chaleur) [49].

De ce fait, les conditions aux limites se situant sur les surfaces du bimatérial exposées à l'air ambiant sont exprimées par l'équation simplifiée de la convection donnée par :

$$j_c = \bar{h}_c \cdot (T_s - T_\infty) \quad 3.13$$

Où :

- j_c : composante normale à la surface du vecteur densité du flux de chaleur par convection.
- \bar{h}_c : conductance moyenne de convection par unité de surface.
- T_s : température à la surface.
- T_∞ : température du fluide (air ambiant) loin de la source de chaleur (bimatériau).

Cependant, le rayonnement contribue également à l'échange de chaleur entre le bimatérial et l'air ambiant.

Pour inclure le rayonnement dans les conditions aux limites, il est commode de définir le coefficient d'échange de chaleur par rayonnement \bar{h}_r tel que :

$$j_r = \bar{h}_r \cdot (T_s - T_\infty) \quad 3.14$$

Avec :

- j_r : composante normale à la surface du vecteur densité du flux de chaleur par rayonnement.

Ainsi, les conditions aux limites sur les surfaces extérieures du bimatériau sont données définitivement par :

$$j = \bar{h} \cdot (T_s - T_\infty) \quad 3.15$$

Où :

$$\bar{h} = \bar{h}_r + \bar{h}_c \quad 3.16$$

Et :

- j : composante normale à la surface du vecteur densité du flux de chaleur par convection et par rayonnement.
- \bar{h} : coefficient moyen de transmission de chaleur par convection et par rayonnement.

Par raison de symétrie axiale de l'éprouvette cylindrique, les résultats seront donnés sur le plan ayant comme frontières l'axe du cylindre et les trois segments de droites appartenant aux surfaces extérieures.

Comme la chaleur s'écoule symétriquement par rapport à l'axe du cylindre, le flux de chaleur sur cet axe sera nul, et la condition à la limite se situant sur l'axe s'écrit :

$$j = 0 \quad 3.17$$

L'équation aux dérivées partielles caractérisant le problème thermique est de type parabolique (la température varie avec le temps), ceci exige la donnée sur la condition initiale.

Pour le dépôt, la température initiale est prise égale à celle du matériau projeté juste au moment du contact mécanique avec le substrat. Elle est égale à 400°C.

Pour le substrat, on prend comme température initiale la valeur ambiante 20°C.

En toute rigueur, la répartition de la température initiale à l'intérieur du substrat est déterminée par l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad 3.18$$

Les conditions aux limites restent celles du mode transitoire.

Cependant, la résolution de cette équation montre que les gradients de température sont très faibles (de l'ordre de 10^{-13}) et la température calculée pour l'ensemble du bimatériau est 20°C.

Ce résultat est donné par les figures 3.2 et 3.3.

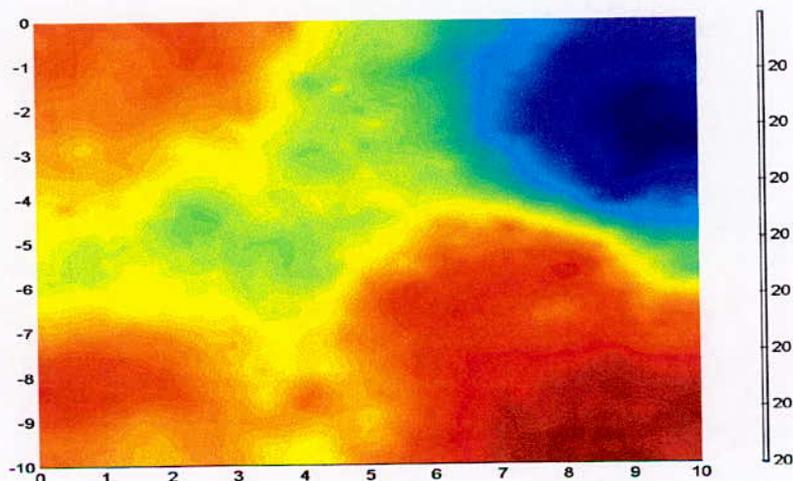


Figure 3.2 : Température initiale du substrat (T_0).

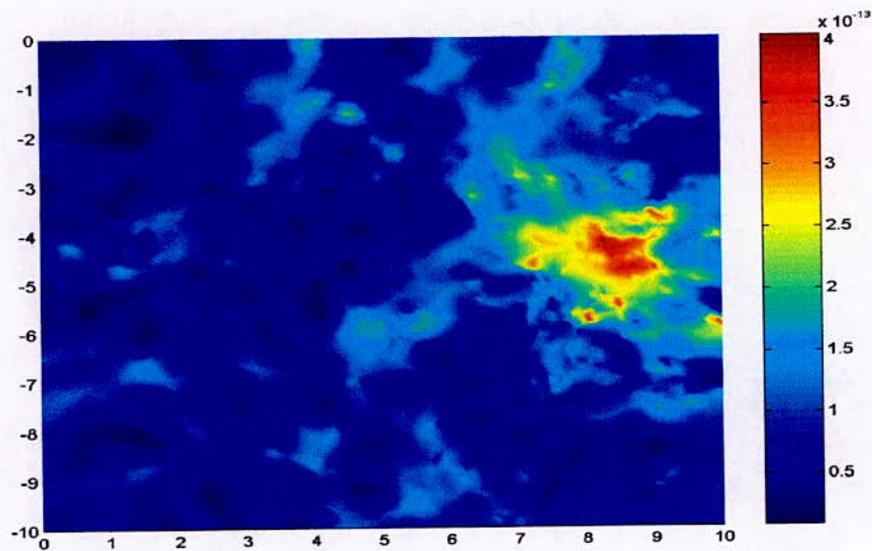


Figure 3.3 : module du vecteur gradient de T_0 .

3.4. Calcul mécanique :

Comme c'est prévu dans l'introduction générale, on s'intéresse uniquement à évaluer le champ de contraintes résultant de la mise en œuvre du bimatériau par pulvérisation sous l'effet de la chaleur.

Des contraintes peuvent naître dans un corps élastique par suite de la non uniformité de la température.

Nous désignerons par τ la dilatation thermique (dilatation au sens algébrique) au point (r, ϕ, z) .

Les composantes du tenseur de la déformation D' due à la dilatation τ sont :

$$e_r^{\text{th}} = e_\phi^{\text{th}} = e_z^{\text{th}} = \tau \quad 3.19$$

$$\gamma_{r\phi}^{\text{th}} = \gamma_{rz}^{\text{th}} = \gamma_{\phi z}^{\text{th}} = 0 \quad 3.20$$

Si ces composantes satisfont aux conditions d'intégrabilité, aucune contrainte (contrainte d'origine thermique) ne prend naissance dans le corps [50].

Si les composantes de la déformation D' ne vérifient pas les conditions d'intégrabilité, il se superposera à la déformation thermique D' une déformation élastique D'' telle que la déformation résultante $D=D'+D''$ satisfasse aux conditions d'intégrabilité, c'est-à-dire telle que l'on puisse trouver un déplacement (U, V, W) vérifiant les équations d'équilibre [50] qui seront déterminées ultérieurement.

3.4.1. Les calculs en déformation élastique :

Nous utiliserons les coordonnées cylindriques r, ϕ, z . Nous désignerons par U, V, W les composantes du déplacement dans le sens radial, dans le sens tangential et parallèlement à Oz . Les dilatations e_r, e_ϕ, e_z et les glissements $g_{r\phi}, g_{rz}, g_{\phi z}$ s'expriment en fonction de U, V, W par les formules suivantes [51] :

$$e_r = \frac{\partial U}{\partial r} \quad 3.21$$

$$e_\phi = \frac{U}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \phi} \quad 3.22$$

$$e_z = \frac{\partial W}{\partial z} \quad 3.23$$

$$2g_{r\phi} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \phi} + \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} \quad 3.24$$

$$2g_{rz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \quad 3.25$$

$$2g_{\phi z} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial W}{\partial \phi} \quad 3.26$$

Prenons pour axe de symétrie l'axe Oz .

Un comportement axisymétrique est caractérisé par $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ et $V = 0$ [52].

En posant $\gamma_{ij} = 2g_{ij}$ (i et j prennent pour valeur les indices r , ϕ et z), les composantes du tenseur déformation deviennent donc :

$$e_r = \frac{\partial U}{\partial r} \quad 3.27$$

$$e_\phi = \frac{U}{r} \quad 3.28$$

$$e_z = \frac{\partial W}{\partial z} \quad 3.29$$

$$\gamma_{r\phi} = 0 \quad 3.30$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \quad 3.31$$

$$\gamma_{\phi z} = 0 \quad 3.32$$

Déterminons les équations de la déformation en fonction de la contrainte. Ces équations diffèrent, dans le cas d'un problème de contraintes thermiques, de celles utilisées en élasticité pour résoudre un problème général. Ceci vient du fait que là où interviennent des variations de température, on doit ajouter les déformations dues aux dilatations thermiques τ à celles dues aux contraintes.

Ainsi, les équations de l'élasticité isotrope avec déformations thermiques s'écrivent :

$$e_r = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_\phi + \sigma_z)] + \tau \quad 3.33$$

$$e_\phi = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_\phi - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_z)] + \tau \quad 3.34$$

$$e_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_\phi)] + \tau \quad 3.35$$

$$\gamma_{rz} = \frac{t_{rz}}{G} \quad 3.36$$

L'égalité des déformations thermiques (e_r^{th} , e_ϕ^{th} et e_z^{th}) est issue de l'isotropie des matériaux:

$$e_r^{\text{th}} = e_\phi^{\text{th}} = e_z^{\text{th}} = \tau = \int_{T_0}^T \alpha \cdot dT = \alpha(T - T_0) \quad 3.37$$

Avec :

- α : coefficient d'expansion thermique.
- T_0 : température initiale uniforme des matériaux.
- T : température à l'instant considéré.

Les composantes $\gamma_{r\phi}^{\text{th}}$, γ_{rz}^{th} et $\gamma_{\phi z}^{\text{th}}$ du tenseur D' sont nulles, puisque les dilatations uniformes n'introduisent pas de déformations transversales [53].

Aux dilatations e_r, e_ϕ, e_z correspondent les contraintes radiale σ_r , tangentielle σ_ϕ et axiale σ_z .

La seule contrainte de cisaillement non nulle est t_{rz} ($t_{r\phi} = t_{\phi z} = 0$).

E, G, ν désignant, respectivement, le module de Young ou module d'élasticité longitudinal, le module de cisaillement ou module d'élasticité transversal et le coefficient de Poisson.

G est donné en fonction de E et ν par :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad 3.38$$

Les composantes du tenseur contrainte sont exprimées en fonction de celles du tenseur déformation comme suit :

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \cdot [(1-\nu) \cdot e_r + \nu \cdot (e_\phi + e_z)] - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau \quad 3.39$$

$$\sigma_{\phi} = \frac{E}{(1-2\nu) \cdot (1+\nu)} \cdot \left[(1-\nu) \cdot e_{\phi} + \nu \cdot (e_r + e_z) \right] - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau \quad 3.40$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1-2\nu) \cdot (1+\nu)} \cdot \left[(1-\nu) \cdot e_z + \nu \cdot (e_r + e_{\phi}) \right] - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau \quad 3.41$$

$$t_{rz} = G \cdot \gamma_{rz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \gamma_{rz} \quad 3.42$$

3.4.2. Les équations d'équilibre :

Les matériaux étudiés sont soumis à l'action d'un champ de forces de volume $\bar{f}_v(M, t)$.

Chaque vecteur \bar{f}_v est donné par :

$$\bar{f}_v = [f_r \quad f_{\phi} \quad f_z]^T \quad 3.43$$

En considérant l'équilibre d'un élément de volume $d\Omega$ au voisinage du point M, on obtient [54] :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t_{r\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial t_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot (\sigma_r - \sigma_{\phi}) + f_r = 0 \quad 3.44$$

$$\frac{\partial t_{r\phi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial t_{\phi z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \cdot t_{r\phi} + f_{\phi} = 0 \quad 3.45$$

$$\frac{\partial t_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t_{\phi z}}{\partial \phi} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot t_{rz} + f_z = 0 \quad 3.46$$

- f_r, f_{ϕ} et f_z sont les forces volumiques suivant r, ϕ et z respectivement.

Dans le cas du problème étudié, ces forces de volume sont celles dues à la pesanteur.

Comme le comportement est axisymétrique ($\frac{\partial}{\partial \phi} = 0, t_{\phi z} = t_{r\phi} = 0$), les équations

d'équilibre se réduisent à :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial t_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot (\sigma_r - \sigma_\phi) = -f_r \quad 3.47$$

$$f_\phi = 0 \quad 3.48$$

$$\frac{\partial t_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot t_{rz} = -f_z \quad 3.49$$

Ces équations interprètent le fait que chaque élément de volume doit être en équilibre sous l'action des forces imposées. Elles sont identiques à celles que l'on utilise pour résoudre n'importe quel problème d'élasticité [55], puisqu'elles n'expliquent pas comment apparaissent les contraintes, mais relient simplement les contraintes présentes.

Le problème peut être décrit en fonction des deux composantes de déplacement (U et W) en substituant les relations contraintes-déformations et déformations-déplacements dans les équations d'équilibre.

Cette méthode de résolution des problèmes d'élasticité, qui consiste à déterminer les composantes de déplacement, est dite «méthode directe» [56].

L'application de la méthode directe donne :

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial r} \left[(2\mu + \lambda) \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[\lambda \cdot \frac{\partial W}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \frac{\partial U}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \frac{\partial W}{\partial r} \right] - \frac{1}{r} \cdot (\lambda + 2\mu) \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \\ & + \frac{1}{r^2} \cdot (2\mu + \lambda) \cdot U = f_r - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial r} \end{aligned} \quad 3.50$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial z} \left[(2\mu + \lambda) \cdot \frac{\partial W}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \cdot \frac{\partial W}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \cdot \frac{\partial U}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \cdot \frac{\partial U}{\partial r} \right] - \frac{1}{r} \cdot (\lambda + \mu) \cdot \frac{\partial U}{\partial z} \\ & - \frac{1}{r} \cdot \mu \cdot \frac{\partial W}{\partial r} = f_z - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial z} \end{aligned} \quad 3.51$$

Pour ne pas trop encombrer ces deux équations, on a introduit deux coefficients λ et μ , dits coefficients de Lamé, qui sont donnés par :

$$\lambda = \frac{E \cdot \nu}{(1 - 2\nu) \cdot (1 + \nu)} \quad 3.52$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad 3.53$$

Il ne faut confondre ce λ , qui a la grandeur d'une pression, à celui du calcul thermique qui se mesure en W/m.°C.

- $\frac{\partial \tau}{\partial r}$ et $\frac{\partial \tau}{\partial z}$ représentent, dans l'ordre, le gradient de la dilatation thermique dans la direction radiale et celui correspondant à la direction axiale.

La relation permettant de déduire les valeurs des champs $\frac{\partial \tau}{\partial r}(M, t)$ et $\frac{\partial \tau}{\partial z}(M, t)$ à partir des calculs thermiques est :

$$\alpha \cdot \overline{\text{grad}}(T) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau}{\partial r} & 0 & \frac{\partial \tau}{\partial z} \end{bmatrix}^T \quad 3.54$$

D'où :

$$\frac{\partial \tau}{\partial r} = \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \quad 3.55$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \alpha \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \quad 3.56$$

3.4.3. Les conditions aux limites :

Comme n'importe quel problème régi par une équation aux dérivées partielles, le problème d'élasticité ne peut être résolu sans donner les conditions aux limites.

La surface extérieure du bimatériau est soumise à l'action d'un champ de forces surfaciques $\vec{f}_s(M_s, t)$ où M_s est un point de la surface extérieure.

Les conditions aux limites s'écrivent [57] :

$$\sigma_r \cdot n_r + t_{rz} \cdot n_z = f_{sr} \quad \text{suivant } r \quad 3.57$$

$$t_{rz} \cdot n_r + \sigma_z \cdot n_z = f_{sz} \quad \text{suivant } z \quad 3.58$$

Avec :

- f_{sr} : composante radiale de la force de surface.
- f_{sz} : composante axiale de la force de surface.
- n_r et n_z sont, respectivement, la composante radiale et la composante axiale du vecteur unitaire sortant normal à la surface considérée.

En substituant les relations donnant σ_r, σ_z et t_{rz} dans les deux dernières équations, on obtient :

$$n_r \cdot (2\mu + \lambda) \cdot \frac{\partial U}{\partial r} + n_r \cdot \lambda \cdot \frac{\partial W}{\partial z} + n_z \cdot \mu \cdot \frac{\partial W}{\partial r} + n_z \cdot \mu \cdot \frac{\partial U}{\partial z} + n_r \cdot \frac{\lambda}{r} \cdot U = f_{sr} + n_r \cdot \frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau \quad 3.59$$

$$n_r \cdot \mu \cdot \frac{\partial U}{\partial z} + n_r \cdot \mu \cdot \frac{\partial W}{\partial r} + n_z \cdot \lambda \cdot \frac{\partial U}{\partial r} + n_z \cdot (2\mu + \lambda) \cdot \frac{\partial W}{\partial z} + n_z \cdot \frac{\lambda}{r} \cdot U = f_{sz} + n_z \cdot \frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau \quad 3.60$$

A partir des équations d'équilibre et des conditions aux limites, il en résulte que les contraintes d'origine thermique sont en chaque point la résultante d'une contrainte de compression hydrostatique égale à $\frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau$, et de la contrainte qui se produirait dans le corps sous l'action d'une force de volume de composantes :

$$-\frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial r} \quad \text{et} \quad -\frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial z}, \quad \text{et sous l'action d'une pression égale à } \frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau \text{ appliquée}$$

sur la surface extérieure du corps [58].

A ces contraintes sont ajoutées celles dues aux forces de volume provenant de la pesanteur et à la pression atmosphérique appliquée sur la surface extérieure.

Dans les cas les plus courants ne faisant intervenir que des contraintes élastiques, les effets de la contrainte thermique et des forces appliquées extérieurement (les forces dues à la pesanteur plus celles appliquées par l'atmosphère sur la surface extérieure) peuvent être analysés séparément; on les ajoute ensuite pour obtenir les contraintes totales [59].

CHAPITRE 4
APPROCHE NUMERIQUE ET SIMULATION DU MODELE
MATHEMATIQUE

APPROCHE NUMERIQUE ET SIMULATION DU MODELE MATHEMATIQUE

4.1. Introduction :

Pour la plupart des problèmes physiques réels, il est impossible de déterminer analytiquement des solutions exactes pour les variables d'intérêt à cause [60] :

- Des géométries complexes des systèmes étudiés;
- De la variabilité (dans le temps et dans l'espace) des propriétés physiques;
- De la complexité et de la variabilité des conditions initiales et aux limites;
- De la forme des équations aux dérivées partielles (E.D.P.) qui régissent ces problèmes.

La figure suivante donne les grandes étapes vers une approche analytique et une approche numérique [61].

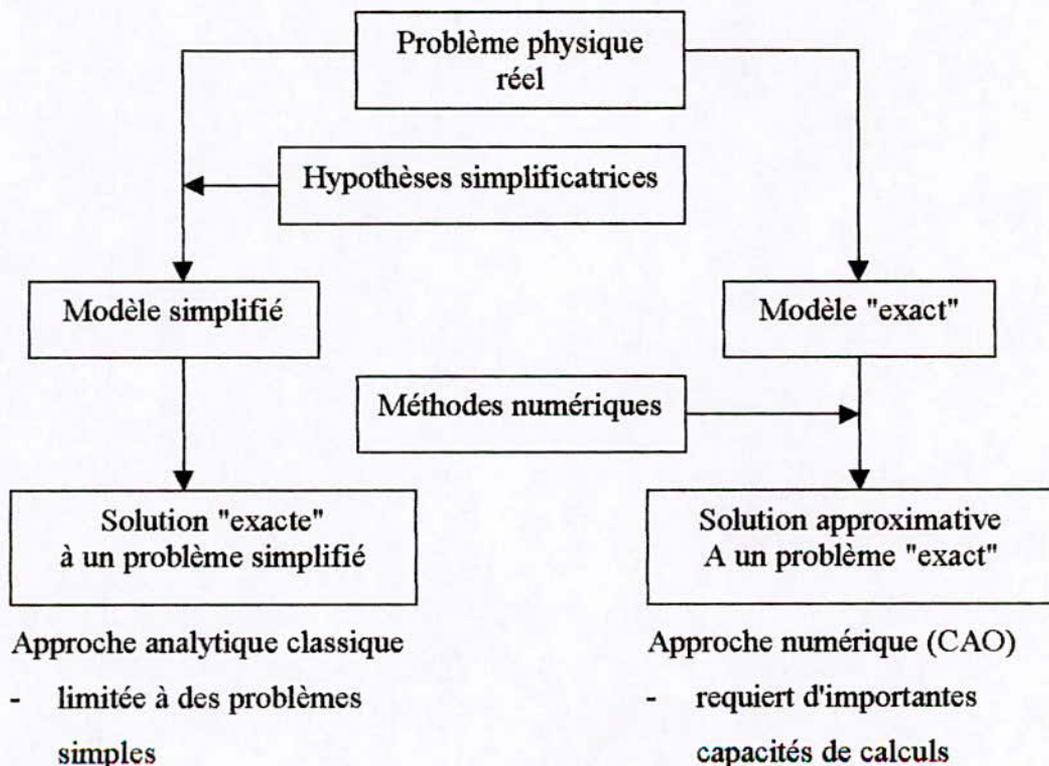


Figure 4.1 : Les deux alternatives de résolution des E.D.P. [62].

Les méthodes numériques ont permis de résoudre des modèles mathématiques de plus en plus complexes, provenant de problèmes physiques de plus en plus sophistiqués.

Après le choix de l'approche numérique appropriée et l'application de celle-ci au modèle mathématique, on passe à la simulation de ce dernier.

La simulation est l'**expérimentation** sur un modèle. C'est une procédure de recherche scientifique qui consiste à réaliser une reproduction artificielle (modèle) du phénomène que l'on désire étudier, à observer le comportement de cette reproduction lorsque l'on fait varier expérimentalement les actions que l'on peut exercer sur celle-ci, et à en induire ce qui se passerait dans la réalité sous l'influence d'actions analogues [63].

4.2. Méthode numérique de résolution :

La méthode choisie pour résoudre le problème de transfert de chaleur et celui de la distribution des contraintes résiduelles est la **méthode des éléments finis (M.E.F.)**.

Il existe d'autres méthodes d'approximation des équations aux dérivées partielles (différences finies, volumes finis, ...). Cependant, pour des matériaux de géométrie complexes, la méthode des différences finies, par exemple, ne retrouve plus son efficacité, tandis que l'approximation par les éléments finis reste bien adaptée à la discrétisation de telles géométries.

Le choix de cette méthode (M.E.F.) est basé, principalement, sur :

- Son utilisation universelle pour les calculs de champs dans le domaine de la physique mathématique;
- Sa souplesse;
- La disponibilité d'une boîte à outils pour les E.D.P., utilisant la M.E.F., au sein de l'environnement MATLAB qui est choisi pour être l'environnement de programmation vu les facilités et les possibilités qu'il offre pour la visualisation des résultats.

L'utilisation efficace de la M.E.F. nécessite [64] :

- Une connaissance des sciences de l'ingénieur pour modéliser adéquatement le système physique étudié (E.D.P. plus conditions initiales et aux limites);
- Une connaissance des méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques;
- Une connaissance de l'informatique et de la programmation pour exécuter efficacement les calculs sur l'ordinateur.

4.2.1. Principe élémentaire de la méthode des éléments finis : [65]

Le principe fondamental de la M.E.F. réside dans le découpage du domaine d'étude en domaines élémentaires de dimension finie.

Sur chacun de ces domaines, appelés éléments finis, la fonction inconnue est approchée par un polynôme dont le degré peut varier d'une application à l'autre mais reste en général faible (de 1 à 6).

Ces éléments, triangles ou quadrilatères, rectilignes ou curvilignes, doivent réaliser une partition du domaine d'étude :

$$\Omega_i \cap \Omega_j = \Phi, \quad i, j = \overline{1, n} \quad \text{et} \quad i \neq j \quad 4.1$$

$$\bigcup_{i=1}^n \Omega_i = \Omega \quad 4.2$$

Où :

- Ω_i : domaine élémentaire.
- Ω : domaine d'étude.
- n : nombre d'éléments finis.

4.2.2. Description générale de la M.E.F. :

On peut résumer la M.E.F. dans les étapes suivantes [66] :

- Le domaine de la matière est représenté comme étant un assemblage de subdivisions appelées : **éléments finis**.
- Ces éléments finis sont supposés être reliés les uns aux autres en des points spécifiques ou articulations connus par : **les nœuds ou points nodaux**.
- La variation réelle de la variable du champ étudié (la température, le déplacement, la contrainte, ...) à l'intérieur du domaine d'étude est inconnue, cependant on suppose que la variation d'une telle variable à l'intérieur d'un élément fini peut être approchée par une fonction simple dite : **fonction de forme généralement polynomiale**.
- Ces fonctions d'approximation (appelées aussi **modèles d'interpolation**) sont définies sur la base de la valeur des variables du champ étudié aux points nodaux.
- Après l'écriture des équations du champ pour le domaine entier, les nouvelles inconnues seront les valeurs nodales de la variable du champ.
- Par la résolution des équations du champ, lesquelles sont généralement sous forme d'équations matricielles, les valeurs nodales de la variable du champ seront déterminées.
- Ainsi, les fonctions d'approximation définissent la variable du champ à travers l'ensemble des éléments finis.

Les fonctions de forme utilisées dans la formulation des problèmes d'élasticité utilisant la méthode des déplacements doivent vérifier les critères de convergence suivants [67] :

- Entre les éléments, on doit avoir continuité des inconnues uniquement c'est-à-dire que la continuité des pentes n'est pas nécessaire), ou continuité C_0 .
- La fonction doit permettre de reproduire n'importe quelle variation linéaire arbitraire de manière à ce que le critère de déformation constante (constance des dérivées premières) puisse être vérifié.

La figure suivante donne un exemple de la continuité C_0 .

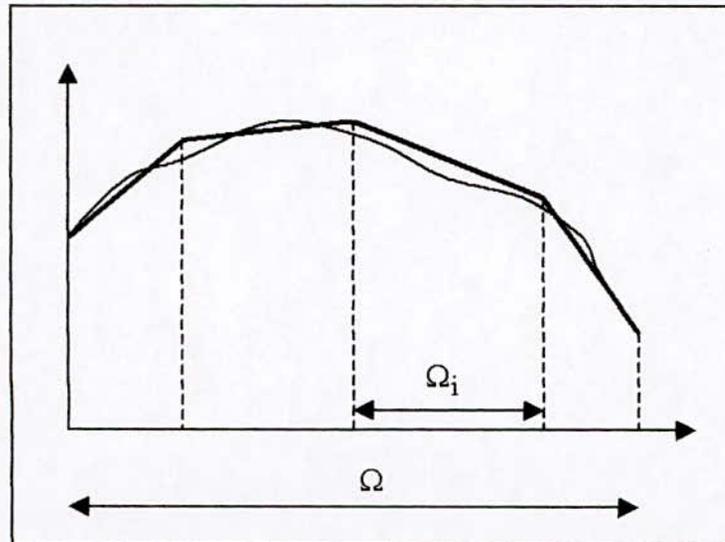


Figure 4.2 : Solution approchée - continuité C_0 .

La figure montre que les fonctions d'interpolation sont des polynômes de degré 1.

4.3. Reformulation des modèles thermique et mécanique :

On donne une nouvelle écriture des modèles mathématiques établis dans le chapitre précédent, de telle sorte qu'ils s'adaptent à la forme générale d'un problème scalaire d'E.D.P. de type **parabolique** pour le calcul thermique, et d'un problème d'E.D.P. de type **elliptique** pour le calcul mécanique.

4.3.1. Modèle thermique :

Un problème scalaire d'E.D.P. de type parabolique est donné par :

$$\mathbf{d} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot [\mathbf{b} \cdot \nabla T] + \mathbf{a} \cdot T = \mathbf{f} \quad 4.3$$

Où :

- $\nabla \cdot$ et ∇ signifient l'opérateur divergence et l'opérateur gradient respectivement.

L'équation de chaleur établie dans le chapitre précédent peut être reformulée comme suit :

$$\rho \cdot c \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(r \cdot \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad 4.4$$

Ce qui donne :

$$\rho \cdot c \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot [r \cdot \lambda \cdot \nabla T] = 0 \quad 4.5$$

Par identification, on obtient :

$$\mathbf{d} = \rho \cdot c \cdot r \quad 4.6$$

$$\mathbf{b} = r \cdot \lambda \quad 4.7$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{f} = 0 \quad 4.8$$

Pour les conditions aux limites, l'une est une condition généralisée de Neumann qui a la forme :

$$\vec{n} \cdot (\mathbf{b} \cdot \nabla T) + \mathbf{q} \cdot T = \mathbf{g} \quad 4.9$$

Où :

- \vec{n} : vecteur unitaire sortant normal à la surface considérée.

En remplaçant les coefficients \mathbf{b} , \mathbf{q} et \mathbf{g} par leurs significations physiques, cette condition devient :

$$\vec{n} \cdot (r \cdot \lambda \cdot \nabla T) + \bar{h} \cdot r \cdot T = \bar{h} \cdot r \cdot T_{\infty} \quad 4.10$$

La seconde est une condition de Neumann. C'est la condition artificielle sur la limite axiale du cylindre, elle s'écrit :

$$\vec{n} \cdot (\mathbf{r} \cdot \lambda \cdot \nabla T) = 0 \quad 4.11$$

La température initiale sera donnée par un sous-programme de type «function» qui permet de séparer les nœuds du maillage (discrétisation) pour lesquels la température initiale est 20°C de ceux ayant 400°C à l'instant $t = 0$, et d'affecter à chacun de ces nœuds sa température initiale.

4.3.2. Modèle mécanique :

Le système d'E.D.P. pour les deux variables de déplacement U et W est de type elliptique, il est réécrit sous la forme :

$$-\nabla \cdot (\mathbf{c}_{11} \cdot \nabla U_1) - \nabla \cdot (\mathbf{c}_{12} \cdot \nabla U_2) + \mathbf{a}_{11} \cdot U_1 + \mathbf{a}_{12} \cdot U_2 = \mathbf{f}_1 \quad 4.12$$

$$-\nabla \cdot (\mathbf{c}_{21} \cdot \nabla U_1) - \nabla \cdot (\mathbf{c}_{22} \cdot \nabla U_2) + \mathbf{a}_{21} \cdot U_1 + \mathbf{a}_{22} \cdot U_2 = \mathbf{f}_2 \quad 4.13$$

Les conditions aux limites sont des conditions généralisées de Neumann ayant la forme :

$$\vec{n} \cdot (\mathbf{c}_{11} \cdot \nabla U_1) + \vec{n} \cdot (\mathbf{c}_{12} \cdot \nabla U_2) + \mathbf{q}_{11} \cdot U_1 + \mathbf{q}_{12} \cdot U_2 = \mathbf{g}_1 \quad 4.14$$

$$\vec{n} \cdot (\mathbf{c}_{21} \cdot \nabla U_1) + \vec{n} \cdot (\mathbf{c}_{22} \cdot \nabla U_2) + \mathbf{q}_{21} \cdot U_1 + \mathbf{q}_{22} \cdot U_2 = \mathbf{g}_2 \quad 4.15$$

Pour que les matrices carrées d'ordre deux (\mathbf{c}_{11} , \mathbf{c}_{12} , \mathbf{c}_{21} et \mathbf{c}_{22}) du système d'équations d'équilibre restent identiques à celles figurant dans les conditions aux limites, U_1 et U_2 doivent être égales à :

$$U_1 = \mathbf{r} \cdot \mathbf{U} \quad 4.16$$

$$U_2 = \mathbf{W} \quad 4.17$$

Une dernière écriture des équations d'équilibre et des conditions aux limites sera donc :

$$-\nabla \cdot (\mathbf{c} \otimes \nabla \mathbf{S}) + \mathbf{a} \cdot \mathbf{S} = \mathbf{f} \quad 4.18$$

Où :

- S : le vecteur solution.
- c : un tenseur d'ordre deux dont chacun de ses éléments est une matrice 2-par-2.
- a : une matrice 2-par-2.
- f : le vecteur des forces de volume.

$$S = \begin{pmatrix} r \cdot U \\ W \end{pmatrix} \quad 4.19$$

$$c_{11} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \cdot (2\mu + \lambda) & 0 \\ 0 & \frac{\mu}{r} \end{pmatrix} ; \quad c_{12} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda \\ \mu & 0 \end{pmatrix} ;$$

$$c_{21} = \begin{pmatrix} 0 & \mu \\ \lambda & 0 \end{pmatrix} ; \quad c_{22} = \begin{pmatrix} r \cdot \mu & 0 \\ 0 & r \cdot (2\mu + \lambda) \end{pmatrix} \quad 4.20$$

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 4.21$$

$$f = \begin{pmatrix} f_r - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial r} \\ r \cdot \left(f_z - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \end{pmatrix} \quad 4.22$$

Et, pour les conditions aux limites :

$$\vec{n} \cdot (c \otimes \nabla S) + q \cdot S = g \quad 4.23$$

Où :

- q : une matrice 2-par-2.
- g : le vecteur des forces de surface.

$$q = \begin{pmatrix} -n_r \cdot \frac{2\mu}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 4.24$$

$$g = \begin{pmatrix} f_{sr} + n_r \cdot \frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau \\ r \cdot \left(f_{sz} + n_z \cdot \frac{E}{1-2\nu} \cdot \tau \right) \end{pmatrix} \quad 4.25$$

4.4. Simulation :

4.4.1. Géométrie et discrétisation :

La simulation du refroidissement et de l'état de contraintes sera appliquée sur une éprouvette cylindrique de rayon 10 mm et d'épaisseur 10 mm pour le substrat et 0.2 mm pour le dépôt.

On a considéré un échantillon de petit rayon et un dépôt de faible épaisseur pour que l'on puisse projeter le dépôt sans qu'il y a un mouvement relatif torche/substrat ou l'inverse.

Ces deux considérations géométriques nous permettent de supposer que la température du dépôt à l'instant ($t = 0$) est uniforme (400°C).

Les résultats seront donnés sur une section plane dont l'un de ses côtés est l'axe de l'éprouvette cylindrique.

La section plane est discrétisée en éléments finis triangulaires. La discrétisation est schématisée par la figure 4.3.

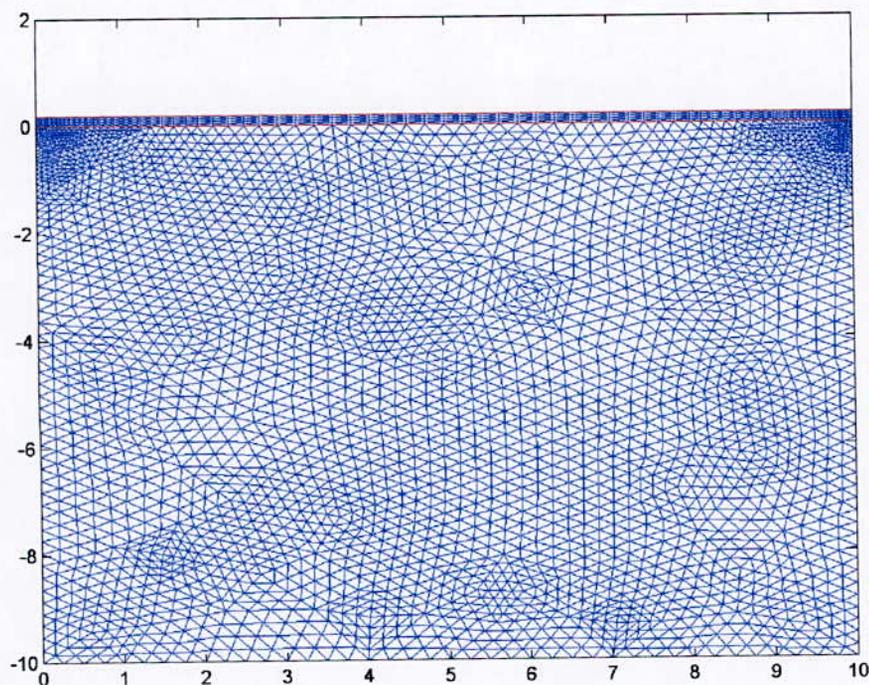


Figure 4.3 : Discretisation du domaine de calcul.

Le domaine de calcul contient 6640 triangles et 3443 nœuds.

L'intérêt d'utiliser des éléments triangulaires est que le nombre de nœuds de chacun de ces éléments est tel qu'il permet de représenter la fonction inconnue par un polynôme complet dont le degré est justement celui nécessaire pour assurer la compatibilité entre les éléments. Ce caractère particulier place la famille des éléments triangulaires dans une position privilégiée [68].

4.4.2. Simulation du refroidissement :

Pour simuler le refroidissement, on a besoin de déterminer les propriétés physiques requises pour la résolution de l'équation de conduction, à savoir : la conductivité thermique λ , la chaleur spécifique c , la masse volumique ρ et le coefficient moyen d'échange de chaleur par convection et par rayonnement \bar{h} .

Du fait que la géométrie de l'éprouvette cylindrique est introduite en mm, les grandeurs physiques citées doivent être prises en $\text{W} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ pour λ , $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ pour c ,

$\text{kg} \cdot \text{mm}^{-3}$ pour ρ et $\text{W} \cdot \text{mm}^{-2} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ pour \bar{h} .

La simulation concerne un dépôt de molybdène projeté sur un substrat en acier de construction type 35CD4 pour lesquels les propriétés thermiques sont :

- Molybdène :
 - La conductivité thermique : $50 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.
 - La chaleur spécifique : $520 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.
 - La masse volumique : $10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-3}$.
 - Le coefficient moyen d'échange de chaleur par convection et par rayonnement : $5 \cdot 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{mm}^{-2} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.

- Acier 35CD4 :
 - La conductivité thermique : $46 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.
 - La chaleur spécifique : $500 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.
 - La masse volumique : $78 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-3}$.
 - Le coefficient moyen d'échange de chaleur par convection et par rayonnement : $5 \cdot 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{mm}^{-2} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.

Les cartes de températures seront déterminées aux instants : 0.1 seconde, 1 seconde, 10 secondes, 1 minute, 10 minutes, 20 minutes, 35 minutes (refroidissement complet).

Parmi les possibilités de visualisation des résultats offertes par MATLAB, il est possible d'obtenir une image animée en trois dimensions (3D) pour le refroidissement à partir du contact dépôt/substrat jusqu'à atteindre l'équilibre thermique.

4.4.3. Simulation de l'état de contraintes résiduelles :

La simulation de l'état de contraintes résiduelles requiert la détermination des forces de surface et de volume. Dans les expressions donnant ces forces figurent les termes τ , $\frac{\partial \tau}{\partial r}$ et $\frac{\partial \tau}{\partial z}$.

Les gradients $\frac{\partial \tau}{\partial r}$ et $\frac{\partial \tau}{\partial z}$ sont déterminés par un sous-programme de type «fonction» qui donne les valeurs des gradients aux centres de masse des éléments finis triangulaires.

Les valeurs de τ sont introduites dans les expressions des forces de surface sous forme d'un polynôme obtenu par interpolation polynomiale par le biais d'une fonction prédéfinie (appelée polyfit). Pour les limites supérieure et inférieure de la section plane, le polynôme est fonction du rayon r et pour les limites gauche et droite, le polynôme est fonction de l'épaisseur z .

En outre, on doit déterminer le module d'élasticité longitudinal E et le coefficient de Poisson ν .

Pour le substrat, ces paramètres sont obtenus directement à partir d'un échantillon produit par coulée. Par contre, dans le cas des dépôts présentant une certaine porosité, le module de Young est inférieur à celui du même matériau obtenu par coulée.

En plus des méthodes expérimentales, certaines hypothèses sur la structure poreuse des dépôts permettent d'obtenir la valeur relative du module de Young du dépôt par rapport à sa forme dense, et pour une porosité de 8% (c'est la porosité minimale obtenue lors de la projection par arc électrique [69]), le rapport vaut 75% [70].

Ainsi, les propriétés requises pour simuler l'état de contraintes sont les suivantes :

- Molybdène :
 - Le module de Young : 250 GPa.
 - Le coefficient de Poisson : 0.32 .
 - Le coefficient d'expansion thermique : $5.7 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

- Acier 35CD4 :
 - Le module de Young : 220 GPa.
 - Le coefficient de Poisson : 0.285.

- Le coefficient d'expansion thermique : $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

CHAPITRE 5
RESULTATS ET INTERPRETATION

RESULTATS ET INTERPRETATION

5.1. Résultats :

La simulation du refroidissement donne une matrice de températures qui contient autant de colonnes que d'instants considérés. L'établissement des cartes de températures exige l'exploitation d'une seule colonne de la matrice par carte selon l'instant choisi, tandis que l'établissement des courbes de refroidissement nécessite l'exploitation de toutes les colonnes de la matrice.

Les courbes de refroidissement sont données pour trois points particuliers, ayant tous un rayon de 5 mm :

- Le premier point appartient à la génératrice supérieure du cylindre ($z = 0.2$).
- Le deuxième se trouve à l'interface dépôt-substrat ($z = 0$).
- Le troisième point est celui de la génératrice inférieure ($z = -10$).

Les résultats obtenus lors de la simulation de l'état de contraintes résiduelles sont relatifs. En effet, on a considéré que les contraintes résiduelles d'origine thermique au moment du contact dépôt-substrat sont nulles.

Lors de la simulation de l'état de contraintes résiduelles, les valeurs $\frac{\partial \tau}{\partial r}$ et $\frac{\partial \tau}{\partial z}$ sont prises égales à une valeur moyenne pour chacune des deux directions radiale et axiale, puisque les résultats du calcul thermique montrent que ces gradients sont très faibles et que leurs valeurs sont voisines.

Il est nécessaire de noter que les résultats de la simulation sont obtenus, à proximité de l'axe du cylindre, pour un rayon de un dixième de micron près.

Les températures sont données en °C, les contraintes en GPa et les dimensions de l'éprouvette cylindrique sont en mm.

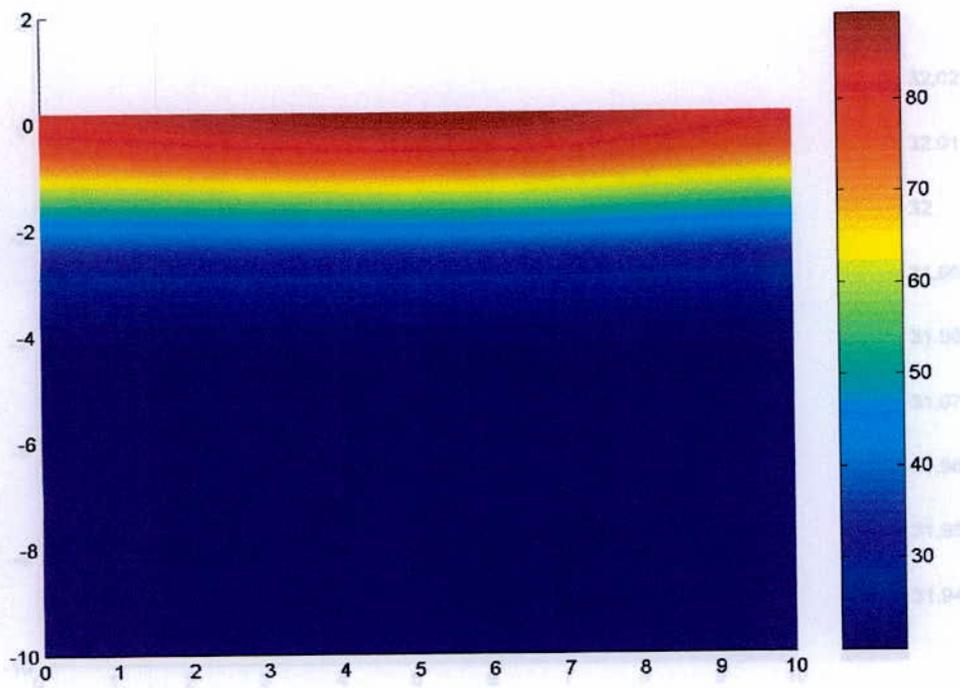


Figure 5.1 : Carte de températures à $t = 0.1$ seconde.

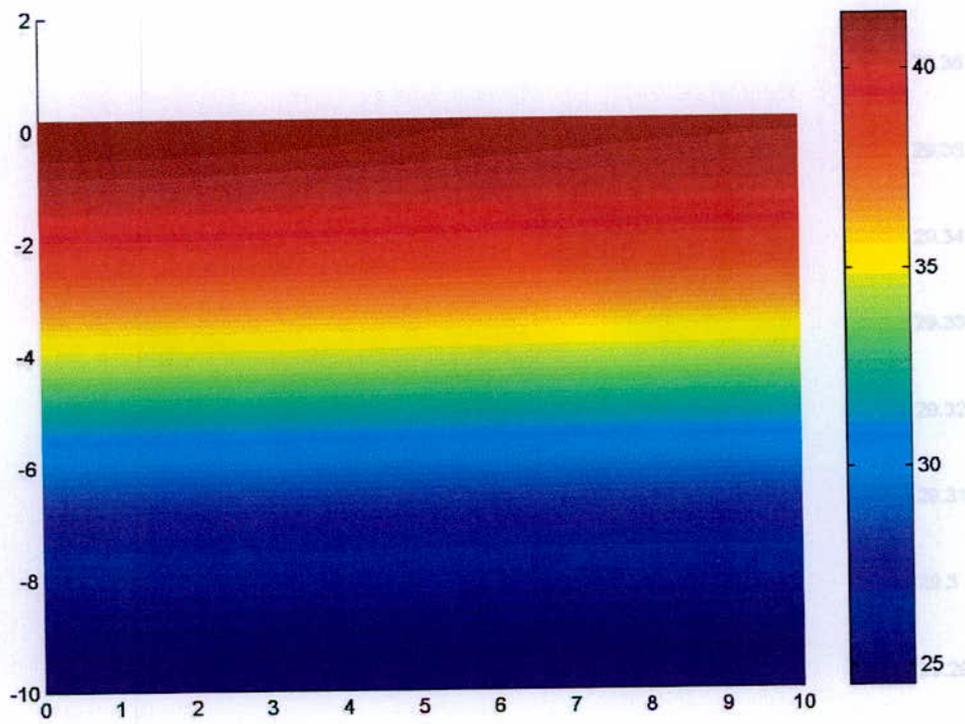


Figure 5.2 : Carte de températures à $t = 1$ seconde.

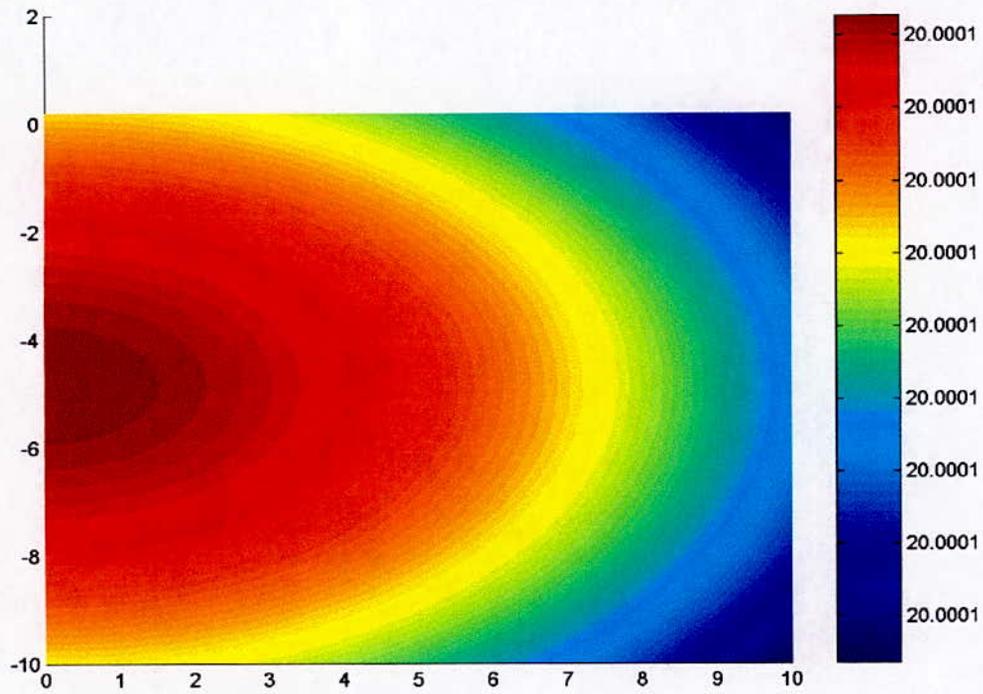


Figure 5.7 : Carte de températures à $t = 35$ minutes.

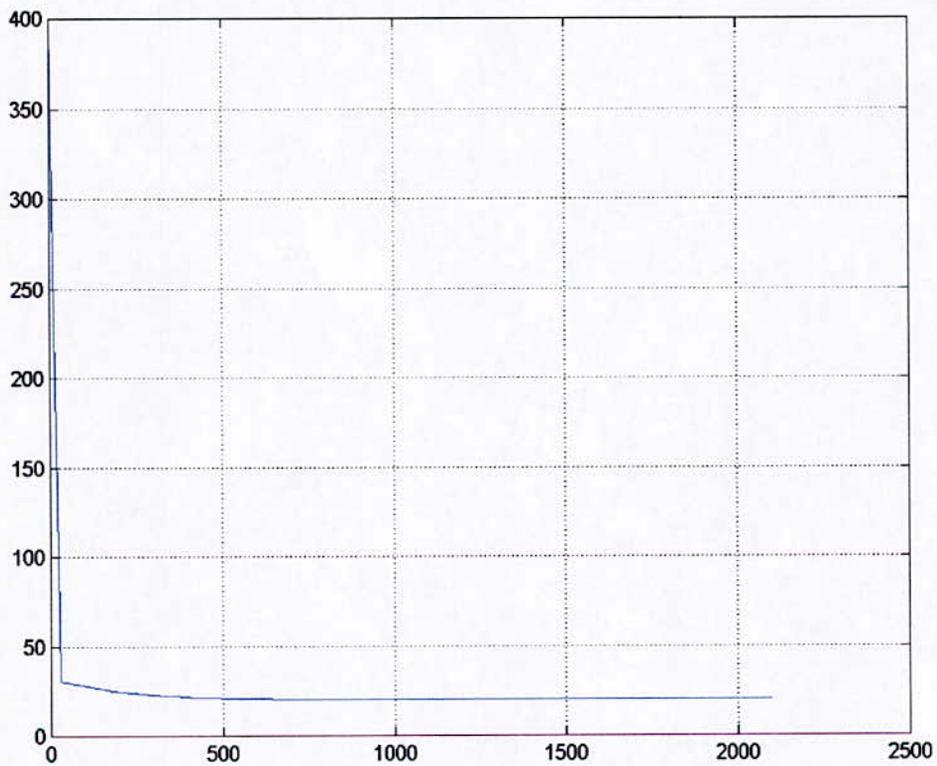


Figure 5.8 : Courbe de refroidissement ($r = 5$ mm, $z = 0.2$ mm).

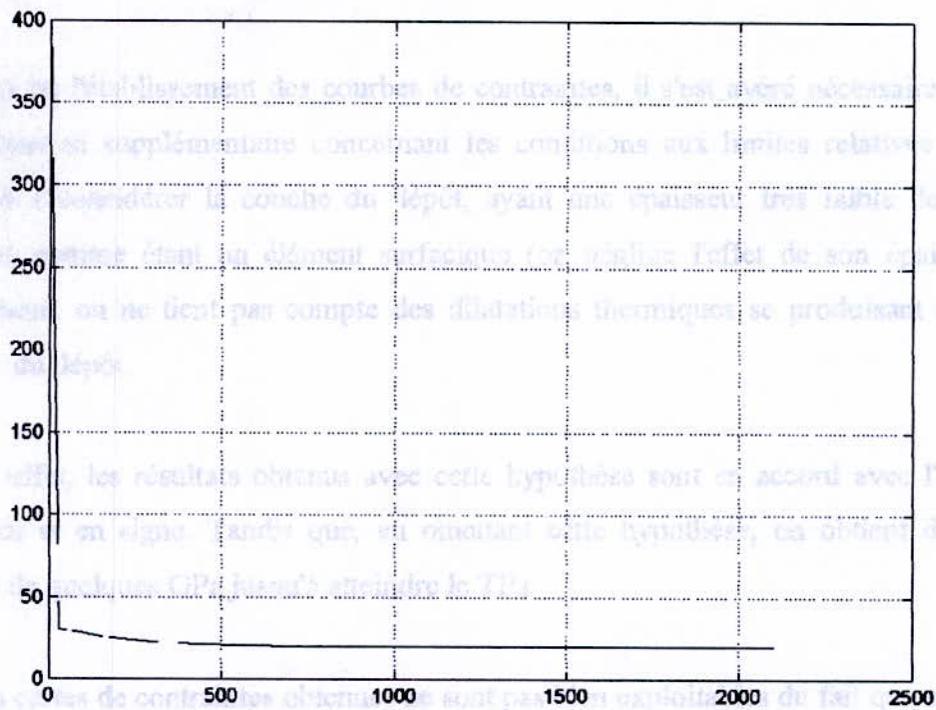


Figure 5.9 : Courbe de refroidissement ($r = 5 \text{ mm}$, $z = 0$).

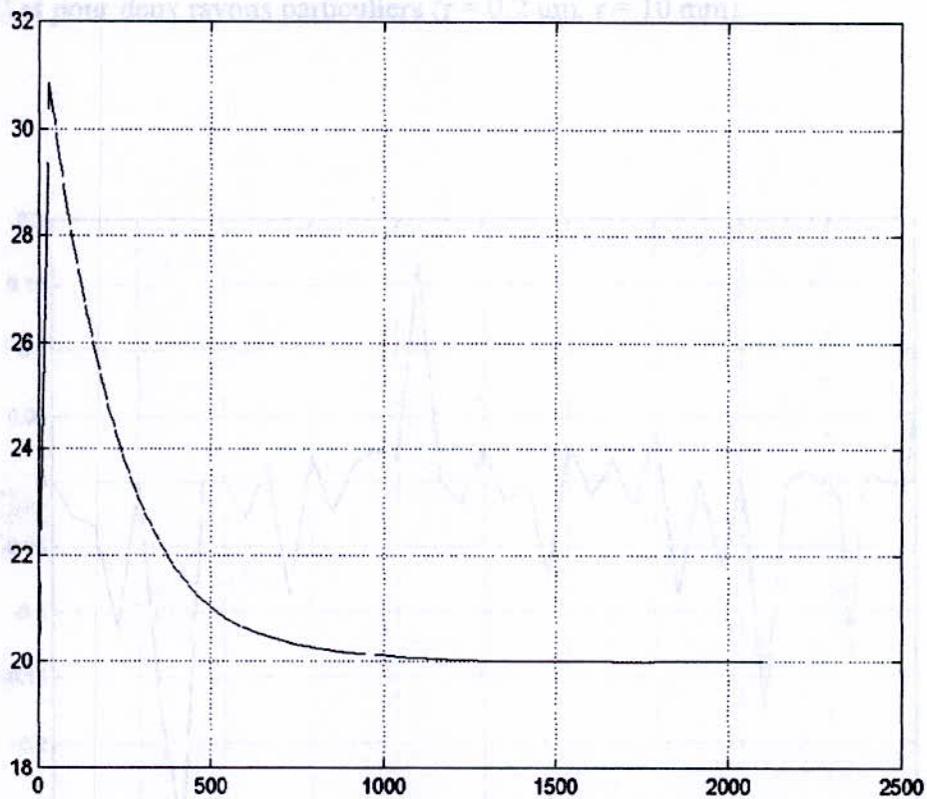


Figure 5.10 : Courbe de refroidissement ($r = 5 \text{ mm}$, $z = -10 \text{ mm}$).

Figure 5.11 : Contrainte radiale ($r = 5 \text{ mm}$, $z = -10 \text{ mm}$).

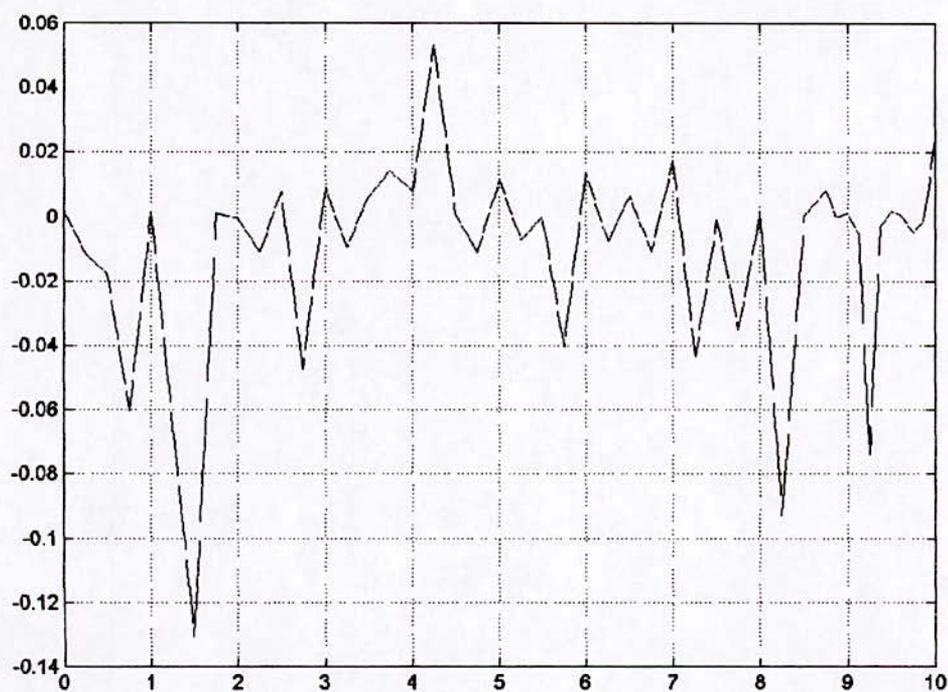


Figure 5.12 : Contrainte axiale ($z = -10$ mm).

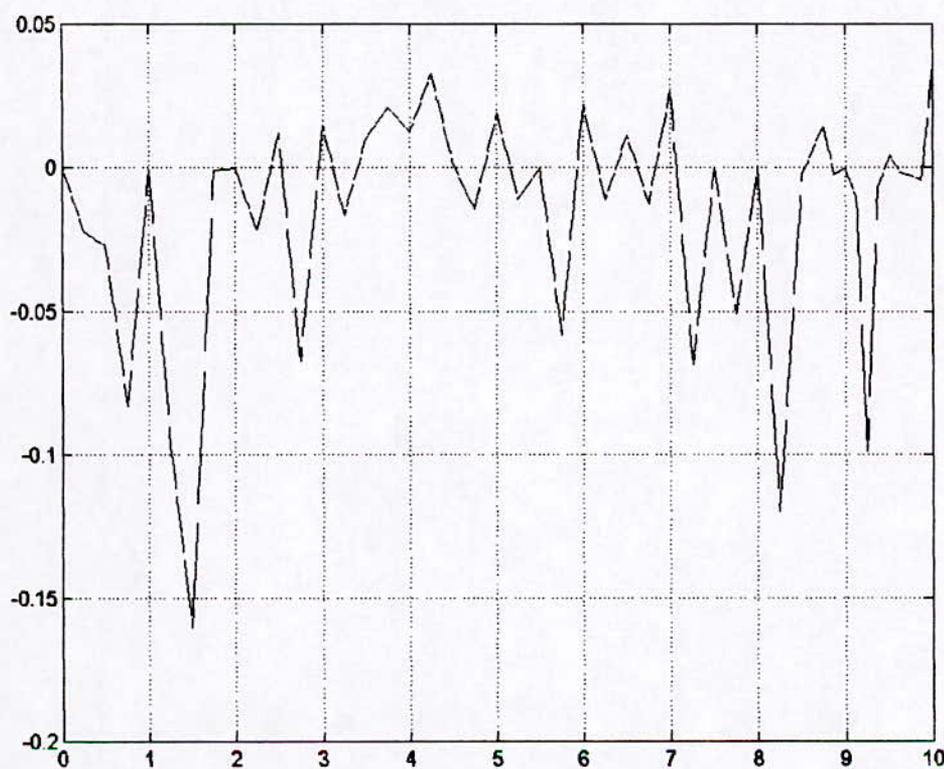


Figure 5.13 : Contrainte tangentielle ($z = -10$).

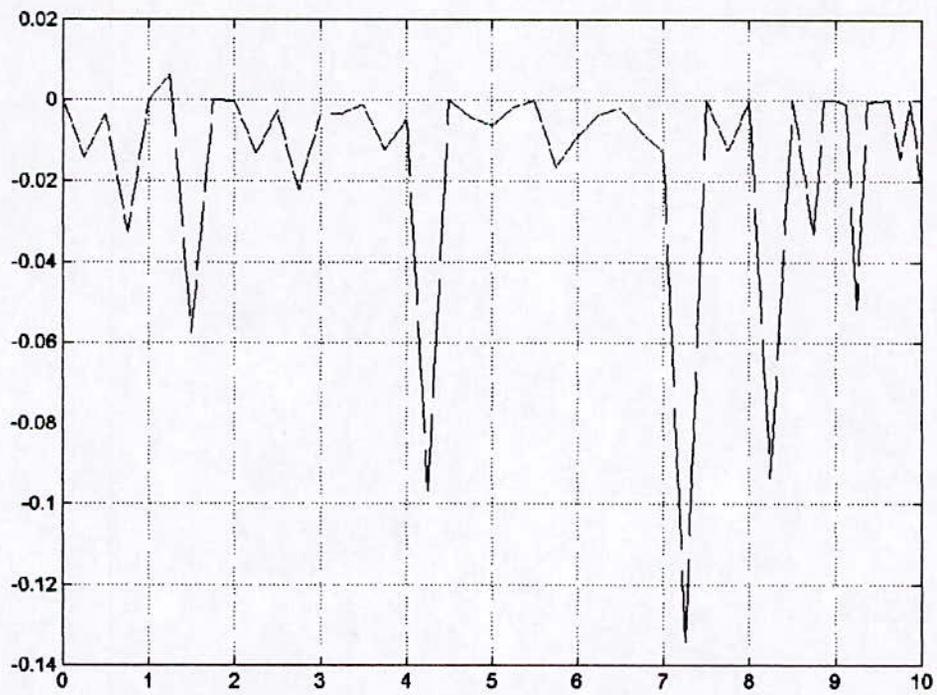


Figure 5.14 : Contrainte de cisaillement ($z = -10$).

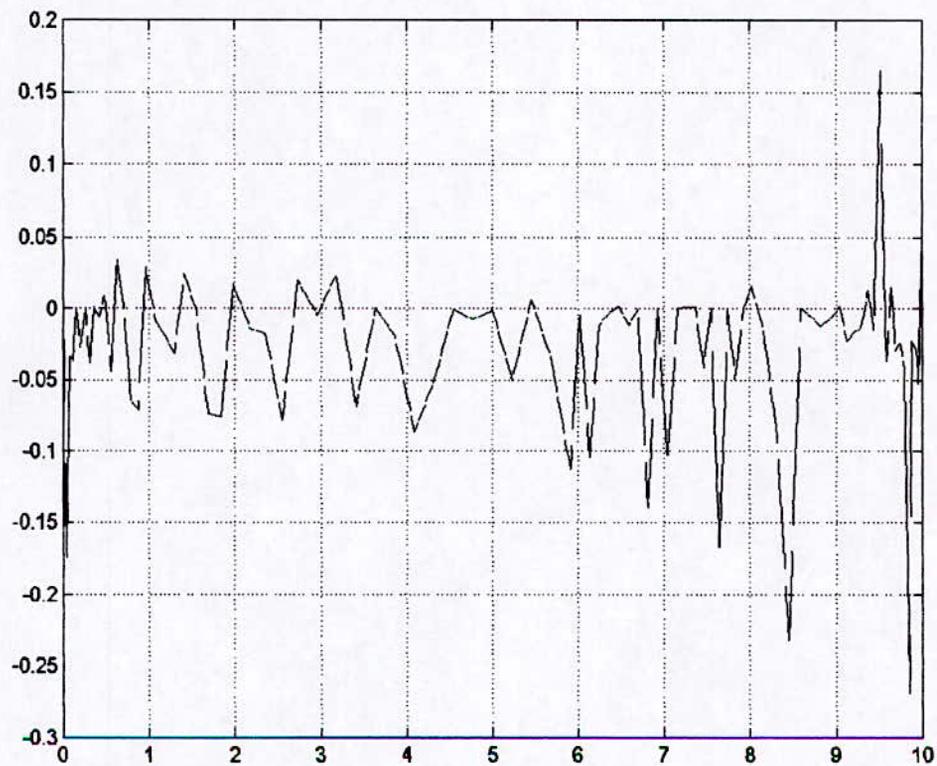


Figure 5.15 : Contrainte radiale ($z = 0$).

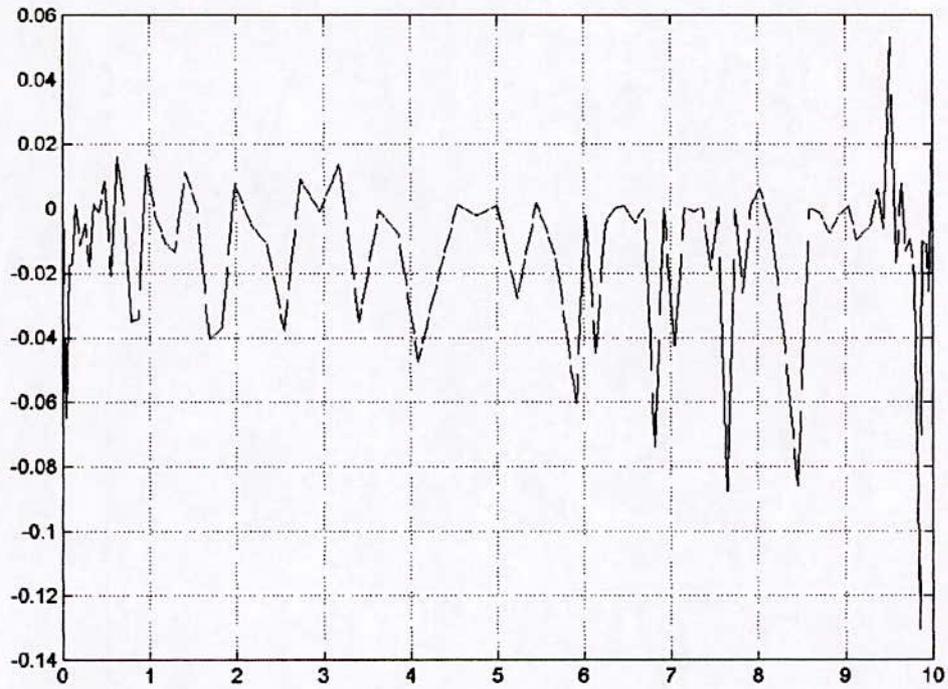


Figure 5.16 : Contrainte axiale ($z = 0$).

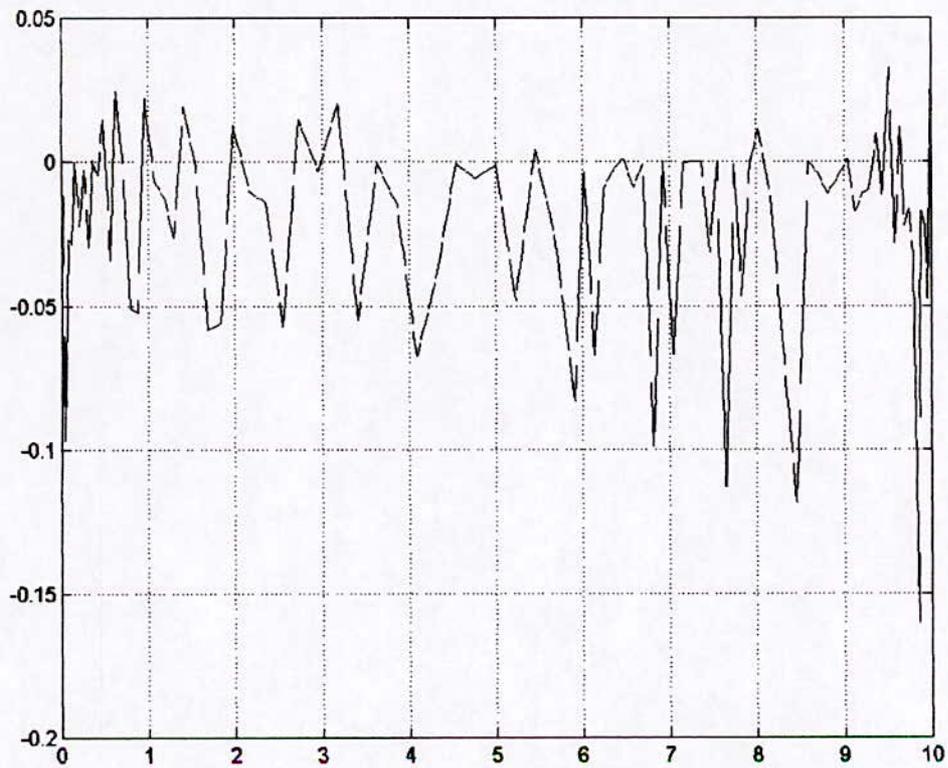


Figure 5.17 : Contrainte tangentielle ($z = 0$).

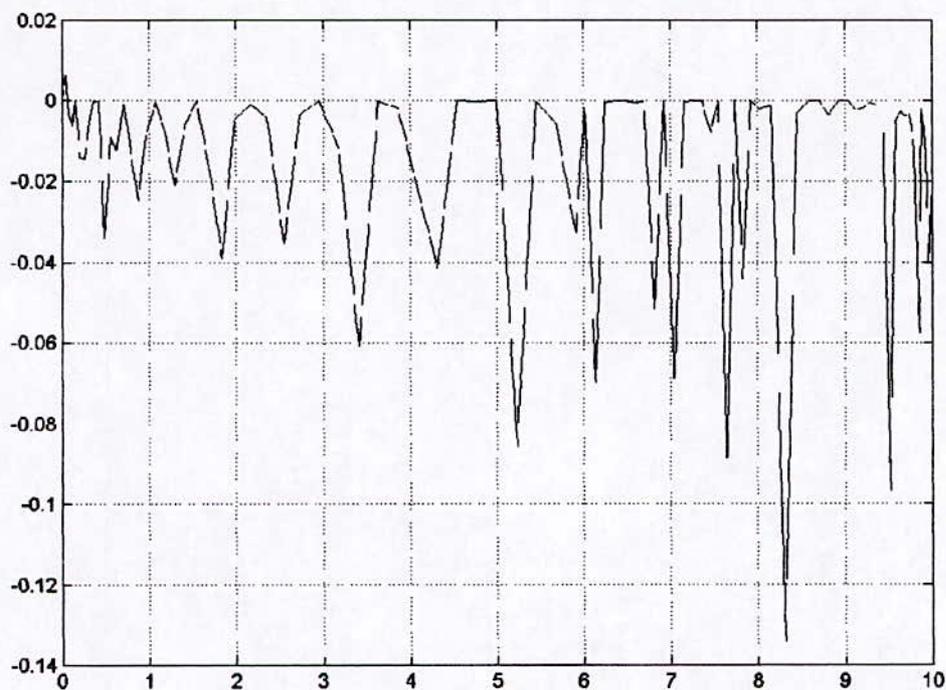


Figure 5.18 : Contrainte de cisaillement ($z = 0$).

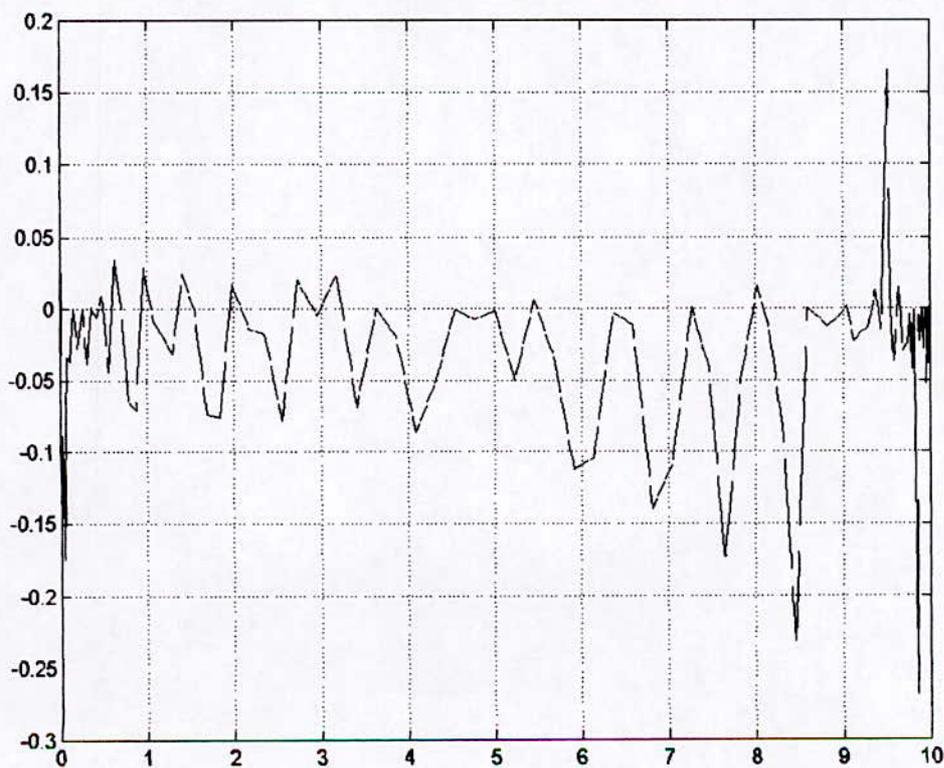


Figure 5.19 : Contrainte radiale ($z = 0.2 \text{ mm}$).

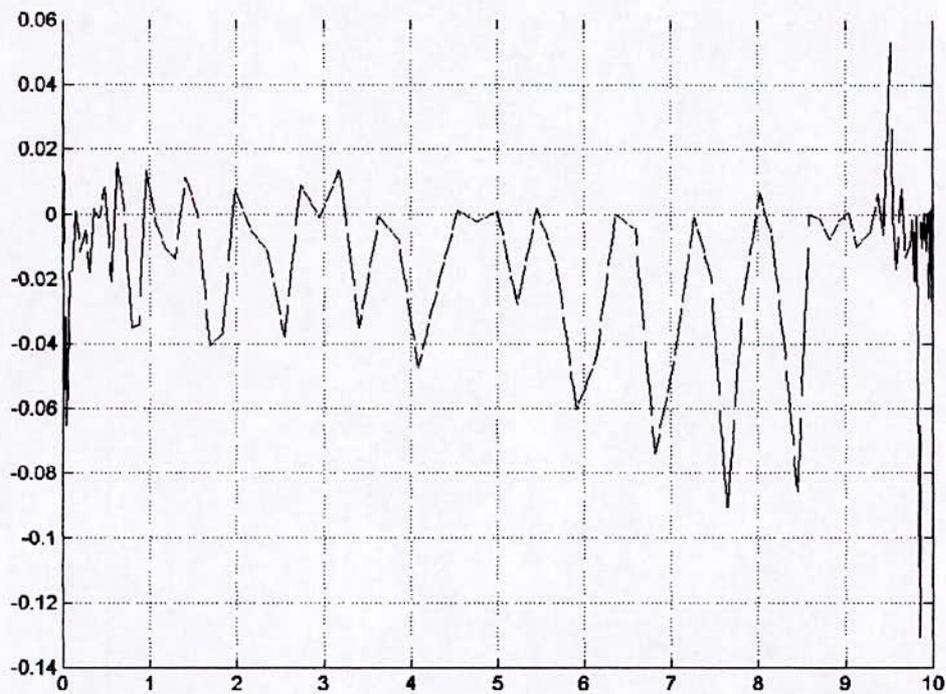


Figure 5.20 : Contrainte axiale ($z = 0.2 \text{ mm}$).

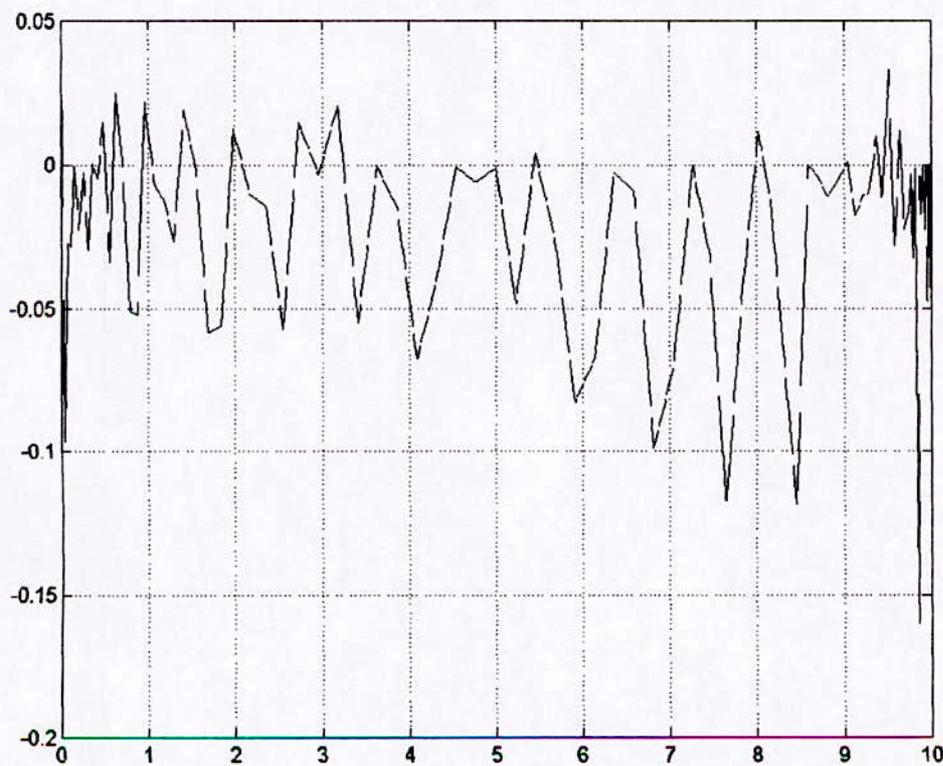


Figure 5.21 : Contrainte tangentielle ($z = 0.2 \text{ mm}$).

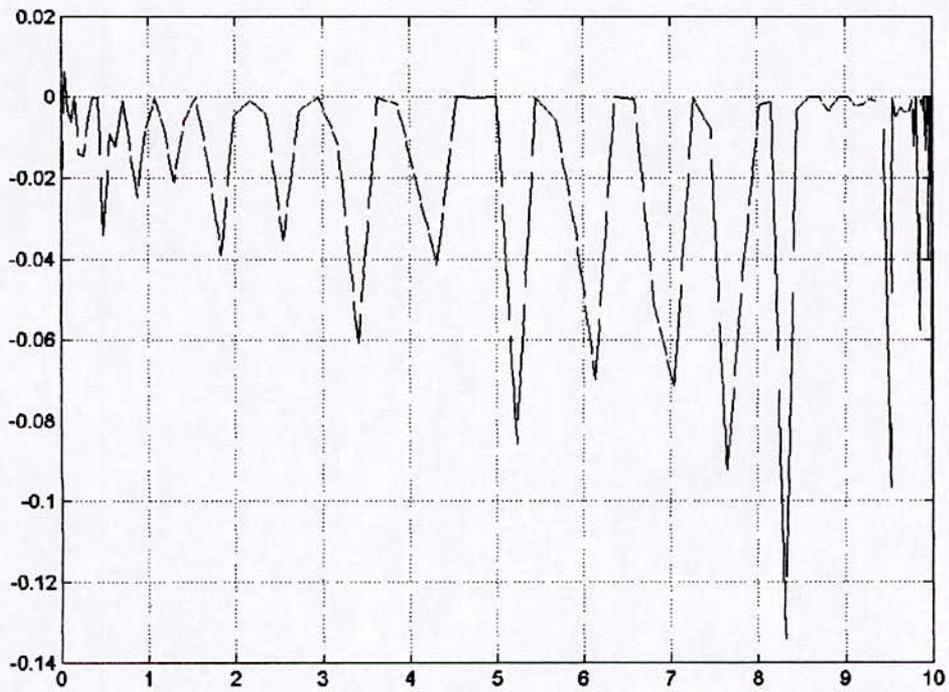


Figure 5.22 : Contrainte de cisaillement ($z = 0.2$ mm).

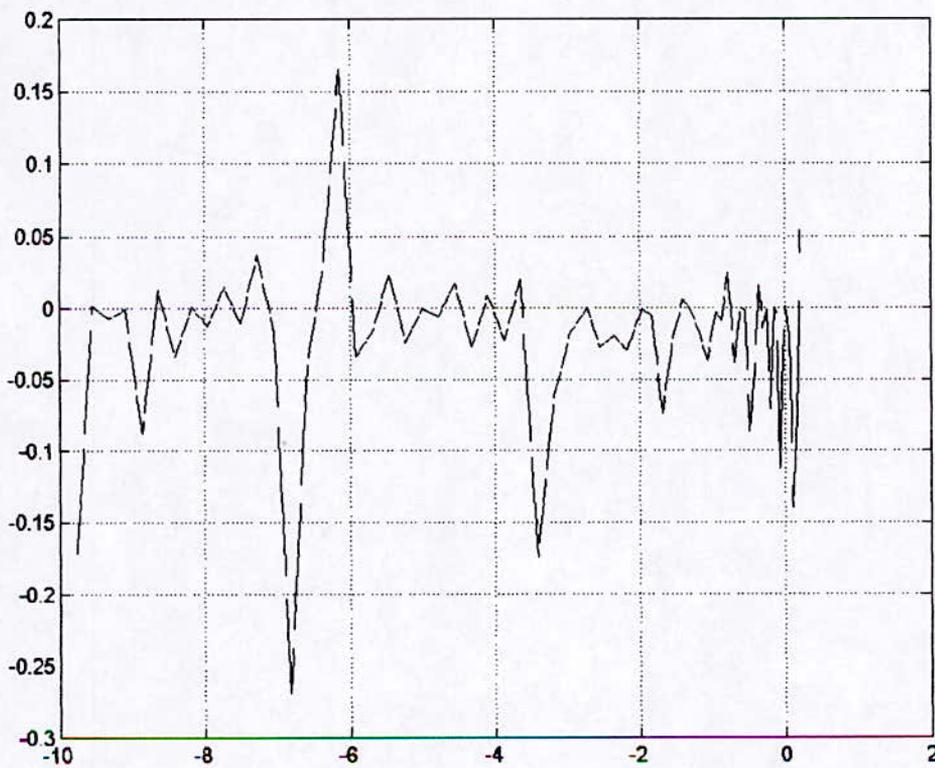


Figure 5.23 : Contrainte radiale ($r = 0.1$ μm).

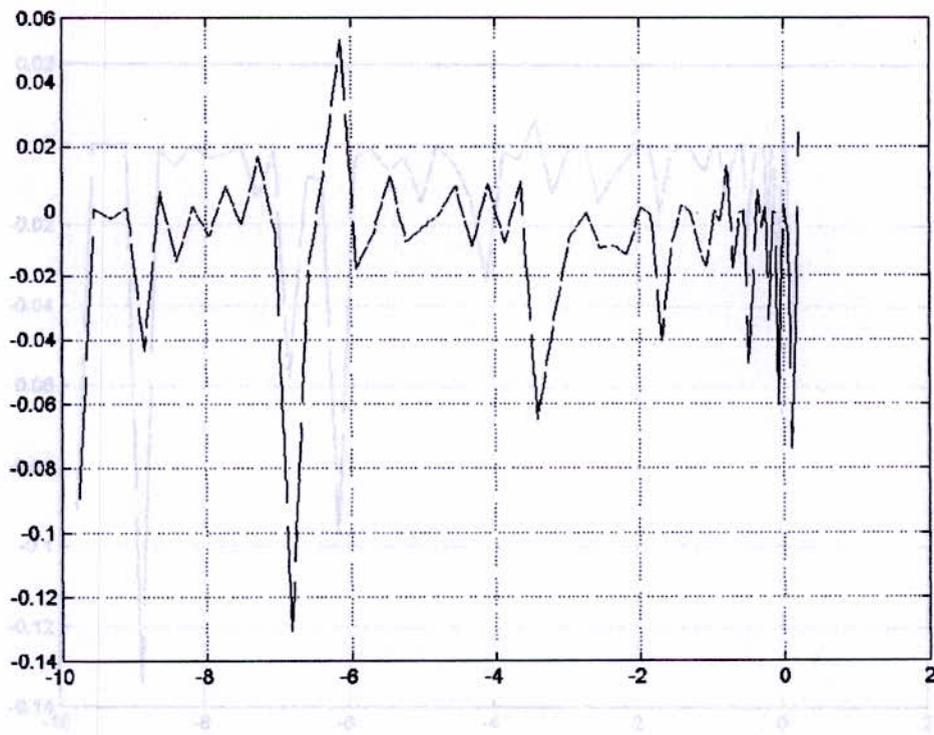


Figure 5.24 : Contrainte axiale ($r = 0.1 \mu\text{m}$).

Figure 5.26 : Contrainte de cisaillement ($r = 0.1 \mu\text{m}$).

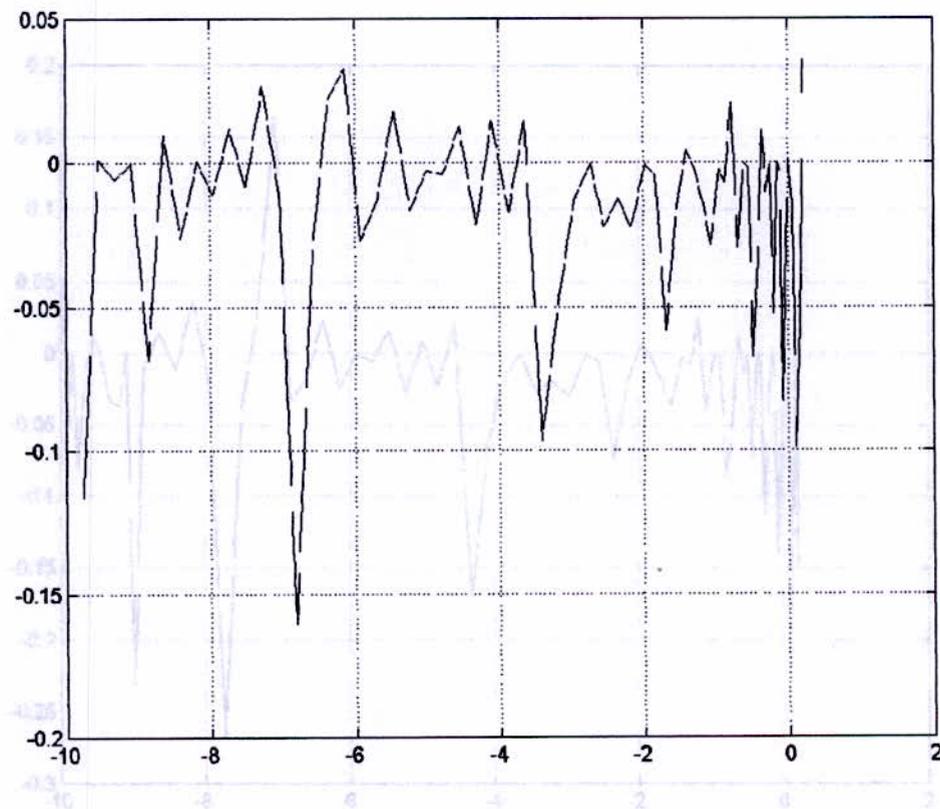


Figure 5.25 : Contrainte tangentielle ($r = 0.1 \mu\text{m}$).

Figure 5.27 : Contrainte radiale ($r = 10 \text{ mm}$).

Le fait que les contraintes radiales, axiales, tangentielles et de cisaillement sont négatives est dû à la contraction des particules de dépôt lors du refroidissement. Pour assurer la cohésion du bimatériau, le substrat se déforme élastiquement même plus loin de l'interface (voir la définition des contraintes résiduelles dans le paragraphe 2.1), ce qui justifie l'existence des contraintes résiduelles à la génératrice inférieure de l'échantillon cylindrique, lesquelles contraintes sont en moyenne inférieures à celles présentes dans le dépôt.

A l'interface, l'ordre de grandeur des contraintes est très proche de celui des contraintes qui se trouvent à la génératrice supérieure. Ceci résulte, d'une part, de l'importance des dilatations thermiques τ (dilatations au sens algébrique) dans le dépôt tout entier et, d'autre part, de l'étirement du dépôt par le substrat qui empêche sa contraction complète et, également, de la compression du substrat par l'effort de contraction du dépôt.

Les contraintes de cisaillement sont négatives et leur valeur absolue ne dépasse pas 140MPa. Ces contraintes reflètent la flexion du bimatériau dans le plan Orz et peuvent contribuer à la rupture de l'interface.

Les figures 5.23 jusqu'à 5.30 expliquent mieux l'évolution des quatre types de contraintes (σ_r , σ_ϕ , σ_z et t_{rz}) en partant du point le plus loin de l'origine des déformations jusqu'au point se trouvant sur la génératrice supérieure de l'échantillon et c'est pour deux endroits différents, l'un très proche de l'axe du cylindre et l'autre se trouve sur la surface latérale. Mais, cela sera après l'élimination de quelques pics de contraintes pour lesquels on n'arrive pas à donner une justification significative.

Ainsi, on remarque que plus on s'approche du dépôt, les contraintes augmentent en valeur absolue et les pics sont plus denses de part et d'autre de l'interface, ceci est vrai pour tous les types de contraintes.

En outre, les valeurs des contraintes se trouvant sur la surface latérale du dépôt sont un peu plus grandes, en valeur absolue, que celles proches de l'axe de l'échantillon, du fait qu'on a pris en considération l'influence de la pression atmosphérique sur la surface latérale et que cette zone observe un changement brusque de profil (angle).

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Conclusion et perspectives

Le but de ce travail est la simulation du refroidissement d'un matériau traité en surface par projection thermique, ainsi que son état de contraintes résiduelles d'origine thermique.

La simulation a conduit à des résultats raisonnables dans la limite des simplifications de calcul.

La simulation du refroidissement nous permet d'obtenir la courbe de refroidissement pour n'importe quel point du bimatériau. Cet avantage peut être exploité pour prévoir la possibilité qu'un changement structural a lieu dans un matériau lors des traitements thermiques et à quel instant ce changement débute pour n'importe quel point de la structure.

Quant à l'état de contraintes résiduelles, les résultats obtenus nous renseignent sur la grandeur et le signe de celles-ci afin de prévoir une éventuelle fissuration dans la structure étudiée.

Le simulateur utilisé peut être développé pour devenir plus pratique en introduisant :

- Le cas des matériaux axisymétriques de géométries plus complexes.
- Le cas des matériaux anisotropes.
- Le cas d'un revêtement exigeant la mobilité du substrat.
- Le cas où les paramètres physiques sont des fonctions du déplacement et du temps.

Tous ces cas de figures sont accessibles avec les possibilités de résolution offertes par MATLAB.

Un autre type de problème métallurgique peut être traité avec le même simulateur. C'est le cas où l'on veut étudier l'influence de la vitesse de refroidissement sur la grandeur et le type des contraintes résiduelles d'origine thermique, en simulant des refroidissements dans des milieux trempants différents tels que l'eau, l'huile, l'air ... etc.

Cependant, on rappelle que la simulation se fait en liaison avec des travaux expérimentaux, que ce soit pour la détermination des paramètres physiques requis pour la simulation, ou bien pour tester la performance du simulateur.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Jean-Claude GUILLAIS, " Traitements de surface, aspects économiques et perspectives " , Techniques de l'ingénieur M1422, p.01, (1999).
- [2] Y.ISSAAD, " Modélisation mathématique des contraintes résiduelles d'un matériau traité en surface ", Projet de fin d'études, Département de génie métallurgie E.N.P., p.36, (1998).
- [3] Jean-Claude GUILLAIS, " Traitements de surface, aspects économiques et perspectives " , Techniques de l'ingénieur M1422, p.01, (1999).
- [4] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.04, (1999).
- [5] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.05, (1999).
- [6] Z.MERZOUGUI, " Réalisation et caractérisation de revêtement au molybdène sur un acier de construction ", Projet de fin d'études, Département de génie métallurgique E.N.P., p.05, (1997).
- [7] G.MONTAVON, B.HANSZ, C.CODDET, F.TOURENNE et F.KASSABJI, " Les applications industrielles de la projection thermique ", Marché et domaines sectoriels, Cahiers de l'ingénierie n° 67, (Mars 1998).
- [8] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.03, (1999).
- [9] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.06-13, (1999).

- [10] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.07, (1999).
- [11] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.08, (1999).
- [12] Michel PATY, " MACH (Ernst) ", ENCYCLOPAEDIA UNIVERSALIS, Editeur à Paris, Volume 11, p.395, (1985).
- [13] André DIDIER, " Acoustique ", ENCYCLOPAEDIA UNIVERSALIS, Editeur à Paris, Volume 1, p.178, (1985).
- [14] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.09, (1999).
- [15] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.09, (1999).
- [16] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.11, (1999).
- [17] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.12, (1999).
- [18] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.03, (1999).
- [19] A.BENHARRATS, " Modélisation des contraintes résiduelles sur un bimatérial réalisé par projection thermique ", Projet de fin d'études, Département de génie métallurgie E.N.P., p.08, (2000).
- [20] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.03, (1999).

- [21] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.03-04, (1999).
- [22] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.04, (1999).
- [23] D.FRANÇOIS, " Essais mécaniques des métaux. Détermination des lois de comportement ", Techniques de l'ingénieur M120, p.04, (1984).
- [24] S.S.MANSON, " Les contraintes d'origine thermique ", Edition DUNOD, p.V, (1967).
- [25] A.HAMEL, " Contribution à l'étude de la microplasticité des métaux et alliages ", Rapport D.E.A., Lyon, Physique des matériaux, p.103, (Juillet 1977).
- [26] A.HAMEL, J.CHICOIS, R.FOUGERES et M.THEOLIER, " Dispositif expérimental pour la détermination de la contrainte interne dans le domaine des déformations microplastiques ", S.Phys.E, Sci.Instrum., Volume 14, p.1368-1372, (1981).
- [27] A.B.VANNES, " Analyse des incompatibilités des déformations plastiques résultant d'un écrouissage modéré à l'aide des contraintes internes et des textures cristallines ", Thèse de doctorat ès-science, Université Claude Bernard, Lyon 1, INSA, p.226, (Juin 1978).
- [28] G.MAEDER, J.L.LEBRUN et J.M.SPRAUEL, " Caractérisation mécanique des surfaces par diffraction X. Matériaux et techniques ", p.139-149, (Avril-Mai 1981).
- [29] D.KAPLAN, " Les méthodes de mesure de contraintes résiduelles par trépanage et par enlèvement de couches ", IRSID.RE.1164, (1983).
- [30] D.ROSENTHAL, J.T.NORTON, " A method of measuring triaxial residual stresses of plates ", Journal of American Welding Society n°24, (1983).
- [31] R.P.FRICK, G.A.GURTMAN, H.D.MERIWETHER, " Experimental determination of

- residual stresses in orthotropic materials ", Journal of Materials, (1967).
- [32] M.LARACINE, M.LORMAND, M.VANNES, " Adaptation de la méthode d'enlèvement de couches à la détermination des contraintes résiduelles dans le cas de revêtements céramiques épais. Contraintes résiduelles et nouvelles technologies ", CETIM, p.92, (Septembre 1990).
- [33] A.BENHARRATS, " Modélisation des contraintes résiduelles sur un bimatériau réalisé par projection thermique ", Projet de fin d'études, Département de génie métallurgie E.N.P., p.30, (2000).
- [34] VISHAY MICROMESURES, " Mesure des contraintes résiduelles par la méthode du trou ", NT47D, (1990).
- [35] A.BENHARRATS, " Modélisation des contraintes résiduelles sur un bimatériau réalisé par projection thermique ", Projet de fin d'études, Département de génie métallurgie E.N.P., p.25, (2000).
- [36] J.HERNANDEZ, " Etude de structures bi-métalliques réalisées à l'aide de faisceaux de haute énergie (PLASMA, PTA, LASER). Détermination et modélisation des contraintes résiduelles ", Thèse de doctorat ès-science, INSA de Lyon, (Novembre 1986).
- [37] G.MAEDER, J.L.LEBRUN, J.M.SPRAUEL, " Détermination des contraintes résiduelles par diffraction des rayons X ", Edition ENSAM Paris, (1987).
- [38] A.BENHARRATS, " Modélisation des contraintes résiduelles sur un bimatériau réalisé par projection thermique ", Projet de fin d'études, Département de génie métallurgie E.N.P., p.22, (2000).
- [39] A.BENHARRATS, " Modélisation des contraintes résiduelles sur un bimatériau réalisé par projection thermique ", Projet de fin d'études, Département de génie métallurgie E.N.P., p.23, (2000).

- [40] J-P.GREMY, " Simulation ", ENCYCLOPAEDIA UNIVERSALIS, Editeur à Paris, Volume 16, p.924, (1985).
- [41] J-P.GREMY, " Simulation ", ENCYCLOPAEDIA UNIVERSALIS, Editeur à Paris, Volume 16, p.924-925, (1985).
- [42] O.K.ZIENKIEWICZ, " La méthode des éléments finis ", Troisième édition-Mc Graw-Hill, p.133, (1979).
- [43] S.MESSAOUDI, " Etude de l'influence de la vitesse de refroidissement sur le comportement et les propriétés mécaniques d'un multimatériau réalisé par projection thermique ", Thèse d'ingénieur, Département de génie métallurgie E.N.P., p.27, (1995).
- [44] J.DEVAUX, J.B.LEBLOND, J.C.DEVAUX, " Possibilités offertes par un logiciel simulant les effets dus au soudage ", Conférence sur les contraintes résiduelles des constructions soudées, CETIM, (1987).
- [45] F.KREITH, " Transmission de la chaleur et thermodynamique ", MASSON ET C^{ie} EDITEURS, p.05, (1967).
- [46] F.KREITH, " Transmission de la chaleur et thermodynamique ", MASSON ET C^{ie} EDITEURS, p.79, (1967).
- [47] F.KREITH, " Transmission de la chaleur et thermodynamique ", MASSON ET C^{ie} EDITEURS, p.77, (1967).
- [48] F.KREITH, " Transmission de la chaleur et thermodynamique ", MASSON ET C^{ie} EDITEURS, p.01, (1967).
- [49] F.KREITH, " Transmission de la chaleur et thermodynamique ", MASSON ET C^{ie} EDITEURS, p.06, (1967).

- [50] J.COURBON, " Résistance des matériaux ", Edition DUNOD, Tome 1, p.65, (1971).
- [51] J.COURBON, " Résistance des matériaux ", Edition DUNOD, Tome 1, p.242, (1971).
- [52] J-L.BATOZ, G.DHATT, " Modélisation des structures par éléments finis ", Edition HERMES, Volume 1 : Solides élastiques, p.138, (1990).
- [53] S.S.MANSON, " Les contraintes d'origine thermique ", Edition DUNOD, p.72, (1967).
- [54] J.COURBON, " Résistance des matériaux ", Edition DUNOD, Tome 1, p.243, (1971).
- [55] S.TIMOSHENKO and L.N.GOODIER, " Theory of Elasticity ", Mc Graw-Hill Book Co.Inc., New York, p.228, (1951).
- [56] J.COURBON, " Résistance des matériaux ", Edition DUNOD, Tome 1, p.54, (1971).
- [57] J-L.BATOZ, G.DHATT, " Modélisation des structures par éléments finis ", Edition HERMES, Volume 1 : Solides élastiques, p.116, (1990).
- [58] J.COURBON, " Résistance des matériaux ", Edition DUNOD, Tome 1, p.66-67, (1971).
- [59] S.S.MANSON, " Les contraintes d'origine thermique ", Edition DUNOD, p.68, (1967).
- [60] " Méthode des éléments finis ", [[http://www.grr.ulaval.ca/grrwww/cours génie rural/grr12359/mef4.html](http://www.grr.ulaval.ca/grrwww/cours_génie_rural/grr12359/mef4.html)], p.34, (2001).
- [61] " Méthode des éléments finis ", [[http://www.grr.ulaval.ca/grrwww/cours génie rural/grr12359/mef4.html](http://www.grr.ulaval.ca/grrwww/cours_génie_rural/grr12359/mef4.html)], p.36, (2001).
- [62] " Méthode des éléments finis ", [[http://www.grr.ulaval.ca/grrwww/cours génie rural/grr12359/mef4.html](http://www.grr.ulaval.ca/grrwww/cours_génie_rural/grr12359/mef4.html)], p.35, (2001).
- [63] J-P.GREMY, " Simulation ", ENCYCLOPAEDIA UNIVERSALIS, Editeur à Paris,

Volume 16, p.924, (1985).

- [64] " Méthode des éléments finis ", [[http://www.grr.ulaval.ca/grrwww/cours génie rural/grr12359/mef4.html](http://www.grr.ulaval.ca/grrwww/cours_génie_rural/grr12359/mef4.html)], p.37, (2001).
- [65] J.C.SABONNADIÈRE, J.L.COULOMB, " La méthode des éléments finis - Du modèle ... à la CAO ", Editions HERMES, p.39, (1986).
- [66] S.S.RAO, " the finite element method in engineering ", PERGAMON PRESS-Second edition, p.08, (1988).
- [67] O.K.ZIENKIEWICZ, " La méthode des éléments finis ", Troisième édition-Mc Graw-Hill, p.165-166, (1979).
- [68] O.K.ZIENKIEWICZ, " La méthode des éléments finis ", Troisième édition-Mc Graw-Hill, p.182, (1979).
- [69] Alain PRONER, " Revêtements par projection thermique ", Techniques de l'ingénieur M1645, p.06, (1999).
- [70] A.R.GOKHMAN, E.A.ASNIS, P.A.BRYUKHANOV, V.K.SOBOKAR, O.D.SERGUNOVA, " Residual stress of gas thermal coatings ", Russian Metallurgy, Volume 5, p.129-133, (1998).