

UNIVERSITE D'ALGER

3/78

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

الدرسة الوطنية للعلوم الهندسية

— السكينة —

Département Génie Civil

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

BIBLIOTHÈQUE

1ex

THESE DE FIN D'ETUDES

FONDATEURS
en
VOILES MINCES

Proposée par:

Mr G.MOMANU
Prof. Maître Assistant
à l'E.N.P.A.

Etudiée par:

MM: H.BEKHADIDJA
M.N. FARSI

PROMOTION JANVIER 1978

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

الدرسة الوطنية للعلوم الهندسية

-----oOoCooOo-----

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTHEMENT GENIE CIVIL

BIBLIOTHEQUE

THESE

DE

FIN D'ETUDES

FONDACTIONS

EN

VOILES MINCES

Proposée par :

Mr. G. MOMANU

Ing. Maitre assistant

à l'E.N.P.A.

Etudiée par :

H. BEKHEDIDJA

&

M. N. FARSI

PROMOTION FEVRIER 1978

Nous tenons à remercier nos professeurs et assistant de l'école nationale polytechnique, en particulier Mr. LOUALI chef d'atelier de mécanique, qui ont contribué à notre formation, à tous nous exprimons notre profonde gratitude.

A Monsieur G. ROMANU Ingénieur Maître Assistant à l'E.N.P.A., qui par ses conseils fructueux, nous a guidés dans la bonne marche de cette étude et qu'il veuille bien trouver ici l'assurance de notre vive reconnaissance.

INTRODUCTION.....	1
PREMIERE PARTIE: Etude théorique	
Chap. 1 : UTILISATION DES VOILES MINCES DANS LA TECHNIQUE DES CONSTRUCTIONS.....	3
1.1. Notion de voile mince.	
1.2. Aperçu sur le développement des struc- tures en voiles minces.	
1.3. Domaine d'application.	
1.4. Avantages et inconvénients de ce sys- tème de construction.	
1.5. Eléments de calcul des voiles minces.	
Chap. 2 : POSSIBILITES D'UTILISATION DES VOILES MINCES COMME FONDATIONS.....	21
2.1. Aperçu sur le développement de l'utili- sation des voiles minces dans le domaine des fondations.	
2.2. Domaines possibles d'utilisation.	
2.3. Avantages et inconvénients du système.	
2.4. Problèmes supplémentaires posés par le calcul des fondations en voiles minces.	
2.5. Etat actuel de la recherche dans ce do- maine.	
Chap. 3 : FONDATIONS EN FORME DE VOILES SPHE- RIQUES ET CONIQUES.....	31
3.1. Domaines possibles et recommandables d'utilisation.	
3.2. Eléments de calcul.	
DEUXIEME PARTIE: Essais	
Chap. 1 : PRESENTATION DE LA BASE MATERIELLE....	59
1.1. Description de l'outillage.	
1.2. Description des modèles.	
Chap. 2 : ESSAIS ET RESULTATS.....	67
2.1. Buts des essais.	
2.2. Développement des essais.	
2.3. Résultats et leur interprétation.	
Chap. 3 ; C O N C L U S I O N S.....	73

-INTRODUCTION-

L'utilisation des coques ou des voiles minces dans de nombreuses branches de l'industrie; sidérurgie, chimie, génie-civil, constructions de turbomachines hydrauliques et thermiques constructions navales, aéronautique, astronautique, etc... est maintenant chose courante.

Pour certaines applications, le dimensionnement économique des coques demande une connaissance précise des contraintes et des déformations, mais n'exige une étude de la stabilité élastique de la structure ou une détermination assez exacte des fréquences propres et des modes de vibrations. Pour ces utilisations, le point de vue économique tient la première place le dimensionnement doit correspondre à un coefficient de sécurité suffisant mais non exagéré. Il faut cependant préciser que le dimensionnement économique ne s'obtient en général qu'on admettant des déformations plastiques dans certaines zones de la structure. Même pour les applications classiques des coques minces, comme réservoirs par exemple, il faut non seulement calculer les contraintes et les déformations élastiques relatives à la presque totalité de la surface de la coque, mais de plus contrôler la résistance des zones très localisées où se produisent des déformations plastiques.

Dans la majeure partie des domaines d'utilisation, les coques supportent des charges beaucoup plus complexes que dans le cas des réservoirs sous pressions. Le dimensionnement économique des structures en forme de coques minces peut alors exiger, suivant les cas, soit une étude du flambage, soit un calcul des fréquences et des modes de vibrations, soit les deux.

Enfin, pour d'autres champs d'application, la conception économique des structures en forme de coque nécessite la prise en compte des réactions des massifs ou des pièces sur lesquelles les s'appuie la coque. C'est le cas par exemple des coques reposant sur fondations élastiques ou sur d'autres coques.

La présente étude concerne l'expérimentation sur des coques de révolution (en modèle réduit), utilisées en fondations soumises à des efforts axisymétriques.

*P*REMIERE *P*ARTIE

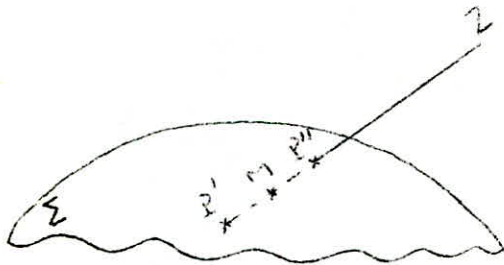
ETUDE THEORIQUE

CHAPITRE I

UTILISATION DES VOILES MINCES DANS LA TECHNIQUE DES CONSTRUCTIONS

1.1 Notion de voile mince

Les voiles minces sont les structures à 3 dimensions, continues ou discontinues, dont l'épaisseur est faible par rapport aux autres dimensions et dans lesquelles les tensions agissant parallèlement à la surface moyenne sont prépondérantes.



Considérant un volume compris entre deux surfaces Σ' et Σ'' et on appelle Σ la surface située à égale distance de Σ' et Σ'' . La normale MZ en un point M de la surface Σ coupe la surface Σ' et Σ'' en P' et P'' .

On appelle le volume précédent un voile mince, ou une membrane lorsque la longueur $P'P''$ est petite devant les dimensions et rayon de courbure de la surface Σ .

À titre d'indication l'épaisseur $P'P''$ pour un voile en section est de l'ordre de 10cm avec un minimum de 5cm.

1.2 Aperçu sur le développement des structures en voiles minces

Dans l'antiquité les toitures étaient généralement en bois reposant sur des linteaux de pierres. Les Romains, à la fin de la période antique, ont introduit les constructions autoportantes en créant la voûte en berceau et la coupole, dans lesquelles il n'y a plus de distinction faite entre éléments courants et éléments porteurs.

Au haut moyen-âge nous trouvons un développement de cette technique avec, toutefois, un allègement des masses. L'architecture byzantine est restée célèbre par la coupole de Saint-Sophie à Constantinople.

L'architecture ogivale réintroduit cependant la distinction entre éléments porteurs et éléments courants.

L'apparition du béton armé et la facilité de mise en œuvre de ce matériau ont permis de renover complètement la notion de voûte autoportante. Les voûtes romaines massives sont devenues de légères voiles ayant à peine quelques cm d'épaisseur.

C'est en 1910 que les premières coques en béton armé ont été construites. Vers 1925 sont apparues les voûtes longues en berceau du type Zeiss-Dywidag et actuellement le nombre de réalisations est extrêmement important.

Le grant constructeur français M; Freyssinet avoue:
"...depuis, de nouveaux besoins des usagers, et aussi la mode, car les industriels suivent la mode des couvertures des batiments, comme leurs femmes suivent celle des chapeaux; besoin et mode, dis-je, ont exigé des distances entre poteaux de plus en plus considérables, augmentant considérablement les efforts de cisaillement imposés aux surfaces courantes;..."

1.3 Domaine d'application

Les voiles minces sont utilisées dans le but de couvrir économiquement de grands espaces sans appuis intermédiaires. Par exemple; comme éléments chargés de toit ou de réservoirs.

- Un exemple remarquable de voûtes Zeiss-Dywidag est constitué par la couverture du marché couvert de Francfort comprenant 15 voûtes semi-elliptiques de 14 m de portée et de 36,70 m de longueur.
- Salle omni-sport de Chonaga "en forme d'œuf" est faite en voûte mince afin d'éviter de placer des poteaux au milieu qui gêneraient énormément.
- Voûte en béton translucide érigée à l'entrée de l'exposition de l'artisanat de Florentin.
- Pavillon Philips à l'exposition de Bruxelles.
- Hangars pour avions de Marignane.
- Palais du centre national des industries et des techniques à Paris.
- Kongeschalle à Berlin.
- Pavillon français de l'exposition de Bruxelles.

1.4 Avantages et inconvénients de ce système de construction.

a

a/ Avantages.

-Le caractère économique des voiles, les quantités de matériaux étant faible par rapport aux structures pour les grandes portées.

-La diversité de leur forme, il est donc possible de satisfaire les exigences de structures dont les formes constructives les plus adéquates.

-Il est relativement facile parmi toutes les formes possibles de trouver celles qui, par surcroît conviennent au sens esthétique exigé par les caractéristiques de la construction.

b/ Inconvénients.

Les voiles en membrane ne sont aptes qu'à supporter des charges réparties.

La forme donnée au coffrage des coques doit être très précise. En effet un écart de quelques mm peut excentrer la poussée régnant dans la voûte au point de créer des tensions dangereuses et même de provoquer un phénomène de voilement qui peut détruire la construction.

En outre il est essentiel qu'il ne se produise lors du bétonnage aucune poche ni surépaisseur, ce qui entraînerait des irrégularités dans la répartition des charges, de sorte que le poids propre ne serait plus exactement celui qui a été prévu dans les calculs.

La pose des armatures est une opération très importante le niveau indiqué doit être exactement respecté.

La nécessité d'avoir un échafaudage élevé exige beaucoup de bois et leur coffrage est compliqué. On tend depuis peu à minimiser ces désavantages en utilisant des voiles préfabriquées. Il n'est pas douteux que la préfabrication diminue le coût de l'échafaudage et du coffrage, mais en même temps les dépenses et les difficultés surgissent avec la fabrication, le transport et le levage.

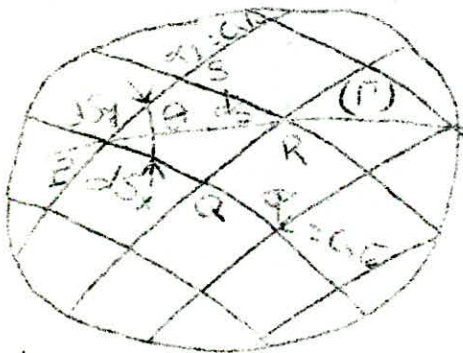
1.5 Éléments de calcul des voiles minces.

a/ Présentation paramétrique des surfaces.

L'équation paramétrique d'une surface continue quelconque revêt la forme:

$$x = f_1(\alpha_1, \alpha_2), \quad y = f_2(\alpha_1, \alpha_2), \quad z = f_3(\alpha_1, \alpha_2) \quad (1,1)$$

où f_1, f_2, f_3 sont fonctions uniformes continues des paramètres



On admet qu'à chaque point de la surface on a une seule paire de valeurs, appelés coordonnées curvilignes de la surface considérée. Toute paire de fonctions

$$\alpha_1 = \alpha_1(\theta), \quad \alpha_2 = \alpha_2(\theta) \quad (1,2)$$

où θ, θ sont continus et

aux dérivées continues dans un intervalle donné, définit sur la surface une courbe (r)

C'est en fonction des continuités ci-dessus que l'on définit les coefficients de la 1^{re} forme quadratique de la surface (coefficients de LAME)

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \alpha_1} \right)^2$$

$$F = \frac{\partial x}{\partial \alpha_1} \cdot \frac{\partial x}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial y}{\partial \alpha_1} \cdot \frac{\partial y}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial z}{\partial \alpha_1} \cdot \frac{\partial z}{\partial \alpha_2} \quad (1,3)$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \alpha_2} \right)^2$$

Une expression plus commode des équations d'équilibre et de déformation peut être obtenue en utilisant les coefficients de LAME sous la forme

$$A_1 = \sqrt{E} ; A_{12} = \sqrt{F} ; A_2 = \sqrt{G} \quad (1,4)$$

De (1,3), la première forme quadratique devient

$$\Phi_1 = E \cdot d\varphi_1^2 + 2F \cdot d\varphi_1 d\varphi_2 + G \cdot d\varphi_2^2 = dS \quad (1,5)$$

qui représente le carré de la différentielle de la longueur de l'arc de courbe (Γ), lorsqu'aux différentielles $d\varphi_1$, $d\varphi_2$ on substitue leurs valeurs tirées de (1,2).

L'angle θ défini par les lignes de coordonnées $\varphi_1 = \text{cste}$ $\varphi_2 = \text{cste}$ est fourni par la relation

$$\cos \theta = \frac{F}{\sqrt{EG}} \quad (1,6)$$

$F = 0 \implies$ le réseau de coordonnées est orthogonale

b/ hypothèses de calcul

Dans l'étude des coques, on fait plusieurs hypothèses de calcul simplificatrices, en ce qui concerne le comportement du matériel et du solide:

- Le matériel est continu, homogène et isotrope.
- Le matériel ne travaille que dans la phase élastique et son module d'élasticité est le même à la traction et à la compression (ce qui permet d'appliquer le principe de la superposition des effets dans le cas des efforts).
- Les déformations élastiques sont faibles par rapport à l'épaisseur de la coque (au point de vue mathématiques cela signifie que, lors du développement en série des expressions de la déformation, nous pouvons ne prendre en considération que les termes linéaires par rapport à la côte Z dirigée suivant la normale, ce qui permet d'appliquer aussi bien du point de vue déformation, le principe de la superposition des effets).
- Les points sur une normale à la surface médiane avant la déformation, restent sur une droite toujours normale à cette surface après la déformation (cette hypothèse est équivalente à l'hypothèse des sections pleines de BERNOULLI dans le cas des poutres droites). L'hypothèse ci-dessus exprime que les cisaillements spécifiques χ_{23} et χ_{32} sont nuls ou bien, ce qui revient au même, que les contraintes de cisaillement τ_{23} et τ_{32} sont nulles.

- L'allongement spécifique est nul; Il s'ensuit que les déplacements W de tous les points d'une normale à

la surface moyenne sont constants et égaux aux déplacements W du point correspondant dans la surface moyenne (l'épaisseur de la coque ne subit pas de modifications par suite de la déformation).

- Les contraintes normales à la surface moyenne sont négligeables, c'est à dire $\sigma_n = 0$ (dans la théorie de l'élasticité on démontre que ces contraintes ne jouent qu'un rôle secondaire; dans la résistance élémentaire elles sont aussi négligeables).

c/ Sommation des contraintes par unité de longueur de section normale

On découpe dans la coque un élément défini par les sections normales orthogonales entre elles $\gamma_1, \gamma_2 = \text{cste}$ $\gamma_1 + d\gamma_1, \gamma_2 + d\gamma_2 = \text{cste}$. A cet élément correspondra, dans la surface moyenne, le quadrilatère curviligne PQRS (fig.1) Les côtés de ce quadrilatère ont pour longueur respective

$$\begin{aligned} \widehat{PQ} &= dS_x = A_1 \cdot d\gamma_1 \\ \widehat{RS} &= \left(A_1 + \frac{\partial A_1}{\partial \gamma_2} d\gamma_2 \right) d\gamma_1 \\ \widehat{PS} &= dS_y = A_2 d\gamma_2 \\ \widehat{QS} &= \left(A_2 + \frac{\partial A_2}{\partial \gamma_1} d\gamma_1 \right) d\gamma_2 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Les tangentes en P et Q aux côtés \widehat{PS} et \widehat{QR} font entre elles l'angle $d\omega_1$, de même les tangentes en P et S aux côtés \widehat{PQ} et \widehat{SR} font entre elles l'angle $d\omega_2$

$$d\omega_1 = \frac{1}{A_2} \cdot \frac{\partial A_1}{\partial \gamma_2} \cdot d\gamma_1 \quad (1.8)$$

$$d\omega_2 = \frac{1}{A_1} \cdot \frac{\partial A_2}{\partial \gamma_1} d\gamma_2$$

Sur les facettes latérales de l'élément de coque apparaissent des contraintes de grandeurs et de direction inconnues, qu'on décompose suivant les axes intrinsèques à savoir les tangentes aux lignes $\gamma_1 = \text{cste}$, $\gamma_2 = \text{cste}$ et la normale à la surface (fig.2)

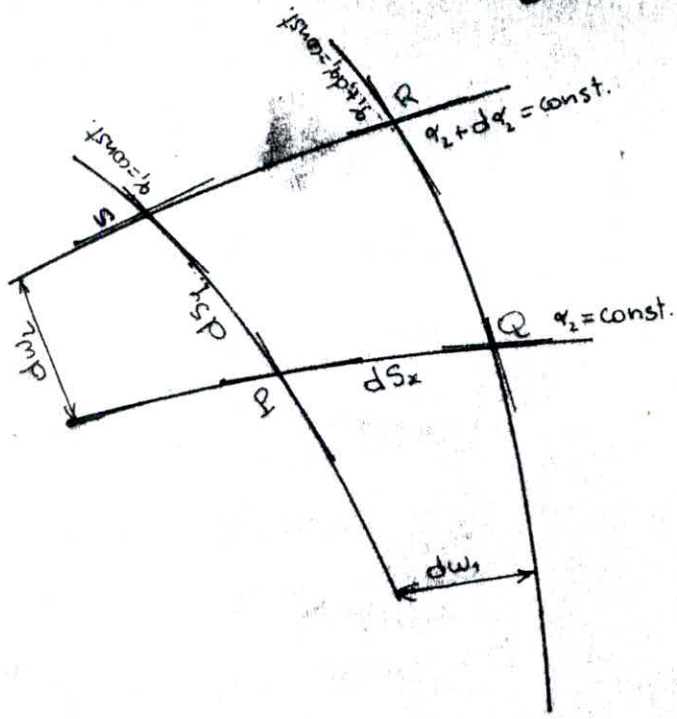


fig.1 - Le quadrilatère curviligne orthogonal élémentaire PQRS.

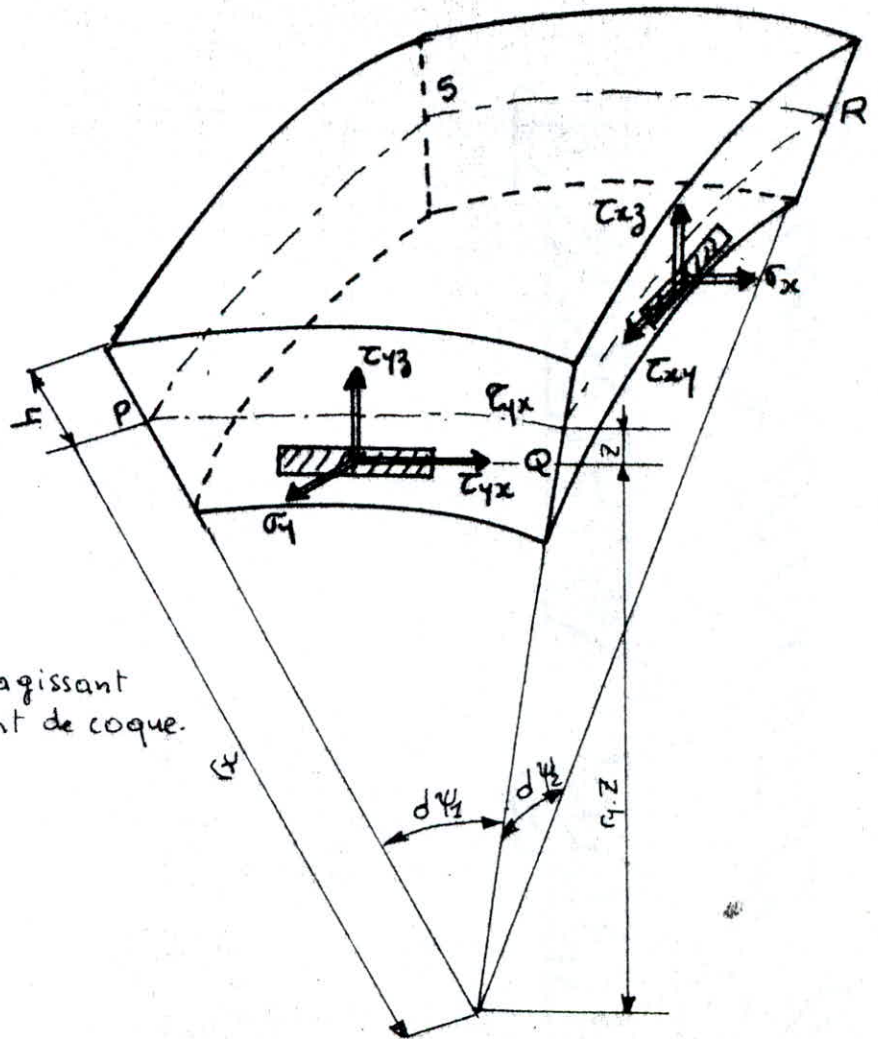


fig2 - Contraintes agissant sur un élément de coque.

En admettant que r_x et r_y ne varient pas le long des arcs élémentaires dS_x et dS_y . On peut écrire

$$\begin{aligned} r_x \cdot d\psi_1 &= dS_x = A_1 \cdot dx_1 \\ r_y \cdot d\psi_2 &= dS_y = A_2 \cdot dx_2 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Dans la section $x_1 = \text{cte}$ apparaissent: la contrainte normale σ_x et les contraintes tangentielles τ_{xy} et τ_{yx} . De même dans la section $x_2 = \text{cte}$ apparaissent: la contrainte normale σ_y et les contraintes tangentielles τ_{yx} et τ_{xy} .

L'épaisseur étant faible par rapport au rayon de courbure, on admet que, dans les sections $Z = \text{cte}$, les contraintes normales n'apparaissent pas ($\sigma_z = 0$).

En sommant les contraintes, ainsi que les moments élémentaires par rapport à la surface moyenne, on obtient les efforts (par unité de longueur) agissant dans la coque. Sommons, par exemple, les contraintes σ_x dans la section $x_1 = \text{cte}$.

Un élément de surface latérale à la cote Z est défini par la relation (fig.2)

$$dA = \frac{r_x - Z}{r_x} dS_x \cdot dZ = \left(1 - \frac{Z}{r_x}\right) dS_x \cdot dZ \quad (1.10)$$

En sommant les contraintes $\sigma_x \cdot dA$, nous obtiendrons

$$N_y \cdot dS_x = \int_{-h}^{+h} \sigma_x \left(1 - \frac{Z}{r_x}\right) dS_x \cdot dZ$$

On peut établir de même les relations fournissant les moments.

Par exemple, pour M_y nous aurons

$$M_y \cdot dS_x = \int_{-h}^{+h} \sigma_x \cdot Z \left(1 - \frac{Z}{r_x}\right) dS_x \cdot dZ$$

On peut simplifier par dS_x , qui n'est fonction de Z , on obtiendra finalement:

Les équations (1.11) dans le tableau ci-après.

	Dans la section $\alpha_1 = \text{const.}$	Dans la section $\alpha_2 = \text{const.}$
Efforts normaux	$N_x = \int_{-h}^{+h} \sigma_x \left(1 - \frac{z}{r_y}\right) dz \quad (1.11 a)$	$N_y = \int_{-h}^{+h} \sigma_y \left(1 - \frac{z}{r_x}\right) dz \quad (1.11 b)$
Efforts de cisaillement	$N_{xy} = \int_{-h}^{+h} \tau_{xy} \left(1 - \frac{z}{r_y}\right) dz \quad (1.11 c)$	$N_{yx} = \int_{-h}^{+h} \tau_{yx} \left(1 - \frac{z}{r_x}\right) dz \quad (1.11 d)$
Moments de flexion	$M_x = \int_{-h}^{+h} \sigma_x \cdot z \left(1 - \frac{z}{r_y}\right) dz \quad (1.11 e)$	$M_y = \int_{-h}^{+h} \sigma_y \cdot z \left(1 - \frac{z}{r_x}\right) dz \quad (1.11 f)$
Moments de torsion	$M_{xy} = \int_{-h}^{+h} \tau_{xy} \cdot z \left(1 - \frac{z}{r_y}\right) dz \quad (1.11 g)$	$M_{yx} = \int_{-h}^{+h} \tau_{yx} \cdot z \left(1 - \frac{z}{r_x}\right) dz \quad (1.11 h)$
Efforts tranchants	$Q_x = \int_{-h}^{+h} \tau_{xz} \left(1 - \frac{z}{r_y}\right) dz \quad (1.11 i)$	$Q_y = \int_{-h}^{+h} \tau_{yz} \left(1 - \frac{z}{r_x}\right) dz \quad (1.11 j)$

Bien que Q_x et Q_y soient des efforts de cisaillement on les appelle efforts tranchants par analogie avec ce qui se passe dans une poutre droite.

Généralement n_x est différent de n_y , on observe que $N_{xy} \neq N_{yx}$, $M_{xy} \neq M_{yx}$ bien que, selon la loi de la dualité les contraintes tangentielles soient égales ($\tau_{xy} = \tau_{yx}$)

En général, les contraintes sont variables avec l'épaisseur de la coque. Dans quelques situations particulières de charge et d'appuis, les valeurs extrêmes des contraintes seront peu différentes de sorte que, en premières approximations, on pourra considérer que τ_x , τ_y et τ_{xy} , τ_{yx} sont uniformément distribuées sur l'épaisseur de la coque, c'est à dire qu'elles sont indépendantes de Z .

Dans ce cas, en effectuant les intégrales de (1,11)

$$N_x = \tau_x \cdot \delta, \quad N_y = \tau_y \cdot \delta, \quad N_{xy} = N_{yx} = \tau_{xy} \cdot \delta \quad (1,12a)$$

$$M_x = \tau_x \frac{\delta^3}{12 r_y}; \quad M_y = \tau_y \frac{\delta^3}{12 r_x}; \quad M_{xy} = \tau_{xy} \frac{\delta^3}{12 r_y} \quad (1,12b)$$

$$M_{yx} = \tau_{yx} \frac{\delta^3}{12 r_x}$$

Les expressions des moments sont susceptibles d'une remarque intéressante.

Par exemple: $M_x = \tau_x \cdot \delta \cdot \delta \cdot \frac{\delta}{12 r_y} = N_x \cdot e_x$

$$\text{ou } e_x = \delta \frac{\delta}{12 r_y}$$

Il s'ensuit donc, que l'excentricité d'application de l'effort axial N_x est de l'ordre de l'épaisseur de la coque réduite dans le rapport $\delta/12 r_y$. Ce rapport étant inférieur à $1/240$, l'excentricité est pratiquement nulle et l'on peut considérer

$$M_x = M_y = M_{xy} = M_{yx} = 0 \quad (1,12c)$$

d/ Méthode d'étude

Il y a deux méthodes qui permettent de déterminer l'état de contraintes dans une coque:

- La méthode exacte constituant la théorie de la flexion qui attaque le problème dans toute sa généralité en prenant en considération les efforts et les moments, tout en étudiant en même les déformations.

- La méthode simplifiée, constituant la théorie de membrane (sans moments), ou l'on admet que par suite de la très faible épaisseur de la coque par rapport à ses autres dimensions, il ne saurait y avoir de moments de flexion ni de torsion; L'équilibre est assuré uniquement par les efforts dans le plan tangent $N_x, N_y, N_{xy} = N_{yx}$.

c/ Equations générales d'équilibre

Pour établir l'état de contraintes dans une coque il faut d'abord étudier l'équilibre d'un élément de coque sous l'action des charges extérieures et les efforts sectionnels.

Soit l'élément de surface PQRS (fig.1). Les efforts et les moments sur la facette $\alpha_1 = \text{cste}$, $\alpha_2 = \text{cste}$ sont donnés par les relations (1.11).

Pour simplifier la détermination des équations d'équilibre, il est indiqué d'évaluer les résultats sur chaque facette. En négligeant un infiniment petit d'ordre supérieur on pourra, par exemple écrire pour N_x sur la facette QR:

$$(N_x + \frac{\partial N_x}{\partial \alpha_1} d\alpha_1) (A_2 + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} d\alpha_1) d\alpha_2 = \left[N_x A_2 + \frac{\partial (N_x A_2)}{\partial \alpha_1} d\alpha_1 \right] d\alpha_2$$

On considère que la charge extérieure est représentée par ses composantes X, Y, Z suivant les tangentes aux lignes $\alpha_1 = \text{cste}$, $\alpha_2 = \text{cste}$, et la normale à la surface moyenne appliquée au centre de l'élément considéré. X et Y sont positifs lorsqu'ils sont dirigés vers α_1 , α_2 croissants et Z vers le centre de courbure (fig.3)

La convention des signes, adoptée pour les efforts et les moments est analogue à celle utilisée dans le cas d'une poutre droite. (fig.4)

f/ La surface représentée paramétriquement, rapportée à des lignes de coordonnées curvilignes orthogonales.

Les efforts considérés sont donnés dans le tableau N.1. Dans le cas général de la théorie de flexion, on peut écrire six équations d'équilibre, trois de projection et trois de moments. Leur expression est donnée au tableau N.2.

En faisant la sommation sur les colonnes, en substituant à $d\psi_1, d\psi_2, d\omega_1, d\omega_2$ leur valeur donnée par (1.8) et (1.9), en simplifiant par $d\alpha_1, d\alpha_2$ et en divisant par $A_1 A_2$ on obtient les équations générales d'équilibre suivantes, pour une coque quelconque rapportée à des lignes de coordonnées orthogonales.

$$\frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial (N_x A_2)}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} N_x + \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} N_{xy} + \frac{\partial (N_{xy} A_1)}{\partial \alpha_2} \right] - \frac{Q_x}{r_x} + X = 0 \quad (4.13 a)$$

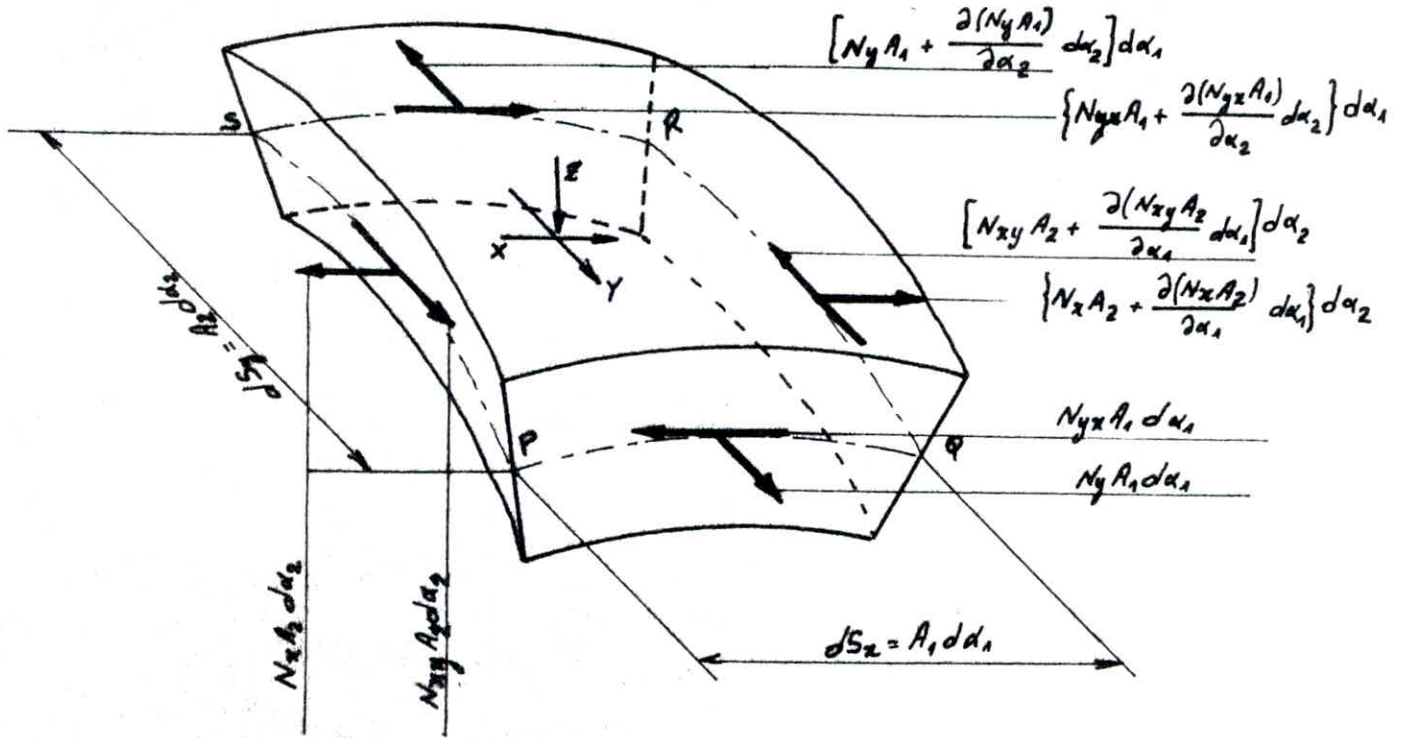


fig.3 Efforts normaux et de cisaillement agissant sur un élément de coque.

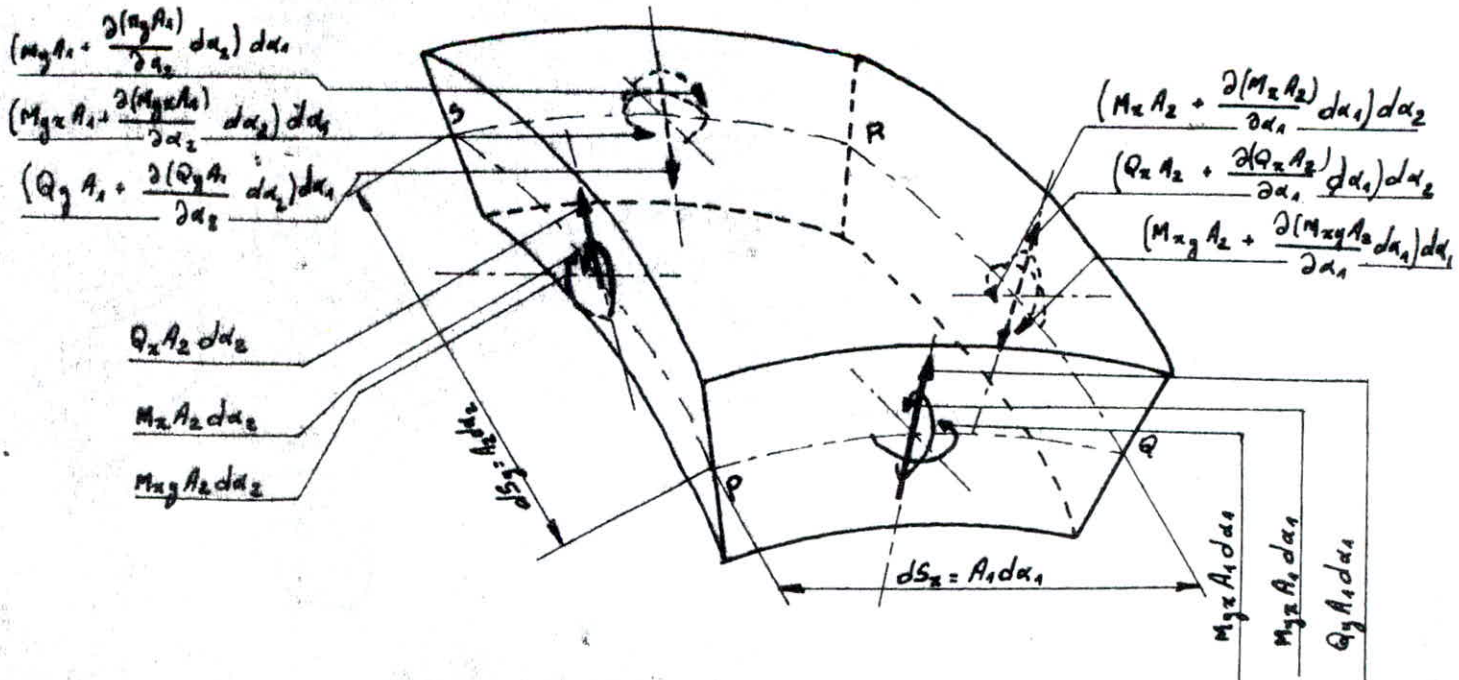


fig.4 - Moments et efforts tranchants agissant sur un élément de coque.

Côté du quadrilatère élémentaire

	P.S. $\alpha_1 = \text{Constante}$	Q.R. $\alpha_1 + d\alpha_1 = \text{Constante}$	P.Q. $\alpha_2 = \text{Constante}$	R.S. $\alpha_2 + d\alpha_2 = \text{Constante}$
Efforts normaux	$N_x A_2 d\alpha_2$	$(N_x A_2 + \frac{\partial(N_x A_2)}{\partial \alpha_1} d\alpha_1) d\alpha_2$	$N_y A_1 d\alpha_1$	$(N_y A_1 + \frac{\partial(N_y A_1)}{\partial \alpha_2} d\alpha_2) d\alpha_1$
Efforts de cisaillement	$N_{xy} A_2 d\alpha_2$	$(N_{xy} A_2 + \frac{\partial(N_{xy} A_2)}{\partial \alpha_1} d\alpha_1) d\alpha_2$	$N_{yx} A_1 d\alpha_1$	$(N_{yx} A_1 + \frac{\partial(N_{yx} A_1)}{\partial \alpha_2} d\alpha_2) d\alpha_1$
Moments de flexion	$M_x A_2 d\alpha_2$	$(M_x A_2 + \frac{\partial(M_x A_2)}{\partial \alpha_1} d\alpha_1) d\alpha_2$	$M_y A_1 d\alpha_1$	$(M_y A_1 + \frac{\partial(M_y A_1)}{\partial \alpha_2} d\alpha_2) d\alpha_1$
Moments de torsion	$M_{xy} A_2 d\alpha_2$	$(M_{xy} A_2 + \frac{\partial(M_{xy} A_2)}{\partial \alpha_1} d\alpha_1) d\alpha_2$	$M_{yx} A_1 d\alpha_1$	$(M_{yx} A_1 + \frac{\partial(M_{yx} A_1)}{\partial \alpha_2} d\alpha_2) d\alpha_1$
Efforts tranchants	$Q_x A_2 d\alpha_2$	$(Q_x A_2 + \frac{\partial(Q_x A_2)}{\partial \alpha_1} d\alpha_1) d\alpha_2$	$Q_x A_1 d\alpha_1$	$(Q_x A_1 + \frac{\partial(Q_x A_1)}{\partial \alpha_2} d\alpha_2) d\alpha_1$

Tableau N°1.

	Equation de projection sur:			Equation de moments par rapport à:		
	La tangente à la courbe $\alpha_1 = C^k$	la tg à la courbe: $\alpha_2 = C^k$	la normale	la tangente à la courbe $\alpha_1 = C^k$	la tangente à la courbe $\alpha_2 = C^k$	la normale
N_x	$-N_x A_2 da_2 dw_1$	$+\frac{\partial(N_x A_2)}{\partial \alpha_1} da_1 da_2$	$N_x A_2 da_2 d\psi_1$	/	/	/
N_y	$+\frac{\partial(M_y A_1)}{\partial \alpha_2} da_2 da_1$	$-N_y A_1 da_1 dw_2$	$N_y A_1 da_1 d\psi_2$	/	/	/
N_{xy}	$+\frac{\partial(N_{xy} A_2)}{\partial \alpha_1} da_1 da_2$	$N_{xy} A_2 da_2 da_1$	/	/	/	$-N_{xy} A_2 da_2 A_1 da_1$
N_{yx}	$N_{yx} A_1 da_1 dw_2$	$\frac{\partial(N_{yx} A_1)}{\partial \alpha_2} da_2 da_1$	/	/	/	$+N_{yx} A_1 da_1 A_2 da_2$
Q_x	/	$-Q_x A_2 da_2 d\psi_1$	$+\frac{\partial(Q_x A_2)}{\partial \alpha_1} da_1 da_2$	$-Q_x A_2 da_2 A_1 da_1$	/	/
Q_y	$-Q_y A_1 da_1 d\psi_2$	/	$+\frac{\partial(Q_y A_1)}{\partial \alpha_2} da_2 da_1$	/	$-Q_y A_1 da_1 A_2 da_2$	/
M_x	/	/	/	$\frac{\partial(M_x A_2)}{\partial \alpha_2} da_1 da_2$	$-M_x A_2 da_2 A_1 da_1$	/
M_y	/	/	/	$-M_y A_1 da_1 dw_2$	$+\frac{\partial(M_y A_1)}{\partial \alpha_2} da_2 da_1$	/
M_{xy}	/	/	/	$+M_{xy} A_2 da_2 dw_1$	$+\frac{\partial(M_{xy} A_2)}{\partial \alpha_1} da_1 da_2$	$+M_{xy} A_2 da_2 d\psi_1$
M_{yx}	/	/	/	$+\frac{\partial(M_{yx} A_1)}{\partial \alpha_2} da_2 da_1$	$+M_{yx} A_1 da_1 dw_2$	$-M_{yx} A_1 da_1 d\psi_2$
	$+Y A_1 da_1 A_2 da_2$	$+X A_1 da_1 A_2 da_2$	$+Z A_1 da_1 A_2 da_2$	/	/	/

Tableau N°2

$$\frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial (N_{yx} A_1)}{\partial x_2} - \frac{\partial A_1}{\partial x_2} N_x + \frac{\partial A_2}{\partial x_1} N_{yx} + \frac{\partial (N_{xy} A_2)}{\partial x_1} \right] - \frac{Q_y}{r_y} + \gamma = 0 \quad (1.131)$$

$$\frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial (Q_x A_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial (Q_y A_1)}{\partial x_2} \right] + \frac{N_x}{r_x} + \frac{N_y}{r_y} + Z = 0 \quad (1.13c)$$

$$\frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial (M_{yx} A_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial A_2}{\partial x_1} M_y + \frac{\partial A_1}{\partial x_2} M_{xy} + \frac{\partial (M_{xy} A_2)}{\partial x_2} \right] - Q_x = 0 \quad (1.13d)$$

$$\frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial (M_{xy} A_1)}{\partial x_2} - \frac{\partial A_1}{\partial x_2} M_x + \frac{\partial A_2}{\partial x_1} M_{yx} + \frac{\partial (M_{yx} A_2)}{\partial x_1} \right] - Q_y = 0 \quad (1.13e)$$

$$\frac{M_{xy}}{r_x} - \frac{M_{yx}}{r_y} - N_{xy} + N_{yx} = 0 \quad (1.13f)$$

Substituant à $N_{xy}, N_{yx}, M_{xy}, M_{yx}$, dans (1.13f), leur valeurs fournies par (1.11c), (1.11d), (1.11g), (1.11h), il s'ensuit que (1.13f) est identiquement vérifiée. En effet puisque $\bar{c}_{xy} = \bar{c}_{yx}$ on peut écrire

$$\frac{M_{xy}}{r_x} - \frac{M_{yx}}{r_y} - N_{xy} + N_{yx} = \int_{-h}^{+h} \bar{c}_{xy} \left[\frac{\partial}{r_x} \left(1 - \frac{z}{r_y} \right) - \frac{\partial}{r_y} \left(1 - \frac{z}{r_x} \right) - \left(1 - \frac{z}{r_y} \right) + \left(1 - \frac{z}{r_x} \right) \right] dz = 0$$

Par conséquent on ne dispose en réalité que de cinq équations d'équilibre contenant dix inconnues.

Le problème est donc hyperstatique et dans le cas général il nous faut examiner aussi les déformations de la coque.

Il y a, cependant, des cas où, en négligeant certains termes le problème isostatique et constitue ce que l'on appelle la théorie des membranes. Ainsi, si on néglige les moments de flexion et de torsion, les équations (1.9), (1.10), (1.11) donneraient $Q_x = Q_y = 0$
 $N_{xy} = N_{yx}$ (1.14)

et il nous reste que le système des trois équations de projection

$$\frac{\partial (N_x A_2)}{\partial x_1} - \frac{\partial A_2}{\partial x_1} N_y + \frac{\partial A_1}{\partial x_2} N_{xy} + \frac{\partial (N_{yx} A_1)}{\partial x_2} + A_1 A_2 X = 0 \quad (1.15a)$$

$$\frac{\partial (N_y A_1)}{\partial x_2} - \frac{\partial A_1}{\partial x_2} N_x + \frac{\partial A_2}{\partial x_1} N_{yx} + \frac{\partial (N_{xy} A_2)}{\partial x_1} + A_1 A_2 Y = 0 \quad (1.15b)$$

$$\frac{N_x}{r_x} + \frac{N_y}{r_y} + Z = 0 \quad (1.15c)$$

c/ Equations d'équilibre des coques de révolution

Pour les coques de révolution, nous choisirons comme lignes de coordonnées, les méridiens et les cercles parallèles.

Une méridienne représente l'intersection de coque avec un plan méridien, défini par l'angle θ , qu'il fait avec un plan méridien de référence.

Un cercle parallèle représente l'intersection de la coque avec un plan normal à l'axe de révolution, et est défini par l'angle ψ que les rayons de courbure de la coque font avec l'axe de révolution en chaque point de cercle parallèle.

On fera les changements suivants:

$$\begin{aligned} x_1 &\rightarrow \theta & x_2 &\rightarrow \psi \\ r_0 &\rightarrow r_2 & r_1 &\rightarrow r_1 \end{aligned} \quad (1.16)$$

Les rayons de courbure principaux sont reliés au rayon du cercle parallèle r_0 par:

$$r_1 = \frac{1}{\cos\psi} \cdot \frac{dr_0}{d\psi}; \quad r_2 = \frac{r_0}{\sin\psi} \quad (1.17)$$

Les longueurs des côtés du quadrilatère curviligne orthogonal PQRS deviennent:

$$\begin{aligned} \widehat{PS} = dS_y &\rightarrow dS_1 = r_1 d\psi \\ \widehat{PQ} = dS_x &\rightarrow dS_2 = r_0 d\theta = r_2 \sin\psi d\theta \end{aligned} \quad (1.18)$$

En comparant les relations (1.3), (1.16) et (1.18) on obtient

$$A_1 = r_0 = r_2 \sin\psi \quad A_2 = r_1 \quad (1.19)$$

De même, en tenant compte de ces transformations, on obtient de (1.4) et (1.5)

$$\begin{aligned} d\psi &= \frac{r_0 d\theta}{r_1} = d\theta \sin\psi & d\omega_1 &= \frac{1}{r_1} \cdot \frac{dr_0}{d\psi} d\theta = d\theta \cos\psi \\ d\psi &= d\psi & d\omega_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1.20)$$

Avec les notations précédentes, on déduit, des équations générales d'équilibre (1.6) à (1.11), les équations d'équilibre des coques de révolution (au indices x, y on substitue respectivement θ, ψ)

$$\frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} r_1 + \frac{\partial (N_{\varphi} r_0)}{\partial \varphi} + N_{\theta} r_1 \cos \varphi - \varphi_0 r_0 \sin \varphi + X r_1 = 0 \quad (1.21a)$$

$$\frac{\partial N_{\theta \varphi}}{\partial \theta} r_1 + \frac{\partial (N_{\varphi} r_0)}{\partial \varphi} - N_{\theta} r_1 \cos \varphi - \varphi_0 r_0 + Y r_1 = 0 \quad (1.21b)$$

$$\frac{N_{\varphi}}{r_1} + \frac{N_{\theta}}{r_2} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial (\varphi_0 r_0)}{\partial \varphi} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial \varphi_0}{\partial \theta} + Z = 0 \quad (1.21c)$$

$$\frac{\partial M_{\theta}}{\partial \theta} r_1 + \frac{\partial (M_{\varphi} r_0)}{\partial \varphi} + M_{\theta} r_1 \cos \varphi - \varphi_0 r_0 r_1 = 0 \quad (1.21d)$$

$$\frac{\partial M_{\theta \varphi}}{\partial \theta} r_1 + \frac{\partial (M_{\varphi} r_0)}{\partial \varphi} - M_{\theta} r_1 \cos \varphi - \varphi_0 r_0 r_1 = 0 \quad (1.21e)$$

$$\frac{M_{\varphi \theta}}{r_1} - \frac{M_{\theta \varphi}}{r_2} - N_{\theta} r_0 + N_{\theta \varphi} = 0 \quad (1.21f)$$

Dans le cas particulier de la théorie de membrane, les équations (1.13), (1.14), (1.15) permettent d'obtenir

$$\frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} r_1 + \frac{\partial (N_{\varphi} r_0)}{\partial \varphi} + N_{\theta} r_1 \cos \varphi + X r_0 r_1 = 0 \quad (1.22a)$$

$$\frac{\partial N_{\theta \varphi}}{\partial \theta} r_1 + \frac{\partial (N_{\varphi} r_0)}{\partial \varphi} - N_{\theta} r_1 \cos \varphi + Y r_0 r_1 = 0 \quad (1.22b)$$

$$\frac{N_{\varphi}}{r_1} + \frac{N_{\theta}}{r_2} = -Z \quad (1.22c)$$

Lorsque l'état de contraintes est symétrique par rapport à l'axe de révolution, les équations précédentes subissent quelques simplifications.

Pour déterminer les efforts, on étudie d'un élément de coque sous l'action des charges extérieures (fig.5).

Dans les cas rencontrés dans la pratique, la composante dirigée suivant la tangente au cercle parallèle est nulle (lorsque les charges sont symétriques.)

Donc $X \equiv 0$

Dans ce cas il n'y a pas d'efforts de cisaillement c'est à dire $N_{\theta \varphi} = N_{\varphi \theta} \equiv 0$

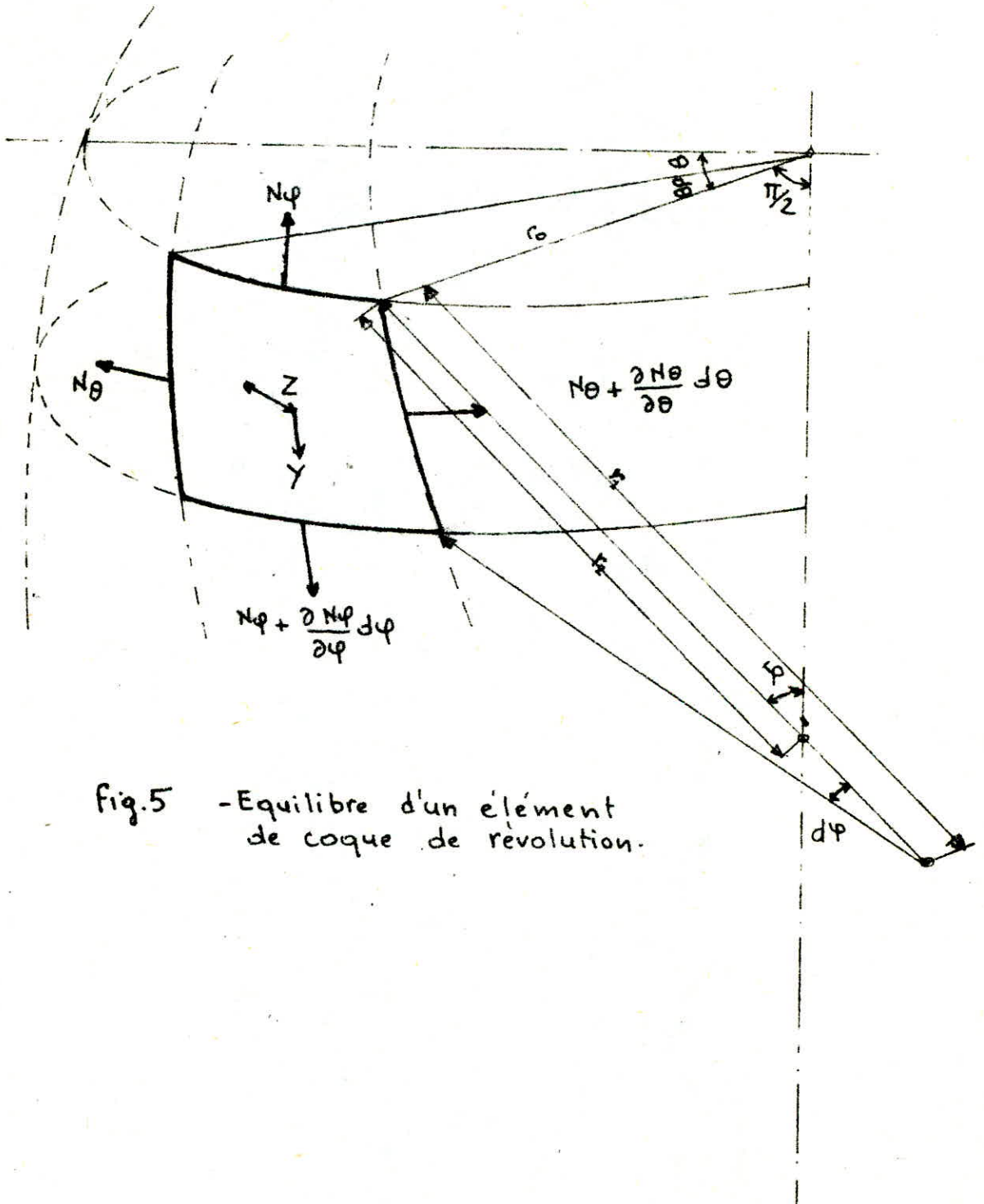


Fig.5 - Equilibre d'un élément de coque de révolution.

Les équations d'équilibre, que l'on déduit de (1.22), deviendront après toutes les simplifications

$$\frac{d(N\varphi r_0)}{d\varphi} - N\varphi r_0 \cos\varphi + \gamma r_0 r_1 = 0 \quad (1.23a)$$

$$\frac{N\varphi}{r_1} + \frac{N\sigma}{r_2} = 0 \quad (1.23b)$$

En éliminant entre les deux relations (1.23) on obtient la solution de $N\varphi$

$$N\varphi = -\frac{1}{r_0 \sin\varphi} \int_{\varphi_0}^{\varphi} r_0 r_1 (\gamma \sin\varphi + Z \cos\varphi) d\varphi \quad (1.24)$$

où φ_0 désigne un angle méridien constant (pour les coupôles ouvertes il définit la position du bord supérieur et pour les coupôles fermées $\varphi_0 = 0$).

Les efforts annulaires sont déduits directement de (1.23b)

$$N\sigma = -Z r_2 - N\varphi \frac{r_2}{r_1} \quad (1.25)$$

CHAPITRE II
POSSIBILITES D'UTILISATION DES VOILES MINCES

COMME FONDATIONS.

2.1 Apérecu sur le développement de l'utilisation des voiles minces dans le domaine des fondations

Le développement des structures en voiles minces, qui a commencer il y a plusieurs décades, continue de nos jours. Les connaissances théoriques, adjointes à l'expérience pratique offrent la possibilité d'édifier des structures en voiles de plus en plus haudées.

Les structures en voiles minces pourraient être utilisées avantageusement dans le domaine des fondations ou pur d'autres structures qui ont à supporter la poussée de la terre. De plus les inconvénients déjà cités dans les structures des voiles minces disparaissent lorsque ces structures sont employées pour les fondations.

Les fondations de poteaux, exécutées jusqu'à présent étaient constituées généralement d'épais blocs rectangulaires en béton maigre, ou dessemelles formées de dalles minces et courbes en béton armé. Ce problème peut se résoudre par l'emploi des voiles minces.

Ce nouveau système constructif a trouvé depuis environ vingt ans des utilisations dans les fondations des bâtiment. C'est l'architecte mexicain Félix CANDELA qui a commencer en 1953 par l'exécution des fondations de certains bâtiments dans la ville de México-Cité. A cause de la faible capacité portante du terrain qui, dans l'utilisation des fondations habituelles conduisait à des tassements très importants, CANDELA a été obligé d'utiliser des fondations légères avec une grande superficie formée en voiles minces de type paraboloidé hypérbolique. Plus tard un regard plus attentif sur cette solution de fondation a mis en évidence certains avantages qui peuvent dépasser même les avantages qu'ont les voiles utilisées pour les toitures.

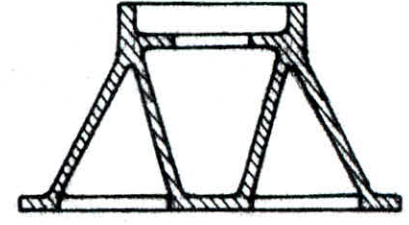
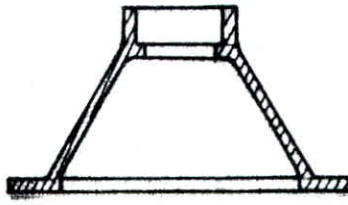
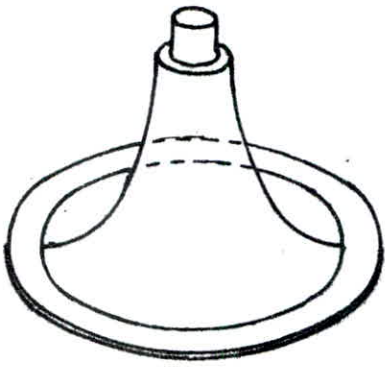
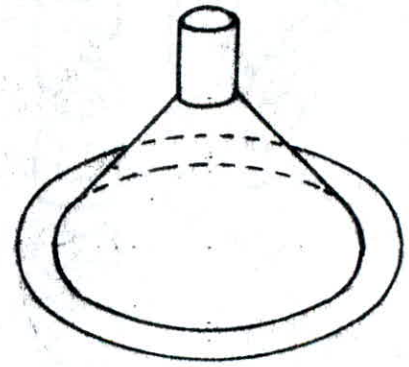
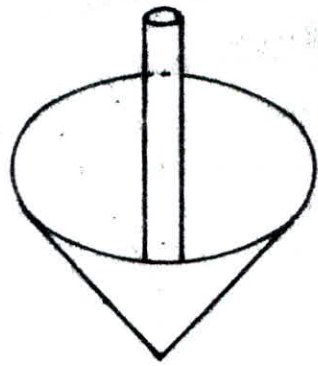
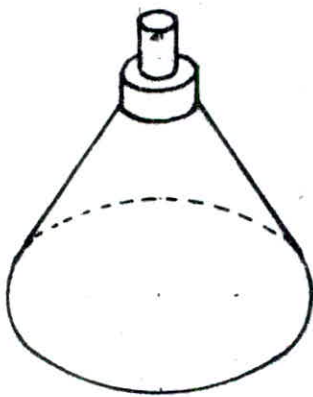
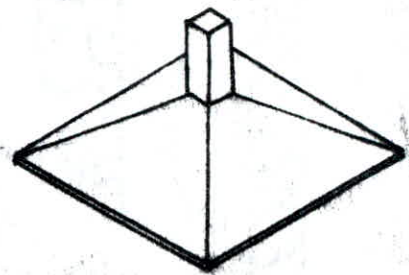
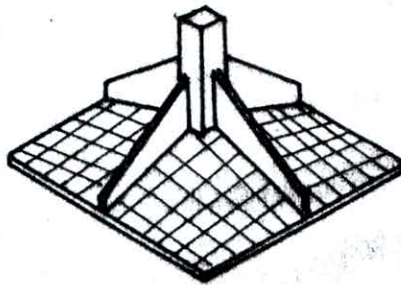
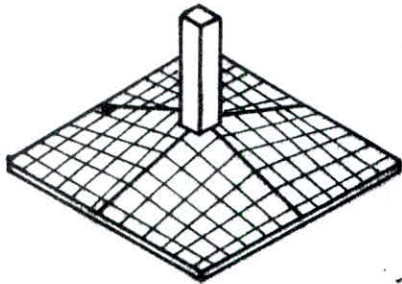
Exemples:

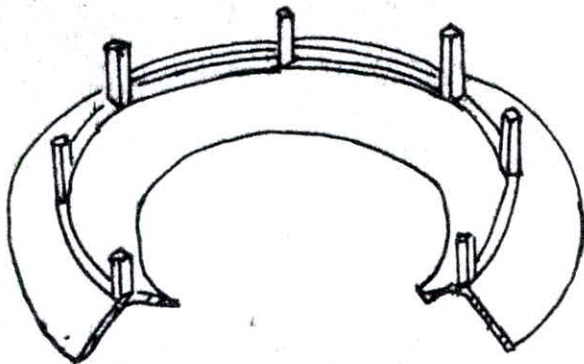
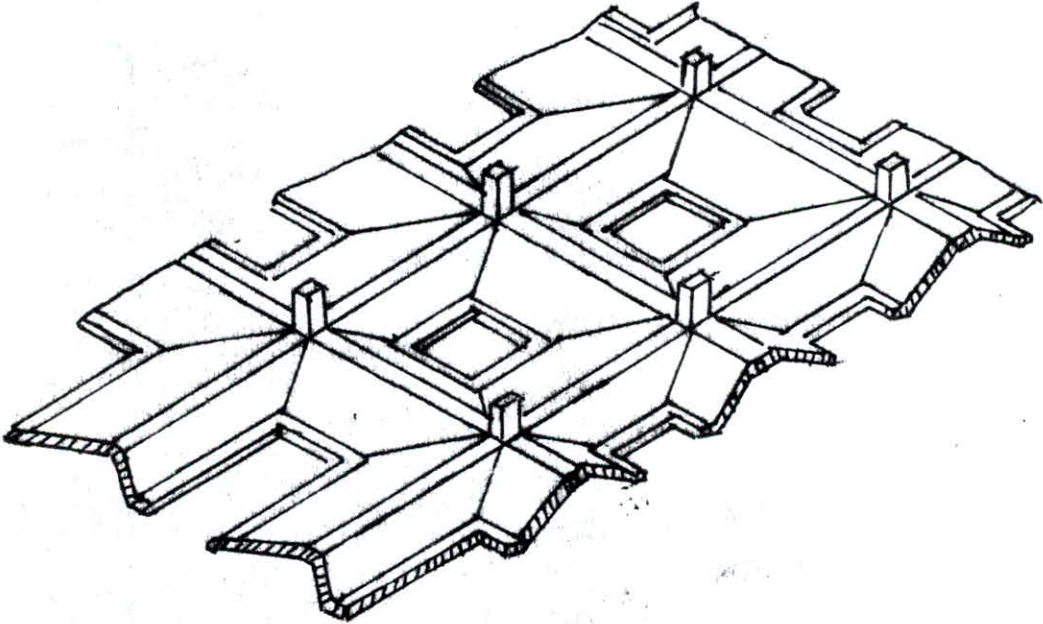
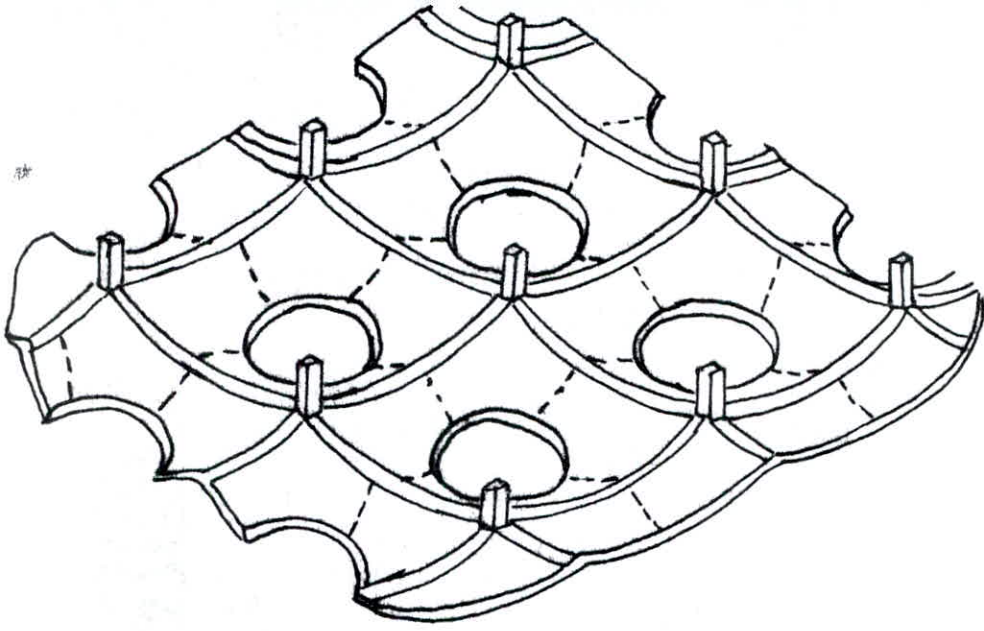
Les semelles filantes, le radier général... ect. peuvent être remplacés par les structures en voiles minces (fig.)

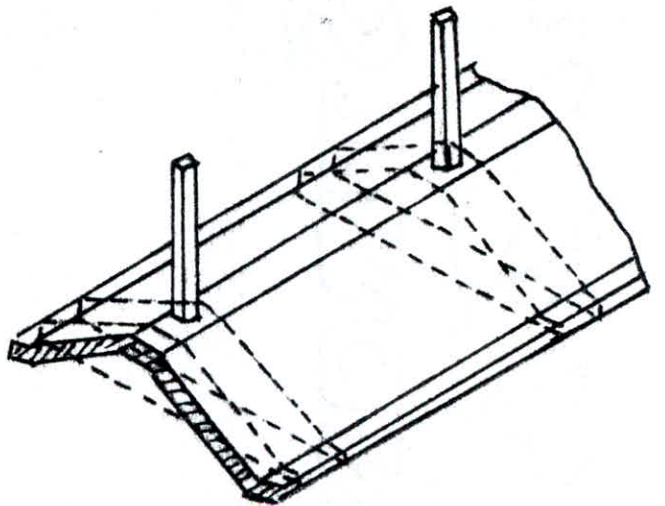
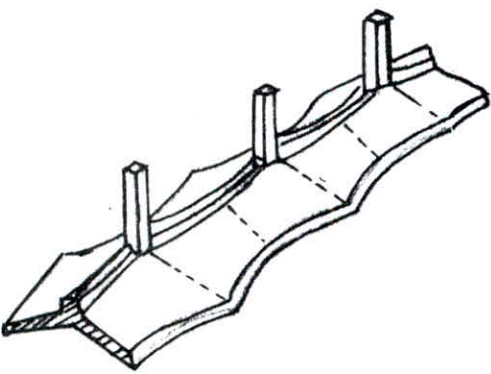
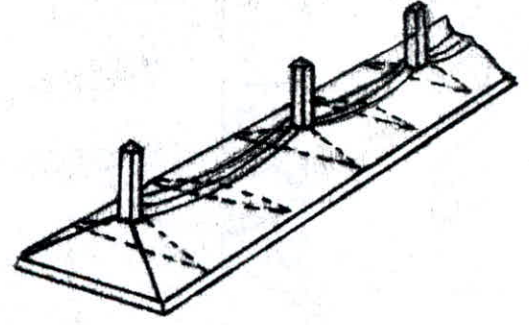
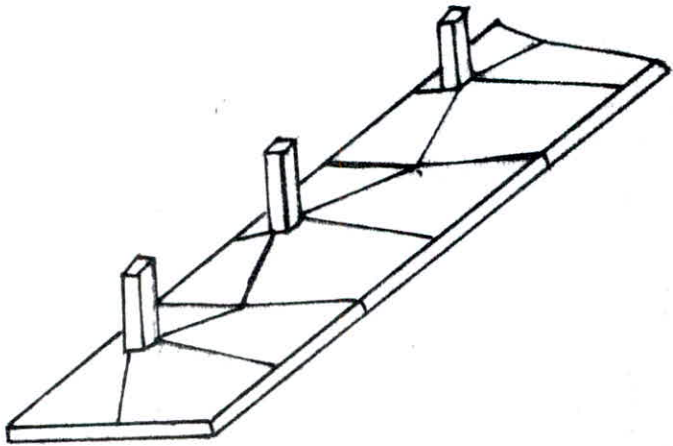
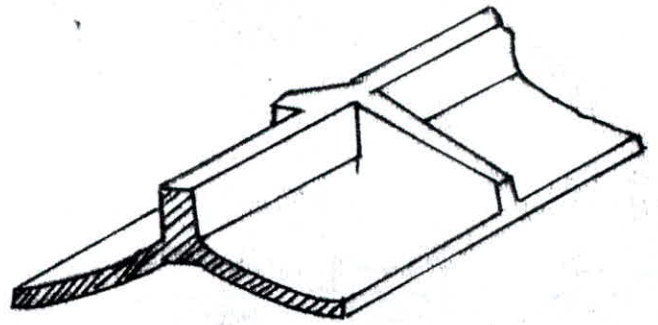
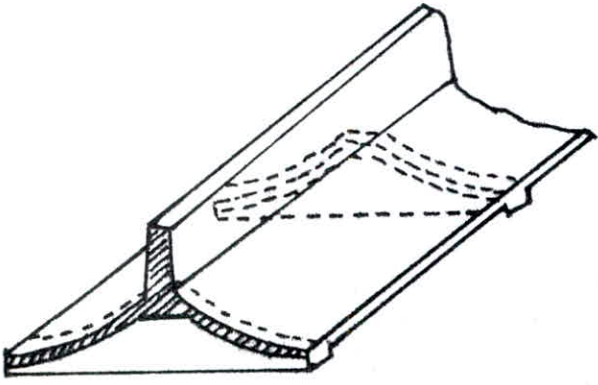
Ces fondations qui font appel à des structures en voiles ne sont que des solutions de principe. Leur seul but est de montrer que les structures en voiles sont aisément applicables dans le domaine des fondations.

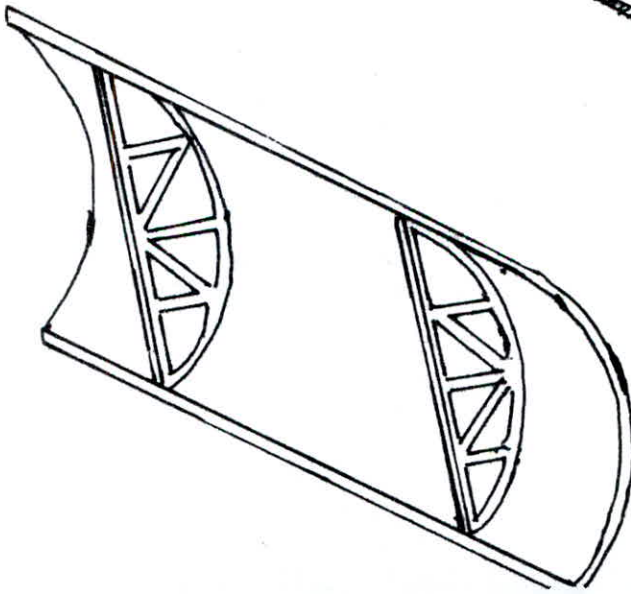
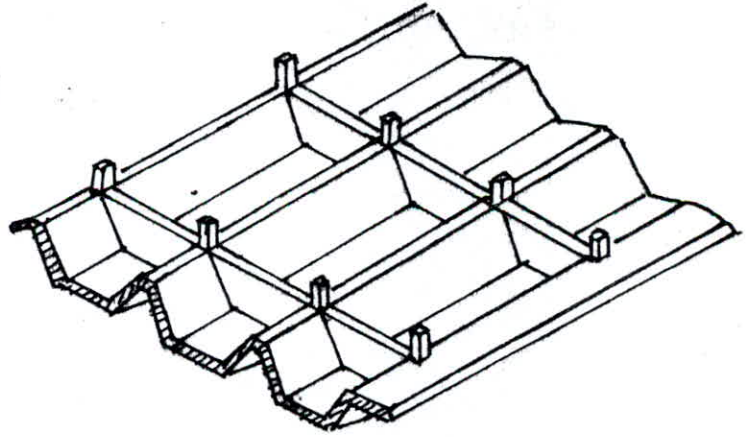
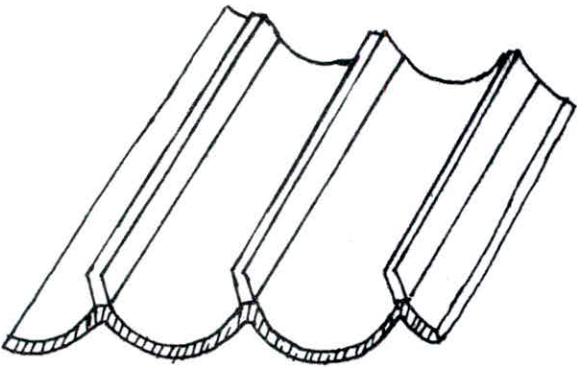
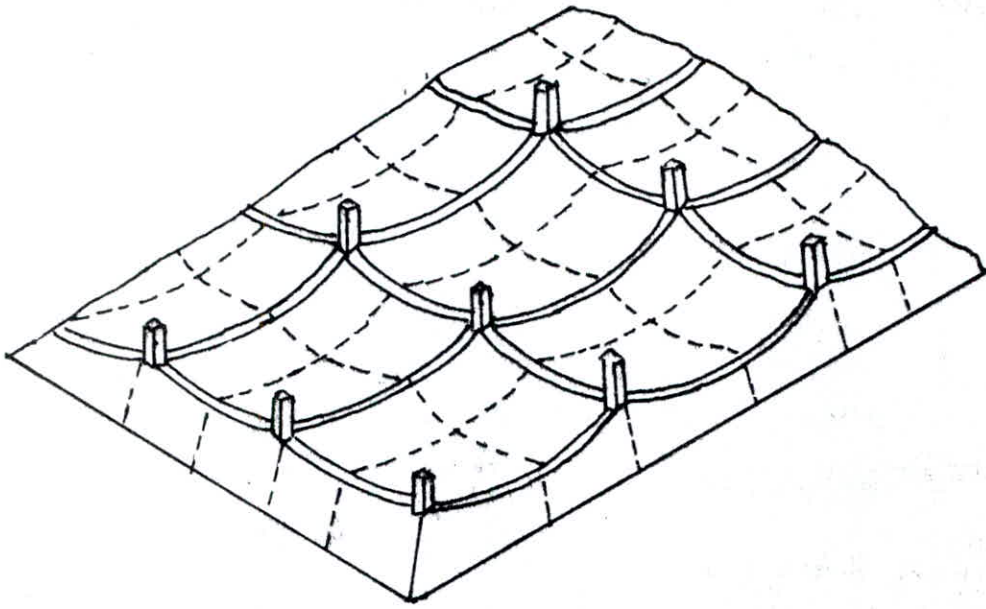
2.2 Domaine possible d'utilisation des voiles minces en fondations.

Les fondations en voiles minces sont utilisées pour remplacer les fondations habituelles (fondations en massif de béton, radier, ect...) en raison de leur caractère économique et les quantités de matériaux nécessaires faibles par rapport aux autres fondations.









Exemple économique;

- La fondation d'un poteau chargé de 100t; la semelle en voile conique circulaire (fig. 2.) ne demande que le tiers ($1/3$) de l'acier nécessaire dans la dalle circulaire fléchie en B.A avec la même épaisseur de béton.

- Ces fondations sont utilisées aussi à cause de la facilité de leur coffrage.

Les voiles peuvent également s'appliquer avec profit à d'autres structures exposées à la poussée des terres. Exemples: Les culées de ponts, les murs de soutènement, les constructions bordant les espaces souterrains ect...

- Dans les pays où il y a une main-d'œuvre abondante ce genre de fondations est utilisé car elles en demandent beaucoup plus que les fondations habituelles.

- Cette structure est fréquemment employée pour réaliser les fondations de silles ou de réservoirs sur plan circulaire en présence de sol de faible portance.

2.3 Avantages et inconvénients du système.

a/ Avantages.

- Il n'est plus besoin de coffrage, le voile pouvant être coulé directement sur la surface courbe mise en forme par l'excavation du sol.

- Les charges transmises du sol à la structure en voile de la fondation sont toujours réparties. Cette répartition est souvent uniforme.

- L'emploi des V.M en fondations est également utile en ce qui concerne les tassements probables.

- Il convient de mentionner aussi que les voiles convexes vers le bas sont également utiles du point de vue de la mécanique des sols en raison de leur influence fâcheuse favorable, probable sur la répartition des contraintes dans le terrain et aussi par la suite la contrainte limite que l'on peut y admettre.

- Elles ne sont pas soumises aux effets de la température, donc il n'y a aucune crainte d'avoir des efforts supplémentaires.

- Elles peuvent travailler au-delà de la limite d'élasticité car les éventuelles zones de plastification qui ne conduisent pas à leur capacité portante ni à leur stabilité, n'influencent pas sur leur aspect, ce qui se produit d'habitude dans les voiles minces toitures.

b/ Inconvénients.

Pourtant avec tous ces avantages qu'on peut présupposer aux fondations en V.M, leur utilisation est relativement faible. Il existe des réticences qui se manifestent tant dans le domaine de l'étude et de la recherche que dans le domaine des utilisations pratiques. Certainement l'utilisation des V.M comme fondations pose des problèmes qui sont difficiles à résoudre. Pour montrer que ces problèmes sont complexes en dit seulement que les sollicitations ne sont plus des éléments donnés qui sont fonctions de la rigidité et des déplacements dans la V.M.

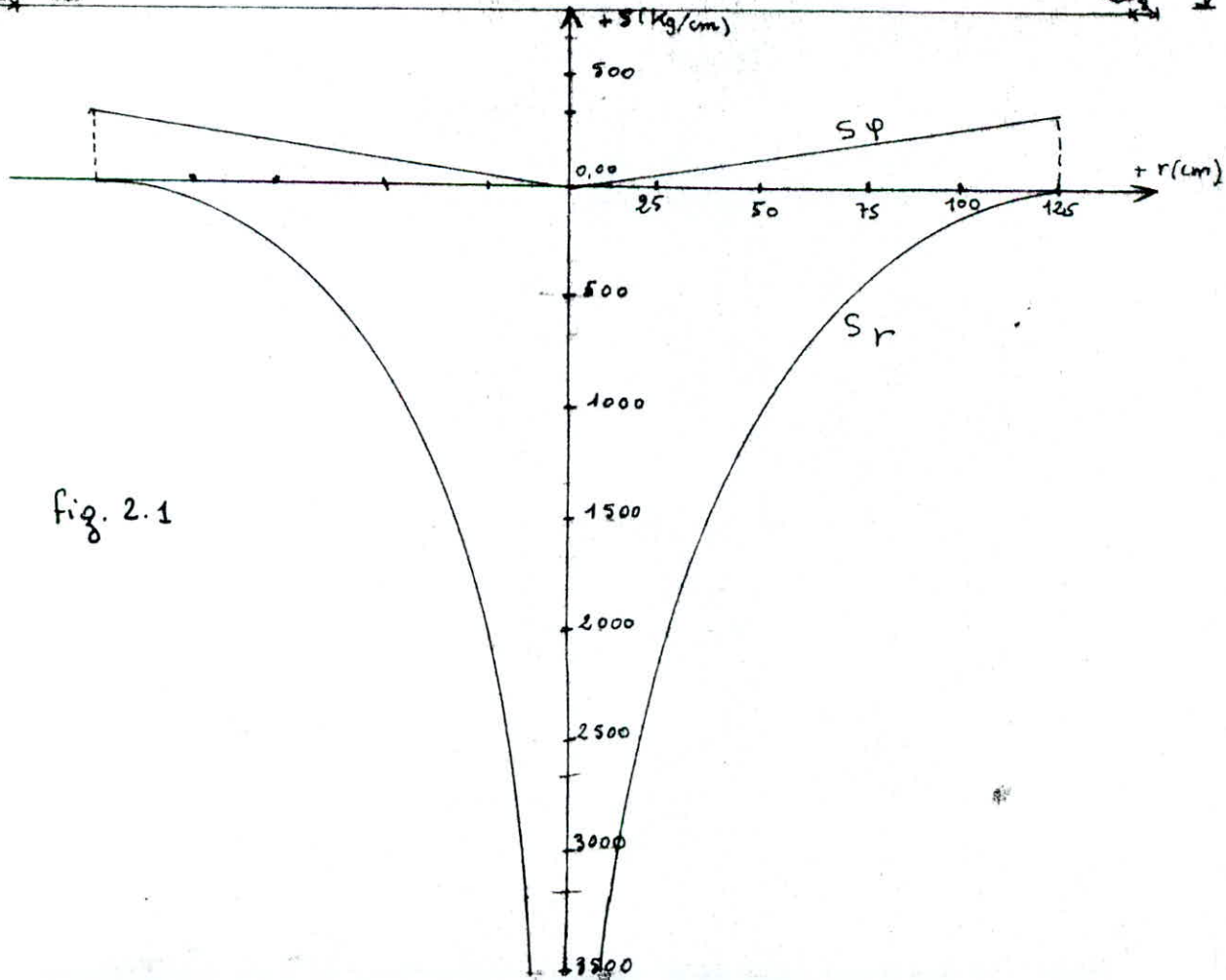
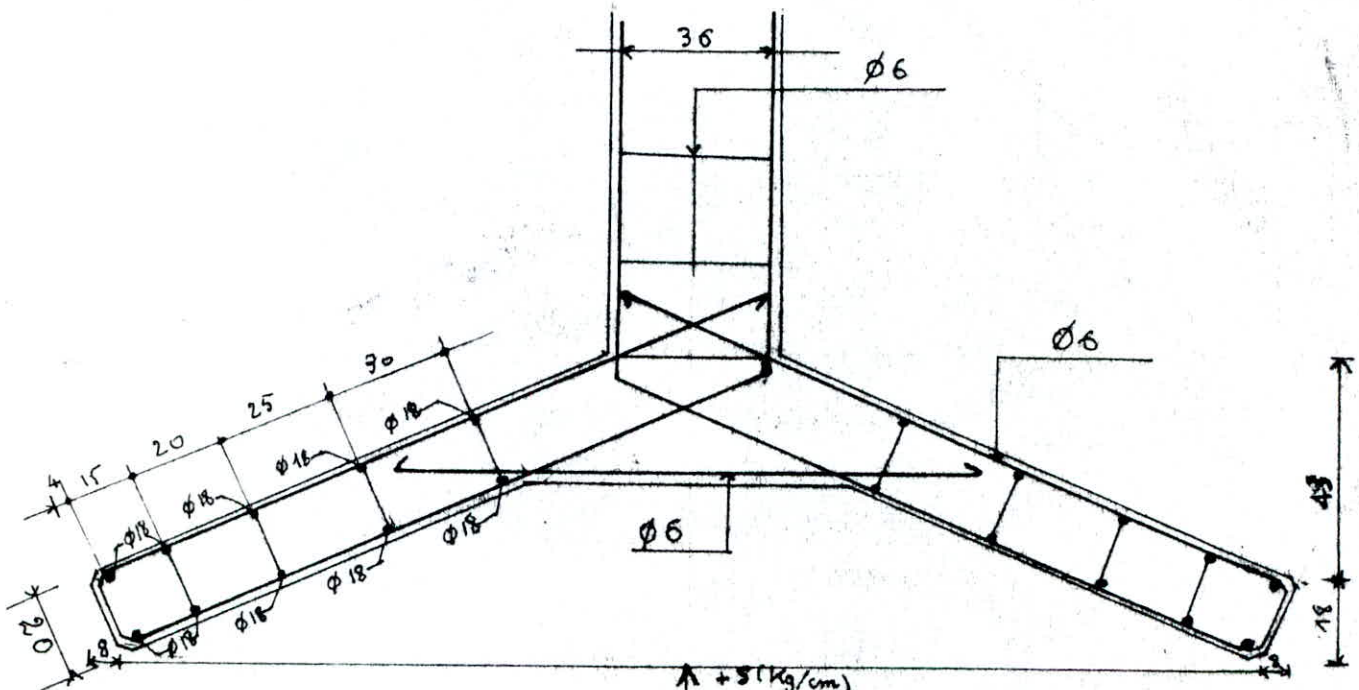


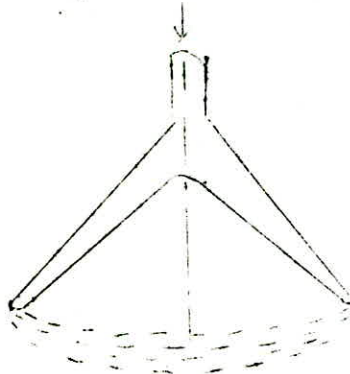
fig. 2.1

6 Le chargement de ces structures est de fait bien plus grand que celui des voiles utilisées pour les toitures et il s'ensuit que de tels voiles doivent être calculés et construits avec une plus grande épaisseur ceci joue le rôle défavorable sur le développement des contraintes des membranes.

- Un autre inconvénient à signaler est le fait qu'en certains ponts de ces structures surgissent des tensions particulièrement élevées. Ainsi la tension qui se développe dans l'axe du voile en cône droit circulaire est théoriquement infinie; Il n'en est pas ainsi en réalité mais les tensions existent à l'intersection du voile et du poteau sont très élevées.

- Bien que les quantités de matériaux soient faibles, elles exigent pour leur réalisation beaucoup de main-d'oeuvre.

2.4 Problèmes supplémentaires posés par le calcul des fondations en V.M



L'effet de voûte augmente la pression aux limites périphériques et la diminue au centre. La fondation est donc fléchie et exige une épaisseur plus grande que celle nevisagée pour les voiles minces.

Pour les autres types de charges asymétriques pour lesquels le calcul des contraintes de déformation est impossible

on fait des analogies avec les sollicitations axiales symétriques et on prend des mesures similaires.

Pour utiliser une voile mince comme fondation on doit prendre en compte les problèmes posés par leur exécution. On connaît que la réalisation éronée des V.M conduit à l'état de contraintes totalement différent de l'état de contraintes calculées et qui en plus ne peut être évalué et contrôlé.

D'autres problèmes sont:

- Détermination du mode de répartition des pressions du terrain/

- Calcul de l'état de contraintes et de déformation pour ces V.M.

- L'interdépendance entre les fondations de ce type et la superstructure de la construction.

- Mise au point de la réglementation des procédés de calcul.

- Mise au point de la technologie d'exécution.

- Le milieu d'appui est déformable et non élastique.

- La superficie de contact entre la V.M et le milieu est courbe.

- Les voiles minces ont une faible rigidité locale donc elles sont plus déformables que les autres fondations. Des expériences faites avec des fondations rigides ayant la superficie de contact courbe ont montré...

...

que la répartition des pressions est non uniforme, elle a l'aspect de la fig. 2.2

Prendre en considération une répartition uniforme des pressions du terrain dans le but de simplifier le problème des calculs des efforts dans les V.M ne conduit pas à les résultats réels.

Pour cela on adopte l'hypothèse de WINKLER:

La pression dans chaque point est proportionnelle à la déformation de la voile en ce point. Cette hypothèse est plus rationnelle et plus proche de la situation réelle.

$$p = k \omega$$

p : pression du terrain
 k : coefficient de Let
 ω : flèche de la voile

2.5 Etat actuel de la recherche dans ce domaine.

Les fondations en voiles minces font l'objet d'une étude située dans un plus vaste programme de recherche en cours dans le domaine théorique et pratique. Ainsi plusieurs essais ont été faits sur des modèles de fondations dans des laboratoires.

L'étude de l'état de contraintes et de déformation dans les V.M utilisées comme toitures fait l'objet d'un impressionnant nombre de publications. Quant aux V.M utilisés comme fondations, jusqu'à présent, il n'existe qu'un petit nombre de publications qui se réfèrent aux aspects particuliers du problème.

Cette étude de l'état de contraintes et de déformations des V.M utilisés comme fondations est basée sur les éléments connus dans le théorie des V.M utilisés comme toitures.

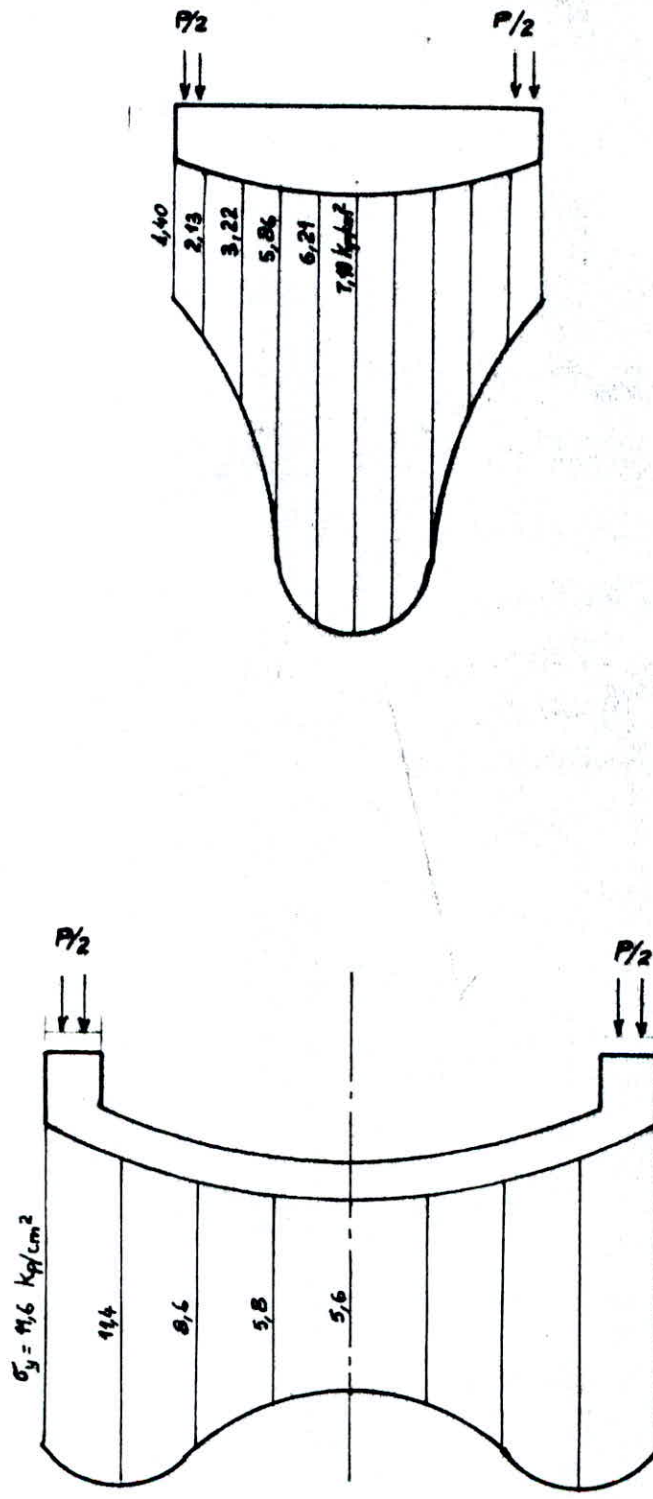


fig. 2.2

CHAPITRE III

FONDATEMENTS EN FORME DE VOILES

SPHERIQUES ET CONIQUES.

3.1 Domaine possible et recommandable d'utilisation.

La structure de la coque sphérique renversée est fréquemment employée pour réaliser des fondations de sillos et de réservoirs sur plan circulaire en présence de sol de faible portance ou de portance insuffisante, et doté d'un surbaissement assez remarquable.

Le calcul de la plaque sphérique surbaissée sur supports élastiques continus, soumis à une flèche uniforme verticale du contour même a une importance remarquable pour l'étude de certains types de structures à plan circulaire, tels les sillos, les réservoirs dont le fond est à coque renversée particulièrement en présence de terrains à capacité portante insuffisante.

3.2 Eléments de calcul.

3.2.1 Voiles coniques appuyés sur milieu élastique.

a/ Equations différentielles de base.

Le système d'équations pour le calcul des plaques coniques (fig 3.1) appuyées sur milieu élastique peut être écrit sous la forme:

$$\begin{aligned}
 V''S + V' - \frac{V}{S} + \frac{S'}{S}(-V'S + V) &= \Theta E \delta \operatorname{ctg} \alpha + \Phi(S) \operatorname{ctg} \alpha \\
 \Theta''S + \Theta' - \frac{\Theta}{S} + 3 \frac{S'}{S}(\Theta'S + V\Theta) + \frac{1}{D} \int_{S_1}^S KWS dS &= - \frac{1}{D} V \operatorname{ctg} \alpha \\
 \text{ou } V &= (QS - \int_{S_1}^S pS dS) \operatorname{ctg} \alpha
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Q = Effort tranchant dans la section perpendiculaire sur l'élément.

Θ = L'angle de l'ouverture pour la superficie moyenne.

W = Le déplacement d'après la normale.

δ = L'épaisseur de la plaque.

$$D = \frac{E \delta^3}{12(1 - \nu^2)}$$

E = Module d'élasticité.

ν = Coefficient de Poisson.

p = KW = réaction du milieu élastique (WINKLER) avec K coefficient de LET.

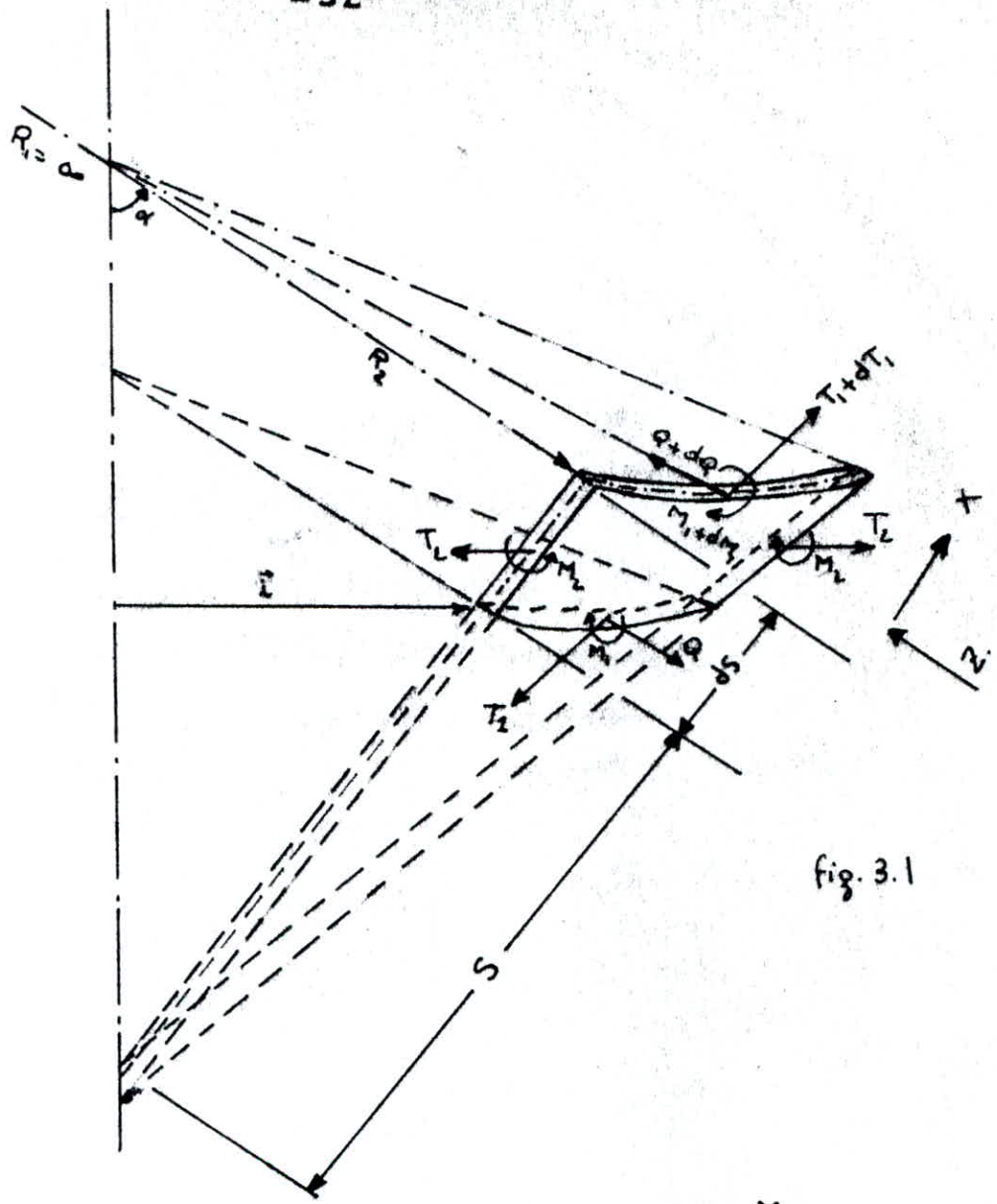


fig. 3.1

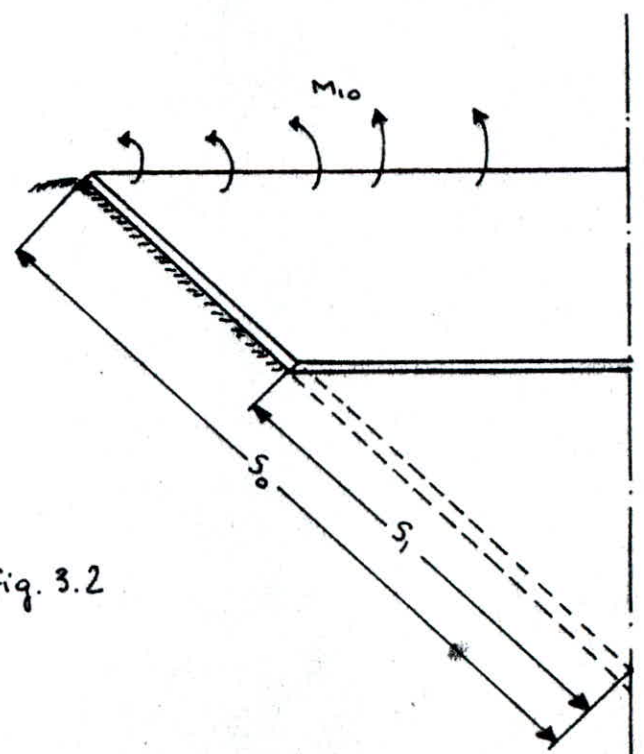


fig. 3.2

$$\Phi(s) = - \left[\frac{s}{\lambda} (-LS^2 - V F(s)) + \frac{F(s)}{s} + V F'(s) + Z(s^3) + V ZS \right]$$

$$F(s) = C - \int S(X \sin \alpha + Z \cos \alpha) dS$$

avec:

C = constante d'intégration déduite des conditions aux limites.

X, Z = les composantes de la charge extérieure,

()' = différentielle par rapport à S.

L'effort normal et le moment fléchissant dans la section perpendiculaire à la génératrice du cône sont déterminés à l'aide des formules suivantes:

$$\begin{aligned} T_1 &= F(s)/s \sin \alpha - V/s \\ M_1 &= -D(\theta' + V\theta/s) \end{aligned} \quad (3.2)$$

L'effort normal et le moment fléchissant dans la section du méridien sont donnés par:

$$\begin{aligned} T_2 &= -V' - Z \operatorname{ctg} \alpha \\ M_2 &= -D(\theta/s + V\theta) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Nous regardons le voile mince d'épaisseur constante et nous supposons que le coefficient de LET le long de la génératrice est aussi une constante d'où le système (3.1) devient:

$$\begin{aligned} V''s + V' - V/s &= \theta E s \operatorname{tg} \alpha + \Phi'(s) \operatorname{ctg} \alpha \\ \theta''s + \theta' - \theta/s + k/D \int W s ds &= -1/D V \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \quad (3.4)$$

Mettons maintenant $V = \psi'$ et $\theta = W'$, et en différentiant les parties gauche et droite de (3.4) nous obtenons:

$$\begin{aligned} \psi''s + 2\psi''/s + \psi'/s^2 &= W'' E s \operatorname{tg} \alpha + \psi'(s) \operatorname{ctg} \alpha \\ W''(s) + 2W''' - W''/s + W'/s^2 + kWS/D &= -\psi'' \operatorname{tg} \alpha / D \end{aligned} \quad (3.5)$$

Introduisons une nouvelle variable indépendante:

$$\lambda = s/\lambda \quad \text{où } \lambda = \sqrt[4]{D/k}$$

Rappel mathématique.

Nous rappelons que:

$$\frac{d^n()}{ds^n} = \frac{d^n()}{d\lambda^n} \left(\frac{d\lambda}{ds} \right)^n = \frac{d^n()}{d\lambda^n} \cdot \frac{1}{\lambda^n}$$

D'après (3.5) et après dérivation par rapport à λ on trouve:
 (les points (...) signifient une différentiation par rapport à λ)

$$\begin{aligned}
 \ddot{U}^{IV} + \frac{\ddot{U}}{2\lambda^2} - \frac{\dot{U}}{\lambda^3} + \frac{25}{16} \frac{U}{\lambda^4} &= \lambda E_0 \text{ctg} \alpha \lambda^{-1/2} \left(\ddot{W} - \frac{\dot{W}}{\lambda} + \frac{3W}{4\lambda^2} \right) + \\
 &+ \lambda^3 \text{ctg} \alpha \lambda^{-1/2} \Phi(\lambda \lambda) \quad (3.6) \\
 \ddot{W}^{IV} + \frac{\ddot{W}}{2\lambda^2} - \frac{\dot{W}}{\lambda^3} + \frac{41}{16} \frac{W}{\lambda^4} &= - \frac{\lambda}{U} \text{ctg} \alpha \lambda^{-1/2} \left(\ddot{U} - \frac{\dot{U}}{\lambda} + \frac{3U}{4\lambda^2} \right)
 \end{aligned}$$

ou $U = \psi \lambda^{1/2}$
 $W = w \lambda^{1/2} \quad (3.7)$

Pour $\Phi(\lambda \lambda) = 0$ on arrive à une système d'équations homogènes qui dépendent des conditions de contour et dont la résolution s'avère difficile; Comme élément connu, une partie de l'intégrale de l'équation homogène. Pour le calcul des constructions sur milieu élastique ou des voiles quelconques, on met une fonction qui s'amortit rapidement (diminue très vite).

Après avoir ordonné le système (3.6) avec $\Phi(\lambda \lambda) = 0$ le système prend l'aspect suivant:

$$\begin{aligned}
 \lambda^{1/2} U + \frac{\lambda^{-1/2}}{2} U &= a W \quad (3.8) \\
 \lambda^{-1/2} W + \frac{\lambda^{1/2}}{2} W &= -b U
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \lambda E_0 \text{ctg} \alpha \\
 b &= \lambda \frac{K(1-\nu^3)}{E S^2} \text{ctg} \alpha
 \end{aligned}$$

b/ Résolution asymptotique du système d'équations de base.

Le système (3.8) peut s'écrire sous la forme plus simple suivante:

$$\begin{aligned}
 L(U) - aW &= 0 \\
 L(W) + bU &= 0 \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

Où $L() =$ symbole de l'opérateur

$$L() = \left(\lambda^2 + \frac{\lambda^2}{3} \right) ()$$

En éliminant, du système (3.9), W par exemple on trouve

$$LL(U) + c^2 U = 0 \quad (3.10)$$

$$\text{ou } c^2 = ab - \left[12(1 - \sqrt{2})/3 \right] \lambda^2 \tan^2 \alpha$$

En éliminant U on trouve

$$LL(W) + c^2 W = 0 \quad (3.11)$$

Les équations (3.10) et (3.11) sont du 4^o degré, on peut partager chaque équation en deux équations du 2^o degré. Par exemple l'équation (3.11) peut être amenée aux équations:

$$L(W) + icW = 0 \quad (3.12)$$

$$L(W) - icW = 0 \quad (3.13)$$

$$\text{ou } i = \sqrt{-1} \quad , \quad c = \frac{2\lambda}{3} \sqrt{3(1 - \sqrt{2})} \tan \alpha$$

En résolvant les équations (3.12) et (3.13) on trouve la solution de l'équation (3.11)

regardons l'équation (3.12) dont la forme explicite peut s'écrire:

$$\ddot{W} + (1/2 \lambda^2 + ic/\lambda^2) W = 0 \quad (3.14)$$

Avec W nous introduisons une nouvelle variable, et d'après la formule:

$$\ddot{W} = \xi^{1/6} \ddot{\eta} \\ \text{ou } \xi = \frac{4}{3} \sqrt{ic} \lambda^{3/4} = \psi \sqrt{i} ; \psi = \frac{4}{3} \sqrt{c} \lambda^{3/4}$$

D'où l'équation (3.14) prend la forme suivante:

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} + \left(1 + \frac{25}{36} \cdot \frac{1}{\xi^2} \right) \eta = 0$$

La solution asymptotique de l'équation (3.14) avec l'ordination de $1/\lambda$ sera:

$$\lambda^{1/2} = A_{1,2} \psi^{1/6} e^{F(1-i)4\sqrt{2}} \left(1 \pm \frac{1}{2} \frac{25}{36} \frac{1+i}{4\sqrt{2}} \right) \quad (3.15)$$

Dans l'expression (3.15) la grandeur constante $\chi_2 = e^{i\pi/4}$ est déduite du changement des constantes d'intégration A_1, A_2 . Si on écrit l'expression (3.15) sous la forme:

$$\begin{aligned} W_1 &= A_1(X_1 + iY_1) \\ W_2 &= A_2(X_2 + iY_2) \end{aligned} \quad (3.16)$$

La solution de l'équation différentielle (3.13) peut être mise sous la forme d'une expression complexe:

$$\begin{aligned} W_3 &= A_3(X_1 - iY_1) \\ W_4 &= A_4(X_2 - iY_2) \end{aligned} \quad (3.17)$$

En combinant les solutions de (3.16) et (3.17) on trouve la solution de l'équation (3.11) qui est du 4^e degré dans la forme complète:

$$W = C_1 X_1 + C_2 Y_1 + C_3 X_2 + C_4 Y_2$$

Dans ce cas $A_1, A_2, A_3, A_4, C_1, C_2, C_3, C_4$ sont de vraies constantes et les fonctions X_1, Y_1, X_2, Y_2 ont l'aspect:

$$X_{1,2} = \psi^{1/6} e^{\pm i\psi\sqrt{2}} \left[\left(1 \pm \frac{25}{36} \frac{1}{24\sqrt{2}}\right) \cos \frac{\psi}{\sqrt{2}} + \frac{25}{36} \frac{1}{24\sqrt{2}} \sin \frac{\psi}{\sqrt{2}} \right]$$

$$Y_{1,2} = \psi^{1/6} e^{\pm i\psi\sqrt{2}} \left[\frac{25}{36} \frac{1}{24\sqrt{2}} \cos \frac{\psi}{\sqrt{2}} + \left(1 \pm \frac{25}{36} \frac{1}{24\sqrt{2}}\right) \sin \frac{\psi}{\sqrt{2}} \right]$$

La deuxième fonction U inchangée peut être déterminée de (3.9)

Nous avons:

$$U = - \frac{C}{b} (C_1 Y_1 - C_2 X_1 + C_3 Y_2 - C_4 X_2)$$

Compte tenu de (3.7) nous trouvons:

$$\psi = - \frac{1}{b} \left(\frac{4C}{3} \right)^{1/3} (C_1 Y_1^3 - C_2 X_1^3 + C_3 Y_2^3 - C_4 X_2^3) \quad (3.18)$$

$$\psi = \left(\frac{4\sqrt{C}}{3} \right)^{1/3} (C_1 Y_1^3 + C_2 Y_1^3 + C_3 Y_2^3 + C_4 Y_2^3) \quad (3.19)$$

Les formules pour déterminer $X_{1,2}$ et $Y_{1,2}$ sont déduites des formules de $X_{1,2}$ et $Y_{1,2}$ en introduisant $\psi/2$ à la place de $\psi/6$.

c/ Les formules pour déterminer les efforts et les déformations.

Pour déterminer les efforts et les déformations dans le voile mince il faut connaître les fonctions W et ψ exprimées selon les fonctions variables $X_{1,2}^*$ or $Y_{1,2}^*$.

$$\frac{\partial X_{1,2}^*}{\partial \varphi} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(1 \pm \frac{1}{4\sqrt{2}}\right) X_{1,2}^* + Y_{1,2}^* \right]$$

$$\frac{\partial Y_{1,2}^*}{\partial \varphi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\pm \left(1 \pm \frac{1}{4\sqrt{2}}\right) Y_{1,2}^* \pm X_{1,2}^* \right]$$

$$\frac{\partial^2 X_{1,2}^*}{\partial \varphi^2} = \pm \frac{1}{(\sqrt{2})} X_{1,2}^* + \left(1 \pm \frac{1}{4\sqrt{2}}\right) Y_{1,2}^*$$

$$\frac{\partial^2 Y_{1,2}^*}{\partial \varphi^2} = \pm \frac{1}{4\sqrt{2}} Y_{1,2}^* - \left(1 \pm \frac{1}{4\sqrt{2}}\right) X_{1,2}^*$$

$$\frac{\partial^3 X_{1,2}^*}{\partial \varphi^3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\pm X_{1,2}^* + \left(1 \pm \frac{3}{4\sqrt{2}}\right) Y_{1,2}^* \right]$$

$$\frac{\partial^3 Y_{1,2}^*}{\partial \varphi^3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[Y_{1,2}^* + \left(1 \pm \frac{3}{4\sqrt{2}}\right) X_{1,2}^* \right]$$

La fonction V peut être mise sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\partial \psi}{\partial S} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{4c}{3\varphi} \right)^{3/2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \\ &= - \frac{4c^2}{36\lambda} \varphi^{-3/2} \left(c_1 \frac{\partial Y_{1,2}^*}{\partial \varphi} - c_2 \frac{\partial X_{1,2}^*}{\partial \varphi} + c_3 \frac{\partial X_{1,2}^*}{\partial \varphi} - c_4 \frac{\partial Y_{1,2}^*}{\partial \varphi} \right) \end{aligned}$$

Par analogie on trouve:

$$\Theta = \frac{4C}{3\lambda} \left[C_1 \frac{dX^*}{dy} + C_2 \frac{dY^*}{dy} + C_3 \frac{dX_2^*}{dy} + C_4 \frac{dY_2^*}{dy} \right] \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{ds} = \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{4C}{3\lambda} \right)^2 & \left[C_1 \left(\frac{d^2 X^*}{dy^2} - \frac{1}{3\lambda} \frac{dY^*}{dy} \right) \right. \\ & - C_2 \left(\frac{d^2 Y^*}{dy^2} - \frac{1}{3\lambda} \frac{dX^*}{dy} \right) + C_3 \left(\frac{d^2 Y_2^*}{dy^2} - \frac{1}{3\lambda} \frac{dY_2^*}{dy} \right) \\ & \left. - C_4 \left(\frac{d^2 X_2^*}{dy^2} - \frac{1}{3\lambda} \frac{dX_2^*}{dy} \right) \right] \quad (3.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{ds} = \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{4C}{3\lambda} \right)^2 \left(\frac{C}{\lambda} \right)^2 & \left[C_1 \left(\frac{d^3 X^*}{dy^3} - \frac{1}{3\lambda} \frac{d^2 Y^*}{dy^2} \right) \right. \\ & + C_2 \left(\frac{d^3 Y^*}{dy^3} - \frac{1}{3\lambda} \frac{d^2 X^*}{dy^2} \right) + C_3 \left(\frac{d^3 Y_2^*}{dy^3} - \frac{1}{3\lambda} \frac{d^2 Y_2^*}{dy^2} \right) \\ & \left. + C_4 \left(\frac{d^3 X_2^*}{dy^3} - \frac{1}{3\lambda} \frac{d^2 X_2^*}{dy^2} \right) \right] \quad (3.23) \end{aligned}$$

Maintenant à l'aide des formules (3.2) et (3.3) on peut déterminer les efforts normaux pour $x = z = 0$ et pour les moments fléchissants.

Dans ce cas; les formules pour les efforts normaux peuvent être approximées. Elles ont la forme:

$$T_1 = -V/S$$

$$T_3 = -V'$$

L'effort tranchant Q est déterminé à l'aide de l'équation (3.4). Et en ordonnant par rapport à $1/Q$ on trouve pour Q :

$$\begin{aligned} Q = -\frac{1}{\lambda} \frac{d\Theta}{ds} = -\frac{1}{\lambda} \left(\frac{4C}{3\lambda} \right)^2 \frac{C}{\lambda} & \left[C_1 \frac{d^3 X^*}{dy^3} + C_2 \frac{d^3 Y^*}{dy^3} + \right. \\ & \left. C_3 \frac{d^3 Y_2^*}{dy^3} + C_4 \frac{d^3 X_2^*}{dy^3} \right] \quad (3.25) \end{aligned}$$

d/ Exemple.

Regardons un voile mince conique fermé au sommet chargé sur le coté libre avec les moments d'intensité M_{10} (fig. 3.2).

Dans ce cas, et d'après la condition du rebord du voile nous trouvons les constantes $C_1 = C_2 = 0$ et les constantes C_3, C_4 sont déterminées à partir de la condition $M_1 = M_{10}$ et $Q = 0$, pour $S = S_0$ on aura:

$$\frac{D}{\lambda^2} \left(\frac{4}{3}\right)^{3/2} \left[C_3 \left(\frac{d^3 X_2^*}{d\varphi^3} - \frac{1-4\varphi}{4\varphi} \frac{d^2 X_2^*}{d\varphi^2} \right) + C_4 \left(\frac{d^3 Y_2^*}{d\varphi^3} - \frac{1-4\varphi}{4\varphi} \frac{d^2 Y_2^*}{d\varphi^2} \right) \right] \Big|_{S=S_0} = M_{10}$$

$$C_3 \frac{d^3 X_2^*}{d\varphi^3} + C_4 \frac{d^3 Y_2^*}{d\varphi^3} \Big|_{S=S_0} = 0 \quad (3.26)$$

En résolvant le système (3.26) on trouve:

$$C_3 = \frac{M_{10} \lambda^2 \left(\frac{3}{4}\right)^{3/2} \left(\frac{4\varphi}{C^2}\right)^{1/2} \frac{d^3 Y_2^*}{d\varphi^3}}{D (X_2^{*2} + Y_2^{*2}) \left[\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\varphi} \left(1 + \frac{1-4\varphi}{6} \right) \right] \Big|_{S=S_0}}$$

L'expression de C_4 est analogue seulement que le terme en Y_2^* est remplacé par le 3^e terme de X_2^* et on change le signe d'après.

Introduisons les valeurs de C_3 et C_4 trouvées dans T, H et Q et en observant que $C_1 + C_2 = 0$ nous trouvons les formules des calculs pour les efforts dans n'importe quel point du voile sous l'action du moment sur le rebord M_{10} .

L'angle de l'ouverture est déterminé à l'aide de (3.21).

Le déplacement dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation du voile peut être déterminé à l'aide de la formule

$$\Delta r = T_2 r / E \delta$$

3.2.2. Calcul de la coque sphérique renversée sur support élastique continu.

a/ Rappels de la théorie des voutes sphériques rabaisées.

Dans l'hypothèse d'une charge dotée d'une symétrie axiale le problème de la voute sphérique en régime fléxionnel (fig 3.3) se ramène, comme chacun le sait, à un système de deux différentielles aux dérivées totales:

$$\frac{1}{R} \Delta^2 \phi - D \Delta^2 w + q = 0$$

$$\frac{1}{E t} \Delta^4 \phi + \frac{1}{R} \Delta^2 w = 0$$

(4.1)

Dans les fonctions inconnues w , composante verticale du déplacement du point générique et ϕ fonction de tension. Dans les équations (4.1) apparaissent à leur côté les grandeurs suivantes:

- R: rayon de la surface moyenne de la voute.
- $D = \frac{E t^3}{12(1 - \nu^2)}$
- t: épaisseur support uniforme.
- E: module d'élasticité longitudinale du matériau.
- ν : coefficient de Poisson.
- r: distance du point générique de l'axe de la coque mesurée en plan.
- q: intensité de la charge verticale agissant par unité de surface en plan.
- Δ : opérateur différentiel $\Delta^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}$

Introduite, en outre, la coordonnée adimensionnelle ρ , variable entre 0 et 1 telle que:

- Avec r_0 rayon de base de la voute et: $\rho r = r$
- N_r et N_θ les efforts placés sur la surface moyenne de la coque.
- T_r l'effort de la coupe normale à la même surface moyenne.
- M_r et M_θ les moments fléchissants.
- ϵ_r et ϵ_θ les composantes de la déformation.
- χ_r et χ_θ les variations de la courbure.
- u la composante radiale du point générique.

Les équations (4.1) se transforment en:

$$\Delta^2 w - \frac{D^2}{R D} \Delta^2 \phi = q \frac{r_0^4}{D}$$

$$\Delta^4 \phi + \frac{E t r_0^2}{R} \Delta^2 w = 0$$

(4.1')

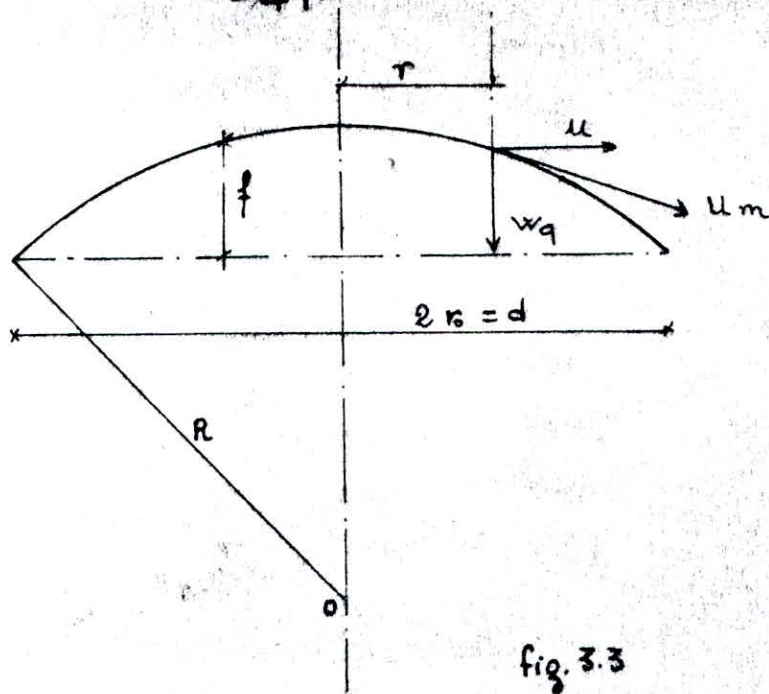


fig. 3.3

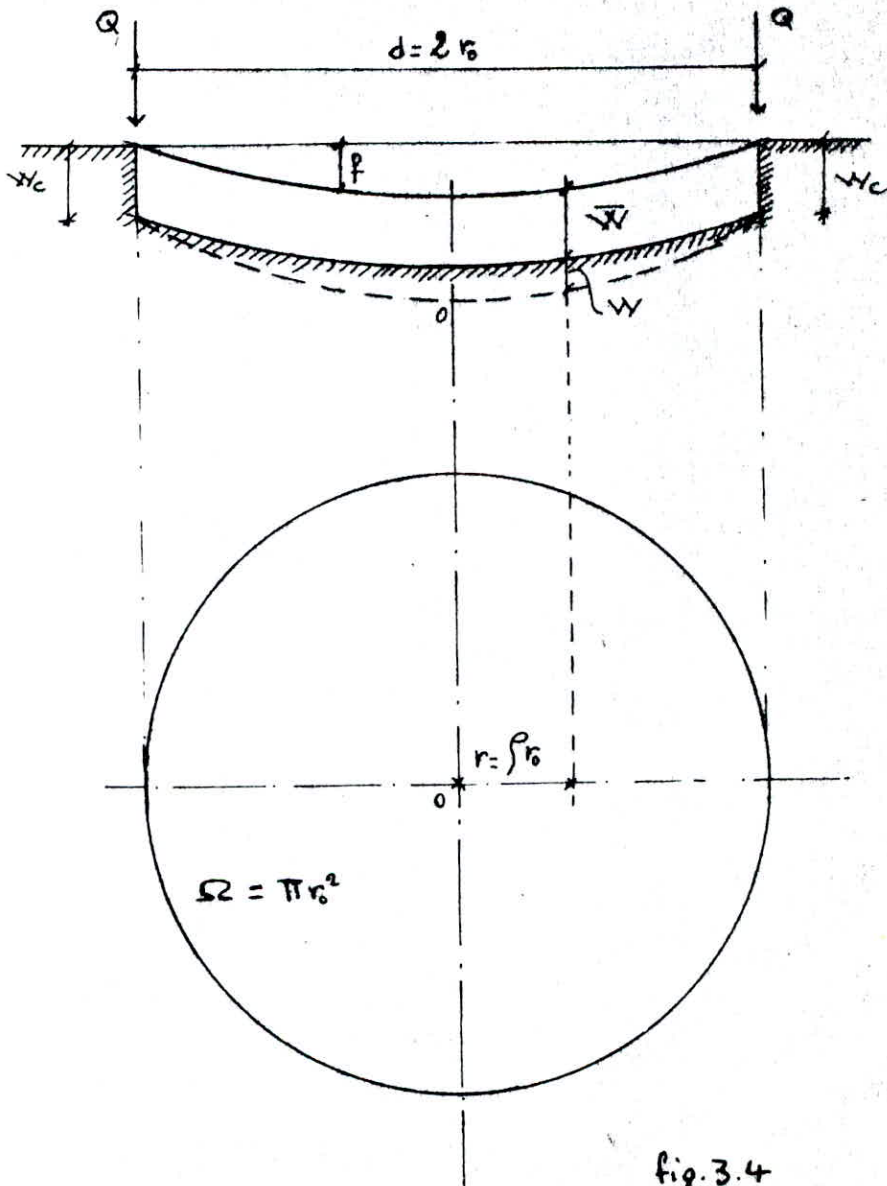


fig. 3.4

Tandis que sont valables les relations

$$N_r = \frac{1}{r r_0^2} \frac{d\phi}{dr} \quad (4.2a)$$

$$M_r = -\frac{D}{r^2} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \nu \frac{dw}{dr} \right) \quad (4.2b)$$

$$N_\nu = \frac{1}{r_0^2} \frac{d^2 \phi}{dr^2}$$

$$M_\nu = -\frac{D}{r_0^2} \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \nu \frac{d^2 w}{dr^2} \right)$$

$$T_r = -\frac{D}{r_0^3} \cdot \frac{d}{dr} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \quad (4.2c)$$

$$\epsilon_r = \frac{1}{E r r_0^2} \left(\frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} - \nu \frac{d^2 \phi}{dr^2} \right) \quad (4.2d)$$

$$\epsilon_\nu = \frac{1}{E r_0^2} \left(\frac{d^2 \phi}{dr^2} - \nu \frac{d\phi}{dr} \right)$$

$$\chi_r = \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{dr^2} \quad (4.2e)$$

$$\epsilon_r = \frac{1}{r_0} \frac{du}{dr} + \frac{\rho}{R} \frac{dw}{dr}$$

$$\chi_\nu = \frac{1}{r r_0} \frac{dw}{dr}$$

$$\epsilon_\nu = \frac{u}{r r_0}$$

$$(4.2f)$$

Il est utile de signaler à ce sujet que les (4.2f) peuvent s'écrire dans les formes suivantes:

$$\epsilon_r = \frac{1}{r_0} \cdot \frac{du_m}{dr} - \frac{w}{R}$$

$$\epsilon_\nu = \frac{u_m}{r r_0} - \frac{w}{R} \quad (4.2f')$$

Si l'on remplace la composante radiale u du déplacement par la composante u_m dirigée selon la tangente au méridien, liée à la précédente par la relation;

$$u_m = u + \frac{r r_0}{R} w$$

b/ Formulation du problème.

Soit la plaque sphérique représentée schématiquement dans la fig. 4 appuée sur sol élastique à la "WINKLER", avec constante de sous-fond assignée K .

Si l'on suppose que, par effet de charge verticale distribuée de façon uniforme le long du périmètre, le bord subit un abaissement W_0 , la réaction exercée par le terrain sur la structure est égale à :

$$p = K.W = K(W_0 - W) \quad (4.39)$$

ayant indiqué avec W l'abaissement effectif or avec W la déformation élastique du générique point de la coque.

Il est intéressant d'observer qu'une éventuelle surcharge q distribuée de façon uniforme provoquerait seulement un affaissement ultérieur de toute la structure égale à q/K et une augmentation de la réaction p égale à q . Par contre ne changerait ni l'expression de W , ni les tensions auxquelles est soumise la plaque, étant donné que q est équilibrée point par point par la réaction du terrain. Le problème est donc reconduit, avec référence à la (4.1'), à la solution du système

$$\Delta^4 W - \frac{E_0^2}{RD} \Delta^2 \phi = \frac{E_0^2}{D} K (W_0 - W) \quad (4.4)$$

$$\Delta^4 \phi + \frac{E + E_0^2}{R} \Delta^2 W = 0$$

Etant connues les fonctions W et ϕ par l'intermédiaire de (4.2), on peut calculer toutes les grandeurs qui intéressent pour l'étude de la structure. La seule inconnue résiduelle W_0 est évaluée en imposant l'équilibre globale de la coque renversée à la translation verticale.

c/ Résolution du système (4.4)

Le système (4.4) peut être résolu en plaçant :

$$W = W_0 + W_p$$

$$\phi = \phi_0 + \phi_p$$

W_p et ϕ_p étant des intégrales particulières, tandis que W_0 et ϕ_0 sont les intégrales générales du système homogène associées aux intégrales, on a ainsi :

$$\Delta^4 W_0 + \frac{E_0^2 K}{D} W_0 - \frac{E_0^2}{RD} \Delta^2 \phi_0 = 0 \quad (4.5)$$

$$\Delta^4 \phi_0 + \frac{E + E_0^2}{R} \Delta^2 W_0 = 0$$

De la deuxième équation de (4.5) on tire :

$$\Delta^2 \phi_0 = - \frac{E + E_0^2}{R} W_0 + \chi \quad (4.6)$$

Avec χ fonction de ρ tel que : $\Delta^2 \chi = 0$

et donc : $\chi = C_1 + C_2 \ln \rho \quad (4.7)$

Il est toutefois facile de démontrer que dans notre cas, par effet de la symétrie de la charge par rapport à l'axe, on doit placer $C_2 = 0$ dans (4.7) et la fonction χ se réduit donc à une constante.

En utilisant en effet les (4.2f) on a les relations:

$$E_{r_0} = \frac{1}{r_0} \cdot \frac{dU_0}{d\rho} + \frac{\rho}{R} \cdot \frac{dW_0}{d\rho} \quad \text{et} \quad E_{\chi} = \frac{U_0}{\rho r_0}$$

d'où on peut tirer l'autre:

$$E_{r_0} - \frac{d}{d\rho}(\rho E_{\chi}) = \frac{1}{R} \rho \frac{dW_0}{d\rho}$$

En partant des (4.2d) on a par contre:

$$E_{r_0} = \frac{1}{Etr_0^2} \left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\phi_0}{d\rho} - \frac{d^2\phi_0}{d\rho^2} \right)$$

$$E_{\chi} = \frac{1}{Etr_0^2} \left(\frac{d^2\phi_0}{d\rho^2} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\phi_0}{d\rho} \right)$$

Qui présentent:

$$E_{r_0} - \frac{d}{d\rho}(\rho E_{\chi}) = \frac{1}{Et} \cdot \frac{1}{r_0^2} \left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\phi_0}{d\rho} - \frac{d^2\phi_0}{d\rho^2} - \rho \frac{d^3\phi_0}{d\rho^3} \right)$$

En égalant les seconds membres des deux expressions ainsi obtenues on a :

$$\frac{Et}{R} \cdot \frac{dW_0}{d\rho} = - \frac{1}{r_0^2} \cdot \frac{d}{d\rho}(\Delta^2 \phi_0)$$

$$\text{D'où } \Delta^2 \phi_0 = - \frac{Etr_0^2}{R} W_0 + \text{const.} \quad (4.6')$$

En accord avec la (4.6) si on place dans la (4.7) $C_2 = 0$ et on prend donc $\chi = C_1$ (4.7')

Remplaçons la (4.6) dans la première des (4.5) on ainsi

$$\Delta^4 W_0 + \lambda^4 W = \frac{r_0^2}{RD} C_1 \quad (4.8)$$

dans laquelle : $\lambda^4 = \frac{r_0^2}{D} \left(K + \frac{Et}{R^2} \right)$ (4.9)
 placé donc, se référant à la (3.8)

$$W_0 = W_{0,0} + W_{0,1}$$

On a l'équation:

$$\Delta^4 W_{0,0} + \lambda^4 W_{0,0} = 0$$

qui admet comme intégrale générale l'expression

$$W_{0,0} = C_5 \operatorname{ber} \lambda r + C_6 \operatorname{bei} \lambda r + C_7 \operatorname{ker} \lambda r + C_8 \operatorname{kei} \lambda r$$

où C_5, C_6, C_7 et C_8 sont des constantes indéterminées et $\operatorname{ber} \lambda r$, $\operatorname{bei} \lambda r$, $\operatorname{ker} \lambda r$ et $\operatorname{kei} \lambda r$ les bien connues fonctions de THOMSON de l'argument, λr

$$\operatorname{ber} \lambda r = \operatorname{Re} \left[J_0(\lambda r e^{i\pi/4}) \right] \quad \operatorname{bei} \lambda r = -\operatorname{Im} \left[J_0(\lambda r e^{i\pi/4}) \right]$$

$$\operatorname{ker} \lambda r = -\frac{\pi}{2} \operatorname{Re} \left[Y_0(\lambda r e^{i\pi/4}) \right] - \frac{\pi}{2} \operatorname{Im} \left[J_0(\lambda r e^{i\pi/4}) \right]$$

$$\operatorname{kei} \lambda r = \frac{\pi}{2} \operatorname{Im} \left[Y_0(\lambda r e^{i\pi/4}) \right] - \frac{\pi}{2} \operatorname{Re} \left[J_0(\lambda r e^{i\pi/4}) \right]$$

Remarquons ensuite que $W_{0,1}$, à assumé comme intégrale particulière de la (4.8) peut être pris égal à :

$$W_{0,1} = \frac{r_0^2}{\lambda^4 R D} C_1$$

On en déduit que l'intégrale générale de la même équation (4.8) peut être présentée sous la forme:

$$W_0 = \frac{r_0^2}{\lambda^4 R D} + C_5 \operatorname{ber} \lambda r + C_6 \operatorname{bei} \lambda r + C_7 \operatorname{ker} \lambda r + C_8 \operatorname{kei} \lambda r \quad (4.10)$$

Dans la (4.6') on peut facilement tirer ϕ_0 :

$$\Delta^2 \phi_0 = -\frac{Etr_0^2}{R} \left(\frac{r_0^2 C_1}{\lambda^4 R D} + C_5 \operatorname{ber} \lambda r + C_6 \operatorname{bei} \lambda r + C_7 \operatorname{ker} \lambda r + C_8 \operatorname{kei} \lambda r \right) + C_1$$

On obtient par simple intégration;

$$\phi_0 = \frac{r_0^4 k}{\lambda^4 D} C_1 \frac{\rho^2}{4} + C_3 \ln \rho + C_4 + \frac{E t r_0^2}{R \lambda^2} (-C_5 \text{bei} \lambda \rho + C_6 \text{ber} \lambda \rho - C_7 \text{kei} \lambda \rho + C_8 \text{ker} \lambda \rho) \quad (4.11)$$

qui avec la (4.10) constitue la solution du système (4.5).

Pour résoudre notre problème il nous reste donc à évaluer W_p et ϕ_p comme intégrales particulières du système (4.4). Il est facile de vérifier que les fonctions ci-dessous satisfont à cette condition:

$$W_p = - \frac{r_0^4}{D} \cdot \frac{K W_0}{\lambda^4} \quad \phi_p = - \frac{\rho^2}{4} \cdot \frac{E t r_0^6}{R D \lambda^4} K W_0$$

qui sommées aux (4.10) et (4.11) donnent enfin:

$$W = \frac{r_0^2}{D \lambda^4} \left(\frac{C_1}{R} + r_0^2 k W_0 \right) + C_5 \text{ber} \lambda \rho + C_6 \text{bei} \lambda \rho + C_7 \text{ker} \lambda \rho + C_8 \text{kei} \lambda \rho$$

$$\phi = \frac{r_0^4}{D \lambda^4} \left(k C_1 - \frac{E t r_0^2}{R} k W_0 \right) \frac{\rho^2}{4} + C_3 \ln \rho + C_4 + \frac{E t r_0^2}{R \lambda^2} (-C_5 \text{bei} \lambda \rho + C_6 \text{ber} \lambda \rho - C_7 \text{kei} \lambda \rho + C_8 \text{ker} \lambda \rho) \quad (4.12)$$

Dans les équations (4.12) sont présentes sept constantes arbitraires, une desquelles C_4 , peut, d'ailleurs, être placée égale à zéro. Elle ne paraît pas dans les dérivées de ϕ qui, seules, intéressent aux fins pratiques.

Des six restantes, trois s'annulent par la configuration même de la coque renversée.

Placé, en effet, $\rho = 0$ dans l'expression de W , la flèche du sommet a tendance à devenir infiniment grande pour la présence de la fonction $\text{ker} \lambda \rho$: la constante C_7 doit, donc, résulter nulle.

Pour un motif analogue, en se référant aux expressions de N_r et N et à leur comportement au sommet, doivent résulter nulles, ainsi qu'on peut le vérifier au moyen des (4.2a); aussi C_3 et C_8 .

Les (4.12) se réduisent, donc, à:

$$W = \frac{r_0^2}{D \lambda^4} \left(\frac{C_1}{R} + r_0^2 k W_0 \right) + C_5 \text{ber} \lambda \rho + C_6 \text{bei} \lambda \rho \quad (4.12')$$

$$\phi = \frac{r_0^4}{D \lambda^4} \left(k C_1 - \frac{E t r_0^2}{R} k W_0 \right) \frac{\rho^2}{4} + \frac{E t r_0^2}{R \lambda^2} (-C_5 \text{bei} \lambda \rho + C_6 \text{ber} \lambda \rho)$$

contenant trois constantes seulement, à déterminer en se fondant sur les conditions de lieu postulées le long du bord.

d/ Hypothèse de bord encastré.

Il s'agit d'une condition de lieu assez fréquente dans la technique, typique de tous ces cas où la rotation du bord soit empêchée ou par la considération rigide des parois verticales, ou par la présence de renforts robustes.

Les conditions au contour à imposer sont, évidemment;

$$W = 0 ; \frac{dW}{d\lambda} = 0 \quad u = 0 \text{ pour } \nu = 1$$

d'où, par rapport aux (4.12') et aux (4.2), on obtient le système suivant d'équations linéaires avec les inconnues C_1, C_5 et C_6 :

$$\frac{r_0^2}{D\lambda^4} \left(\frac{C_1}{R} + r_0^2 K W_c \right) + C_5 \operatorname{ber} \lambda + C_6 \operatorname{bei} \lambda = 0$$

$$C_5 \operatorname{ber}' \lambda + C_6 \operatorname{bei}' \lambda = 0$$

$$\frac{Etr_0^2}{R} \left\{ C_5 \left[\operatorname{ber} \lambda - (1-\nu) \frac{\operatorname{bei}' \lambda}{\lambda} \right] + C_6 \left[\operatorname{bei} \lambda + (1+\nu) \frac{\operatorname{ber}' \lambda}{\lambda} \right] \right\} =$$

$$= \frac{1-\nu}{2} \frac{r_0^4}{\lambda^4 D} \left(K C_1 - \frac{Etr_0^2}{R} K W_c \right)$$

puisque

$$U_b(\lambda) = \operatorname{ber}^2 \lambda + \operatorname{bei}^2 \lambda$$

$$V_b(\lambda) = \operatorname{ber}' \lambda + \operatorname{bei}' \lambda \quad (4.13)$$

$$W_b(\lambda) = \operatorname{ber} \lambda \operatorname{bei}' \lambda - \operatorname{ber}' \lambda \operatorname{bei} \lambda$$

et par suite

$$f_1(\lambda) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} \frac{V_b(\lambda)}{W_b(\lambda)} \quad (4.14)$$

$$f_2(\lambda) = 1 - \frac{1+\nu}{\nu} \frac{V_b(\lambda)}{W_b(\lambda)}$$

on obtient les expressions des constantes inconnues;

$$C_1 = - \frac{Etr_0^2}{R} (1+\nu) K W_c \frac{f_1(\lambda)}{\frac{Etr_0^2}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} K}$$

$$C_5 = - \frac{1-\nu}{2} K W_c \frac{1}{\frac{Etr_0^2}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} K} \cdot \frac{\operatorname{bei}' \lambda}{W_b(\lambda)} \quad (4.15)$$

$$C_6 = + \frac{1-\nu}{2} K W_c \frac{1}{\frac{Etr_0^2}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} K} \times \frac{\operatorname{ber}' \lambda}{W_b(\lambda)}$$

Sur la base des (4.15) il est donc possible, en utilisant les (4.12') et les (4.2), de tirer les expressions suivantes de W et les caractéristiques de la sollicitation plus intéressantes pour l'étude de la structure:

$$W = k w_c \frac{(1-\nu)}{2 \left[\frac{Et}{R^2} f_1(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} k \right]} \left\{ 1 - \frac{1}{w_b(\lambda)} \left(\text{ber } \lambda_f \text{ bei } \lambda' - \text{bei } \lambda_f \text{ ber } \lambda' \right) \right\}$$

$$N_r = \frac{Et}{R} k w_c \frac{1}{2 \left[\frac{Et}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} k \right]} \left\{ -f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{\lambda_f} \frac{1}{w_b(\lambda)} \left(\text{bei } \lambda' \text{ bei } \lambda'_f + \text{ber } \lambda' \text{ ber } \lambda'_f \right) \right\}$$

$$N_D = \frac{Et}{R} k w_c \frac{1}{2 \left[\frac{Et}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} k \right]} \left\{ -f_2(\lambda) - \frac{1-\nu}{w_b(\lambda)} \left[\text{bei } \lambda' \left(-\text{ber } \lambda'_f + \frac{\text{bei } \lambda'_f}{\lambda_f} \right) + \text{ber } \lambda' \left(\text{bei } \lambda'_f + \frac{\text{ber } \lambda'_f}{\lambda_f} \right) \right] \right\}$$

$$M_r = \frac{D}{R^2} k w_c \frac{1}{2 \left[\frac{Et}{R^2} f_1(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} k \right]} \left\{ -\frac{\lambda^2(1-\nu)}{w_b(\lambda)} \left[\text{bei } \lambda' \left(\text{bei } \lambda'_f + \frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber } \lambda'_f \right) + \text{ber } \lambda' \left(\text{ber } \lambda'_f - \frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{bei } \lambda'_f \right) \right] \right\}$$

$$M_D = \frac{D}{R^2} k w_c \frac{1}{2 \left[\frac{Et}{R^2} f_1(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} k \right]} \left\{ \frac{\lambda^2(1-\nu)}{w_b(\lambda)} \left[\text{bei } \lambda' \left(\frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber } \lambda'_f - \nu \text{ber } \lambda'_f \right) - \text{ber } \lambda' \left(\frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{bei } \lambda'_f + \nu \text{ber } \lambda'_f \right) \right] \right\}$$

qui pour $\rho = 0$, deviennent:

$$\left\{ \begin{aligned} W &= K W_C \frac{1-\nu}{2 \left[\frac{E t}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} K \right]} \left(1 - \frac{\text{ber}' \lambda}{w_b(\lambda)} \right) \\ N_r = N_u &= \frac{E t}{R} K W_C \frac{1}{2 \left[\frac{E t}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} K \right]} \left[-f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} \frac{\text{ber}' \lambda}{w_b(\lambda)} \right] \\ M_r = M_u &= \frac{D}{R^2} K W_C \frac{(1-\nu)}{2 \left[\frac{E t}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1-\nu}{2} K \right]} \left[-\frac{(1+\nu) \lambda^2}{2 w_b(\lambda)} \text{ber}' \lambda \right] \end{aligned} \right. \quad (4.6')$$

e/ hypothèse du bord articulé.

Les conditions à imposer au contour sont:
 $W = 0$; $M_r = 0$; $u = 0$ pour $\rho = 1$
 d'où naît le système:

$$\frac{r_0^4}{D \lambda^4} \left(\frac{C_1}{R} + r_0^2 K W_C \right) + C_7 \text{ber} \lambda + C_8 \text{ber}' \lambda = 0$$

$$C_7 \left(\text{ber} \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) - C_8 \left(\text{ber} \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) = 0$$

$$\frac{E t r_0^2}{R} \left\{ C_7 \left[\text{ber} \lambda - (1-\nu) \frac{\text{ber}' \lambda}{\lambda} \right] + C_8 \left[\text{ber} \lambda + (1-\nu) \frac{\text{ber}' \lambda}{\lambda} \right] \right\} =$$

$$= \frac{1-\nu}{2} \frac{r_0^4}{\lambda^4 D} \left(K C_1 - \frac{E t r_0^2}{R} K W_C \right)$$

Puisque, se référant aux (4.13):

$$\begin{aligned} f_3(\lambda) &= U_b(\lambda) + \frac{1-\nu^2}{\lambda^2} V_b(\lambda) - \frac{2}{\lambda} W_b(\lambda) \\ f_4(\lambda) &= U_b(\lambda) - \frac{1-\nu}{\lambda} W_b(\lambda) \end{aligned} \quad (4.17)$$

on obtient ainsi:

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{E t r_0^2}{R} k w_c \frac{\frac{f_3(\lambda)}{f_4(\lambda)} - \frac{1-\nu}{2}}{\frac{E t}{R^2} \frac{f_3(\lambda)}{f_4(\lambda)} + \frac{1-\nu}{2} k} \\ C_5 &= -k w_c \frac{\frac{1-\nu}{2} \frac{1}{f_4(\lambda)}}{\frac{E t}{R^2} \frac{f_3(\lambda)}{f_4(\lambda)} + \frac{1-\nu}{2} k} \frac{\text{ber}(\lambda) - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{bei}(\lambda)}{\text{ber}(\lambda) - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{bei}(\lambda)} \quad (4.18) \\ C_6 &= -k w_c \frac{\frac{1-\nu}{2} \frac{1}{f_4(\lambda)}}{\frac{E t}{R^2} \frac{f_3(\lambda)}{f_4(\lambda)} + \frac{1-\nu}{2} k} \frac{\text{bei}(\lambda) + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}'(\lambda)}{\text{bei}(\lambda) + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}'(\lambda)} \end{aligned}$$

d'où on tire, ainsi que dans le cas précédent:

$$W = k w_c \frac{1-\nu}{B} \left\{ 1 - \frac{1}{f_4(\lambda)} \left[\left(\text{ber}(\lambda) - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{bei}'(\lambda) \right) \text{ber}(\lambda) + \left(\text{bei}(\lambda) + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}'(\lambda) \right) \text{bei}(\lambda) \right] \right\}$$

$$N_r = \frac{E t}{R} k w_c \frac{1}{B} \left\{ -\frac{f_3(\lambda)}{f_4(\lambda)} + \frac{1-\nu}{f_4(\lambda)} \left[\left(\text{ber } \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \frac{\text{bei} \lambda_f}{\lambda_f} - \left(\text{bei} \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \frac{\text{ber}' \lambda_f}{\lambda_f} \right] \right\}$$

$$N_v = \frac{E t}{R} k w_c \frac{1}{B} \left\{ -\frac{f_3(\lambda)}{f_4(\lambda)} - \frac{1-\nu}{f_4(\lambda)} \left[\left(\text{ber } \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(-\text{ber } \lambda_f + \frac{\text{bei} \lambda_f}{\lambda_f} \right) - \left(\text{bei} \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \left(\text{ber}' \lambda_f + \frac{\text{ber} \lambda_f}{\lambda_f} \right) \right] \right\}$$

$$M_r = \frac{D}{r_0^2} k w_c \frac{1-\nu}{B} \left\{ -\frac{\lambda^2}{f_4(\lambda)} \left[\left(\text{ber } \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \left(\text{ber} \lambda_f + \frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber}' \lambda_f \right) - \left(\text{ber}' \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber} \lambda \right) \left(\text{ber} \lambda_f - \frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber}' \lambda_f \right) \right] \right\}$$

$$M_v = \frac{D}{r_0^2} k w_c \frac{1-\nu}{B} \left\{ \frac{\lambda^2}{f_4(\lambda)} \left[\left(\text{ber } \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \left(\frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber}' \lambda_f - \nu \text{ber} \lambda_f \right) + \left(\text{ber}' \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber} \lambda \right) \left(\frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber}' \lambda_f + \nu \text{ber} \lambda_f \right) \right] \right\}$$

(4.19)

avec $B = 2 \left(\frac{E t}{R^2} \frac{f_3(\lambda)}{f_4(\lambda)} + \frac{1-\nu}{2} k \right)$.

qui, pour $\nu = 0$, assurent la forme:

$$W = K \cdot W_c \left\{ \frac{1-\nu}{B} \left[1 - \frac{1}{f_0(\lambda)} \left(\text{ber } \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{bei}' \lambda \right) \right] \right\}$$

$$N_r = N_\nu = \frac{E t}{R} K \cdot W_c \left\{ \frac{1}{B} \left[\frac{f_2(\lambda)}{f_0(\lambda)} + \frac{1-\nu}{2 f_0(\lambda)} \left(\text{ber } \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{bei}' \lambda \right) \right] \right\}$$

$$M_r = M_\nu = \frac{D}{R^2} K \cdot W_c \left\{ \frac{1-\nu}{B} \left[\frac{\lambda^2 (1+\nu)}{2 f_0(\lambda)} \left(\text{bei } \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \right] \right\}$$

f/ Cas de la plaque plane.

L'étude de la plaque plane circulaire sur appuis élastique, soumise à un fléchissement uniforme W_0 du contour, rentre, évidemment, dans le cas traité lorsqu'on fasse tendre à l'infini le rayon R de la coque renversée. En effet ayant remarqué que dans le cas en examen, en résulte:

$$= \frac{r_0^4 K}{D}$$

et que s'annulent les expressions des efforts N_r et N_ν , les formules (4.16) et (4.19) deviennent:

- Pour le bord encastré:

$$W = W_c \left[1 - \frac{1}{W_b(\lambda)} \left(\text{ber } \lambda_f \text{bei}' \lambda - \text{bei } \lambda_f \text{ber}' \lambda \right) \right]$$

$$M_r = \frac{D}{R^2} W_c \left\{ - \frac{\lambda^2}{W_b(\lambda)} \left[\text{bei}' \lambda \left(\text{bei } \lambda_f + \frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber } \lambda_f \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \text{ber}' \lambda \left(\text{ber } \lambda_f - \frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{bei } \lambda_f \right) \right] \right\}$$

$$M_\nu = \frac{D}{R^2} W_c \left\{ \frac{\lambda^2}{W_b(\lambda)} \left[\text{bei}' \lambda \left(\frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber}' \lambda_f - \nu \text{bei } \lambda_f \right) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \text{ber}' \lambda \left(\frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{bei}' \lambda_f + \nu \text{ber } \lambda_f \right) \right] \right\}$$

et pour $\rho = 0$

$$W = W_c \left(1 - \frac{\text{ber}' \lambda}{W_b(\lambda)} \right)$$

$$M_r = M_v = \frac{D}{r_0^2} W_c \left[1 - \frac{(1+\nu)\lambda^2}{2 W_b(\lambda)} \text{ber}' \lambda \right]$$

- Pour le bprd articulé:

$$W = W_c \left\{ 1 - \frac{1}{f_4(\lambda)} \left[\left(\text{ber} \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \text{ber} \lambda_f + \left(\text{ber}' \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber} \lambda \right) \text{ber}' \lambda_f \right] \right\}$$

$$M_r = \frac{D}{r_0^2} W_c \left\{ - \frac{\lambda^2}{f_4(\lambda)} \left[\left(\text{ber} \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \left(\text{ber}' \lambda_f + \frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber} \lambda_f \right) - \left(\text{ber}' \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber} \lambda \right) \left(\text{ber} \lambda_f - \frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber}' \lambda_f \right) \right] \right\}$$

$$M_v = \frac{D}{r_0^2} W_c \left\{ \frac{\lambda^2}{f_4(\lambda)} \left[\left(\text{ber} \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \left(\frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber}' \lambda_f - \nu \text{ber} \lambda_f \right) + \left(\text{ber}' \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber} \lambda \right) \left(\frac{1-\nu}{\lambda_f} \text{ber} \lambda_f + \nu \text{ber}' \lambda_f \right) \right] \right\}$$

et pour $\rho = 0$

$$W = W_c \left[1 - \frac{1}{f_4(\lambda)} \left(\text{ber} \lambda - \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber}' \lambda \right) \right]$$

$$M_r = M_v = \frac{D}{r_0^2} W_c \left[\frac{\lambda^2 (1+\nu)}{2 f_4(\lambda)} \left(\text{ber}' \lambda + \frac{1-\nu}{\lambda} \text{ber} \lambda \right) \right]$$

Il est utile de remarquer que, toujours après avoir placé dans les (4.16) et (4.19) $KW_c = q$, si l'on fait tendre en même temps K à zéro et R à l'infini (et donc, par conséquent, à zéro) on obtient les solutions de la plaque ordinaire circulaire encastrée et simplement appuyée au contour. Pour le déplacement verticale W , par exemple, dans les deux cas on a respectivement:

$$w = \frac{qr_0^4}{64D} (1 + \nu^4 - 2\nu^2) \quad \text{et} \quad w = \frac{qr_0^4}{64D} (1 - \nu^2) \left(\frac{5 + \nu}{1 + \nu} - \rho^2 \right)$$

g/ Calcul de l'enfoncement W_c du bord.

Se référant à la fig., établie avec Q la charge verticale globale supposée distribuée de façon uniforme le long du contour et transmise à travers les parois verticales de la coque renversée, la condition ci-dessus peut être écrite comme suit:

$$Q = \int_{\Omega} p d\Omega = 2\pi r_0^2 K \int_0^1 (w_c - w) \rho d\rho \quad (4.20)$$

$\Omega = \pi r_0^2$ étant l'aire renfermée dans le périmètre de la plaque

Remplacé dans la (4.20) la première des (4.12) et faites les positions:

$$C_1 = \bar{C}_1 KW_c \qquad C_5 = \bar{C}_5 KW_c \qquad C_6 = \bar{C}_6 KW_c$$

on en tire, après certains développements:

$$W_c = \frac{Q}{K\pi r_0^2} \cdot \frac{1}{L} \quad (4.21)$$

ou L prend la forme générale:

$$L = 1 - K \left[\frac{r_0^2}{D\lambda^4} \left(r_0^2 + \frac{\bar{C}_1}{R} \right) + \frac{2}{\lambda} (\bar{C}_5 \operatorname{ber}' \lambda - \bar{C}_6 \operatorname{ber} \lambda) \right] \quad (4.22)$$

valable pour n'importe quelle condition de lieu le long du bord. D'une façon plus particulière, remplaçons C_1, C_5 et C_6 par leur expressions déduites des (4.15) et des (4.18) on a respectivement dans les deux cas de bords encastré et articulé

$$L_1 = 1 - K(1 - \nu) \frac{f_1(\lambda)}{\frac{E t}{R^2} f_2(\lambda) + \frac{1 - \nu}{2} K} \quad (4.23)$$

$$L_2 = 1 - K(1 - \nu) \frac{f_3(\lambda)}{\frac{E t}{R^2} \frac{f_2(\lambda)}{f_4(\lambda)} + \frac{1 - \nu}{2} K}$$

et dans la deuxième on a introduit la fonction:

$$f_5(\lambda) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} \frac{v_b(\lambda) - \frac{1-\nu}{\lambda} v_b(\lambda)}{U_b(\lambda) - \frac{1-\nu}{\lambda} v_b(\lambda)} \quad (4.24)$$

pour la plaque plane il est facile de remarquer que, tout en restant valable, la (4.21) et les (4.23) se réduisent à:

$$\begin{aligned} L_1 &= 1 - 2f_1(\lambda) \\ L_2 &= 1 - 2f_5(\lambda) \end{aligned} \quad (4.25)$$

pour $D \rightarrow \infty$ (c'est à dire pour $\lambda \rightarrow 0$) il en résulte, dans chaque cas $L = 1$, c'est à dire

$$W_c = \frac{Q}{K \pi r_0^2}$$

La structure reste indéformée et la réaction du terrain est, partout, égale à la valeur moyenne

$$P_m = \frac{Q}{\pi r_0^2}$$

Le tableau 3 donne les valeurs numériques des fonctions de THOMSON pour $0 \leq \lambda \leq 15$

Le tableau 4 donne les valeurs numériques des fonctions $f_1(\lambda), f_2(\lambda), f_3(\lambda), f_4(\lambda)$ et $f_5(\lambda)$ pour $0 \leq \lambda \leq 15$ et pour l'hypothèse $\nu = 0,1$

Tableau N°3

λ	$ber\lambda$	$bei\lambda$	$ber'\lambda$	$bei'\lambda$	$U_b(\lambda)$	$V_b(\lambda)$	$W_b(\lambda)$
0,0	1,000000	0,000000	0,000000	0,000000	1,0000	0,000000	0,000000
0,5	0,99902	0,62493.10 ⁻¹	-0,78121.10 ⁻²	0,24992	1,0020	0,06252	0,25016
1,0	0,98438	0,24957	-0,62446.10 ⁻¹	0,49740	1,0313	0,25130	0,50521
1,5	0,92107	0,55756	-0,21001	0,73025	1,1592	0,57737	0,78871
2,0	0,75173	0,97229	-0,49307	0,91701	1,5105	0,10840.10	0,11688.10
2,5	0,39997	0,14572.10	-0,94358	0,99827	2,2834	0,18869.10	0,17742.10
3,0	-0,22138	0,19376.10	-0,15698.10	0,88048	3,8033	0,32397.10	0,28468.10
3,5	-0,11936.10	0,22833.10	-0,23361.10	0,43530	6,6379	0,56467.10	0,48142.10
4,0	-0,25634.10	0,22927.10	-0,31347.10	-0,49114	1,1828.10	0,10067.10 ²	0,84458.10
4,5	-0,42991.10	0,16860.10	-0,37537.10	-0,20526.10	2,1325.10	0,18303.10 ²	0,15153.10 ²
5,0	-0,62301.10	0,11603	-0,38453.10	-0,43541.10	3,8827.10	0,33745.10 ²	0,27573.10 ²
5,5	-0,78736.10	-0,27870.10	-0,29070.10	-0,73729.10	7,1357.10	0,62811.10 ²	0,50681.10 ²
6,0	-0,88583.10	-0,73347.10	-0,29308	-0,10846.10 ²	1,3227.10 ²	0,11773.10 ³	0,93930.10 ²
6,5	-0,78654.10	-0,13607.10 ²	0,47159.10	-0,14130.10 ²	2,4701.10 ²	0,22190.10 ³	0,17531.10 ³
7,0	-0,36321.10	-0,21240.10 ²	0,12763.10 ²	-0,16042.10 ²	4,6433.10 ²	0,42024.10 ³	0,32936.10 ³
7,5	0,54554.10	-0,29116.10 ²	0,24129.10 ²	-0,14735.10 ²	8,7752.10 ²	0,77936.10 ³	0,62217.10 ³
8,0	0,20974.10 ²	-0,38017.10 ²	0,38311.10 ²	-0,76601.10	1,6661.10 ³	0,15264.10 ⁴	0,11809.10 ⁴
8,5	0,43936.10 ²	-0,35298.10 ²	0,53441.10 ²	0,82898.10	3,1763.10 ³	0,29247.10 ⁴	0,22506.10 ⁴
9,0	0,73936.10 ²	-0,24713.10 ²	0,65601.10 ²	0,36300.10 ²	6,0772.10 ³	0,56211.10 ⁴	0,43050.10 ⁴
9,5	0,10795.10 ³	0,34105.10	0,68132.10 ²	0,78684.10 ²	1,1665.10 ⁴	0,10833.10 ⁵	0,82616.10 ⁴
10,0	0,13884.10 ³	0,56370.10 ²	0,51195.10 ²	0,13531.10 ³	2,2454.10 ⁴	0,20930.10 ⁵	0,15900.10 ⁵
11,0	0,13295.10 ³	0,25721.10 ³	-0,94212.10 ²	0,26412.10 ³	8,3831.10 ⁴	0,78635.10 ⁵	0,59388.10 ⁵
12,0	-0,12851.10 ³	0,54695.10 ³	-0,47257.10 ³	0,27267.10 ³	3,1567.10 ⁵	0,29767.10 ⁶	0,22343.10 ⁶
13,0	-0,88265.10 ³	0,64664.10 ³	-0,10473.10 ⁴	-0,19261.10 ³	1,1972.10 ⁶	0,11340.10 ⁷	0,84725.10 ⁶
14,0	-0,21313.10 ⁴	-0,16094.10 ³	-0,13161.10 ⁴	-0,16161.10 ⁴	4,5688.10 ⁶	0,43438.10 ⁷	0,32325.10 ⁷
15,0	-0,29673.10 ⁴	-0,29527.10 ⁴	0,91054.10 ³	-0,40878.10 ⁴	1,7523.10 ⁷	0,16748.10 ⁸	0,12398.10 ⁸

Tabl. №4

λ	$f_1(\lambda)$	$f_2(\lambda)$	$f_3(\lambda)$	$f_4(\lambda)$	$f_5(\lambda)$
0,0	0,00000	0,45000	0,24750	0,55000	0,00000
0,5	$0,16267 \cdot 10^{-3}$	0,45018	0,24888	0,55166	$0,10475 \cdot 10^{-2}$
1,0	$0,25800 \cdot 10^{-2}$	0,45284	0,26966	0,57660	$0,16059 \cdot 10^{-1}$
1,5	$0,12587 \cdot 10^{-1}$	0,48385	0,36035	0,68542	$0,68845 \cdot 10^{-1}$
2,0	$0,36246 \cdot 10^{-1}$	0,48987	0,61000	0,98452	0,15417
2,5	$0,74605 \cdot 10^{-1}$	0,53207	0,11628.10	0,16446.10	0,23369
3,0	0,12066	0,58273	0,22618.10	0,29492.10	0,28809
3,5	0,16488	0,63137	0,43433.10	0,54000.10	0,32210
4,0	0,20200	0,67220	0,82276.10	0,99272.10	0,34435
4,5	0,23158	0,70474	$0,15485 \cdot 10^2$	$0,18294 \cdot 10^2$	0,36040
5,0	0,25523	0,73075	$0,29135 \cdot 10^2$	$0,33864 \cdot 10^2$	0,37303
5,5	0,27467	0,75218	$0,54983 \cdot 10^2$	$0,63063 \cdot 10^2$	0,38351
6,0	0,29111	0,77022	$0,10420 \cdot 10^3$	$0,11818 \cdot 10^3$	0,39244
6,5	0,30526	0,78579	$0,19827 \cdot 10^3$	$0,22274 \cdot 10^3$	0,40014
7,0	0,31772	0,79950	$0,37872 \cdot 10^3$	$0,42198 \cdot 10^3$	0,40679
7,5	0,32869	0,81156	$0,72568 \cdot 10^3$	$0,80286 \cdot 10^3$	0,41260
8,0	0,33843	0,82227	$0,13945 \cdot 10^4$	$0,15333 \cdot 10^4$	0,41773
8,5	0,34711	0,83183	$0,26868 \cdot 10^4$	$0,29308 \cdot 10^4$	0,42228
9,0	0,35492	0,84041	$0,51892 \cdot 10^4$	$0,56467 \cdot 10^4$	0,42635
9,5	0,36197	0,84817	$0,10044 \cdot 10^5$	$0,10882 \cdot 10^5$	0,43001
10,0	0,36837	0,85521	$0,19481 \cdot 10^5$	$0,21023 \cdot 10^5$	0,43333
11,0	0,37955	0,86750	$0,73684 \cdot 10^5$	$0,78976 \cdot 10^5$	0,43909
12,0	0,38898	0,87787	$0,28048 \cdot 10^6$	$0,29891 \cdot 10^6$	0,44393
13,0	0,39704	0,88675	$0,10735 \cdot 10^7$	$0,11385 \cdot 10^7$	0,44806
14,0	0,40401	0,89442	$0,41284 \cdot 10^7$	$0,43605 \cdot 10^7$	0,45162
15,0	0,41011	0,90112	$0,15944 \cdot 10^8$	$0,16779 \cdot 10^8$	0,45472

II) DEUXIEME PARTIE

ESSAIS

CHAPITRE I

PRESENTATION DE LA BASE MATERIELE

1.1 Description de l'outillage.

1.1.1 Bassin

Le bassin d'essais a une section carrée de 1 x 1 m intérieure. Les parois latérales sont faites en plexiglass transparent de 10 mm d'épaisseur (pour pouvoir observer le comportement des modèles de fondations lors des essais.). Le fond est en plan et de 30 mm d'épaisseur. Le tout est emboîté dans une cage métallique (voir fig.) servant à reprendre les efforts (transmis par le sable) s'exerçant sur le plexiglass.

Ce bassin est rempli de sable jusqu'à une hauteur de 50 cm. Le sable, jouant le rôle du sol, est compacté jusqu'à $1,6 \text{ kg/cm}^2$ avec une teneur en eau de 3,48%.

1.1.2 Presse.

C'est une presse hydraulique du type CAMO (compagnie africaine des machines-outils) qui exerce une pression pouvant aller jusqu'à 240 kg/cm^2 .

Cette presse a été étalonnée auparavant à l'aide d'un anneau élastique:

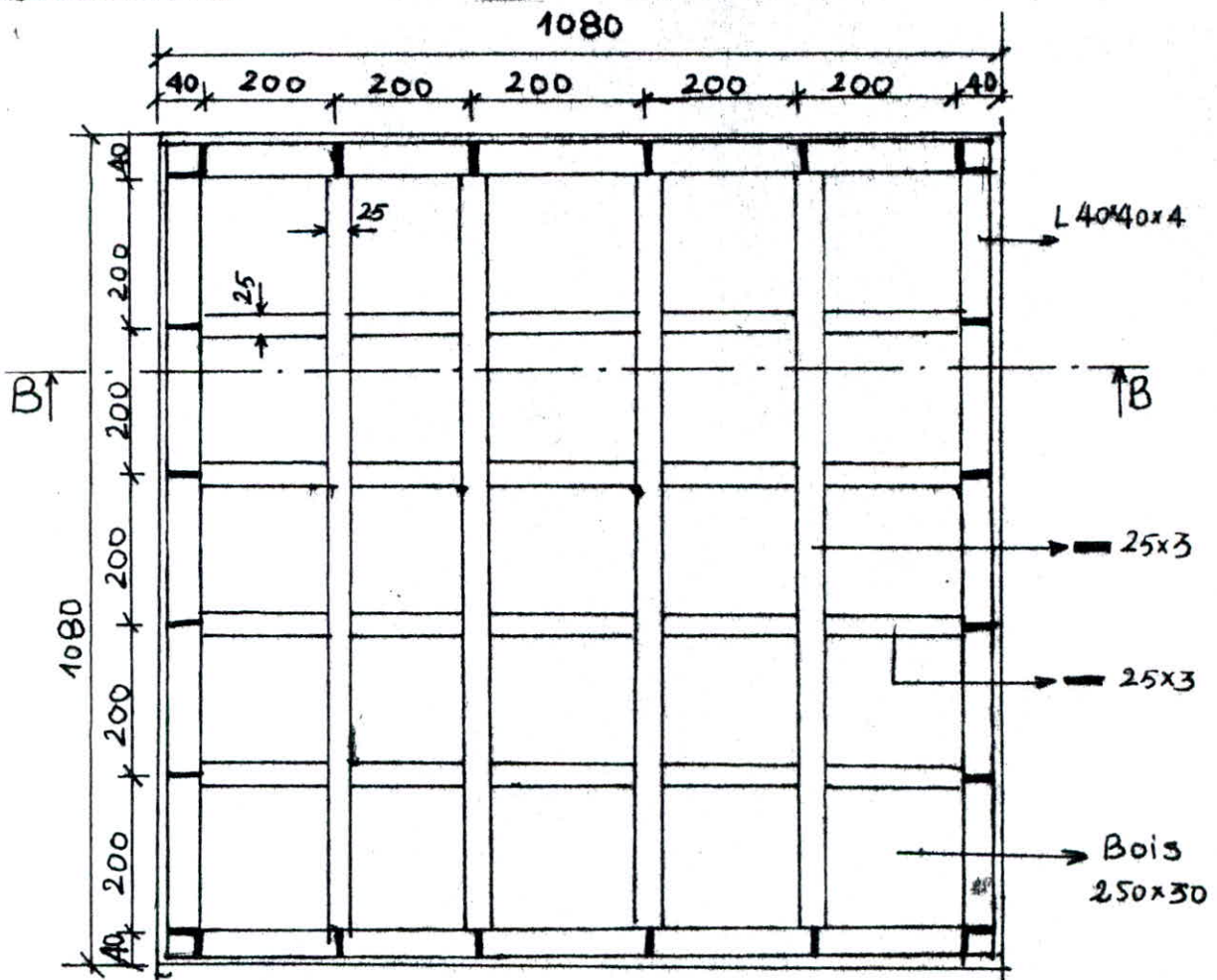
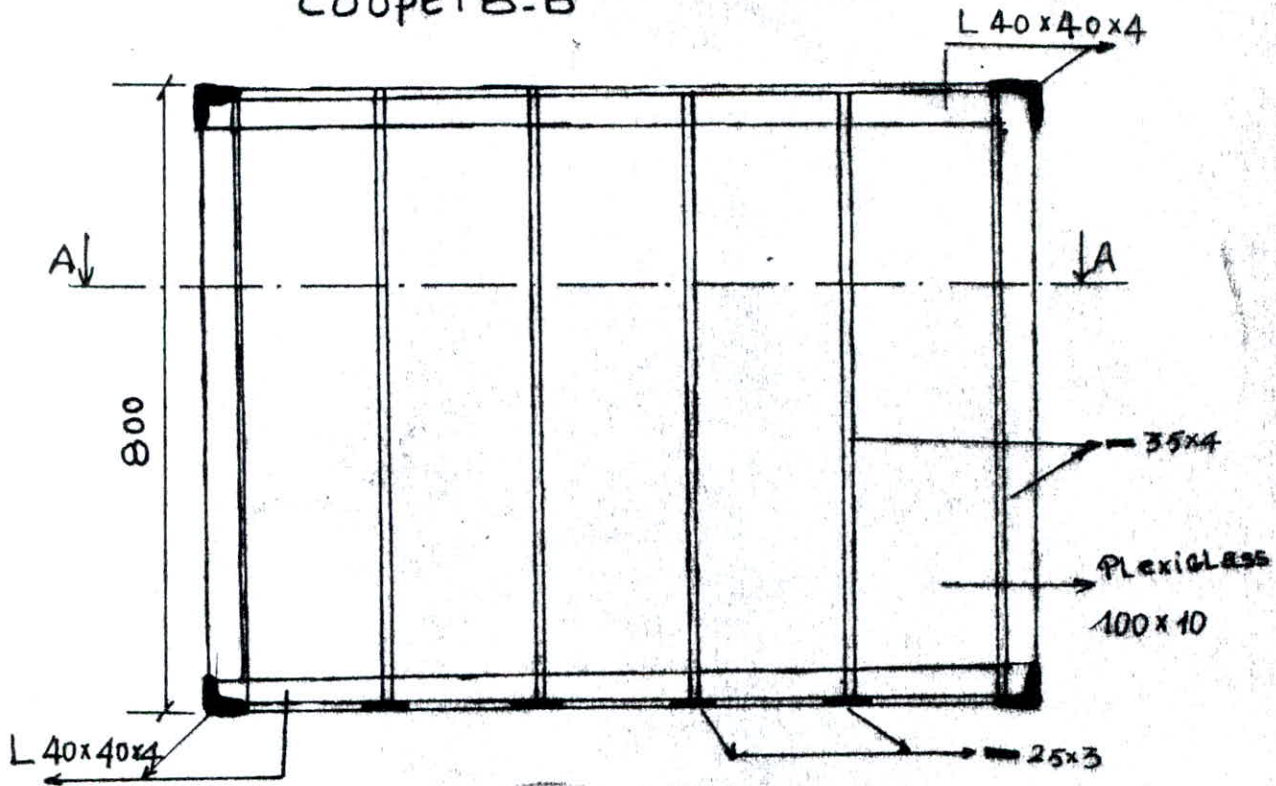
Pression (kg/cm^2)	Charge Anneau (kg)	Coefficient de proportionnalité K
5,2	4000	769,2
8	6000	750,0
10,1	8000	792,0
13	10000	769,2
15	12000	800,0

On prendra comme valeur du coefficient K, la moyenne des différentes valeurs, soit:

$$K = 776$$

L'anneau élastique n'est sensible qu'à partir d'une charge de 1000 kg. Donc pour les charges, inférieures à 1000kg, on prendra celles données par la presse hydraulique. Et dans l'autre cas (c'est à dire pour les charges supérieures à 1000kg) on prendra une moyenne entre les charges données par l'anneau et la presse.

Coupe B-B



Coupe A-A

Fig. II.1

1.1.3 Moules.

Les moules pour les différents modèles (tronc conique, calotte sphérique, plaques circulaires à épaisseurs constante et variable.) sont faits en tôle de 1mm d'épaisseur.

Nous tenons à signaler à ce sujet que la fabrication de ces moules a été un grand problème pour nous (tôle, outils...etc difficilement trouvés.). Par exemple le moule en calotte sphérique a été réalisé à partir d'un disque ce qui a pris un temps énorme pour faire sortir la forme voulue. Cela aurait pris quelques minutes avec une presse à moules.

Au début l'étude a été conçue avec des modèles en pléxi-glass que la société ALGER-PLASTIC fournira (consultée préalablement), ce qui nous aurait fait gagner beaucoup de temps.

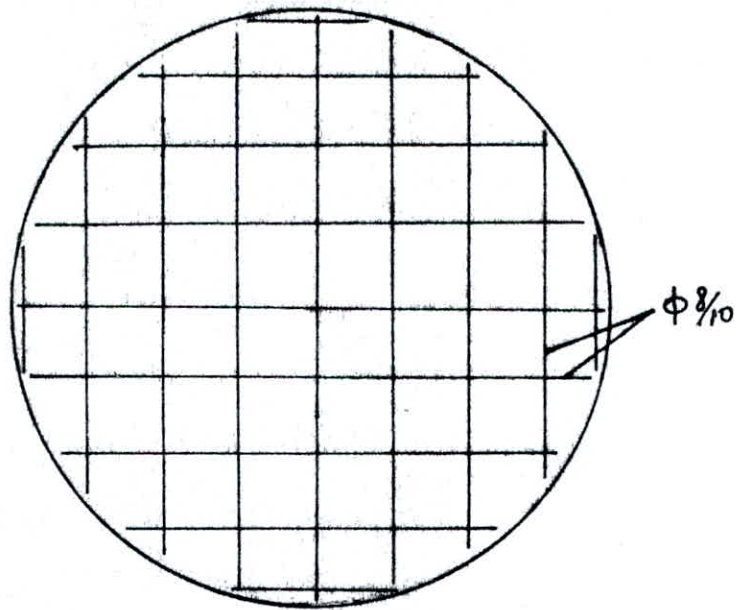
1.2 Description des modèles.

Deux séries de modèles ont été réalisées (en plâtre et en mortier armé).

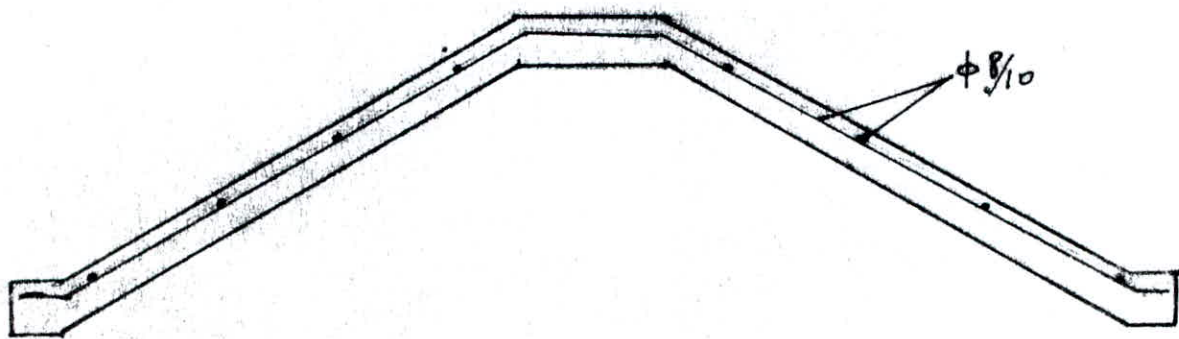
Le plâtre qui a été utilisé est un plâtre PFC (plâtre fin, courant pour la construction.). Sa résistance à la compression est de 45 bars, à la traction 15 bars (essais faits sur des éprouvettes 7,07 x 7,07 x 7,07 cm à l'âge de 1,5 heures et pour un rapport plâtre/eau = 1,33). Ces propriétés n'ont pas été vérifiées et le pourcentage d'eau (1,33) n'a pas été respecté.

Le mortier (sable, ciment) est dosé à 400kg CPA325 par m³ de mortier.

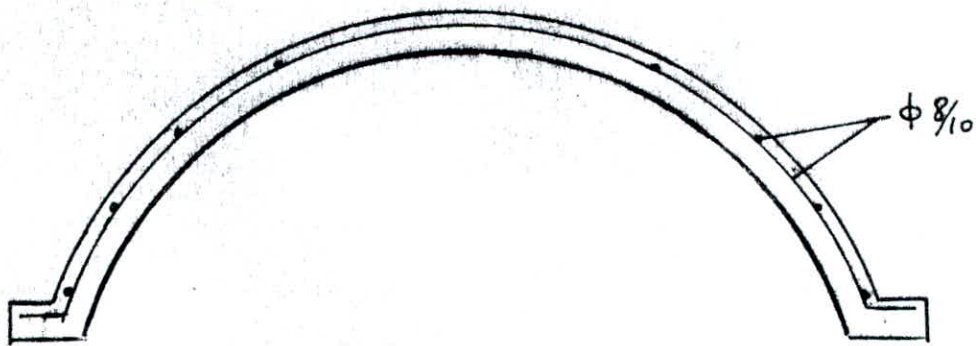
Le ferrailage (voir fig II.2) est réalisé avec du fil de fer de 8/10 mm de diamètre (acier doux).



-Plaques circulaires-

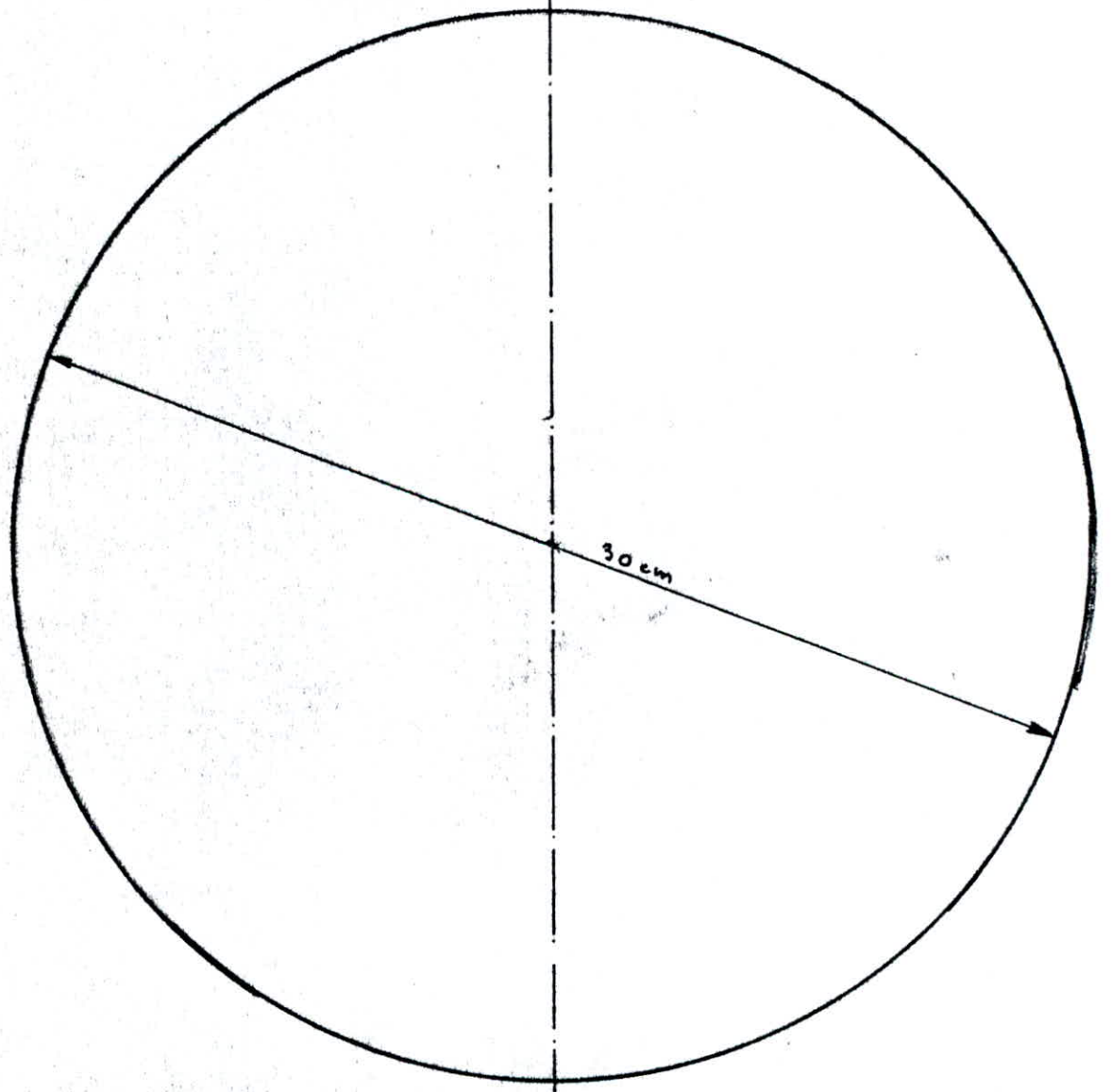
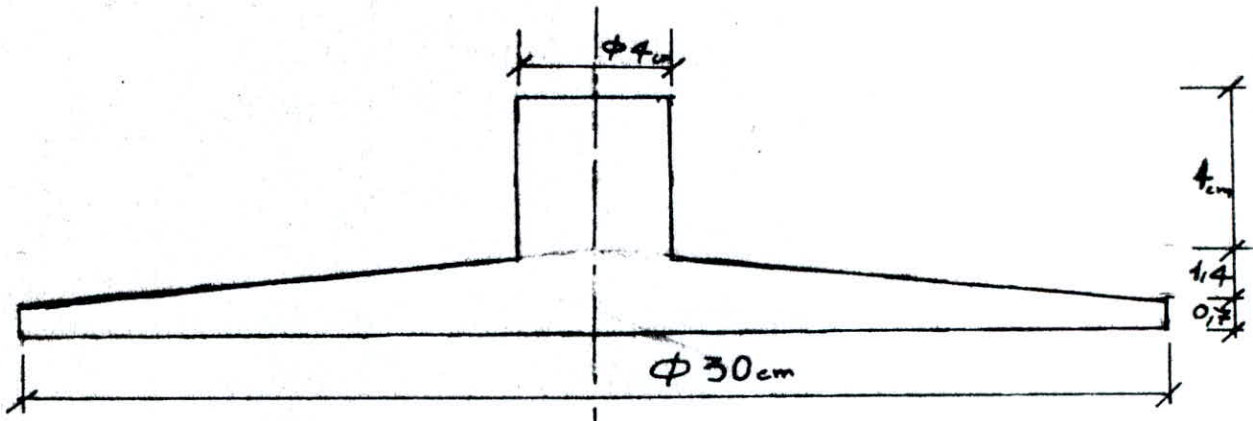


-Tronc conique-

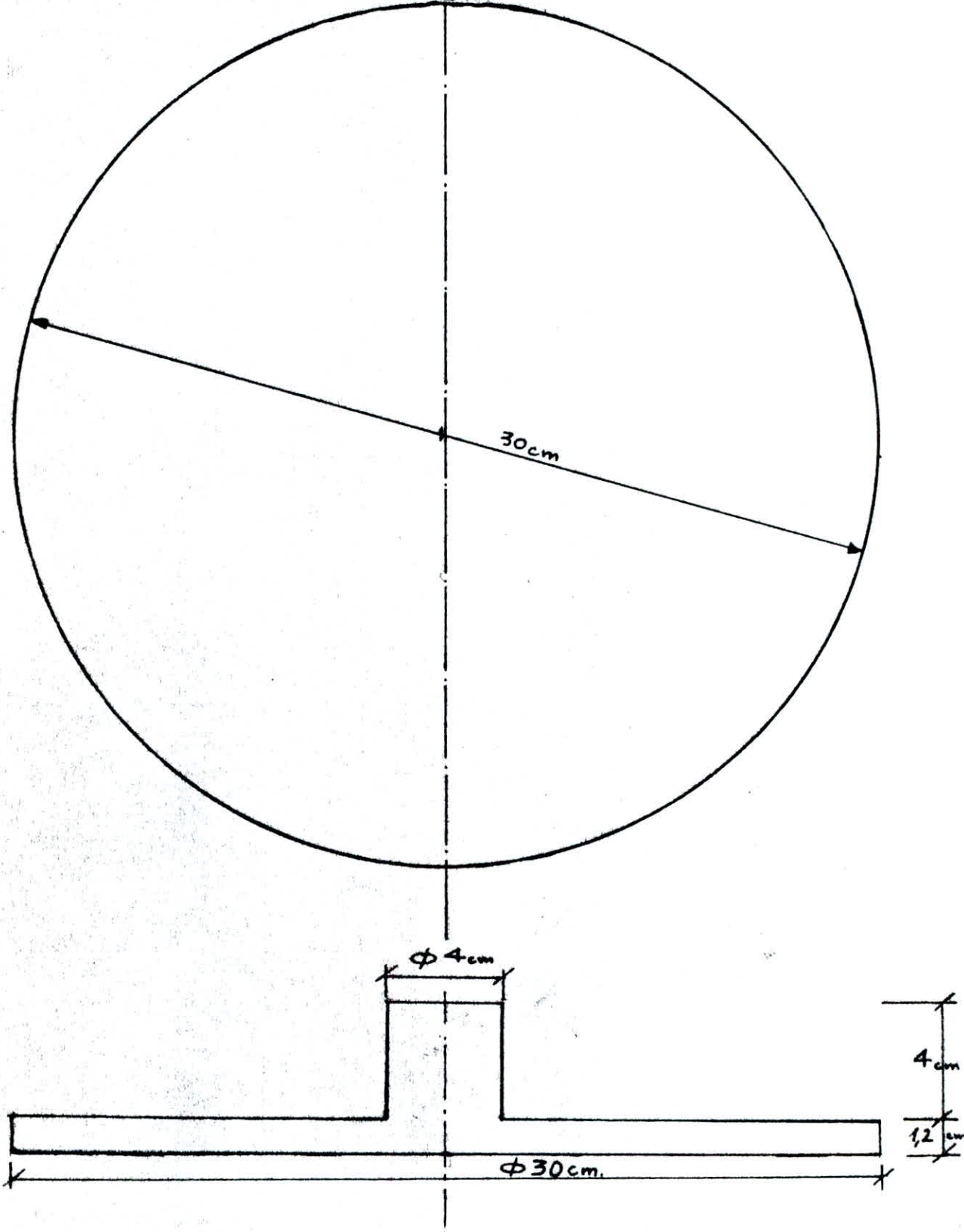


-Calotte sphérique-

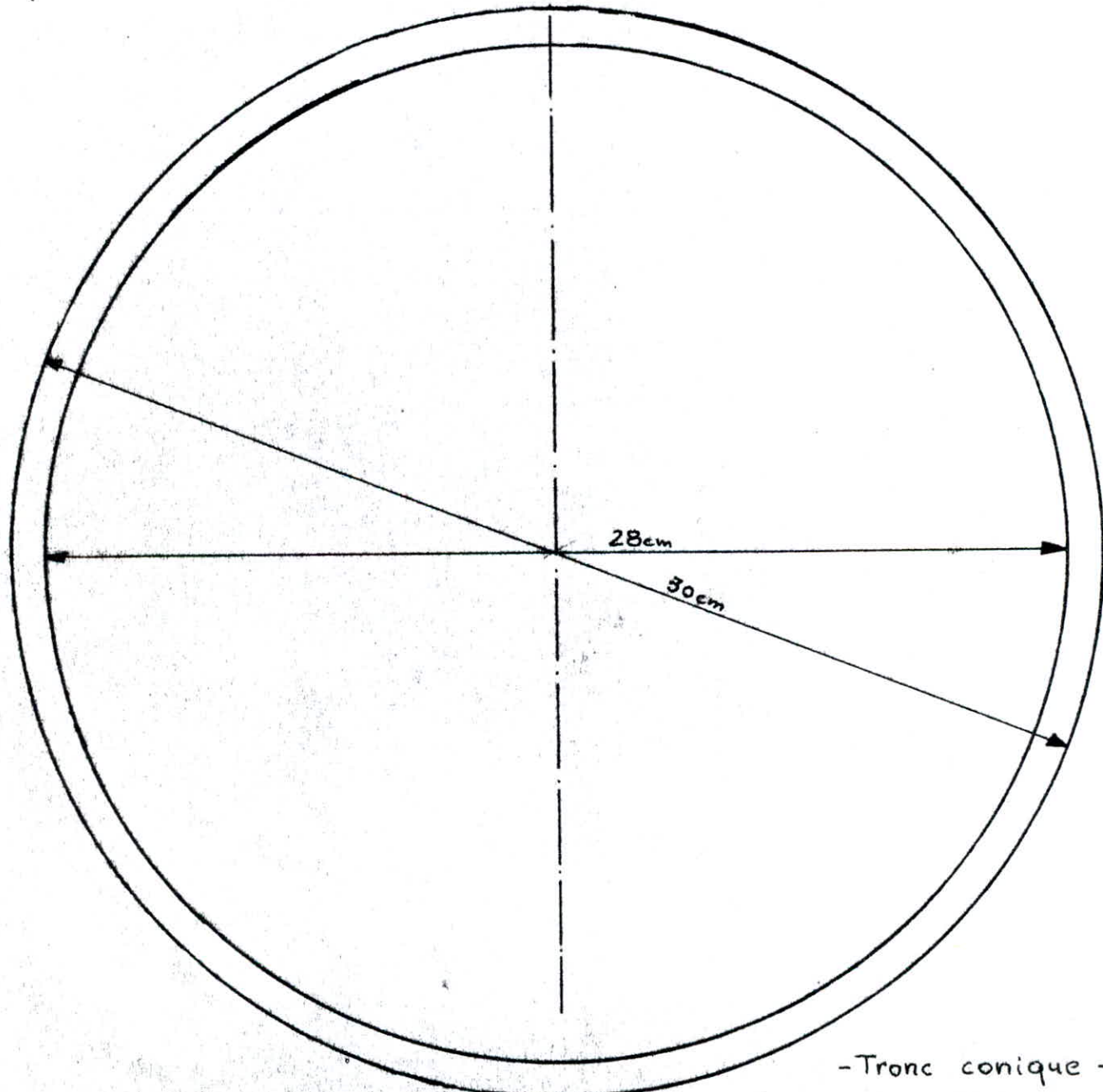
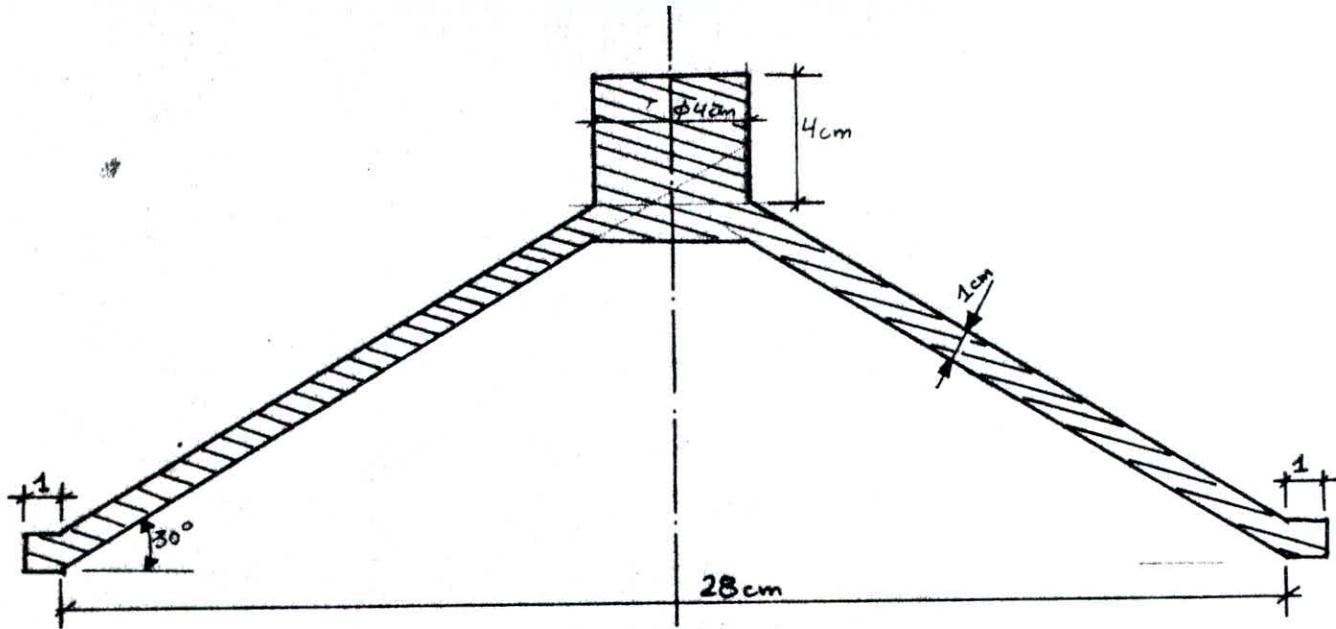
fig. II.2



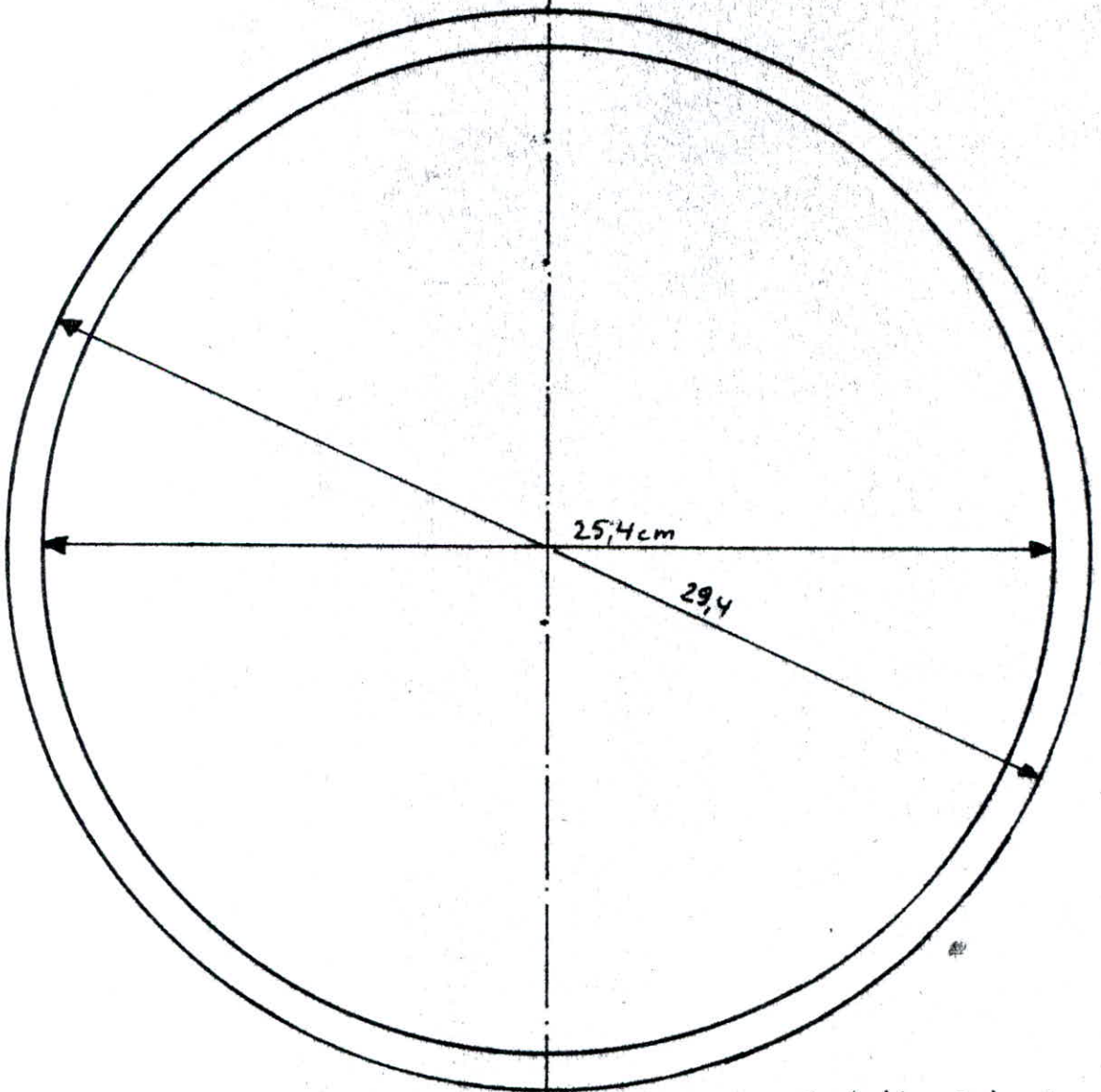
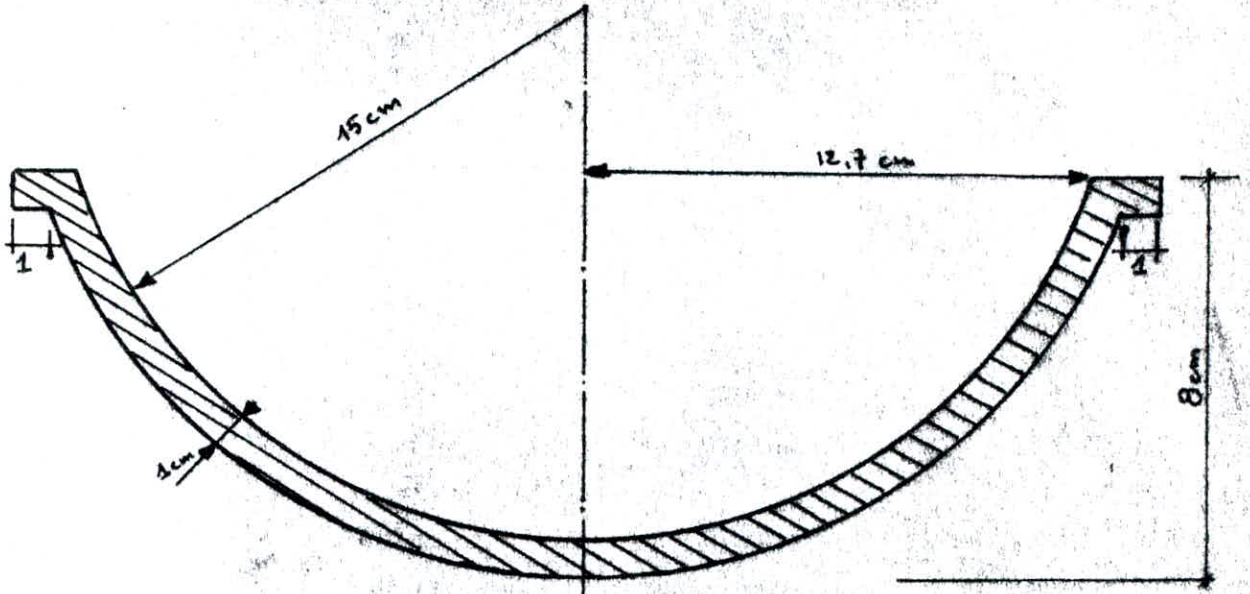
- Plaque circulaire épaisseur variable -



-Plaque circulaire epaisseur constante -



- Tronc conique -



- Calotte spherique -

CHAPITRE II

ESSAIS ET RESULTATS

2.1 But des essais.

Le but des essais est de déterminer quelles sont les charges capables des modèles de divers type de fondations: Plaques circulaires à épaisseurs constante et variable; tronc de cône et calotte sphérique, qui ont la même superficie en plan et utilisent la même quantité de matériau, et de prouver ainsi que les voiles minces présentent la meilleur solution en ce qui concerne les fondations.

2.2 Développement des essais.

- Le modèle est placé de façon que son axe coïncide avec celui du piston de la presse.

- Les plaques circulaires sont posées à même la surface du sable.

- Le tronc de cône, qui est rempli de sable, est aussi posé sur le sable de façon que son sommet soit en haut.

- La calotte sphérique (renversée) est enterrée de façon que la surface du sable coïncide avec le niveau supérieur de son bord. Pour transmettre la charge le long de la bordure, on y posera un disque.

- Pour éviter de grosses erreurs dans les résultats on a placé un anneau élastique entre le modèle et le piston de la presse. On prendra une moyenne entre la charge lue sur l'anneau (si elle est plus grande que 1000kg) et celle donnée par la presse. Finalement pour avoir une plus grande précision nous avons fait, en moyenne, trois essais par type de modèle. (Nous aurions pu faire un plus grand nombre d'essais mais le temps et les matériaux nous ont fait défaut).

2.3 Résultats et leur interprétation.

Les modèles sont chargés jusqu'à la rupture.

a- Plaque circulaire e = const.

Deux essais ont été faits sur deux modèles en plâtre et trois sur modèles en mortier armé (tableau N°II.1). On a constaté qu'il n'y a pas eu de poinçonnement pour ces plaques mais qu'elles ont cassé suivant les diamètres en quatre.

b- Plaque circulaire e = variable.

Pour ce modèle, ont été faits trois essais sur plaques en plâtre et deux sur plaques en mortier armé (tableau N°II.2).

Les mêmes constatations ont été faites que pour la plaque à épaisseur constante.

c- Tronc conique.

Pour ce type nous avons fait trois essais sur modèle en plâtre et seulement un sur modèle en mortier armé (tableau II.3)

Dans ce cas aussi il n'y a pas eu de poinçonnement et le cône casse suivant les génératrices. Ce qui prouve qu'il y a traction dans les éléments en anneau qui composent le tronc conique.

Nous avons constaté que le tronc conique qui possède une ceinture à la base résiste beaucoup plus que celui qui n'en possède pas. Ceci est dû au fait que les pressions du sol sur les parois, qui se traduisent par une traction, sont reprises par la ceinture.

d- Calotte sphérique.

Trois essais sur plâtre et deux en mortier armé comme nous pouvons le voir d'après le tableau II.4.

On a constaté que dans ce cas le modèle casse suivant les méridiens.

On remarque pour ce modèle que la charge est assez grande pour une fondation. Ceci est dû au fait que, lors des essais, nous avons placé, sur le pourtour de la calotte, un disque ayant un diamètre plus grand que celui de cette dernière (faute de moyens) pour transmettre la charge le long de la bordure. Sous l'effet de la charge la fondation s'enfonce jusqu'au moment où le disque vient en contact avec le sol qui reprend une partie de cette charge.

Mais il est certain que ce type de fondation résiste mieux que les autres, du fait que les pressions du sol se traduisent par une compression dans les parois.

On a constaté que, comme pour le tronc conique, les calottes ayant une ceinture à la base résistent plus que celles qui n'en ont pas.

La différence de charge qui peut exister pour des modèles de même type est dû à :

- Pourcentage d'eau dans le plâtre qui n'est pas le même pour tous les modèles.
- Temps de malaxage (un plâtre trop malaxé perd beaucoup de sa résistance)
- Temps de vibration différents.
- Ajustement des moules qui n'est pas le même pour tous les modèles, qui entraîne des épaisseurs différentes et discontinues.
- Cassures des bords et fissurations qu'on a pu provoquer lors de l'enlèvement des moules, malgré la couche de graisse qu'on étalait sur ces derniers.

On remarque que, pour un même type de fondations, la charge augmente avec le poids. Par exemple pour le tronc conique en plâtre on a :

Poids(kg)	1.440	1.840	2.070
charge(kg)	2290	5760	9130

Plaque circulaire $e = \text{const.} = 1,2 \text{ cm}$

Volume = $898,04 \text{ cm}^3$

Diamètre = 30 cm

MATERIAU	PLATRE			MORTIER ARME		
MODELE	I	II	III	I	II	III
POIDS (kg)	1,400	1,740		1,690	1,875	2,00
CHARGE PRESSE (kg)	77,6	77,6		3880	6984	3880
CHARGE ANNEAU (kg)	120	800		4100	8300	4500
CHARGE PRISE EN CONSIDERATION (kg)	77,6	77,6		3990	7642	4190

Tableau N° II.1

Plaque circulaire e = variable

Volume = 824,25 cm³

Diametre = 30 cm

MATERIAU	PLATRE			MORTIER ARME		
MODELE	I	II	III	I	II	III
POIDS (kg)	1,615	1,630	1,470	2,050	2,050	
CHARGE PRESSE (kg)	466	466	543	3880	3492	
CHARGE ANNEAU (kg)	170	200	200	4500	4300	
CHARGE PRISE EN CONSIDERATION (kg)	466	466	543	4190	3896	

Tableau N° II.2

Tronc conique $e = 1,3 \text{ cm}$

Volume = $907,64 \text{ cm}^3$

Diamètre de base = 30 cm

MATERIAU	PLATRE			MORTIER ARME		
MODELE	I	II	III	I	II	III
POIDS (kg)	1,840	2,070	1,440	2,00		
CHARGE PRESSE (kg)	5432	8536	1552	3880		
CHARGE ANNEAU (kg)	6056	9700	3000	4500		
CHARGE PRISE EN CONSIDERATION (kg)	5744	9118	2276	4190		

Tableau N° II.3

Calotte sphérique $e = 1,5 \text{ cm}$

Volume = $1672,9 \text{ cm}^3$

Diametre de base = 30 cm

MATERIAU	PLATRE			MORTIER ARME		
MODELE	I	II	III	I	II	III
POIDS (kg)	2,500	2,300	2,170	3,250	3,090	
CHARGE PRESSE (kg)	2328	1552	7760	17848	17072	
CHARGE ANNEAU (kg)	3400	2300	7500	18800	17000	
CHARGE PRISE EN CONSIDERATION (kg)	2864	1926	7630	18324	17036	

Tableau N° II.4

III CONCLUSION

1. Les différents types de fondations peuvent être classés d'après la grandeur des charges supportées, dans un ordre croissant, comme suit:

- Plaque circulaire à épaisseur constante.
- Plaque circulaire à épaisseur variable.
- Tronc conique.
- Calotte sphérique.

2. Les problèmes que posent la réalisation des moules (et des fondations à une échelle réelle) augmentent d'un type à l'autre suivant le même ordre.

3. Même si les résultats des essais peuvent être mis en cause de plusieurs points de vue, il est certain que les voiles minces se comportent mieux que les fondations habituelles (pour la même quantité de matériau utilisé).

4. Pour avoir des conclusions valables, des essais sur des modèles à une échelle plus grande (même à l'échelle naturelle) sont à conseiller.

5. L'étude des voiles minces utilisées comme fondations est certainement complexe. Mais les avantages que présentent ces fondations justifient l'effort de leur étude.

BIBLIOGRAPHIE.

- NICEA SCARE
Application des équations aux différences
finies au calcul des coques.
- A. PADUART.
Introduction au calcul et à l'exécution
des voiles minces en béton armé.
- André COIN.
Cours de voiles minces.
- Journal of the SOIL MECHANICS AND FOUNDATIONS
DIVISION, Proceeding of the American Society
of Civil Engineers.
- Application des structures en voiles minces d
dans les fondations.
Par E. BÖLCSKEI
- TIMOSHENKO-VOINOWSKI-KRIEGER
Théorie des plaques et coques.
- IL calcolo della cupola sferica rovescia su
appoggio elastico continuo.
Par Alfredo SOLLAZZO
Tecnica Italiana

