

UNIVERSITE D'ALGER  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

16/77

الدراسة لوظيفة التخرج  
DEPARTEMENT GENIE-CIVIL

الكتيب  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
BIBLIOTHEQUE

22x

# THESE DE FIN D'ETUDES

ENERGIE DE LA HOULE :

CONCEPTION ET REALISATION

DU CANAL ; ETUDES EXPERIMENTALES

proposée par  
**M. GESA DE LAPPRAY**  
maître de conférences

Etudiée par  
**M. SERRI MOURAD**

Promotion janvier 1977





√-) mes Parents, mes Frères  
et mes Soeurs et à tous  
mes Amis.

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية  
— المكتبة —  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
BIBLIOTHÈQUE

J'exprime mes remerciements les plus sincères  
à tous ceux qui m'ont aidé dans mon travail pour la réalisation  
de ce présent projet.

SERRI MOURAD

ALGER, LE 31 DECEMBRE 1976

**UNIVERSITE D'ALGER**  
**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
**DEPARTEMENT GENIE-CIVIL**

# **THESE DE FIN D'ETUDES**

**ENERGIE DE LA HOULE :**

**CONCEPTION ET REALISATION**

**DU CANAL ; ETUDES EXPERIMENTALES**

proposée par  
**M. GESA DE LAPPRAY**  
maître de conférences

Etudiée par  
**M. SERRI MOURAD**

**Promotion janvier 1977**

- I) Introduction
  
- II) Analyse Physique de la houle
  
- III) Caractéristique de la houle
  
- IV) Théorie de la houle
  - 1) Houle de Gerstner
  - 2) Houle de Stockes
    - a) Cas de profondeur finie
    - b) Cas de profondeur infinie
  
- V) Le " Canal à houle "
  
- VI) Description du " canal à houle "
  
- VII) Réalisation technologique du " canal à houle "
  
- VIII) ETUDE EXPERIMENTALE
  - 1) Calcul des caractéristiques de la houle

2) Etude de la variation de la longueur d'onde en fonction de la fréquence.

a) Etude expérimentale

b) Etude théorique

IX) Etude Statistique

Détermination de la courbe de regression.

## I) INTRODUCTION

L'énergie, à notre époque, est à l'origine de tous les problèmes qui se posent dans le monde. Il serait alors très souhaitable, d'augmenter les ressources énergétiques. Pendant longtemps, de nombreux chercheurs ont essayé de trouver une forme d'énergie quelconque dans la nature; une source d'énergie quelconque ne serait exploitable que dans la mesure où elle présenterait des facilités d'exploitations avec un rendement appréciable.

Les seiches, les marrées et la houle ont suscité l'attention de nombreux chercheurs.

Les seiches sont dues à la transformation des trains de vagues qui se produisent dans les mers fermées et dans les ports; elles sont aussi quelques fois produites par le vent; jusqu'à nos jours, on considère que les seiches sont inutilisables aux fins d'énergies, à cause de leur faible marnage (au maximum 50 cm) et de la période très irrégulière (1 mn à une demie-heure). Le mouvement constitué par la marrée a été l'objet de plusieurs observations et études, le mouvement de marrée présente une longue période de 12 h et demie (moitié de la journée lunaire); l'installation d'une usine marrémotrice pose plusieurs conditions : condition d'ordre océanographique : marnage très important; géographique: présence d'un vaste plan d'eau pour augmenter ou diminuer le niveau de l'eau; l'estuaire doit être alimenté par un faible débit. Enfin, les difficultés que soulèverait la construction d'un barrage (fondation importante, terrain meuble) pour la réalisation de l'usine montre le prix de revient très élevé de l'installation qui ne sera pratiquement pas amortie vu le faible rendement de l'usine.

La houle se présente alors comme unique source d'énergie exploitable.

La houle a le grand avantage qu'elle ne peut donner lieu à aucune forme de pollution; son exploitation sous forme d'énergie uti-

lisable augmenterait les ressources énergétiques d'une façon considérable: l'énergie de la houle représente 250 fois l'énergie produite par toute autre énergie. L'Algérie est particulièrement favorisée pour exploiter une telle énergie grâce à la position géographique qu'elle occupe : 1400 kms de côtés où viennent se briser de façon continue les vagues.

La houle se présente comme une agitation très irrégulière à la surface de la mer; la difficulté que l'on rencontre pour transformer directement l'énergie de la houle en force motrice utilisable tient son origine dans cette agitation très irrégulière; comme il s'était avéré qu'il était impossible de parer à cet inconvénient, on chercha alors à transformer l'énergie de la houle en énergie potentielle accumulable.

Nous allons dans une seconde étape, donner une analyse physique de la houle.

## II) Analyse physique de la houle.

L'agitation à la surface de la mer a pour cause essentielle le vent; quand celui-ci souffle avec une faible intensité, il se produit des ondulations très faibles assimilables à des rides; avec l'augmentation de l'intensité du vent, l'agitation à la surface de la mer augmente et les ondulations deviennent très nette (agitation à 3 dimensions). Quand le vent souffle continuellement, les ondulations à la surface de la mer progressent dans la direction d'action du vent; l'agitation devient alors un phénomène à deux dimensions : c'est ce qu'on appelle une houle cylindrique comme tout phénomène de propagation, la houle sera caractérisée par sa longueur d'onde, son amplitude, sa célérité et sa fréquence.

Il est cependant clair que la houle cylindrique se propage suivant des profondeurs qui sont variables par conséquent, sa longueur d'onde, son amplitude et sa direction sont susceptibles de modifications tout en gardant sa période constante; nous sommes alors en présence du phénomène de réfraction.

La diminution de la longueur d'onde de la houle a été observée dans le cas où la propagation s'effectue vers une côte dont les lignes de niveaux sont assimilables à des droites parallèles aux crêtes de la houle; par contre,

la propagation de la houle dans une baie provoque un épanouissement des crêtes; dans ce cas, l'amplitude diminue. Le phénomène que l'on appelle " clapotis " s'observe au moment où la propagation de la houle est arrêtée par une paroi verticale; la houle se réfléchit; l'amplitude augmente comme le double de l'amplitude de la houle incidente tandis que la période et la longueur d'onde restent constantes est égales à celles de la houle incidente. Le mouvement de la houle est un mouvement orbitale; les molécules liquides décrivent des trajectoires fermées; en profondeur, il s'effectue un transport de masse dans le sens inverse que celui de la propagation de la houle en surface.

Dans le cas où la houle se propagerait en profondeur finie, les orbites sont des ellipses, dont le grand axe diminue suivant une loi exponentielle en fonction de la distance à la surface libre; sur le fond, les orbites sont réduites à des segments de droite; on constate aisément la brutale libération d'énergie de la houle pendant le déferlement des lames le long des côtes.

### III) Caractéristique de la houle

Nous l'avons annoncé plus haut, la houle est un phénomène de propagation; ses caractéristiques sont l'amplitude, la longueur d'onde, la période, la célérité et la cambrure.

#### 1) L'amplitude

On la définit comme étant la hauteur existant entre le sommet des crêtes et le fond du creux; on l'appelle aussi "hauteur du creux".

#### 2) Longueur d'onde

Elle est notée "L" ; c'est la distance entre deux crêtes ou deux creux consécutifs.

#### 3) La période

C'est l'intervalle de temps qui s'écoule entre le passage de deux crêtes consécutives en un même point; elle est notée " T ".

#### 4) La célérité

C'est la vitesse moyenne de propagation de la houle, on la note " C ".

#### 5) La cambrure

C'est le rapport entre l'amplitude et la longueur d'onde; ces deux quantités étant de même dimension, la cambrure est sans dimension.

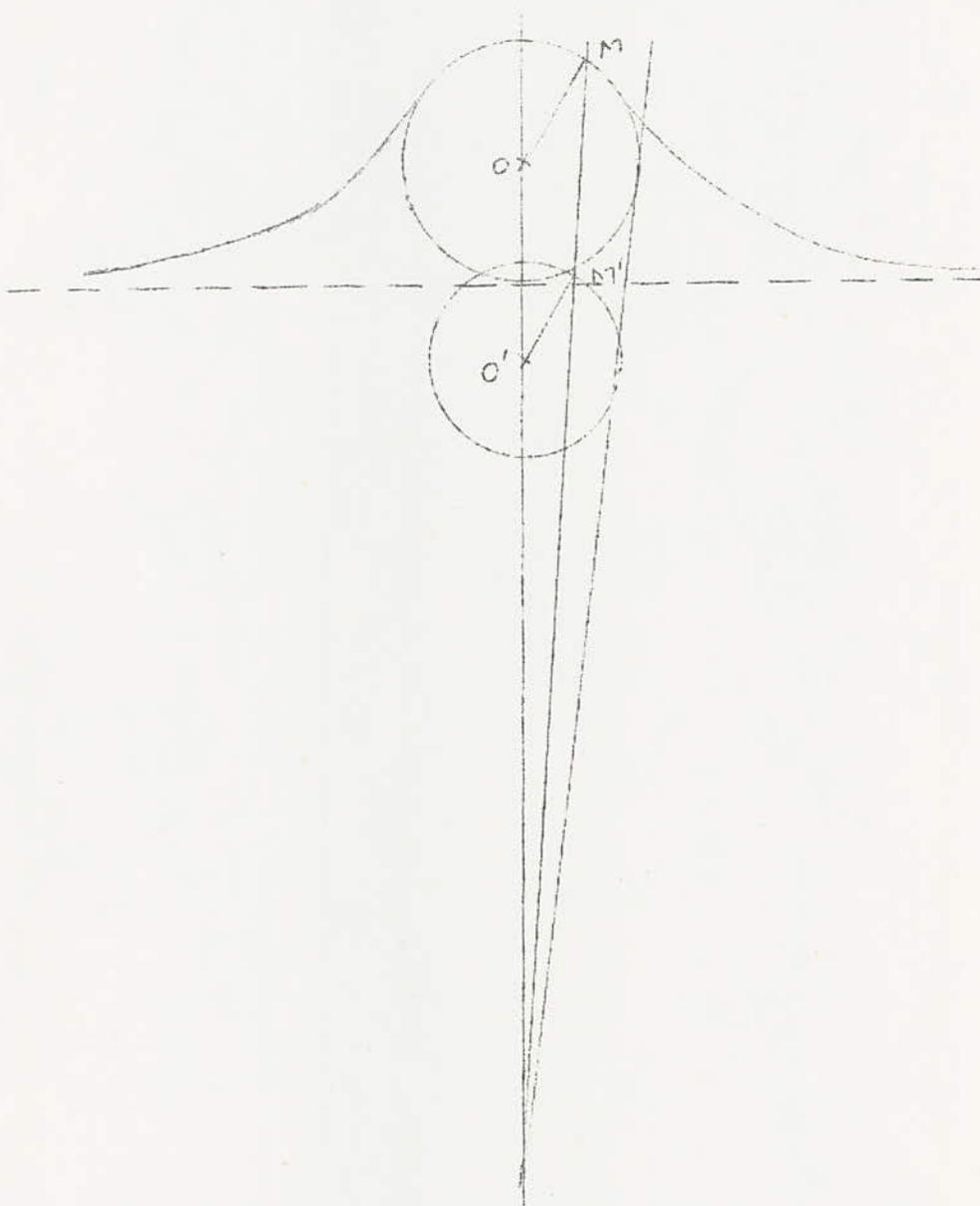
### IV) Théorie de la houle

Il existe deux théories distinctes de la houle qui ont été établies respectivement par Stockes et Gerstner.

#### 1) Houle de Gerstner

Le mouvement orbitaire des molécules liquides produit une houle; les molécules liquides décrivent un cercle suivant un mouvement uniforme autour d'un centre fixe.

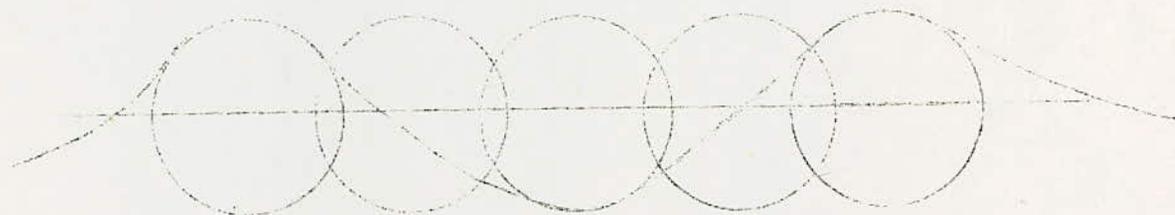
Toutes les molécules dont les centres d'oscillations se trouvent sur la même verticale occupent simultanément les mêmes positions angulaires sur leurs orbites.



Le mouvement de la houle est engendrée par un point mobile parcourant avec une vitesse angulaire constante une circonférence qui elle même se déplace suivant un mouvement de translation horizontale à vitesse constante.

... / ...

Les molécules dont le centre d'oscillation est sur une même horizontale décrivent à chaque instant une trochoïde.



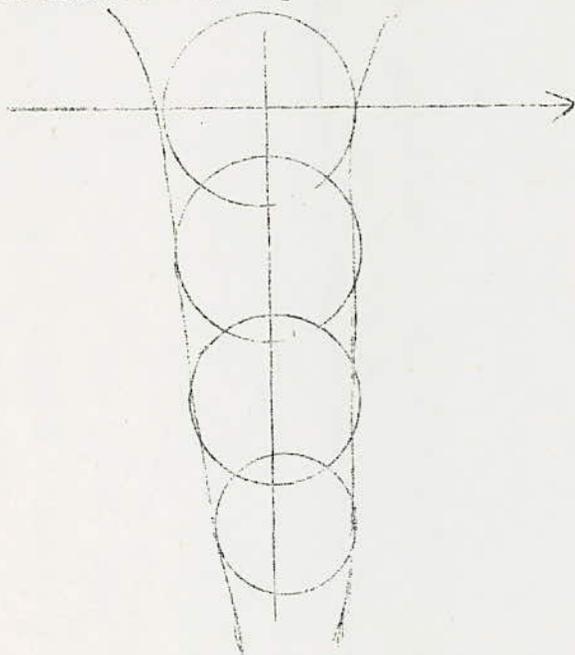
L'évolution d'une particule autour d'un point  $(x_0, y_0)$  à un instant  $t$  est donnée par :

$$\begin{aligned} x &= x_0 - R \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi\right) \\ y &= y_0 - R \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi\right) \end{aligned}$$

Gerstner a établi que le rayon  $R$  des orbites décroît en progression géométrique quand la profondeur décroît en raison arithmétique. En posant,  $Y$  est la profondeur, le rayon est donné par :

$$R = \frac{L}{2\pi} \exp\left(\frac{2\pi}{L} y\right)$$

Les orbites sont déphasées de :



$$\varphi = \frac{2\pi x_0}{L}$$

Le mouvement trochoïdale ainsi défini, constitue une solution de la houle à profondeur infinie, car il satisfait aux conditions d'invariance de masse et de constance de la pression à la surface libre.

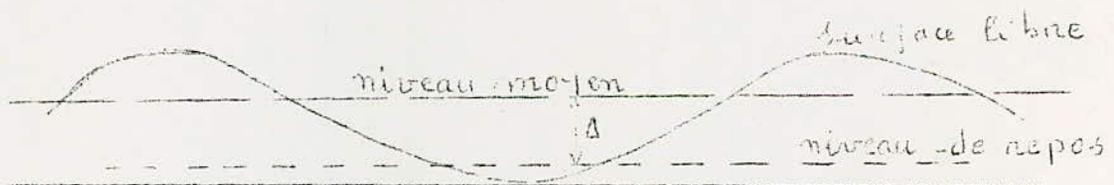
Pour cela, il est nécessaire que la période  $T$  et la longueur d'onde soient liées par la relation suivante :

$$L = c \cdot T \quad \Rightarrow \quad c = \frac{L}{T} = g \frac{T}{2\pi} \quad \text{donc :} \quad T = \sqrt{\frac{2\pi L}{g}} \quad \text{ou :}$$

$$c = \sqrt{g \frac{L}{2\pi}}$$

La surélévation du niveau moyen par rapport au niveau de repos a pour expression :

$$\Delta = \frac{\pi h^2}{4L}$$



La valeur de l'énergie par période est :

$$E = \frac{\rho g h^2 L}{8} \left( 1 + \frac{\pi^2 h^2}{2L^2} \right)$$

## 2) Houle de Stockes

### a) Cas de profondeur finie

Soit  $H$  cette profondeur que l'on a supposée constante.

Le mouvement est alors complètement défini par les équations suivantes:

$$X = X_0 - \frac{h}{2} \frac{\cosh \left[ \frac{2\pi(H-y_0)}{L} \right]}{\operatorname{sh} \left( \frac{2\pi H}{L} \right)} \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) \right]$$

$$Y = Y_0 - \frac{h}{2} \frac{\operatorname{sh} \left[ \frac{2\pi(H-y_0)}{L} \right]}{\operatorname{sh} \left( \frac{2\pi H}{L} \right)} \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) \right]$$

La condition d'invariance de la masse et de la constance de la pression à la surface libre se traduisent par les relations suivantes :

$$T^2 = \frac{2\pi L}{g} \operatorname{coth} h \left( \frac{2\pi H}{L} \right)$$

ou encore :

$$c^2 = \frac{gT^2}{2} \operatorname{th} h \left( \frac{2\pi H}{L} \right)$$

Le maximum de vitesse au fond est :

$$U_m = \frac{\pi}{T} \frac{h}{\operatorname{sh} \left( \frac{2\pi H}{L} \right)}$$

Il est établi que la vitesse est horizontale et parallèle au fond.  
Le niveau moyen est surélevé par rapport au niveau de repos de :

$$\Delta = \frac{\pi h^2}{4L} \coth \left( \frac{2\pi H}{L} \right)$$

L'énergie transmise pendant une période à travers un plan vertical a pour expression :

$$E_t = \frac{\bar{\omega} h^2 L}{16} \left( 1 + \frac{\frac{4\pi H}{L}}{\operatorname{sh} \left( \frac{4\pi H}{L} \right)} \right)$$

La transmission de cette énergie se réalise à une vitesse égale à la moitié de la vitesse de propagation des ondes en profondeur infinie; quand la profondeur diminue, la vitesse devient alors égale à la vitesse de propagation.

L'énergie cinétique des particules en mouvement, ainsi que leur énergie potentielle (par rapport au plan initial) constituent l'essentiel de l'énergie transmise par le plan vertical.

#### b) Cas de profondeur infinie

Stockes a proposé une solution qui est moins exacte que celle de Gerstner; car la surélévation du niveau moyen par rapport au niveau de repos est négligée.

#### V) Le " Canal à houle "

Il est clair que les solutions théoriques établies par Stockes et Gerstner ne nous renseignent en rien quand au moyen de transformer directement ou indirectement l'énergie de la houle en énergie utilisable sous forme de force motrice; il était alors indispensable de reproduire les mêmes conditions d'évolutions de la houle sur une petite échelle, c'est à dire au laboratoire.

On notera à ce sujet qu'en 1968 le département d'hydraulique a passé la commande pour la livraison d'un canal à houle; sur le prix élevé du canal; (100.000 DA en 1968 \$) on a du renoncé à l'achat d'un canal à houle. Ceci nous a poussé alors à concevoir et à réaliser le canal à houle qui nous permettra d'étudier à une échelle très réduite la houle: il fallait recréer au laboratoire les mêmes conditions d'évolutions de la houle. Nous sommes donc arrivés à la nécessité non seulement de concevoir le "canal à houle", mais encore de la confectionner nous-mêmes.

Le matériau utilisé pour la confection de ce canal à houle devait remplir plusieurs conditions; en premier lieu, une grande ouvrabilité pour nous permettre de façonner avec le moins de difficultés possibles le canal à houle; cette ouvrabilité du matériau doit aussi être complétée par une

résistance assez importante; la caractéristique enfin primordiale est la transparence du même matériau afin de nous permettre l'observation et l'évolution des divers phénomènes pendant les expérimentations au laboratoire. Finalement, notre choix s'est porté sur le plexiglace. On peut même affirmer que ce matériau possède en plus des caractéristiques ci-dessus énumérées, toutes les qualités nécessaires pour l'expérimentation de toute nature et l'étude des phénomènes dans un laboratoire d'hydraulique.

#### VI) Description du canal à houle

Le canal à houle est divisé en deux grandes parties : les plages de forme triangulaire et le canal proprement dit de forme rectangulaire. La longueur du canal est de 6 m, auquel viennent s'ajouter aux deux extrémités les plages qui sont la moitié d'un rectangle dont la longueur est de 2 m.

Le canal rectangulaire est constitué de 3 plaques de plexiglace qui forment le fond du canal; à ces 3 plaques sont visées et collées 6 autres plaques qui forment les joues (ou côtés) du canal, la hauteur du canal est donc égale à la longueur de la plaque qui est de 40 cm l'épaisseur de chaque plaque est de 1 cm.

Les plages s'appuient sur chaque extrémité du canal rectangulaire et sont reliées à celui-ci grâce à un procédé de collage très efficace dont nous donnerons plus loin l'explication.

Les joues triangulaires des plages ont été reliées au fond des plages par simple collage au chloroforme sur toute la longueur des plages et sur une bande de 1 cm environ.

Pour les besoins de l'expérimentation, nous avons prévu au fond du canal rectangulaire, à l'un de ces extrémités, un moyen de vidange pour le canal à houle (voir détail de vidange).

#### VII) Réalisation technologique du canal à houle

Il fallait d'abord découper toutes les plaques de plexiglace qui constitueraient l'ossature du canal à houle - (le fond, les joues, les plages); ce

que nous fîmes à l'atelier du bois de l'Ecole Nationale Polytechnique; une fois découpées, les plaques (au nombre de 15, au total) étaient passées à la dégauchisseuse, pour uniformiser les bords . Les plaques qui constitueraient le fond du canal à houle ont été chanfreinées pour faciliter l'assemblage, des plaques de fond entre elles; en effet, toutes les plaques de fond ont été chanfreinées aux deux extrémités (sauf celles des plages a un seul extrémité); l'assemblage des plaques entre elles a été réalisé grâce à un mélange d'un polymère et d'un monomère; ce mélange qui a une grande viscosité, se transforme en 20 Mn environ en plexiglace; une fois que toutes les plaques de fond sont mise en place, on fait couler le mélange le long de tous les chanfreins et en 20 Mn environ tout le fond est rigide.

Mais avant d'assembler les plaques de fond, il fallait trouver un moyen efficace et rapide de percer sur toute leur longueur et suivant les deux côtés, chaque plaque de fond; les trous seront réalisés de tel sorte qu'au moment de l'assemblage, les trous des joues coïncideraient exactement avec ceux des plaques de fond; nous avons alors réalisé un guide à l'aide d'une barre d'acier de forme parallépipédique que nous avons percé à l'atelier de mécanique de l'Ecole Nationale Polytechnique.

Les trous percés dans la barre d'acier sont espacés de 10 Cm chacun; la barre d'acier est vissée à une plaque de plexiglace rectangulaire qui servira de support pendant le perçage (voir figure); le perçage des joues et des plaques de fond était l'étape la plus délicate, nous avons ensuite taillé les trous des plaques de fond; à ce moment là, l'assemblage de toutes les pièces entre elles était possible puis succéda l'étape de collage (au chloroforme, injecté à l'aide d'une seringue) des joues aux plaques de fond. Pour coller les joues entre elles à l'aide du mélange cité plus haut, il fallait renverser le canal à houle sur les côtés et procéder au collage des joues entre elles; avant de renverser le canal, nous avons pris la précaution de coller (au chloroforme) des plaquettes de plexiglace de 4 cm de largeur sur les côtés extérieures des joues et aux endroits où on fera couler le mélange; cette précaution a été prise pour éviter tout risque de craquement vu la longueur importante du canal (10 m).

Nous avons réalisé, à l'aide de moyens matériels extrêmement réduit, la confection d'un canal à houle qui ne présente l'étape fondamentale et obligatoire pour l'étude et l'exploitation de l'énergie de la houle.

VII) Etudes expérimentales :

1) Calcul des caractéristiques de la houle.

Pour obtenir des valeurs de l'amplitude , longueur d'onde, célérité, fréquence de la houle, nous avons pour une profondeur donné de la houle, déterminé toute une série de valeurs qui correspondent à des fréquences différentes.

Les valeurs expérimentales obtenues sont reportés dans les tableaux suivants.

Profondeur :

$$H = 20 \text{ cm}$$

Fréquence (s <sup>-1</sup> )	Célérité (m/s)	Amplitude (m)	Temps de passage d'une crête en 1 point fixe (s)	Position du Rhéostat
1	1,176	0,03	0,967	178,8
	1,250	"	0,989	
	1,212	"	0,944	
	1,250	"	1,000	
	1,176	"	0,989	
	1,212	"	0,980	
	1,250	"	1,000	
	1,250	"	1,000	

Calcul des caractéristiques de la houle à partir des valeurs expérimentales du tableau.

La valeur moyenne de la célérité est égale à :

$$c = \frac{9,776}{8} = 1,222 \text{ m/s}$$

La valeur moyenne du temps de passage d'une crête un point fixe est :

$$t = \frac{7,874}{8} = 0,984 \text{ s}$$

La longueur d'onde est dans égale à :

$$L = 0,984 \times 1,222 = 1,203 \text{ m}$$

On a dans les caractéristiques suivants de la houle :

$$N = 1 \text{ s}^{-1}$$

$$L = 1,203 \text{ m}$$

$$c = 1,222 \text{ m/s}$$

$$h = 0,03 \text{ m}$$

Profondeur :

H = 20 cm

Fréquence (s <sup>-1</sup> )	Célérité (m/s)	Temps de passage d'une crête en 1 point fixe	Amplitude (m)	Position du Rhéostat
1,467	1,026	0,720	0,031	185
	1,084	0,680		
	1,084	0,675		
	1,276	0,680		
	1,111	0,690		
	1,084	0,699		
	1,081	0,700		
	1,078	0,700		
	1,084	0,700		
	1,081			

Calcul des caractéristiques à partir des valeurs expérimentales du tableau

La valeur moyenne de la célérité :

$$c = \frac{10,989}{10} = 1,099 \text{ m/s}$$

... / ...

Le temps de passage moyen d'une crête en point fixe :

$$t = \frac{6,244}{g} = 0,694 \text{ s}$$

La longueur est égale à :

$$L = 0,694 \times 1,099 = 0,762 \text{ m}$$

Les caractéristiques sont donc :

$$N = 1,467 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 1,099 \text{ m/s}$$

$$L = 0,762 \text{ m}$$

$$h = 0,031$$

Profondeur :

H = 20 cm

Fréquence ( s )	Célérité (m/s)	Amplitude (m)	Temps de passage d'une crête en 1 point fixe (s)	Position du Rhéostat
1,667	1,111	0,04	0,577	187,5
	1,053		0,580	(max.)
	1,000		0,570	
	1,026		0,560	
	1,026		0,580	
	1,026		0,590	
	1,000		0,577	
	1,026		0,580	
	1,026		0,580	
	1,026			

Calcul des caractéristiques de la houle à partir des valeurs expérimentales du tableau.

La valeur moyenne de la célérité est de :

$$C = \frac{10,320}{10} = 1,032 \text{ m/s}$$

... / ...

Le temps de passage moyen d'une crête en un point fixe :

$$t = \frac{5,194}{9} = 0,577 \text{ s}$$

D'où la longueur d'onde :

$$L = 0,577 \times 1,032 = 0,595 \text{ m}$$

Finalement on obtient les caractéristiques suivantes :

$$N = 1,667 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 1,032 \text{ m/s}$$

$$L = 0,595 \text{ m}$$

$$h = 0,04 \text{ m}$$

Pour une autre valeur de la profondeur on a obtenu les résultats suivants :

Profondeur :

$$H = 23 \text{ cm}$$

Fréquence ( ( s ) )	Célérité (m/s)	Amplitude -(m)	Temps de passage d'une crête en 1 point fixe (s)	Position du Rhéostat
1,20	1,111	0,062	0,85	182,5
	1,250	"	0,82	
	1,250	"	0,82	
	1,250	"	0,85	
	1,250	"	0,82	
		"	0,82	
		"	0,82	

A partir de ces valeurs expérimentales

On obtient les caractéristiques suivantes de la houle.

Valeur moyenne de la célérité :

$$c = \frac{6,111}{5} = 1,222 \text{ m/s}$$

... / ...

Le temps moyen de passage d'une crête en un point fixe est :

$$T = \frac{5,950}{\tau} = 0,8503$$

La longueur d'onde est donc égale à :

$$L = 0,850 \times 1,222 = 1,039 \text{ m}$$

Les caractéristiques de la houle sont les suivants :

$$N = 1,20 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 1,222 \text{ m/s}$$

$$L = 1,039 \text{ m}$$

$$h = 0,062 \text{ m}$$

Profondeur :

$$H = 23 \text{ cm}$$

Fréquence (s)	Célérité (m/s)	Amplitude (m)	Temps de passage d'une crête en un point fixe (s)	Position du Rhéostat
1,467	1,111	0,062	0,69	185
	1,111		0,64	
	1,111		0,68	
	1,143		0,72	
	1,176		0,68	
	1,143		0,68	
	1,143		0,69	
			0,72	
			0,69	

La valeur moyenne de la célérité est :

$$c = \frac{7,938}{7} = 1,134 \text{ m/s}$$

Le temps de passage moyen d'une crête en un point fixe est :

$$t = \frac{6,190}{10} = 0,619 \text{ s}$$

... / ...

La longueur d'onde est donc égale à :

$$L = 0,619 \times 1,134 = 0,702 \text{ m}$$

Les caractéristiques sont donc :

$$N = 1,467 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 1,134 \text{ m/s}$$

$$L = 0,702 \text{ m}$$

$$h = 0,062 \text{ m}$$

Profondeur :

H = 23 cm

Fréquence (s)	Célérité (m/s)	Amplitude ( m )	Temps de passage d'une crête en 1 point fixe (s)	Position du Rhéostat
1,667	1,026	0,06	0,63	187,3
	1,053	"	0,62	
	1,026	"	0,63	
	1,026	"	0,58	
	1,053	"	0,58	
	1,026	"	0,60	
	1,026	"	0,58	
	1,026	"	0,62	
		"	0,58	
		"	0,62	
		"	0,60	
		"	0,60	

La valeur moyenne de la célérité est :

$$c = \frac{8,262}{8} = 1,032 \text{ m/s}$$

... / ...

Temps de passage moyen d'une crête en un point

fixe :

$$t = \frac{7,240}{12} = 0,603 \text{ s}$$

D'où la longueur d'onde :

$$L = 0,603 \times 1,032 = 0,623 \text{ m}$$

Les caractéristiques sont donc :

$$N = 1,667 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 1,032 \text{ m/s}$$

$$L = 0,623 \text{ m}$$

$$h = 0,06 \text{ m}$$

En considérant une autre profondeur de houle, on a obtenu les valeurs expérimentales suivantes :

$$H = 27,3 \text{ cm}$$

Fréquence ( s <sup>-1</sup> )	Célérité ( m/s )	Amplitude ( m )	Temps de passage d'une crête en un point fixe ( s )	Position du Rhéostat
1,033	1,250	0,063	0,92	181,5
	1,290		0,96	
	1,333		0,98	
	1,333		0,94	
	1,333		0,98	
	1,290		0,94	
	1,333		0,96	
	1,333		0,94	
	1,333		0,94	
	1,333		0,94	

Les caractéristiques de la houle pour cette profondeur sont :

La valeur moyenne de la célérité :

$$C = \frac{11,828}{g} = 1,314 \text{ m/s}$$

Le temps de passage moyen d'une crête en un point fixe :

$$t = \frac{9,50}{10} = 0,950 \text{ s}$$

D'où la longueur d'onde :

$$L = 0,950 \times 1,314 = 1,248 \text{ m}$$

Pour cette fréquence (1,033 s) et la profondeur  $H = 27,3 \text{ cm}$  on a les caractéristiques suivants de la houle :

$$N = 1,033 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 1,314 \text{ m/s}$$

$$L = 1,248 \text{ m}$$

$$h = 0,063 \text{ m}$$

Profondeur :

$$H = 27,3 \text{ cm}$$

Fréquence ( s )	Célérité (m/s)	Amplitude (m)	Temps de passage d'une crête en un point fixe	Position du Rhéostat
1,467	1,250	0,088	0,72	185
	1,250	"	0,72	
	1,250	"	0,72	
	1,212	"	0,72	
	1,176	"	0,74	
	1,176	"	0,72	
	1,176	"	0,72	
	1,250	"	0,70	
	1,250	"	0,73	
	1,176	"	0,72	
		"	0,72	

La valeur moyenne de la célérité :

$$c = \frac{12,166}{10} = 1,217 \text{ m/s}$$

Le temps de passage moyen d'une crête en un point fixe :

$$t = \frac{7,930}{11} = 0,7209$$

... / ...

D'où la valeur de la longueur d'onde :

$$L = 1,217 \times 0,722 = 0,879 \text{ m}$$

Les caractéristiques sont donc :

$$N = 1,467 \text{ s}^{-1}$$

$$C = 1,217 \text{ m/s}$$

$$L = 0,879 \text{ m}$$

$$h = 0,088 \text{ m}$$

Profondeur :

$$H = 27,3 \text{ cm}$$

Fréquence (s <sup>-1</sup> )	Célérité (m/s)	Amplitude (m)	Temps de passage d'une crête en un point fixe (s)	Position du Rhéostat
1,667	1,111	0,10	0,60	177,4
	1,053		0,60	
	1,053		0,62	
	1,111		0,62	
	1,053		0,60	
	1,000		0,60	
	1,081		0,60	
	1,053		0,60	
	1,026			

Valeur moyenne de la célérité :

$$c = \frac{9,541}{9} = 1,060 \text{ m/s}$$

Valeur moyenne du temps de passage d'une crête en un temps fixe :

$$t = \frac{4,840}{8} = 0,605 \text{ s}$$

... / ...

La longueur d'onde est égale à :

$$L = 1,060 \times 0,605 = 0,641 \text{ m}$$

Les caractéristiques sont donc les suivants :

$$N = 1,667 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 1,060 \text{ m/s}$$

$$L = 0,641 \text{ m}$$

$$h = 0,10 \text{ m}$$

2) Etude de la variation de la longueur d'onde en fonction de la fréquence.

a) Etude expérimentale.

Fréquence (tr/mn)	Célérité (m/s)	N (s) <sup>-1</sup>	Temps de passage d'une crête en un point fixe (s)	Longueur d'onde (m)
100	1,053	1,667	0,59	0,621
96	1,053	1,600	0,60	0,632
90	1,143	1,500	0,66	0,754
84	1,212	1,400	0,70	0,848
76	1,379	1,267	0,88	1,213
70	1,429	1,167	0,96	1,371
68	1,311	1,133	0,99	1,298
64	1,379	1,067	0,93	1,283
58	1,333	0,967	1,00	1,333
52	1,538	0,866	1,18	1,815

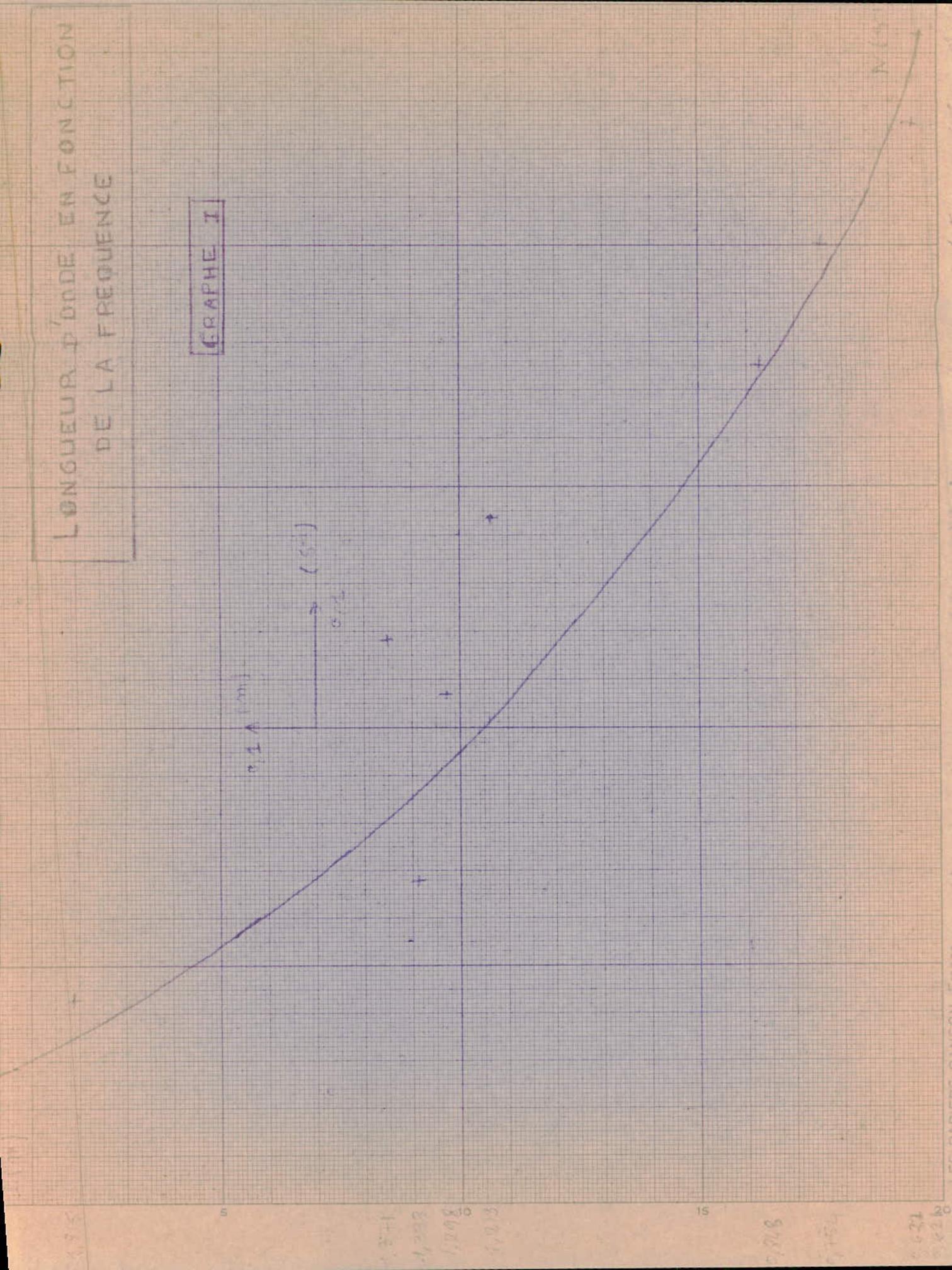
A partir de ces valeurs expérimentales, nous avons tracé la courbe expérimentale :

$$L = F(N)$$

(voir graphe I)

LONGUEUR D'ONDE EN FONCTION  
DE LA FREQUENCE

GRAPHE I



b) Etude théorique

A partir d'une valeur T donnée nous calculons la longueur d'onde par la méthode des approximations successives d'après la formule :

$$T^2 = \frac{2\pi L}{g} \operatorname{coth} \left( \frac{2\pi H}{L} \right)$$

$$H = 0,273 \text{ m}$$

$T$ (s)	$T^2$	$L$ (m)	$\frac{2\pi L}{g}$	$\frac{2\pi H}{L}$	$\operatorname{coth} \left( \frac{2\pi H}{L} \right)$	$T'^2$
0,62	0,384	0,16	0,103	1,072	5,282	0,542
		0,12	0,077	14,294	3,925	0,301
		0,125	0,080	13,722	4,095	0,328
		0,130	0,083	13,195	4,265	0,356
		0,133	0,085	12,897	4,367	0,372
		0,134	0,086	12,801	4,401	0,378
		<u>0,135</u>	0,087	12,706	4,435	0,384
0,90	0,81	0,17	0,109	10,090	5,620	0,513
		0,18	0,115	9,529	5,957	0,687
		0,19	0,122	9,028	6,294	0,767
		<u>0,195</u>	0,1250	8,796	6,462	0,810

(suite)

$T$ (s)	$T^2$	$L$ (m)	$\frac{2\pi L}{g}$	$\frac{2\pi h}{L}$	$\cosh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)$	$T/2$
1,414	2,00	0,30	0,192	5,118	9,987	1,921
		0,35	0,224	4,900	11,662	2,612
		0,33	0,212	5,198	10,992	2,326
		0,31	0,199	5,533	10,322	2,052
		0,305	0,196	5,624	10,155	1,985
		<u>0,306</u>	0,1961	5,606	10,189	1,999
		0,307	0,1967	5,587	10,222	2,012
1,50	2,250	0,32	0,205	5,360	10,66	2,187
		0,325	0,208	5,278	10,825	2,256
		0,323	0,207	5,311	10,758	2,228
		0,324	0,208	5,294	10,792	2,242
		<u>0,3245</u>	0,2081	5,286	10,808	2,249
1,70	2,89	0,40	0,256	4,289	13,336	3,42
		0,37	0,237	4,636	12,332	2,925
		0,36	0,231	4,765	11,997	2,769
		0,365	0,234	4,699	12,165	2,847
		0,366	0,235	4,687	12,198	2,862
		0,367	0,2353	4,674	12,232	2,878
		<u>0,368</u>	0,236	4,661	12,266	2,893

(Suite)

$T$ (s)	$T^2$	$L$ (m)	$\frac{2\pi L}{g}$	$\frac{2\pi H}{L}$	$\cosh\left(\frac{2\pi H}{L}\right)$	$T_{r2}$
1,9	3,610	0,40	0,256	4,288	13,336	3,420
		0,41	0,263	4,184	13,671	3,594
		0,42	0,269	4,084	14,005	3,771
		0,415	0,266	4,133	13,838	3,681
		0,413	0,265	4,153	13,771	3,646
		0,412	0,264	4,163	13,738	3,628
		<u>0,411</u>	0,2635	4,174	13,704	3,611
2,00	4,00	0,45	0,289	3,812	15,008	4,33
		0,44	0,282	3,898	14,674	4,140
		0,43	0,276	3,989	14,339	3,953
		0,435	0,279	3,943	14,507	4,046
		0,432	0,277	3,971	14,407	3,991
		<u>0,433</u>	0,2776	3,961	14,440	4,009
2,20	4,840	0,47	0,301	3,649	15,678	4,724
		0,475	0,305	3,611	15,845	4,825
		<u>0,476</u>	0,305	3,604	15,879	4,846

$T$ (s)	$T^2$	$L$ (m)	$\frac{2\pi L}{g}$	$\frac{2\pi H}{L}$	$\coth\left(\frac{2\pi H}{L}\right)$	$T'^2$
2,4	5,76	0,48	0,308	3,573	16,012	4,928
		0,49	0,314	3,501	16,347	5,136
		0,52	0,333	3,299	17,350	5,784
		0,51	0,326	3,363	17,016	5,564
		0,515	0,330	3,331	17,183	5,674
		0,518	0,332	3,311	17,283	5,740
		<u>0,519</u>	0,333	3,305	17,317	5,762

Nous avons pu ainsi tracer une courbe théorique

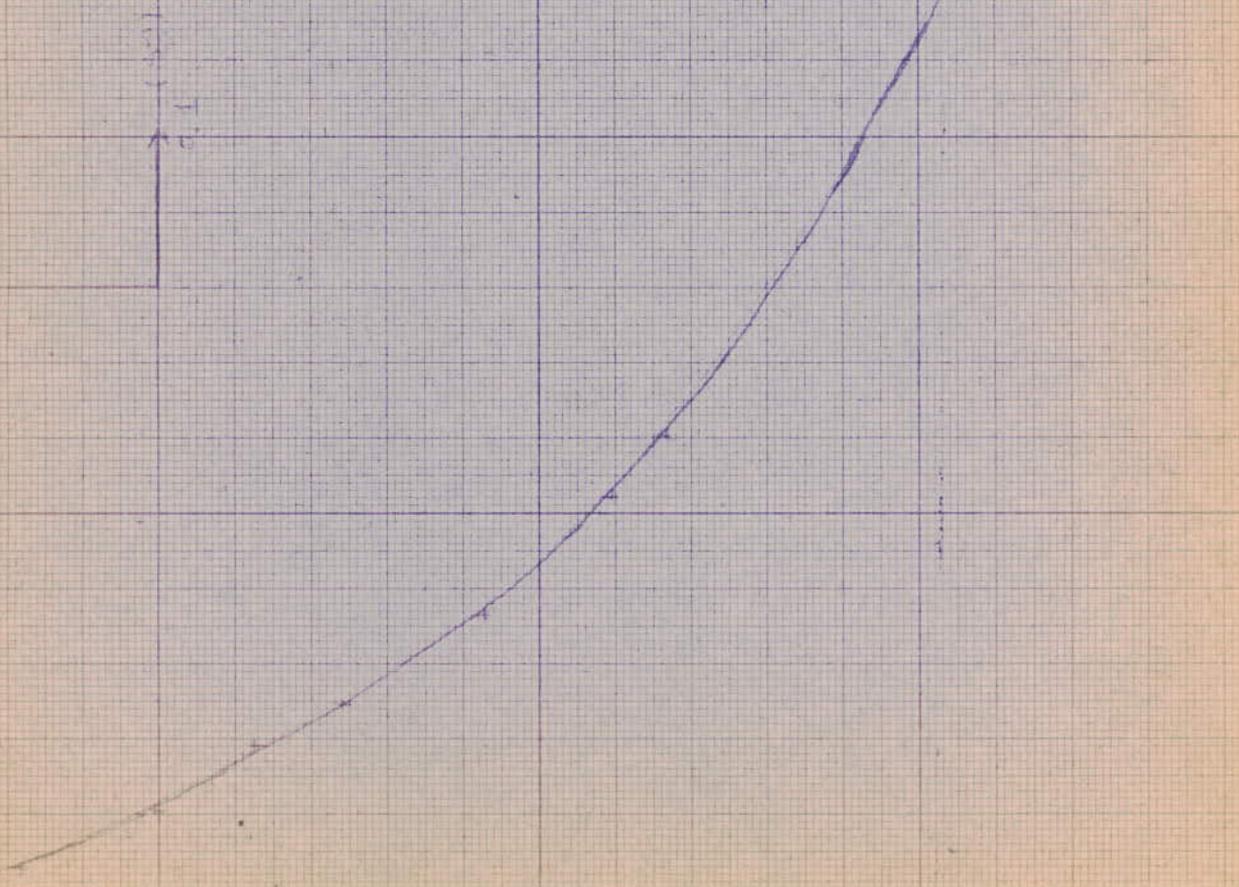
$$L = F(N)$$

(voir graphe II)

N ( s )	L ( m )
1,673	0,135
1,111	0,195
0,707	0,306
0,667	0,325
0,589	0,368
0,526	0,411
0,500	0,433
0,455	0,476
0,417	0,519

LONGUEUR D'ONDE EN  
FONCTION DE LA  
FREQUENCE

GRAPHE II



IX) Etude Statistique :

Nous pensons que cette étape est fondamentale dans la mesure où nos expériences (et par conséquent toute notre étude) se basent sur l'observation de phénomènes; pour interpréter au mieux ces phénomènes, et apprécier d'une façon adéquate les inévitables erreurs d'interprétations des observations, nous avons cherché à lier toutes les valeurs expérimentales.

La méthode des moindres carrés nous permet de déterminer une relation linéaire entre deux valeurs expérimentales.

La droite de regression se présente sous la forme :

1) Droite de regression - période - longueur d'onde

Les couples de valeurs expérimentales (L. T) sont regroupés dans le tableau suivant :

	!	
	!	
1,155	!	1,815
1,034	!	1,333
1,000	!	1,243
0,937	!	1,293
0,883	!	1,288
0,789	!	1,213
0,714	!	0,848
0,667	!	0,754
0,625	!	0,632

La courbe de regression se présente sous la forme :

$$L = aT^b$$

avec :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^g (\ln L_i) \cdot \sum_{i=1}^g (\ln T_i) - \frac{(\sum_{i=1}^g \ln T_i)(\sum_{i=1}^g \ln L_i)}{g}}{\sum_{i=1}^g (\ln T_i)^2 - \frac{(\sum_{i=1}^g \ln T_i)^2}{g}}$$

$$a = \exp \left[ \frac{\sum_{i=1}^g \ln L_i}{g} - b \frac{\sum_{i=1}^g \ln T_i}{g} \right]$$

Le coefficient de détermination est :

$$r^2 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^g (\ln T_i) (\ln L_i) - \frac{(\sum_{i=1}^g \ln T_i)(\sum_{i=1}^g \ln L_i)}{g} \right]}{\left[ \sum_{i=1}^g (\ln T_i)^2 - \frac{(\sum_{i=1}^g \ln T_i)^2}{g} \right] \left[ \sum_{i=1}^g (\ln L_i)^2 - \frac{(\sum_{i=1}^g \ln L_i)^2}{g} \right]}$$

Pour déterminer les constantes a et b, et le coefficient de détermination nous avons appliqué la méthode des moindres carrés à l'ordinateur de poche H P 25.

Le programme d'application pour l'ordinateur H P 25 est le suivant :

01	f LN	10	RCL 5
02	↑	11	R CL 7
03	g x <sup>2</sup>	12	RCL 4
04	STO + 2	13	X
05	R ↓	14	RCL 3
06	X ↔ Y	15	·
07	FLN	16	-
08	Σ +	17	RCL 6
09	GTO 00	18	RCL 7

19	$g X^2$		42	$g X^2$
20	RCL 3		43	RCL 3
21	$\div$		44	$\div$
22	-		45	-
23	$\div$		46	$\div$
24	STO 1		47	GTO 00
25	RCL 7			
26	X			
27	CHS			
28	RCL 4			
29	+			
30	RCL 3			
31	$\div$			
32	$g e^x$			
33	STO 0			
34	R/S			
35	RCL 1			
36	R/S			
37	X Y			
38	R ↓			
39	X			
40	RCL 2			
41	RCL 4			

L'exécution de ce programme nous donne :

f	PGRM	f	REG	
1,155	ENTER	1,815		R/S
1,034	ENTER	1,333		R/S
0,937	ENTER	1,293		R/S
0,883	ENTER	1,288		R/S
0,789	ENTER	1,213		R/S
0,714	ENTER	0,848		R/S
0,681	ENTER	0,837		R/S

0,600 ENTER 0,621 R/S

0,625 ENTER 0,632 R/S

RESULTATS :

G T O 10 R/S  $\Rightarrow$   $a = 1,451$

R / S  $\Rightarrow$   $b = 1,559$

R / S  $\Rightarrow$   $n^L = 0,931$

D'où la fonction de longueur d'onde :

$$L = 1,451 \cdot T^{1,559}$$

Vérification de notre ajustement :

L =	1,451	(1,155)	<sup>1,559</sup>	=	1,816 m
L =	1,451	(1,034)	<sup>1,559</sup>	=	1,529 m
L =	1,451	(0,937)	<sup>1,559</sup>	=	1,311 m
L =	1,451	(0,883)	<sup>1,559</sup>	=	1,195 m
L =	1,451	(0,789)	<sup>1,559</sup>	=	1,003 m
L =	1,451	(0,714)	<sup>1,559</sup>	=	0,858 m
L =	1,451	(0,681)	<sup>1,559</sup>	=	0,797 m
L =	1,451	(0,600)	<sup>1,559</sup>	=	0,654 m

Considérant le tableau de valeurs expérimentales calculées plus haut à l'aide de la formule de Stockes :

T (s)	L (m)
0,62	0,0135
0,90	0,195
1,414	0,306
1,500	0,325
1,700	0,368
1,900	0,411
2,000	0,433
2,20	0,476
2,4	0,519

L'application de la méthode des moindres carrés par le H.P 25 nous donne :

$$a = 0,217$$

$$b = 0,996$$

$$r^2 = 0,9999$$

D'où la fonction de longueur d'onde.

Vérification :

$$L = 0,217 T^{0,996}$$

$$L = 0,217 (0,62)^{0,996} = 0,135$$

$$L = 0,217 (0,9)^{0,996} = 0,195$$

$$L = 0,217 (1,414)^{0,996} = 0,306$$

$$L = 0,217 (1,500)^{0,996} = 0,324$$

$$L = 0,217 (1,700)^{0,996} = 0,368$$

$$L = 0,217 (1,900)^{0,996} = 0,411$$

$$L = 0,217 (2,000)^{0,996} = 0,433$$

$$L = 0,217 (2,2)^{0,996} = 0,476$$

$$L = 0,217 (2,4)^{0,996} = 0,519$$

L'ajustement est très acceptable puisque en application de cette formule nous retrouvons exactement les mêmes valeurs que celle calculées avec la formule de Stockes.

Ceci confirme, d'une autre manière, que la différence qui existe entre les valeurs expérimentales et celles calculées d'après la formule de puissance obtenue, est imputée à l'effet de paroi.

Nous constatons que notre ajustement présente des incompatibilités pour quelques valeurs expérimentales. Nous imputons ceci à l'effet de parois. Par ailleurs, nous avons essayé l'ajustement d'une fonction logarithmique et d'une fonction exponentielle; la vérification des valeurs expérimentales pour ces deux fonctions nous a montré que seul la fonction puissance peut être retenue comme courbe de regression.

## 2) Courbe de regression : période - célérité

Nous avons obtenu les couples de valeurs expérimentales suivants :  
(voir tableau page suivante).

Tableau de valeurs expérimentales

$T$ (s)	$C$ (m)
1,155	1,538
1,034	1,333
0,937	1,329
0,883	1,311
0,789	1,279
0,714	1,212
0,681	1,217
0,625	1,053
0,600	1,050

En application de même programme pour H.P. 25 écrit plus haut, nous avons calculé les constantes a et b et le coefficient de détermination ; l'ajustement d'une fonction puissance pour les comptes de valeurs expérimentales nous donne :

$$\boxed{a = 1,392} \quad \text{et} \quad \boxed{b = 0,493}$$

$$\boxed{r^2 = 0,886}$$

donc la fonction de célérité s'écrit sous la forme :

$$\boxed{C = 1,392 T^{0,493}}$$

vérification :

$$\begin{aligned} c &= 1,393 (1,155)^{0,493} = 1,496 \\ c &= 1,393 (1,034)^{0,493} = 1,416 \\ c &= 1,393 (0,937)^{0,493} = 1,329 \\ c &= 1,393 (0,883)^{0,443} = 1,310 \\ c &= 1,393 (0,789)^{0,493} = 1,239 \\ c &= 1,393 (0,681)^{0,493} = 1,179 \\ c &= 1,393 (0,621)^{0,493} = 1,152 \\ c &= 1,393 (0,621)^{0,493} = 1,104 \\ c &= 1,393 (0,6)^{0,493} = 1,082 \end{aligned}$$

Pour les mêmes raisons que nous avons citées plus haut, l'ajustement des valeurs expérimentales par la fonction puissance peut-être retenu.

