

2/87  
24  
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE

FILIERE D'INGENIEUR D'ETAT EN ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**Distribution  
du Champ Magnétique  
dans une Machine Asynchrone  
à Rotor Massif Rainuré**

Proposé par :

M. EL. ZAIM

Etudié par :

BARBARA ZOUBIR

LADJAL MADANI

Dirigé par :

M. EL. ZAIM

PROMOTION : JANVIER 1987



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

الجمهورية الوطنية المتعددة الجنسيات  
BIBLIOTHÈQUE المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique  
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE

FILIERE D'INGENIEUR D'ETAT EN ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**Distribution  
du Champ Magnétique  
dans une Machine Asynchrone  
à Rotor Massif Rainure**

Proposé par :

M. EL. ZAIM

Etudié par :

BARBARA ZOUBIR  
LADJAL MADANI

Dirigé par :

M. EL. ZAIM

PROMOTION : JANVIER 1987

## DEDICACES

- Je dédie ce modeste travail à mes parents en signe de reconnaissance pour tout sacrifices consentis à mon égard et leur soutien moral et matériel et leurs encouragements durant mes études.
- A mes frères et mes soeurs, et à toute ma famille.
- A ma chère tante " SADJIA ".
- A tous mes amis.
- A tous les musulmans.

LADJAL MADANI.

- Je dédie ce modeste travail à mes chers parents.
- A mes frères et ma soeur.
- A toute ma famille.
- A tous ceux qui me sont chers.
- A tous mes amis.

BARBARA ZOUBIR.

# REMERCIEMENTS

- Au terme de ce travail , nous tenons à remercier vivement notre promoteur monsieur M.El hadi.Zaim, pour ses conseils précieux et sa bienveillante attention avec lesquels il nous a aidé dans l'élaboration de ce projet.
  - Nous exprimons notre profonde reconnaissance à Mmes Djemaa et Nâmane qui nous ont aidé à travers des discussions fructueuses et inestimables le long de notre travail.
  - Nous n'oublions pas de remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste travail .
  - Nos remerciements vont également à monsieur le président du jury Mr Kourgli , ainsi qu'aux membres de jury :
- |     |            |
|-----|------------|
| Mme | Djemaa     |
| Mme | Naamane    |
| Mr  | M. E. Zaim |

# S O M M A I R E

## INTRODUCTION

### C H A P I T R E . I

Introduction . . . . .	1.
Bancs d'essais . . . . .	1.
Résultats . . . . .	4.
Comparaison . . . . .	6.

### C H A P I T R E . II

Banc d'essais . . . . .	8.
Essais expérimentaux . . . . .	11.
Résultats et discussions . . . . .	13.

### C H A P I T R E . III

Modèle d'étude . . . . .	18.
Méthode . . . . .	19.
Equation à résoudre . . . . .	27.
Calcul des caractéristiques du moteur . . . . .	28.
Conclusion . . . . .	30.
BIBLIOGRAPHIE . . . . .	31.

# NOTATIONS

A	: Potentiel vecteur	(Wb/m) ( $\frac{T}{m}$ )
B	: Induction magnétique	(T)
H	: Champ magnétique	(A/m)
J <sub>s</sub>	: Densité superficielle de courant	(A/m)
R <sub>s</sub>	: Résistance d'une phase statorique	( $\Omega$ )
X <sub>f</sub>	: Réactance de fuite d'une phase statorique	( $\Omega$ )
L	: Longueur du rotor	(m)
h	: Hauteur de la rainure	(m)
ε	: Largeur de la rainure	(m)
e	: Epaisseur d'entrefer	(m)
D <sub>r</sub>	: Diamètre du rotor	(m)
τ <sub>p</sub>	: Double pas polaire (π · D <sub>r</sub> /P)	(m)
τ <sub>d</sub>	: Pas dentaire (π · D <sub>r</sub> /Netot)	(m)
σ	: Conductivité de l'acier rotorique	( $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ )
μ <sub>r</sub>	: Perméabilité relative de l'acier rotorique	
μ	: Perméabilité absolue de l'acier rotorique	(H/m)
μ <sub>0</sub>	: Perméabilité du vide	(H/m)
P	: Nombre de paires de pôles	
Δ	: Opérateur Laplacien	
*	: L'asterique indique la fonction conjuguée.	
V	: Représentation complexe de la tension simple.	(V)
Φ	: Flux magnétique	(Wb)
T	: Couple moteur	(N.m)
W	: Pulsation de l'alimentation.	(rad/s)
t	: Temps	(s)

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# INTRODUCTION

Les rotors massifs paraissent adaptés dans les utilisations nécessitant des grandes vitesses de rotation (8000 à 20000 tr/mn) et dans des conditions mécaniques ou thermiques dures.

La machine à rotor massif lisse possède un bon couple de démarrage/4/ mais ses caractéristiques électriques se dégradent considérablement aux faibles glissements. Des rainures axiales sur la surface rotorique améliorent le fonctionnement de la machine. Ces rainures favorisent la pénétration du flux magnétique et la circulation des courants induits dans le rotor.

Notre travail concerne la détermination de la distribution du champ magnétique dans un rotor massif rainuré, afin d'adopter un modèle représentant la machine.

Sur la base de deux études expérimentales/1/, et /2/, présentées au chapitre 1, nous décrivons dans le second chapitre notre maquette d'essais ainsi que les essais effectués à flux constant et à différentes fréquences sur une machine de 4,4 kW. Les résultats obtenus, sont ensuite interprétés et comparés avec ceux obtenus par les deux études /1/ et /2/.

Dans le dernier chapitre, nous présentons une méthode de calcul, qui détermine les performances de la machine asynchrone à rotor massif rainuré à partir de la connaissance du potentiel vecteur dans une dent.

# CHAPITRE.1

DISTRIBUTION DU FLUX MAGNETIQUE DANS UN ROTOR  
MASSIF RAINURE

### INTRODUCTION:

Nous présentons dans ce chapitre deux études expérimentales concernant les machines asynchrones à rotor massif rainuré. Les essais présentés dans le premier travail/1/, permettent de montrer l'influence du nombre et des dimensions des rainures sur les performances de la machine. L'introduction de conducteurs en cuivre dans les rainures, et d'anneaux de court-circuit aux extrémités est ensuite examinée. La deuxième étude/2/ concerne la mesure de la distribution du flux dans les différentes régions du rotor ( rainure, dent et fer resté massif ). Ces essais sont effectués sur deux rotors différents avec et sans anneaux de court-circuit aux extrémités.

### BANCS D'ESSAIS:

Les essais présentés dans le premier travail/1/ concernent un même stator d'une machine asynchrone triphasée hexapolaire et les huit rotors de même diamètre ( 139,5 mm ), présentés ci-dessous.

nombre et dimensions des rainures \ rotor	1	2	3	4	5	6	7	8
Hauteur ( mm )	6,3	12,7	19	31,8	6,3	6,3	6,3	6,3
Largeur ( mm )	1,2	1,2	1,2	1,6	1,6	3,2	6,3	1,2
Nombre	47	47	47	47	47	47	47	23

Le stator de 139,7 mm de diamètre intérieur et de 114,3 mm de longueur active, porte les indications suivantes : 50 Hz, 1000 tr/mn, 5-Ampères et 420 Volts (couplage triangle).

Tous les rotors utilisés sont soumis aux essais à vide et en charge qui permettent de déterminer l'impédance du rotor, le facteur de puissance et le couple moteur à chaque glissement.

La mesure de la pénétration du flux magnétique dans chaque rotor a été effectuée à l'arrêt pour des fréquences allant de zéro à 50 Hertz et avec un courant de ligne supérieur à 5 ampères. Le flux est mesuré par plusieurs bobines occupant un pas polaire et collées à des profondeurs différentes comme montré ci-dessous

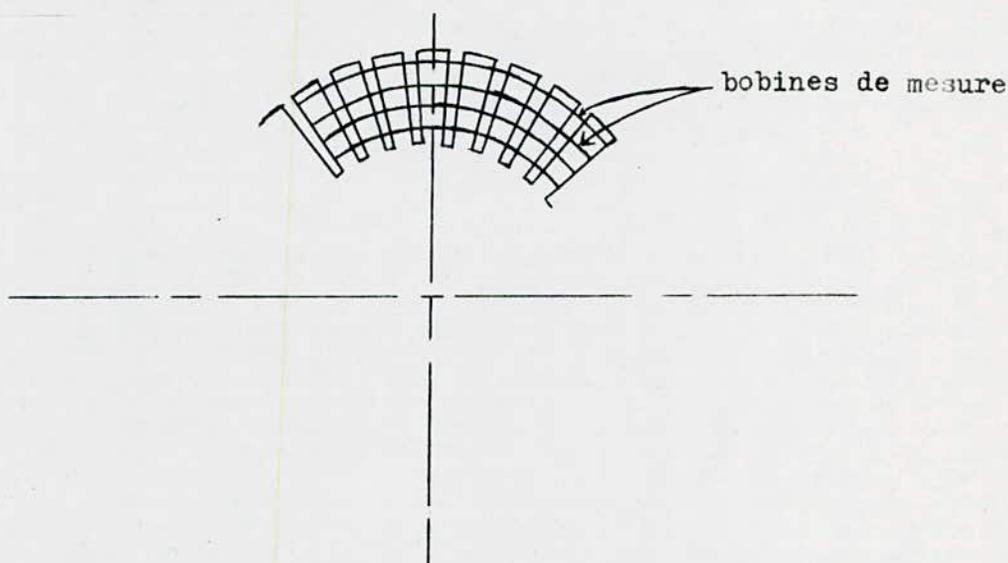


fig. 1 Disposition des bobines pour la mesure du flux sur un pas polaire à différentes profondeurs.

Les essais réalisés dans le second travail/2/, concernent deux machines différentes.

La première machine possède un rotor de 15,8 cm de diamètre et 8,2 cm de longueur. Ce rotor comporte 30 rainures identiques ayant 2 cm de hauteur et 1,6 mm de largeur. Son stator est celui d'une machine triphasée hexapolaire de 1 CV.

La deuxième machine possède un rotor de 24 rainures ayant 1 cm de profondeur et 1,2 mm de largeur. Il a 9,8 cm de longueur et 13,9 cm de

diamètre et il est associé au stator d'une machine triphasée quadri-  
polaire de 3 cv .Les rotors ont été percés à différentes profondeurs  
et longueurs par des trous de 1,6 mm de diamètre.

Pour des fréquences allant de 5 à 50 Hz, on mesure à l'arrêt le flux  
suivant les trois directions (peripherique, radiale et axiale) par  
des bobines passant à travers ces trous. La figure ci-dessous montre  
un arrangement typique de certaines bobines de mesure.

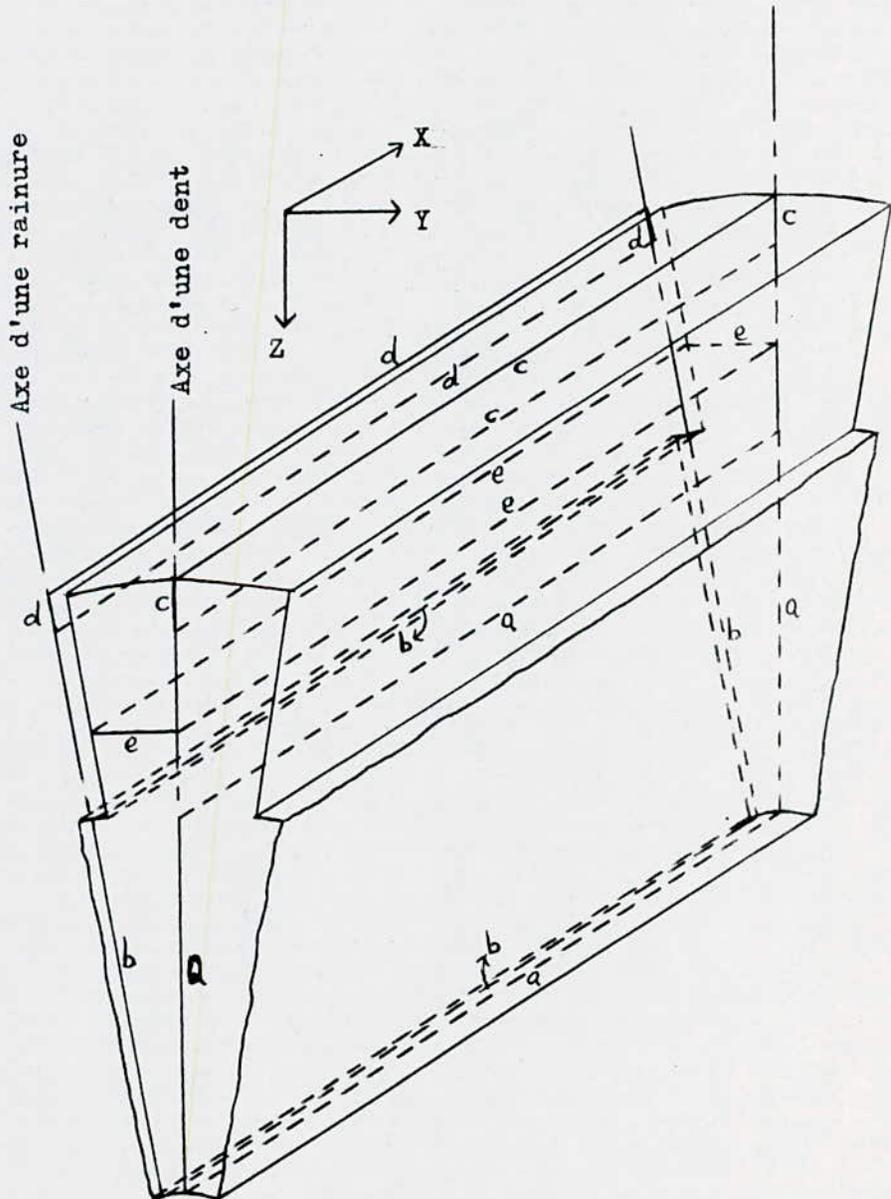


fig. 2 Exemple d'arrangement des bobines de mesures.

DANS cette figure ;

- La bobine (a) mesure le flux peripherique  $\phi_{pt}$  au dessous chaque couche et passant à travers le plans de l'axe de la dent.
- La bobine (b) mesure le flux peripherique  $\phi_{ps}$  au dessous chaque couche et passant à travers le plan de l'axe de la rainure.
- La bobine (c) mesure le flux peripherique  $\phi_e$  au dessus chaque couche et passant à travers le plan de l'axe de la dent.
- La bobine (d) mesure le flux peripherique  $\phi_l$  au dessus chaque couche et passant par le plan de l'axe de la rainure.
- La bobine (e) mesure le flux radial  $\phi_r$  à chaque couche et passant à travers la moitié de la dent.
- La mesure du flux radial  $\phi_{zt}$  à chaque couche enveloppant un pas polaire, est faite par une bobine passant à travers les axes
- de deux dents.
- Le flux radial  $\phi_{zs}$  sur un pas polaire est mesuré par une bobine passant à travers les axes de deux rainures.

#### RESULTATS :

Dans le premier travail/I/ on observe que;

- Le flux total à chaque profondeur présente une atténuation et un déphasage par rapport à celui mesuré près de la surface du rotor. Cette atténuation et ce déphasage augmentent avec la fréquence.
- L'introduction de conducteurs en cuivre dans les rainures, ou la présence d'anneaux de court-circuit ( ou les deux à la fois ) accentue l'atténuation et le déphasage du flux.
- Les essais en charge montrent que le flux dans le rotor se divise en un flux utile passant à travers la partie restée massive et un flux de fuite se perdant dans la partie rainurée.
- A glissement donné, le rapport du flux de fuite au flux total augmente avec la profondeur de la rainure et à profondeur de rainure donnée, ce même rapport croit avec le glissement.
- Aux faibles glissements, il y a une réduction de l'impédance du rotor et une amélioration du facteur de puissance par rapport à

ceux du rotor massif lisse.

- L'utilisation du cuivre dans le rotor ( soit comme conducteurs dans les rainures, soit comme anneaux de court-circuit aux extrémités du rotor, soit les deux à la fois ) entraîne une réduction de l'impédance du rotor et une amélioration du facteur de puissance.
- Pour tous les glissements , le rotor à 23 rainures possède un plus faible facteur de puissance et une plus grande impédance que ceux du rotor à 47 rainures (pour ces deux rotors, les rainures sont identiques ). Ainsi sa performance est située entre celle du rotor lisse et celle du rotor à 47 rainures.

DANS LE DEUXIEME TRAVAIL /2/ , on montre que la présence d'anneaux de court-circuit aux extrémités du rotor canalise les lignes de courant et il est acceptable d'admettre que seule sa composante axiale existe. En absence d'anneaux de court-circuit les flux , peripherique et radial , prennent des valeurs élevées dans une zone étroite près des extrémités du rotor ; et l'hypothèse d'une seule composante de courant n'est plus correcte.

Pour les machines munies d'anneaux de court-circuit ;

- Le flux  $\phi_{pt}$  mesuré, décroît rapidement avec la profondeur et devient négligeable au niveau correspondant au fond de la rainure, tandis que le flux  $\phi_e$  croît rapidement et devient sensiblement constant.
- Le flux peripherique  $\phi_{ps}$  mesuré sur l'axe de la rainure est canalisé en grande partie dans le fer resté massif. L'atténuation de ce flux avec la profondeur en dessous de la rainure est beaucoup plus faible que celle du flux  $\phi_{pt}$  en dessous de la dent , et sa dépendance en fréquence est aussi beaucoup moindre que celle de  $\phi_{pt}$ .
- Le flux radial  $\phi_r$  , croît rapidement avec la profondeur et tend vers une valeur constante environ égale au flux peripherique  $\phi_e$

à cette profondeur. De plus , le flux  $\phi_r$  dans le fer resté massif est déphasé de 90 degrés par rapport au flux  $\phi_{r0}$  mesuré à la surface du rotor.

- Les flux  $\phi_{zt}$  et  $\phi_{zs}$  qui sont égaux à la surface du rotor, ont des variations totalement différentes ; en effet pendant que  $\phi_{zt}$  diminue rapidement avec la profondeur pour devenir négligeable, le flux  $\phi_{zs}$  décroît plutôt lentement et maintient une valeur élevée à la couche correspondant au fond des rainures.
- On conclue donc , que le flux périphérique en dessous de la rainure passe radialement dans la dent en suivant son profil. Le chemin du flux est confirmé par les mesure de  $\phi_e$  ,  $\phi_r$  et  $\phi_l$  , ainsi que par  $\phi_{pt}$  et  $\phi_{ps}$  .

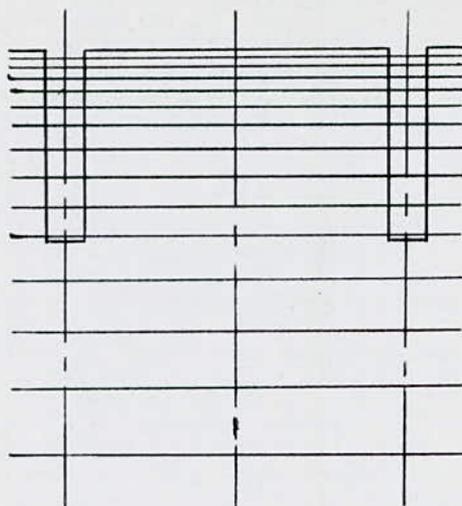
En absence des anneaux de court-circuit :

- Le flux  $\phi_{pt}$  maintient une valeur élevée ( 20 à 25 % de sa valeur à la surface du rotor ) à une couche correspondant au fond de la rainure.
- Le flux  $\phi_r$  devient plus faible , quoiqu'il reste du même ordre que le flux  $\phi_e$  .
- Les flux  $\phi_{r0}$  et  $\phi_e$  ont une fois de plus un déphasage d'environ 90 degrés .
- On conclue donc que le tracé des lignes de champ dans le rotor reste similaire à celui obtenu dans le cas bidimensionnel ( en présence d'anneaux de court-circuit ).

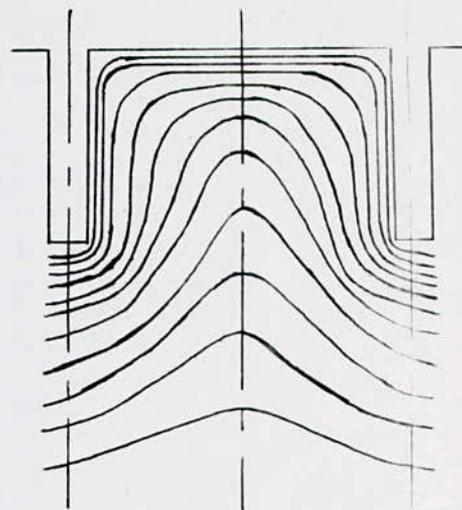
#### COMPARAISON :

Les essais effectués dans la première étude/I/ concernent la détermination des paramètres du modèle équivalent (a) indiqué par la figure 3a , tandis que les essais effectués dans la deuxième étude/2/ conduisent au modèle (b) représenté par la figure 3b .

Le modèle (a) remplace la partie rainurée par un milieu homogène équivalent , alors que le modèle (b) suppose que les lignes de champ suivent exactement le profil de la dent et de la rainure.



( a )



( b )

fig.3

( non à l'echelle )

Dans le cas simplifié où l'on admet une seule composante axiale du courant rotorique , une comparaison de ces deux modèles théorique est effectuée dans le deuxième travail/2/ . Elle permet de montrer que pour les machines avec anneaux de court-circuit , le modèle (b) aboutit à une meilleure concordance avec les résultats expérimentaux. En effet , le modèle (a) ne peut approcher correctement la distribution du flux dans la dent , et même s'il donne une distribution du flux dans la rainure similaire à celle obtenue expérimentalement, la concordance est mauvaise .

Pour les machines sans anneaux de court-circuit , les deux modèles aboutissent à une mauvaise concordance avec les résultats expérimentaux . En effet , on ne peut négliger les composantes radiales et peripheriques du courant .

Sur la base de ces deux travaux , nous avons effectué des mesures locales et intégrales du flux magnétique dans un rotor massif rainuré d'une machine de 4,4 kW .

# **CHAPITRE.2**

**ETUDE EXPERIMENTALE**

Nous présentons dans ce chapitre , notre maquette expérimentale , ainsi que les essais de détermination de la distribution du champ magnétique dans le rotor , que nous avons effectué.

BANC D'ESSAIS:

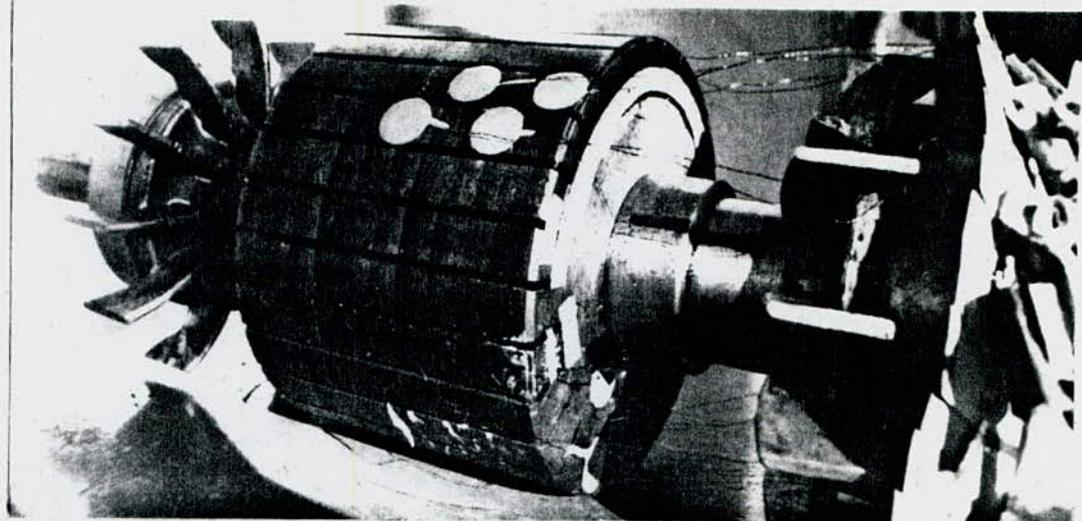
Nous disposons d'un moteur asynchrone à rotor massif rainuré dont le stator triphasé bipolaire est classique et ayant les caractéristiques suivantes :

Puissance nominale (kW) . . . . .	4,4
Tension nominale (V) . . . . .	220/380
Courant nominal (A) . . . . .	15,8/9,8
Fréquence d'alimentation (Hz) . . . . .	50
Nombre d'encoches au stator . . . . .	36
Nombre de rainures au rotor . . . . .	28
Alésage intérieur du stator (mm) . . . . .	122
Longueur du rotor (mm) . . . . .	90
Diamètre du rotor (mm) . . . . .	120,8
Résistance d'une phase statorique ( $\Omega$ ) . . . . .	0,18
Réactance de fuite d'une phase statorique ( $\Omega$ ) . . . . .	2,4
Hauteur des rainures du rotor (mm) . . . . .	15
Conductivité de l'acier rotorique ( $\Omega^{-1}m^{-1}$ ) . . . . .	$5,6 \cdot 10^6$

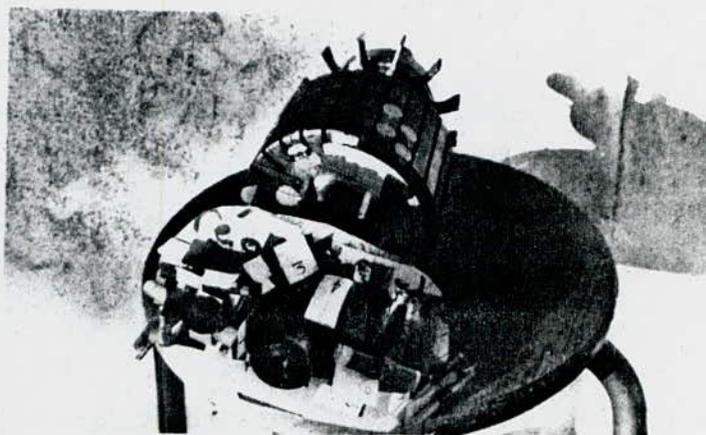
Afin de déterminer la distribution du flux magnétique dans le rotor , nous avons réalisé et placé des bobines à différentes positions du rotor (photos I et 2). Ces bobines réalisées d'un fil isolé de 0,1 mm de diamètre , sont destinées à deux types de mesure :

1. Mesures intégrales: Elles sont réalisées par des bobines comportant cinq spires chacune , et occupant le tour d'une dent (bobines I2,I3,I4 -fig.1-) , ou un pas polaire (bobines I5,I6,I7 -fig.2-). Ces bobines mesurent le flux normal entrant au rotor sur une dent ou sur un pas polaire.

2. Mesures locales: Elles sont effectuées par des petites bobines plates de vingt spires jointives chacune (photo-3) , ayant 10 mm de diamètre moyen et disposées comme suit :



**PHOTO. 1.** Disposition des bobines de mesure sur le rotor



**PHOTO. 2.** Vue d'ensemble de la maquette d'essai



**PHOTO. 3.** Une bobine de mesure locale

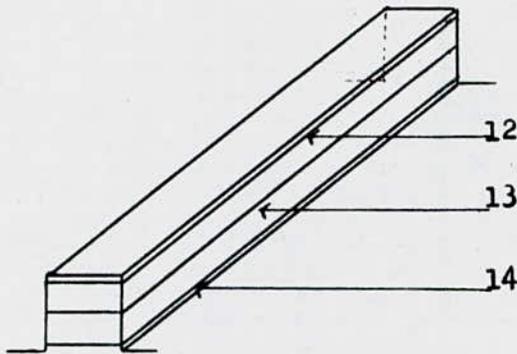


fig .1

Disposition des bobines mesurant le flux par dent.

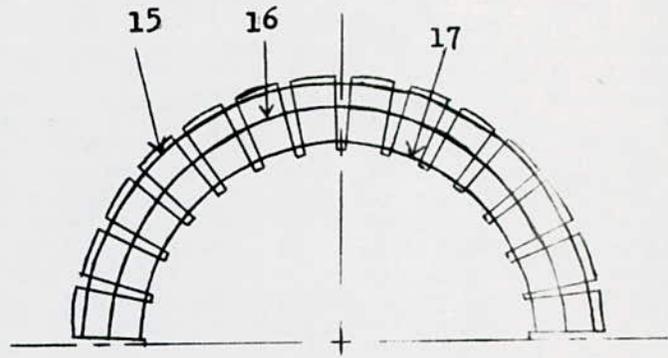


fig .2

Disposition des bobines qui mesurent le flux par pôle.

**2. Mesures locales:** Elles sont effectuées par des petites bobines plates de vingt spires chacune (photo-3), ayant 10 mm de diamètre moyen et disposées comme suit:

- Quatre bobines sont collées à la surface du rotor , suivant les deux génératrices de deux dents successives (bobines 1,2, 3,4 - fig.3-). Elles permettent donc de déterminer la variation de l'induction magnétique normale en fonction de  $z$ .
- Quatre bobines dans deux rainures successives , et suivant l'axe  $z$  (bobines 5,6,7,8 - fig.3-). Elles permettent de mesurer l'induction normale correspondante au flux de fuite dans la rainure.
- Trois bobines sur la partie frontale , à trois positions différentes suivant l'axe  $x$  (bobines 9,10,11 - fig.3-). On mesure ainsi le flux de fuite normal aux extrémités du rotor.

Tenant compte des dimensions de ces petites bobines on peut montrer que la valeur efficace de l'induction magnétique au point de mesure est liée à la tension induite dans une bobine par:

$$E_{\text{eff}} = 71,64 \cdot U_{\text{max}} / f$$

$U_{\text{max}}$  : Tension maximum , de fréquence  $f$  , recueillie aux bornes de la bobine de mesure correspondante.

Le stator emporte par ailleurs un bobinage supplémentaire /4/ , qui suit exactement une phase statorique. La tension recueillie aux bornes de cet enroulement auxiliaire est proportionnelle à la f.e.m d'entrefer:

$$E = 10 \cdot E_m$$

$E_m$  : Tension mesurée aux bornes de l'enroulement auxiliaire.

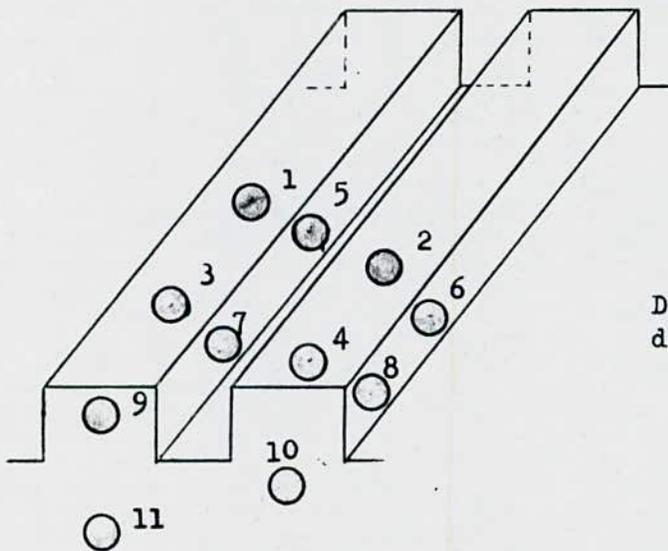


fig . 3

Disposition des bobines de mesures locales.

#### ESSAIS EXPERIMENTAUX:

Le rotor maintenu à l'arrêt , on alimente à flux constant les trois phases du stator couplés en étoile sous différentes fréquences ( 5 à 50 Hz). Le flux statorique est maintenu constant grâce au bobinage supplémentaire du stator , tandis que l'alimentation à fréquence variable est obtenue à l'aide d'un alternateur entraîné à différentes vitesses par un moteur à courant continu.

A chaque fréquence , on règle la tension d'alimentation qui permet de garder le flux choisi constant. Nous avons travaillé avec cinq valeurs du flux ( $\phi_1 = 8 \cdot 10^{-4}$  Wb ,  $\phi_2 = 1,35 \phi_1$  ,  $\phi_3 = 1,5 \phi_1$  ,  $\phi_4 = 1,8 \phi_1$  ,  $\phi_5 = 2 \phi_1$  ). En tenant compte de la limite en fréquence de l'appareillage disponible , on relève la tension entre deux phases statoriques , le courant de ligne , la puissance absorbée et on mesure à l'aide d'un oscilloscope à mémoire la tension induite dans chacune des bobines de mesure.

Pour les basses fréquences , la puissance de l'alternateur ne permet pas de fournir les cinq flux indiqués précédemment. A 10 Hz nous n'avons pu travailler qu'avec les trois premières valeurs du flux , et à 5 Hz, seul le flux  $\phi_1$  a pu être obtenu. De plus , pour ces fréquences les tensions induites dans les bobines de mesure présentent beaucoup d'harmoniques , ce qui entraîne des erreurs de mesures de l'ordre de 10 à 15% .

Nous avons ensuite effectué un essai permettant de montrer l'influence du sens de rotation du champ magnétique sur le flux mesuré par chaque bobine. On a relevé les tensions induites dans chaque bobine de mesure pour deux flux différents et pour les deux sens de rotation du champ magnétique. Les valeurs mesurées sont différentes , et l'écart varie de 5 à 10% .

Dans notre travail le bobinage supplémentaire au stator est noté (18).

---

## RESULTATS ET DISCUSSIONS:

Les flux magnétiques mesurés par les bobines intégrales (18) et (15) varient approximativement de façon linéaire avec le courant statorique (fig-4 et 5-). On peut donc admettre que pendant nos essais, la machine fonctionne en régime linéaire.

Le flux magnétique au niveau du stator passe presque totalement au rotor. Nous l'avons vérifié par les mesures de la bobine (18) supplémentaire, et de la bobine (15) embrassant un pas polaire.

Pour toutes les fréquences, la variation de l'induction magnétique normale à la surface du rotor en fonction de  $z$  présente la même allure. A 50 Hz, cette variation est représentée sur la figure -6- pour les cinq valeurs du flux. On montre ainsi que les lignes de courant rotoriques ne sont pas axiales, c'est à dire que le modèle de la machine est tri-dimensionnel.

Il apparaît d'abord que l'induction diminue par suite de l'augmentation de la composante radiale du courant au dépend de la composante axiale, ensuite cette induction croît car la composante périphérique du courant augmente aux extrémités de la machine. L'induction passe par un maximum et décroît rapidement aux extrémités.

Le flux magnétique normal à travers une dent (bobines 12,13, et 14) ou un pas polaire (bobines 15,16 et 17) reste pratiquement constant sur toute la hauteur de la dent. On retrouve donc les résultats expérimentaux obtenus par/2/, et on montre que le trajet des lignes de champ dans le rotor est modulé par la présence des rainures.

L'exploitation des résultats de mesure montre que le rapport du flux  $\phi_{15}$ , sur un pas polaire, au flux normal  $\phi_{12}$  sur une dent est environ égale à 10 quelle que soit la fréquence. En admettant une induction magnétique sur la surface du rotor de la forme :

$$B(z, t, \theta) = B(z) \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta) \quad (a)$$

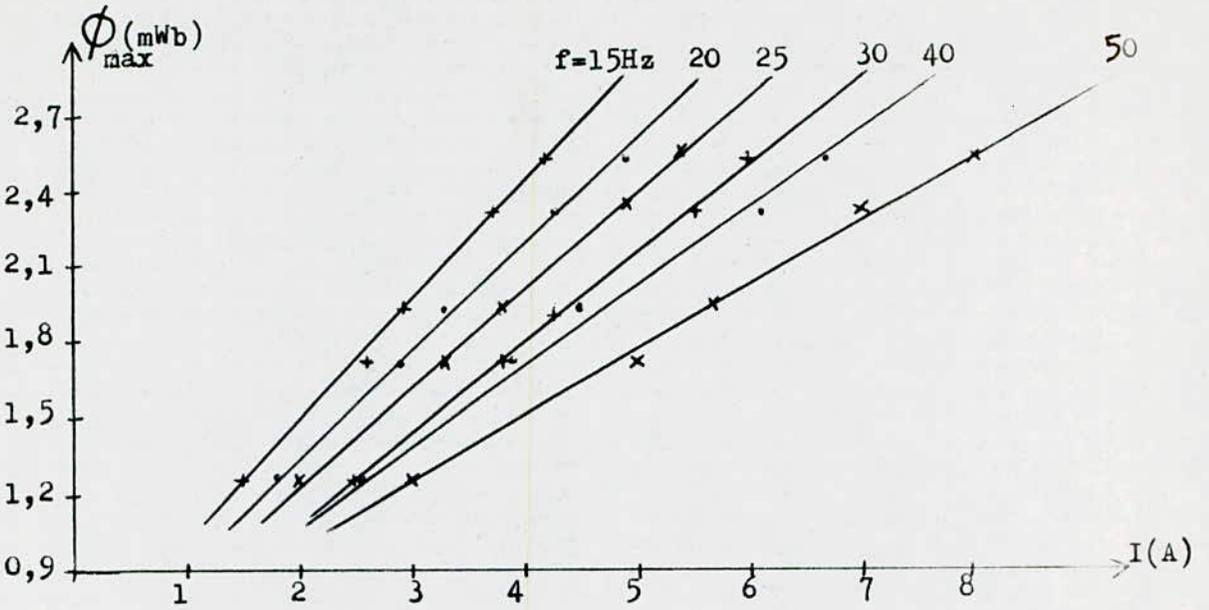
on trouve un rapport de 10,4 . Aux erreurs de mesure près , on montre donc que les lignes de flux pénètrent dans le rotor pratiquement à travers la surface des dents. Par ailleurs une approximation au premier harmonique d'espace et de temps de l'induction dans le rotor est acceptable.

Nous avons par ailleurs trouvé que les flux par dent et par pôle calculés en utilisant l'approximation (a) et les résultats des mesures locales (bobines 1,2,3 et 4) diffèrent des flux mesurés par les bobines 12 et 15 successivement. L'écart est d'environ 40% quelle que soit la fréquence. Les bobines 12 et 15 qui mesurent chacune la somme vectorielle des flux dans chaque spire présentent donc un certain "coefficient de distribution" par suite du déphasage important entre les flux traversant chaque spire.

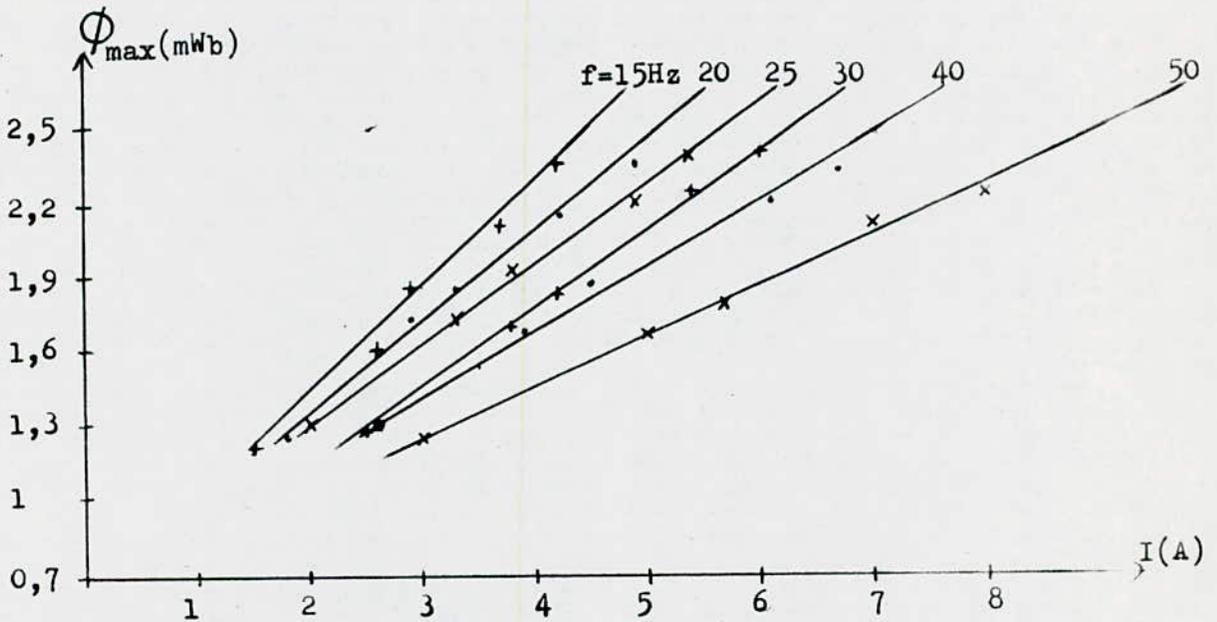
La figure-7- indique la variation , en fonction de  $z$  , de l'induction magnétique dans la rainure et normale aux côtés latéraux de la dent ( bobines 5,6,7 et 8). Ces courbes montrent que le flux de fuite qui représente environ 10% du flux par pôle, augmente aux extrémités du rotor. Par ailleurs , ce flux croit avec la fréquence suite à l'effet de peau(fig-8-). Nous avons trouvés par ailleurs que le flux de fuite aux extrémités du rotor (faces frontales) fig-9- déterminé à partir des mesures des bobines (9,10,11) est faible et qu'il est de l'ordre de 10% du flux par pôle.

A fréquence donnée , le couple moteur augmente avec le glissement , et avec le flux statorique . Ces résultats connus/5/, montrent que ce moteur possède l'avantage d'avoir un bon couple de démarrage.

A flux donnée , le facteur de puissance diminue quand la fréquence augmente, par suite de l'augmentation des réactances , et à fréquence donnée, il reste approximativement constant et compris entre 0,66 et 0,79 ,quelque soit le flux. Ces résultats connus/5/, montrent que le diagramme de Blondel qui est un cercle pour une machine asynchrone classique devient pratiquement une droite pour notre machine.



**fig. 4** Variation du flux magnétique en fonction du courant statorique pour différentes fréquences (bobine 18).



**fig. 5** Variation du flux magnétique en fonction du courant statorique pour différentes fréquences (bobine 15).

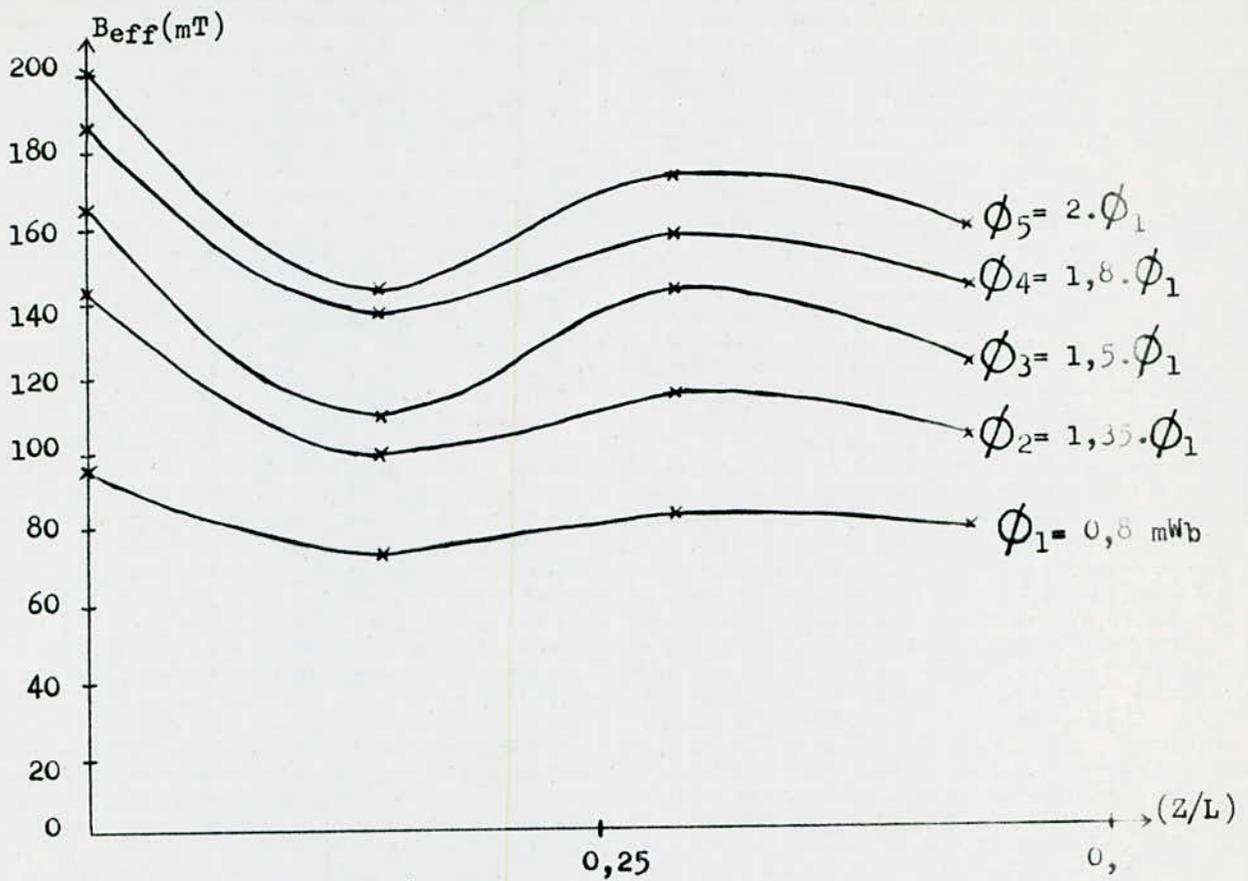


fig . 6 Variation de l'induction magnétique normale à la surface du rotor en fonction de  $(Z/L)$  ( $f=50 \text{ Hz}$ ).

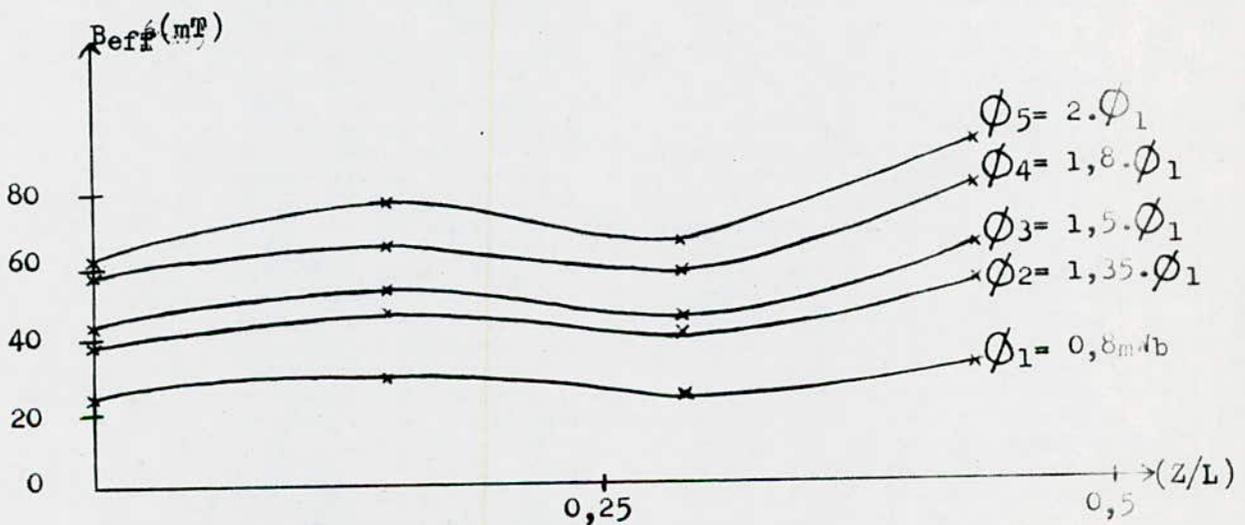


fig . 7 Variation de l'induction magnétique normale aux côtés de la dent en fonction de  $(Z/L)$  ( $f=50 \text{ Hz}$ ).

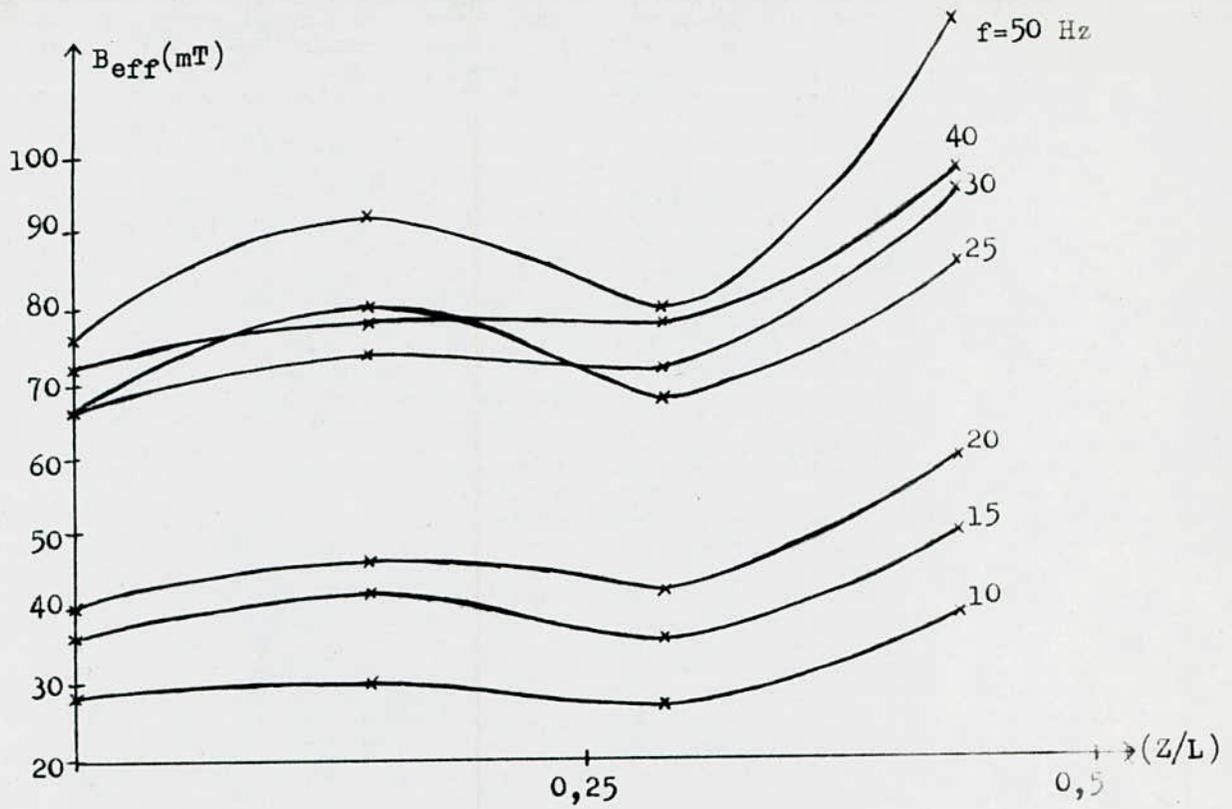


fig . 8 Variation de l'induction magnétique normale aux côtés des dents en fonction de  $(Z/L)$  pour  $\Phi = 11,4 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$  .

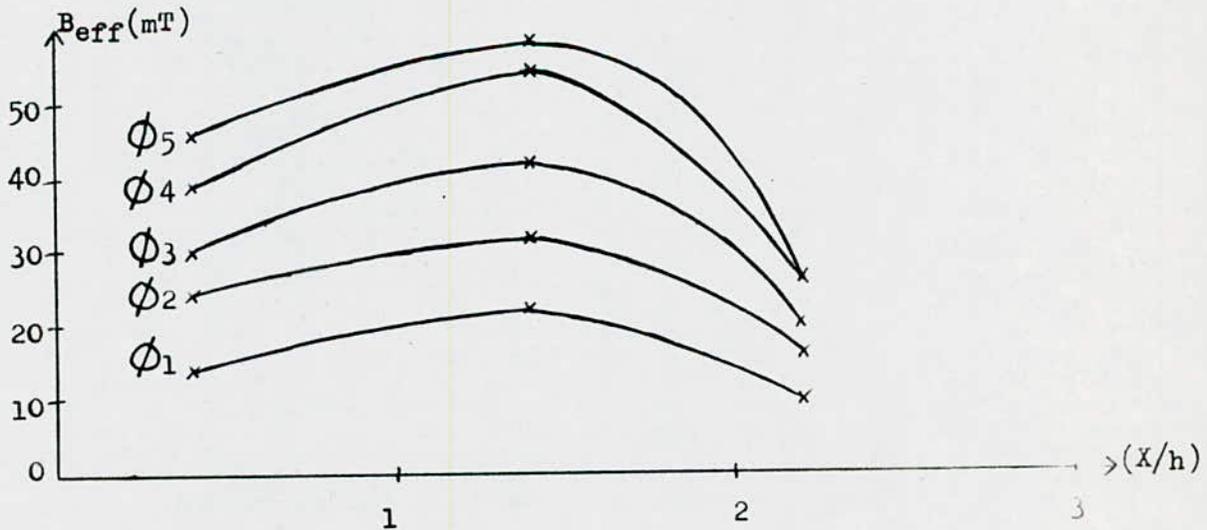


fig . 9 Variation en fonction de  $(X/h)$  , de l'induction magnétique normale aux extrémités du rotor. ( $f=40 \text{ Hz}$ ).

# CHAPITRE.3

METHODE DE CALCUL DES MACHINES ASYNCHRONES

A ROTOR MASSIF RAINURE

Nous présentons dans ce chapitre une méthode de calcul des machines asynchrones à rotors massifs rainurés/3/, qui montre que la connaissance du potentiel vecteur dans une dent rotorique, permet de prévoir les performances de la machine.

Modèle d'étude:

Le calcul de la machine asynchrone à rotor massif rainuré est complexe, car il conduit à la résolution des équations du champ dans un domaine tridimensionnel non linéaire. On admet alors les hypothèses simplificatrices suivantes:

- La perméabilité du stator, ainsi que sa résistivité moyenne (suivant l'axe de révolution) sont supposées infinies.
- La perméabilité de l'acier rotorique est constante, et égale à une valeur moyenne dépendant de l'état de saturation.
- La longueur de la machine et son rayon de courbure sont supposés infinis.
- La répartition spatiale de l'enroulement statorique est supposée sinusoidale, et on admet une alimentation sinusoidale équilibrée. On se limite donc au premier harmonique d'espace de la densité de courant équivalente à la surface du stator qui s'écrit dans le repère rotorique:

$$(I) \quad J_s(Y,t) = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \exp(j(Wr.t - 2\pi Y)) + \frac{I_0^*}{\sqrt{2}} \exp(-j(Wr.t - 2\pi Y))$$

$$\text{avec } I_0 = \frac{3}{2} \cdot K_s \cdot I$$

Dans ces conditions, la machine présente une symétrie cylindrique d'axe Oz parallèle à l'axe de rotation, et le modèle d'étude est le suivant:

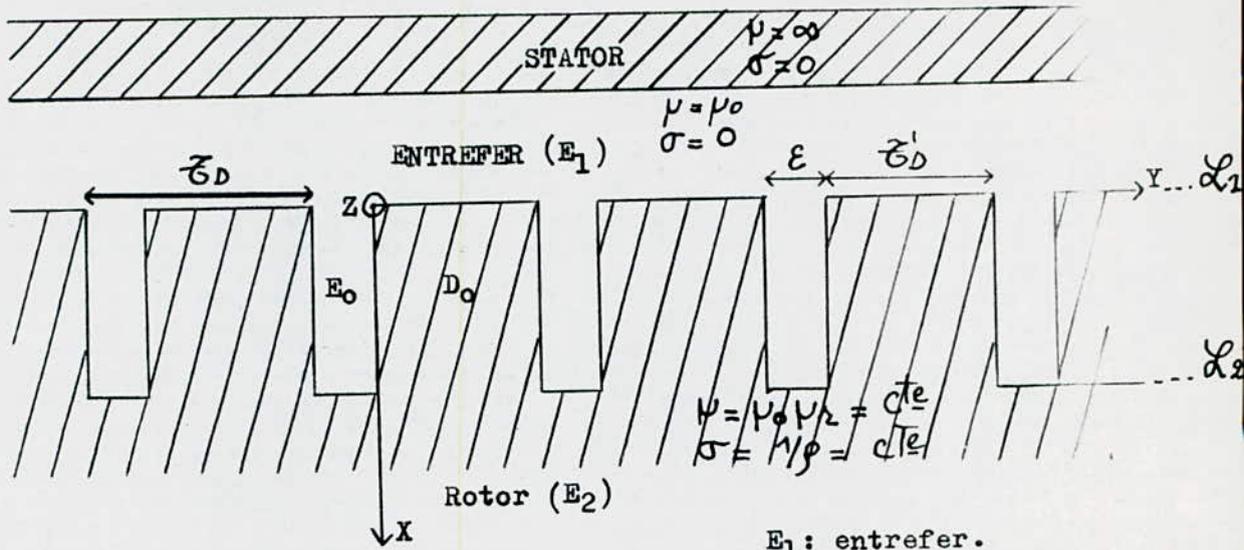


fig . 1 Modèle d'étude

- $E_1$ : entrefer.
- $E_2$ : fer resté massif.
- $D_0$ : dent de référence.
- $E_0$ : rainure de référence.

Le repère OXYZ est lié au rotor ; l'axe OX est radial et dirigé vers le centre de la machine et l'axe OY est tangentiel à la surface du rotor. L'origine est prise au milieu du rotor. Toutes les grandeurs géométriques sont rapportées au double pas polaire , pris comme longueur unitaire.

METHODE:

Toute grandeur électromagnétique peut s'écrire dans le repère rotorique sous la forme:

$$(2) \quad g(X,Y,t) = G(X,Y) \frac{\exp(jWr.t)}{\sqrt{2}} + G^*(X,Y) \frac{\exp(-jWr.t)}{\sqrt{2}}$$

$G(X,Y)$ : est une fonction complexe périodique en Y , et de période l'unité. Mais la périodicité de la surface du rotor conduit à des conditions sur ses harmoniques.

En effet la source fournit une indifférence en:

$$Wr.t - 2\pi Y = 0$$

Tandis qu'à la surface du rotor de période  $\zeta_D$ , cette indifférence est modifiée en :

$$W_r \cdot t - 2\pi \zeta_D = 0$$

C'est à dire que deux points de la surface rotorique distants de  $\zeta_D$ , voient la même source à des instants séparés de :

$$\Delta t = \frac{2\pi}{W_r} \cdot \zeta_D$$

Pour la  $L^{\text{ième}}$  dent :

$$(3) \quad G(X, Y + L \cdot \zeta_D) = G(X, Y) \cdot \exp(-2j\pi L \cdot \zeta_D)$$

Cette expression est appelée " relation d'indifférence des dents ".

On peut rencontrer le cas où le nombre de dents rotoriques sur un pas polaire n'est pas entier, on prend alors le plus petit entier "q" tel que le nombre 'Ne' de dents sur la distance 'q ·  $\zeta_p$ ' soit entier.

$$\text{Alors :} \quad N_e = q \cdot N_{\text{tot}} / p$$

Dans ce cas, on prend comme unité la longueur 'q ·  $\zeta_p$ ', et on effectue le changement de variable suivant :

$$x = X / q \cdot \zeta_p \quad ; \quad y = Y / q \cdot \zeta_p \quad \text{et} \quad q \cdot \zeta_p = 1$$

Le pas dentaire du rotor sera :

$$T_d = p / q \cdot N_{\text{tot}} = \frac{1}{N_e}$$

Et la relation d'indifférence s'écrit alors :

$$G(x, y + L \cdot T_d) = G(x, y) \cdot \exp(-2j\pi L \cdot T_d \cdot q)$$

Ainsi pour  $L = N_e$  ;

$$G(x, y + N_e \cdot T_d) = G(x, y + 1) = G(x, y)$$

La fonction complexe  $G(x, y)$  peut être développée en série de Fourier ;

$$(4) \quad G(x,y) = \sum_K G_k(x) \cdot \exp(-2j\pi k \cdot y)$$

$$G_k(x) = \int_{\zeta_p} (G(x,y) \cdot \exp(2j\pi k \cdot y)) \cdot dy$$

et on peut écrire :

$$G(x, y + T_d) = \left( \sum_K G_k(x) \cdot \exp(-2j\pi k \cdot y) \right) \exp(-2j\pi k \cdot T_d)$$

Pour  $L=1$ , la relation d'indifférence des dents devient :

$$G(x, y + T_d) = G(x, y) \cdot \exp(-2j\pi T_d)$$

De ces deux égalités on tire :

$$-2\pi k \cdot T_d = -2\pi T_d \pm 2 \cdot n \cdot \pi$$

D'où :  $k = 1 \pm n \cdot T_d$

C'est à dire que seuls les harmoniques d'ordre  $k$  interviennent, et ces harmoniques d'ordre élevé se propagent dans les deux sens ( $y > 0$  et  $y < 0$ ).

Nous allons ramener le problème à une seule dent notée  $D_0$ , et dite dent de référence. Soit  $P_0(y)$  une approximation linéaire de la solution dans  $D_0$  à un niveau  $x$ .

$$(5) \quad P_0(y) = \sum_{i \geq 0} X_i \cdot \phi_i(y) \quad y \in ]0, T_d' [$$

On déduit alors l'approximation de la solution dans la dent  $D_k$  ;

$$F_k(y) = \sum_{i \geq 0} X_i \cdot \phi_i(y) \cdot \exp(-2j\pi k \cdot T_d)$$

Sur toute périphérie du rotor, cette approximation conduit aux harmoniques de la solution :

$$F_k = \left[ \int_{T_d} P_0(y) \exp(2j\pi k \cdot y) \cdot dy \right] \sum_{m=0}^{Ne-1} \exp(2j\pi (k-1)m/Ne)$$

Tenant compte de l'ordre des harmoniques , on obtient :

$$\begin{cases} F_k = Ne \int_{T_d} P_o(y) \exp(2j\pi k \cdot y) \cdot dy & \text{pour } k = 1 \pm n \cdot Ne \\ F_k = 0 & \text{pour } k \neq 1 \pm n \cdot Ne \end{cases}$$

Tenant compte des hypothèses simplificatrices , le potentiel vecteur  $\vec{A}$  est dirigé suivant l'axe Oz et il est indépendant de z. On doit résoudre dans les quatre régions (entrefer , fer resté massif , rainure et dent rotorique) , l'équation de Poisson :

$$(6) \quad \Delta \vec{A} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

En choisissant A de la forme :

$$(7) \quad A(x,y,t) = \frac{1}{\sqrt{2}} ( A(x,y) \exp(jWr \cdot t) + \hat{A}(x,y) \exp(-jWr \cdot t) )$$

On obtient :

$$(8) \quad \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = j \lambda \cdot A$$

$$\lambda = \mu \cdot \sigma \cdot Wr$$

Solution dans la région E1 :

Dans (E1),  $\sigma = 0$  et  $\mu = \mu_0$ , l'équation (8) devient :

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} = 0$$

Une solution développée en série de Fourier s'écrit :

$$(9) \quad A_1(x,y) = \sum_K \left[ A_{1k} \text{Ch}(2\pi k \cdot x) + B_{1k} \text{Ch}(2\pi k(x+e)) \exp(-2j\pi k \cdot y) \right]$$

De plus :

$$h_t(-e,y) = - \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial A_1}{\partial x}$$

En utilisant la condition de Neumann , on tire :

$$A_{1k} = \frac{3 \delta_{kq} \cdot \mu_0 \cdot I}{4\pi k \cdot \text{Sh}(2\pi e)} \quad \text{où} \quad \delta_{kq} = \begin{cases} 1 & \text{pour } k = q \\ 0 & \text{pour } k \neq q \end{cases}$$

Solution dans la région E<sub>2</sub> :

Le potentiel vecteur doit vérifier :

$$(10) \quad \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} = j\lambda A_2$$

dont la solution doit tendre vers zéro , quand  $x$  tend vers l'infini, on obtient :

$$(11) \quad A_2(x,y) = \sum_k A_{1k} \cdot \exp(-\alpha'_k \cdot x) \cdot \exp(-2j\pi k \cdot y)$$

avec  $\alpha'_k = 4\pi^2 k + j\lambda$  ;  $k = q \pm n \cdot Ne$   
 $n$  : entier naturel.

Solution dans la région rainurée:

Il suffit de connaître la solution dans un domaine de référence formé de l'encoche E<sub>0</sub> et de la dent D<sub>0</sub> . La relation d'indifférence permet d'en déduire la solution sur toute la surface du rotor.

Dans l'encoche E<sub>0</sub> , on suppose que le champ magnétique est uniforme , et dirigé suivant l'axe  $y$ . Cette supposition est d'autant justifiée que la perméabilité de l'acier est grande et la rainure est étroite. Dans ces conditions :

$$-\frac{\partial A}{\partial x} = \mu_0 \cdot H_y = C^{te} = -A_0$$

C'est à dire :

$$A(x,y) = A_0 x + B_0$$

Dans la dent D<sub>0</sub> , on cherche tout d'abord une solution satisfaisant l'équation (8) et devant s'annuler sur les frontières latérales de la dent,

On choisit :

$$(12) \quad A(x,y) = \sum_{m \gg 1} \left[ A_m \text{Sh}(\lambda_m x) + B_m \text{Sh}(\lambda_m (x-h)) \right] \left[ \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{T_d} \cdot y\right) \right]$$

avec  $\lambda_m^2 = \pi^2 \cdot m^2 / T_d^2 + j\lambda$

et la partie réelle de  $\lambda_m$  positive.

On complète maintenant la solution (12) par une fonction  $f(x,y)$  qui

vérifie l'équation (8) et les conditions latérales .

$$A_{D_0}(x,y) = A(x,y) + f(x,y)$$

Cherchons  $f$  de la forme  $f(x,y) = X(x) \cdot Y(y)$  , en vérifiant les conditions aux limites dent-rainure ( $E_0 - D_0 - E_1$ ) .

on choisit:  $X(x) = A_0 x + B_0$

Alors :  $\ddot{Y} - \alpha^2 Y = 0$  avec  $\alpha^2 = j\lambda$

Cette équation admet la solution :

$$Y(y) = A \cdot \text{Sh}(\alpha y) + B \cdot \text{Sh}(\alpha (y - T'_d))$$

avec :  $A = (-\exp(-2j\pi T_d)) / \text{Sh}(\alpha T'_d)$

$$B = -1 / \text{Sh}(\alpha T'_d)$$

En définitive , la solution dans la dent  $D_0$  est :

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} A_{D_0}(x,y) &= (A_0 x + B_0) \frac{[(\exp(-2j\pi T_d)) \cdot \text{Sh}(\alpha y) + \text{Sh}(\alpha (T'_d - y))]}{\text{Sh}(\alpha T'_d)} \\ &+ \sum_m \left[ A_m \text{Sh}(\lambda_m x) + B_m \text{Sh}(\lambda_m (x - h)) \right] \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{T'_d} \cdot y\right) \end{aligned} \right.$$

avec :  $0 \leq x \leq h$  et  $0 \leq y \leq T'_d$

Pour pouvoir écrire facilement les conditions aux frontières  $L_1$  et  $L_2$  on recherchera le potentiel vecteur dans la région rainurée sous forme d'un développement en série de Fourier .

$$A(x,y) = \sum_k A_k(x) \cdot \exp(-2j\pi k \cdot y)$$

D'après (4)  $\left\{ \begin{aligned} A_k(x) &= N_e \int_{-E}^{T'_d} (A(x,y) \cdot \exp(2j\pi k \cdot y)) dy && \text{pour } k = q \pm n \cdot N_e \\ A_k(x) &= 0 && \text{pour } k \neq q \pm n \cdot N_e \end{aligned} \right.$

Alors :

$$A_k(x) = Ne \left[ \int_{-\varepsilon}^0 A(x,y) \exp(2j\pi k \cdot y) \cdot dy + \int_0^{T_d'} A(x,y) \exp(2j\pi k \cdot y) \cdot dy \right]$$

En développant dans (13), les termes en sinus et Sh, on peut écrire :

$$A_k(x) = Ne(A_{ke}(x) + A_{kd}(x))$$

$$\text{où: } A_{ke}(x) = (A_0 x + B_0) \frac{1 - \exp(-2j\pi k \cdot \varepsilon)}{2j\pi \cdot \varepsilon}$$

$$\text{et: } A_{kd}(x) = \frac{1}{Ne} \left[ (A_0 x + B_0) \Omega_k + \sum_{m \geq 1} \Psi_{km} (A_m \text{Sh}(\lambda_m x) + B_m \text{Sh}(\lambda_m (x - h))) \right]$$

$$\text{avec: } \Omega_k = Ne \left[ \left( \frac{\exp(-2j\pi q \cdot T_d) - \exp(-\alpha T_d')}{\exp(\alpha T_d') - \exp(-\alpha T_d')} \cdot \frac{\exp(\alpha + 2j\pi k) T_d' - 1}{\alpha + 2j\pi k} \right) + \left( \frac{\exp(\alpha T_d') - \exp(-2j\pi k \cdot T_d)}{\exp(\alpha T_d') - \exp(-\alpha T_d')} \cdot \frac{\exp(-\alpha + 2j\pi k) T_d' - 1}{-\alpha + 2j\pi k} \right) \right]$$

$$\text{et: } \Psi_{km} = Ne \left[ \frac{1 - \exp(jT_d'(\pi \cdot m / T_d' + 2\pi k))}{2(\pi \cdot m / T_d' + 2\pi k)} - \frac{1 - \exp(jT_d'(-\pi \cdot m / T_d' + 2\pi k))}{2(-\pi \cdot m / T_d' + 2\pi k)} \right]$$

Alors :

$$A_k(x) = (A_0 x + B_0) (\Psi_k + \Omega_k) + \sum_{m \geq 1} \Psi_{km} (A_m \text{Sh}(\lambda_m x) + B_m \text{Sh}(\lambda_m (x - h)))$$

(14)

$$\Psi_k = Ne(1 - \exp(-2j\pi k \cdot \varepsilon)) / (2j\pi k) \quad k = q \pm n \cdot Ne$$

Harmonique du champ magnétique tangentiel dans la région rainurée:

$$\text{on a: } H_y(x,y) = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A}{\partial x}$$

Dans la rainure de référence  $E_0$  :

$$-\varepsilon < y < 0, \quad \mu = \mu_0 \quad \Rightarrow \quad H_y(x,y) = H_{yE_0}(x,y) = \frac{-1}{\mu_0} \left( \frac{\partial A_{E_0}}{\partial x} \right)$$

et dans la dent  $D_0$  :

$$0 < y < T_d', \quad \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad \Rightarrow \quad H_y(x,y) = H_{yD_0}(x,y) = \frac{-1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \left( \frac{\partial A_{D_0}}{\partial x} \right)$$

De plus d'après (4)

$$H_{yk}(x) = Ne \left[ \int_{-\xi}^0 H_{yE_0}(x,y) \exp(2j\pi k \cdot y) \cdot dy + \int_0^{T'd} H_{yD_0}(x,y) \exp(2j\pi k \cdot y) \cdot dy \right]$$

et on montre que :

$$(15) \quad H_{yk}(x,y) = \left( -\varphi_k - \frac{\Omega_k}{\mu_2} \right) A_0 - \sum_{m \geq 1} \frac{\lambda_m \Psi_{km}}{\mu_2} (A_m \operatorname{Ch}(\lambda_m x) + B_m \operatorname{Ch}(x-h))$$

Passage aux frontières  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_2$  :

Le passage aux frontières  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_2$  consiste à écrire la conservation du potentiel vecteur et de la composante tangentielle du champ magnétique.

1. Condition sur la frontière  $\mathcal{L}_1$  :

La conservation de la composante normale de l'induction, entraîne :

$$(16) \quad \delta_{kq} \left( \frac{3 \cdot k_s \cdot \mu_0}{4\pi \operatorname{Sh}(2\pi e)} \right) + B_{1k} \operatorname{Ch}(2\pi k \cdot e) - B_0 (\varphi_k + \Omega_k) + \sum_{m \geq 1} B_m \Psi_{km} \operatorname{Sh}(\lambda_m h) = 0$$

Tandis que la conservation de la composante tangentielle du champ magnétique donne :

$$(17) \quad A_0 \left( \varphi_k + \frac{\Omega_k}{\mu_2} \right) + \sum_{m \geq 1} \frac{\lambda_m \Psi_{km}}{\mu_2} (A_m + B_m \operatorname{Ch}(\lambda_m h)) - 2\pi k \cdot B_{1k} \operatorname{Sh}(2\pi k \cdot e) = 0$$

En éliminant B entre les équations (16) et (17) on obtient la condition  $(\mathcal{L}_1)_k$  ;

$$(18) \quad A_0 \left( \varphi_k + \frac{\Omega_k}{\mu_2} \right) + B_0 \left[ -2\pi k (\varphi_k + \Omega_k) \operatorname{Th}(2\pi k \cdot e) \right] + \sum_{m \geq 1} \frac{\lambda_m \Psi_{km}}{\mu_2} \cdot A_m + \sum_{m \geq 1} \left( \frac{\lambda_m \operatorname{Ch} \lambda_m \cdot h}{\mu_2} + 2\pi k \cdot \operatorname{Th}(2\pi k \cdot e) \cdot \operatorname{Sh}(\lambda_m \cdot h) \right) \Psi_{km} \cdot B_m = \frac{-3\delta_{kq} \cdot k_s \cdot \mu_0 \cdot I}{2 \cdot \operatorname{Ch}(2\pi \cdot e)}$$

$$k = 1 \pm n \cdot Ne \quad n \in \mathbb{N}$$

2. Condition sur la frontière  $\mathcal{L}_2$  :

La conservation de la composante normale de l'induction :

$$(19) \quad A_{2k} \exp(-\alpha_k \cdot h) = (A_0 h + B_0) (\varphi_k + \Omega_k) + \sum_{m \geq 1} A_m \Psi_{km} \operatorname{Sh}(\lambda_m \cdot h)$$

et la conservation de la composante tangentielle du champ entraîne :

$$(20) \quad \frac{\alpha_k \cdot A_{2k} \cdot \exp(-\alpha_k \cdot h)}{\mu_2} = (\varphi_k + \frac{-\Omega_k}{\mu_2}) A_0 - \sum_{m \geq 1} \frac{\lambda_m \Psi_{km}}{\mu_2} (A_m \operatorname{Ch}(\lambda_m \cdot h) + B_m)$$

On élimine  $A_{2k}$  entre les deux équations (19) et (20), on obtient la condition  $(\mathcal{L}_2)_k$  :

$$(21) \quad \left[ A_0 \left[ (\varphi_k + \Omega_k) \alpha_k \cdot h + \mu_2 \varphi_k + \Omega_k \right] + B_0 (\varphi_k + \Omega_k) \cdot \alpha_k \right. \\ \left. + \sum_{m \geq 1} A_m (\alpha_k \cdot \operatorname{Sh}(\lambda_m \cdot h) + \lambda_m \cdot \operatorname{Ch}(\lambda_m \cdot h)) \Psi_{km} + \sum_{m \geq 1} B_m (\lambda_m \cdot \Psi_{km}) \right] = 0$$

Equation à résoudre :

Les deux conditions  $(\mathcal{L}_1)_k$  et  $(\mathcal{L}_2)_k$  donnent les coefficients  $A_0, \dots, A_i$  et  $B_0, \dots, B_i$  de la solution dans la région rainurée.

On peut éliminer  $A_0$  entre les deux équations (18) et (21) et il vient :

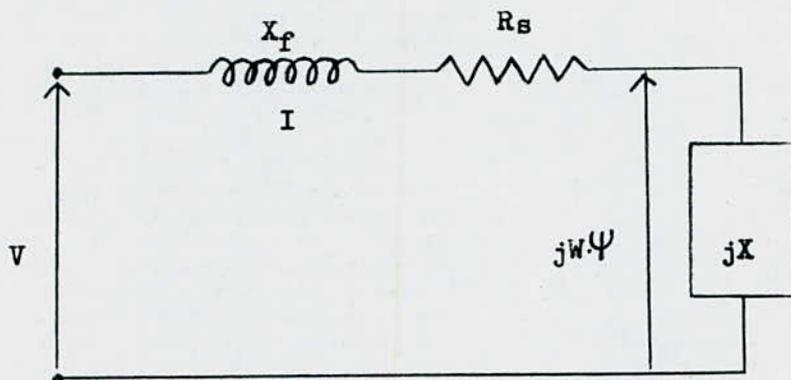
$$(22) \quad \left[ B_0 \left( -2\pi k \cdot \operatorname{Th}(2\pi k \cdot e) - \frac{\alpha_k (\varphi_k + \Omega_k) (\varphi_k + \Omega_k / \mu_2)}{(\varphi_k + \Omega_k) \alpha_k \cdot h + \mu_2 \varphi_k + \Omega_k} \right) \right. \\ \left. + \sum_{m \geq 1} A_m \left( \frac{\lambda_m \cdot \Psi_{km}}{\mu_2} - \frac{(\alpha_k \cdot \operatorname{Sh}(\lambda_m \cdot h) + \lambda_m \cdot \operatorname{Ch}(\lambda_m \cdot h)) (\varphi_k + \Omega_k / \mu_2) \Psi_{km}}{(\varphi_k + \Omega_k) \alpha_k \cdot h + \mu_2 \varphi_k + \Omega_k} \right) \right. \\ \left. + \sum_m \left[ \left( \frac{\lambda_m \cdot \operatorname{Ch}(\lambda_m \cdot h)}{\mu_2} + 2\pi k \cdot \operatorname{Th}(2\pi k \cdot e) \cdot \operatorname{Sh}(\lambda_m \cdot h) \right) \Psi_{km} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\lambda_m \cdot \Psi_{km} (\varphi_k + \Omega_k / \mu_2)}{(\varphi_k + \Omega_k) \alpha_k \cdot h + \mu_2 \varphi_k + \Omega_k} \right] B_m = \frac{-3 \delta_{kq} \cdot K_s \cdot \mu \cdot I}{2 \cdot \operatorname{Ch}(2\pi e)} \right.$$

$$\delta_{kq} : \text{Coefficient de Kronecker} \quad \begin{cases} \delta_{kq} = 1 & \text{si } k=q \\ \delta_{kq} = 0 & \text{si } k \neq q \end{cases}$$

Chaque valeur de  $k$  ( $k = 1 + n \cdot N_e$ ) donne lieu à une telle équation. On se limitera à une valeur de  $n$  assez élevée qui assure la convergence de la série de Fourier. Aussi le nombre de coefficients est théoriquement infini

mais il faut trouver un nombre  $M$  de coefficients suffisants à la détermination de la solution avec une bonne précision.

Calcul des caractéristiques du moteur:



$X$ : impédance dite opérationnelle.  
 $R_s$ : résistance d'une phase statorique.  
 $X_f$ : réactance de fuite statorique.

Schéma équivalent par phase.

L'équation de fonctionnement, par phase, dans un repère lié au stator est:

$$V = (R_s + jX_f) \cdot I + jW \cdot \Psi \quad (23)$$

$\Psi$ : Représentation complexe du flux d'entrefer bouclé à l'instant  $t$  par une phase statorique.

$I$ : Représentation complexe du courant dans une phase statorique

Le calcul de  $\Psi$  donne :

$$\Psi = \frac{K_s \cdot L \cdot P \cdot Z_p}{2} \cdot \alpha(-e) \quad (24)$$

$L$ : longueur utile de la machine

avec :  $\alpha(-e) = A_{1q} \cdot \text{Ch}(2\pi q \cdot e) + B_{1q}$

$$A_{1q} = \frac{3 \cdot K_s \cdot q \cdot Z_p \cdot \mu_0 \cdot I}{2\pi q \cdot \text{Sh}(2\pi q \cdot e)}$$

$$B_{1q} = \frac{-A_{1q}}{\text{Ch}(2\pi q \cdot e)} + \frac{B_0(\varphi_q + \Omega_q)}{\text{Ch}(2\pi q \cdot e)} - \sum_{m \geq 1} B_m \frac{\text{Sh}(\lambda_m \cdot h) \Psi_{km}}{\text{Ch}(2\pi q \cdot e)}$$

L'impédance opérationnelle :  $jX$  est donnée par:

$$jW \cdot \Psi = jX \cdot I \quad \Rightarrow \quad X = \frac{W \cdot \Psi}{I}$$

D'après (24):

$$X = \frac{3P \cdot W \cdot L \cdot K_s^2 \cdot \xi_p \cdot \mu_0 \cdot I}{8\pi \text{Ch}(2\pi q \cdot e)} (\text{Sh}(2\pi q \cdot e) - \frac{2\pi q}{\text{Ch}(2\pi q \cdot e)} (\varphi_q + \Omega_q) \cdot B'_0) \\ + \sum_{m \geq 1} \frac{2\pi q}{\text{Ch}(2\pi q \cdot e)} \cdot \text{Sh}(\lambda_{m \cdot h}) \cdot \Psi_{qm} \cdot B'_m$$

Avec:

$$B_m = B_{11} \cdot B'_m \quad \text{et} \quad B_{11} = -2\pi q \cdot \text{Th}(2\pi q \cdot e) \cdot A_{1q}$$

Le courant statorique s'obtient par l'équation (23):

$$I = \frac{V}{j(X_f + X) + R_s} \quad (26)$$

Le couple est obtenu à partir de l'équation de la conservation d'énergie:

$$T = - \frac{3 \cdot P}{W} \cdot I \cdot I \cdot \text{Im}(X) \quad (27)$$

Sur la base de cette analyse théorique, nous avons entamé l'écriture d'un programme de calcul numérique qui permettrait la détermination des performances de la machine comparées aux essais expérimentaux. Nous n'avons pas pu finaliser ce travail, par manque de temps et nous souhaitons qu'il soit repris dans le cadre d'autres travaux.

# CONCLUSION

Ce travail nous a permis de progresser dans la connaissance de la distribution du champ magnétique dans les machines tournantes et particulièrement celles à rotor massif.

Nous avons montré que l'hypothèse simplificatrice de courants purement axiaux au rotor conduit à des erreurs non négligeables ; En effet l'induction magnétique normale à la surface du rotor n'est pas constante le long de l'axe z.

Par ailleurs nous avons obtenu que ce flux normal passe pratiquement à travers les dents et que l'approximation au premier harmonique de temps et d'espace de l'induction normale à la surface du rotor est acceptable car elle donne des résultats concordant avec les essais.

L'influence de l'effet de peau sur le trajet des lignes de champ a été observée et nous avons vérifié que le flux de fuite augmente avec cet effet.

Les flux magnétiques à travers une dent ou à travers un pas polaire (mesurés entre les axes de deux rainures) sont pratiquement constants sur toute la hauteur de la dent. Ce résultat conduit à un trajet des lignes de champ dans le rotor modulé par la présence des rainures, comme suggéré par l'étude/2/.

Nous avons enfin montré que la connaissance du potentiel vecteur dans une dent permet de prévoir les performances de la machine. Le programme numérique associé n'a pu malheureusement être finalisé et nous souhaitons qu'il soit repris par d'autres travaux.

# BIBLIOGRAPHIE

- /1/ K. R. Dorairaj, member, IEEE, and M. R. Krishnamurthy, member, IEEE  
"Polyphase induction machine with a slitted ferromagnetic rotor I"  
Vol. Pas-86, N° 7 July 1967.
- /2/ P. K. Rajagopalan, V. Balaramamurty, and P. S. Sarma.  
"Tooth-flux distribution in slotted solid iron rotors"  
Proc. IEE, Vol. 117, N° 1, January 1970.
- /3/ B. Laporte and M. E. Zaïm  
"Method of calculation and performances of induction machine  
with slitted solid iron rotor"  
I C E M Bruxelles, Septembre 1978.
- /4/ D. Sator et N. Mouss  
"Effets d'extrémités dans une machine asynchrone à rotor massif lisse"  
E.N.P. Alger Promotion Juin 1983
- /5/ A. Kebbab et M. Chabane  
"Etude de la machine asynchrone à rotor massif rainuré".  
E.N.P. Alger Promotion Janvier 1984