

1/87
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

المركز الوطني للمعلومات
المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

وزارة التعليم والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Réglage d'Etat Echantillonné d'un Moteur à Courant Continu

Proposé par :

Monsieur :

M.S. BOUCHERIT

Etudié par :

Monsieur :

ALIK - RABAH

Dirigé par :

Monsieur :

M.S. BOUCHERIT

PROMOTION : JANVIER 1987



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

وزارة التعليم والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Réglage d'Etat Echantillonné d'un Moteur à Courant Continu

Proposé par :

Monsieur :

M.S. BOUCHERIT

Etudié par :

Monsieur :

ALIK - RABAH

Dirigé par :

Monsieur :

M.S. BOUCHERIT

PROMOTION : JANVIER 1987

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إقرأ باسم ربك الذي خلق
الأكبر الذي علم بالقلم علم الإنسان ما لم يعلم
خلق الإنسان من علق إقرأ وربك

صدق الله العظيم

DEDICACES



Je dédie ce travail

A ma Mère

A mon Père

A mes Frères et Soeurs

A tous mes Amis.

Que Monsieur BOUCHERIT, trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté, pour ses conseils et ses remarques constructives qui m'ont permis de mener à terme ce travail.

Je remercie vivement les professeurs qui ont été de bons collaborateurs pour ma formation.

Que tout le personnel du département de Génie - Electrique, soit remercié.

Enfin, mes remerciements les plus chaleureux iront à la personne qui a dactylographié cet ouvrage.-

TABLE DES MATIERES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

- Introduction générale	1
- CHAPITRE I : Equations d'état d'un système échantillonné.	
I - 1 - Introduction	3
I - 2 - Equations d'état d'un système échantillonné	3
I - 2 - 1 - Système échantillonné sans élément de maintien	4
I - 2 - 2 - Système échantillonné avec élément de maintien	5
I - 3 - Diagramme structurel d'un système échantillonné	6
- CHAPITRE II : Réglage optimal dans l'espace d'état.	
II - 1 - Introduction	7
II - 2 - Structure optimale	7
II - 3 - Structure du régulateur	9
II - 4 - Equations d'état du système global	10
II - 5 - Détermination des coefficients de réglage d'état.	11

- CHAPITRE III : Réglage d'état du courant d'induit.

- Introduction	13
III - 1 - Schéma de principe, et schéma bloc. du réglage d'un moteur à courant continu.	14
III - 2 - Conditions. pour l'étude du comportement des moteurs à courant continu.	16
III - 3 - Modélisation du système.	17
III - 4 - Réglage d'état du courant d'induit.	19
R E S U L T A T S	31

- CHAPITRE IV : Réglage d'état de la vitesse de rotation.

- Introduction	38
IV - 1 - Système équivalent pour le circuit de réglage intermédiaire.	38
IV - 2 - Schéma bloc du circuit de réglage	40
IV - 3 - Equation d'état du système global.	41
R E S U L T A T S	47

Avec le développement de la micro-informatique, on fait de plus en plus appel à des méthodes numériques pour la commande des processus industriels.

Les calculateurs de processus permettent l'élaboration numérique des algorithmes de réglage, et remplacent ainsi les régulateurs fonctionnant de manière continue. Dans de tels cas, on parle du réglage échantillonné.

Parmi les méthodes d'analyse qui tiennent compte de la nature discrète des signaux, deux sont essentiellement utilisées.

* Le traitement par la transformation en Z

* Le traitement dans l'espace d'état.

Pour l'étude des systèmes complexes et multidimensionnels, on doit faire appel à la notion des variables d'état.

Le travail qu'on a mené à terme, concerne la commande numérique d'un moteur à courant continu, utilisant le formalisme d'état.

Le Chapitre I, est consacré à la représentation d'un système dynamique par des équations d'état.

Le Chapitre II, traite l'étude de la commande optimale et la détermination de la structure du régulateur. On montre aussi les méthodes permettant de déterminer les coefficients des différents éléments du vecteur de commande, en tenant compte des grandeurs de perturbation.

Au Chapitre III, on fera l'étude du réglage d'état du courant d'induit, tout en ^{tenant} compte de la tension à la sortie du convertisseur.

Au Chapitre IV, on fera l'étude du réglage d'état de la vitesse de rotation du moteur, en tenant compte du courant demandé par l'induit. On verra aussi l'influence du choix des pôles sur la vitesse et sur le courant.

CHAPITRE I

EQUATIONS d'ETAT, d'UN SYSTEME ECHANTILLONNE.

I - 1 : INTRODUCTION -

Les propriétés d'un système, dépendent d'un certain nombre de grandeurs, qu'on identifie généralement soit comme des variables d'entrées, soit comme des variables de sorties. Mais, cela ne permet pas de définir le comportement du système.

Pour cela, la théorie moderne, fait appel à la notion des variables d'état, qui ne décrit entièrement le comportement dynamique de ce dernier, et nous permet l'étude des systèmes complexes, et multidimensionnels. L'essentiel dans l'étude dans l'espace d'état, est le traitement dans le domaine temporel, et l'application du calcul matriciel.

La théorie de l'espace d'état, se prête également bien au traitement des systèmes échantillonnés.

I - 2 : EQUATIONS d'ETAT d'UN SYSTEME ECHANTILLONNE -

Les équations d'état d'un système échantillonné, sont déterminées à partir des équations d'état du système continu auxquelles on fait une transformation à l'aide d'une matrice appelée matrice de transition d'état.

Les équations d'état d'un système continu, sont de la forme :

$$\dot{x} = A.X + B.U$$

$$y = C.X + D.U$$

x : Vecteur réunissant les grandeurs d'état du système, on l'appelle Vecteur d'état.

U : Vecteur réunissant les grandeurs d'entrées du système, on l'appelle Vecteur d'entrée.

Y : Vecteur réunissant les grandeurs de sortie, on l'appelle Vecteur de sortie.

A, B, C, D : sont des matrices.

Pour passer aux équations d'état du système échantillonné, il est nécessaire de distinguer deux cas du système continu.

I - 2 - 1 : SYSTEME ECHANTILLONNE SANS ELEMENT DE MAINTIEN

Le schéma d'un système échantillonné multivariable sans élément de maintien est représenté à la fig. 1.1.

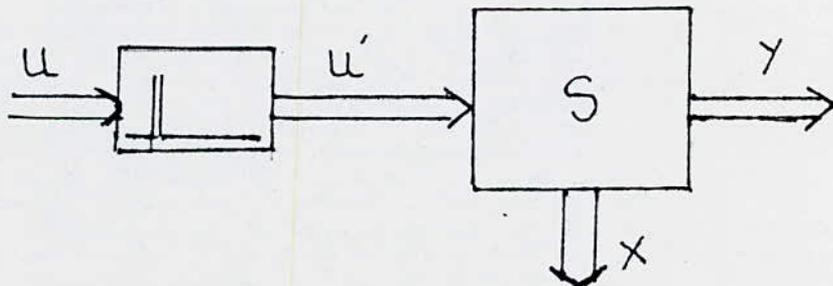


Fig. : 1.1.

Les équations d'état aux différences pour un pareil système sont de la forme :

$$X [K + 1] = F \cdot X [K] + H \cdot U [K]$$

$$Y [K] = C \cdot X [K] + D \cdot U [K] \cdot \delta [0]$$

avec :

$\delta [0]$: L'impulsion de Dirac à l'instant d'échantillonnage K .

$$F = \varnothing (T)$$

\varnothing : Matrice de transition d'état.

$$H = \psi_{\delta}(T) \cdot B \quad \text{ou} \quad H = F \cdot B$$

I - 2 - 2 - SYSTEME ECHANTILLONNE AVEC ELEMENT DE MAINTIEN :

Le schéma d'un système multivariable avec élément de maintien, est représenté à la fig. 1 - 2.

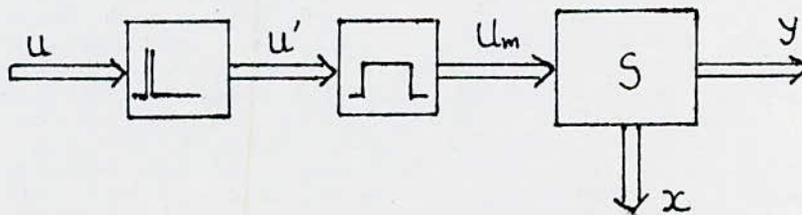


Fig. 1 - 2

Les équations d'état aux différences pour ce système sont :

$$X [K + 1] = F \cdot X [K] + H \cdot U [K]$$

$$Y [K] = C \cdot X [K] + D \cdot U [K]$$

$$F = \emptyset \quad (T)$$

$$H = \Psi (T) \cdot B \quad \text{où} \quad H \neq F \cdot B$$

I - 3 : DIAGRAMME STRUCTUREL d'UN SYSTEME ECHANTILLONNE :

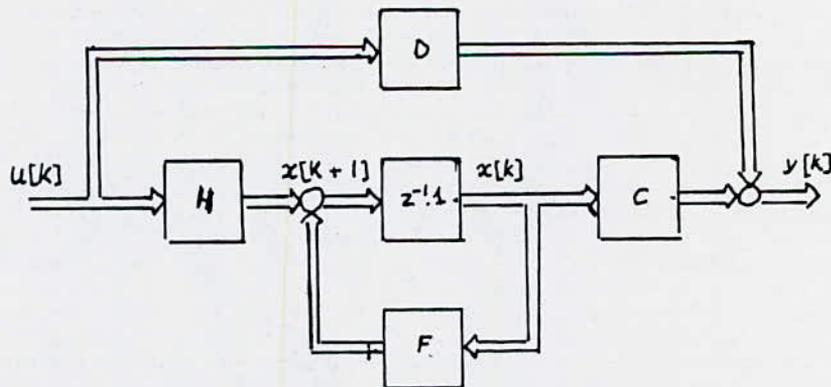
On prend le cas d'un système échantillonné avec élément de maintien, car il est très utilisé.

Les équations d'état du système s'écrivent :

$$X [K + 1] = F \cdot X [K] + H \cdot U [K]$$

$$Y [K] = C \cdot X [K] + D \cdot U [K]$$

Ceci nous permet de représenter le diagramme structurel du système.



Le bloc Z^{-1} représente le décalage de tous les éléments du vecteur d'état $x [K + 1]$, d'une période d'échantillonnage pour obtenir le vecteur d'état $x [K]$. (voir [2]).

CHAPITRE II

REGLAGE OPTIMAL DANS L'ESPACE d'ETAT

II - 1. INTRODUCTION -

Dans ce chapitre nous étudions la commande optimale du système, dans l'espace d'état.

Pour cela, on impose la structure optimale, puis on détermine la structure du régulateur, afin que l'écart de réglage s'annule en régime établi.

On détermine ensuite, les coefficients des différents éléments du vecteur de commande, en imposant les pôles, c'est à dire les valeurs propres du système global.

II - 2. STRUCTURE OPTIMALE -

On représente ici, la structure optimale du réglage d'état d'un système monovariabale. Il y a donc une seule grandeur de commande $U [K]$, et une seule grandeur à régler $Y [K]$. Par conséquent, il existe une seule grandeur de consigne $W [K]$. On suppose en plus qu'une seule grandeur de perturbation $V [K]$, intervient sur le système à régler (S), Fig. 2 - 1.

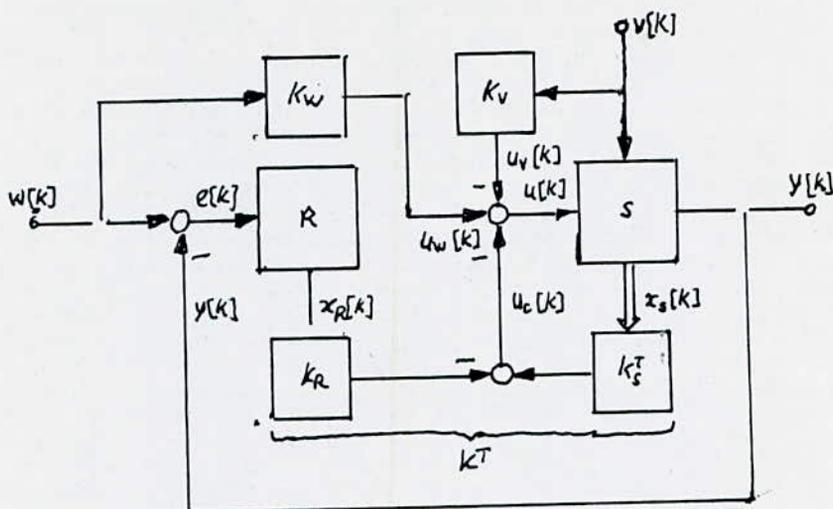


Fig. 2 - 1.

La commande $U [K]$ est composée de $U_c [K]$, $U_v [K]$ et $U_w [K]$.

La composante $U_c [K]$, est due à la contre réaction d'état. Elle est donnée par la contre-réaction d'état $x_s [K]$ du système à régler par l'intermédiaire du vecteur ligne K_S^T , et par la contre réaction d'état $x_R [K]$ du régulateur par l'intermédiaire du coefficient K_R .

La composante $U_v [K]$, est due à l'intervention directe de la grandeur de perturbation $V [K]$ par l'intermédiaire du facteur K_v .

La composante $U_w [K]$, est due à l'intervention directe de la grandeur de consigne $W [K]$ par l'intermédiaire du facteur K_w .

La commande $U [K]$ est donc donnée par la relation

$$U [K] = - U_c [K] + U_w [K] - U_v [K]$$

avec :

$$U_c [K] = K_S^T \cdot X_s [K] - K_R \cdot X_R [K]$$

$$U_w [K] = K_w \cdot W [K]$$

$$U_v [K] = K_v \cdot V [K]$$

Afin que le réglage prenne un comportement prédéterminé on doit déterminer le vecteur ligne K_S^T , et les coefficients K_R , K_w , K_v .

II - 3 - STRUCTURE DU REGULATEUR -

La fig. 2 - 2, montre l'introduction d'un régulateur monovarié en série avec un système monovarié.

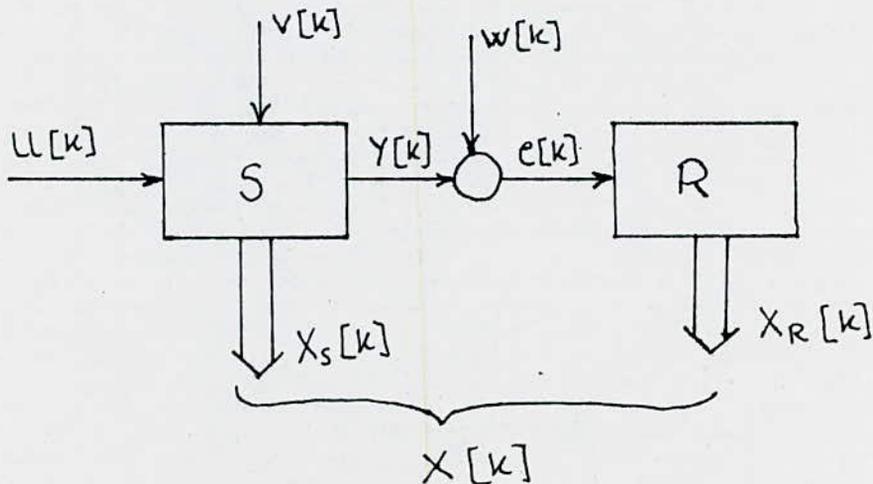


Fig. 2 - 2.

L'équation d'état du régulateur est :

$$X_R [K + 1] = F_R \cdot X_R [K] + H_R (W [K] - Y [K]) \quad (2-1)$$

On détermine les coefficients F_R et H_R du régulateur, de sorte que l'écart de réglage $e [K] = W [K] - Y [K]$ s'annule en régime établi.

On trouve $F_R = 1$, ceci correspond à un régulateur intégrateur monovariante. On trouve aussi $H_R = 1$.

Donc le régulateur à choisir est le régulateur intégrateur (I)

II - 4 . EQUATIONS d'ETAT DU SYSTEME GLOBAL -

Soit le vecteur d'état $X [K]$ réunissant le vecteur d'état $X_S [K]$ du système, et le vecteur d'état $X_R [K]$ du régulateur.

$$X [K] = \begin{bmatrix} X_S [K] \\ X_R [K] \end{bmatrix}$$

Les équations d'état du système global en boucle ouverte, en tenant compte des grandeurs de consignes et de perturbations seront :

$$X [K + 1] = F \cdot X [K] + h \cdot U [K] + h_w \cdot W [K] + h_v \cdot V [K] \quad (2-2)$$

$$Y [K] = C^T \cdot X [K]$$

$$\text{avec : } F = \begin{bmatrix} F_S & 0 \\ -C_S^T & 1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} h_S \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad h_v = \begin{bmatrix} h_{sv} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C^T = \begin{bmatrix} C^T & 0 \end{bmatrix}$$

La grandeur de commande sera :

$$U [K] = - K^T X [K] + h_w \cdot W [K] - K_v \cdot V [K]$$

$$K^T = \begin{bmatrix} K_S^T & - K_R \end{bmatrix}$$

On obtient les équations d'état du système global en boucle fermée, lorsqu'on fait intervenir la contre réaction d'état et l'intervention directe des grandeurs de consignes et de perturbation. On trouve :

$$X [K + 1] = F_G \cdot X [K] + h_{GW} \cdot W [K] + h_{GV} \cdot V [K] \quad (2-3)$$

$$F_G = F - h \cdot K^T$$

$$h_{GW} = h_w + h \cdot K_w$$

$$h_{GV} = h_v - h \cdot K_v$$

L'équation (2-3) décrit le comportement dynamique du système global fermé, en particulier sous l'influence de la contre réaction d'état.

II - 5 - DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE REGLAGE d'ETAT -

Il existe plusieurs méthodes pour la détermination des coefficients de réglage. On ne citera ici que les méthodes qui ont été utilisées pour notre réglage d'état.

II - 5 - 1 - DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE LA CONTRE
REACTION d'ETAT -

Cette méthode fait appel à la forme canonique de réglage. Pour cela, on effectue une transformation linéaire par :

$$x_c [K] = T \cdot x [K]$$

On détermine la matrice de transformation (T). Connaissant les coefficients a i. de l'équation caractéristique du système en boucle fermée, ainsi que les pôles imposés, on trouve :

$$K^T = \begin{bmatrix} K_{S1} & K_{S2} & - K_R \end{bmatrix} \quad \text{Voir [3]}$$

II - 5 - 2 - DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE L'INTER-
VENTION DIRECTE DES GRANDEURS DE CONSIGNE
ET DE PERTURBATION -

Pour la détermination de K_v , on utilise la méthode de la grandeur d'état du régulateur nulle en régime établi. On trouve :

$$K_v = \frac{C_S^T (1 - F_S + h_S K_S^T)^{-1} h_{SV}}{C_S^T (1 - F_S + h_S K_S^T)^{-1} h_S} \quad (2-4)$$

Pour la détermination de K_w on utilise la méthode de compensation d'un pôle par rapport à la grandeur de consigne, on tire :

$$K_w = \frac{K_R}{1 - Z_i} \quad (2-5)$$

le pôle à compenser (Z_i) doit être réel avec $|Z_i| < 1$.

CHAPITRE III

REGLAGE d'ETAT DU COURANT d'INDUIT

INTRODUCTION -

En partant des équations électriques et électro-mécaniques régissant le fonctionnement de notre système, on peut aboutir à une représentation d'état.

Parmi les paramètres caractéristiques du système à régler, il y a le courant d'induit du moteur et la vitesse de rotation du groupe, tout en tenant compte de la tension appliquée par le convertisseur sur l'induit de la machine.

Dans ce chapitre, les deux paramètres à régler sont le courant d'induit et la tension appliquée par le convertisseur. Ces deux paramètres, constituent le vecteur d'état, la grandeur de commande étant représentée par la tension appliquée au convertisseur sur une période d'échantillonnage T_e . On tient compte aussi dans la modélisation de la grandeur de perturbation considérée, afin de décrire l'influence de cette dernière sur les variables d'état.

III - 1 - SCHEMA DE PRINCIPE, ET SCHEMA BLOC DU REGLAGE
D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU.

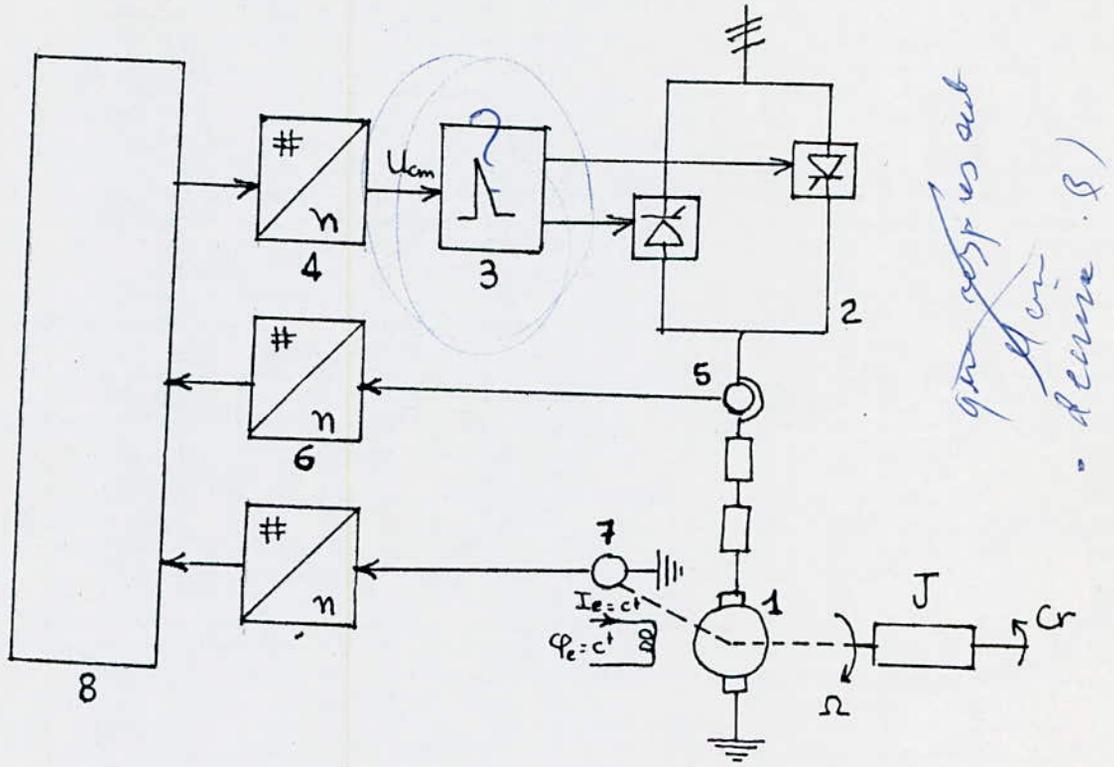


Fig. 3 - 1.

La figure 3 - 1, représente le schéma de principe du réglage d'un moteur à courant continu.

Le système à régler est composé d'un moteur à courant continu (1) et d'un convertisseur de courant (2). Ce dernier est commandé par le dispositif de commande de gâchettes (3) qui nécessite la tension de commande U_{cm} , fournie par le convertisseur digital/analogique (4).

Pour le réglage du moteur, on a besoin de la mesure du courant d'induit par le transformateur à courant continu (5) dont le signal analogique est amené à l'entrée du convertisseur analogique/digital (6), et de mesure de vitesse n à l'aide d'une génératrice tachymétrique (7). Les taches de réglage sont programmées dans le calculateur (8).

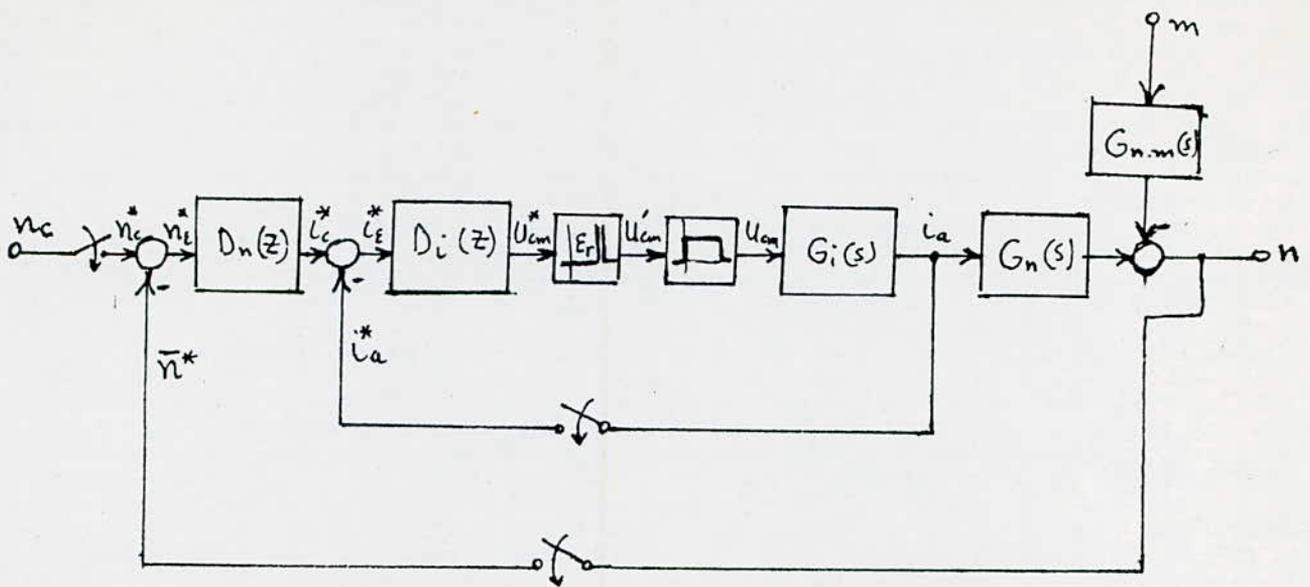


Fig. 3 - 2.

La fig. 3 - 2, représente le schéma bloc du réglage en cascade d'un moteur à courant continu.

Le système à régler est décomposé en deux blocs qui possèdent les fonctions de $G_i(s)$ et $G_n(s)$.

Le courant i_a apparait comme grandeur intermédiaire. La différence entre cette dernière grandeur échantillonnée i_a^* et la grandeur de consigne i_c^* est appliquée à l'entrée du régulateur intermédiaire pour le courant d'induit représenté par le bloc $D_i(z)$. On obtient alors la grandeur de commande discrète u_{cm}^* . La sortie analogique est de nouveau modélisée par un échantillonneur à pulsation comportant un retard ϵ_r , et un élément de maintien.

Le réglage principal est constitué dans ce cas par le réglage de vitesse. Le régulateur principal est donné par le bloc $D_n(z)$ obtient la différence entre la grandeur de consigne discrète n_c^* et la grandeur mesurée \bar{n}^* de la vitesse. Ce régulateur fournit à sa sortie la grandeur de

consigne discrète i^*c qui est utilisée par le régulateur ~~in~~ intermédiaire pour le courant d'induit.

III - 2 - CONDITIONS, POUR L'ETUDE DU COMPORTEMENT DES MOTEURS A COURANT CONTINU -

Pour l'étude du comportement statique et dynamique des moteurs à courant continu, on admettra les suppositions suivantes :

- La saturation du circuit magnétique est prise en considération seulement dans la culasse statorique.
- L'enroulement d'induit, avec les enroulements des pôles auxillaires et un éventuel enroulement de compensation, sont représentés par une inductance et une réactance équivalentes.
- La réaction d'induit n'est pas prise en considération.
- Les pertes dans le fer sont négligées.
- Les résistances et les inductances sont indépendantes de la température.
- Le convertisseur de courant alimentant le circuit d'induit est pris en considération.
- Les ondulations provoquées par le convertisseur de courant ne sont pas prises en considération.
- On se limite à l'étude de la conduction continue du courant d'induit (en négligeant la conduction intermittente).

III - 3 - MODELISATION DU SYSTEME -

Afin de faciliter l'analyse des circuits de réglage, on travaille avec des grandeurs relatives. Ceci nous permet de comparer le comportement des moteurs ayant des puissances nominales très différentes, puisque les constantes d'un moteur à courant continu exprimées en grandeurs relatives varient dans les domaines relativement restreints.

Ils est judicieux de prendre comme valeurs de référence, les valeurs nominales, représentées par l'indice (n)

III - 3 - 1 - MISE EN EQUATION -

D'après le schéma équivalent d'un moteur à courant continu, dont l'induit est alimenté par un convertisseur de courant (voir (1)), on tire les équations suivantes :

- L'équation électrique

$$- \mu di + r. id + r. I. \frac{did}{dt} + e = 0$$

avec :

$$\mu di = \frac{Udi}{Un}, \quad id = \frac{Id}{In}, \quad r = \frac{Ra + Ri}{Udn} I dn,$$

$$I = \frac{La + Li}{R + Ri}, \quad e = \emptyset . n$$

Puisque $\emptyset = 1$ on aura :

$$- \mu di + r. id + r. I. \frac{did}{dt} + n = 0$$

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{U di - n - r \cdot id}{r \cdot T}$$

L'équation du mouvement donne :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{me - Cr}{T_m}$$

avec :

$$T_m = \frac{J \Omega_n}{M_n}, \quad C_r = \frac{C_r}{M_n}, \quad me = \frac{M_e}{M_n}, \quad n = \frac{\Omega}{\Omega_n}$$

$me = \emptyset id$, et comme $\emptyset = 1$, on aura :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{id - Cr}{T_m}$$

L'équation de l'organe de commande est :

$$\frac{d U di}{dt} = \frac{U_{cm} \cdot U_{dio} - \mu di}{T_{cm}}$$

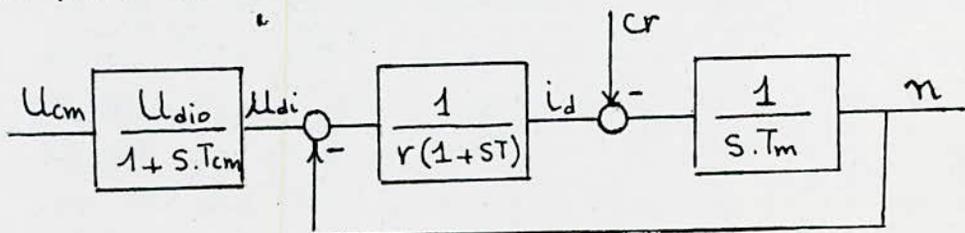
Les transformations de Laplace donnent :

$$id = \frac{\mu di - n}{r \cdot (1 + ST)}$$

$$n = \frac{id - Cr}{S \cdot T_m}$$

$$\mu di = \frac{U_{dio}}{1 + S \cdot T_{cm}} \cdot U_{cm}$$

On peut donc tirer le diagramme fonctionnel suivant :



A partir du schéma fonctionnel, on peut voir que la vitesse est considérée comme une grandeur de perturbation dans la boucle de courant.

III - 3 - 2 - DONNEES NUMERIQUES -

Pour illustrer les études théoriques, on présentera des courbes représentant les réponses harmoniques, et des résultats numériques qui se basent sur les données numériques suivantes : voir (9).

REMARQUE : A partir de là, je représenterai certaines grandeurs relatives en majuscule.

$$U_{d i o} = 1,28 \text{ u. r.}$$

$$T = 10 \text{ m s}$$

$$T_m = 0,64 \text{ s}$$

$$T_{c m} = 1,66 \text{ m s}$$

$$r = 0,103 \text{ u. r}$$

$$\emptyset = 1. \text{ u. r}$$

III - 4 - REGLAGE d'ETAT DU COURANT d'INDUIT -

III - 4-1- SCHEMA BLOC DU CIRCUIT DE REGLAGE -

Il est composé d'un échantillonneur à pulsation d'un élément de maintien, d'un convertisseur, d'un régulateur, et du système à régler. La vitesse est prise comme perturbation.

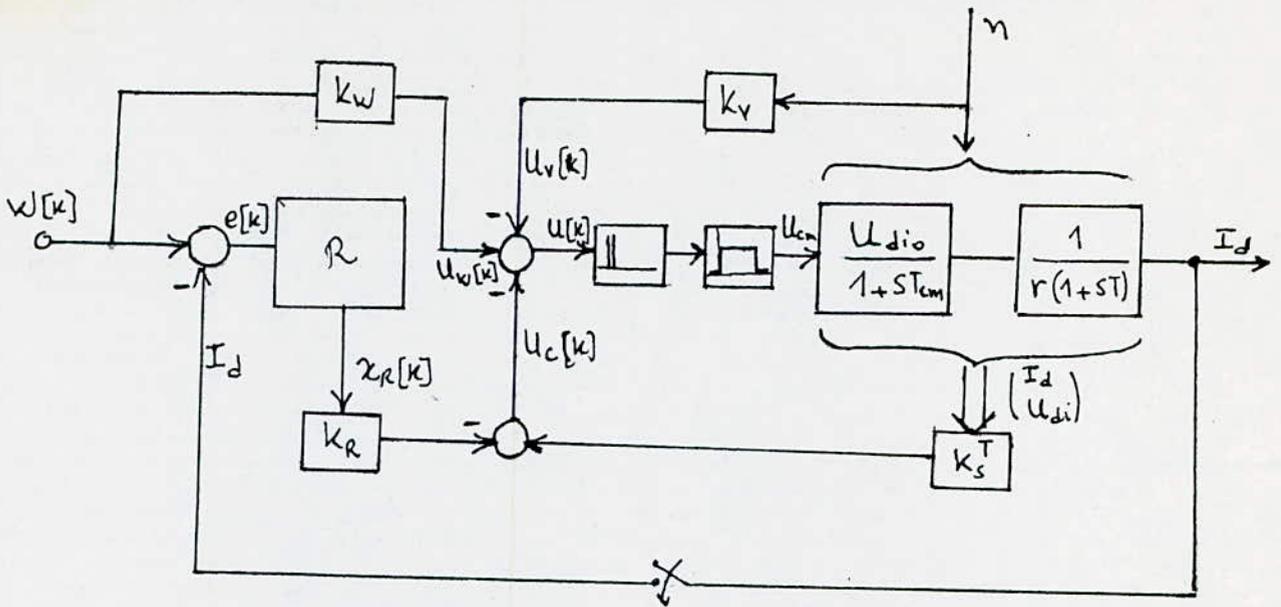


Fig. III_3

III - 4 - 2 - LES EQUATIONS d'ETAT DU SYSTEME GLOBAL :

Les équations différentielles, du système sont :

- Equation électrique :

$$\frac{d i d}{d t} = \frac{1}{r T} U_{di} - \frac{1}{r t} \cdot n - \frac{1}{l} \cdot i d$$

- Equation de l'organe de commande :

$$\frac{d U_{di}}{d t} = - \frac{1}{T_{cm}} \cdot U_{di} + \frac{U_{cm} \cdot U_{dio}}{T_{cm}}$$

Les équations d'état du système continu sont donc

$$* i d = - \frac{1}{T} i d + \frac{1}{r T} U_{di} - \frac{1}{r t} \cdot n$$

$$* \dot{U}_{di} = - \frac{1}{T_{cm}} \cdot U_{di} + \frac{U_{cm} \cdot U_{dio}}{T_{cm}}$$

Soit sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{U}_{di} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & \frac{1}{rT} \\ 0 & -\frac{1}{T_{cm}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ U_{di} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{U_{dio}}{T_{cm}} \end{bmatrix} U_{cm} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{rT} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot n$$

d'où :

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & \frac{1}{rT} \\ 0 & -\frac{1}{T_{cm}} \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{U_{dio}}{T_{cm}} \end{bmatrix}, \quad B_{sv} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{rT} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le passage aux équations d'état aux différences du système échantillonné donne :

$$X_s [K+1] = F_s \cdot X_s [K] + H_s \cdot U [K] + H_{sv} \cdot V [K]$$

$$Y [K] = C_s^T \cdot X_s [K]$$

Ici on a $D_s = 0$, car c'est le cas d'un système réel.

L'équation d'état du régulateur intégrateur est :

$$\begin{aligned} x_R [K+1] &= x_R [K] + e [K] \\ &= \sum_{i=0}^K e [i] \end{aligned}$$

III. 4-3. Détermination de la matrice de transition d'état :

Puisque la matrice A est d'ordre 2, on applique la méthode de la transformation de Laplace inverse. Pour cela, on forme la matrice $(S.I - A) = \Phi (S)$, qu'on doit inverser,

puis appliquer la transformation de Laplace inverse à chacun de ses éléments, et finalement poser $t = T e$. Ainsi on obtient la matrice $F = \varnothing (T e)$.

$$\begin{aligned}
 (S.I - A)^{-1} &= \begin{bmatrix} S + \frac{1}{T} & -\frac{1}{rT} \\ 0 & S + \frac{1}{T_{cm}} \end{bmatrix}^{-1} \\
 &= \frac{1}{\left(S + \frac{1}{T}\right) \left(S + \frac{1}{T_{cm}}\right)} \begin{bmatrix} S + \frac{1}{T_{cm}} & \frac{1}{rT} \\ 0 & S + \frac{1}{T} \end{bmatrix} \\
 \varnothing (S) &= \begin{bmatrix} S + \frac{1}{T} & \frac{1}{rT \left(S + \frac{1}{T}\right) \left(S + \frac{1}{T_{cm}}\right)} \\ 0 & \frac{1}{S + \frac{1}{T_{cm}}} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Les transformations de Laplace inverses, donnent :

$$* \frac{1}{S + \frac{1}{T}} \longrightarrow E \times p \left(-\frac{t}{T} \right)$$

$$* \frac{1}{rT \left(S + \frac{1}{T}\right) \left(S + \frac{1}{T_{cm}}\right)} \longrightarrow \frac{T_{cm}}{r(T - T_{cm})} \left[\text{Exp} \left(-\frac{t}{T} \right) - \text{Exp} \left(-\frac{t}{T_{cm}} \right) \right]$$

$$* \frac{1}{S + \frac{1}{T_{cm}}} \longrightarrow E \times p \left(-\frac{t}{T_{cm}} \right)$$

$$\text{donc : } \varnothing (t) = \begin{bmatrix} \text{EXP} \left(-\frac{t}{T} \right) & \frac{T_{cm}}{r(T - T_{cm})} \text{Exp} \left(-\frac{t}{T} \right) - \text{Exp} \left(-\frac{t}{T_{cm}} \right) \\ 0 & E \times p \left[-\frac{t}{T_{cm}} \right] \end{bmatrix}$$

d'où:

$$F_S = \phi_S(T_e) = \begin{bmatrix} \text{Exp}\left(-\frac{T_e}{T}\right) & \frac{T_{cm}}{r(T-T_{cm})} \left[\text{Exp}\left(-\frac{T_e}{T}\right) - \text{Exp}\left(-\frac{T_e}{T_{cm}}\right) \right] \\ 0 & \text{Exp}\left[-\frac{T_e}{T_{cm}}\right] \end{bmatrix}$$

La matrice $\psi(T)$ est obtenue par intégration des éléments de la matrice $\phi(t)$ et en posant $t=T$.

$$* \int_0^t \text{Exp}\left(-\frac{\mathcal{G}}{T}\right) d\mathcal{G} = T \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{T}\right) \right]$$

$$* \int_0^t \frac{T_{cm}}{r(T-T_{cm})} \left[\text{Exp}\left(-\frac{\mathcal{G}}{T}\right) - \text{Exp}\left(-\frac{\mathcal{G}}{T_{cm}}\right) \right] d\mathcal{G} =$$

$$= \frac{T_{cm}}{r(T-T_{cm})} \left[T \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{T}\right) \right] - T_{cm} \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{T_{cm}}\right) \right] \right]$$

$$* \int_0^T \text{Exp}\left(-\frac{\mathcal{G}}{T_{cm}}\right) d\mathcal{G} = T_{cm} \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{T}{T_{cm}}\right) \right]$$

donc:

$$\psi(t) = \begin{bmatrix} T \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{T}\right) \right] & \frac{T_{cm}}{r(T-T_{cm})} \left[T \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{T}\right) \right] - T_{cm} \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{T_{cm}}\right) \right] \right] \\ 0 & T_{cm} \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{t}{T_{cm}}\right) \right] \end{bmatrix}$$

d'où

$$\psi(T_e) = \begin{bmatrix} T \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{T_e}{T}\right) \right] & \frac{T_{cm}}{r(T-T_{cm})} \left[T \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{T_e}{T}\right) \right] - T_{cm} \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{T_e}{T_{cm}}\right) \right] \right] \\ 0 & T_{cm} \left[1 - \text{Exp}\left(-\frac{T_e}{T_{cm}}\right) \right] \end{bmatrix}$$

$$H_s = \Psi_s (Te) = B_s = \begin{bmatrix} \frac{U_{dio}}{r(T-T_{cm})} \left[T \left[1 - \exp\left(-\frac{Te}{T}\right) \right] - T_{cm} \left[1 - \exp\left(-\frac{Te}{T_{cm}}\right) \right] \right] \\ U_{dio} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{Te}{T_{cm}}\right) \right] \end{bmatrix}$$

$$H_{sv} = \Psi_s (Te). \quad B_{sv} = \begin{bmatrix} - \left[1 - \exp\left(-\frac{Te}{T}\right) \right] \\ r \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_s^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

L'équation d'état du système global en boucle ouverte, avec l'introduction du régulateur intégrateur, en tenant compte des perturbations et de la consigne, est de la forme :

$$X [K+1] = F. X [K] + H. U [K] + H_w. W [K] + H_v. V [K]$$

L'équation d'état de la grandeur de sortie est alors :

$$Y [K] = C^T X [K]$$

avec :

$$X [K] = \begin{bmatrix} X_s [K] \\ X_R [K] \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_s & 0 \\ -C_s^T & 1 \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} H_s \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad H_v = \begin{bmatrix} H_{sv} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C^T = \begin{bmatrix} C_s^T & 0 \end{bmatrix}$$

L'équation d'état aux différences, du système global en boucle fermée, c'est-à-dire avec la contre réaction d'état et l'intervention directe des grandeurs de consigne et de perturbation, est alors :

$$X (K+1) = F_G \cdot X (K) + H_{GW} \cdot W (K) + H_{GV} \cdot V (K)$$

Cette équation décrit le comportement dynamique du système global fermé, en particulier sous l'influence de la contre réaction d'état.

$$F_G = F - H \cdot K^T$$

$$H_{GW} = H_w + H \cdot K W$$

$$H_{GV} = H_v - H \cdot K v$$

III - 4 - 4 - DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE LA CONTRE REACTION.

Afin de trouver la matrice globale F_G en boucle fermée, on doit déterminer les coefficients de la contre-réaction d'état, c'est-à-dire les éléments du vecteur ligne K^T .

La méthode à suivre est la méthode de la forme canonique de réglage, qui nécessite en général la détermination de la matrice de transformation, et de la forme canonique de la matrice F . (Voir [3]).

En général la relation: $X (K + 1) = F \cdot X (K) + H \cdot U (K)$, ne se trouve pas sous la forme canonique, on doit donc effectuer préliminairement une transformation linéaire

par : $X_c (K) = T. X (K)$ où :

T : est la matrice de transformation.

L'indice C distingue les matrices et les vecteurs de la forme canonique de réglage, on a donc :

$$X_c (K) = F_c. X_c (K) + H_c. U (K)$$

On montre que $K^T = K_c^T. S^{-1} = K_c^T. T$ (Voir [3])

$$K_c^T = \begin{bmatrix} K_{c1} & K_{c2} & K_{c3} \end{bmatrix}$$

avec :

$$K_{c1} = \alpha_0 - a_0$$

$$K_{c2} = \alpha_1 - a_1$$

$$K_{c3} = \alpha_2 - a_2$$

α_i : sont les coefficients de l'équation caractéristique du système global fermé.

a_i : sont les coefficients de l'équation caractéristique du système global ouvert .

Pour déterminer l'équation caractéristique du système global fermé, on doit faire un choix des pôles qui nous garantit un amortissement rapide du phénomène transitoire.

- CHOIX DES POLES :

Afin d'obtenir un comportement dynamique satisfaisant du réglage d'état, il est indispensable de faire le choix des

des pôles à imposer de manière adéquate. Dans ce but, il est judicieux de choisir des pôles qui garantissent un amortissement relatif optimal. voir (2)

$$Z_i = \text{Exp}(-\omega_i \cdot T_e) \left[\cos \omega_i \cdot T_e \pm j \sin \omega_i \cdot T_e \right]$$

$$\text{avec : } \omega_i = \frac{1}{T}$$

- CHOIX DE LA PERIODE d'ECHANTILLONNAGE :

Les matrices du système échantillonné, dépendent de la période d'échantillonnage T_e . Cette période doit être choisie de manière à satisfaire certaines conditions.

Dans notre cas on prend : $T_e = \frac{T_r}{6} = \frac{20}{6} = 3,33 \text{ ms}$,
avec T_r : la période du réseau.

III - 4 - 5 : APPLICATION NUMERIQUE -

Le système global est caractérisé par la matrice F , et le vecteur H .

$$F = \begin{bmatrix} 0,7167 & 1,1248 & 0 \\ 0 & 0,1345 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 2,0804 \\ 1,1078 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour déterminer la forme canonique de réglage de la matrice de transformation relative, on doit d'abord établir l'équation caractéristique de F , en développant le déterminant de $(Z \cdot 1 - F)$, on tire :

$$\text{Det}(Z \cdot 1 - F) = Z^3 - 1,8510 Z^2 + 0,9470 Z - 0,0960 = 0$$

les coefficients de cette équation caractéristique sont :

$$a_2 = - 1,8510, \quad a_1 = 0,9470, \quad a_0 = - 0,0960$$

On obtient alors les colonnes de la matrice de transformation S par :

$$S_3 = H.$$

$$S_2 = F \cdot S_3 + a_2 \cdot S_3$$

$$S_1 = F \cdot S_2 + a_1 \cdot S_3$$

$$\text{d'où : } S = \begin{bmatrix} - 0,9669 & - 1,1137 & 2,0804 \\ 0,7933 & - 1,9015 & 1,1078 \\ - 0,9666 & - 2,0804 & 0 \end{bmatrix}$$

D'où l'on tire son inverse, c'est-à-dire la matrice de transformation T :

$$T = S^{-1} = \begin{bmatrix} 0,2778 & 0,5218 & - 0,3282 \\ 0,1291 & - 0,2425 & - 0,3281 \\ 0,4206 & 0,1127 & - 0,3282 \end{bmatrix}$$

On choisit maintenant les valeurs propres du système global fermé, c'est-à-dire les pôles qu'on désire imposer.

Puisque le système est du troisième ordre, on doit imposer trois pôles. On choisira une paire de pôles complexes conjugués correspondant à un amortissement relatif optimal, et un pôle réel

$$z_{1,2} = 0,2292 \pm j \cdot 0,3152$$

$$z_3 = 0,3898.$$

La fig. A, donne le lieu des pôles dans le plan Z.

L'équation caractéristique du système global fermé est donc :

$$\begin{aligned}
 P(Z) &= (Z - Z_1) \cdot (Z - Z_2) \cdot (Z - Z_3) \\
 &= Z^3 + \alpha_2 Z^2 + \alpha_1 Z + \alpha_0
 \end{aligned}$$

Pour déterminer le vecteur K^T , j'ai élaboré un programme qui me donne directement ce vecteur, suivant les pôles assignés. On trouve :

$$K^T = \begin{bmatrix} 0,3319 & 0,2815 & -0,1388 \end{bmatrix}$$

Les deux grandeurs d'état du système à régler sont donc mises en contre réaction par les coefficients :

$K_{s1} = 0,3319$ et $K_{s2} = 0,2815$, tandis que la grandeur d'état du régulateur intégrateur intervient avec le coefficient $K_R = 0,1388$.

Normalement les coefficients K_{si} , et K_R doivent être positifs. Ceci est le cas lorsque le système global fermé est plus rapide que le système global ouvert.

Avec le vecteur ligne de la contre réaction d'état K^T on obtient pour le système global fermé la matrice :

$$F_G = F - H \cdot K^T = \begin{bmatrix} 0,0262 & 0,5391 & 0,2887 \\ -0,3676 & -0,1773 & 0,1537 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A l'aide de cette matrice on peut déterminer le comportement transitoire que présente le système global fermé, à partir d'un

certain état initial.

La Fig. B, montre l'allure des trois grandeurs d'états :

I_d , U_{di} , X_R , pour des valeurs initiales

$$I_d(0) = 1, \quad U_{di}(0) = 1, \quad X_R(0) = 0.$$

On voit que l'état final $I_d = U_{di} = X_R = 0$ est pratiquement atteint après $K = 6$ périodes d'échantillonnage. On conclut que les pôles imposés garantissent un amortissement rapide du phénomène transitoire.

- Pour la détermination numérique des réponses indicielles, on doit déterminer les coefficients de l'intervention directe des grandeurs de consigne et de perturbation.

Pour la détermination de K_w , la méthode qui nous donne de bons résultats est celle de la compensation d'un pôle par rapport à la grandeur de consigne.

La relation (2 - 5) donne :

$$K_w = \frac{K_R}{1-Z} = \frac{0,1388}{1 - 0,3898} = 0,2274.$$

$$K_w = 0,2274$$

$$\text{d'où : } H_{GW} = H_w + H.K_w = \begin{bmatrix} 0,4730 \\ 0,2519 \\ 1 \end{bmatrix}$$

La relation (2 - 4) nous permet de déterminer K_v par la méthode de la grandeur d'état du régulateur nulle en régime établi.

On trouve

$$K_v = - 1,0626$$

$$\text{d'où : } H_{Gv} = H_v - H.K_v = \begin{bmatrix} - 0,5392 \\ 1,1772 \\ 0 \end{bmatrix}$$

RESULTATS :

RESULTATS :

* La Fig. C, montre la réponse indicielle par rapport à la grandeur de consigne sans intervention directe, c'est-à-dire pour $K_w = 0$ et $K_v = 0$.

La Fig. D, montre la réponse indicielle par rapport à la grandeur de consigne, avec compensation d'un pôle.

On voit que dans le cas, sans intervention directe, le phénomène transitoire est relativement lent. Les grandeurs d'état I_d et U_{di} , ne varient qu'après une période d'échantillonnage.. La grandeur de sortie à régler I_d atteint la valeur de consigne qu'après $K = 7$ périodes d'échantillonnages. Tandis que dans le cas de compensation d'un pôle, la réponse est rapide et le phénomène transitoire est bien amorti. Le temps de montée de la grandeur d'état à régler I_d est d'environ 7 ms.

On signale un dépassement de I_d , d'environ 6 % la valeur finale. La qualité de réglage est donc bonne.

Pour la grandeur U_{di} , on voit qu'elle se stabilise après $K = 6$ dans le premier cas, par contre dans le deuxième cas elle se stabilise après $K = 4$ périodes d'échantillonnage. La réponse rapide dans ce dernier cas se manifeste par une variation transitoire un peu plus élevée que dans le premier cas. Les figures E et F, montrent respectivement les réponses indicielles, par rapport à la grandeur de perturbation, sans intervention directe, et avec grandeur d'état du régulateur nul en régime établi.

Dans le cas sans intervention directe, on voit que la réponse du courant I_d est rapide, à cause de l'influence de la grandeur de perturbation, sa variation est assez élevée. Le courant reprend sa valeur initiale et se stabilise après $K = 6$ périodes.

La tension U_{di} , ne répond qu'après $K = 1$ est prend une valeur différente de celle de l'état initial après $K = 6$ périodes, cette valeur permet d'éliminer l'influence de la perturbation sur le courant.

Dans le cas de la grandeur d'état du régulateur nulle en régime établi, on voit que le courant I_d et la tension U_{di} répondent rapidement. Le courant oscille autour de sa valeur initiale, et sa variation n'est pas très élevée. La tension prend une valeur^{qui} compense l'influence de la perturbation sur la grandeur à régler. Cette tension se stabilise après $K = 6$ périodes d'échantillonnage. On voit aussi que la grandeur d'état du régulateur X_R , devient nulle en régime établi.

explique

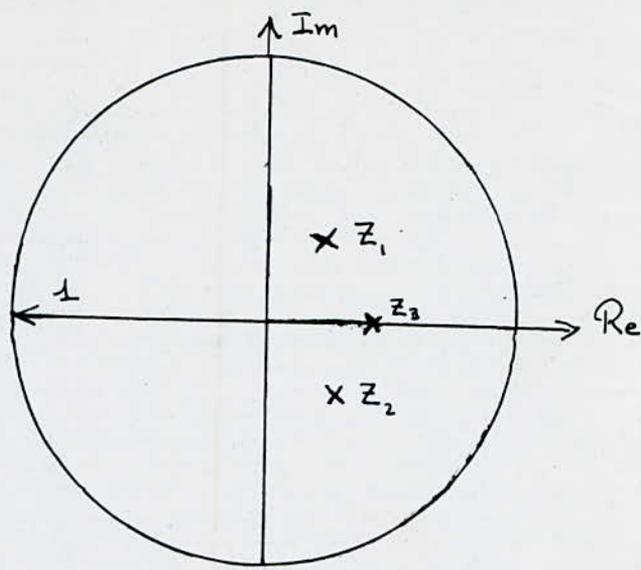


Fig A: Lieu des pôles dans le plan Z

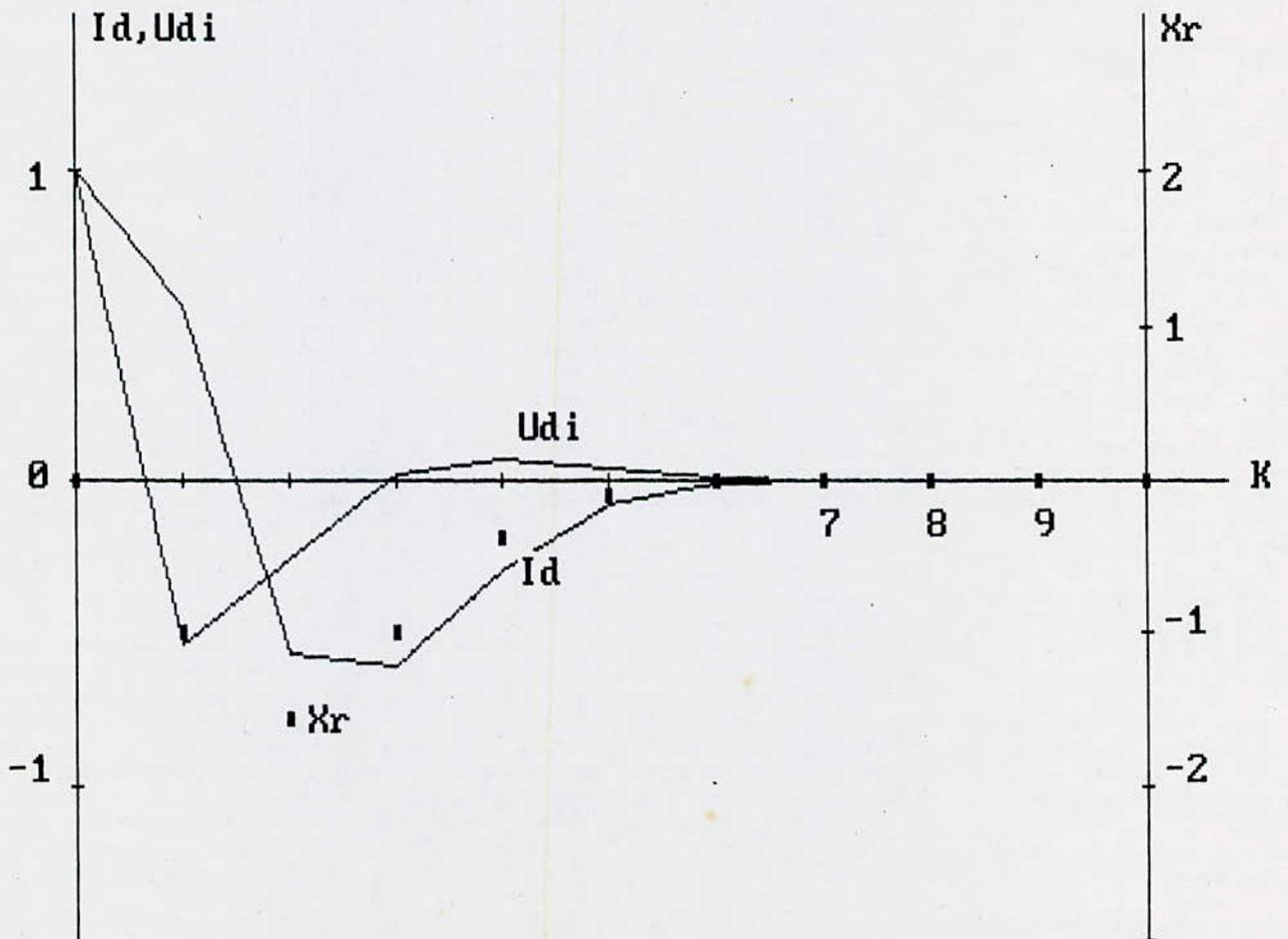


Fig: B - Comportement transitoire du système global fermé selon le choix des poles.

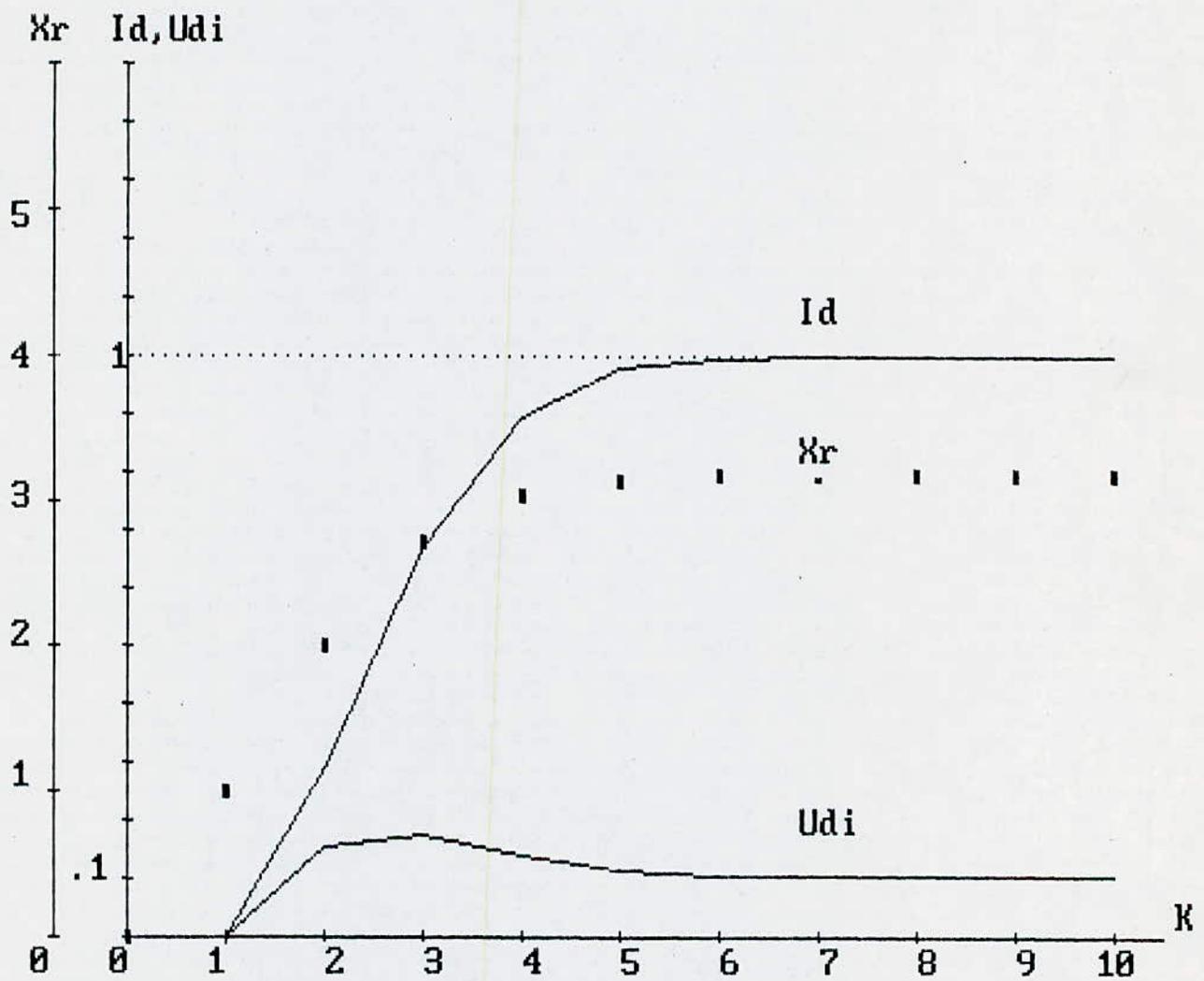


Fig: C - Réponse indicielle par rapport à la grandeur de consigne, sans intervention directe.

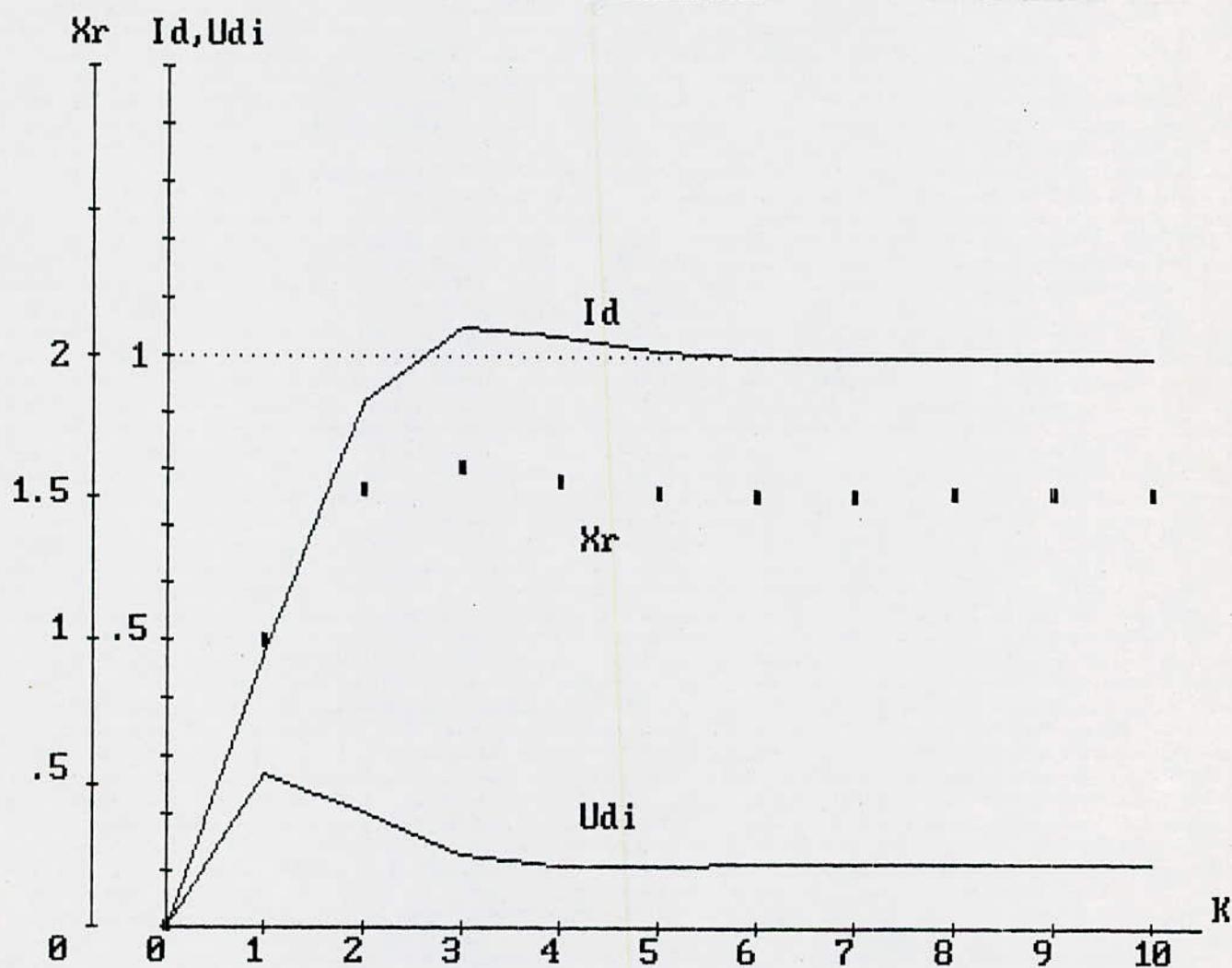


Fig: D - Réponse indicielle par rapport à la grandeur de consigne, compensation d'un pôle.

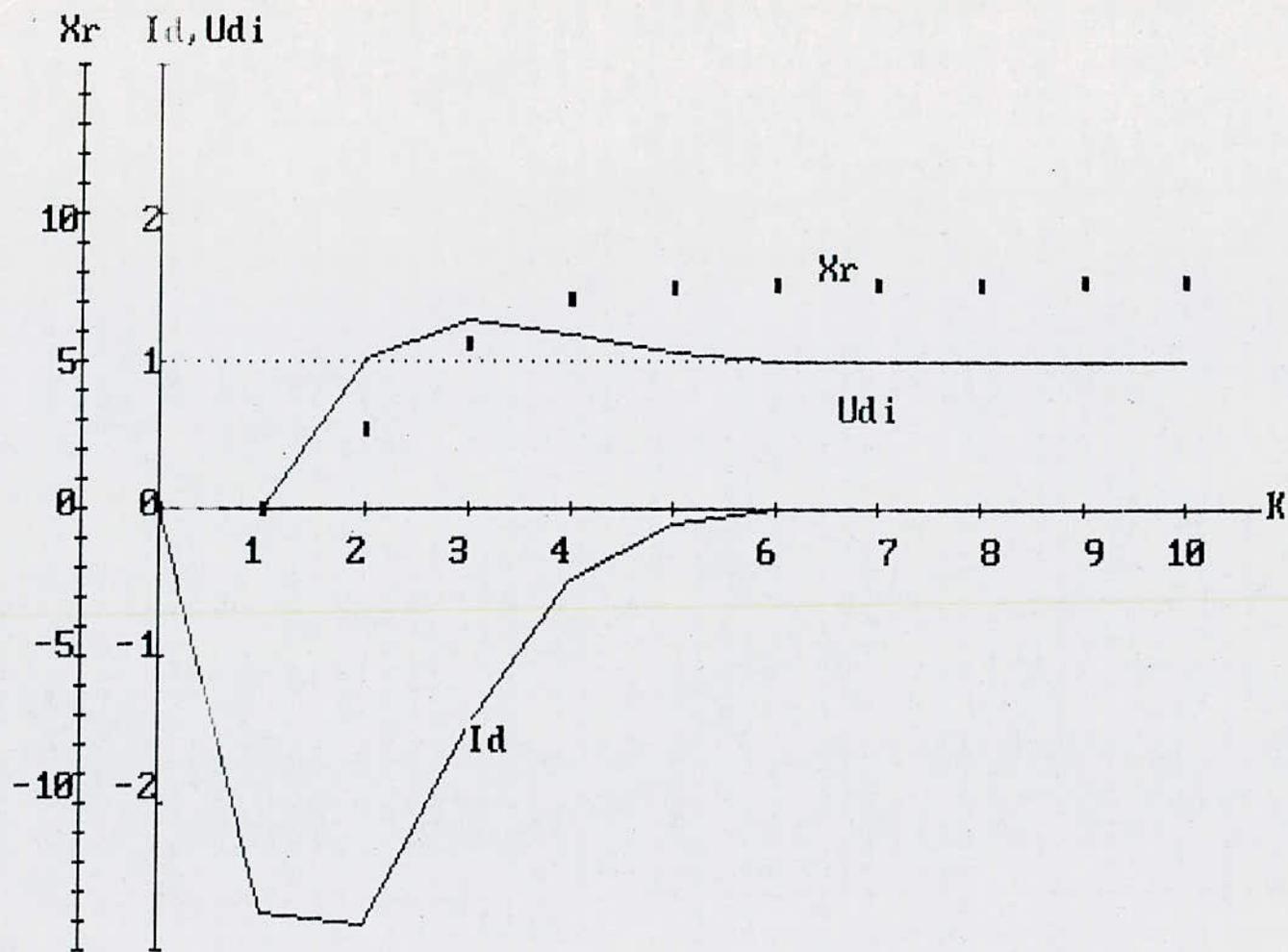


Fig: E - Réponse indicielle par rapport à la grandeur de perturbation, sans intervention directe.

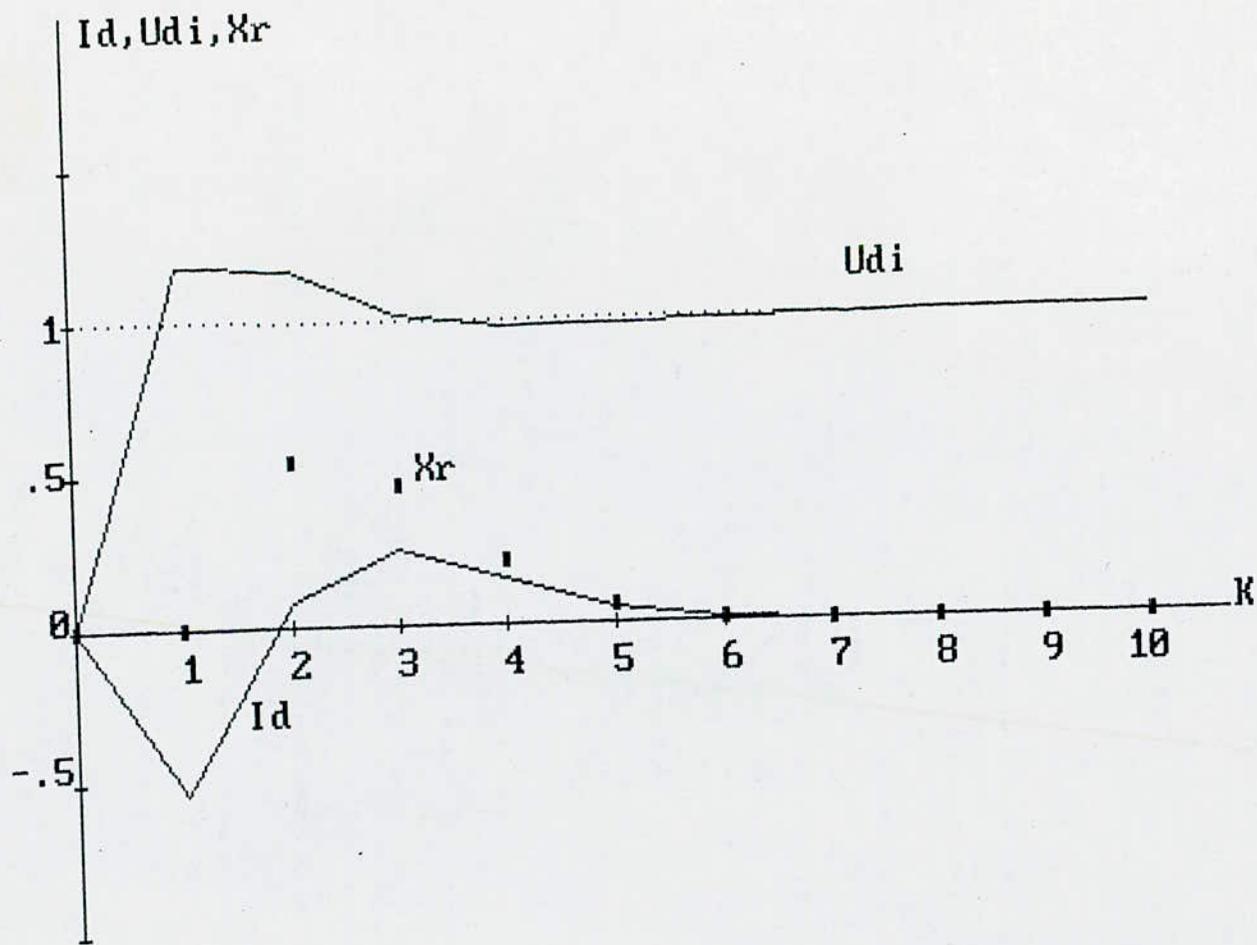


Fig: 5 Réponse indicielle par rapport à la grandeur de perturbation, grandeur d'état du régulateur nulle en régime établi.

REGLAGE d'ETAT DE LA VITESSE DE ROTATION

- INTRODUCTION -

Le réglage de la vitesse de rotation d'un moteur à courant continu est délicat, car le courant demandé par le moteur afin d'augmenter sa vitesse, est très fort, d'où la nécessité de le limiter par des moyens électroniques.

Dans ce chapitre, on étudie le réglage d'état de la vitesse de rotation du moteur, en tenant compte du comportement du courant d'induit. Les deux paramètres qui constituent le vecteur d'état, sont donc la vitesse de rotation n , et le courant d'induit I_d . On tient compte aussi dans la modélisation de la grandeur de perturbation qui est le couple résistant C_r .

IV - 1 - SYSTEME EQUIVALENT POUR LE CIRCUIT DE REGLAGE

INTERMEDIAIRE :

On a vu au Chapitre III, le schéma bloc du réglage en cascade d'un moteur à courant continu. Le circuit de réglage intermédiaire fermé intervient dans le circuit de réglage principal. Pour cela, l'étude du circuit de réglage principal est assez complexe. Il serait donc utile de pouvoir remplacer approximativement le circuit de réglage intermédiaire fermé par un système équivalent du premier ordre (voir 1). Pour cela on détermine la constante de temps (T_{eq}) du système équivalent à l'aide de la démonstration vue en (2) dans le cas des égalités des surfaces fig. 4 - 1, on abouti à la relation donnant le temps équivalent T_{eq} pour un circuit comprenant un régulateur intégrateur :

$$\frac{T_{eq}}{T_e} = \frac{1}{K_R} \times \frac{r}{U_{dio}} \left(1 - \text{Exp} \left(- \frac{T_e}{T} \right) \right) \quad \text{d'où}$$

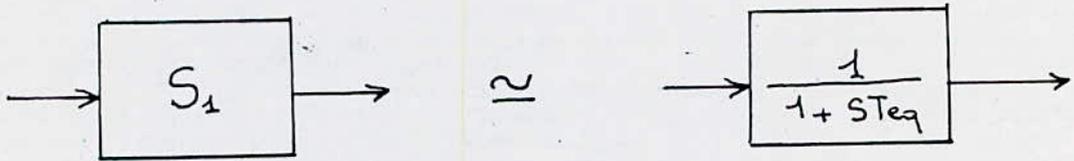
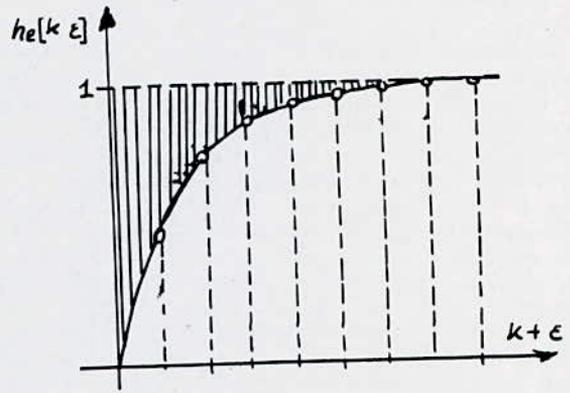
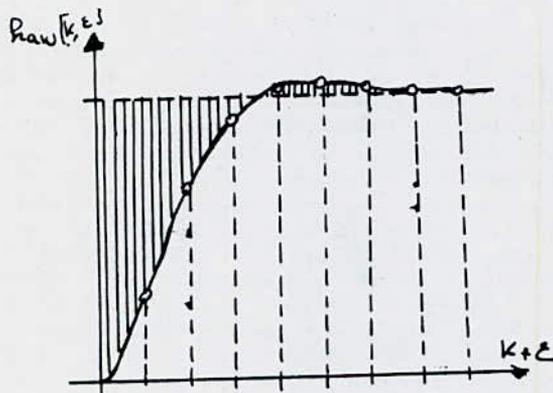


Fig 4-2. Égalité des surfaces de réglage pour le circuit de réglage intermédiaire fermé et le système équivalent.

$$T_{eq} = \frac{r}{U_{dio}} \cdot \frac{T_e}{K_R (1 - \text{Exp}(-\frac{T_e}{T}))}$$

$$= \frac{0,103 \times 3,33}{1,28 \cdot 0,1388 (1 - \text{Exp}(-0,333))}$$

donc : $T_{eq} = 6,8162 \text{ m. s}$

IV - 2 - SCHEMA BLOC DU CIRCUIT DE REGLAGE -

D'après les équations du paragraphe III - 3 - 1.

on a :

$$n = \frac{I_d - C_r}{S \cdot T_m}$$

La fonction de transfert du système équivalent est :

$$G(S) = \frac{1}{1 + S \cdot T_{eq}} = \frac{I_d}{I_c}$$

On tire le schéma fonctionnel suivant :

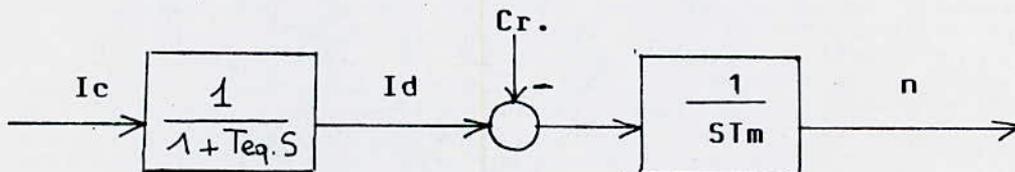


Fig. 4 - 2.

Le schéma bloc du circuit de réglage est donc :

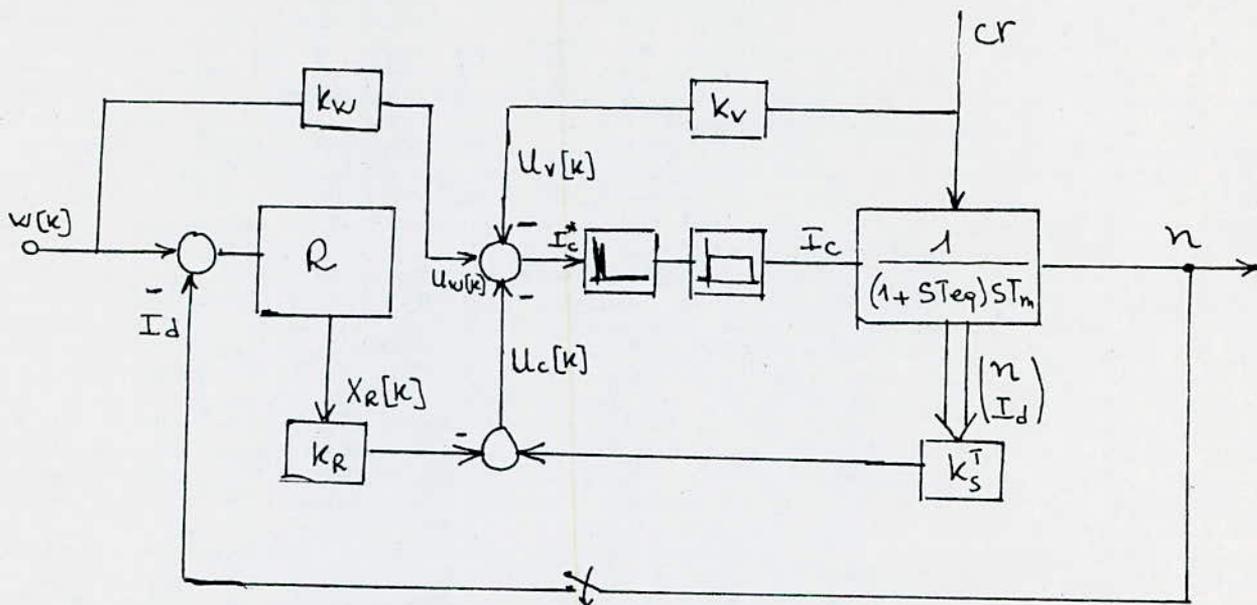


Fig. 4 - 3.

IV - 3 - EQUATIONS d'ETAT DU SYSTEME GLOBAL -

- Equation du mouvement :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{Id - Cr}{Tm}$$

- Equation électrique

$$\frac{dId}{dt} = \frac{Ic}{Teq} - \frac{Id}{Teq}$$

Les équations d'état du système continu sont donc :

$$\begin{bmatrix} \dot{n} \\ \dot{Id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{Tm} \\ 0 & -\frac{1}{Teq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ Id \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{Teq} \end{bmatrix} Id + \begin{bmatrix} -\frac{1}{Tm} \\ 0 \end{bmatrix} Cr$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{T_m} \\ 0 & -\frac{1}{T_{eq}} \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_{eq}} \end{bmatrix}, \quad B_{sv} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Par la même méthode vue au Chapitre III. on cherche la matrice de transition d'état, on trouve :

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_{eq}}{T_m} (1 - \text{Exp}(-\frac{t}{T_{eq}})) \\ 0 & \text{Exp}(-\frac{t}{T_{eq}}) \end{bmatrix}, \quad \text{d'où :}$$

$$F_s = \phi_s(T_e) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_{eq}}{T_m} (1 - \text{Exp}(-\frac{T_e}{T_{eq}})) \\ 0 & \text{Exp}(-\frac{T_e}{T_{eq}}) \end{bmatrix}$$

On calcule aussi la matrice $\Psi_s(T_e)$, on trouve :

$$\Psi_s(T_e) = \begin{bmatrix} T_e & \frac{T_{eq}}{T_m} [T_e - T_{eq} (1 - \text{Exp}(-\frac{T_e}{T_{eq}}))] \\ 0 & T_{eq} (1 - \text{Exp}(-\frac{T_e}{T_{eq}})) \end{bmatrix}$$

La matrice H_s est donc :

$$H_s = \Psi_s(T_e) \cdot B_s = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_m} [T_e - T_{eq} (1 - \text{Exp}(-\frac{T_e}{T_{eq}}))] \\ 1 - \text{Exp}(-\frac{T_e}{T_{eq}}) \end{bmatrix}$$

$$H_{sv} = \Psi_s (Te) \cdot B_{sv} = \begin{bmatrix} -\frac{Te}{T_m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_s = (1 \quad 0)$$

Si on introduit un régulateur intégrateur, les équations d'état du système global seront :

$$X [K + 1] = F \cdot X [K] + H \cdot U [K] + H_w \cdot W [K] + H_v \cdot V [K]$$

$$y [K] = C^T \cdot X [K]$$

avec :

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \frac{Teq}{T_m} (1 - \exp(-\frac{Te}{Teq})) & 0 \\ 0 & \exp(-\frac{Te}{Teq}) & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_m} [Te - Teq (1 - \exp(-\frac{Te}{Teq}))] \\ (1 - \exp(-\frac{Te}{Teq})) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

$$H_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad H_v = \begin{bmatrix} -\frac{Te}{T_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C^T = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (4-3)$$

La période d'échantillonnage T_e de la boucle principale, est en général supérieure à celle de la boucle intermédiaire. On prend ici T_e égale à celle choisie pour la boucle de courant afin de voir l'influence de cette période sur la boucle vitesse.

- Application numérique

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0,0041 & 0 \\ 0 & 0,6135 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot H = \begin{bmatrix} 0,0011 \\ 0,3864 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$H_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad H_v = \begin{bmatrix} -0,0052 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Détermination des coefficients de la contre réaction d'état
Par la même méthode vue au Chapitre III. on trouve l'équation caractéristique :

$$\text{Det} (Z.I - F) = Z^3 - 2,6135 \cdot Z^2 + 2,227 \cdot Z - 0,6135.$$

d'où les coefficients :

$$a_2 = -2,6135, \quad a_1 = 2,227, \quad a_0 = -0,6135$$

On calcule les colonnes de la matrice S :

$$S_3 = H = \begin{bmatrix} 0,0011 \\ 0,3864 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = F \cdot S_3 + a_2 \cdot S_3 = \begin{bmatrix} -0,0002 \\ -0,7728 \\ -0,0011 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = F \cdot S_2 + a_1 \cdot S_3 = \begin{bmatrix} -0,0009 \\ +0,3864 \\ -0,0009 \end{bmatrix}$$

d'où :

$$S = \begin{bmatrix} -0,0009 & -0,0002 & 0,0011 \\ +0,3864 & -0,7728 & 0,3864 \\ -0,0009 & -0,0011 & 0 \end{bmatrix}$$

D'où on tire la matrice de transformation $T = S^{-1}$

$$T = \begin{bmatrix} -272,4358 & 0,7755 & -497,6634 \\ +225,2276 & -0,6411 & -497,6636 \\ +722,8910 & +0,5300 & -497,6638 \end{bmatrix}$$

- Choix des pôles :

Le choix des pôles, nous impose la pente qu'on veut donner à la vitesse. Afin de voir l'influence du choix des pôles sur la grandeur à régler, on fait l'étude pour une certaine tierce de pôles choisis. On présente ensuite quelques réponses indicielles pour différents pôles.

Les pôles à imposer sont :

$$Z_{1,2} = 0,8442 \pm j \cdot 0,1336$$

$$Z_3 = 0.8547.$$

La fig. : H. montre le lieu de ces pôles.

On tire le vecteur ligne de la contre-réaction d'état :

$$K^T = \begin{bmatrix} 41.8340 & 0.0631 & - 3.0468 \end{bmatrix}$$

d'où la matrice du système global fermé :

$$F_G = \begin{bmatrix} 0.9539 & 0.0040 & 0.0033 \\ - 16.1646 & - 0.5891 & 1.1773 \\ - 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cette matrice nous permet de déterminer le comportement transitoire que présente le système global fermé, à partir d'un certain état initial.

La fig. : G. montre l'allure des trois grandeurs d'états :

n, I_d, X_R ; pour des valeurs initiales :

$$n(0) = 1, I_d(0) = 1, X_R(0) = 0.$$

On voit que pour une vitesse nominale, le courant ainsi que son gradient sont forts. On voit aussi que l'état final

$n = I_d = X_R = 0$, est atteint après $K = 39$ périodes d'échantillonnages.

Si on veut diminuer la valeur du courant, on n'a qu'à prendre des pôles dont la partie réelle tend vers un. Ceci entraîne un phénomène transitoire encore plus lent.

Afin de déterminer les réponses indicielles, par rapport à la grandeur de consigne et à la grandeur de perturbation, on doit déterminer les coefficients K_w , K_v .

On trouve :

$$K_w = 20,9690 \quad . \quad \text{d'où:}$$

$$H_{GW} = \begin{bmatrix} 0.0230 \\ 8.1024 \\ 1 \end{bmatrix}$$

et : $K_v = - 1.0711 \quad . \quad \text{d'où}$

$$H_{Gv} = \begin{bmatrix} - 0.0041 \\ 0.4138 \\ 0 \end{bmatrix}$$

RESULTATS :

Les figures : I et J. montrent respectivement la réponse de vitesse et le comportement du courant pour une certaine valeur de consigne, sans intervention directe, et avec compensation d'un pôle.

Dans le cas, sans intervention directe, on voit que les deux grandeurs, n et I_d , ne varient qu'après $K = 1$ période d'échantillonnage. Le temps de réajuste de la vitesse est environ

35 périodes d'échantillonnage. Le courant I_d , s'annule lorsque la vitesse atteint sa valeur de consigne.

Dans le cas où on a compensation d'un pôle, les deux grandeurs à régler varient rapidement, mais le courant I_d demandé est plus fort que dans le premier cas. Le temps de montée de la vitesse est relativement faible.

Afin de voir l'influence du choix des pôles, je présente les réponses de vitesse et le comportement du courant, sans intervention directe, pour deux autres choix de pôles.

La figure K, est obtenue pour le choix des pôles suivants :

$$Z_{1,2} = 0,6948 \pm j.0.2256 \quad \text{et} \quad Z_3 = 0.7305$$

On voit que le phénomène transitoire est bien amorti. et le temps de montée est petit, mais la valeur du courant demandé I_d et son gradient sont grands. La vitesse se stabilise après $K = 20$ périodes d'échantillonnage.

La figure L, est obtenue pour le choix des pôles :

$$Z_{1,2} = 0,8750 \pm j. 0.1104.$$

$$Z_3 = 0.8819.$$

On voit que le courant a diminué par rapport au cas précédent. Le phénomène transitoire dans ce cas est long, la vitesse se stabilise après $K = 45$ périodes d'échantillonnage.

Afin de montrer le comportement du système, sous l'influence d'une perturbation, on détermine numériquement, les réponses indicelles par rapport à la grandeur de perturbation.

La figure M. représente la réponse indicielle par rapport à la grandeur de perturbation sans intervention directe. La grandeur d'état n varie à partir de $K = 0$ à cause de l'influence de la grandeur de perturbation. Par contre on constate que la grandeur d'état I_d , varie à partir de $K = 1$, ceci est dû au fait que la contre-réaction d'état fait varier à $K = 1$ la grandeur de commande U_{cm} . On voit qu'après $K = 30$ périodes d'échantillonnages la vitesse reprend sa valeur initiale, et le courant s'adapte à la charge.

La figure N. représente la réponse indicielle par rapport à la grandeur de perturbation, grandeur d'état du régulateur nulle en régime établi. Dans ce cas les deux grandeurs d'état I_d et ω varient en même temps à partir de $K = 0$.

La vitesse présente un dépassement maximum faible. Elle oscille autour de sa valeur initiale puis se stabilise après $K = 30$ périodes d'échantillonnage.

Le courant I_d s'adapte à la charge, et prend une valeur nominale après $K = 30$ périodes d'échantillonnage environ.

*
** **

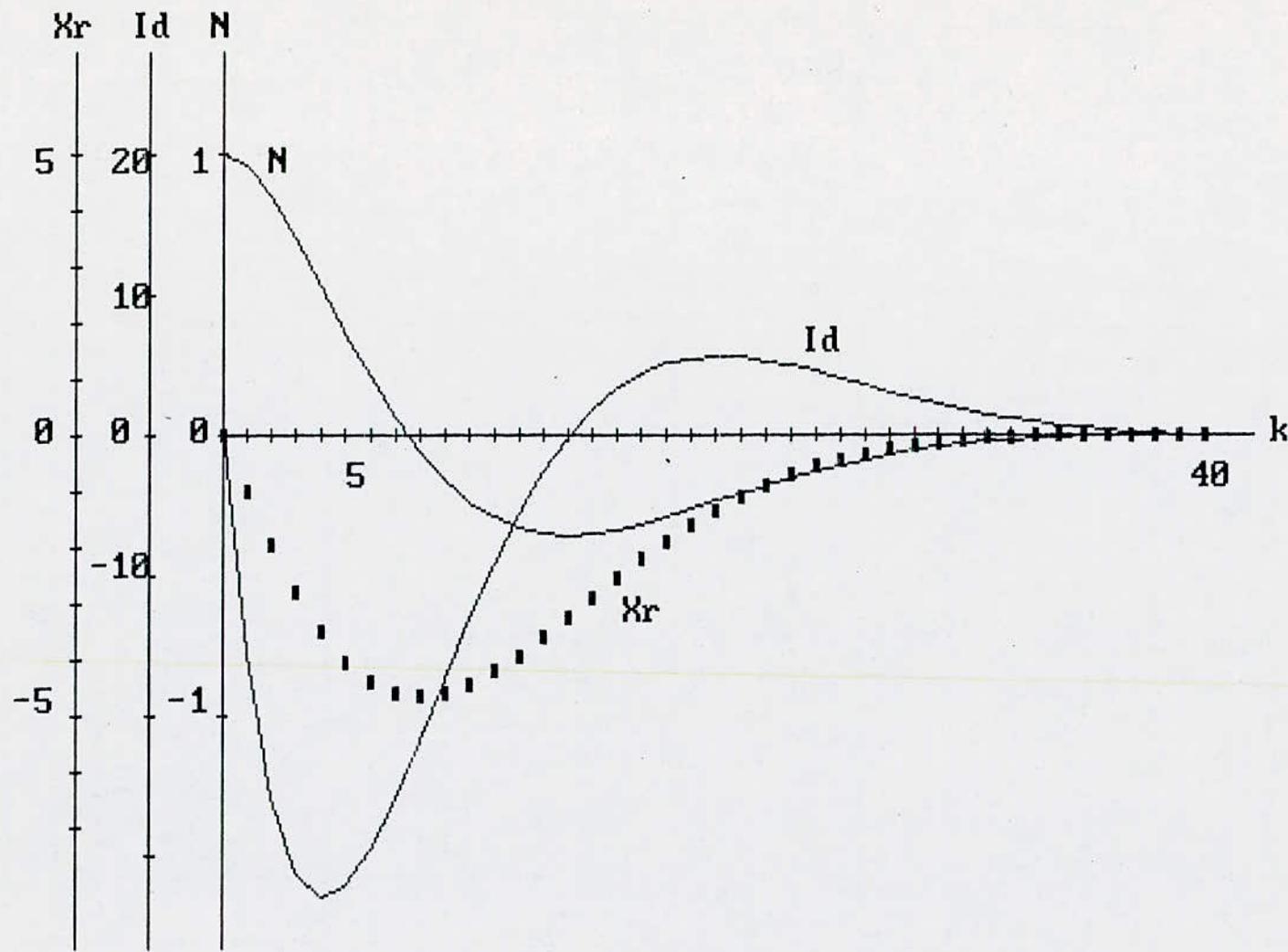


Fig: G - Comportement transitoire du systeme global fermé,
selon le choix des poles.

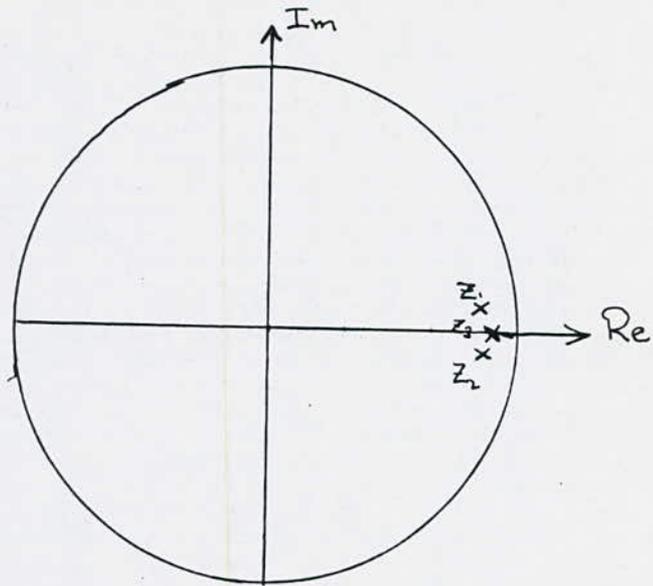


Fig H: Lieu des pôles dans le plan Z .

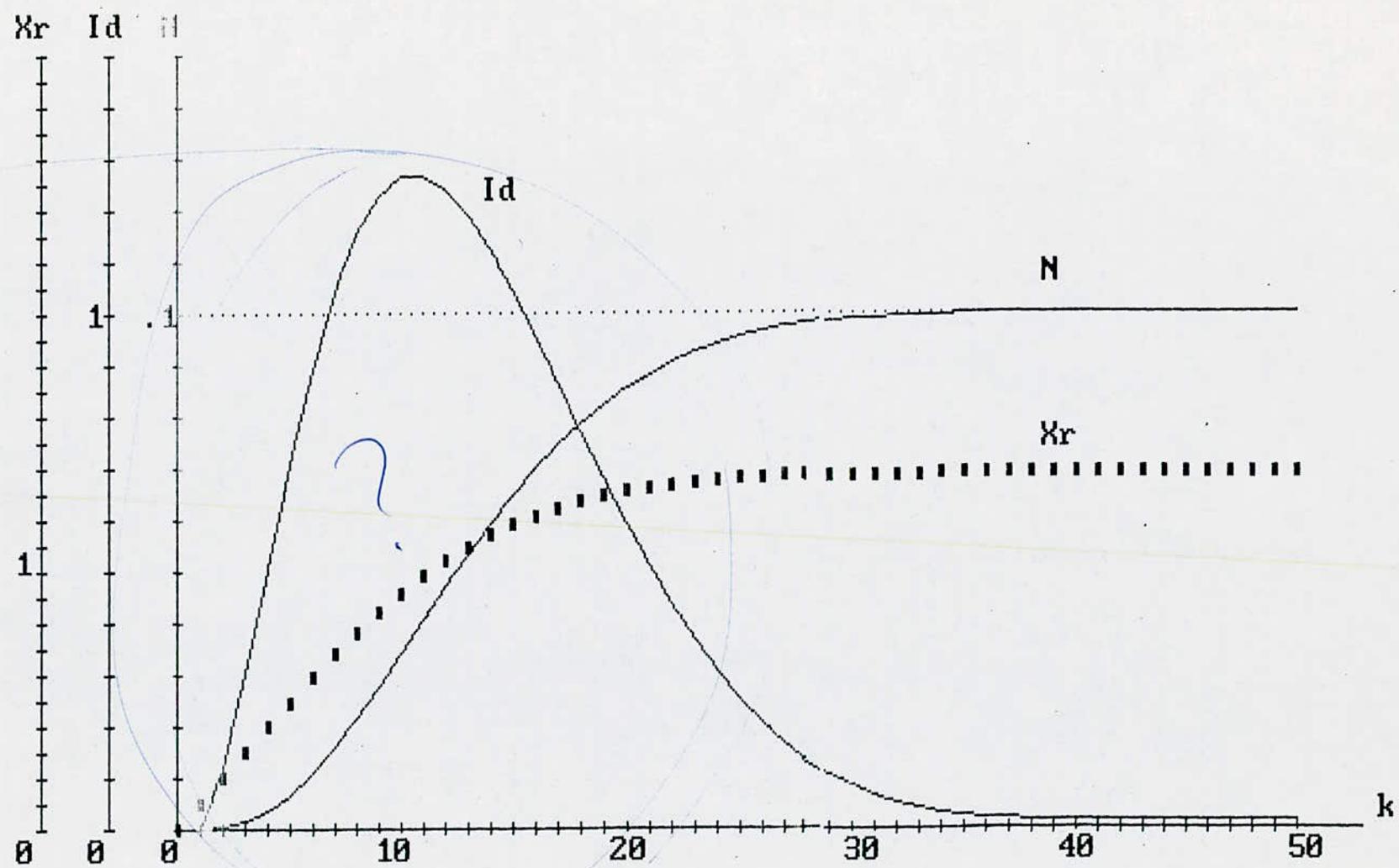


Fig: I - Réponse de vitesse, comportement du courant, par rapport à une grandeur de consigne, sans intervention directe.

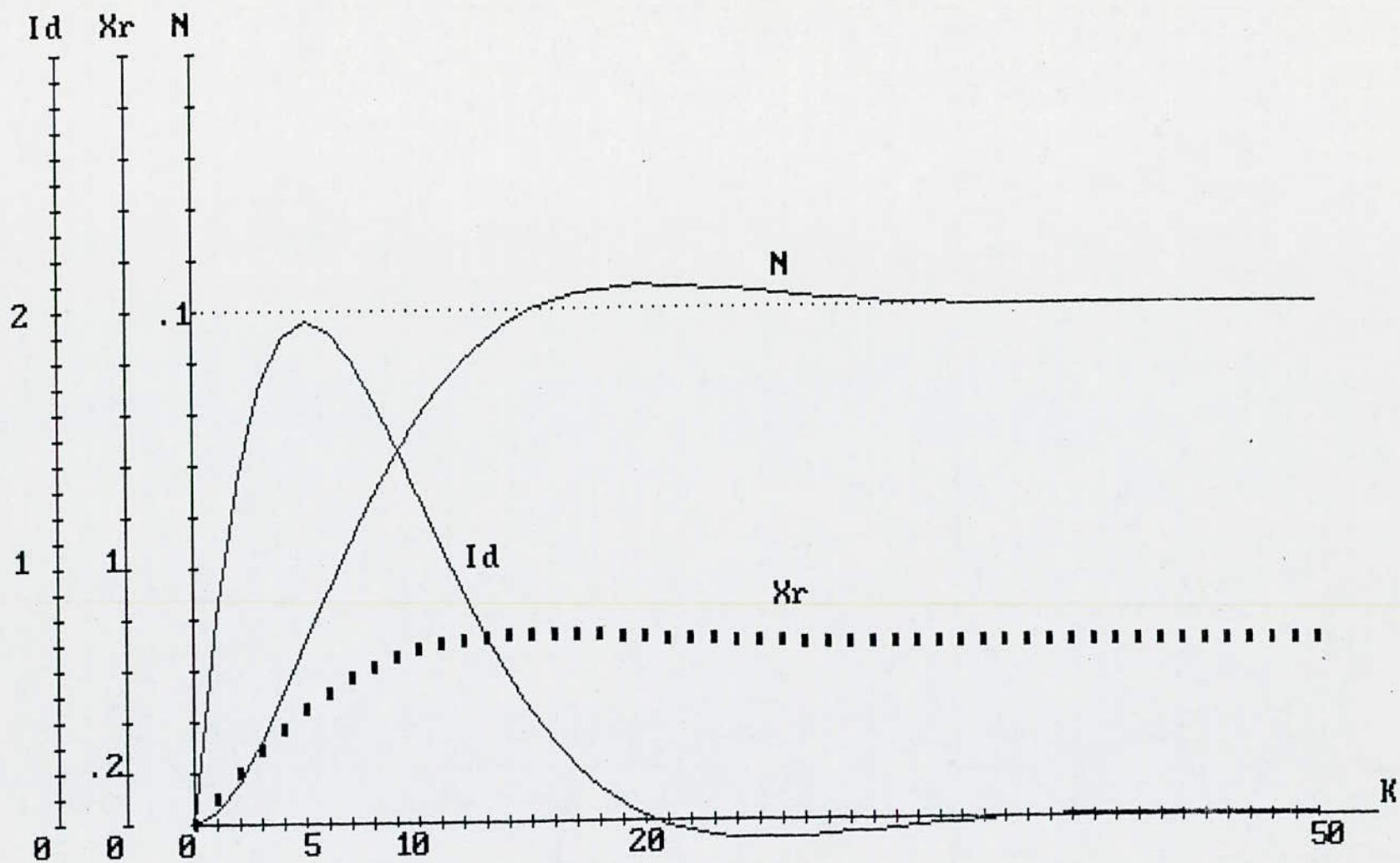


Fig: J Réponse de vitesse, comportement du courant, par rapport à une grandeur de consigne, compensation d'un pôle.

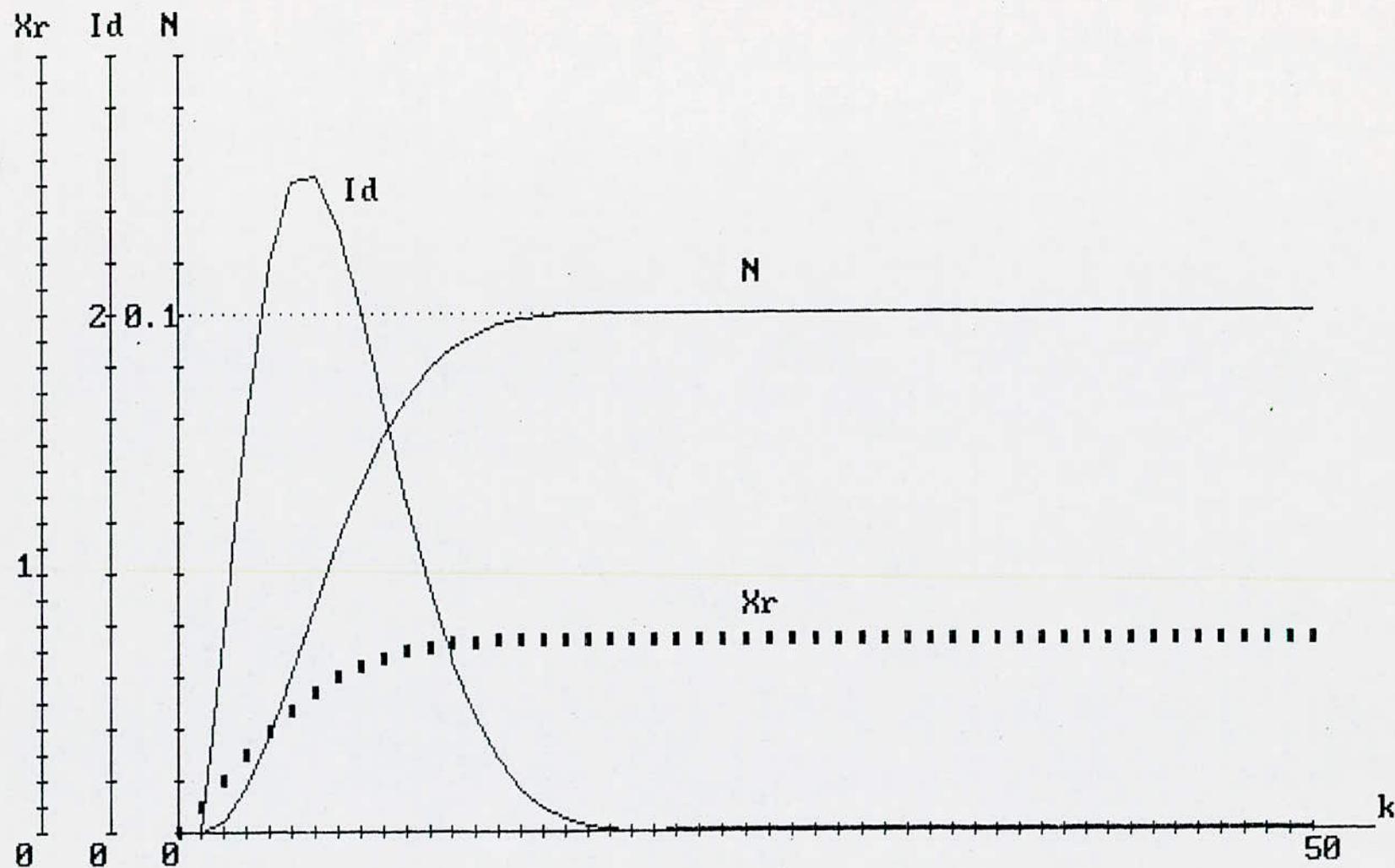


Fig: k Réponse de vitesse, comportement du courant, par rapport à une grandeur de consigne, sans intervention directe.

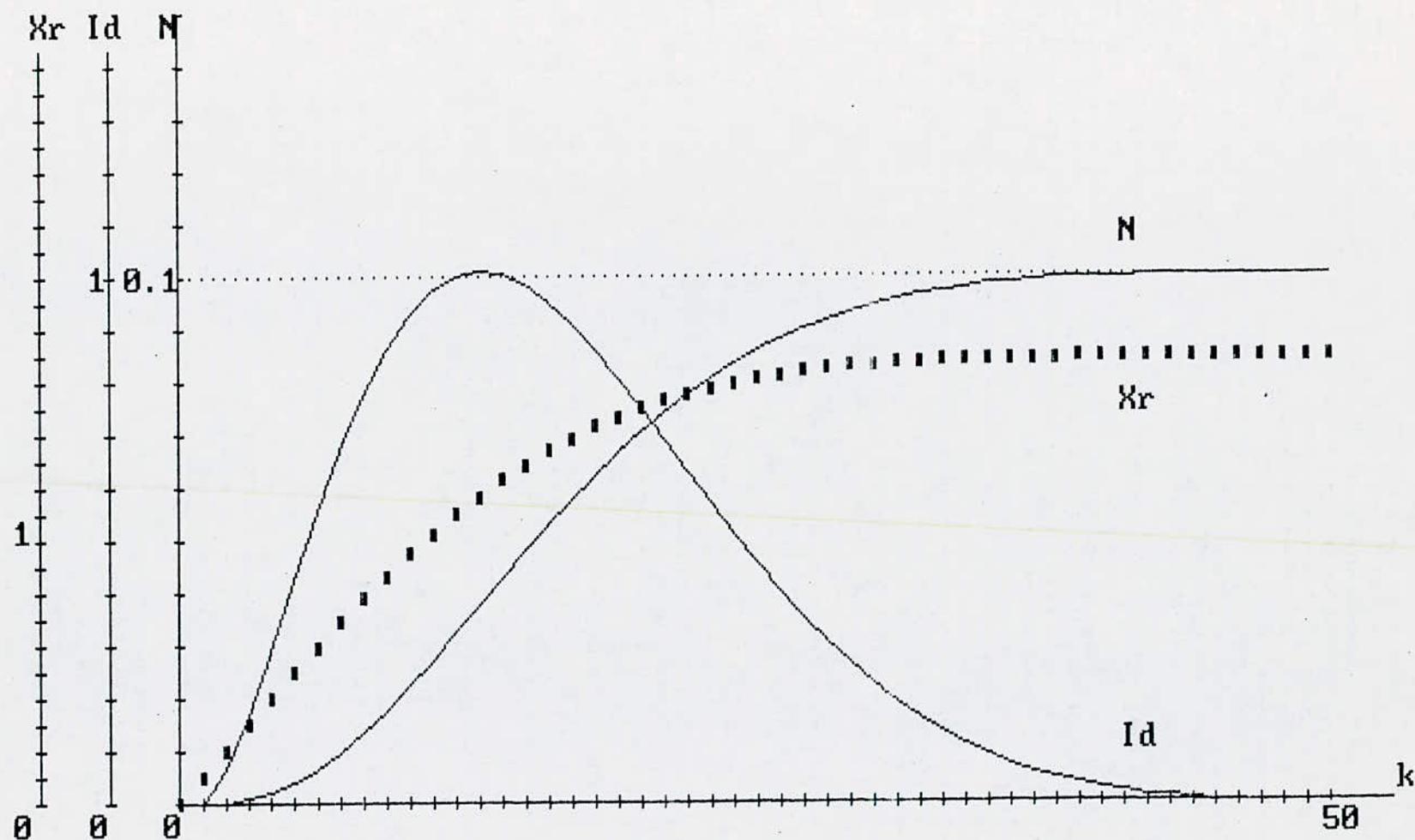


Fig: L Réponse de vitesse, comportement du courant, par rapport à une grandeur de consigne, sans intervention directe.

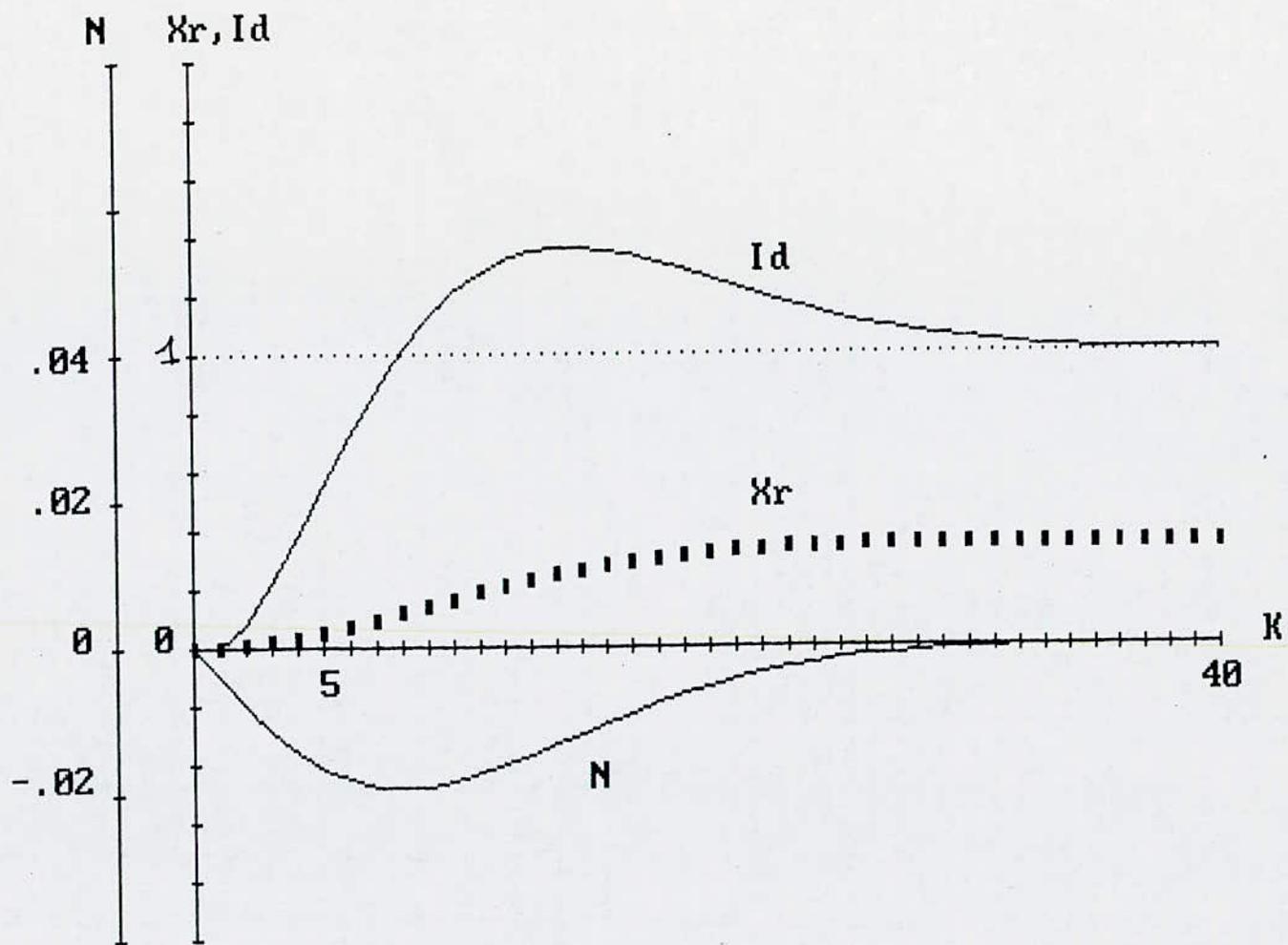


Fig: M - Réponse indicielle, par rapport à la grandeur de perturbation, sans intervention directe.

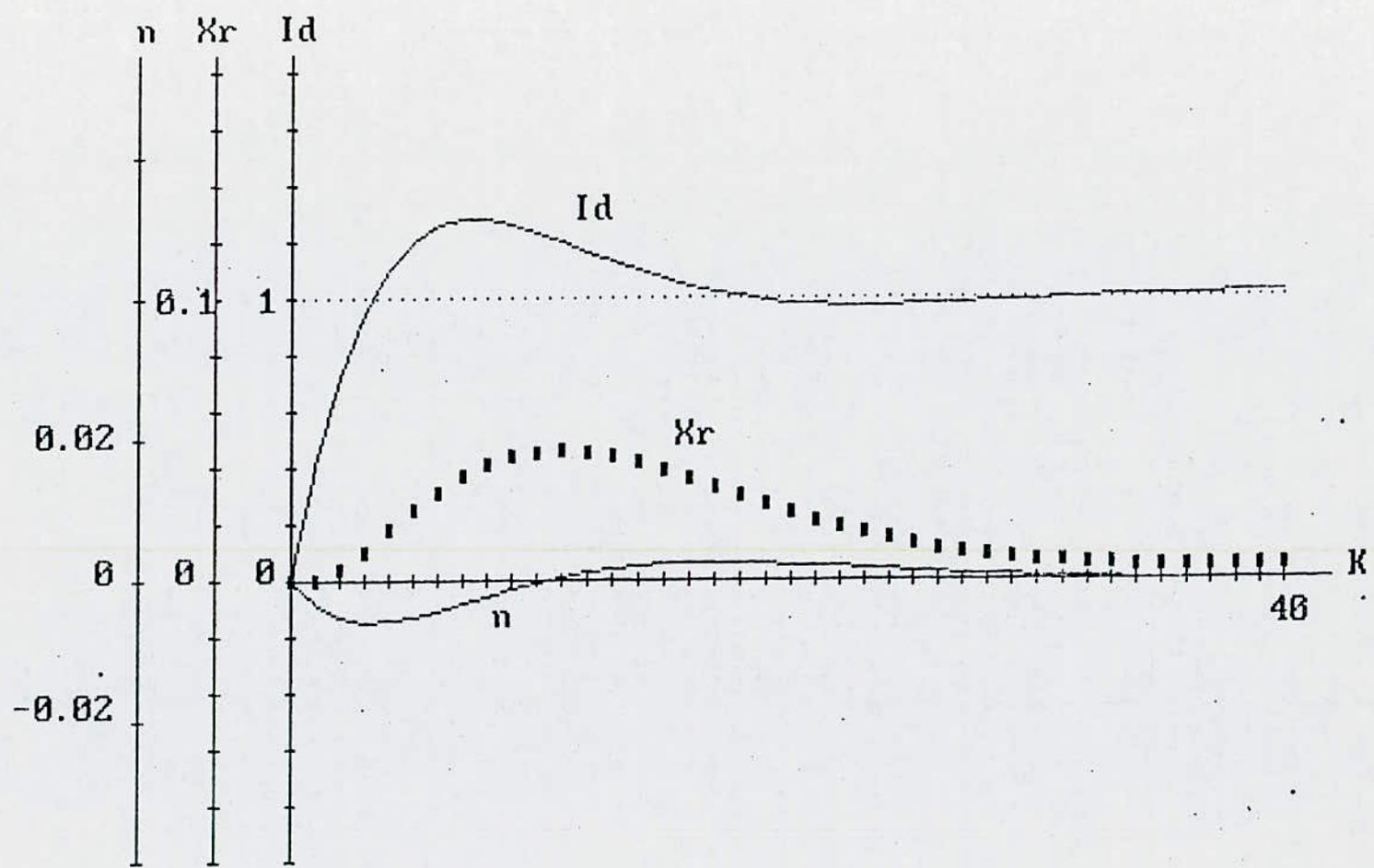


Fig:N - Réponse indicielle par rapport à la grandeur de perturbation, grandeur d'état régulateur nulle en régime établi.

CONCLUSION -

A l'aide d'une structure optimale, on peut aboutir à un bon réglage d'état, en déterminant la structure des régulateurs à mettre dans le circuit. Le comportement dynamique du système dépend du choix des pôles.

Ainsi le choix des pôles influence sur le temps de montée, et de réglage. Il influence aussi sur l'amortissement sur la valeur du courant d'induit et son gradient, lors d'un changement de la valeur de consigne.

La méthode des variables d'état permet d'obtenir de meilleurs résultats en comparant aux méthodes classiques. Elle facilite l'étude des systèmes complexes et multidimensionnels, en utilisant le calcul matriciel.

La méthode des variables d'état étant très vaste elle pourrait être complétée par :

- L'étude de l'influence de la période d'échantillonnage
- L'étude de l'influence du temps de calcul
- L'étude de l'influence d'une charge constante
- L'étude de l'influence d'une charge variable
- Contre-réaction d'état partielle.
- Réglage en tenant compte de l'organe de mesure.
- etc...

10 '*****Réponse indicielle par rapport à la grandeur de *****
***** consigne, sans intervention directe. *****

*

```
20 CLS:SCREEN 3:GOSUB 150
30 G11=.0262:G12=.5391:G13=.2887:G21=-.3676:G22=-.1773:G23=.1537:G31=-1:G32=0:G3
3=1:HW1=0:HW2=0:HW3=1:W=1
40 X10=50:X20=50:K0=80
50 FOR K=0 TO 10
60 IF K<>0 GOTO 80
70 X1=0:X2=0:XR=0:K=0:GOTO 100
80 X11=G11*X1+G12*X2+G13*XR+HW1*W:X22=G21*X1+G22*X2+G23*XR+HW2*W:XRR=G31*X1+G32*
X2+G33*XR+HW3*W
90 X1=X11:X2=X22:XR=XRR
100 LINE(K0,X10)-(80+K*40,350-X1*200):LINE(K0,X20)-(80+K*40,350-X2*200)
110 K0=80+K*40:X20=350-X2*200:X10=350-X1*200
120 LINE(K0,348-XR*50)-(K0,352-XR*50):LINE(K0-1,348-XR*50)-(K0-1,352-XR*50):LINE
(K0+1,348-XR*50)-(K0+1,352-XR*50)
130 NEXT K
140 END
150 LINE(80,50)-(80,350):LINE(80,350)-(500,350):LINE(50,50)-(50,350)
160 FOR I=80 TO 480 STEP 40
170 LINE(I,352)-(I,348)
180 NEXT
190 FOR I=50 TO 350 STEP 50
200 LINE(48,I)-(52,I)
210 NEXT
220 FOR I=80 TO 480 STEP 5
230 PSET(I,150):NEXT
240 FOR I=50 TO 350 STEP 20
250 LINE(78,I)-(82,I):NEXT
260 RETURN
```

```

10 '***** Réponse indicielle par rapport à la grandeur de *****
***** consigne,componsation d'un pole. *****
*****
*
20 CLS:SCREEN 3:GOSUB 150
30 G11=.0262:G12=.5391:G13=.2887:G21=-.3676:G22=-.1773:G23=.1537:G31=-1:G32=0:G3
3=1:HGW1=.473:HGW2=.2719:HGW3=1:W=1
40 X1=80:X2=80:K0=80
50 FOR K=0 TO 10
60 IF K<>0 GOTO 80
70 X1=0:X2=0:XR=0:K=0:GOTO 100
80 X11=G11*X1+G12*X2+G13*XR+HGW1*W:X22=G21*X1+G22*X2+G23*XR+HGW2*W:XRR=G31*X1+G3
2*X2+G33*XR+HGW3*W
90 X1=X11:X2=X22:XR=XRR
100 LINE(K0,X1)-(80+K*40,350-X1*200):LINE(K0,X2)-(80+K*40,350-X2*200)
110 K0=80+K*40:X20=350-X2*200:X10=350-X1*200
120 LINE(K0,348-XR*100)-(K0,352-XR*100):LINE(K0-1,348-XR*100)-(K0-1,352-XR*100):
LINE(K0+1,348-XR*100)-(K0+1,352-XR*100)
130 NEXT K
140 END
150 LINE(80,50)-(80,350):LINE(80,350)-(500,350):LINE(50,50)-(50,350)
160 FOR I=80 TO 480 STEP 40
170 LINE(I,352)-(I,348)
180 NEXT
190 FOR I=50 TO 350 STEP 20
200 LINE(78,I)-(82,I)
210 NEXT
220 FOR I=50 TO 350 STEP 50
230 LINE(48,I)-(52,I):NEXT
240 FOR I=80 TO 480 STEP 5
250 PSET(I,150):NEXT
260 RETURN

```

```

10 '***** Comportement transitoir du systeme globale fermé,*****
***** selon le choix des poles.*****
*****
20 CLS:SCREEN 3:GOSUB 150
30 G11=.9539:G12=.004:G13=.0033:G21=-16.1646:G22=.5891:G23=1.1772:G31=-1:G32=0:G
33=1
40 X10=50:X20=50:K0=110
50 FOR K=0 TO 40
60 IF K<>0 GOTO 80
70 X1=1:X2=1:XR=0:K=0:GOTO 100
80 X11=G11*X1+G12*X2+G13*XR:X22=G21*X1+G22*X2+G23*XR:XRR=G31*X1+G32*X2+G33*XR
90 X1=X11:X2=X22:XR=XRR
100 LINE(K0,X10)-(110+K*10,200-X1*100):LINE(K0,X20)-(110+K*10,200-X2*5)
110 K0=110+K*10:X20=200-X2*5:X10=200-X1*100
120 LINE(K0,198-XR*20)-(K0,202-XR*20):LINE(K0-1,198-XR*20)-(K0-1,202-XR*20):LINE
(K0+1,198-XR*20)-(K0+1,202-XR*20)
130 NEXT K
140 END
150 LINE(110,50)-(110,400):LINE(110,200)-(530,200):LINE(50,50)-(50,400):LINE(80,
50)-(80,400)
160 FOR I=110 TO 510 STEP 10
170 LINE(I,202)-(I,198)
180 NEXT
190 FOR I=100 TO 350 STEP 50
200 LINE(78,I)-(82,I)
210 NEXT
220 FOR I=100 TO 350 STEP 20
230 LINE(48,I)-(52,I):NEXT
240 FOR I=100 TO 350 STEP 100
250 LINE(108,I)-(112,I):NEXT
260 RETURN

```

10 '***** Réponse de vitesse, comportement du courant, pour *****
***** une grandeur de consigne, sans intervention directe. *****

```
*
20 CLS:SCREEN 3:GOSUB 150
30 G11=.9539:G12=.004:G13=.0033:G21=-16.1646:G22=.5891:G23=1.1772:G31=-1:G32=0:G
33=1:HW1=0:HW2=0:HW3=1:W=.1
40 X10=50:X20=50:K0=80
50 FOR K=0 TO 50
60 IF K<>0 GOTO 80
70 X1=0:X2=0:XR=0:K=0:GOTO 100
80 X11=G11*X1+G12*X2+G13*XR+HW1*W:X22=G21*X1+G22*X2+G23*XR+HW2*W:XRR=G31*X1+G32*
X2+G33*XR+HW3*W
90 X1=X11:X2=X22:XR=XRR
100 LINE(K0,X10)-(80+K*10,350-X1*2000):LINE(K0,X20)-(80+K*10,350-X2*200)
110 K0=80+K*10:X20=350-X2*200:X10=350-X1*2000
120 LINE(K0,348-XR*100)-(K0,352-XR*100):LINE(K0-1,348-XR*100)-(K0-1,352-XR*100):
LINE(K0+1,348-XR*100)-(K0+1,352-XR*100)
130 NEXT K
140 END
150 LINE(80,50)-(80,350):LINE(80,350)-(610,350):LINE(50,50)-(50,350):LINE(20,5
0)-(20,350)
160 FOR I=80 TO 580 STEP 10
170 LINE(I,352)-(I,348)
180 NEXT
190 FOR I=50 TO 350 STEP 20
200 LINE(48,I)-(52,I)
210 NEXT
220 FOR I=50 TO 350 STEP 10
230 LINE(18,I)-(22,I):NEXT
240 FOR I=80 TO 550 STEP 5
250 PSET(I,150):NEXT
260 FOR I=50 TO 350 STEP 20
270 LINE(78,I)-(82,I):NEXT
280 RETURN
```

```

10 REM***** Reponse indicielle par rapport à la grandeur de perturbation,*****
***** grandeur d'état du régulateur nulle en régime établi.*****
*****
*
20 CLS:SCREEN 3:GOSUB 150
30 G11=.9539:G12=.004:G13=.0033:G21=-16.1646:G22=.5891:G23=1.1772:G31=-1:G32=0:G
33=1:HGV1=-.0041:HGV2=.4138:HGV3=0:V=1
40 X10=50:X20=50:K0=110
50 FOR K=0 TO 40
60 IF K<>0 GOTO 80
70 X1=0:X2=0:XR=0:K=0:GOTO 100
80 X11=G11*X1+G12*X2+G13*XR+HGV1*V:X22=G21*X1+G22*X2+G23*XR+HGV2*V:XRR=G31*X1+G
2*X2+G33*XR+HGV3*V
90 X1=X11:X2=X22:XR=XRR
100 LINE(K0,X10)-(110+K*10,250-X1*2000):LINE(K0,X20)-(110+K*10,250-X2*100)
110 K0=110+K*10:X20=250-X2*100:X10=250-X1*2000
120 LINE(K0,248-XR*500)-(K0,252-XR*500):LINE(K0-1,248-XR*500)-(K0-1,252-XR*500):
LINE(K0+1,248-XR*500)-(K0+1,252-XR*500)
130 NEXT K
140 END
150 LINE(110,50)-(110,350):LINE(110,250)-(530,250):LINE(50,50)-(50,350):LINE(8
0,50)-(80,350)
160 FOR I=110 TO 510 STEP 10
170 LINE(I,252)-(I,248)
180 NEXT
190 FOR I=50 TO 350 STEP 20
200 LINE(78,I)-(82,I)
210 NEXT
220 FOR I=110 TO 510 STEP 5
230 PSET(I,150):NEXT
240 FOR I=50 TO 350 STEP 50
250 LINE(48,I)-(52,I):NEXT
260 FOR I=50 TO 350 STEP 10
270 LINE(108,I)-(112,I):NEXT
280 RETURN

```

BIBLIOGRAPHIE -

- (1)- Electronique de réglage et de commande (H. BÜHLER) 1979.
- (2)- Réglages échantillonnés, traitement par la transformation en Z (H. BÜHLER) 1982.
- (3)- Réglages échantillonnés, traitement dans l'espace d'état (H. BÜHLER) 1983.
- (4)- Commande des systèmes multidimensionnels (A.FOSSARD). 1972
- (5)- Commande et régulation par ordinateur numérique.(C.FOULARD). S. GENTIL, J. SANDRAZ) 1982.
- (6)- Commande des processus industriels par ordinateur (Y.FAËS)1981
- (7)- Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés (Y.SEVELY) 1973.
- (8)- Modélisation dans l'espace d'état et commande numérique d'un moteur à courant continu. THESE Doctorat (MONCEF.GOSSA) 1984
- (9)- CASCADE - DIGITAL CONTROL BY STATE VARIABLE FEED-BACK METHOD APPLIED to a DC-MOTOR (P.J. RIEDO).
- (10)- Les variables d'état dans l'analyse et la synthèse des systèmes de commande (R.C. DORF) 1967.