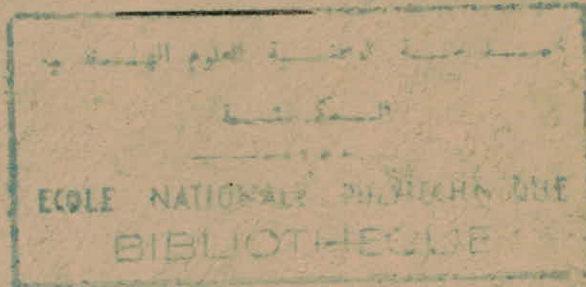


UNIVERSITE D'ALGER

5/70

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



1^{er} esc.

PROJET DE FIN D'ETUDES

Département Genie Civil

**DETERMINATION DE LA LIMITE DE
SIMILITUDE DE REECH - FROUD DANS UN
CANAL DIEDRIQUE**

PROMOTION 1970

Proposé par M Gésa deLAPRAY

Etudié par M Tadj Amar

UNIVERSITE -o0o- D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-

PROJET de MIN

D'ETUDES

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
المكتبة
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

Proposé par

M. GESA DE LAPRAY

ETUDIE PAR

M. TADJ AMAR

PROMOTION N

1970

" J'exprime ma gratitude à tous les
Professeurs qui ont contribué à ma
formation ; Je remercie chaleu-
reusement MONSIEUR GESA DE LAPRAY
qui par ses Conseils Judicieux m'a
permis de mener à bien ce projet "

-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-



II ABLE DES MATIERES

-- INTRODUCTION

-- THEORIE GENERALE DE L'APPAREIL

I) Passage du courant par le dièdre ascendant et le seuil.

- A) Plan de charge primitif au dessus de la C.L.D.

a) Régime primitif de l'écoulement fluvial

b) Régime primitif de l'écoulement torrentiel

-- B) Plan de charge primitif au dessous de la C.L.D.

c) Régime primitif de l'écoulement est fluvial

d) Régime primitif de l'écoulement est torrentiel.

- C) Objet de l'étude fixe par B (d)

- D) Minimum de la charge dans la section de contrôle.

-- E) Profondeur et vitesse critique

II) Etude de l'écoulement dans le canal diédrique succédant à la section de contrôle.

-- A) Examen du comportement du courant

-- B) Nature torrentielle du régime

- C) Indépendance de l'écoulement vis-à-vis du plan de charge aval.

III) Etude de l'écoulement dans la zone de transection
consécutive au tronçon torrentiel constituant la
liaison avec le courant à l'aval de l'ouvrage.

- A) Influence du profil terminal

1) Raccordement par chute

2) Raccordement par ressaut

3) Raccordement se confondant avec
le raccordement fictif

- B) Etude du 2ème cas raccordement par ressaut
hydraulique

- C) Perte de charge due au ressaut

- D) Détermination complète du problème et solu-
tion graphique.

- E) Position initial du ressaut

- F) Similitude dynamique des écoulements passant
par l'appareil.

- RAPPELS DE SIMILITUDE

I) Lois de similitude

II) Produits sans dimensions

- EXPLICITATION DES CALCULS

- CONCLUSION -

SYMBOLES ET UNITES

Q	/	Débit volume	cm ³ /sec
J	:	Perte de charge par unité de longueur	Sans dimension
σ	:	Tension superficielle.	gr/m
ρ	:	Masse volumique.	gr/cm ³
v	:	Vitesse.	cm sec ⁻¹
v _k	:	Vitesse critique	cm sec ⁻¹
W	:	nombre de Weber	sans dimension
H	:	Charge spécifique.	cm
h	:	tirant d'eau.	cm
g	:	acceleration de la pesanteur . .	cm sec ⁻²
A	:	aire d'une section	cm ²
A _k	:	aire section critique ou de cont.	cm ²
L	:	dimension linéaire	cm
e	:	largeur du plan du liquide . . .	cm
k	:	tirant critique	cm
H _k	:	Charge minima du dessus du seuil	cm
h _{th}	:	Tirant d'eau théorique.	cm
hex	:	Tirant d'eau expérimental	cm
h ₂	:	tirant d'eau tranche torrentiel .	cm
h ₁	:	tirant d'eau tranche fluvial. . .	cm
α_f	:	paramètre adimensionnel de profondeur fluvial	sans dimension
α_t	:	paramètre adimensionnel de profon- deur torrentielle	sans dimension

β	:	paramètre adimensionnel de profondeur tranche finale	sans dimension
χ	:	paramètre adimensionnel de charge .	sans dimension
δ	:	paramètre adimensionnel de perte de charge	sans dimension
ΔH	:	perte de charge due au ressaut. . .	cm
φ, φ''	:	angles d'ouverture.	degré
J'	:	pente géométrique ascendante. . .	sans dimension
J_0	:	pente géométrique descendante . . .	sans dimension
D_k	:	Diamètre hydraulique critique . . .	cm

FORMULES UTILISEES

- $H_k = k + \frac{V_k^2}{2g}$ (1) charge dans la section de contrôle

- $A_k = k^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$ (2) Aire de la section de contrôle

- $V_k = \frac{Q}{k^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$ (3) vitesse critique

- $K = \sqrt[5]{\frac{2 Q^2}{g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}}$ (8) tirant critique

- $H_1 = h_1 + \frac{k^5}{4 h_1^4}$ (11)

- $\chi = \alpha + \frac{1}{4 \alpha^4}$ (14)

- $\frac{h_1^3}{3} + \frac{k^5}{2 h_1^2} = \frac{h_2^3}{3} + \frac{k^5}{2 h_2^2}$ (16)

$$- 2 \alpha^3 + 3 \alpha^{-2} = 2 = 2 \beta^3 + 3 \beta^{-2} \quad (17)$$

$$- \Delta_H = h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2 g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}} \left\{ \frac{1}{h_1^4} - \frac{1}{h_2^4} \right\} \quad (18)$$

$$- \delta = \alpha - \beta + \frac{\beta^4 - \alpha^4}{4 \alpha^4 \beta^4} \quad (20)$$

$$y = \frac{H_1}{k}, \quad \frac{h_1}{k} = \alpha, \quad \frac{h_2}{k} = \beta, \quad \frac{\Delta_H}{k} = \delta$$

INTRODUCTION

Le but de mon projet est :

- La vérification expérimentale de la théorie du seuil diédrique appareil conçu par Mr. LAPRAY .

- La détermination expérimentale des valeurs minima des grandeurs physiques (charge et débit) caractérisant le phénomène d'écoulement par un tel appareil pour lesquelles les lois de similitude de Reech-Froud restent encore en vigueur et du nombre de Weber W_l y correspondant constituant le seuil en dessous duquel ces lois ne sont plus valables en raison de l'effet de la tension superficielle comme il a été démontré dans l'étude de Nasri .

L'appareil appartenant à la catégorie des ouvrages courts, les pertes de charge linéaires restent négligeables et par voie de conséquences le seuil de Reynolds n'y intervient pas .

La limite de validité qu'on cherche sera atteinte lorsque le phénomène se produisant sur le modèle réduit aura été sérieusement affecté par la tension superficielle et le nombre de Weber y correspondant sera appelé " Seuil de Weber " .

// THEORIE GENERALE DE L'APPAREIL

L'appareil est un seuil constitué par l'intersection de deux tronçons de canal diédrique ayant

- Leur plan de symétrie commun en position verticale,
- Leurs angles d'ouverture φ' et φ''
- Leurs pentes géométriques J_0' ascendante et J_0 descendante.

Si on veut que les arrêtes résultant de l'intersection des deux dièdres déterminent un plan vertical et, dans ce plan un triangle isocèle ayant son angle au sommet φ , on a en posant

$$\theta' = \text{arc tg } J_0' \quad \text{et} \quad \theta'' = \text{arc tg } J_0$$
$$\text{tg } \frac{\varphi'}{2} = \frac{\text{tg } \frac{\varphi}{2}}{\cos \theta'} \quad \text{et} \quad \text{tg } \frac{\varphi''}{2} = \frac{\text{tg } \frac{\varphi}{2}}{\cos \theta''}$$

Le SEUIL à profil vertical en triangle isocèle droit, ainsi constitué est susceptible de CONTROLER, dans des conditions précisées plus loin, l'écoulement FLUVIAL à son amont et l'écoulement TORRENTIEL se produisant à son aval. L'écoulement passant par cette SECTION DE CONTROLE est caractérisé par une relation bien déterminée entre le DEBIT Q et les DIMENSIONS LINEAIRES (comme charge, profondeur, distance etc.) de la veine liquide.

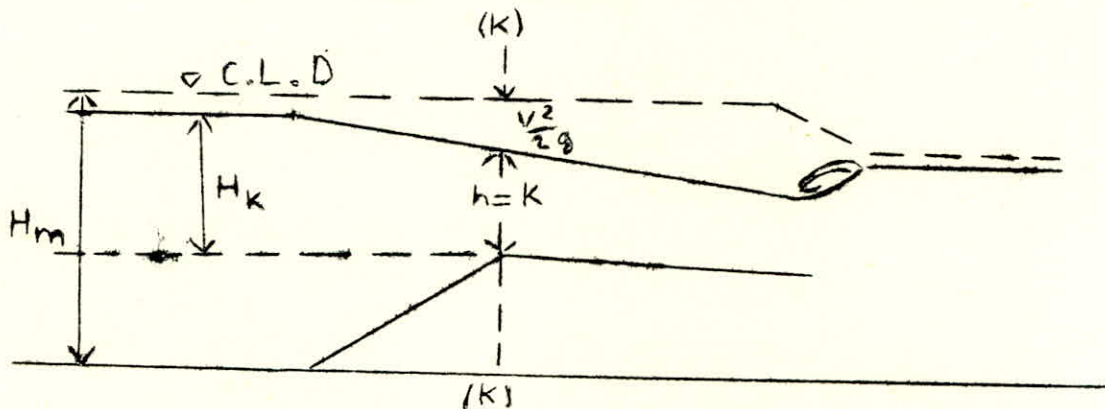
I. - Passage du courant par le dièdre ascendant et le seuil

Un obstacle placé dans un courant liquide provoque de perturbations à l'amont et à l'aval de celui-ci. -

En vue de trouver le moyen de classer les dites perturbations, ajoutons à la cote du seuil constitué par l'obstacle (voir profil en long représenté par la figure ci-dessous) la distance verticale

$$H_k = f(Q)$$

représentant la charge minima (au dessus du seuil)
nécessaire à ce que le débit Q puisse franchir celui-ci.



On obtient ainsi une COTE LIMITE DISCRIMINATOIRE ayant une importance primordiale au point de vue du classement des écoulements passant par l'obstacle.

A. - Dans le cas où le plan de charge primitif se trouve au dessus de la C.L.D. le régime du courant reste inchangé par rapport à son état primitif sur toute la longueur de son parcours comprenant le seuil et les tronçons situés à l'amont et à l'aval de celui-ci.

a. / Si le régime primitif de l'écoulement a été fluvial, la mise en place de l'obstacle aura pour conséquence, après le rétablissement du régime permanent, un faible exhaussement de la charge et de la surface libre ainsi qu'un ralentissement de la vitesse à l'amont du seuil, mais elle n'aura pour effet pratiquement aucun changement à l'aval de celui-ci.

b. / Si le régime primitif de l'écoulement a été torrentiel, la présence de l'obstacle aura pour conséquence un abaissement de la charge, un exhaussement de la surface libre, et un ralentissement de la vitesse à l'aval du seuil, mais elle n'aura pour effet aucun changement à l'amont du seuil.

Dans le cas ci-dessus considéré, où le plan de charge primitif se trouve au dessus de la C.L.D., la section du seuil ne possède pas les caractéristiques bien déterminées d'une section de contrôle. (régime critique au dessus du seuil, changement du régime : fluvial à l'amont, torrentiel à l'aval etc.).

B.- Dans le cas où le plan de charge primitif se trouve au dessous de la C.L.D. la mise en place de l'obstacle aura pour effet un changement de régime soit à l'aval, soit à l'amont du seuil, au dessus duquel le régime sera dans tous les cas CRITIQUE. La section du seuil possèdera dans tous les cas les caractéristiques d'une section de contrôle (régime critique au dessus du seuil, changement du régime : fluvial à l'amont, torrentiel à l'aval;).

c./ Si le régime primitif de l'écoulement a été FLUVIAL, il n'y aura pas de changement de régime à l'amont de l'obstacle, mais l'écoulement deviendra CRITIQUE au dessus du seuil et TORRENTIEL à l'aval de celui-ci pour redevenir FLUVIAL suite à un RESSAUT se produisant plus loin à l'aval. Le plan de charge à l'amont du seuil subira un exhaussement jusqu'à atteindre la C.L.D. en y provoquant simultanément un exhaussement de la surface libre et un ralentissement de la vitesse du courant.

d./ Si le régime de l'écoulement primitif a été TORRENTIEL il y aura changement de régime en FLUVIAL par un RESSAUT se produisant à une certaine distance à l'amont du seuil. Le plan de charge à l'amont du seuil subira un exhaussement jusqu'à atteindre la C.L.D. provoquant simultanément un exhaussement de la surface libre et un ralentissement du courant de la tranche FLUVIALE créée artificiellement entre le ressaut et le seuil, au dessus duquel l'écoulement deviendra CRITIQUE pour se transformer aussitôt à l'aval en TORRENTIEL et pour conserver ce régime jusqu'à l'extrémité aval de la tranche considérée. Le ressaut transformant le régime de l'écoulement à l'amont du seuil de TORRENTIEL en FLUVIAL se situe là où la cote de la charge primitive est égale à C.L.D. + les p.d.c. dues au ressaut et aux frottements agissant sur le tronçon fluvial artificiellement créé.

Dans ces derniers cas, où le plan de charge primitif se trouve au dessous de la C.L.D., la section du seuil, satisfaisant aux conditions d'une véritable section de contrôle est caractérisée par une charge.

$$H = H_k$$

Au dessus du seuil, correspondant à la charge minimum nécessaire au passage du débit Q au dessus du seuil.

Caractéristiques d'une section de contrôle -

- Un écoulement en régime torrentiel est caractérisé par une vitesse supérieure à la vitesse de la propagation des perturbations. En conséquence une perturbation des conditions de l'écoulement intervenant à l'aval d'une section choisie ne peut avoir aucune influence sur le phénomène d'écoulement dans cette section.

Pour cette raison tous les écoulements en régime torrentiel sont contrôlés par les conditions à l'amont.

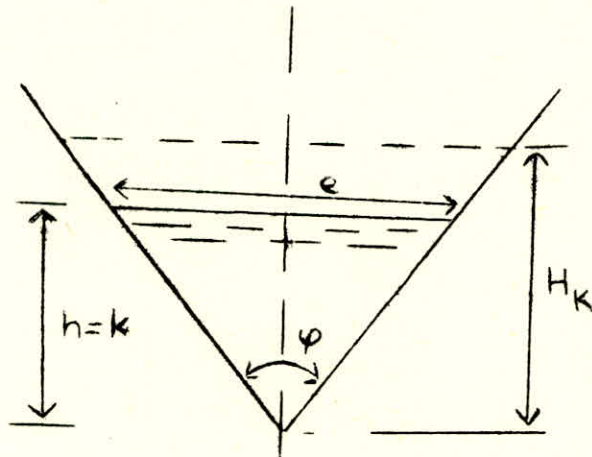
- Les écoulements en régime tranquille sont caractérisés par une vitesse inférieure à celle de la propagation des perturbations de manière à ce que le phénomène d'écoulement observé dans une section arbitrairement choisie ne reste pas exempte de l'influence des perturbations intervenant à l'aval de la dite section, autrement dit les écoulements en régime tranquille sont contrôlés par les conditions existant à l'aval pour cette raison les calculs relatifs aux écoulements en régime tranquille sont effectués à partir des éléments existant à l'aval.

En admettant l'égalité des vitesses des lignes de courant passant par la section de contrôle on a le facteur de correction de l'énergie cinétique égal à l'unité et on tire de l'équation de Bernouilli

$$H_k = k + \frac{v_k^2}{2g} \quad (1)$$

C.- L'objet de la présente étude est limité à l'analyse des écoulements permanents passant, dans les conditions fixées à l'article I.B., c'est-à-dire le régime primitif est fluvial et le plan de charge est au dessous de la C.LD. au dessus d'un obstacle constitué par le seuil triangulaire décrit précédemment.

Dans ce cas particulier la section de contrôle est un triangle isocèle ayant son axe de symétrie vertical, sa pointe en bas, la surface libre de la veine constituant la base de ce triangle. (voir fig. cidessous) :



AK désignant l'aire de la section mouillée au droit du seuil et v_k la vitesse moyenne dans cette même section on a

$$A_k = k^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \quad (2)$$

et en vertu de la continuité

$$v_k = \frac{Q}{k^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} \quad (3)$$

On tire de (1) et de (3)

$$H_k = k + \frac{Q^2}{2g h^4 \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}} \quad (4)$$

D.- Minimum de la charge dans la section de contrôle.

H_k ne peut avoir sa valeur minimum que si la dérivée partielle

$$\frac{\partial H_k}{\partial H} = 0 \quad (5)$$

En posant le rapport

$$\frac{k}{H_k} = \alpha \quad (6)$$

La relation (4) devient

$$H_k = \alpha H_k + \frac{Q^2}{2g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \cdot \alpha^4 H_k^4}$$

d'où

$$H_k^5 = \frac{Q^2}{2g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}} \cdot \frac{1}{x^4 (1-x)}$$

et

$$H_k = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{2g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}} (x^4 - x^5)} - 1/5 \quad (4')$$

d'où en dérivant suivant k

$$\frac{\partial H_k}{\partial k} = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{2g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}} \left\{ -\frac{1}{5} \right\} (x^4 - x^5)^{-6/5} (4x^3 - 5x^4)$$

ou sous une forme plus simple

$$\frac{\partial H_k}{\partial k} = -\frac{1}{5} \sqrt[5]{\frac{Q^2}{2g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}} x^{-3} \left\{ \frac{1}{x} - 1 \right\}^{-6/5} (4 - 5x)$$

Le minimum de la fonction (4) est conditionné par l'équation

$$-\frac{1}{5} \sqrt[5]{\frac{Q^2}{2g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}} x^{-3} \left\{ \frac{1}{x} - 1 \right\}^{-6/5} (4 - 5x) = 0$$

Le premier facteur $-\frac{1}{5} \sqrt[5]{\frac{Q^2}{2g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}}$, indépendant de k, ne peut

pas être nul. La condition du minimum de la fonction (4) se réduit donc à

$$x^{-3} \left\{ \frac{1}{x} - 1 \right\}^{-6/5} (4 - 5x) = 0$$

Les racines de cette dernière équation sont

$$\begin{aligned} x' &= 0 \\ x'' &= 1 \\ x''' &= 4/5 \end{aligned}$$

Il est évident que les deux premières racines ne peuvent pas donner la solution du problème car en présence d'une vitesse moyenne $0 < v < \infty$ le rapport $\alpha e = k/H_k$ ne peut être ni 0 ni 1. Il est par contre confirmé par l'expérience que la troisième racine est à retenir et que le minimum de la fonction (4) correspond réellement à la valeur

$$\alpha e = \frac{4}{5}$$

E.- Profondeur et vitesse critiques;

En substituant cette valeur de αe en (4') il vient

$$H_k = \frac{5}{4} \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}} \quad (7)$$

et la profondeur dans la section de contrôle

$$k = \alpha e H_k = \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}} \quad (8)$$

on a aussi $H = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$ et $\frac{dH}{dh} = 0$

$$1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} = 0$$

$$\text{or } dA = e dh \Rightarrow \frac{Q^2 e}{gA^3} = 1$$

$$\frac{Q^2 e}{gA^3} = 1 = \frac{Q^2 2h \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}{g h^6 \operatorname{tg}^3 \frac{\varphi}{2}} \Rightarrow h = k = \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}}$$

$$H_k = k + \frac{A_k}{2 e_k} = k + \frac{k^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{4 k \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \frac{5}{4} k$$

Inversement on tire de (8)

$$Q^2 = \frac{g}{2} k^5 \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}$$

11.../...

d'où

$$Q = \sqrt{\frac{1}{2}g} k^{5/2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = 2,21 K^{2,5} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \quad (8')$$

ou encore

$$Q = \sqrt{\frac{1}{2}g} (0,8 H_k)^{5/2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = 1,27 H_k^{2,5} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \quad (7')$$

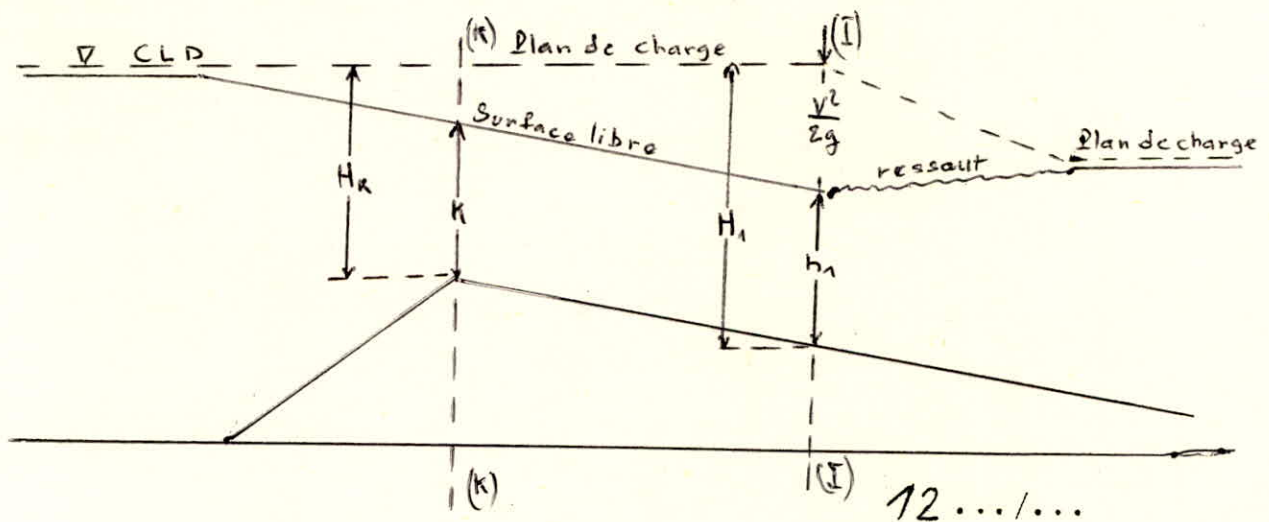
la vitesse moyenne dans la section de contrôle est

$$v_k = \frac{Q}{A_k} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}g} k^{5/2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{k^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \sqrt{\frac{g}{2} k} = 1,98 \sqrt{H} \quad (9)$$

Dans le cas où la section de contrôle est suivie par un déversement libre nous tombons dans le cas des déversoirs triangulaires.

II. Etude de l'écoulement dans le canal diédrique succédant à la section de contrôle.

A.- Examinons le comportement du courant qui, après avoir franchi le seuil, continue son chemin dans le canal diédrique à l'aval de celui-ci. Ce canal ayant une pente géométrique J_0 conserve son profil en travers (suivant un plan vertical perpendiculaire au plan de symétrie du canal) constant sur toute sa longueur. Le régime de l'écoulement, CRITIQUE dans la section de contrôle, devient dans ce canal aussitôt torrentiel et continue en accélérant plus ou moins rapidement suivant la pente geom. J_0 .



En raison de la courte distance et de la rugosité très faible des parois du dièdre on admet que les pertes de charge linéaires intervenant sur le tronçon entre la section de contrôle et la section (I) arbitrairement choisie sont négligeables ; c'est-à-dire que le plan de charge reste horizontal sur toute la longueur de cette portion de tronçon. Sa distance verticale par rapport au fond du canal dans la section (I), située à une distance L à l'aval de la section (K) est

$$H_1 = H_k + J L$$

En désignant par h_1 la profondeur dans la section (I) la veine de liquide passant par cette dernière est caractérisée par l'équation

$$H_1 = h_1 + \frac{Q^2}{2 g h_1^4 \operatorname{tg}^2 \frac{\psi}{2}} \quad (4'')$$

En tenant compte de (8) il vient

$$H_1 = h_1 + \frac{k^5}{4 h_1^4} \quad (II)$$

B.- Nature torrentielle du régime.

En introduisant les paramètres adimensionnels

$$\text{paramètre de la charge : } \chi = H_1/k \quad (12)$$

$$\text{paramètre de profondeur : } \alpha = h_1/k \quad (13)$$

On tire de (11)

$$\chi = \alpha + \frac{1}{4 \alpha^4} \quad (14)$$

La fonction (14) représenté graphiquement dans le système de coordonnées logarithmiques de la figure de la page (40) montre que c'est la valeur de $\chi = 5/4$ correspondant à $\alpha = 1$ qui représente le minimum de la fonction (14) c'est-à-dire

$$\chi_{\min} = \frac{5}{4}$$

D'où $H_{1min} = H_k$

Dans la section (I) on a

$$H_1 > H_k \quad \text{et} \quad h_1 < k \Rightarrow v_1 > v_k$$

Il est ainsi démontré que le régime d'écoulement, dans ce premier tronçon du canal diédrique à l'aval de la section de contrôle, est TORRENTIEL.

C.- Indépendance de l'écoulement vis-à-vis du plan de charge aval

D'une manière générale la vitesse de propagation des perturbations possibles dans un canal étant égale à v_k aucune des perturbations se manifestant sur le tronçon situé à l'aval de l'ouvrage ne peut influencer les caractéristiques (niveau de surface, vitesse etc.) du courant à l'amont de celui-ci tant qu'un tronçon en régime torrentiel reste intercalé entre les tronçons de cours d'eau à l'amont et à l'aval de l'ouvrage. Dans de telles conditions le débit qui passe l'ouvrage ne dépend que du plan de charge à l'amont de celui-ci, le plan de charge à l'aval de celui-ci n'ayant aucune influence sur le débit qui est parfaitement déterminé par le seul plan de charge à l'amont. Cette propriété, commune de tous les débitmètres à libre déversement ou à ressaut, est appelée SEMIMODULAIRE. Selon cette terminologie le débit passant par un ouvrage MODULAIRE n'est nullement influencé par le plan de charge du courant qui se manifeste, soit à l'amont, soit à l'aval de celui-ci et ne dépend que des caractéristiques de l'ouvrage même. (par exemple le siphon modulaire, l'orifice modulaire etc. par contre le débit passant par un ouvrage SEMIMODULAIRE est fonction non seulement des caractéristiques de ce dernier, mais aussi de la charge à l'amont.

III; - Etude de l'écoulement dans la zone de transition consecutive au tronçon torrentiel ci-dessus analysé et constituant la liaison avec le courant à l'aval de l'ouvrage.

Δ.- L'influence du profil terminal.

Considérons l'intersection fictive du plan d'eau à l'aval de l'ouvrage par la surface libre du courant en régime TORRENTIEL se produisant à l'aval de la SECTION DE CONTRÔLE. Trois cas sont à considérer :

../ Cette intersection fictive est située à l'aval de l'extrémité du canal et le raccordement se fait en réalité par une chute.

./ Elle se trouve à l'amont de la dite extrémité. Le raccordement réel se fait alors par l'intermédiaire d'un ressaut.

./ Cas limite : l'intersection fictive se situe au droit de l'extrémité du dièdre, le raccordement réel se confond alors avec le raccordement fictif.

./ Nous nous plaçons dans le deuxième cas dans lequel le changement de régime se fait par un ressaut hydraulique régi par la loi de l'équilibre hydrodynamique. Cet équilibre s'exprime par le théorème des quantités de mouvement. En désignant par P_1 la pression moyenne, par v_1 la vitesse moyenne et A_1 l'aire de la section mouillée au droit du début du ressaut et par P_2 v_2 et A_2 les éléments analogues valables au droit de la fin du ressaut on a en admettant que le facteur de correction des quantités de mouvement est égale à l'unité :

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 = \rho Q (v_2 - v_1)$$

En désignant par h_1 la profondeur initiale et par h_2 la profondeur finale du ressaut, on tire de cette dernière équation

$$\bar{w} \frac{h_1^3}{3} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \frac{\bar{w}}{g} \frac{Q^2}{h_1 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \bar{w} \frac{h_2^3}{3} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \frac{\bar{w}}{g} \frac{Q^2}{h_2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} \quad (15')$$

En divisant par \bar{w} et en éliminant Q entre (15') et (8) on tire

$$\frac{h_1^3}{3} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \frac{k^5 \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}{2 h_1^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \frac{h_2^3}{3} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} + \frac{k^5 \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}{2 h_2^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$$

En divisant par $\text{tg } \frac{\phi}{2}$ l'équation devient

$$\frac{h_1^3}{3} + \frac{k^5}{2h_1^2} = \frac{h_2^3}{3} + \frac{k^5}{2h_2^2} \quad (15)$$

En tenant compte de (13) et en introduisant un nouveau paramètre adimensionnel pour la profondeur finale

$$\beta = h_2/k \quad (16)$$

(15) devient

$$\frac{\alpha^3}{3} k^3 + \frac{k^5}{2\alpha^2 k^2} = \frac{\beta^3}{3} k^3 + \frac{k^5}{2\beta^2 k^2}$$

En divisant par k^3 il vient

$$\frac{\alpha^3}{3} + \frac{1}{2\alpha^2} = \frac{\beta^3}{3} + \frac{1}{2\beta^2}$$

soit

$$2\alpha^3 + 3\alpha^{-2} = z = 2\beta^3 + 3\beta^{-2} \quad (17)$$

Il est évident que la fonction

$$z = 2\alpha^3 + 3\alpha^{-2} \text{ est identique à la fonction } z = 2\beta^3 + 3\beta^{-2}$$

En les représentant sur un système de coordonnées à division logarithmique (voir figure de la page 40) on peut constater qu'à chaque valeur de z correspondent deux valeurs différentes de α et de β dont l'une est inférieure à 1 et l'autre est supérieure à 1.

En régime torrentiel

$$h_1 < k \quad \text{donc } \alpha < 1$$

En régime fluvial

$$h_2 > k \quad \text{donc } \beta > 1$$

Pour cette raison il est logique de supposer que la tranche décroissante de la courbe représentant (17) avec ses abscisses inférieures à 1 interprète les valeurs de α tandis que la tranche croissante avec ses abscisses supérieures à 1 interprète les valeurs de β . Cette hypothèse est par ailleurs bien confirmée par l'expérience montrant que la valeur

$$h_1 = \alpha k$$

donne effectivement la profondeur dans la section initiale et que la valeur

$$h_2 = \beta k$$

donne effectivement la profondeur dans la section finale du ressaut hydraulique engendré par une charge

$$H_1 = \chi k$$

C. La perte de charge due au ressaut est

$$\Delta H = h_1 - h_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \quad (18)$$

en vertu de la continuité et en application de (3) l'équation (18) peut être écrite comme suit :

$$\Delta H = h_1 - h_2 + \frac{Q^2}{2g \frac{b^3}{2}} \left(\frac{1}{h_1^4} - \frac{1}{h_2^4} \right)$$

En introduisant le paramètre adimensionnel de la perte de charge due au ressaut

$$\delta = \frac{\Delta H}{k} \quad (19)$$

et en tenant compte de (8), (13) et (16) l'équation (18) devient

$$\delta k = \alpha k - \beta k + \frac{k^5}{4} \left(\frac{1}{\alpha^4 k^4} - \frac{1}{\beta^4 k^4} \right)$$

soit

$$\delta = \alpha - \beta + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\alpha^4} - \frac{1}{\beta^4} \right)$$

et enfin
$$\delta = \alpha - \beta + \frac{\beta^4 - \alpha^4}{4 \alpha^4 \beta^4}$$

(20)

D. - Détermination complète du problème
et solution graphique

Dans l'équation (20) le paramètre δ apparait comme une fonction de deux variables α et β . Mais en réalité, β n'est qu'une fonction de α n'ayant qu'une seule valeur bien déterminée pour chaque valeur de ce premier. Ainsi on peut dire que δ est bien déterminée en fonction de la seule valeur de α . Ceci est valable aussi pour les paramètres χ et β .

Les paramètres χ , β et δ sont représentés en fonction de α dans le système de coordonnées à division logarithmique de la page 40. Si l'un quelconque de ces quatre paramètres est connu, on peut déterminer les trois autres par simple lecture dans le diagramme.

Si le débit Q est donné, la hauteur de la profondeur critique est déterminée par l'équation (8) et si l'un des quatre éléments H_1 , h_1 , h_2 ou ΔH est connu tous les autres sont déterminés par les équations

$$H_1 = \chi k \quad (12) \qquad h_1 = \alpha k \quad (13)$$

$$h_2 = \beta k \quad (16) \qquad \Delta H = \delta k \quad (19)$$

Ceci revient à dire que le phénomène du ressaut hydraulique dans un canal diédrique est bien déterminé, si le débit Q et l'un des éléments H_1 , h_1 , h_2 ou ΔH sont donnés.

La représentation graphique dans le même système de coordonnées permet la détermination rapide de la profondeur critique k . Grâce à la division logarithmique du système des coordonnées toutes les opérations à effectuer en application des formules (12), (13), (16) et (19) peuvent être exécutées par simple superposition ou retranchement des longueurs figuratives. Par exemple si pour un débit Q connu, la perte de charge ΔH est fixée a priori, on lit la valeur k de la profondeur critique dans l'abaque.

La longueur figurative de $\delta = \Delta H/k$ est obtenue par retranchement graphique, on repère dans l'abaque les valeurs χ α et β et on obtient par addition graphique les longueurs figuratives de H_1 h_1 et h_2 .

E.- Position du profil initial du ressaut.

En admettant encore que les pertes de charge linéaires soient infiniment petites, la position du profil initial du ressaut est déterminée par le point d'intersection de la ligne du fond et de l'horizontale située à une profondeur H_1 au dessous du plan des charges totales à l'amont du seuil. (voir figure de la page 12) pour un même débit la position de ce point varie en fonction de l'accroissement de la charge $H_m - H$ occasionné par le seuil. Au fur et à mesure que l'on fait monter le niveau du liquide en écoulement à l'aval de l'ouvrage, le décroissement de la différence $H_m - H$ entraîne un déplacement du début du ressaut vers la section de contrôle et par voie de conséquence un raccourcissement du tronçon de courant en régime torrentiel, assurant la semimodularité du fonctionnement de l'appareil. Théoriquement la longueur de ce tronçon ne se réduit à zéro qu'au moment où le niveau aval croissant atteint le niveau amont, soit lorsque la différence de charge $H_m - H$ devient égale à zéro. Ceci signifierait que les perturbations se manifestant à l'aval de l'ouvrage n'auraient aucune influence sur l'écoulement de l'eau à l'amont de celui-ci, tant que le plan de charge à l'aval de l'ouvrage n'atteint pas un niveau égal à celui du plan de charge amont. Autrement dit qu'il suffirait que le plan de charge coïncide sur toute la longueur de, l'ouvrage avec la C.L.D., assurant que le régime devienne critique au dessus du seuil, la longueur du tronçon en régime torrentiel et les dimensions du ressaut consécutif se réduisant à l'infinitésimal. Dans cette hypothèse la limite de la semimodularité correspondrait à

$$\delta = 0 \quad \chi = 1,25 \quad \alpha = 1 \quad \text{et} \quad \beta = 1$$

L'expérience montre que la réalité est quand même un peu moins favorable. Les pertes de charge autres que celle due au ressaut, bien que faibles, ne sont tout de même pas entièrement nulles. Ainsi la valeur du paramètre de la perte de charge correspondant à la limite de la semimodularité est dans tous les cas

$$\delta = 0 \quad \chi = 1,25 \quad \alpha = 1 \quad \text{et} \quad \beta = 1$$

L'expérience montre que la réalité est quand même un peu moins favorable. Les pertes de charge autres que celle due au ressaut, bien que faibles, ne sont tout de même pas entièrement nulles. Ainsi la valeur du paramètre de la perte de charge correspondant à la limite de la semimodularité est dans tous les cas

$$\delta_{\text{lim}} > 0$$

cette valeur de δ_{lim} définit en application de (12) (13) (16) et (19) les valeurs α_{lim} β_{lim} et χ_{lim} correspondantes.

La limite de la semimodularité, pour le même seuil diédrique est en réalité toujours conditionnée par les mêmes valeurs limite α_{lim} β_{lim} χ_{lim} et δ_{lim} quel que soit la valeur du débit Q franchissant le seuil. Ainsi on peut énoncer que pour tout appareil de ce type ayant les angles φ' , φ'' et les pentes géométriques J_0' et J_0 identiques on a

$$\alpha_{\text{lim}} = \text{cte} \quad \beta_{\text{lim}} = \text{cte} \quad \chi_{\text{lim}} = \text{cte} \quad \text{et} \quad \delta_{\text{lim}} = \text{cte}$$

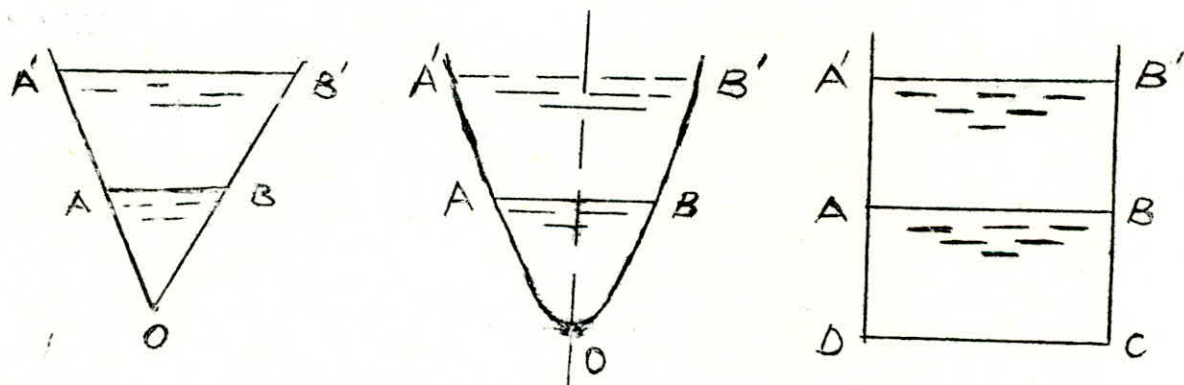
La loi ci-dessus énoncée est la conséquence bien évidente de la similitude de Reech-Froud, l'écoulement passant par le seuil restant toujours semblable à soi même quel que soit le débit passant en régime critique par la section de contrôle

F.- Similitude dynamique des écoulements passant par l'appareil. - Les susdites circonstances offrent de très grands.

avantages pour l'expérimentation des seuils diédriques. Théoriquement il suffirait d'un seul essai, avec un seul débit, pour en déduire, en application de la similitude de Reech-Froude, les caractéristiques réelles, valables pour toute la gamme des débits de toute une série d'appareils de mesure, ayant les mêmes angles φ' et φ'' et les mêmes pentes géométriques J_0' et J_0 .

La précision relative des mesures de débit reste la même pour les faibles et pour les forts débits à condition que la précision relative obtenue dans la mesure de la dimension linéaire de contrôle (H_k ou k) reste inchangée.

Les profils représentés ci-dessous montrent que le phénomène de similitude entre deux ou plus de deux écoulements de différents débits ne peut exister qu'en profil triangulaire.



$A O B \sim A' O B'$

$A C B \not\sim A' O B'$

$ABCD \not\sim A' B' CD$

RAPPELS DE SIMILITUDE

Pour tout système il existe des conditions initiales fixant certaines valeurs telles que la pression, vitesse etc....

Ces conditions sont appelées aussi "définition du système"

Si un mouvement M_1 est défini par L_1, V_1, H_1

un mouvement M_2 est défini par L_2, V_2, H_2

pour qu'il y ait similitude mécanique il faut que ces valeurs satisfassent aux conditions énoncées.

I) LOIS DE SIMILITUDE

- Similitude géométrique

$$\lambda = \frac{L_2}{L_1}$$

- Similitude cinématique

$$\lambda_t = \frac{t_2}{t_1} \quad \lambda_v = \frac{V_2}{V_1} \quad \lambda_\gamma = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

$$\lambda_v = \frac{\lambda}{\lambda_t} \quad \lambda_\gamma = \frac{\lambda}{\lambda_t^2}$$

- Similitude dynamique

Similitude des forces des points homologues

1) Forces de pression

Les forces ($p \cdot A$) de M_1 sont multipliées par $\lambda_p \lambda^2 = \lambda_{\mathcal{F}_{\text{pression}}}$

2) Forces d'inertie

Les forces d'inertie de M_1 sont multipliées

$$\begin{aligned} M \gamma &= \rho V \gamma \quad (\rho V = \text{masse}) \\ &= \lambda_\rho \lambda^3 \lambda_\gamma = \lambda_\rho \lambda^4 \lambda_t^{-2} \end{aligned}$$

3) Foces de viscosité

$$df = \mu \frac{dv}{dn} \quad ds = \rho v \frac{dv}{dn} \quad ds$$

$$\lambda_f \text{ viscosite} = \lambda_p \lambda_v \lambda_t^{-1} \lambda^2$$

5) Pesanteur

$$\lambda_p \lambda^3 \lambda_g = \lambda_p \lambda^3$$

a) Cas où les forces dues à la viscosité sont négligeables par rapport aux forces dues à la pesanteur

On a similitude si

$$\lambda_p \lambda^2 = \lambda_p \lambda^4 \lambda_t^{-2} = \lambda_p \lambda_v \lambda^2 \lambda_t^{-1} = \lambda_p \lambda^3$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_p \lambda} = \lambda \lambda_t^{-2} = \lambda_v \lambda^{-1} \lambda_t^{-1} = 1 \quad (1)$$

↓	↓	↓	↓
pression	inertie	viscosité	pesanteur

La viscosité étant négligeable de (1) on tire

$$\frac{\lambda_p}{\lambda_p \lambda} = \lambda \lambda_t^{-2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_p = \lambda \lambda_p \\ \lambda_t = \sqrt{\lambda} \end{cases}$$

Ce phénomène est particulier aux écoulements très turbulents, l'agitation tourbillonnaire masque l'influence de la viscosité du fluide, les forces d'inertie sont proportionnelles au carré de la vitesse

Inertie

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \frac{r_1}{r_2} = \lambda_f i = \lambda_p \lambda^4 \lambda_t^{-2}$$

Pesanteur

$$\lambda_f \text{ pesanteur} = \lambda_p \lambda^3 \lambda_g = \lambda_p \lambda^3 \dots / .23$$

On doit avoir $\lambda_{fi} = \lambda_{f_{pes}}$

$$\lambda_p \lambda^3 = \lambda_p \lambda^4 \lambda_t^{-2} \Rightarrow \lambda_t^{-2} \lambda = 1$$

$$\lambda = \lambda_t^{-2} \lambda^2 \quad \lambda_v = \frac{\lambda}{\lambda_t} = \sqrt{\lambda}$$

Loi de similitude de Reech Frøud.

(En 1832 par Reech et 1872 par Frøud.)

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{v_2^2}{L_2} = \frac{v_1^2}{L_1} \quad \frac{v_2^2}{g L_2} = \frac{v_1^2}{g L_1} = F$$

F = NOMBRE DE FRØUD

b) Similitude Reynolds

$$R = \frac{v_2 L_2}{\nu_2} = \frac{v_1 L_1}{\nu_1}$$

$$\frac{\text{Reynolds}}{\lambda \lambda_v} = 1 \quad \lambda_v \lambda = \lambda_\nu$$

$$\frac{\text{Frøud}}{\lambda_v} = \sqrt{\lambda}$$

$$\lambda \sqrt{\lambda} = \lambda_\nu \quad \lambda^{3/2} = \lambda_\nu$$

Or il est difficile de faire varier $\lambda_\nu \Rightarrow \lambda^{3/2} = 1$
 donc le modèle est égal au prototype. Donc lorsque
 la pesanteur et la viscosité ont une influence simul-
 tanée la similitude n'existe pas.

Pour notre projet ce cas est à exclure (viscosité
 négligeable et par conséquent nombre de Reynolds)

II) PRODUITS SANS DIMENSIONS

- Nombre de Fraud
- Nombre de Reynolds
- Nombre de Mach
- Nombre de Weber
- Nombre de Newton

On avu que suivant les conditions d'écoulement un tel ou tel produit sans dimensions est négligé mais il faut prendre des précautions.

Four notre projet le nombre Weber est négligé les gros débits mais non pour les faibles débits.

Justement on veut déterminer à partir de limite.

Ce nombre de Weber n'est plus négligé.

Ce nombre exprime le rapport de 2 forces celles dues à l'inertie et celles dues à la tension superficielle.

$$W = \frac{\rho L v^2}{\sigma}$$

EN CONCLUSION

Pour notre projet l'écoulement est régi par la Loi de Reech-Fraud , pour les faibles débits de cette Loi n'existe plus il y. a le nombre de Weber qui intervient.

DESCRIPTION de L'APPAREILLAGE
=====

I) APPAREIL MODELE REDUIT

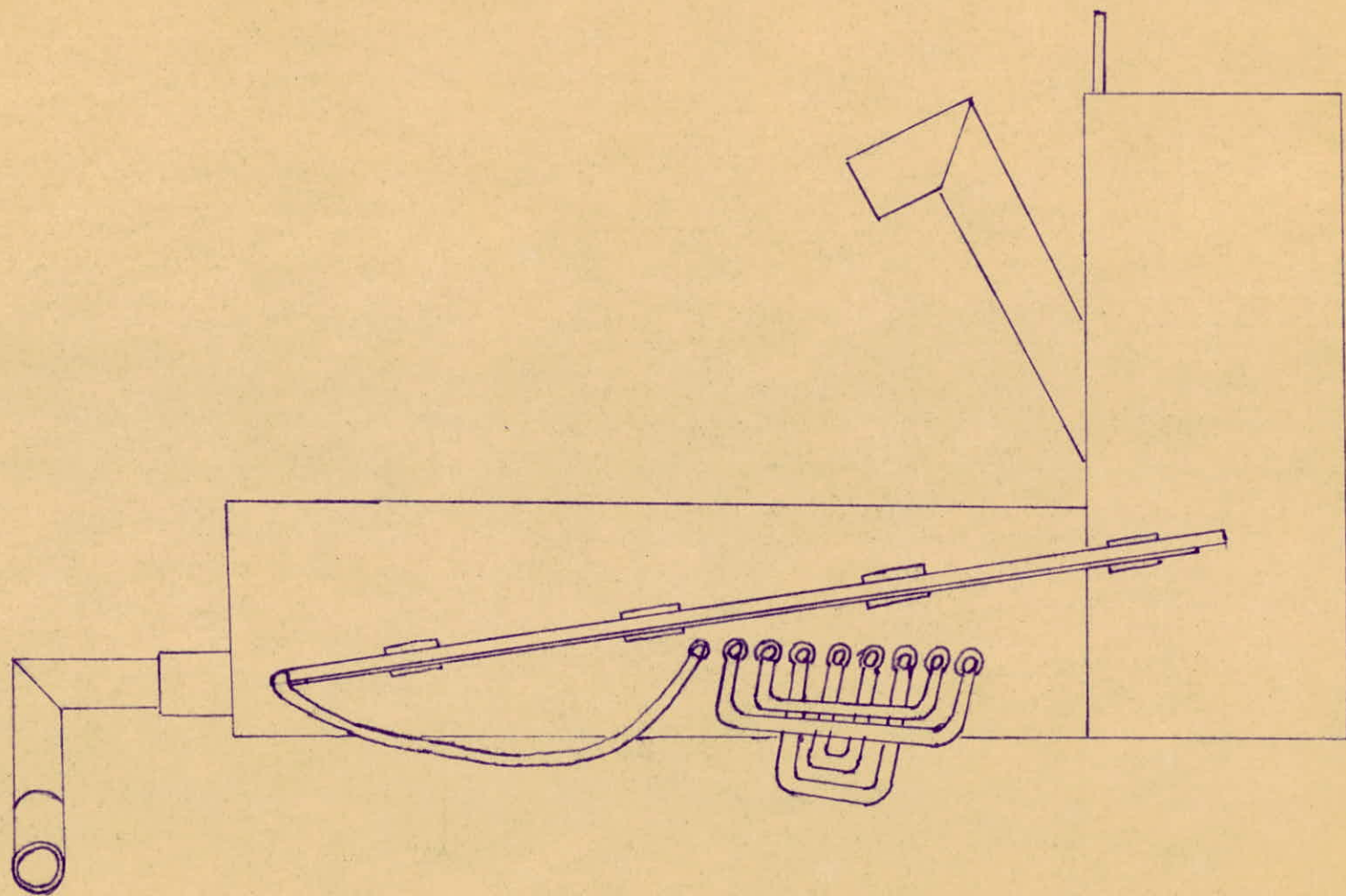
Il est composé

- D'un réservoir d'alimentation muni
 - d'un tube régulateur de charge
 - d'un orifice triangulaire qui peut être obturé par une vanne coulissante
- D'un tranquillisateur
- D'un manomètre permettant les lectures au 1/10
- D'un tube à l'aval permettant le changement de régime.
- D'un seuil diédrique solidane d'une plaque fixe pour éviter les fuites et le suintement.

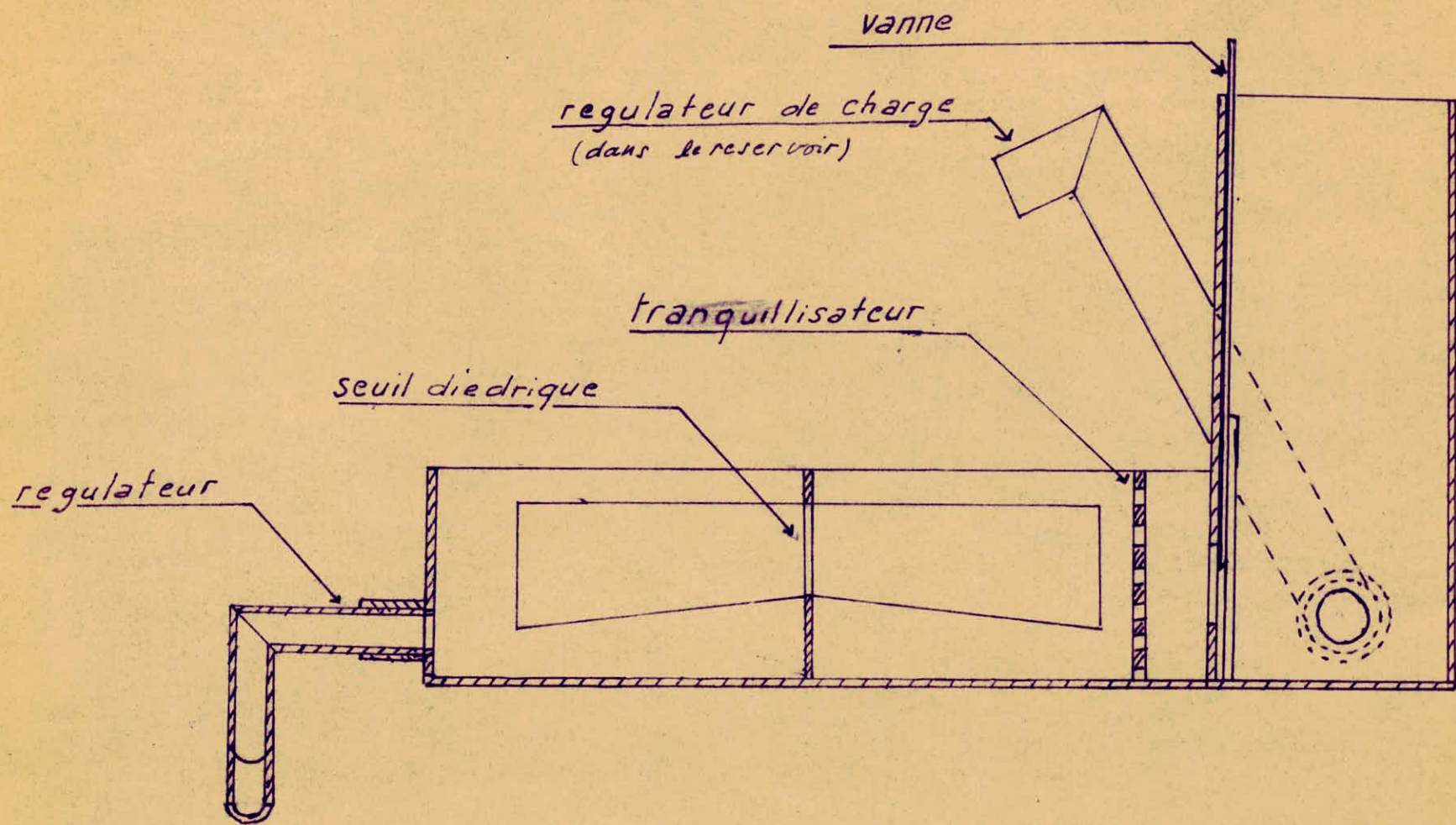
Ce seuil est constitué par l'intersection de 2 tronçons de canal diédrique ayant :

- Leur plan de symetrie commun en position vertical
- Leur angles d'ouverture $\varphi' = \varphi'' = 90^\circ$
- Leurs pentes géométriques J'_0 ascendante et J_0 descendante ($J'_0 = J_0$)

=====



Dessin d'ensemble Modèle réduit



Coupe Longitudinale
(modèle réduit)

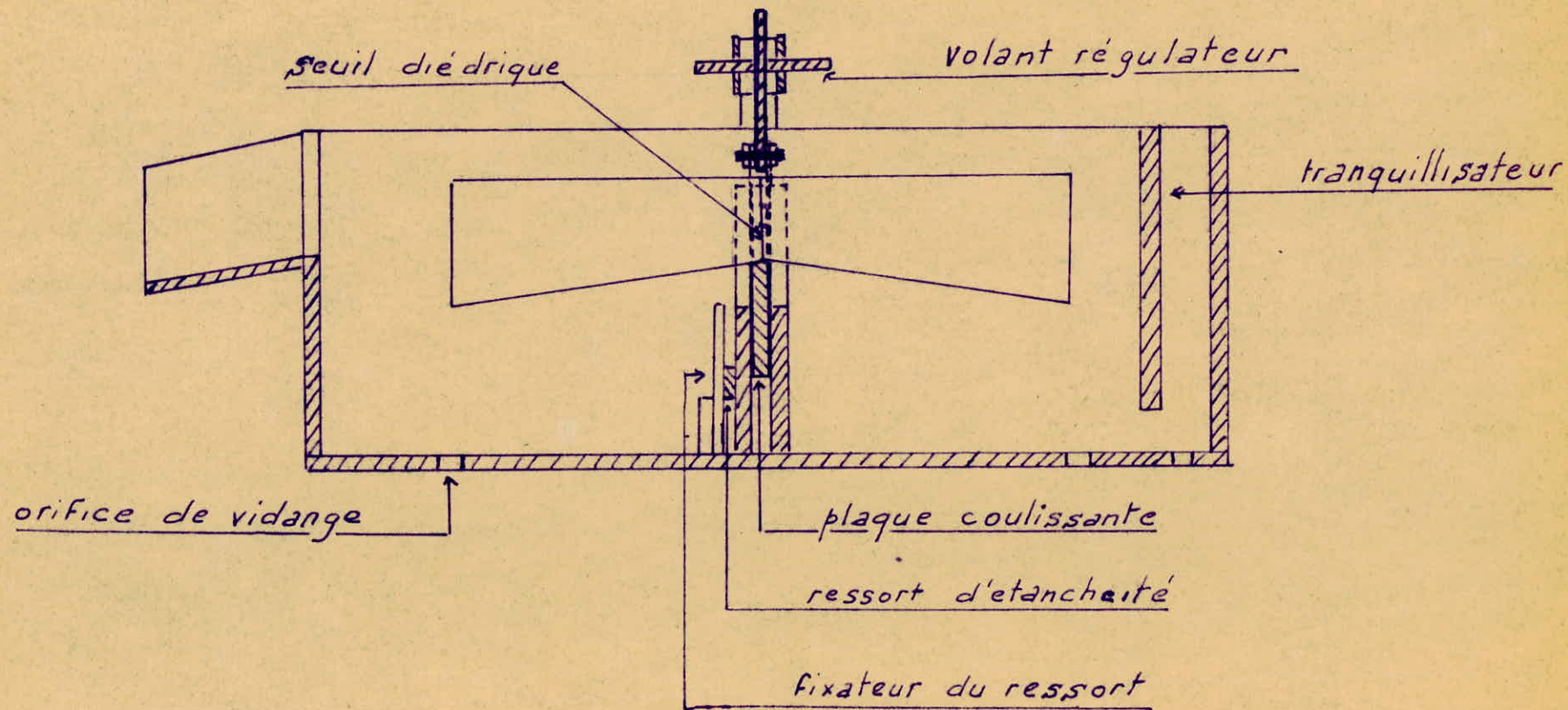
II) APPAREIL GRAND MODELE

Il est composé

- d'un bassin muni
 - d'un tranquillisateur à l'amont
 - d'un déversoir à l'aval
- d'un seuil diédrique solidaire d'une plaque coulissante, d'étanchéité est assurée par deux ressorts.

Ce seuil est constitué par l'intersection de 2 tronçons de canal diédrique ayant :

- leur plan de symetrie commun en position vertical.
 - leurs angles d'ouverture $\varphi' = \varphi'' = 90^\circ$
 - Leurs pentes géométriques J'_0 ascendante et J_0 descendante J_0 ($J'_0 = J_0$)
-
- d'un manomètre fixé sur la plaque coulissante (le manomètre est placé tel qu'on ait des lectures au 1/10)
 - Un volant permettant d'actionner la plaque coulissante
 - de 3 orifices de vidange.



Coupe Longitudinale Prototype

EXPLOITATION DES CALCULS

La vérification expérimentale de la théorie de l'appareil n'a été faite que pour le convergent.

DETERMINATION DES TIRANTS CRITIQUES, EXPERIMENTAUX & THEORIQUES :

1) Tirant critique :

La formule (B) nous donnent

$$K = \sqrt[5]{\frac{2 Q^2}{g \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}} \quad \text{or} \quad \varphi = 90^\circ \quad \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} = 1$$

$$K = \left(\frac{2}{g}\right)^{\frac{1}{5}} Q^{\frac{2}{5}} = 0,728 Q^{2/5}$$

$$\boxed{K = 0,728 Q^{2/5}}$$

2) Tirant théorique (h th)

connaissant K on a $H_k = 1,25 K$

d'où $H = H_k + \text{profondeur } (a)$

or $\chi = \frac{H}{K}$ on tire la valeur de α_f de l'abaque

n° 1

d'où $h_t = \alpha_f K$

$$\boxed{h_{th} = \alpha_f K}$$

$$\boxed{Q \rightarrow K \rightarrow H_k \rightarrow H_{k+a} \rightarrow H \rightarrow \chi \rightarrow f \rightarrow h_{th}}$$

3) Tirant expérimental

Modèle réduit le manomètre avec une pente 1/10 permet d'avoir une lecture, à cette lecture on retranche la lecture correspondant au zéro (soit 1,675cm) et on ajoute la profondeur (a) du canal par rapport à la prise de pression

correspondante (les valeurs de a sont indiquées sur le schéma)

Grand modèle la technique est la même seulement la profondeur $a = 0,6$ cm.

Tous les résultats concernant les tirants critiques, expérimentaux et théoriques sont indiqués sur les tableaux disposés dans une suite logique en rapport direct avec les opérations qu'il fallait effectuer.

Spécification des tableaux

- Le tableau n° 1 donne les lectures du manomètre
- Le tableau n° 2 donne H_k expérimental
- le schéma page (35) donne les profondeurs a
- Le tableau n° 3 donne les valeurs de h expérimental
- Le tableau n° 4 donne les valeurs de K et H_k théorique
- le tableau n° 5 donne les valeurs de H théorique
- le tableau n° 6 donne les valeurs de λ
- Le tableau n° 7 donne les valeurs de αf
- Le tableau n° 8 donne les valeurs de h théorique
- Le tableau n° 9 englobe tous les résultats pour le grand modèle.

Cette détermination des différents tirants est complétée par les abaques 2 et 2' qui illustrent bien les résultats obtenus qui seront analysés au paragraphe suivant.

COMPARAISON DES TIRANTS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX

Cette comparaison est nécessaire pour pouvoir apprécier la différence existant ^{entre} les tirants expérimentaux et les tirants théoriques.

Il suffit de voir les tableaux 3 et 8 pour pouvoir affirmer que cette différence est très petite. Analysons le problème de près.

Lectures directes du manomètre

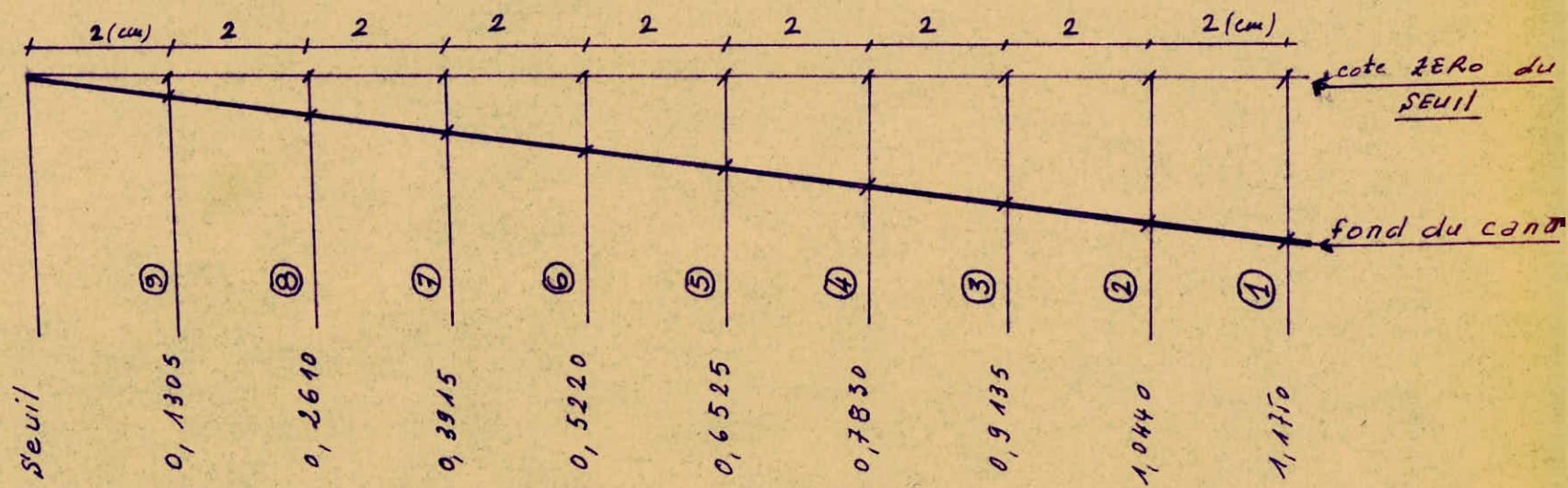
①

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
147,90	43,95	43,85	43,75	43,75	43,65	43,50	43,35	43,00	42,35
129,10	42,70	42,65	42,55	42,50	42,45	42,30	42,25	41,90	41,30
76,30	37,75	37,75	37,65	37,65	37,55	37,40	37,15	36,95	36,30
57,50	36,15	36,00	35,80	35,65	35,50	35,35	35,10	34,75	34,00
51,60	34,45	34,40	34,35	34,30	34,15	34,05	33,85	33,70	33,20
43,06	33,55	33,45	33,35	33,30	33,15	33,00	32,85	32,50	31,95
37,80	32,30	32,15	32,15	32,15	32,00	31,90	31,70	31,50	31,20
30,00	31,50	31,40	31,30	31,05	30,95	30,85	30,70	30,20	29,85
22,00	29,45	29,45	29,45	29,40	29,40	29,30	29,00	28,85	28,50
12,20	27,30	27,20	27,05	26,95	26,85	26,80	26,80	26,40	26,05
7,33	25,25	25,15	25,10	25,05	25,05	25,00	24,90	24,80	24,55
2,28	22,35	22,30	22,25	21,95	23,90	21,90	21,85	21,80	21,80
1,12	20,70	20,70	20,65	20,65	20,65	20,65	20,60	20,60	20,55

H_K experimental (2)

Q	H _{K1}	H _{K2}	H _{K3}	H _{K4}	H _{K5}	H _{K6}	H _{K7}	H _{K8}	H _{K9}
147,90	2,720	2,710	2,700	2,700	2,690	2,675	2,660	2,625	2,560
129,10	2,595	2,590	2,580	2,585	2,570	2,555	2,550	2,515	2,455
76,30	2,100	2,100	2,090	2,090	2,080	2,065	2,040	2,020	1,955
57,50	1,940	1,925	1,905	1,890	1,885	1,860	1,835	1,800	1,725
51,60	1,770	1,765	1,760	1,755	1,755	1,730	1,710	1,695	1,640
43,00	1,680	1,670	1,660	1,655	1,640	1,625	1,610	1,575	1,520
37,80	1,555	1,540	1,540	1,540	1,540	1,515	1,495	1,475	1,445
30,00	1,475	1,465	1,455	1,430	1,420	1,410	1,395	1,345	1,310
22,00	1,270	1,270	1,270	1,265	1,265	1,255	1,225	1,210	1,175
12,20	1,055	1,045	1,030	1,020	1,010	1,005	1,005	0,965	0,930
7,33	0,850	0,840	0,835	0,830	0,830	0,825	0,815	0,805	0,780
2,28	0,560	0,555	0,550	0,520	0,515	0,515	0,510	0,505	0,505
1,12	0,395	0,395	0,390	0,390	0,390	0,390	0,385	0,385	0,380

Cotes -des prises de pression par rapport au fond du canal



hex tirant experimental (3)

Q	h_{ex1}	h_{ex2}	h_{ex3}	h_{ex4}	h_{ex5}	h_{ex6}	h_{ex7}	h_{ex8}	h_{ex9}
147,90	3,895	3,754	3,613	3,483	3,342	3,197	3,051	2,886	2,690
129,10	3,770	3,634	3,493	3,368	3,222	3,077	2,941	2,776	2,585
76,30	3,275	3,144	3,003	2,873	2,732	2,587	2,431	2,287	2,085
57,50	3,050	2,969	2,878	2,673	2,537	2,382	2,226	2,061	1,855
51,60	2,945	2,809	2,673	2,538	2,407	2,352	2,101	1,956	1,770
43,00	2,855	2,714	2,573	2,438	2,292	2,147	2,001	1,836	1,650
37,80	2,730	2,584	2,453	2,323	2,192	2,037	1,886	1,736	1,575
30,00	2,650	2,509	2,368	2,213	2,072	1,932	1,786	1,606	1,440
22,00	2,445	2,314	2,183	2,048	1,917	1,777	1,616	1,571	1,305
12,20	2,230	2,089	1,943	1,803	1,662	1,527	1,396	1,226	1,060
7,33	2,025	1,884	1,748	1,613	1,482	1,347	1,206	1,066	0,910
2,28	1,735	1,599	1,463	1,303	1,167	1,037	0,901	0,766	0,635
1,12	1,570	1,439	1,305	1,173	1,042	0,912	0,776	0,646	0,510

Resultats des Essais sur Petit Modèle

4

Q	$Q^{2/3}$	K	1,25K
147,90	2,938	2,138	2,670
129,10	2,780	2,021	2,530
76,30	2,251	1,635	2,041
57,50	2,011	1,460	1,825
51,60	1,928	1,401	1,751
43,00	1,792	1,305	1,630
37,80	1,700	1,235	1,540
30,00	1,550	1,125	1,410
22,00	1,370	0,998	1,245
12,20	1,083	0,789	0,987
7,33	0,882	0,640	0,800
2,28	0,554	0,402	0,503
1,12	0,417	0,304	0,380

$$\underline{H_{\text{théorique}} = 1,25K + \text{profondeur}}$$

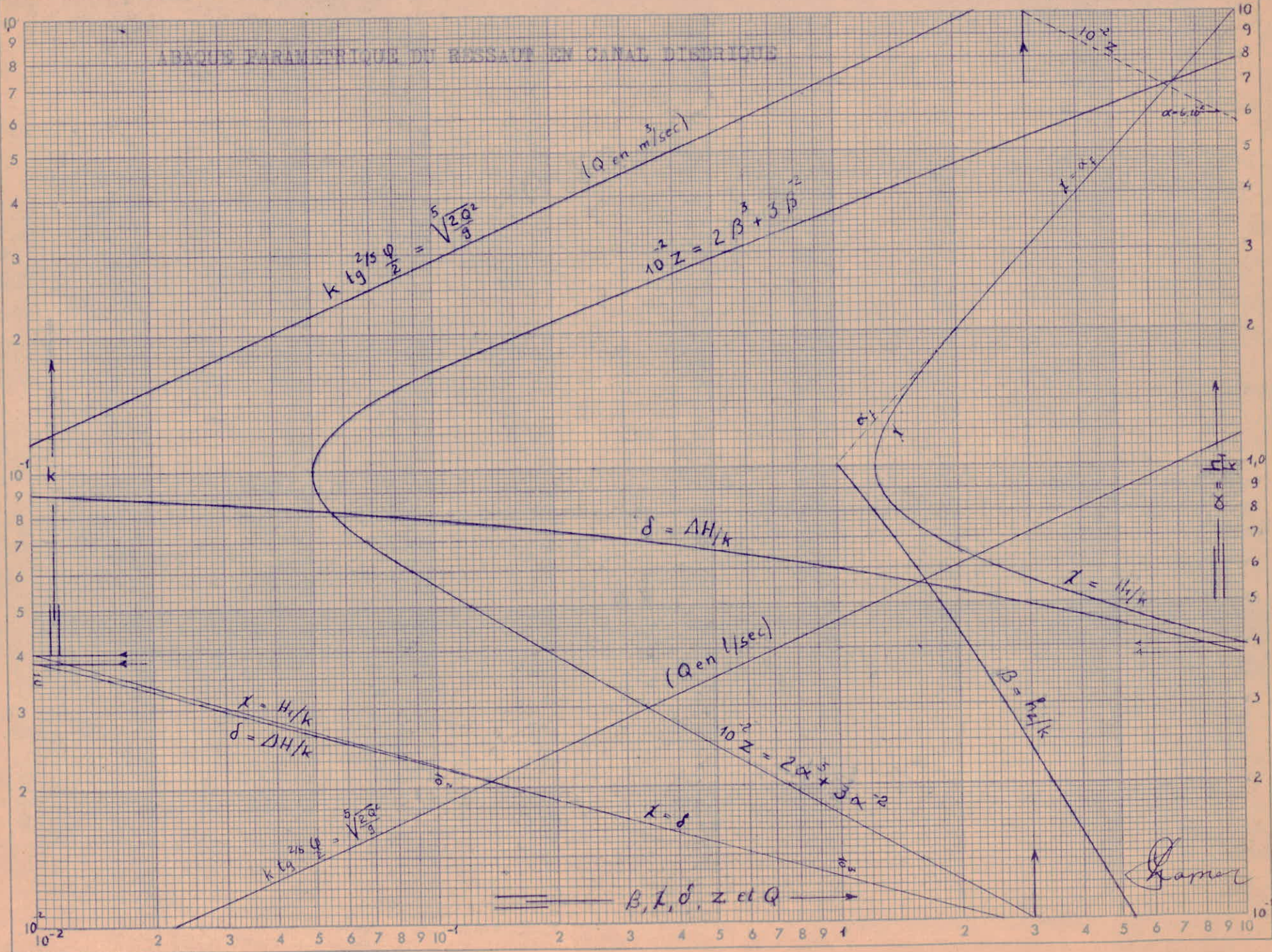
(5)

Q	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇	H ₈	H ₉
147,90	3,845	3,714	3,583	3,453	3,322	3,192	3,061	2,931	2,800
129,10	3,705	3,574	3,443	3,313	3,182	3,052	2,921	2,791	2,660
76,30	3,216	3,085	2,954	2,824	2,693	2,563	2,432	2,302	2,171
57,10	3,000	2,869	2,738	2,608	2,477	2,347	2,216	2,086	1,955
51,60	2,926	2,795	2,664	2,534	2,403	2,273	2,142	2,012	1,881
43,00	2,805	2,674	2,543	2,413	2,282	2,152	2,021	1,891	1,760
37,80	2,715	2,580	2,453	2,323	2,192	2,062	1,931	1,801	1,670
30,00	2,585	2,454	2,323	2,193	2,062	1,932	1,801	1,671	1,540
22,00	2,420	2,289	2,158	2,028	1,897	1,767	1,636	1,506	1,375
12,20	2,162	2,031	1,900	1,770	1,639	1,509	1,378	1,248	1,117
7,33	1,975	1,844	1,713	1,583	1,452	1,322	1,191	1,061	0,930
2,28	1,678	1,547	1,416	1,286	1,155	1,025	0,894	0,763	0,663
1,12	1,555	1,424	1,293	1,163	1,032	0,902	0,771	0,641	0,510

Valeurs de "x" ⑥

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
147,90	1,800	1,740	1,675	1,575	1,525	1,450	1,375	1,310	1,200
129,10	1,829	1,765	1,700	1,610	1,550	1,470	1,380	1,320	1,220
76,30	1,930	1,885	1,805	1,729	1,630	1,530	1,450	1,340	1,240
57,50	2,057	1,962	1,872	1,785	1,692	1,580	1,470	1,350	1,245
51,60	2,090	1,955	1,905	1,805	1,715	1,600	1,480	1,380	1,250
43,00	2,160	2,057	1,955	1,855	1,755	1,650	1,520	1,395	1,260
37,80	2,198	2,090	1,985	1,889	1,772	1,672	1,525	1,400	1,260
30,00	2,300	2,179	2,064	1,948	1,835	1,717	1,575	1,445	1,270
22,00	2,325	2,300	2,160	2,038	1,900	1,770	1,605	1,450	1,300
12,20	2,740	2,574	2,415	2,240	2,079	1,909	1,769	1,520	1,330
7,33	3,089	2,880	2,578	2,470	2,270	2,066	1,862	1,620	1,410
2,28	4,170	3,845	3,520	3,200	2,875	2,530	2,220	1,900	1,545
1,12	5,110	4,690	4,250	3,820	3,395	2,963	2,536	2,110	1,678

ABACUS PARAMÉTRIQUE DU ROUSSAULT EN CANAL DÉBOURÉ



Valeurs de " α " (7)

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9
147,90	1,800	1,740	1,675	1,615	1,555	1,492	1,435	1,372	1,310
129,10	1,829	1,765	1,700	1,632	1,570	1,505	1,442	1,377	1,312
76,30	1,930	1,885	1,805	1,729	1,645	1,568	1,485	1,410	1,330
57,50	2,057	1,962	1,872	1,785	1,692	1,608	1,513	1,431	1,339
51,60	2,090	1,995	1,905	1,805	1,715	1,622	1,530	1,435	1,345
43,00	2,160	2,057	1,955	1,855	1,755	1,651	1,555	1,455	1,352
37,80	2,198	2,090	1,985	1,889	1,772	1,672	1,563	1,460	1,354
30,00	2,300	2,179	2,064	1,948	1,835	1,717	1,600	1,482	1,368
22,00	2,325	2,300	2,160	2,038	1,900	1,770	1,640	1,510	1,378
12,20	2,740	2,574	2,415	2,240	2,079	1,909	1,769	1,580	1,415
7,33	3,089	2,880	2,578	2,470	2,270	2,066	1,862	1,657	1,452
2,28	4,170	3,845	3,520	3,200	2,875	2,530	2,220	1,900	1,575
1,13	5,110	4,690	4,250	3,820	3,395	2,962	2,536	2,110	1,678

h_{th} tirant théorique

⑧

Q	h_{th1}	h_{th2}	h_{th3}	h_{th4}	h_{th5}	h_{th6}	h_{th7}	h_{th8}	h_{th9}
147,90	3,845	3,714	3,583	3,360	3,259	3,098	2,937	2,800	2,560
129,10	3,705	3,574	3,443	3,258	3,137	2,976	2,790	2,670	2,465
76,30	3,216	3,085	2,954	2,824	2,660	2,500	2,378	2,190	2,024
57,50	3,000	2,869	2,738	2,608	2,477	2,310	2,150	1,971	1,817
51,60	2,926	2,795	2,664	2,534	2,403	2,245	2,070	1,935	1,752
43,00	2,805	2,674	2,543	2,413	2,282	2,142	1,985	1,829	1,645
37,80	2,715	2,580	2,453	2,323	2,192	2,032	1,882	1,732	1,555
30,00	2,585	2,454	2,323	2,193	2,062	1,932	1,770	1,590	1,425
22,00	2,420	2,289	2,158	2,028	1,897	1,767	1,600	1,468	1,295
12,20	2,162	2,039	1,900	1,770	1,639	1,509	1,378	1,195	1,045
7,33	1,975	1,844	1,713	1,583	1,452	1,322	1,191	1,037	0,897
2,28	1,678	1,547	1,416	1,286	1,155	1,025	0,894	0,764	0,621
1,12	1,555	1,424	1,293	1,163	1,032	0,902	0,771	0,641	0,510

Resultats des Essais sur Grand Modèle

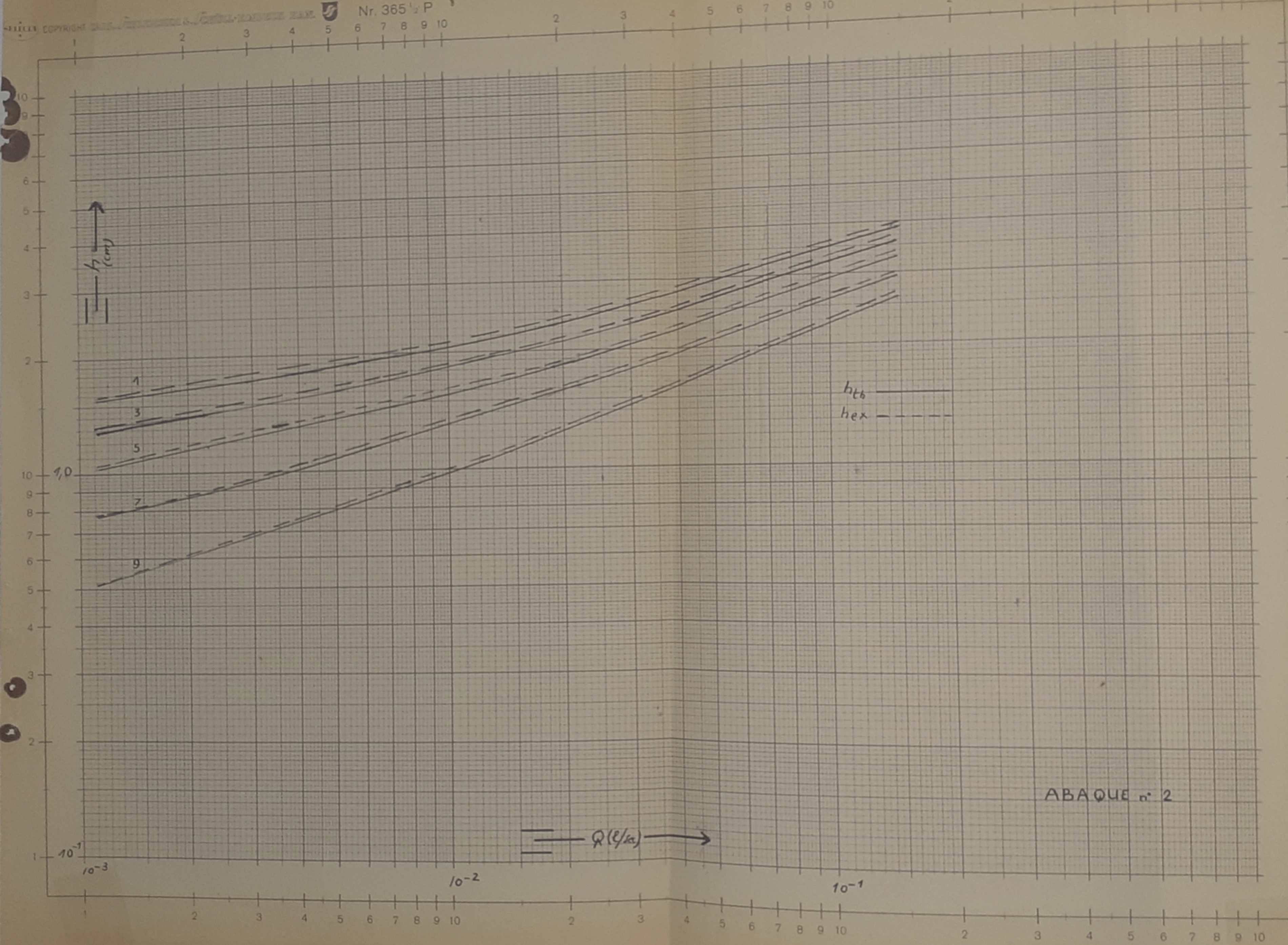
⑨

Q	544,2	405	256,2	193	158,5	142	61,8
K	3,60	3,20	2,66	2,38	2,19	2,10	1,50
1,25K	4,50	4,00	3,32	2,98	2,74	2,65	1,87
H_{th}	5,50	5,00	4,32	3,98	3,74	3,65	2,87
χ	1,525	1,562	1,625	1,660	1,705	1,735	1,915
α	1,475	1,525	1,600	1,620	1,690	1,710	1,915
h_{th}	5,31	4,89	4,25	3,85	3,70	3,59	2,88
h_{ex}	5,42	5,05	4,47	4,11	3,87	3,70	2,90
$\frac{h_{ex}}{h_{th}}$	1,02	1,03	1,05	1,06	1,04	1,03	1,00
K/L	0,1659	0,1472	0,1225	0,1095	0,1020	0,0967	0,0693

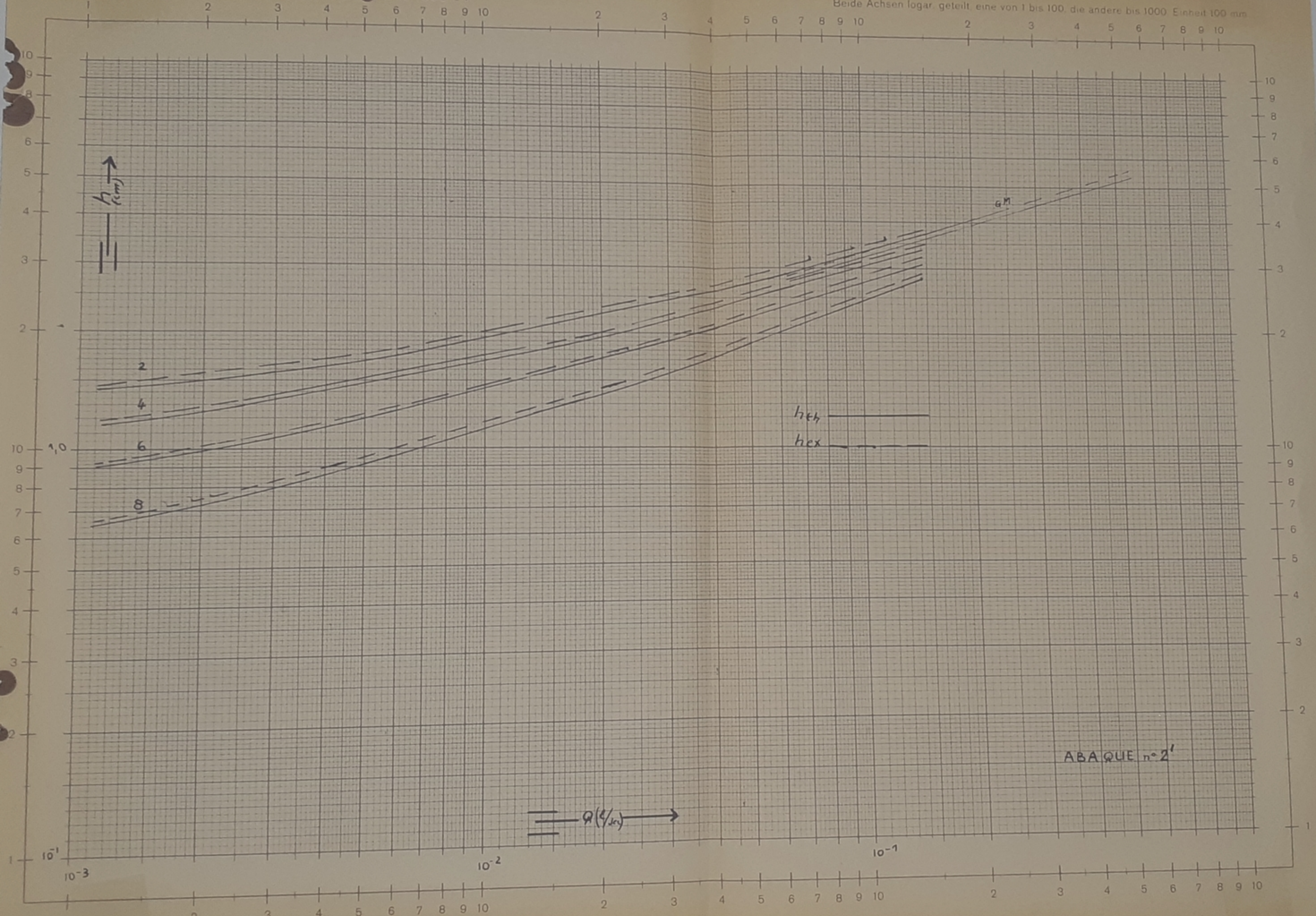
PB00570 Après tableaux 9 (1)

Beide Achsen logar. geteilt, eine von 1 bis 100, die andere bis 1000, Einheit 100 mm

Nr. 365 P



ABAQUE n° 2



A cette fin constituons un abaque (n° 3. Et 3') comprenant les courbes

$$\begin{aligned} - h t h &= F(Q) \\ - h e x &= F(Q) \\ - K/L &= F(Q) \quad (\text{tableau 10}) \end{aligned}$$

(L distance arbitraire comptée à partir de la section de contrôle, pour notre cas L coïncide avec les prises de pression)

A chaque valeur de K/L on a un couple de valeurs Q et $\frac{hex}{hth}$. A priori on peut dire que la différence entre hex et hth est fonction K/L ce qui n'est pas le cas, cette différence est toujours constante et elle est de l'ordre de 2 %

EN CONCLUSION : Les résultats expérimentaux confirment la validité de la théorie.

Les abaques (4, 4', 4'', 4''') illustrent bien cette validité à chaque valeur de K/L on a une courbe hex/hth = F (Q). Ces courbes ont toutes la même allure et se chevauchent. Pour plus de commodité chaque courbe a été tracée dans un repère déplacé d'un modèle (coordonnées logarithmiques) le tableau 11 englobe tous les résultats).

VALIDITE DE LA LOI DE SIMILITUDE DE REECH FRAUD

Considérons le petit modèle dire qu'il y a similitude cela a pour conséquence

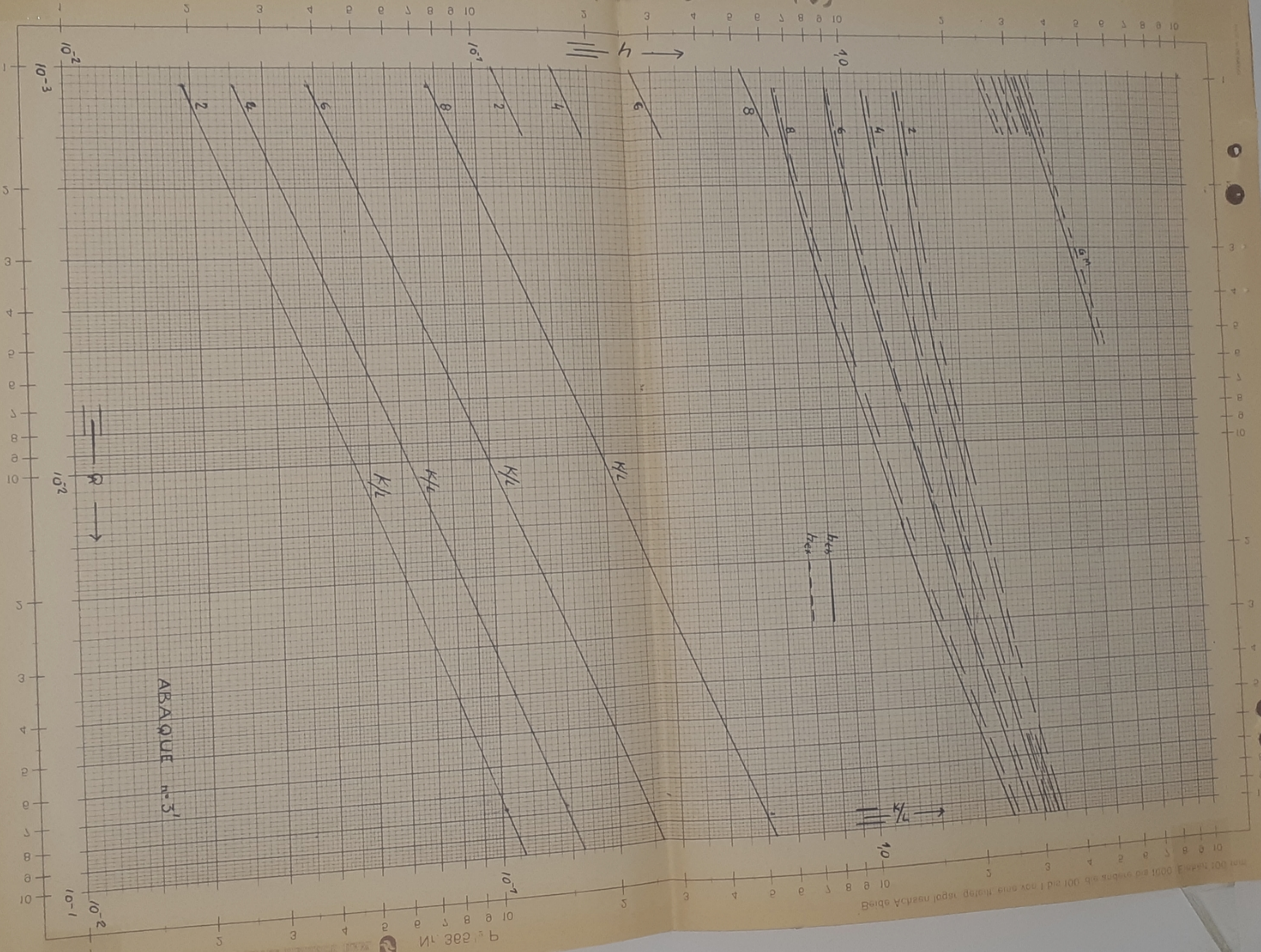
$$\frac{h_i}{L_i} = \frac{h_1}{L_1}$$

- (L_i distancemaximale comptée à partir de section de contrôle.
- (h_i correspondant au débit maximum

Valeurs de K/L

40

Q	K/L_1	K/L_2	K/L_3	K/L_4	K/L_5	K/L_6	K/L_7	K/L_8	K/L_9
147,90	0,1183	0,1332	0,1521	0,1778	0,2138	0,2670	0,3559	0,5330	1,069
129,10	0,1122	0,1262	0,1445	0,1687	0,2021	0,2530	0,3370	0,5060	1,010
76,30	0,0907	0,1021	0,1168	0,1362	0,1635	0,2042	0,2726	0,4087	0,8175
57,10	0,0812	0,0912	0,1043	0,1215	0,1460	0,1825	0,2430	0,3650	0,7300
51,60	0,0779	0,0876	0,1000	0,1168	0,1401	0,1750	0,2338	0,3500	0,7005
43,00	0,0723	0,0814	0,0930	0,1084	0,1305	0,1625	0,2170	0,3260	0,6525
37,80	0,0685	0,0770	0,0880	0,1025	0,1235	0,1542	0,2059	0,3085	0,6170
30,00	0,0625	0,0703	0,0803	0,0937	0,1125	0,1405	0,1875	0,2850	0,5625
22,00	0,0550	0,0623	0,0712	0,0832	0,0998	0,1245	0,1660	0,2495	0,4990
12,20	0,0437	0,0493	0,0562	0,0657	0,0789	0,0987	0,1312	0,1977	0,3945
7,33	0,0355	0,0400	0,0457	0,0533	0,0640	0,0800	0,1067	0,1600	0,3200
2,28	0,0222	0,0251	0,0287	0,0335	0,0402	0,0500	0,0670	0,1005	0,2070
1,12	0,0169	0,0190	0,0217	0,0253	0,0304	0,0380	0,0507	0,0760	0,1520



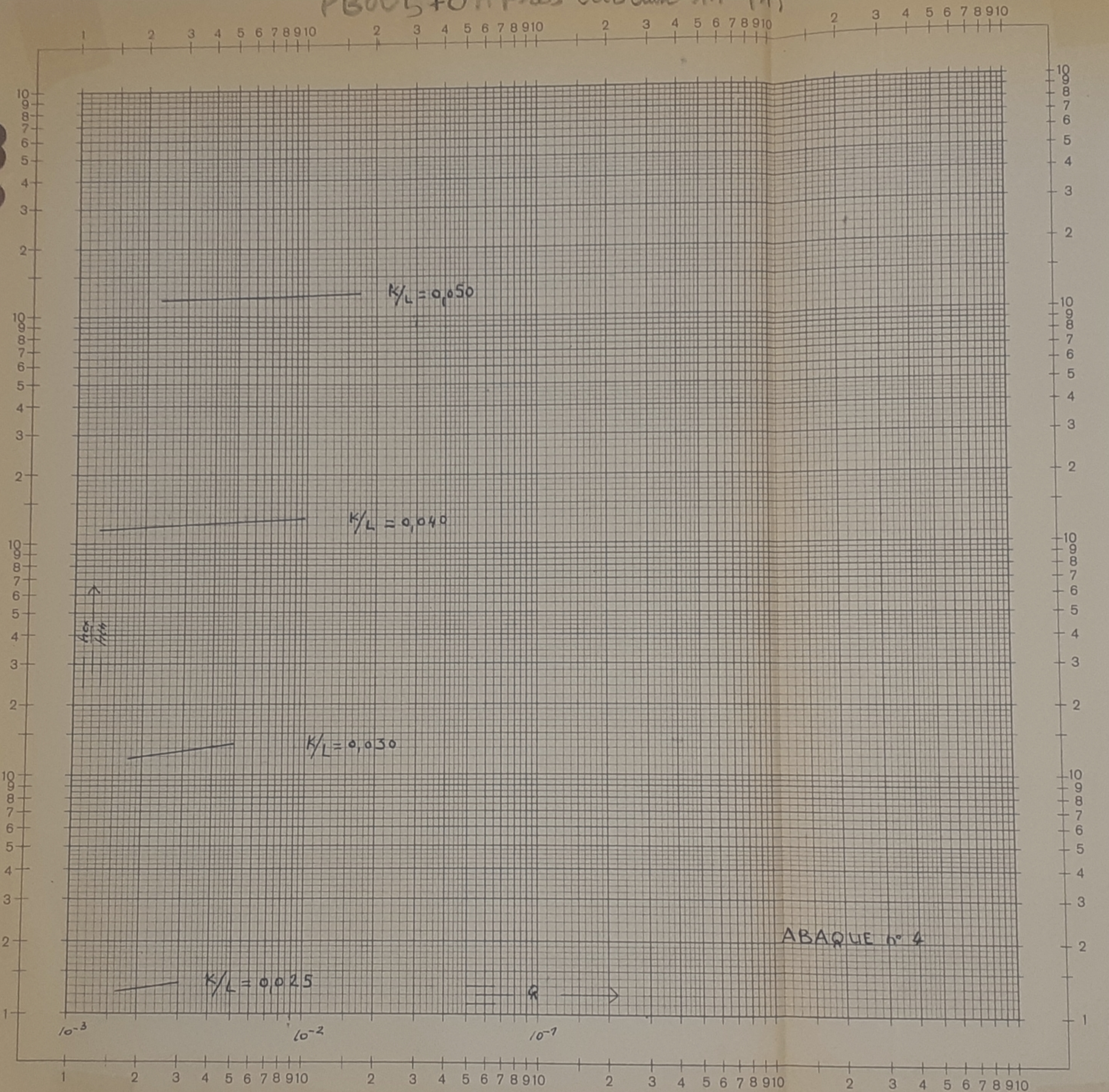
ABaque n° 3'

Beide Achsen logarith. geteilt, eine von 1 bis 100 die andere bis 1000 E. Maßstab 200 mm

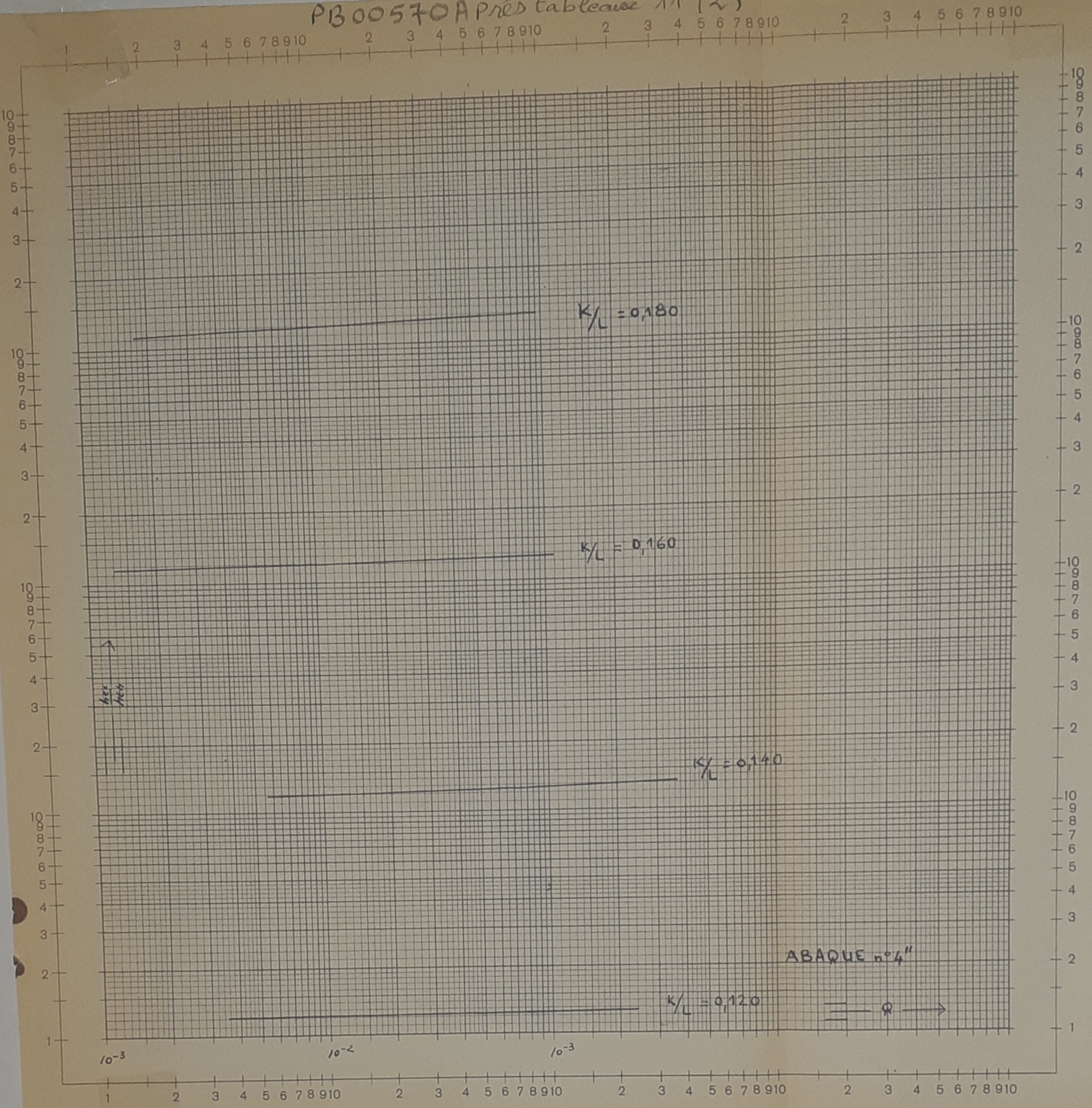
Valeurs de hex/hth et de Q en fonction de K/L

(Nota: pour hex/hth lire 1,030 ou 1,080 ; 1,020 ; 1,025)

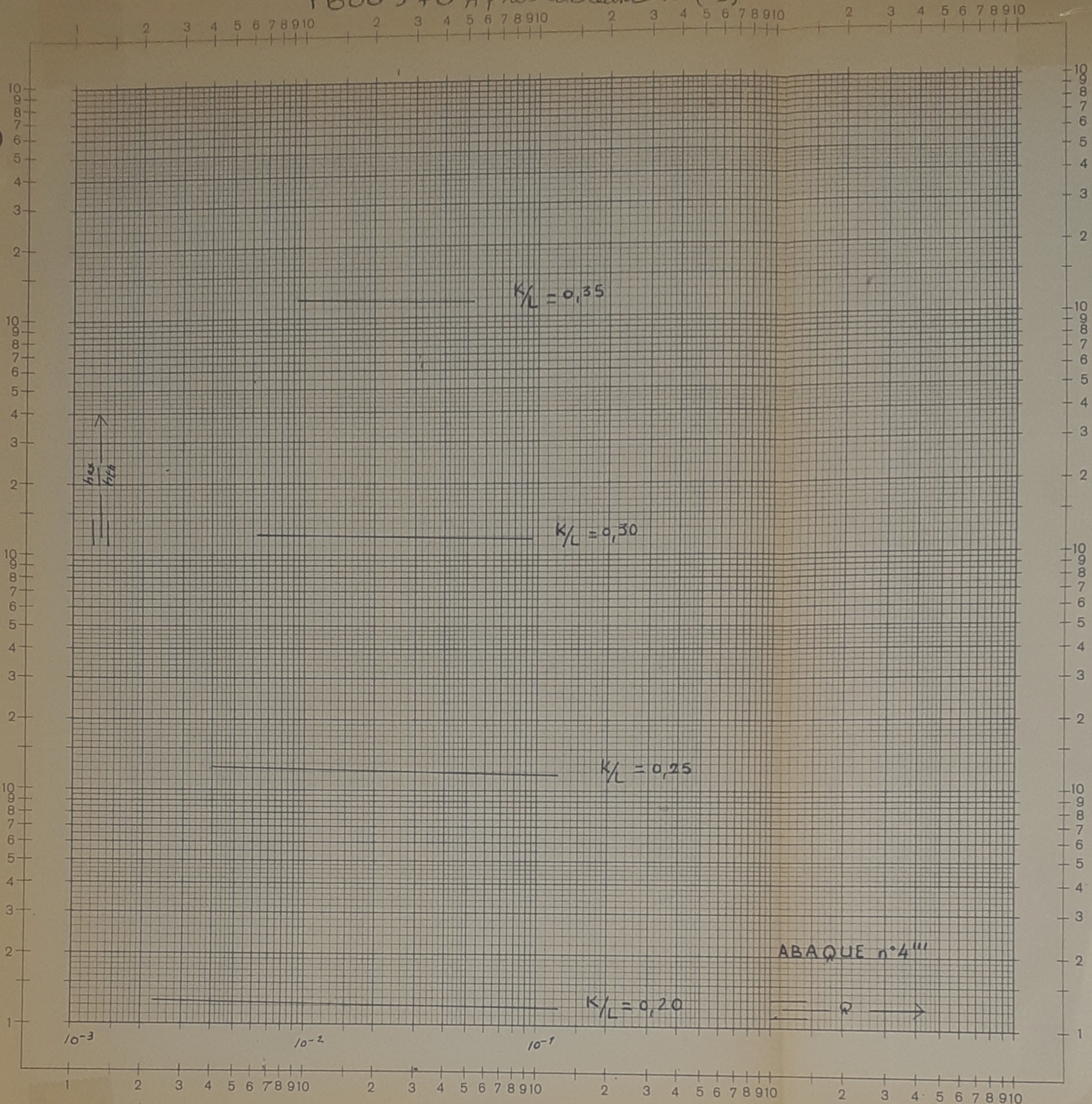
K/L											GM	K/L											GM
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1			2	3	4	5	6	7	8	9			
0,025	Q	3,1	2,25	1,62								0,120	Q		114	85	55	34,5	20	9,5	3,6		240
	$\frac{hex}{hth}$	30	30	20									$\frac{hex}{hth}$		15	20	30	20	20	20	20		30
0,030	Q	4,9	3,60	2,60	1,74							0,140	Q			122	80	51	30	14	5,6		360
	$\frac{hex}{hth}$	30	30	30	10								$\frac{hex}{hth}$			15	25	20	25	20	20		45
0,040	Q	10	7,4	5,3	3,6	2,25	1,30					0,160	Q				110	70	42	19,50	7,4	1,3	490
	$\frac{hex}{hth}$	25	30	25	20	20	10						$\frac{hex}{hth}$				10	20	25	20	20	10	45
0,05	Q	17	13	9,2	6,4	3,8	2,30					0,180	Q					95	56	26	10	1,75	
	$\frac{hex}{hth}$	20	30	20	20	20	10						$\frac{hex}{hth}$					20	25	20	20	10	
0,060	Q	27	20,25	14,6	10	6,2	3,65	1,74				0,200	Q					125	72	34	13	2,25	
	$\frac{hex}{hth}$	15	30	20	25	25	25	10					$\frac{hex}{hth}$					15	20	20	20	25	
0,070	Q	40	30	22	14,8	9,0	5,4	2,55				0,250	Q						125	59	22,5	4,0	
	$\frac{hex}{hth}$	20	30	20	25	15	20	15					$\frac{hex}{hth}$						15	20	15	25	
0,080	Q	55	42	30	20	12,6	7,50	3,55	1,30		88	0,300	Q							94	35,5	6,20	
	$\frac{hex}{hth}$	20	30	20	25	20	20	20	10		30		$\frac{hex}{hth}$							20	15	25	
0,100	Q	95	73	53	35	22	13	6,20	2,25		150	0,350	Q								52	9,20	
	$\frac{hex}{hth}$	20	20	20	25	15	20	20	10		30		$\frac{hex}{hth}$								15	20	



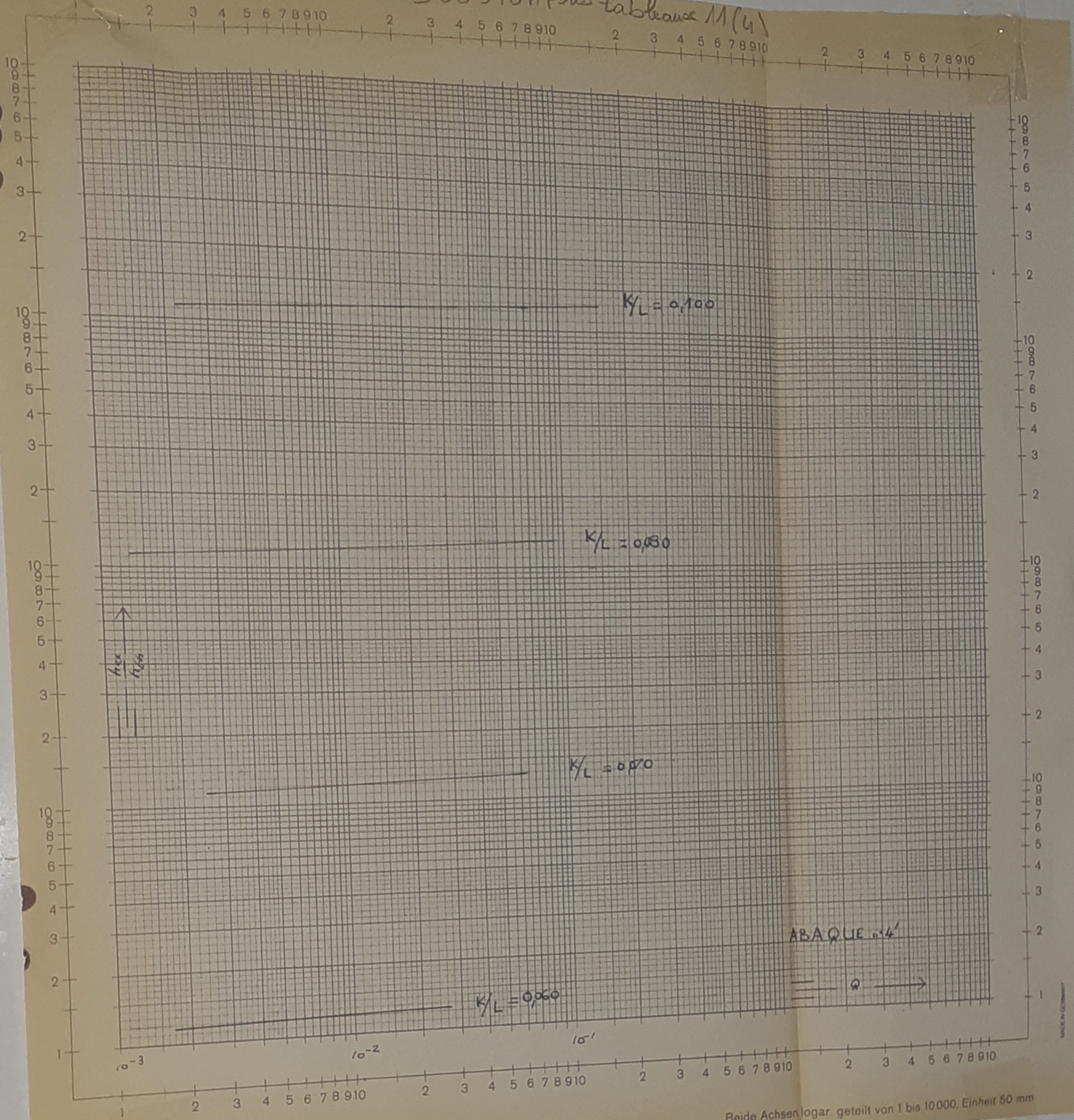
PB00570A Près tableau 11 (2)



PB00570 Après tableaux $\Lambda(3)$



PB 00570 Après tableaux 11(4)



Beide Achsen logar. geteilt von 1 bis 10000. Einheit 50 mm

h_i et L_i caractérisant la section (i)

L_i et tL_i caractérisant la section (i)

connaissant h_i L_i et l_i on tire facilement h_i

$$\frac{h_i}{L_i} = \frac{h_1}{L_1}$$

or $\frac{h_i}{h_1} = \lambda$ de plus $\lambda^{5/2} = \frac{Q_{is}}{Q_1}$

$$Q_{is} = \lambda^{5/2} Q_1$$

Q_{is} = débit obtenu par similitude

Q_1 = débit max pour le modèle réduit

Pour la section (1) $\lambda = 1$ $Q_{1s} = Q_1$

or h_i nous donnent un débit Q_{iex} obtenu à partir des courbes expérimentales

d'où le rapport $\frac{Q_{iex}}{Q_{is}}$

Traçons la courbe $\frac{Q_{iex}}{Q_{is}} = f(W)$, (Fig. 5), W calculé à partir

des vitesses des débits expérimentaux. Les résultats indiqués sur le tableau (12) montrent que la différence entre les différents rapports $\frac{Q_{iex}}{Q_{is}}$ est très petite et presque constante

même pour les petits nombre de Weber donc la similitude de Reech Froud existe même pour ces petites valeurs, *mais il existe une valeur limite inférieure de W au dessous de laquelle la similitude disparaît*

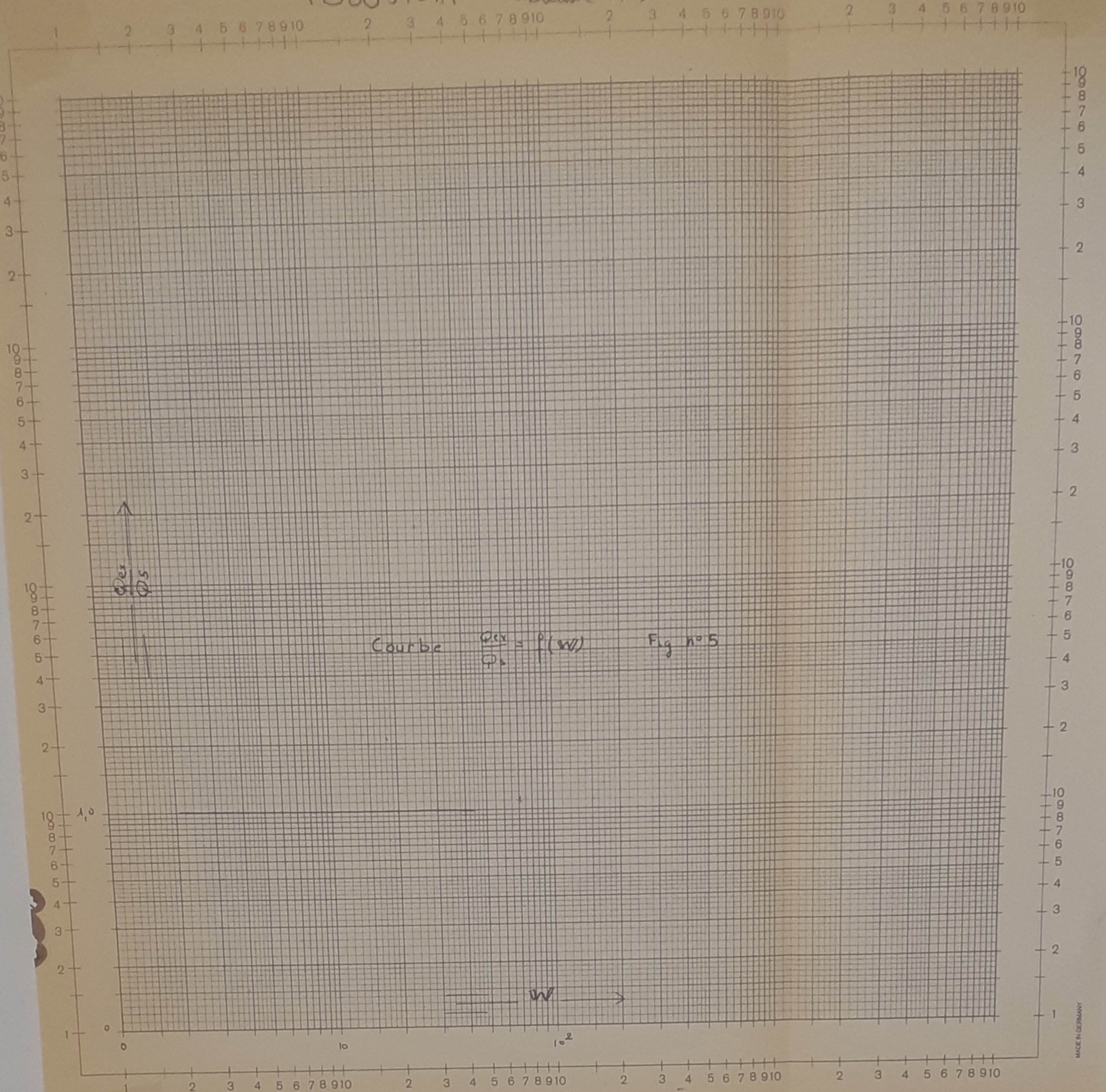
valeurs de $\frac{\varphi_{exi}}{\varphi_{si}}$ en fonction de W

12

L_i	h_i	$\lambda = \frac{h_i}{h_1}$	$\lambda^{5/2}$	φ_{si}	φ_{exi}	$\frac{\varphi_{exi}}{\varphi_{si}}$	W
18	3,895	1	1	147,9	147,9	1	43,20
16	3,460	0,889	0,774	110,0	107,0	0,972	36,60
14	3,020	0,766	0,535	79,0	75,0	0,952	25,10
12	2,590	0,665	0,361	53,30	52,0	0,977	18,90
10	2,160	0,550	0,230	34,0	33,0	0,970	13,15
8	1,729	0,444	0,131	19,35	19,0	0,982	8,40
6	1,295	0,332	0,0625	9,25	9,0	0,972	4,62
4	0,864	0,221	0,0227	3,36	3,4	1,010	2,13
2	0,432	0,110	0,00334	0,493			

A. TA05

PB00570 Après tableur 12



CONCLUSION

Les resultats des essais effectués en faisant decroitre le débit passant par le seuil donnent l'apparence que l'effait de la tension superficielle sur le phénomène d'écoulement reste négligeable jusqu'aux plus faibles debits ce qui est en contradiction avec l'incompatibilité mathématiquement démontré de l'invariabilité simultanée des nombres de FROUD et de WEBER. Toute fois nous avons constaté qu'il y a une limite de la charge: 5mm dans le cas où la paroi est sèche et 3mm si elle est mouillée pour laquelle c'est à dire le debit devient nul. En cas d'une paroi primitivement sèche l'ecoulement démarre lorsque la charge dépasse la valeur limite de 5mm et le débit devient aussitôt égal à celui qui correspond à cette charge en vertu de la théorie et la similitude de REECH-FROUD .

En faisant décroitre le débit la charge sera égale à 3mm lorsque l'écoulement s'arrete complètement. Donc le phénomène est affecté d'une sorte d'hysteresis entre le cas debit croissant et le cas debit décroissant . Nous constatons en plus que les valeurs limites de la charge varit légèrement avec la température ce qui est tout à fait normale puis que la tension superficielle varie avec la température.

En conclusion nous devons considérer que la similitude de REECH-FROUD n'est valable que si :

$$h > 5\text{mm} \implies Q > 4,78\text{cm}^3/\text{sec}$$

$$W > 2,56$$

Je prie le jury de bien vouloir apprécier la grande masse de travail technologique et expérimental qui a été nécessaire à la réalisation de ce projet.

