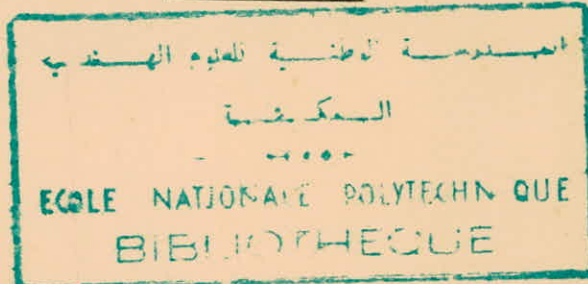


UNIVERSITE D'ALGER

3/70

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE 102



## PROJET DE FIN D'ETUDES

Département Genie Civil

**DETERMINATION DU SEUIL DE WEBER**  
**pour les deversoirs triangulaires en mince paroi**  
**pour un écoulement passant par un fond en**  
**ligne brisée**

PROMOTION 1970

Etudié par M Radwan  
El-Dana Motassem

Proposé par M  
Géza de LAPRAY

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

1050

PROJET DE FIN D'ETUDE

DEPARTEMENT GENIE CIVIL

DETERMINATION DU SEUIL DE WEBER :

- pour les déversoirs triangulaires à mince paroi
- pour un écoulement passant par un fond en ligne brisée.

Proposé et dirigé par:

M<sup>r</sup>: GEZA DE LAPRAY

Etudié par:

RADWAN EL-DANA

MOTASSEM

Promotion: 1970





REMERCIEMENTS  
=====

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes qui m'ont aidé dans la réalisation de cette étude.

Que Monsieur Géza LAPRAY, Professeur, trouve ici un témoignage spécial de ma reconnaissance pour avoir bien voulu prendre cette étude sous sa direction et pour les précieux concours qu'il m'a prêté tout au long de la mise au point de ce projet.

PREMIERE PARTIE

Détermination du seuil de Weber  
pour les déversoirs triangulaires à mince paroi

## I N T R O D U C T I O N

Le but de mon étude est la détermination expérimentale des valeurs minimum des grandeurs physiques (charge et débit) caractérisant le phénomène d'écoulement par un déversoir triangulaire formant un angle de 90° pour lesquelles les lois de similitude de **Reech-Fronde** restent encore en vigueur et le nombre de Weber  $W_1$  y correspondant constituant le seuil en dessous duquel ces lois ne sont plus valables en raison de l'effet de la tension superficielle comme il a été démontré dans l'étude de Nasri.

L'appareil ayant une dimension égale à zéro dans la direction longitudinale de l'écoulement, les pertes de charge linéaires sont inexistantes et par voie de conséquence le seuil de Reynolds n'y intervient pas.

La limite de validité qu'on cherche sera atteinte lorsque le phénomène se produisant sur le modèle réduit aura été sérieusement affecté par les tensions superficielles et le nombre de Weber y correspondant sera appelé "seuil de Weber".



Loi de similitude, étude des maquettes

La mécanique des fluides a profité beaucoup de l'étude de la similitude. Pour étudier le projet d'un ouvrage, nous commençons par **préciser** l'ordre de grandeur de ses dimensions en nous basant sur celles des ouvrages, existants et en tenant compte de l'application de l'écoulement considéré des formules théoriques ou empiriques.

En **général**, les résultats que nous **obtenons** ainsi ne peuvent le **satisfaire** complètement en raison d'une part de l'approximation plus ou moins bonne assurée par les formules utilisées et d'autre part, de la nécessité de schématiser le phénomène considéré ou de négliger certains paramètres pour pouvoir lui appliquer les formules utilisées.

Le but de l'étude des maquettes est de voir sur une petite échelle comment le phénomène se manifeste en grand.

L'intérêt des essais sur les maquettes s'explique par la facilité des mesures effectuées au laboratoire, une précision plus importante que donnent les appareils de mesure utilisés ; en plus les maquettes permettent d'effectuer facilement de nombreuses expériences, de les répéter, en faisant varier plusieurs paramètres.

Dans ce cas le modèle est géométriquement semblable au prototype, les dimensions linéaires homologues du modèle et du prototype étant dans le rapport  $\lambda$  (échelle de la maquette) et si on outre, dans le modèle, les caractéristiques de l'écoulement qui intéressent l'ingénieur (vitesses, débits, pression, etc...) sont réduites par rapport à celle du prototype suivant des rapports différents ( $\lambda_v$ ,  $\lambda_q$ ,  $\lambda_p$ , etc...). Pour que les résultats obtenus sur le modèle soient transportables dans la réalité, il faut tout d'abord que les rapports ( $\lambda_v$ ,  $\lambda_q$ ,  $\lambda_p$  etc...) soient bien déterminés et constants, qu'ils ne changent pas quand on modifie les conditions d'écoulement (débits, pression, tirant d'eau, etc...). Il faut que ces rapports soient connus en fonction de l'échelle  $\lambda$ .

Si ces conditions sont réalisées on a dans le modèle, un écoulement semblable à l'écoulement réel dans le prototype.

Similitude :

Je présente dans le présent traité les différentes similitudes dont je me servirai :

$\lambda$  : échelle du modèle

$L_2$  : dimension linéaire de la maquette

$L_1$  : dimension linéaires du prototype.

$$\lambda = \frac{L_2}{L_1}$$

Similitude cinématique :

La similitude cinématique exige que les vitesses et les accélérations soient dans un rapport défini et constant en tous les points correspondants des deux écoulements.

Soient  $t_1$  le temps mis à parcourir une distance  $L_1$  dans le prototype.

$t_2$  : le temps mis à parcourir la distance  $L_2$  homologue de  $L_1$  dans le modèle :

$$\lambda : \text{l'échelle du modèle} \dots\dots\dots \lambda = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\lambda_t : \text{l'échelle des temps} \dots\dots\dots \lambda_t = \frac{t_2}{t_1}$$

$$\lambda_v : \text{l'échelle des vitesses} \dots\dots\dots \lambda_v = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\lambda_\gamma : \text{l'échelle des accélérations} \dots \lambda_\gamma = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

On trouve facilement les relations suivantes :

$$v_1 = \frac{L_1}{t_1} \qquad v_2 = \frac{L_2}{t_2}$$

En divisant membre par membre on aura :

$$\lambda_v = \frac{v_2}{v_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{t_1}{t_2} = \frac{\lambda}{\lambda_t}$$



De même pour les accélérations :

$$\gamma_1 = \frac{L_1}{t_1^2} \quad \gamma_2 = \frac{L_2}{t_2^2}$$

En divisant membre par membre on aura :

$$\lambda_\gamma = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{L_2}{L_1} \left( \frac{t_1}{t_2} \right)^2 = \frac{\lambda}{\lambda_t^2}$$

On remarque donc que le choix de l'échelle des temps  $\lambda_t$  impose celle des vitesses  $\lambda_v = \frac{\lambda}{\lambda_t}$  et celle des accélérations  $\lambda_\gamma = \frac{\lambda}{\lambda_t^2}$

#### Similitude dynamique :

Les mouvements du fluide dans le prototype et dans le modèle sont provoqués par les forces. Pour que les deux systèmes (modèle et prototype) soit dynamiquement semblables il est donc nécessaire que les forces agissant en des points homologues du modèle et du prototype soient dans un rapport fixe et déterminé. Il en découle que l'existence d'une similitude dynamique stricte et conditionnée par l'identité des nombres de Froude, Reynolds, Mach et Weber dans les points homologues du modèle et du prototype ce qui est pratiquement impossible de réaliser sauf si l'échelle du modèle  $\lambda = 1$ .

Mais cela ne veut pas dire que l'expérimentation est impossible sur les maquettes, car suivant la nature de l'écoulement les forces y intervenant sont plus ou moins importantes.

Par exemple l'effet des forces dues à l'élasticité n'a pratiquement aucune influence sur l'écoulement permanent franchement subsonique ( $M < 0,7$ ) des liquides.

L'incompatibilité entre les similitudes de Weber et de Recch-Froude :

- Condition de Weber :

$$\frac{v_1^2 l_1 \rho_1}{\sigma_1} = \frac{v_2^2 l_2 \rho_2}{\sigma_2} \dots \dots \dots (1)$$

- Condition de Recch - Froude :

$$\frac{v_1^2}{g l_1} = \frac{v_2^2}{g l_2} \dots \dots \dots (2)$$

$$l_2 = k l_1 \dots \dots \dots (3)$$

$$V_2 = k_v v_1 \dots \dots \dots (4)$$

En éliminant  $l_2$  et  $v_2$  entre (2), (3) et (4) on tire :

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \quad k_v = \sqrt{k} \dots \dots \dots (5)$$

En appelant  $\Sigma$ , ce rapport entre la tension superficielle  $\sigma$  et la masse volumique  $\rho$ , tension superficielle cinématique, et en posant :

$$\frac{\sigma}{\rho} = \Sigma \dots\dots\dots (6)$$

l'équation (1) devient :

$$\frac{v_1^2 l_1}{\Sigma_1} = \frac{v_2^2 l_2}{\Sigma_2} \dots\dots\dots (7)$$

d'où

$$\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = \frac{v_2^2 l_2}{v_1^2 l_1}$$

soit

$$\Lambda_\Sigma = \Lambda^2 \dots\dots\dots (8)$$

c'est-à-dire les conditions de la similitude de Recch-Froude et de la similitude de Weber ne pourraient <sup>en</sup> être respectées que si l'équation (8) était satisfaite. Ce qui est absolument impossible si les liquides passant par le modèle d'une part et le prototype d'autre part, sont les mêmes :

temps . . . . .	$\Lambda_t$	=	$\sqrt{\Lambda'}$
vitesse . . . . .	$\Lambda_v$	=	$\sqrt{\Lambda'}$
débits . . . . .	$\Lambda_Q$	=	$\Lambda^{5/2}$

Tant que l'influence sur le phénomène de la tension superficielle reste faible par rapport aux forces dûes à la pesanteur et l'inertie, l'incompatibilité de Reech-Froude et celle de <sup>tent</sup> Weber ne comprom~~et~~ pas l'application de la similitude de Reech-Froude.

Cet influence de la tension superficielle peut être exprimée par la valeur du nombre de Weber.

Le but de notre expérimentation consistait dans la détermination d'une valeur limite de celui-ci (nombre de Weber) correspondant à la valeur limite à partir de laquelle les effets d'échelle dûs à la tension superficielle dome que les lois de similitude de Reech-Froude ne **peuvent plus être applicables.**

Lorsque le nombre de Weber est supérieur à cette limite les lois de similitude de Reech-Froude sont parfaitement valables. D'une manière analogue que dans le cas des ouvrages long le nombre de Reynolds n'intervient pas dans la zone où la valeur de celui-ci dépasse la valeur limite  $R_l$  (zone de pleine turbulence du diagramme de Moody). Par contre lorsque le nombre de Weber est inférieur à cette valeur limite les lois de la similitude de Reech-Froude ne sont plus applicables d'une manière analogue aux cas de la zone de transition du diagramme de Moody où l'effet de la **viscosité** et par voie de conséquence la valeur du nombre de Reynolds ne peut plus être laissée hors considération.



## D É V E R S O I R

Un orifice d'assez grandes dimensions ouvert à sa partie supérieure constitue un déversoir ; la crête supérieure s'appelle le seuil, et les cotes latérales les joues.

Lorsque le seuil a une très petite épaisseur, on dit que le déversoir est en mince paroi, dans le cas contraire, il est à crête épaisse.

On réalise le déversoir en mince paroi en constituant le seuil par une feuille de tôle de planche taillée en biseau de manière à former une arrête vive.

### Déversoir en mince paroi :

En suivant attentivement l'écoulement de l'eau sur un déversoir en mince paroi, on ne tarde pas à reconnaître que la surface du liquide, d'abord horizontale, s'abaisse en passant sur le seuil. Les filets d'eau inférieurs qui touchant la crête ont une direction inclinée qui produit un phénomène de contraction.

D'habitude le déversoir est établi normalement au courant ; mais il peut aussi avoir une direction plus ou moins oblique par rapport à celui-ci. Notre étude concerne le déversoir triangulaire normal au courant.

La nappe déversante peut affecter, après son passage sur le seuil, diverses formes qui constituent autant de cas spéciaux et auxquels correspondent des coefficients de débits différentes. Le cas le plus important, au point de vue de ses applications pratiques, est celui où la nappe est libre. Elle paraît fixe et sa surface est lisse, avec seulement quelques stries dans le sens du courant.

Ce type d'écoulement est fidèle. Il a été très bien étudié et les valeurs de  $m$  qui lui correspondent sont connues avec une approximation très satisfaisante. C'est celui qu'il faut réaliser lorsqu'on effectue les mesures de débit à l'aide d'un déversoir.

Mon étude sur le déversoir triangulaire s'étend sur les grands débits où la nappe est libre ainsi que sur les faibles débits où la nappe s'accroche sur la paroi du déversoir pour voir la validité de la formule de Bazin.

Dans le cas de l'écoulement par déversoir en mince paroi, la nappe d'eau qui tombe affecte, suivant les circonstances, plusieurs formes parfaitement distinctes, qui constituent en quelque sorte autant de cas spéciaux, et auxquelles correspondent les débits sensiblement différents.

Le cas le plus simple est celui d'un déversoir en mince paroi, tel que nous l'avons précédemment défini, dans lequel la nappe tombe librement dans l'air, sa face inférieure restant toujours soumise à la pression de l'atmosphère.

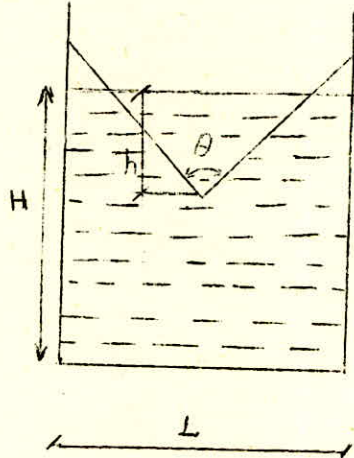
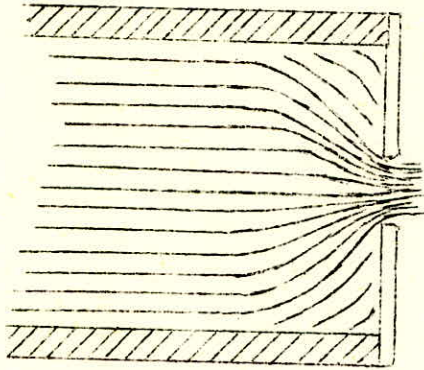
Lorsqu'on a accolement de l'eau sur la partie avale du déversoir, le phénomène de l'écoulement se complique et la forme de cette dernière se modifie suivant le débit. Tant que la charge ne dépasse pas une certaine limite on a toujours un accolement sur la partie avale du déversoir.

Au fur et à mesure que la charge va en croissant on constate un détachement de la nappe en s'écartant peu à peu. Il y a alors un changement de forme de la nappe.

Ce changement de la forme est accompagné d'un changement de débit qui variera d'une manière plus stable avec la charge.

Dans le cas de déversoir triangulaire on a une contraction latérale de la lame déversante ; alors les particules n'auraient pas une trajectoire linéaire ;

ils auront les trajectoires qu'on peut constater sur la figure ci-dessous :



Notre déversoir (voir fig. ci-après ) a l'avantage que le phénomène d'écoulement reste géométriquement semblable à soi même quelque soit le débit. Il en découle que la mesure des faibles débits peut se pratiquer avec une précision aussi bonne que celle du plus fort débit pouvant passer sur le déversoir à condition que l'erreur relative de la mesure limnimétrique de la charge reste inchangée. C'est ce qu'on réalise sur notre maquette.

La formule générale du débit est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} Q &= m h \sqrt{2gh} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \\ &= m \sqrt{2g} \cdot h^{5/2} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$



Puisque  $\theta = 90^\circ$  : donc on aura :

$$Q = m \sqrt{2g} h^{5/2}$$

Le coefficient  $m$  pour un angle  $\theta = 90^\circ$  est déterminé par Hégly et donné par l'expression suivante :

$$m = \left( 0,31 + \frac{0,002}{h} \right) \left( 1 + \frac{h^4}{L^2 H^2} \right)$$

Je tiens à préciser que la valeur de  $\frac{h^4}{L^2 H^2}$  dans l'expression du coefficient  $m$  a été négligée dans le cas où

$$H \leq 113.10^{-4} \text{ m}$$

Les essais ont été faits pour les charges variant

$$10 \leq h \leq 40 \text{ mm.}$$

et pour chaque charge bien déterminée j'ai fait plusieurs mesures de débits. La valeur du débit représenté sur les tableaux ci-après est la moyenne des différents débits mesuré pour chaque charge. Il est à préciser que les débits pour une charge constante n'avaient pas de grands écartements.

Le second tableau nous donne les valeurs du débits en fonction de  $h$  d'après la formule. Le coefficient  $m$  est déterminé par l'expression de Hégly.

$A = h^2$  : section de l'eau au dessus de la crête du déversoir.

$V$  . . . . . : Vitesse de l'eau au passage du déversoir.

$W = \frac{\rho}{\sigma} i_H V^2$  : nombre de Weber

$D_H = \frac{4}{P} A = h \sqrt{2}$  : diamètre hydraulique.

$h$ <sub>m</sub>	$H$ <sub>m</sub>	$m$	$m\sqrt{2g}$	$h^{5/2}$	$Q$ <sub>théorique</sub> $m^3/s$
10 $10^{-3}$	94 $10^{-3}$	0,51	2,26	0,99 $10^{-5}$	2,24 $10^{-5}$
12 "	96 "	0,4765	2,11	1,576 "	3,325 "
13,5 "	97,5 "	0,458	2,03	2,115 "	4,3 "
15,9 "	99,9 "	0,436	1,935	3,195 "	6,18 "
18,5 "	102,5 "	0,418	1,85	4,65 "	8,6 "
21 "	105 "	0,405	1,792	6,4 "	11,48 "
23,9 "	107,9 "	0,3937	1,74	8,81 "	15,35 "
26,6 "	110,6 "	0,3852	1,705	11,6 "	19,8 "
29,1 "	113,1 "	0,3787	1,678	14,5 "	24,3 "
32 "	116 "	0,3725	1,65	18,3 "	30,2 "
35 "	119 "	0,369	1,635	23 "	37,6 "
38 "	122 "	0,365	1,615	28,1 "	45,4 "
40 "	124 "	0,363	1,608	32 "	51,4 "

Similitude :

La similitude de charge est  $\lambda = \frac{h_s}{h_1}$

$h_s$  étant la charge variable de 10 mm jusqu'à 40 mm.

$h_1$  étant la charge maximum qu'on a obtenue qui est égale à 40 mm/

On détermine  $\lambda_Q = \lambda^{5/2}$ . D'après les tableaux précédents on détermine  $Q$  expérimental. Donc on pourra déterminer le débit de similitude  $Q_s$ , d'après

$$\lambda_Q = \lambda^{5/2} = \frac{Q_s}{Q_1}$$

D'où

$$Q_s = Q_1 \cdot \lambda^{5/2}$$

Et à partir de  $Q_s$  on tire la vitesse  $V$  et par conséquent le nombre de Weber  $W$ .

Les tableaux ci-après nous donne pour différentes valeurs de  $h$  le rapport  $\frac{Q_{exp}}{Q_s}$  et les différents nombres de Weber.

A partir de ces tableaux on trace le diagramme de  $\frac{Q_{exp}}{Q_s}$  en fonction du nombre de Weber.



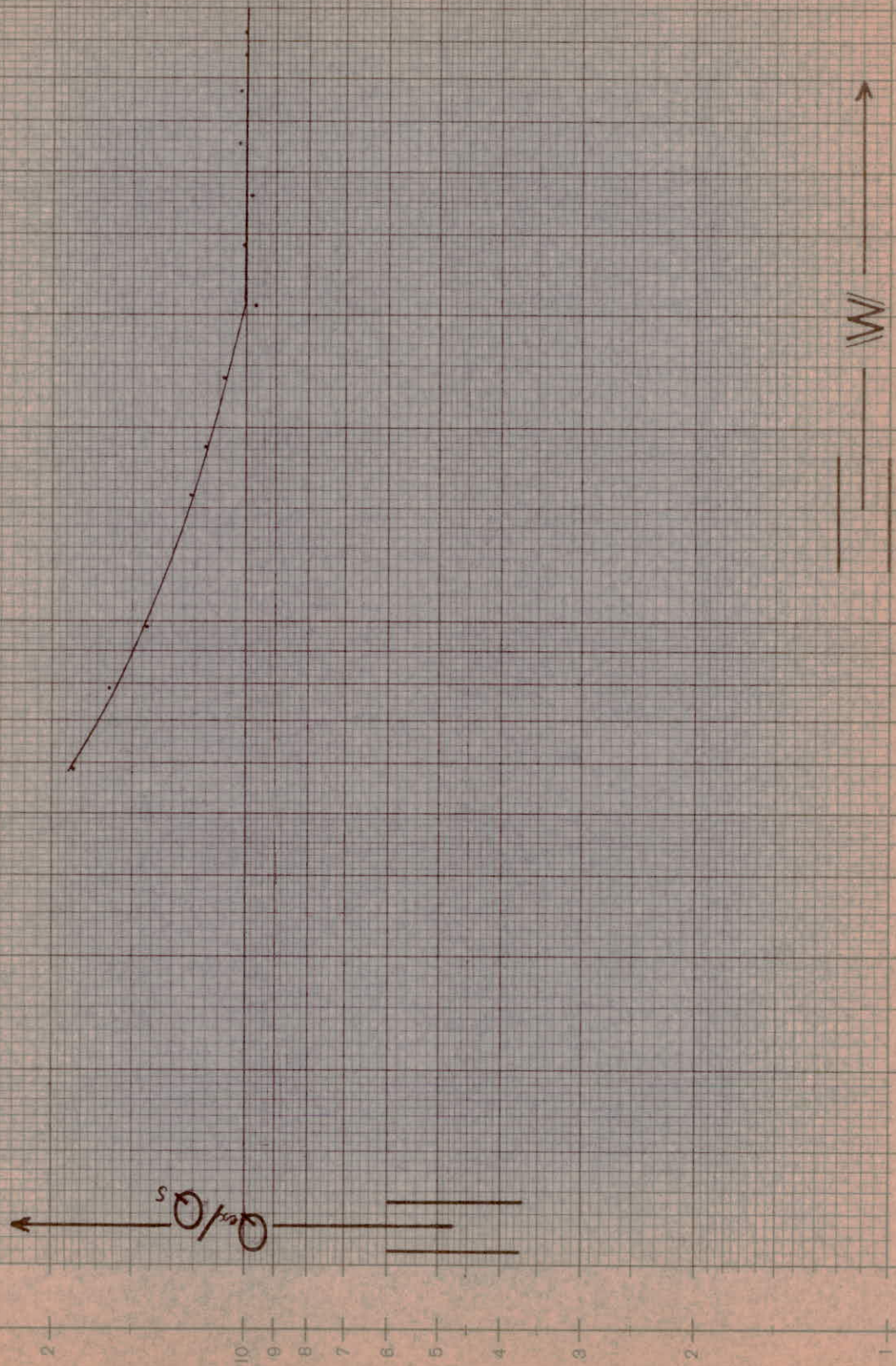
$h$ <sub>m</sub>	$\lambda = h_s/h_4$	$\lambda_0 = \lambda^{5/2}$	$Q_s$ <sub>m<sup>3</sup>/s</sub>	A	V	$V^2$	W/W
10 $10^{-2}$	0,25	3,25 $10^{-2}$	1,742 $10^{-5}$	100 $10^{-6}$	1,742 $10^{-1}$	3,05 $10^{-2}$	5,88
12 "	0,30	4,93 "	2,645 "	144 "	1,84 "	3,38 "	7,85
13,5 "	0,3375	6,6 "	3,54 "	182,2 "	1,94 "	3,76 "	9,81
15,9 "	0,3975	9,95 "	5,34 "	252,2 "	2,11 "	4,45 "	13,7
18,5 "	0,4625	14,55 "	7,81 "	242,2 "	2,28 "	5,2 "	18,62
21 "	0,525	20, "	10,72 "	441 "	2,43 "	5,9 "	23,95
23,9 "	0,5975	27,6 "	14,8 "	571,2 "	2,585 "	6,7 "	30,95
26,6 "	0,665	36, "	19,31 "	707,5 "	2,73 "	7,45 "	38,3
29,1 "	0,7275	45,1 "	24,25 "	846,8 "	2,86 "	8,2 "	46,15
32 "	0,8	57,2 "	30,7 "	1024 "	3, "	9 "	55,7
35 "	0,875	71,6 "	38,45 "	1225 "	3,14 "	9,88 "	66,8
38 "	0,95	87,95 "	47,2 "	1444 "	3,265 "	10,35 "	76
40 "	1	100, "	53,6 "	1600 "	3,35 "	10,61 "	82,2



$h$ <sub>m</sub>	$Q_{ex.}$ <sub>m<sup>3</sup>/s</sub>	$Q_s$ <sub>m<sup>3</sup>/s</sub>	$Q_{ex.}/Q_s$	$W$
10 $\cdot 10^{-3}$	3,22 $\cdot 10^{-5}$	1,742 $\cdot 10^{-5}$	1,845	5,88
12 "	4,3 "	2,645	1,625	7,85
13,5 "	5,05 "	3,54	1,425	9,81
15,9 "	6,48 "	5,34	1,215	15,7
18,5 "	9,05 "	7,81	1,155	18,62
21, "	11,6 "	10,72	1,08	23,95
23,9 "	14,43 "	14,72	0,975	30,95
26,6 "	19,35 "	19,31	1,002	38,3
29,1 "	23,78 "	24,25	0,98	46,15
32 "	31,5 "	30,7	1,025	55,7
35 "	38,9 "	38,45	1,02	66,8
38 "	47 "	47,2	0,995	76
40 "	53,6 "	53,6	1.	82,2



$\theta = 90^\circ$



C O N C L U S I O N

D'après le diagramme tracé on pourra constater que l'incompatibilité entre la similitude de Weber et de Recch-Fronde aura lieu à partir du nombre de Weber :

$$\frac{W}{\sqrt{g}} = 33$$

Notre étude a été faite sur un déversoir triangulaire ayant un angle  $\theta = 90^\circ$ . Les prochains essais pourront former une étude générale sur les différents angles des déversoirs triangulaires. Par conséquent on aura une famille de courbes qui seront reportées sur un même diagramme qui formera une étude très vaste sur ce genre de déversoir.

Ce diagramme aura une certaine analogie avec le diagramme de Moody.

La valeur du nombre de Weber ayant le même rôle dans la construction d'un tel diagramme que le nombre de Reynolds dans le cas du diagramme de Moody.



DEUXIEME PARTIE

Détermination du seuil de Weber  
pour un écoulement passant par un fond en ligne brisée



SYMBOLES

$Q$	-----	débit volume
$q$	-----	débit volume par unité de largeur
$H_1$	-----	charge totale
$\Delta H$	-----	perte de charge due au ressaut
$h_2$	-----	hauteur du ressaut à partir du radier
$k$	-----	profondeur critique au dessus du seuil
$V$	-----	vitesse de l'écoulement
$V_k$	-----	vitesse critique de l'écoulement.

## INTRODUCTION

On a tenté de déterminer le seuil de Weber pour un autre phénomène qui est l'écoulement bidimensionnel passant sur un fond en ligne brisée, composé d'une tranche ascendante, suivie d'une tranche descendante, suivie d'une tranche ascendante et finissant par une tranche de nouveau descendante, constituant deux seuils dont le second se trouve à une distance verticale  $\Delta H$  au dessous du premier.

- Le canal indéfiniment large ainsi constitué sera le lieu :
- d'un écoulement fluvial à l'origine, devenant critique au dessus du premier seuil, passant en régime torrentiel sur la première pente descendante, suivi d'un ressaut à l'aval de cette tranche en régime torrentiel, devenant derechef critique au dessus du second seuil et changeant en régime torrentiel à l'aval de celui-ci
  - ou d'un écoulement devenant critique au dessus du premier seuil et restant torrentiel sur toute la longueur de son écoulement à l'aval de celui-ci.

Nous pouvons constater la présence du phénomène d'hystérésis du ressaut à l'aval du premier seuil et ce que nous avons appelé "régime catastrophique" à l'aval de celui-ci.

Cet ouvrage peut être considéré comme "ouvrage court" dans le cas où le rapport entre la profondeur critique et la longueur de la tranche du canal est relativement grand ( $-\frac{k}{L} \rightarrow 0,2$ ) car dans ce cas les p.d.c. linéaires restent négligeables par rapport à la perte de charge occasionnée par le ressaut.

Mais dans le cas où ce rapport devient petit les pertes de charge linéaires ne peuvent être laissées hors considération et l'effet du seuil de Reynolds doit être respecté lors des essais effectués sur cet appareil.

Le but de nos expérimentations étant la recherche d'un seuil de Weber pour les différentes structures consistant le lieu de l'écoulement; il aurait fallu construire toute une gamme de canaux ayant leur profil en long en ligne brisée géométriquement semblables pour trouver la valeur limite du nombre de Weber correspondant à ce type d'ouvrage. Mais une telle expérimentation aurait de loin dépassé les cadres d'un projet de fin d'étude et devrait être confiée à d'autres candidats dans l'avenir.

Ainsi je me suis borné à ébaucher le procédé qui devrait être appliqué sur toute une série de modèles géométriquement semblables pour en tirer suivant la méthode appliquée sur un déversoir triangulaire une valeur du seuil de Weber ayant une applicabilité générale à ce type d'ouvrages.

Le procédé appliqué par la présente étude à un seul modèle restera le même dans tous les cas où on sera appelé de l'appliquer sur des modèles géométriquement semblables.

Les essais effectués sur le seul modèle réalisé cette année permettront de faire une démonstration devant les élèves d'hydraulique de ce phénomène extrêmement complexe qui se déroule entre les deux seuils et qui donne l'exemple de ce phénomène paradoxal d'un

écoulement d'eau dirigé de bas en haut sur une pente adverse et qui est la vérification expérimentale des résultats qu'on peut tirer des considérations théoriques constituant la base de l'analyse paramétrique des écoulements bidimensionnels et du phénomène du ressaut inauguré par M<sup>r</sup> Lapray.



RESSAUT HYDRAULIQUE

On considère un écoulement permanent bidimensionnel à surface libre. Nous désignons par  $H$  la hauteur par rapport au fond, équivalent à l'énergie mécanique totale par unité de poids. Nous appellerons cette hauteur, conformément au langage courant "Charge totale".

En désignant par  $h$  la profondeur du liquide en écoulement et par  $q$  le débit volume par unité de largeur.

La valeur de  $h$  correspondant au maximum de  $q$  est appelée profondeur critique et désignée par  $k$ . Elle peut être déterminée par l'équation suivante :

$$k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 0,467 q^{2/3}$$

La vitesse moyenne  $v$  correspondant est appelée vitesse critique et désignée par  $v_k$  :

$$v_k = \sqrt{\frac{k}{g}}$$

Cette vitesse appelée vitesse critique est équivalente à la vitesse de la propagation des petites perturbations.

Dans le cas où la vitesse de l'écoulement dépasse la valeur de  $v_k$  les perturbations intervenant à l'aval ne peuvent plus remonter le courant et ne peuvent avoir aucune influence sur

les caractéristiques de l'écoulement passant à l'amont d'un tronçon de courant animé d'une telle vitesse.

Dans le cas où la vitesse d'un écoulement est inférieure à la vitesse <sup>critique</sup>  $V < V_k$  le régime de l'écoulement est fluvial ou tranquille.

Tandis que dans le cas où la vitesse est supérieure à la vitesse critique  $V > V_k$  nous sommes en présence d'un écoulement en régime torrentiel.

Le débit correspondant au régime critique est :

$$q_{\max} = k \sqrt{kg}$$

Dans le cas où le niveau du plan de charge primitif est situé au dessus de la cote ci-dessus défini, la surélévation due à l'effet du barrage sera insignifiant et le régime de l'écoulement passant au dessus du seuil restera tranquille.

Par contre dans le cas où le plan de charge primitif est situé au dessous de la cote limite ci-dessus indiquée il y aura accumulation d'eau à l'amont du barrage et surélévation du plan de charge. Le régime permanent ne sera rétabli et le débit  $q$  ne passera pas la cote du barrage déversoir qu'au moment où la cote limite sera atteinte. A partir de ce moment l'écoulement restera permanent, son régime sera critique dans la verticale du seuil et deviendra torrentiel à l'aval de celui-ci suite à l'accélération intervenant sur la pente rapide du parement aval du barrage. Le régime de l'écoulement à l'aval du barrage reste torrentiel tant

que l'accroissement de la charge occasionné par la présence de l'ouvrage n'est pas dissipé par les pertes de charge dues aux frottements et au ressaut transformant le régime torrentiel de l'écoulement en régime tranquille.

Un obstacle placé dans un courant liquide provoque de perturbations à l'amont et à l'aval de celui-ci.

En vue de trouver le moyen de classer les dites perturbations, ajoutons à la côte du seuil constitué par l'obstacle (voir profil en long représenté par la figure ci-dessous) la distance verticale :

$$H_k = f(Q)$$

représentant la charge minima (au dessus du seuil) nécessaire à ce que le débit  $Q$  puisse franchir celui-ci.

On obtient ainsi une COTE LIMITE DISCRIMINATOIRE ayant une importance primordiale au point de vue du classement des écoulements passant par l'obstacle.

A.- Dans le cas où le plan de charge primitif se trouve au dessus de la C.L.D. le régime du courant reste inchangé par rapport à son état primitif sur toute la longueur de son parcours, comprenant le seuil et les tronçons situés à l'amont et à l'aval de celui-ci.

a./ Si le régime primitif de l'écoulement a été fluvial, la mise en place de l'obstacle aura pour conséquence, après le rétablissement du régime permanent, un faible exhaussement de la charge et de la surface libre ainsi qu'un ralentissement de la vitesse à l'amont du seuil, mais elle n'aura pour effet pratiquement aucun changement à l'aval de celui-ci.

b./ Si le régime primitif de l'écoulement a été torrentiel, la présence de l'obstacle aura pour conséquence un abaissement de la charge, un exhaussement de la surface libre, et un ralentissement de la vitesse à l'aval du seuil, mais elle n'aura pour effet aucun changement à l'amont du seuil.

Dans le cas ci-dessus considéré, où le plan de charge primitif se trouve au-dessus de la C.L.D., la section du seuil ne



possède pas les caractéristiques bien déterminées d'une section de contrôle. (régime critique au dessus du seuil, changement du régime fluvial à l'amont, torrentiel à l'aval etc.).

B.- Dans le cas où le plan de charge primitif se trouve au dessous de la C.L.D. la mise en place de l'obstacle aura pour effet un changement de régime soit à l'aval, soit à l'amont du seuil, au-dessus duquel le régime sera dans tous les cas CRITIQUE. La section du seuil possédera dans tous les cas les caractéristiques d'une section de contrôle (régime critique au-dessus du seuil, changement du régime : fluvial à l'amont, torrentiel à l'aval.)

c./ Si le régime primitif de l'écoulement a été FLUVIAL, il n'y aura pas de changement de régime à l'amont de l'obstacle, mais l'écoulement deviendra CRITIQUE au dessus du seuil et TORRENTIEL à l'aval de celui-ci pour redevenir FLUVIAL suite à un RESSAUT se produisant plus loin à l'aval. Le plan de charge à l'amont du seuil subira un exhaussement jusqu'à atteindre la C.L.D. en y provoquant simultanément un exhaussement de la surface libre et un ralentissement de la vitesse du courant.

d./ Si le régime de l'écoulement primitif a été TORRENTIEL il y aura changement de régime en FLUVIAL par un RESSAUT se produisant à une certaine distance à l'amont du seuil. Le plan de charge à l'amont du seuil subira un exhaussement jusqu'à atteindre la C.L.D. provoquant simultanément un exhaussement de la surface libre

et un ralentissement du courant de la tranche FLUVIAL créée artificiellement entre le ressaut et le seuil, au dessus duquel l'écoulement deviendra CRITIQUE pour se transformer aussitôt à l'aval en TORRENTIEL et pour conserver ce régime jusqu'à l'extrémité aval de la tranche considérée. Le ressaut transformant le régime de l'écoulement à l'amont du seuil de TORRENTIEL en FLUVIAL se situe là où la cote de la charge primitive est égale à C.L.D. + les p.d.c. dûes au ressaut et aux frottements agissant sur le tronçon fluvial artificiellement créé .

Dans ces derniers cas, où le plan de charge primitif se trouve au dessous de la C.L.D., la section du seuil, satisfaisant aux conditions d'une véritable section de contrôle est caractérisée par une charge

$$H = H_k$$

(dans le cas d'un écoulement bidimensionnel on a :  $H = \frac{3}{2} k$  au dessus du seuil, correspondant à la charge minimum nécessaire au passage du débit  $Q$  au dessus du seuil.

Les considérations ci-dessus exposées montrent :

- qu'une vitesse supérieure à celle de l'écoulement primitif ne peut se produire qu'à l'aval de l'ouvrage.
- que l'effet érosif cesse là où la vitesse reprend sa valeur primitive.

Le tronçon à protéger contre les affouillements sera donc situé à l'aval de l'obstacle dans la zone où la vitesse du courant est supérieure à la vitesse primitive.

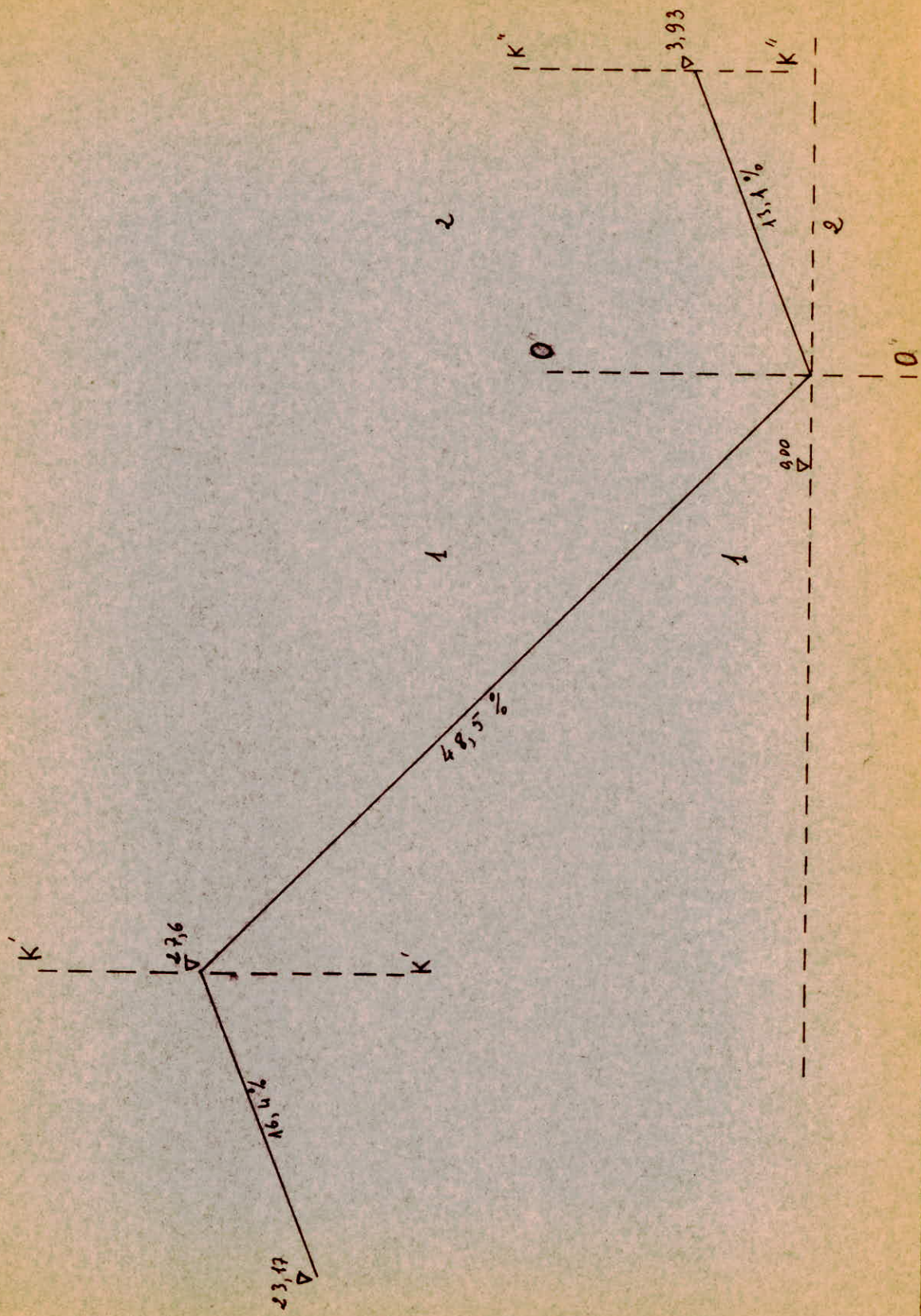
La longueur de ce tronçon se réduit au minimum si la perte de charge  $H$  due à la dissipation d'énergie par le ressaut est égale à la différence entre la charge totale surélevée  $H_m$  (moins la perte de charge se produisant sur le paroi aval du barrage due au frottement) et la charge totale  $H$  du courant à son état primitif. Dans ce cas le ressaut s'amorce immédiatement au pied du paroi aval du barrage.

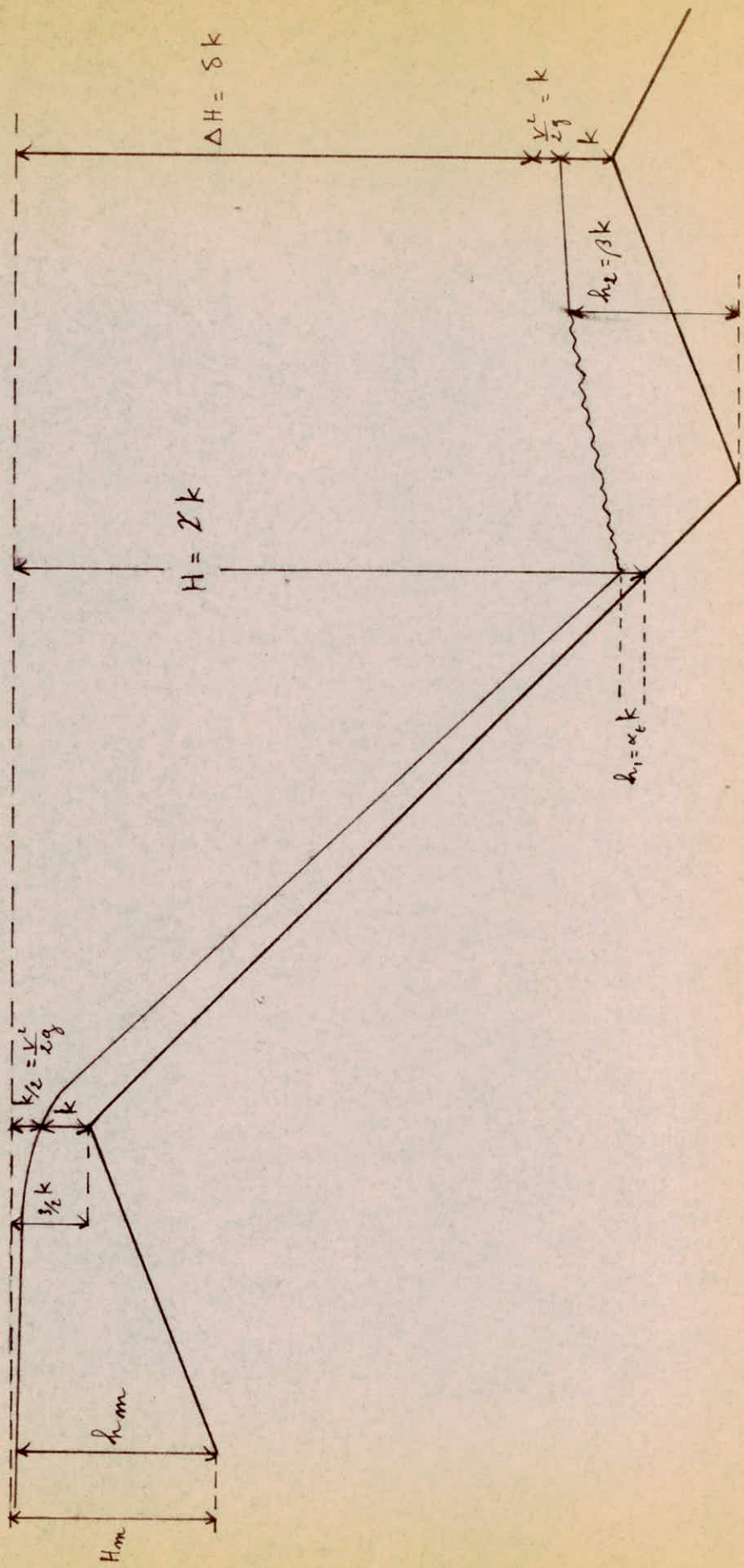
Dans le cas où  $H$  est inférieure à  $H_m - H$  le ressaut s'éloigne du pied du barrage et ne s'amorce que là où la perte de charge totale composée des pertes de charges linéaires et singulières dues aux frottements et au ressaut atteint la valeur de  $H_m - H$ .

Le cas opposé où  $\Delta H$  est supérieure à  $H_m - H$  est inconvenable car dans cette hypothèse, Le débit ayant franchi l'obstacle aurait la charge inférieure à la valeur primitive équivalente au minimum nécessaire à son écoulement.

Le théorème des quantités de mouvement appliqué aux sections initiale et finale du ressaut donne : (formules classiques bien connues) :









- la hauteur du ressaut à partir du radier :

$$h_2 = -\frac{1}{2} h_1 + \sqrt{\left(\frac{h_1^2}{4}\right) + \left(\frac{2k^3}{h_1}\right)}$$

- la hauteur sera :

$$h_2 - h_1 = -\frac{3h_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{h_1^2}{4}\right) + \left(\frac{2k^3}{h_1}\right)}$$

La longueur du ressaut est définie empiriquement par :

$$L \leq (h_2 - h_1)$$

La perte de charge due à la dissipation d'énergie par le ressaut est :

$$\Delta H = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 h_2}$$

On peut déduire la profondeur de l'eau correspondant à une charge totale  $H_1$  et à un débit unitaire  $q$  par :

$$h_{11} = \frac{H_1}{3} + \frac{2}{3} H_1 \cos \frac{1}{3} \arccos \left[ 1 - 2 \left( \frac{3k}{2H_1} \right)^3 \right]$$

$$h_{13} = \frac{H_1}{3} + \frac{2}{3} H_1 \cos \frac{1}{3} \left\{ 4H + \arccos \left[ 1 - 2 \left( \frac{3k}{2H_1} \right)^3 \right] \right\}$$

$h_{11}$  dans le cas de l'écoulement tranquille :

$$H_1 \geq h_{11} \geq \frac{2}{3} H_1$$

$h_{13}$  dans le cas de l'écoulement torrentiel :

$$\frac{2}{3} H_1 \geq h_{13} \geq 0.$$



Pour une charge déterminée par le débit et par les caractéristiques de l'ouvrage  $H_1$  ne dépend que du niveau du radier qui doit être choisi tel que la perte de charge  $\Delta H$  y correspondant soit égale à la différence entre la charge totale surélevée  $H_m$  et la charge  $H$  du courant à son état primitif avant la mise en place de l'ouvrage.

Le niveau et la longueur du radier constituant le fond du bassin de dissipation d'énergie peuvent donc être déterminés en fonction du débit unitaire  $q$  et de l'accroissement de la charge  $H_m - H$ . D'après les formules déjà vues on peut déterminer

$k$  en fonction de  $q$

$h_1$  en fonction de  $H_1$  et de  $k$

$h_2$  en fonction de  $h_1$  et de  $k$

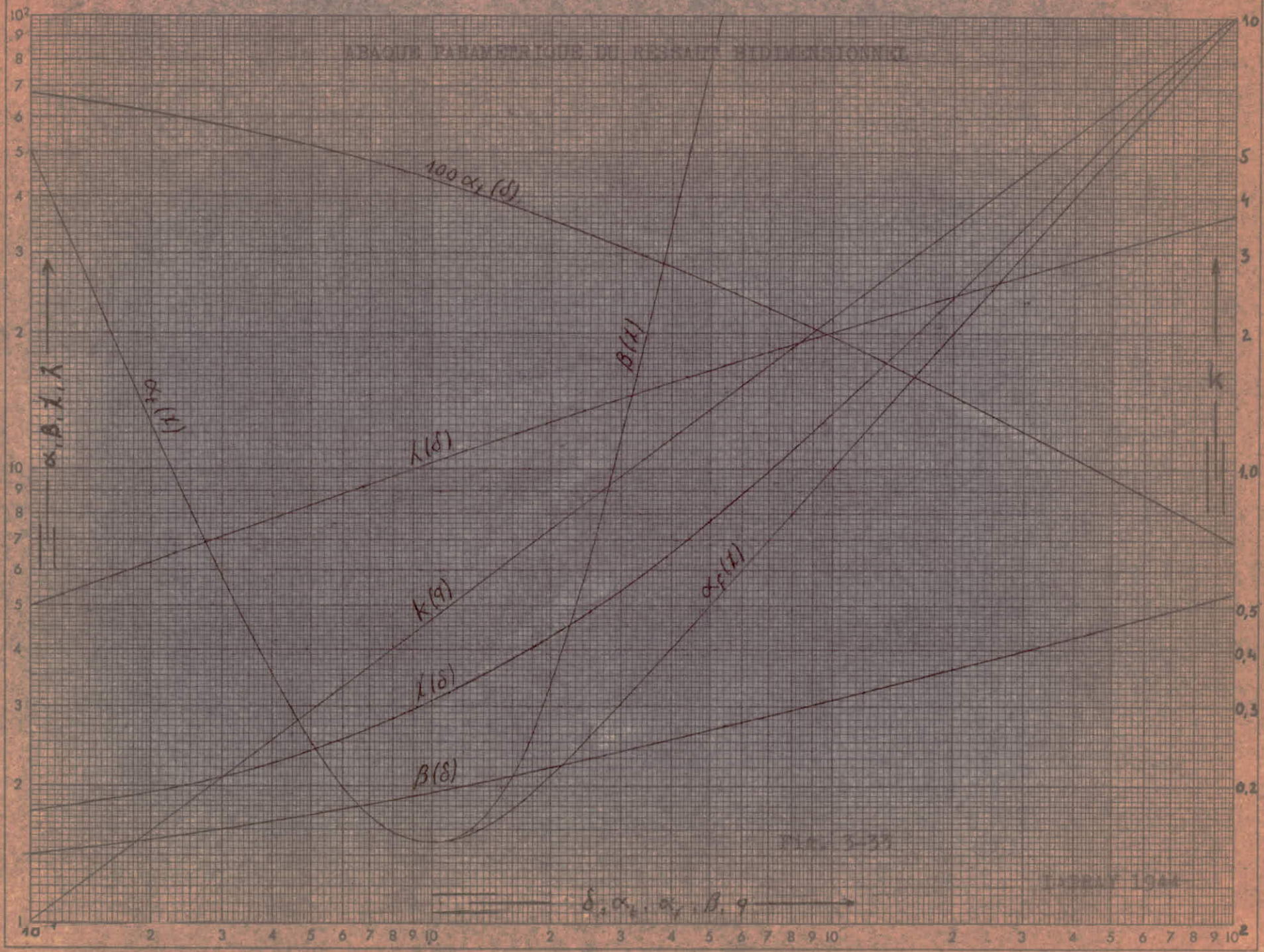
$L$  en fonction de  $h_2$  et de  $h_1$

$H$  en fonction de  $h_2$  et de  $h_1$

En vue d'arriver à une solution simple et expéditive de ce problème Mr. LAPRAY nous propose de remplacer le calcul par approximations par une nouvelle méthode basée sur la représentation graphique d'un ensemble de paramètres sans dimensions dont le produit par  $k$  définit la valeur de chacun des longueurs et hauteurs caractérisant le radier et le ressaut.



ABACUS PARAMÉTRIQUE DU RESSORT BIDIMENSIONNEL





En posant successivement les paramètres sans dimension :

$$\alpha = \frac{h_1}{k}$$

$$\chi = (2\alpha^3 + 1) / 2\alpha^2$$

$$\lambda \leq 7(\beta - \alpha)$$

$$\delta = (\beta - \alpha)^3 / 4\alpha\beta$$

On aura alors :

$$H_1 = \alpha k + k^3 / 2 \alpha^2 k^2 = \left[ (2\alpha^3 + 1) / 2 \alpha^2 \right] = \chi \cdot k.$$

$$h_2 = \sqrt{(\alpha^2 k^2 / 4) + 2 k^2 / \alpha} - \frac{\alpha k}{2} = \beta k$$

$$L \leq 7(\beta - \alpha) k = \lambda k.$$

$$\Delta H = \left[ (\beta - \alpha)^3 / 4\alpha\beta \right] k = \delta \cdot k$$

Les paramètres  $\chi$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  et  $\delta$  ne dépendent que du paramètre  $\alpha$  et à chaque valeur de celui-ci ne correspond qu'une seule valeur réelle positive des autres en conséquence on peut énoncer que la valeur déterminée d'un seul des paramètres  $\alpha$ ,  $\chi$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  et  $\delta$  définit sans équivoque la seule valeur  $y$  correspondant de chacun des autres.

Les dimensions linéaires définissant le ressaut :

$$H_1, h_1, h_2, L \text{ et } \Delta H.$$



sont toutes proportionnelles à la valeur critique  $k$  de la profondeur et peuvent être obtenues en constituant le produit de  $k$  par  $\lambda$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  et  $\delta$ .

Mr. LAPRAY a représenté les valeurs des dits paramètres dans un système de coordonnées à divisions logarithmique en portant sur les abscisses les valeurs de  $\delta$  et sur les ordonnées les valeurs de  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $\beta$  et  $\lambda$  de sorte que les valeurs concomitantes de ces derniers se trouvent toutes sur une même verticale déterminée par l'abscisse représentant la valeur concomitante de  $\delta$ .

Une telle représentation est logique car c'est dans tous les cas la valeur de  $\Delta H$  de l'accroissement de la charge totale dûe à l'établissement de l'ouvrage dont il faut partir pour calculer les caractéristiques du ressaut qui déterminent les dimensions du bassin de dissipation d'énergie de l'aval de l'ouvrage. Nous allons étudier l'évolution du ressaut bidimensionnel ayant son profil en long en ligne brisée (voir figure).

L'expérience montre qu'à débit croissant c'est d'abord une poche d'eau qui s'accumule à l'aval du seuil  $K'$  et à l'amont du seuil  $K''$ . L'écoulement devenant critique au dessus du seuil  $K'$  subit une accélération sur la pente à l'aval de celui-ci et devient torrentiel.

Ce régime torrentiel se transformera en fluvial par un ressaut dont la position (section n° 1) est déterminée par la condition : (voir figure).

$$H_k'' = \frac{3}{2} k$$

Au fur et à mesure que le débit s'accroît, le ressaut se déplace vers l'aval dans le sens du courant. Lorsque le début du ressaut atteint la cote minimum du fond (dans la section "0") le ressaut disparaît pour donner lieu à un écoulement en régime torrentiel sur toute la longueur du canal.

Cette valeur maxima du débit a été mesuré plusieurs fois et la moyenne arithmétique nous donne

$$q_{\max} = 8,84 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}.$$

D'où je tire  $k$  au moyen de l'abaque de Mr. LAPRAY ou bien par la formule :

$$\begin{aligned} k &= \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 0,467 (8,84 \cdot 10^{-3})^{2/3} \\ &= 0,467 \times 4,28 \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m.} \end{aligned}$$

d'où :

$$k = 2 \text{ cm}$$

D'où je pourrai tirer  $H_k$  :

$$H_k = \frac{3}{2} k = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \text{ cm}$$

$$H_k = 3 \text{ cm}$$

$\Delta H$  étant la perte de charge dissipée par le ressaut, on négligeant les pertes de charge linéaire.  $\Delta H$  étant aussi égale à la différence des cotes des deux seuils sera :

$$\Delta H = 27,6 - 3,93 = 23,67 \text{ cm}$$

$$\Delta H = 23,67 \text{ cm}$$

Donc la valeur de  $\delta$  est déterminée par :

$$\delta = \frac{\Delta H}{k} = \frac{23,67}{2} = 11,83$$

En portant  $\delta$  en abscisses sur l'abaque de Mr. LAPRAY la verticale élevée de  $\delta$  nous permet de déterminer  $\chi$  et  $\alpha_t$  :

$$\begin{aligned} \delta = 11,83 &\implies \chi = 15,2 \\ &\implies \alpha_t = 0,191 \end{aligned}$$

D'où l'on tire alors :

$$H_1 = \chi k = 15,2 \times 2 = 30,4 \text{ cm}$$

$$H_1 = 30,4 \text{ cm}$$

$$\text{et } h_1 = \alpha_t k = 0,191 \times 2 = 0,382 \text{ cm}$$

$$h_1 = 0,382 \text{ cm}$$

Ainsi on trouve par le calcul que la ligne de charge  $H_1$  au moment de la disparition du ressaut se trouve à la cote de 30,4cm.



Moyennant la charge qu'on avait à l'amont est égal à la somme de la cote du premier seuil égale 27,6 plus  $\frac{3}{2} k = 3$ .

On aura alors :

$$27,6 + 3 = 30,6 \text{ cm}$$

Donc la différence est de 0,2 cm qui est due à la p.d.c. linéaires intervenant au cours du passage du liquide entre les sections  $k'$  et 0 insignifiante et peut être négligé à juste titre devant la perte de charge occasionnée par le ressaut.

Théoriquement lorsque cette valeur limite du débit en croissance est dépassée, on peut bien faire décroître le débit, le régime devenu pour une fois torrentiel, ne changera plus en fluvial jusqu'à l'extinction totale du débit.

En réalité, au fur et à mesure que le débit décroît la principale dimension linéaire qui s'exprime directement en fonction du débit unitaire

$$k = \sqrt[3]{\frac{g^2}{6}}$$

décroit, alors que les dimensions linéaires de l'appareil restent inchangées. Ainsi le rapport des  $\frac{L}{k}$  qui est pour les gros débits suffisamment petit pour que l'ouvrage puisse être considéré comme "ouvrage court" devient beaucoup trop grand pour les faibles débits pour que le lien de l'écoulement puisse être considéré comme tel (ouvrage court) et que l'on puisse faire abstraction de l'effet de la p.d.c. linéaires.

Pour cette raison, la répartition du ressaut et la transformation du régime torrentiel en fluvial se produit avant l'extinction totale du débit.

Nous avons constaté expérimentalement que pour le débit  $q_f = 2,042 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ , il y a une réapparition du ressaut à l'aval du premier seuil. On pourra donc déterminer les différentes caractéristiques :

$$q_f = 2,042 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$$

D'où l'on tire :

$$\begin{aligned} k &= 0,467 q^{2/3} = 0,467 (2,042 \cdot 10^{-3})^{2/3} \\ &= 0,467 \times 1,611 \cdot 10^{-2} = 7,54 \cdot 10^{-3} \text{ m.} \end{aligned}$$

$$k = 0,754 \text{ cm}$$

$$H_k = \frac{3}{2} k = \frac{3}{2} 0,754 = 1,13 \text{ cm.}$$

$$H_k = 1,13 \text{ cm}$$

$$\Delta H = 23,67 \text{ cm}$$

$$\delta = \frac{\Delta H}{k} = \frac{23,67}{0,754} = 31,4$$

$$\delta = 31,4 \Rightarrow \lambda = 36$$

$$\Rightarrow \alpha_t = 0,118$$

$$H_1 = \chi \cdot k = 36 \times 0,754 = 27,15 \text{ cm}$$

$$H_1 = 27,15 \text{ cm}$$

$$h_1 = \alpha_t \cdot k = 0,118 \times 0,754 = 0,089 \text{ cm}$$

$$h_1 = 0,089 \text{ cm}$$

Donc le ressaut réapparaîtra à la cote de 28,73 -  
27,15 = 1,58 cm. à l'aval du premier seuil c'est-à-dire à une  
distance horizontal de 3,26 cm à l'amont de la section 0.



C O N C L U S I O N

D'après cette étude on constate que pour les gros débits la p.d.c. linéaire est négligeable par rapport à la p.d.c. occasionnée par le ressaut hydraulique.

Par contre pour les faibles débits la p.d.c. linéaire est considérable. Pour cela il faut respecter une valeur limite maxima du rapport  $\frac{L}{k}$  pour pouvoir négliger la p.d.c. linéaire.

Ainsi pour trouver les valeurs des dimensions du débit et du nombre de Weber jusqu'auquel les lois de similitude de Reech-Froude restent respectées il faudrait toute une série de modèle géométriquement semblable à celui qui a été fabriqué cette année et cherché par voie expérimentale pour toute une série de valeur du rapport  $\frac{L}{k}$ , chacun caractérisant à une série homologue de modèle, le rapport  $\frac{Q_{ex}}{Q_s}$  comme il a été fait pour le déversoir triangulaire.

Cela fera l'objet des prochaines études des promotions qui suivront.

