

A
C UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

1/69

AER

THESE DE FIN D'ETUDES PONT EN BETON PRECONTRAINTE



PROMO 69

Proposée par MR DE LACE
Etudiée par KAHLAL M.

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية

السكنية

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHÈQUE



PONT A QUATRE
TRAVEES CONTINUES
en
Beton Precontraint



PROMO 69

Proposée par M^e DELAGE C
Etudiée par KAHLAL M

J'exprime ma reconnaissance envers tous les professeurs de l'École Nationale Polytechnique qui ont contribué à ma formation.

Je remercie plus particulièrement Monsieur DELAGE. C. De son aide et de ses conseils durant toute cette étude



"Bibliographie"

- cours "Béton précontraint" Professeur Par M^e DELAGE.C
- cours de Pont Professeur Par M^e LORTEAU
- Annales de l'I.T.B.T.P mai 1968.
- " " " " Janvier 1962
- Recommandations de l' A.S.P (association scientifique de la Précontrainte)
- Flexion transversale "Barres Massonnet"
- Méthodes simples et pratiques pour le calcul du Béton armé par P. CHARON
- cours de B.A Professeur par M^e Merouani
- B.A 1968 "règles"



/L O N T E N U

- Description de l'ouvrage :	3
- Materiaux employés contraintes admissibles	4
- Calcul des M_M , M_m	7
- Détermination de la force Mini de Précontrainte.....	11
- Fuséau de passage réel de la précontrainte	15
- Méthode préconisée (tracé et équation de la ligne de précontrainte).....	16
- Détermination des moments hyperstatiques (Relation de concordance)	17
- Equation de la ligne moyenne du cable réel	23
- Console sous trottoirs.....	25
- Flexion longitudinale horizontale	28
- Diagramme des contraintes à la mise en tension (7 jours).....	35
- Calcul des pertes de tension	36
- Diagramme des contraintes en service ($t = \dots$).....	39
- Calcul des efforts tranchants	40
- Flexion transversale	46
- Détermination des armatures.....	53
- Etude sommaire du metré	56
- Annexe : lignes d'influence (surcharge B_c).....	59



DESCRIPTION DE L'OUVRAGE

Le pont dalle de la Soummam, livre passage à une chaussée de 6 m bordée par 2 trottoirs de 0,70 m la largeur totale utile est ainsi de 7,40 m

La répartition des portées du tablier continu est la suivante à partir de l'une des berges : 1^{er} travée 23,50 m 2^e travée 29 m 3^e travée 29 m, 4^e travée 23,50

Le tablier en béton précontraint est constitué par une dalle de section constante précontrainte suivant les procédés Freyssinet, la hauteur du tablier est de 1,10 m

La précontrainte longitudinale est assurée par des câbles 12 T 1/2"

Les trottoirs latéraux de 0,70 m de largeur limités par un garde corps en acier comprennent une bordure, une corniche et une dalle couvrant une cavité permettant le passage des câbles électriques et téléphoniques.

Notons que le nombre de travées, leurs longueurs et la préétermination de leur élançement ont été choisis en fonction des données statistiques basées sur le critère d'économie et des impératifs esthétiques (épaisseur du tablier) et aussi facilité d'exécution.

INTRODUCTION

guide par le souci d'en simplifier l'exécution et pour économie de coffrage et facilité de bêtonnage on a été amené à adopter une section constante dans le pont dalle, bétonné sur cintre.

Il faut en effet qu'un tel projet puisse être réalisé par toute entreprise quelque peu habituée à la précontrainte.

La précontrainte longitudinale est assurée par câbles filant d'un bout à l'autre du tablier. Au prix d'un faible supplément d'acier on évite ainsi tout relevage de câble en section courante (coulant des ancrages supplémentaires et nécessitant surtout une encoché qui mangeraient presque la section).

Tous ces câbles s'ancrent dans des plaques d'about préfabriquées dans le béton. Sur quelle peut s'opposer la violente réaction qu'exerce chaque ancrage sur le béton lors des mises en tension, on peut ainsi tendre tous les câbles alors que le béton courant du tablier est auj' d'une semaine environ et dans qu'une déficience locale de la qualité pourra avoir des conséquences graves.

Une partie du projet expose la méthode de détermination de cette précontrainte longitudinale.

Ferraillage secondaire: Pour assurer la bonne résistance à la torsion du tablier, la quantité d'acier passif reste importante ces armatures sont destinées à s'opposer à l'ouverture des fissures de retrait dans le béton (avant la mise en précontrainte) à supporter les câbles lors du betonnage et enfin à résister aux efforts de traction secondaires développés par l'effort tranchant et la torsion. Ces armatures sont soit des fils horizontaux, soit des cadres en forme de Z qui s'enroulent.

Bétonnage: on réserve des chemins de betonnage larges d'au moins 7 cm de façon à permettre le passage aisément d'une ligne de tuyau qui il est facile de mettre en place et de vibrer efficacement le béton.

Enfin en dernier, le projet comportera une étude sommaire du métal et une analyse des liaisons d'influence en considérant le système de surcharge B dans le sens longitudinal et une dernière vérification des contraintes dans les sections déterminantes en considérant le système de surcharge B_c et A(l).

MATERIAUX EMPLOYES - CONTRAINTES ADMISSIBLES

"Conformément à R.A.S.P et BA 68"

1- Beton

Dosé à 400 kgf/m³ de C.P.A 325 strictement contrôlé granulats roulés, dimension maximale 25 mm = G_b

$$\bar{\sigma}_{28}' = 300 \text{ kgf/cm}^2 \quad \bar{\sigma}_{28} = 25 \text{ kgf/cm}^2$$

la classe de béton précontraint prévue est de classe I, donc il correspond aux ouvrages pour lesquels la fissuration doit être évitée.

donc pour charge permanente les contraintes de compression doit être inférieur à 0,42 $\bar{\sigma}_{28}'$

$$\text{classe I} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_b' = 0,42 \cdot 300 = 126 \text{ kgf/cm}^2 \\ \bar{\sigma}_b = 0 \end{array} \right.$$

La vérification de Châles et Bettelle:

$$\frac{\sigma^2}{R'} \leq \frac{\bar{\sigma}_b^2}{R'} = \frac{R}{R'} (R + \delta') (R - \delta') \quad \frac{R}{R'} \approx \frac{1}{13}$$

R' et R étant les contraintes admissibles en compression et traction, δ' : contrainte de compression au niveau du c.d.g.

Modularités de formuations longitudinales, flUAGE et retrât

$$E_i = 21.000 \sqrt{\sigma_f} : \text{ module de déformation instantané}$$

$$E_i = 364.000 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_f = \frac{E_i}{2} : \text{ module de déformation du au flUAGE.}$$

$$E_f = 182.000 \text{ kgf/cm}^2$$

$$E_f = 4.10^4 : (\text{Afrique du nord, régions sèches})$$

2- ACIERS

Armatures actives

caractéristiques des câbles agréés par l'A.S.P

câbles 12 T 1/2"

$$R_G = 204 \text{ kgf/mm}^2 \quad T_G = 165 \text{ kgf/mm}^2$$

Rayon minimum de courbure : 8m

Section des câbles 1120 mm^2

Poids $8,70 \text{ kgf/m}$

Coefficient d'équivalence : $m = 5$

$g = 12 \text{ mm} : (\text{coefficient des pertes } \cancel{\text{par}} \text{ rentree du cone})$

Diamètre extérieur $D = 5,85 \text{ cm}$

Armatures passives :

Acier Tor : $\sigma_{en} = \sigma_{en} = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ pour $\phi \leq 20$

$\sigma_{en} = \sigma_{en} = 4000 \text{ kgf/cm}^2$ pour $\phi \geq 25$

en barres utilisées si $\bar{\sigma}_{b_0} > 20(1 + 1,25 \psi_d) \geq 57,5 \text{ kgf/cm}^2$.

Verifie :

contraintes admissibles, on utilise les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{ll} \phi \leq 20 & \bar{\sigma}_a = 2800 \text{ kgf/cm}^2 \\ \phi \geq 25 & \bar{\sigma}_a = 2670 \text{ kgf/cm}^2 \end{array}$$

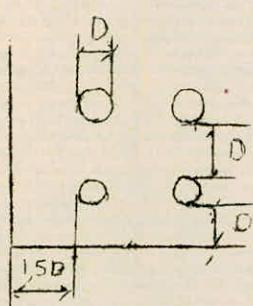
$$\bar{\sigma}_{at} = \rho_a \bar{\sigma}_a \quad \rho_a = 1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_0} \quad \rho_a = \frac{2}{3} \text{ reprise de bétonnage} \Rightarrow \bar{\sigma}_{ac} = 2800 \text{ kgf/cm}^2$$

pourcentage d'armature, doit être compris entre 0,1 et 0,2%. pour le minimum, et 2 pour le maximum.

$$\frac{0,4\%}{3b_0 + 2} \leq \frac{100 A_t}{b_0 t} \leq 2$$

Enrobage minimum et Espacement des câbles:

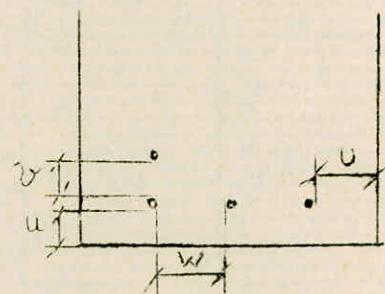
* câbles.



$$D = 5,85 \text{ cm}$$

$$1,5 D = 9 \text{ cm}$$

* Aciers.



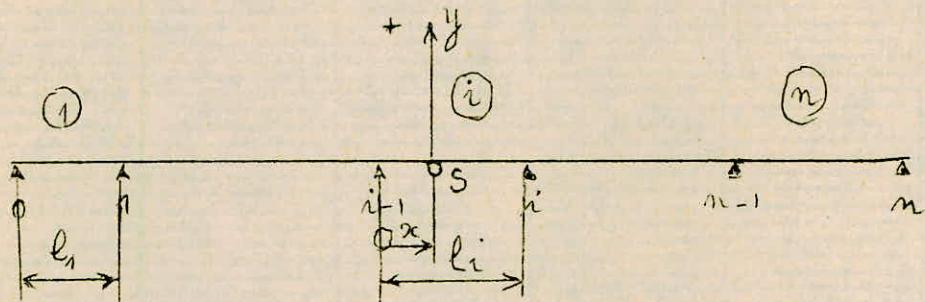
$u \geq$	ϕ	$v \geq$	ϕ
	2 cm.		c_g

$w \geq$	ϕ
	$\frac{6}{5} c_g$

CALCUL DES MOMENTS MAXI et MINI

Généralités et notations.

- soit une bretelle continue à n travées, simplement appuyée en $0, 1, \dots, i-1, n$. Dans chaque travée i , à partir de l'appui de gauche, les ordonnées sont comptées positivement vers le haut.



Méthodes employées.

- charges permanentes :
on détermine les moments dus au poids propre par le théorème des 3 moments, sur appuis, et par la formule classique de R. d. M en travée

en travée

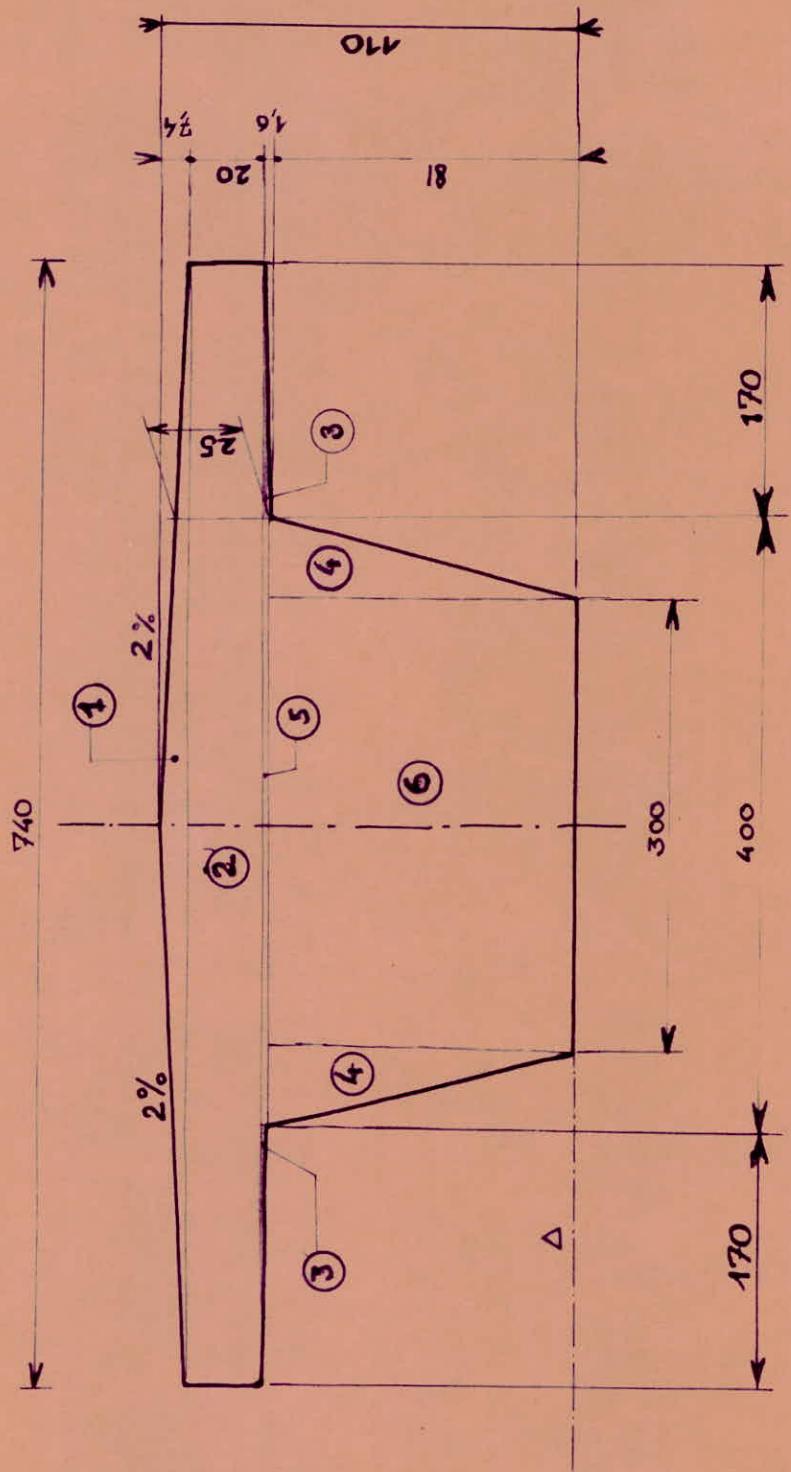
$$M_x = M_{n-1} - \frac{M_{i-1} - M_i}{l_i} x + \frac{M_i x}{2} (l_i - x)$$

- Surcharge :
Le système de surcharge employé est $A(l)$ les moments maximums et minimums (M_M et M_m) dans une section sont déterminés en surchargeant les ordonnées positives de quoi ? (M_M) et les ordonnées négatives (M_m) sur une longueur l , provoquant des moments les plus défavorables pour la surcharge des frottoirs elle est déterminée pour une charge de 150 kgf/m^2 . Les moments sont calculés de la même façon que le système $A(l)$.

Calcul de la charge permanente.

La section est décomposée selon le schéma de la fig. 1

Fig: 1



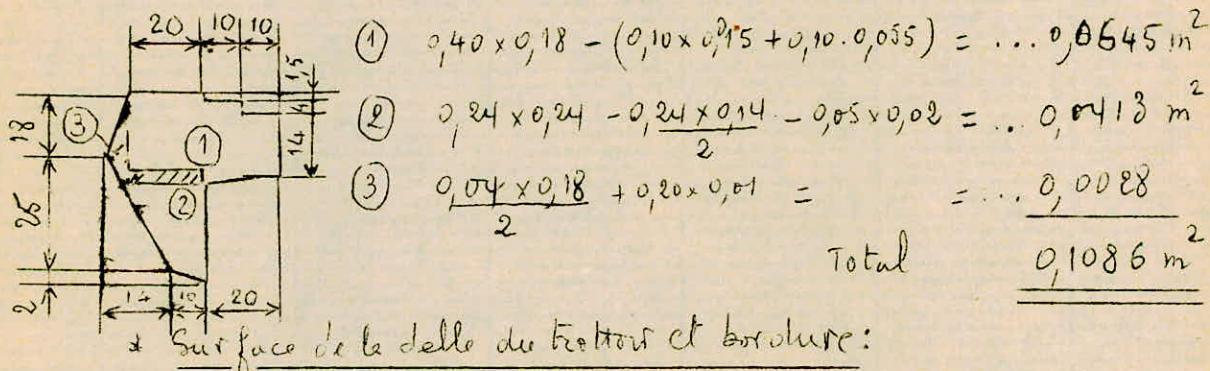
Ech : $h = \frac{5}{100}$
 $l = \frac{1}{50}$

४

* calcul de la surface de la section transversale :

Total. 4,6800 m²

* Calcul de la surface de la corniche :



$$\text{Bordure: } 0,18 \times 0,16 - 0,10 \times 0,055 + 0,04 \times 0,10 = 0,0232 \text{ m}^2$$

$$\text{dalle : } 0,48 \times 0,04 = \frac{0,0200 \text{ m}^2}{0,0432 \text{ m}^2}$$

Surface totale sera donc :

$$4,6800 + 2(0,1080 + 0,0432) = \underline{4,9836 \text{ m}^2}$$

* Détermination du poids propre de la superstructure.

* garde-corps:	50 kg/m
* corniche: $0,1086 \times 2,510^3$	271,5
* bordure: $0,0232 \times 2500$	58,0
* dalle: $0,020 \times 2500$	50,0
* Asphalt 0,62 + 0,015 × 2250	22,0
* Asphalt de la chaussée $0,01 \times 3 \times 2250$	67,5
* Revêtement bitumineux $0,05 \times 3 \times 2250$	337,5
	<hr/>
	856,5

Poids de la superstructure totale:

$$0,860 \times 2 = 1,720 \text{ t}/\text{ml}$$

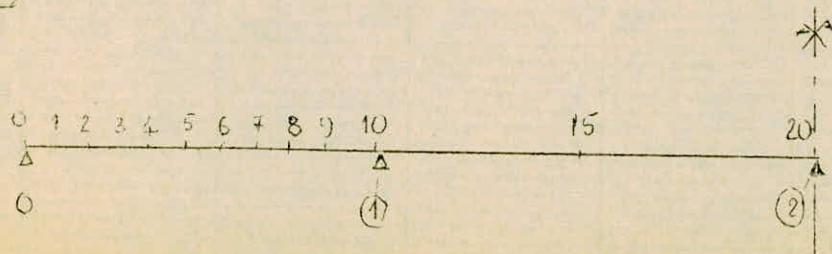
Poids de la dalle:

$$4,68 \times 2,5 = 11,700 \text{ t}/\text{ml}$$

$$\text{Totale.} \quad \underline{\underline{13,420 \text{ t}/\text{ml}}}$$

Tableau des moments dûs à la charge permanente

- par raison de symétrie, les moments ne seront déterminés que pour les 2 premières travées
les moments sont calculés tous les dixièmes de la portée
les actions sont numérotées de 0 à 10 pour la première
travée et de 10 à 20 pour la deuxième travée
les actions 10 et 20 correspondent aux appuis (1) et (2)



10

Moments dûs à la charge permanente dans le 1^{er} travée, en t_f.m

Sections	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M_p(mtf)$	0	239,815	406,713	499,371	517,300	460,265	331,293	126,729	-139,932	-503,974
									10	

										-931,938
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----------

Moments dans la 2^e travée.

sections	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$M_p(mtf)$	-426,138	-33,952	246,055	413,550	463,942	411,336	242,338	-38,542	-431,818	-936,796

Tableau des M_M et M_m

dûs aux surcharges $A(l)$, S_i (trottoirs = $0,210 \text{ t}_f/m^2$) + M_p (moments du poids propre)

TRAVÉE ①

Sections	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$M_M(tfm)$	444	762	945	1018	956	770	455	116	-384	-885
$M_m(tfm)$	200	327	372	357	260	91	-154	-459	-865	-1403
ΔM	244	435	573	661	696	689	609	575	481	578

11
TRAYEE (2)

sections	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$M_M (\text{tfm})$	-369	156	610	900	984	900	623	161	-349	-819
$M_m (\text{tfm})$	-646	-198	95	254	297	235	58	-325	-768	-7416
ΔM	277	354	515	646	687	665	565	486	519	597

DETERMINATION DE LA FORCE

Minimum de Précontrainte.

Généralités, notations.

On remarque que les conditions imposées aux câbles et à la ligne de précontrainte sont totalement différentes

a) Le cable d'excentricité (e_0) doit respecter les conditions pratiques avant tout, il doit demeurer à l'intérieur du béton et respecter les conditions d'enrobage il faut donc que

$$-(v' - d') \leq e_0 \leq (v - d) \quad (1)$$

v' distance de l'axe neutre à la fibre inférieure

v distance de l'axe neutre à la fibre supérieure

$d' = d$ distance d'enrobage minimum.

b) La ligne de précontrainte: - d'excentricité (e_{00}) doit respecter les conditions mécaniques, le béton est comprimé en tout cas de charge en service, or le moment extérieur M varie dans une section entre les valeurs extrêmes M_M et M_m il faut donc que

$$0 \leq \sigma(y) = \frac{E}{B} + \left(M + F_{e_{00}} \right) \frac{y}{I} \quad (2)$$

- soit en appelant $\rho = \frac{F}{Bv_0}$, le rendement géométrique, et en appliquant la condition (2) à ses fibres extrêmes $y = v$ ou: $-v'$ et pour les deux cas de charge extrêmes

$$\left(e_m \right) = -\rho v' - \frac{M_m}{F} \leq e_{vv} \leq \rho v - \frac{M_M}{F} = \left(e_M \right) : \quad (3)$$

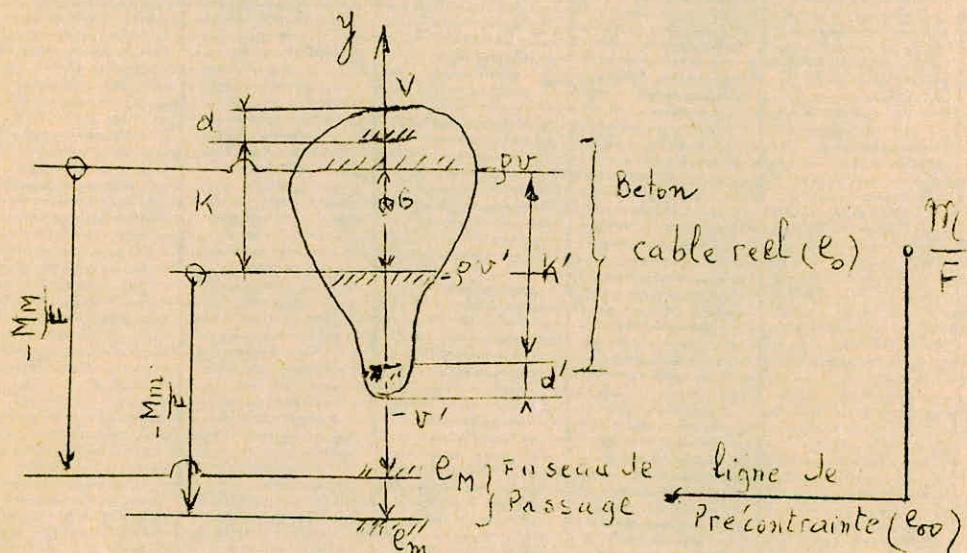
F : Force de précontrainte

B : surface de la section.

I : moment d'inertie par rapport à l'axe neutre.

cela définit "le fuseau de passage" dans lequel doit rester la ligne de précontrainte

- schéma définissant les notations et le principe de la méthode



Le moment total de précontrainte dans une section S vaut $M_o = Fe_0 + M$ (ligne de pression sous précontrainte seule)

M : moment hyperstatique de précontrainte.

on pose : $K = v - d + \rho v'$ et $K' = v' - d' + \rho v$

$$e = \rho v \text{ et } e' = \rho v'$$

on aboutit aux équations suivantes : pour que (3) soit possible il faut respecter l'inégalité :

$$\frac{\Delta M}{\rho P_{c,t}} \leq F$$

Minimum de F fixé par les conditions d'enrobage

tenant compte des conditions ci-dessus et des formes des courbes des moments dus aux charges extérieures et aux réactions hyperstatiques (M) on peut écrire

* en travée courante i :

$$F \geq \frac{M_{i,m}^{E_i(x)}}{K + K'} - \frac{1}{2}(M_{m,i} + M_{m,i-1})$$

* en travée côté rive i :

$$F \geq \frac{M_{i,m}^{E_i(x)} - \frac{x}{\ell} M_{m,i}}{K' + \frac{x}{\ell} K}$$

Application au pont de la Soummam.

1) caractéristiques mécaniques de la section brute: fig. 1

Designation	b (m)	h (m)	B (m^2)	δ (m)	P_Δ (m^3)	I_Δ (m^4)
①	7,4	0,074	0,2738	1,05	0,2875	0,3023
②	7,4	0,2	1,4800	0,926	1,3704	1,2739
③	1,70	0,016	0,0272	0,8207	0,0223	0,0183
④	4	0,016	0,0640	0,818	0,0523	0,0430
⑤	0,50+2,5	0,81	2,4300	0,4050	0,9841	0,5314
⑥	0,50	0,81	0,4050	0,54	0,2187	0,1328
Total			4,6800		2,9353	8,3017

* calcul de x et v'

$$v' = \frac{P_\Delta}{B} \quad v' = \frac{2,9353}{4,68} = 0,62 \text{ m}$$

$$V = 1,10 - 0,62 = 0,48 \text{ m}$$

14
+ calcul du moment d'inertie par rapport à G,

$$I_G = I_b - B v'^2 = 2,3017 - 4,68 \times 0,62^2 = \underline{0,5028 \text{ m}^4}$$

+ calcul du rendement géométrique :

$$\rho = \frac{I}{B v v'} = \frac{0,5028}{4,68 \times 0,48 \times 0,62} = 0,36$$

$$c = \rho v = 0,36 \times 0,48 = 0,173 \text{ m}$$

$$c' = \rho v' = 0,36 \times 0,62 = 0,223 \text{ m}$$

$$c+c' = \rho h_c = 0,396 \text{ m}$$

on prend pour l'enrobage $d = d' = 0,14 \text{ m}$

$$K = 0,48 - 0,14 + 0,223 = 0,563 \text{ m}$$

$$K' = 0,62 - 0,14 + 0,173 = 0,653 \text{ m}$$

$$K + K' = \dots = 1,216 \text{ m}$$

2) Détermination de la force de précontrainte F

- La force minimum de précontrainte sera la plus grande des 3 valeurs que l'on calculera ci-dessous

$\Delta M = 696$ au milieu de la 1^{re} travée

$$F = \frac{\Delta M}{c+c'} = \frac{696}{0,396} = \underline{1755 \text{ tf.}}$$

d'où au moins 18 câbles 12 T 1/2" à placer dans la dalle en deux lots de façon à réaliser un enrobage voisin du diamètre d'une gaine

Condition	$F \geq \frac{M_m^t - \frac{c}{2} M_m^l}{K' + \frac{c}{2} K}$	$F \geq \frac{M_m^t - \frac{1}{2}(M_m^l + M_m^r)}{K + K'}$
Travée	(1)	(2)
$F(t) \geq$	dans la section $x = 0,4l_1$ $\frac{1018 - 0,4 \times 1403}{0,563 + 0,4 \times 0,563} = 1860 \text{ tf}$	dans la section $x = 0,5l_2$ $\frac{984 + \frac{1}{2}(1403 + 1416)}{0,653 + 0,563} = 1960 \text{ tf}$

d'où la valeur minimale $F = 1960 \text{ tf}$. La symétrie de la section imposant un nombre pair de câbles nous avons adopté une précontrainte légèrement surabondante soit : 20 câbles.

Fuseau de passage réel de la ligne
de précontrainte

Le fuseau de passage réel de la ligne de précontrainte est calculé en première approximation avec une force F variable, que l'on a déterminée en tenant compte de la totalité des pertes qui interviennent.

On obtient ainsi un fuseau de passage d'ordonnées extrêmes :

$$e_M = C - \frac{M_m}{F}, \quad e_m = -C' - \frac{M_m}{F} \quad \text{ce fuseau est tracé (fig. 2)}$$

Tableau des ordonnées extrêmes et de la force F .

Travée : ①

% e	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$F(t)$	2352	2420	2464	2520	2573	2600	2620	2690	2643	2600
e_M (m)	0,173	0,093	-0,100	-0,192	-0,220	-0,190	-0,120	+0,005	0,129	0,317
e_m (m)	-0,223	-0,306	-0,350	-0,370	-0,360	-0,320	-0,255	-0,166	-0,051	0,109

2	1,0
1948	2553
0,588	0,491
0,50	0,320

Travée : ②

% e	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$F(t)$	2553	2482	2419	2372	2307	2240	2172	2102	2060	1982
e_M (m)	0,491	0,318	0,110	-0,087	-0,212	-0,263	-0,239	-0,120	0,095	0,355
e_m (m)	0,319	0,023	-0,142	-0,260	-0,33	-0,351	-0,329	-0,249	-0,066	0,161

* les courbes limitant le fuseau de passage, le tracé obtenu pour la ligne de précontrainte (et donc pour le ciel réel qui s'en déduit), présentent un rebroussement au droit de chaque appui intermédiaire. Il faudrait donc retoucher ce tracé pour l'adoucir sur appui. D'où la méthode préconisée

Méthode préconisée, tracé et équation de la ligne de Précontrainte

* En définitive et de façon à résoudre simultanément les difficultés précédentes on a préconisé de suivre la méthode suivante :

La valeur minimale de la précontrainte étant déterminée ainsi que le fuseau de passage réel, - on adopte un autre fuseau de passage plus restrictif que le précédent (fig 2). Ce fuseau est fermé (et ses fibres extrêmes sont tangentes) :

* sur appuis intermédiaires, au point le plus bas du fuseau réel (excentricité e_m)

* en travée au point le plus haut (e_M)
les fibres extrêmes restent continuées sans rebroussement sur appuis intermédiaires

On détermine ainsi sur ce nouveau fuseau de passage la ligne de précontrainte de façon qu'elle divise ce nouveau fuseau de passage dans le rapport $\Lambda(x)$ variant linéairement avec l'abscisse dans chaque travée

Détermination du nouveau fuseau de passage

Méthode Préconisée.

on mesure donc e_M et e_m sur le nouveau fuseau de passage ainsi obtenu (fig 2).

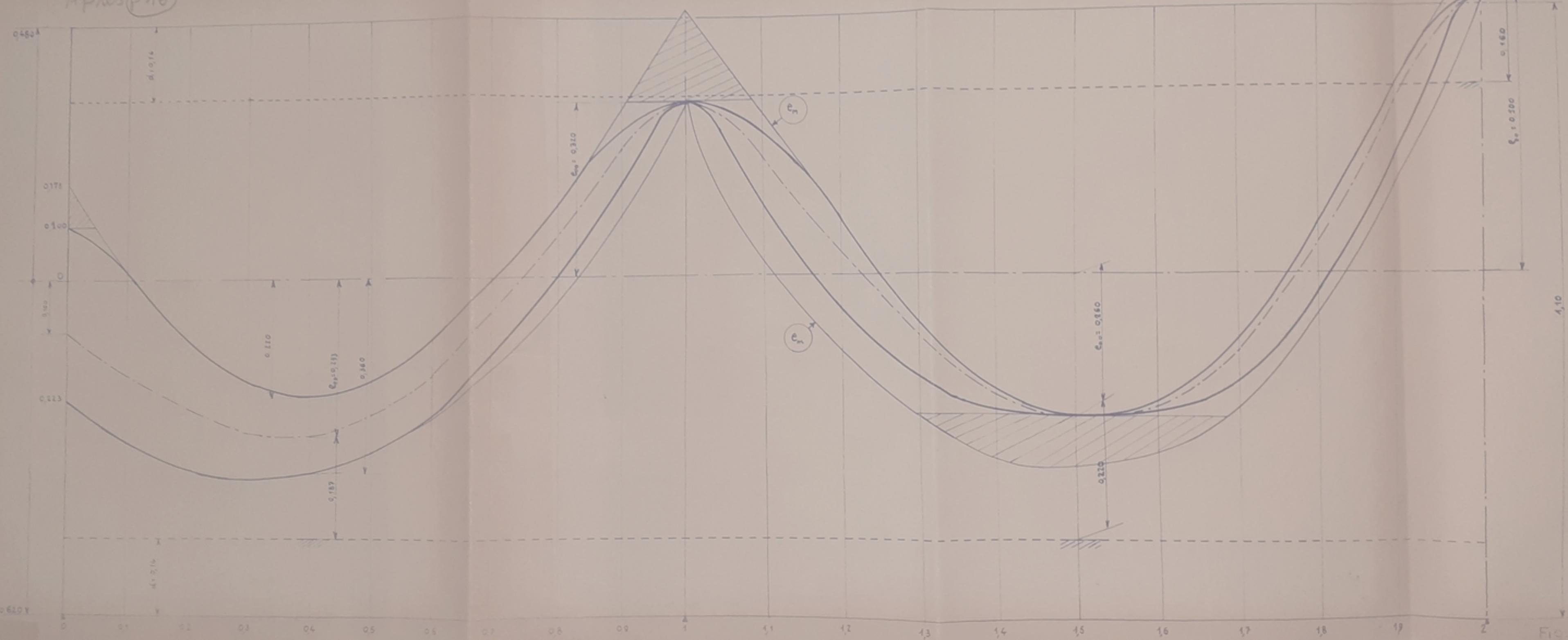
Tableau de e_M , e_m et $e_M - e_m$ dans la 1^{er} travée.

x/l	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
e_M	0,10	0,010	-0,100	-0,190	-0,220	-0,190	-0,120	-0,055	0,140	0,270	0,320
e_m	-0,223	-0,310	-0,350	-0,370	-0,360	-0,320	-0,250	-0,140	0,010	0,180	0,320
$e_M - e_m$	0,323	0,320	-0,250	-0,180	0,140	0,130	0,130	0,135	0,130	0,090	0,000

PBoo169
Après(p16)

— Fuséau de passage réel
— Fuséau de passage fictif à considérer
— Ligne de précontrainte

Ech: $\begin{cases} h : 1/5 \\ L : 1/100 \end{cases}$



17
Tableau de e_M , e_m et $e_M - e_m$ dans la 2^e travée

$\frac{x}{\ell}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
e_M	0,320	0,260	0,110	-0,090	-0,210	-0,260	-0,235	-0,120	0,095	0,340	0,50
e_m	0,320	0,140	-0,050	-0,180	-0,240	-0,260	-0,250	-0,190	-0,135	0,215	0,50
$e_M - e_m$	0	0,120	0,160	0,090	0,030	0,000	0,015	0,070	0,120	0,125	0,00

Détermination des moments hyperstatiques. Relation de concordance

- Généralités, notations

- Pour connaître la valeur des moments hyperstatiques de précontrainte au droit des appuis intermédiaires on utilise l'équation des 3 moments :

$$b_i m_{i-1} + (c_i + \alpha_{i+1}) M_i + b_{i+1} M_{i+1} = \omega'_{i+1} - \omega''_i$$

ℓ_i	ℓ_i	ℓ_{i+1}	ℓ_n
Δ	Δ	Δ	Δ
0	1	$i-1$	i

$$\alpha_i = \int_0^{\ell_i} \left(1 - \frac{x}{\ell_i}\right)^2 \frac{dx}{EI}$$

$$c_i = \int_0^{\ell_i} \left(\frac{x}{\ell_i}\right)^2 \frac{dx}{EI}$$

Si on pose $\rho = Fe_0(x)$.

$$b_i = \int_0^{\ell_i} \frac{x}{\ell_i} \left(1 - \frac{x}{\ell_i}\right) \frac{dx}{EI}$$

$$\omega'_{i+1} = \int_0^{\ell_{i+1}} \rho \left(1 - \frac{x}{\ell_{i+1}}\right) \frac{dx}{EI}$$

$$\omega''_i = \int_0^{\ell_i} \rho \frac{x}{\ell_i} \frac{dx}{EI}$$

en section d'abscisse x le moment est :

$$M_x = M_{i-1} \left(1 - \frac{x}{\ell_i}\right) + M_i \frac{x}{\ell_i}$$

Relation de concordance :

- par définition un tracé est concordant s'il ne développe pas de réactions hyperstatiques. Tous les M_x sont alors nuls ($e_0 = e_{00}$) $\Rightarrow \omega_{i+1} - \omega''_i = 0$ (d'après l'équation ci-dessus)

$\rho = Fe_0$ donc :
$$\bar{J}(e_{00}) = \int_0^{\ell_i} Fe_{00} \frac{x}{\ell_i} \frac{dx}{I} + \int_0^{\ell_{i+1}} Fe_{00} \left(1 - \frac{x}{\ell_{i+1}}\right) \frac{dx}{I} = 0$$

En résumé :
on cherche un cubique fictif d'ordonnée e_{vv} présentant les 2 propriétés suivantes :

* être contenu dans le fuseau de passage.

$$\rightarrow e_{vv} = e_m + \lambda(e_M - e_m) \quad \text{avec } 0 \leq \lambda \leq 1$$

* satisfaisant la relation de concordance sur chaque appui intermédiaire.

$$J(e_{vv}) = 0$$

L'inconnue est l'expression de λ en chaque travée ainsi pour la travée i , on adopte :

$$\lambda = \frac{x}{l_i} \alpha_{i-1} + \beta_{i-1} \quad \text{avec } \alpha_{i-1} + \beta_{i-1} = \beta_i$$

β_i est le rapport dans lequel le tracé divise le fuseau de passage sur appui i .

Remarque : * Possons .

$A_i = \int_n F (e_M - e_m) \left(1 - \frac{x}{l_i}\right)^2 \frac{dx}{I}$	$B_i = \int_n F (e_M - e_m) \frac{x}{l_i} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right)^2 \frac{dx}{I}$
$C_i = \int_n F (e_M - e_m) \left(\frac{x}{l_i}\right)^2 \frac{dx}{I}$	

La relation de concordance se met alors sous une forme analogue à l'équation des 3 moments.

$$B_i \beta_{i-1} + (C_i + A_{i+1}) \beta_i + B_{i+1} \beta_{i+1} = - \int_n \frac{x}{l_i} F e_m \frac{dx}{I} - \int_{i+1}^n \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) F e_m \frac{dx}{I}$$

La valeur de β_0 et β_n sur les appuis extrêmes 0 et n sont choisies pour mieux disposer les ancrages.

Application au point de la Soummam.

dans le cas des quatres travées symétriques
les équations de concordance s'écrivent pour $EI = \text{cte.}$

$$i=1 \quad B_1 \beta_0 + (C_1 + A_2) \beta_1 + B_2 \beta_2 = - \int_0^1 \frac{x}{l_1} F e_m \frac{dx}{I} - \int_2^n \left(1 - \frac{x}{l_1}\right) F e_m \frac{dx}{I}$$

$$i=2 \quad 2B_2 \beta_1 + 2C_2 \beta_2 = - \int_2^n F e_m \frac{dx}{I}$$

$$\beta_0 = \frac{e_0 - e_m}{e_M - e_m}$$

β_0 est choisi arbitrairement en fonction de e_0 et de la disposition des ancrages.

19

Résolution des équations de concordance.

- on calcule donc par le intégrale numérique de Simpson et pour un nombre d'intervalles pairs dans chaque travée (10 intervalles) on aura :

de x_0 à x_{2n} on pose $x_i - x_0 = I_i$

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} y dx = \frac{I}{3} [y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{m-2} + 4y_{2n-1} + y_{2n}]$$

d'où le tableau des valeurs :

1^{er} Travée.

$\frac{x}{\ell}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$F(\ell)$	2352	2420	2464	2520	2573	2600	2620	2640	2643	2600	2553
$\bar{F}(e_M - e_m)$	760	774	616	454	360	338	340	363	344	234	0
$\left(\frac{x}{\ell}\right) F(e_M - e_m)$	0	77,4	123,2	136,2	144	169	204	254	275	210,6	0
$\left(\frac{x}{\ell}\right)^2 F(e_M - e_m)$	0	7,74	24,64	40,86	57,6	84,5	122,4	177,8	220	189,54	0

$$\int_{0}^{\frac{x}{\ell}} \bar{F}(e_M - e_m) = \frac{235}{3} [0 + 4 \times 77,4 + 2 \times 123,2 + 4 \times 136,2 + 2 \times 144 + 4 \times 169 + 2 \times 204 + 4 \times 254 + 2 \times 275 + 4 \times 210,6 + 0] = \underline{3,825 \text{ mtf}}$$

$$\int_{1}^{\frac{x}{\ell}} \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 F(e_M - e_m) = \underline{2.235 \text{ mtf}}$$

$$B_1 = \int_{1}^{\frac{x}{\ell}} \left(\frac{x}{\ell}\right) F(e_M - e_m) dx - \int_{1}^{\frac{x}{\ell}} \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 F(e_M - e_m) dx = \underline{1590 \text{ mtf}}$$

$$C_1 = \int_{1}^{\frac{x}{\ell}} \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 \bar{F}(e_M - e_m) dx = \underline{2.235 \text{ tfm}}$$

on procéde de la même manière pour la 2^e travée -

20 Tableau de valeurs.

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
F	2553	2482	2419	2372	2327	2240	2172	2102	2060	1982	1948
$F(e_M - e_m)$	0	298	387	213	69	0	33	147	247	248	0
$\int \frac{x}{l} F(e_M - e_m) dx$	0	29,8	77,4	64	27,6	0	19,8	103	197,6	223	0
$\int \frac{x^2}{l} F(e_M - e_m) dx$	0	3	15,5	19	11	0	12	72	158	201	0

$$\int_0^1 \left(\frac{x}{l} \right)^2 F(e_M - e_m) dx = \underline{1520} \text{ mtf}$$

$$\int_0^1 \frac{x}{l} F(e_M - e_m) dx = \underline{2247} \text{ mtf}$$

$$* \int F(e_M - e_m) dx = \underline{4926} \text{ mtf}$$

$$+ B_2 = \int_0^1 \frac{x}{l} F(e_M - e_m) - \int_0^1 \left(\frac{x}{l} \right)^2 F(e_M - e_m) dx = \underline{427} \text{ mtf}$$

$$* C_2 = \underline{1520} \text{ mtf}$$

$$* A_2 = 4926 - 2 \times 2247 + 1520 = \underline{1948} \text{ mtf}$$

$$* C_1 + A_2 = 2235 + 1948 = \underline{4183} \text{ mtf}$$

calcul des intégrals $\int \frac{x}{l} F_{e_m}$ pour la traverse (1) et (2).

Tableau des valeurs : traverse (1)

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
e_m	-524,5	-750,2	-862,4	-932,4	-920,3	-832	-655	-376,6	+26,4	462	816,9
F_{e_m}	0	-75	-172,5	-279,7	-370,5	-416	-393	-263,6	211	421,2	816,9

$$\int_0^1 \frac{x}{l} F_{e_m} dx = - \underline{1926} \text{ mtf}$$

travee (2)

$\frac{x}{\ell} e$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
F_{em}	816,9	347,5	-120,9	-427	-553,7	-582,4	-543	-399,4	-72,1	426,1	974
$\frac{x}{\ell} F_{em}$	0	34,75	-24,18	-128,7	-221,4	-291,2	-325,8	-279,8	-57,68	1383,5	974

$$\int_2 \frac{x}{\ell} F_{em} dx = -1358 \text{ mtf} \quad \int_2 F_{em} dx = -3218 \text{ mtf}$$

d'où les équations de concordance :

$$\beta_0 = \frac{-0,10 + 0,223}{0,323} = 0,380 \quad e_0 = -0,10$$

* travee (1)

$$(a) \quad 0,38 \times 1590 + 4183 \beta_1 + 727 \beta_2 = 1926 + 3218 - 1358$$

* travee (2)

$$(b) \quad 727 \beta_1 + 1590 \beta_2 = 1609$$

on tire de (a) et (b).

$$\beta_0 = 0,380 \quad \beta_1 = 0,630 \quad \beta_2 = 0,757$$

- valeurs de α_0 , α_1 et α_2

$$\alpha_0 = \beta_1 - \beta_0 = 0,630 - 0,380 = 0,250$$

$$\alpha_1 = \beta_2 - \beta_1 = 0,757 - 0,630 = 0,127$$

$$\alpha_2 = \beta_2 - \beta_2 = 0$$

- valeurs de $\lambda(x)$ et e_{00} .

$$\lambda(x) = \frac{x}{\ell} \alpha_{n-1} + \beta_{n-1}$$

$$e_{00} = e_m + \lambda(e_m - e_m)$$

on dresse des tableaux définissant ainsi les ordonnées de la ligne de précontrainte dans chaque section ainsi que la valeur λ

travée ① voir fig (3) 22

$\frac{x}{\ell}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
λ	0,38	0,405	0,430	0,455	0,480	0,505	0,530	0,555	0,580	0,605	0,630
$\lambda(e_m - e_m)$	0,123	0,130	0,107	0,082	0,067	0,065	0,065	0,075	0,075	0,054	0
e_{00}	-0,100	-0,180	-0,243	-0,288	-0,293	-0,255	-0,181	-0,065	0,085	0,234	0,320

travée ② voir fig(3)

$\frac{x}{\ell}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
λ	0,630	0,642	0,655	0,668	0,680	0,693	0,706	0,719	0,731	0,744	0,757
$\lambda(e_m - e_m)$	0	0,077	0,105	0,060	0,020	0	0,010	0,050	0,087	0,0930	0
e_{00}	0,320	0,217	0,055	-0,120	-0,280	-0,260	-0,240	0,140	0,052	0,308	0,50

Équation de la ligne moyenne du câble réel.

63

+ La ligne de précontrainte ainsi déterminée, on déduit le câble par une transformation ^{l'inverse}, tel que ce dernier satisfait aux conditions d'enrobage (le câble est contenue dans le béton).

- Pour que le câble passe le plus bas possible de façon à ne développer que de faibles pentes par frottement et à faciliter le ferrailage transversal, nous adoptons de grands valeurs des moments hyperstatiques (M_i)

- conditions imposées aux valeurs des M_i à créer pour pouvoir transformer la ligne de précontrainte en un câble réel intérieur au béton -

	Travée : (1)		Travée : (2)	
section	0,4	1	0,5	1
e_{00}	- 0,293	0,320	- 0,260	+ 0,500
M_i (t.m) ^	$M_1 \leq 0,187 \times 2573$ $M_1 = 650 \text{ mt}$	$M_1 > 0$	$\frac{M_1 + M_2}{2} \leq 0,220$ $2240 \leq 492$	$M_2 \geq 0,160 \cdot 1948$ $= 312 \text{ mt.}$

eu Travée

$$\frac{M_1}{F} \leq v' - d' - e_{00}$$

on adoptera donc :

$$M_1 = 650 \text{ mt} \quad M_2 = 330 \text{ mt} \quad \text{on vérifie que.}$$

$$\frac{M_1 + M_2}{2} = \frac{650 + 330}{2} = 490 \leq 492$$

équation de la ligne moyenne des câbles réels.

+ équation pour la travée 1. : $e_0 = e_{00} - \frac{M_1}{F} \frac{x}{\ell}$

$$e_0 = e_{00} - \frac{650}{F} \frac{x}{\ell}$$

+ équation pour la travée 2 :

$$e_0 = e_{00} - \frac{M_1}{F} \frac{x}{\ell_1} + \frac{M_1 - M_2}{F} \frac{x}{\ell_2}$$

$$e_0 = e_{00} - \frac{650}{F} \frac{x}{\ell_1} + \frac{330}{F} \frac{x}{\ell_2}$$

Tableau pour tracer la ligne moyenne du câble réel

Travée : ①

$\frac{x}{L}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
e_{ov}	-0,100	-0,180	-0,243	-0,288	-0,293	-0,255	-0,181	-0,065	0,085	0,234	0,320
$\frac{e_{ov}}{F}$	0	0,027	-0,052	-0,077	-0,101	-0,125	0,149	-0,169	0,197	0,225	0,250
e_{op}	-0,100	-0,207	-0,295	-0,365	-0,394	-0,380	-0,330	-0,234	-0,112	0,009	0,070

Travée : ②

$\frac{x}{L}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
e_{ov}	0,320	0,217	0,055	-0,120	-0,220	-0,260	-0,240	-0,140	0,052	0,308	0,500
$\frac{e_{ov}}{F}$	0,254	0,261	0,269	0,274	0,280	0,290	0,309	0,307	0,315	0,330	0,334
$\frac{e_{op}}{F}$	0	0,012	0,026	0,040	0,055	0,071	0,087	0,106	0,124	0,145	0,164
e_o	0,066	-0,032	-0,158	-0,354	-0,445	-0,479	-0,462	-0,341	-0,139	0,123	0,330

La ligne moyenne du câble réel est représentée sur la fig
 (4) ainsi que les câbles réels.
 par raison de symétrie, tous les calculs se feront donc
 sur la ligne moyenne!

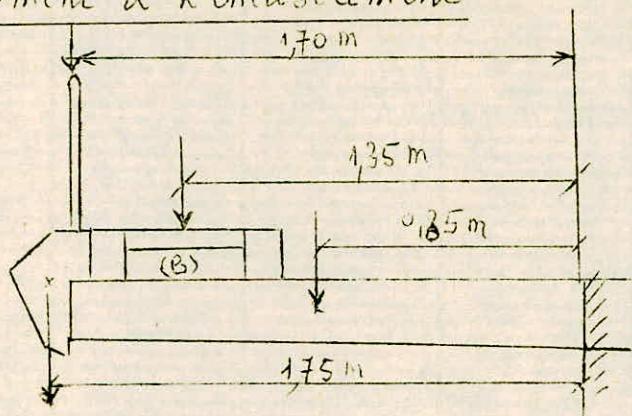
Ech. h 1/5
I. 1/100

Fig. 4.

(25)

CONSOLE SOUS TROTTOIR

① Calcul du moment à l'encastrement



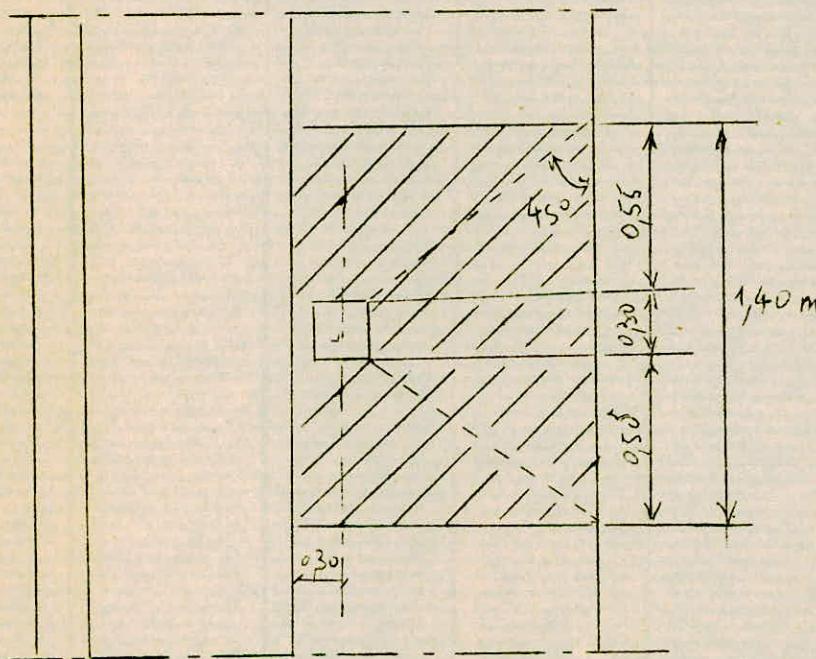
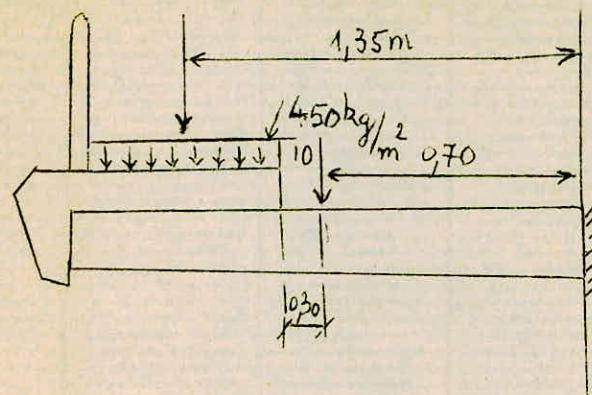
a) charge permanente.

Designation	Poids en tf.	bras de levier	M (mtf)
Dalle	$1,70 \times \frac{0,20 + 0,25}{2} \times 2,5 =$	0,958	0,85
garde-corps	=	0,050	1,70
(B)	=	0,065	1,35
corniche	=	0,2715	1,75
chaussée	$0,06 \times 2,25 =$	0,1350	0,50
Total		1,475	1,530

b) surcharge.

La surcharge le plus défavorable est la roue B_p de 10 tf et la surcharge uniformément répartie de 450 kgf/m².

calcul du Moment de "console"



* Moment du à la surcharge de Friction:

$$1,2 \times 0,45 \times 0,70 \times 1,35 = -0,510 \text{ mtf}$$

* Moment du à la zone de 10 mtf.

$$1,2 \frac{10}{1,4} \times 0,70 \times 1,4 = -8,400 \text{ mtf}$$

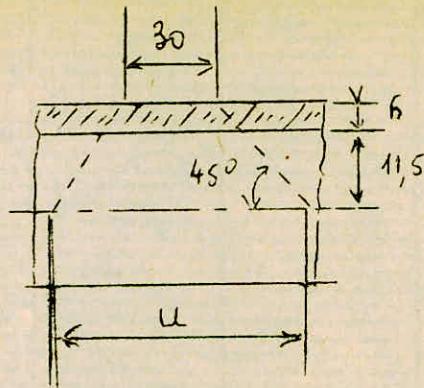
* Moment d'encaissement total :

$$M_y = - (1,530 + 0,510 + 8,400) = 13,840 \text{ mtf.}$$

$$M_{zc} = 0,15 M_y = -2,08 \text{ mtf}$$

27

Vérification au poinçonnement.



$$u = 30 + 2 \times 6 + 23 = 65 \text{ cm}$$

$$Q = S \cdot P = 1,4 \times 10 = 14 \text{ Tf.}$$

$$P_c = 65 \times 4 = 260 \text{ cm.}$$

Vérification: $\frac{1,5 Q}{P_c h_c} \leq \bar{\sigma}_b$

$$\frac{1,5 \times 14 \cdot 10^3}{260 \times 23} = \underline{\underline{3,5 \text{ kg f/cm}^2}} \leq \bar{\sigma}_b$$

Calcul des Armatures: (abaque de Charon)

$$p' = \frac{15 \times 13,840 \cdot 10^5}{100 \times 22,2^2 \times 2800} = 0,15 \quad \text{on tire de l'abaque (1).}$$

$$p' = 0,15 \quad \left| \begin{array}{l} \alpha = 0,4438 \\ \bar{\omega}' = 1,180 \\ k = 13,8 > k_0 \quad \text{bien résiste} \end{array} \right.$$

$$A' = \frac{15}{n} \bar{\omega}' b \frac{h}{100} \Rightarrow A' = 1,18 \times 22,2 = 26,2 \text{ cm}^2$$

on prend donc des HA 20 $t = 12 \text{ cm.}$ 8 bars par m.

Sous longitudinal

$$p' = \frac{2,08 \times 15 \cdot 10^5}{100 \cdot 20,6^2 \times 2800} = 0,0262$$

$$p' = 0,0262 \Rightarrow \bar{\omega}' = 0,186$$

$$A' = 0,0262 \times 20,6 = 3,83 \text{ cm}^2$$

on prend des HA 10 $t = 20 \text{ cm.}$ soit 5 par m.

FLEXION LONGITUDINALE

* Le calcul des contraintes dues aux charges permanentes et aux surcharges sont calculés respectivement en section nette et en section homogénéisée

* On déterminera donc :

1) Les caractéristiques de la section nette et de la section homogénéisée sous forme de tableau

2) Les contraintes dans les sections déterminantes pour les charges permanentes

3) Les contraintes dans les sections déterminantes pour les surcharges.

(I) Caractéristiques géométriques de la section nette.

Gaines d'extérieur 1,08. $S = \frac{\pi D^2}{4} = 39,5 \text{ cm}^2$.

Pour 20 gaines $S = \frac{20 \pi D^2}{4} = 0,079 \text{ m}^2$

P_A et I_A varie en fonction de l'abaisse

* Tableau
aaaaa

γ_e	0,4	1	0,5	2
S_n	4,601	4,601	4,601	4,601
$(P_A)_n$	2,9175	2,8813	2,9243	2,8603
$(I_A)_n$	2,2977	2,2647	2,3012	2,307
$(I_G)_n$	0,4480	0,4610	0,4414	0,4516
$(\frac{I}{v})_n$	0,961	0,971	0,931	0,944
$v = \frac{P_n}{S_n}$	0,634	0,626	0,636	0,622
v	0,466	0,474	0,464	0,478

(II) calcul de la section homogénéisée.

la section des armatures actives est homogénéisée avec un coefficient d'équivalence $m = 5$

$$\rightarrow \text{Section des câbles } 0,1120 \times 5 \times 20 = 11,20 \text{ dm}^2 = 0,112 \text{ m}^2$$

$$\rightarrow \text{Section homogénéisée } 4,601 + 0,112 = 4,713 \text{ m}^2$$

Tableau des caractéristiques géométriques

χ_e	0,4	1		0,5	2
$(P_D)_R$	2,9428	2,9585		2,9460	2,9667
$(I_D)_R$	2,3034	2,3179		2,3034	2,3307
$V' = \left(\frac{P_A}{V}\right)_R$	0,623	0,627		0,623	0,629
V	0,477	0,473		0,477	0,471
$(I_0)_R$	0,4789	0,4689		0,4806	0,4748
$\left(\frac{I_0}{V}\right)_R$	3,0039	0,9913		1,0075	1,0080
$\left(\frac{I_0}{V'}\right)_R$	0,7686	0,7502		0,7715	0,7596

(III) calcul des contraintes dans les sections déterminantes.

a) charges permanentes :

$$\text{calcul en section nette } \sigma_p = \pm \frac{M_p \cdot v}{I}$$

Tableau :

Section	0,4	1		0,5	2
$M_p (mfp)$	518	-932		464	-937
$\sigma_p (t_m)$	540	-960		498	-992
$\sigma'_p (t_{h_m})$	-735	1265		-660	+1290

b) surcharges A(l) + surcharge des trottoirs.
calcul en section homogénéisée $\sigma_s = \pm \frac{M_s v}{I}$

Tableau:

Section	0,4	1	0,5	2
M_s (mt)	500	-480	520	-470
σ_s (t/m^2)	498	-484	-516	-466
σ'_s (t/m^2)	-651	+639	-674	+619

IV Vérification du rayon minimum.

au droit des courbures des câbles, c'est à dire aux appuis (1) et (2) on vérifie que les rayons sont supérieurs à $r=8m$

appui (1)
flèche $f = 0,07m$ $l = 5,2m$.

$$r = \frac{l^2}{8f} \text{ soit } \frac{5,2^2}{8 \times 0,07} = \underline{\underline{48m > 8m}} \text{ vérifié.}$$

appui (2).

$$f = 0,05 \quad l = 2,8$$

$$r = \frac{7,84}{0,40} = \underline{\underline{19,6m > r}} \text{ vérifié.}$$

(V) calcul des pertes par frottement.

- on appellera les angles α' les angles mesurés directement sur le graphique (fig 4) et les angles α_i les angles réels + relation qui lie α'_i à α_i $\operatorname{tg} \alpha'_i = \frac{5}{100} \operatorname{tg} \alpha_i$

α'_i	45°	46°	46°	$52,5$	$52,5$	60°	60°
$\operatorname{tg} \alpha'_i$	1	1,035	1,035	1,303	1,303	1,732	1,732
α_i	$2,5^\circ$	3°	3°	$3,8$	$3,8$	5°	5°

* les pertes par frottement se déduisent de la formule

$$T' = T_0 e^{-(f\alpha + \varphi d)}$$

T_0 : tension initial du câble

$$\begin{cases} f = 4 \cdot 10^{-3} & \text{avec } \alpha \text{ en degré} \\ f = 3 \cdot 10^{-3} & \text{avec } d \text{ en "m"} \end{cases}$$

$$\Delta T' = T_0(f\alpha + \varphi d)$$

Note: les calculs seront établis pour les 2 premières travées car le pont est symétrique et la force de précontrainte est appliquée au deux bouts du pont donc:

$$d = 52,5 \text{ m}$$

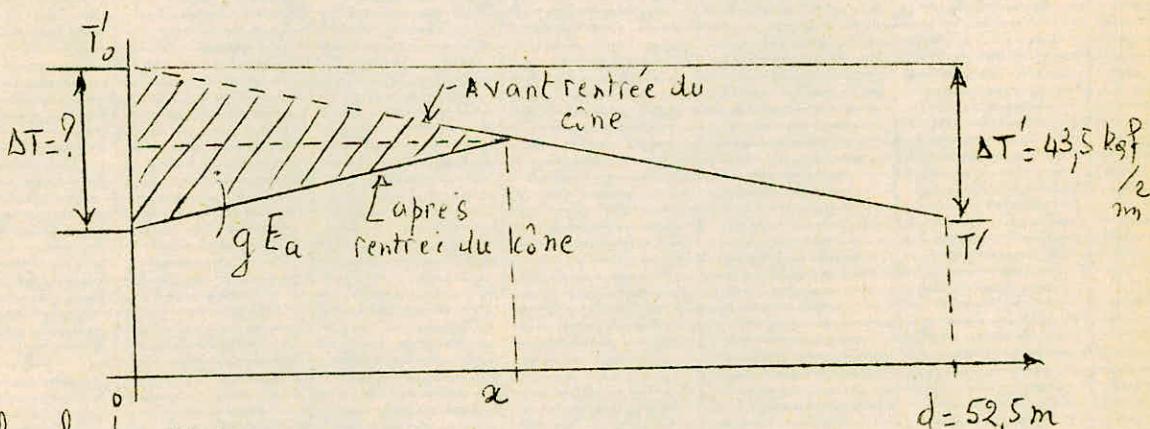
$$\sum \alpha_i = 26,5^\circ$$

$$T_0 = 165 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\Delta T' = 0,165 (26,5 \times 4 + 3 \times 52,5) = \underline{\underline{43,5 \text{ kgf/mm}^2}}$$

* pertes par rentrée du cône:

$$g = 12 \text{ mm} \quad E_a = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kgf/mm}^2$$



calcul de α :

$$\frac{1}{2} \Delta T \alpha = g E_a \quad (1)$$

$$\frac{\Delta T'}{T_0} = 2(f\alpha + \varphi d) \frac{\alpha}{d} \quad (2) \rightarrow \Delta T = 2 \Delta T' \frac{\alpha}{d}$$

on tire α de (1) et (2)

$$\alpha = \sqrt{\frac{g E_a d}{\Delta T'}} \quad \alpha = \sqrt{\frac{12 \cdot 10^{-3} \times 2,1 \cdot 10^4 \times 52,5}{43,5}} = 17,45 \text{ m}$$

$$\text{on tire} \quad \Delta T = 2g \frac{E_a}{\alpha} = \frac{24 \cdot 10^{-3} \times 2,1 \cdot 10^4}{17,45} = 28,9 \text{ kgf/mm}^2$$

Determination de F.

La force F à la distance d = 52,5 m de l'about sera :
 $20 \times 1120 (165 - 43,5) 10^3 = 2721 \text{ t}_f$

Calcul des contraintes dans les sections déterminantes à la mise en tension (à 7 jours).

* à 7 jours on essaie de tendre 20 cables et on vérifie les contraintes dans les sections 0,4 l, appui 1 0,5 l et appui 2.

Nota: Cela tenait au puissant 14 cables et la section était surabondante.

- on détermine F , tous les dixièmes de la portée en déduisant les pertes par frottement et rentrée du cône (calculées ci-dessus)

- on calcule par la suite les moments hyperstatiques développés par les cables. Les calculs sont fait sous forme de tableau.

Travée: 1 on pose $\mu = Fe_0$

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$F(t_f)$	3046	3091	3136	3181	3225	3270	3315	3360	3360	3270	3281
e_{0lm}	-0,100	-0,207	-0,295	-0,365	-0,394	-0,380	-0,330	-0,234	-0,112	0,003	0,066
M_{mlf}	-305	-640	-925	-1161	-1270	-1242	-1094	-786	-376	29	216
$\mu \frac{x}{l}$	0	-64	-185	-348	-508	-621	-656	-550	-307	26	216

Travée: 2

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
F	3281	3225	3169	3113	3057	3007	2945	2889	2833	2777	2721
e_0	0,066	-0,032	-0,198	-0,364	-0,445	-0,479	-0,462	-0,49	-0,139	0,123	0,333
μ	216	-103	-627	-1102	-1360	-1437	-1360	-985	-394	341	906
$\mu \frac{x}{l}$	0	-10	-125	-330	-544	-718	-816	-690	-315	207	906

* calcul des moments hyperstatiques (à 7 jours)

Par les intégrales numériques de Simpson on calcule les rotations aux extrémités des travées supposées indépendantes

- on obtient donc :

$$\omega'_1 = \int_0^{l_1} p dx - \int_0^{l_1} \frac{p x}{\bar{e}_1} dx$$

$$\omega''_1 = - \int_0^{l_1} \frac{p x}{\bar{e}_1} dx = 7408$$

$$\omega'_2 = \int_0^{l_2} p dx - \int_0^{l_2} \frac{p x}{\bar{e}_2} dx = -18892 + 8176 = \underline{\underline{-10716}}$$

$$\omega''_2 = - \int_0^{l_2} \frac{p x}{\bar{e}_2} dx = \underline{\underline{8176}}$$

* l'équation des 3 moments dans notre cas s'écrit donc :

$$(1) \quad 105 m_1 + 29 m_2 = -108744$$

$$(2) \quad 29 m_1 + 58 m_2 = -49056.$$

on tire de (1) et (2) les moments sur appuis (1) et (2)

$$m_1 = - \underline{\underline{930,563}} \text{ tpm}$$

$$m_2 = - \underline{\underline{397,750}} \text{ tpm}$$

* calcul des moments hyperstatiques dans les sections.
0,4l₁ et 0,5l₂

$$(M)_{0,4l_1} = -930,563 \times 0,4 = \underline{\underline{-372,225}} \text{ mtf.}$$

$$(M)_{0,5l_2} = -(930,563 + 397,750) \times 0,5 = \underline{\underline{664,156}} \text{ mtf}$$

* calcul des contraintes dues à la précontrainte.

$$\tilde{\sigma}_0 = \frac{F}{B} \pm \frac{F_{eo}}{I/V}$$

* le calcul des contraintes est fait en section nette, et en supposant 20 cables tendus, les résultats sont consignés dans un tableau (voir page suivante)

34
Tableau des contraintes dues à la précontrainte

$$F_{e_{vv}} = F_{e_0} - m$$

Section	$0,4l_1$	l_1	$0,5l_2$	l_2
$\tilde{\sigma}_g = \frac{F}{B} (t/m^2)$	700,934	713,105	652,250	591,394
$\tilde{F}_{e_{vv}} (tf.m)$	-897,775	1146,563	-772,844	1303,75
$\frac{\tilde{F}_{e_{vv}} \times v}{I} (t/m^2)$	-934,210	1179,588	-830,122	1381,091
$\tilde{\sigma}'_0 (t/m^2)$	-233,276	1892,693	-177,872	1972,485
$\frac{\tilde{F}_{e_{vv}} v'}{I} (tf/m^2)$	-1271,635	1555,712	-1113,608	1795,798
$\tilde{\sigma}'_0 (t/m^2)$	1972,569	-842,607	1765,858	-1204,404

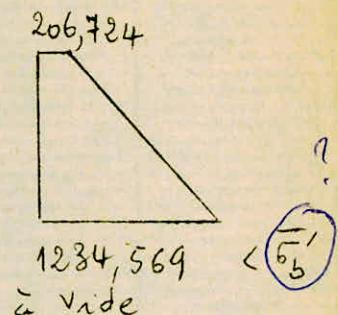
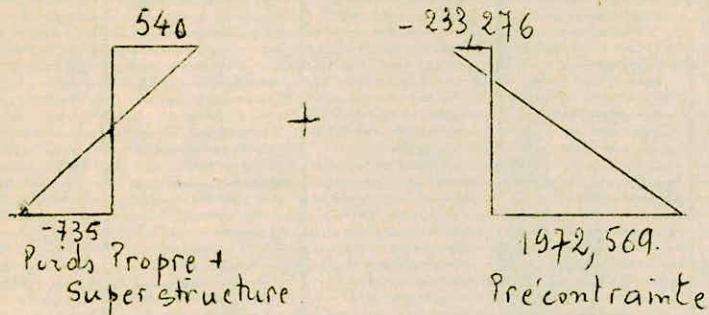
Resumons dans un tableau les contraintes, quand on tend les 20 cables à 7 jours.

Section	$0,4l_1$	l_1	$0,5l_2$	l_2
poids propre + superstr. $\tilde{\sigma}_p$	540	-980	498	-992
$\tilde{\sigma}'_p$	-735	1265	-650	1290
Précontr. $\tilde{\sigma}_0$	-233,276	1892,693	-177,872	1972,485
$\tilde{\sigma}'_0$	1972,569	-842,607	1765,858	-1204,404
Ande $\tilde{\sigma}_v$	206,724	932,693	320,128	980,485
$\tilde{\sigma}'_v$	1237,569	422,393	1095,858	85,596

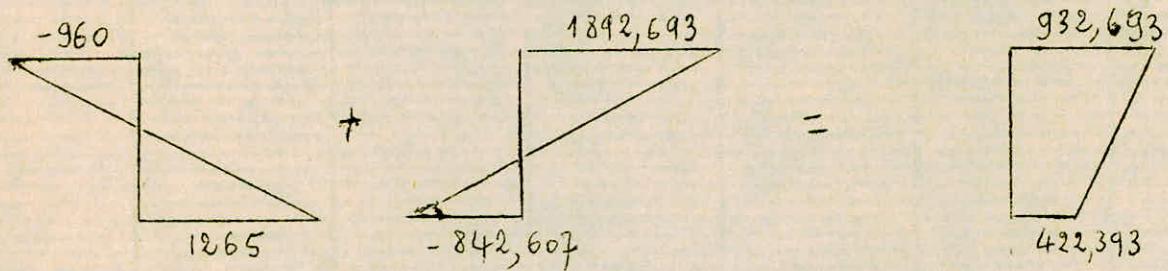
35

Diagramme des contraintes dans les sections déterminantes
(à la mise en tension)

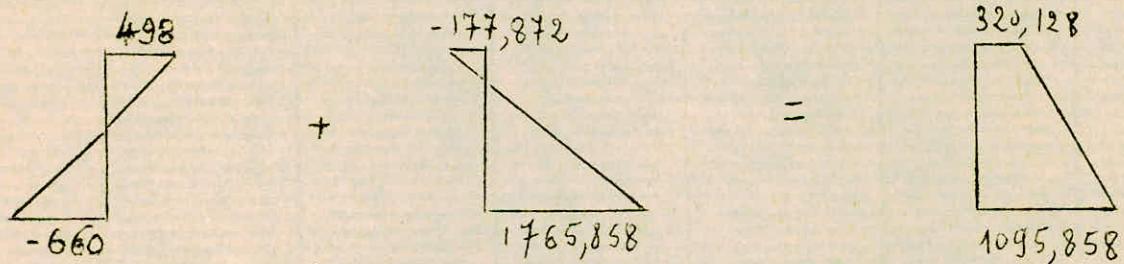
* contraintes dans la section $0,4l_1$



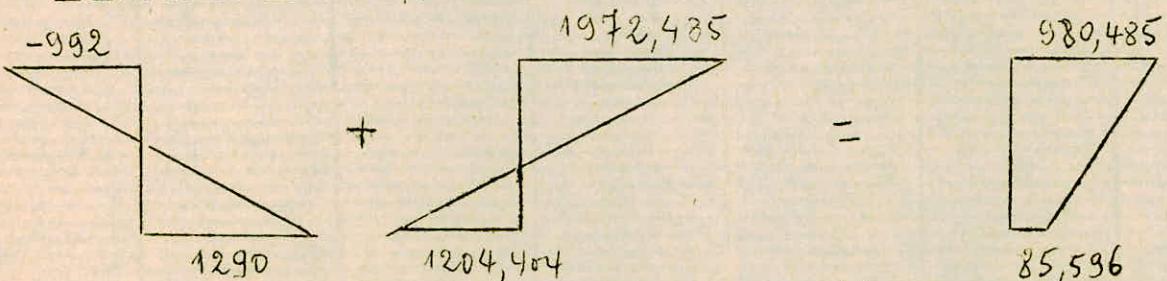
* contraintes à l'appui (1)



* contraintes dans la section $0,5l_2$



* contraintes à l'appui (2)



Conclusion: les contraintes ainsi obtenues sont inférieures aux contraintes admissibles à savoir $\bar{\sigma}_3' = 1260 \text{ t/m}^2$ et $\bar{\sigma}_6 = 0$

$$\tau_7' \approx 0,7 \tau_{18}' = 0,7 \times 300 \approx 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rightarrow \bar{\tau}_7' = 0,6 \times 2000 = 1200 \text{ t/m}^2$$

Calcul des pertes ³⁶ à ($t = \infty$)

* Pertes dues au fluage et au retrait :

$$\Delta T_1 = \bar{E}_a \epsilon_r \quad \epsilon_r = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\boxed{\Delta T_1 = 8 \text{ kgf/mm}^2}$$

$$\Delta T_2 = \frac{\bar{E}_a}{E_f} \sigma'_1 \quad \begin{array}{l} \sigma'_1 \text{ contrainte au niveau du c.d.g} \\ (\text{section la plus comprimée}) \end{array}$$

$$\sigma'_1 = 0,72 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\boxed{\Delta T_2 = 8 \text{ kgf/mm}^2}$$

* Pertes par non simultanéité : on prend pour faire aisément le $\frac{1}{4}$ des pertes par fluage.

$$\frac{1}{4} \text{ pertes par fluage} = 2 \text{ kgf/mm}^2$$

* Pertes dues à la relaxation de l'acier.

d'après les recommandations de l'A.S.P on prend 1,5 fois la relaxation à 1000 heures.

$$\Delta T_3 = 1,5 \times 7,5 = 11,25 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\boxed{\Delta T_3 = 11,25 \text{ kgf/mm}^2}$$

Les pertes totales seront donc :

$$8 + 8 + 11,25 + 2 = 29,25 \text{ kgf/mm}^2$$

on admet que ces pertes sont constantes le long du câble et on détermine la force F tous les dixièmes de la portée

CALCUL DES CONTRAINTES

dans les sections determinantes à $t = \infty$

* on doit donc déterminer les contraintes dans les sections $0,4l_1$, appui 1 $0,5l_2$ et sur appui 2, toutes pentes effectuées et en service.

* Pour cela on procède de la même manière que précédemment on calcule les moments hydrauliques puis les contraintes.

la force F est obtenue en multipliant la section des câbles par la tension résiduelle (toutes les pertes sont effectuées)

Tableau des résultats

Travée : 1

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$F(t_f)$	2391	2486	2480	2526	2570	2615	2660	2704	2704	2660	2626
μ_{Fe_0}	-239,1	-504,85	-731,6	-923,0	-1012,58	-993,7	-877,8	-632,74	-302,84	23,94	183,82
$\mu \frac{x}{e}$	0	50,42	-146,38	-276,6	-405,08	-495,85	-526,68	-448,91	-243,07	21,54	183,82

$$\omega'_1 = - \int_0^{l_1} \mu \frac{x}{e} dx = 5.827,5$$

Travée : 2

$\frac{x}{l}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
F	2626	2570	2514	2458	2402	2346	2290	2234	2178	2122	2066
μ_{Fe_0}	183,82	-82,84	-497,77	-870,13	-1068,89	-1123,73	-1057,98	-761,80	-302,74	261,00	681,78
$\mu \frac{x}{e}$	0	-8,22	-99,55	-261,03	-427,55	-561,86	-634,78	-533,26	-242,19	234,9	681,78

$$\omega'_2 = - \int_0^{l_2} \mu dx - \int_0^{l_2} \mu \frac{x}{e} dx = -14.806,2 + 6422,7 = -8383,5$$

$$\omega''_2 = - \int_{l_1}^{l_2} \mu \frac{x}{e} dx = 6422,7$$

$$\omega'_2 - \omega''_2 = -8383,5 - 5827,5 = -14211$$

+ l'équation des 3 moments appliquée à notre cas donne :

$$M_1 = -729,258 \text{ mtf}$$

$$M_2 = -299,787 \text{ mtf}$$

* moments hyperstatiques en travées.

Section $0,4l_1$

$$(m)_{0,4l_1} = -729,258 \times 0,4 = -291,703 \text{ mtf}$$

Section $0,5l_2$

$$(m)_{0,5l_2} = (-729,258 - 299,787) \times 0,5 = -514,522 \text{ mtf}$$

Calcul des ordonnées de la ligne de précontrainte.

$$e_{vv} = e_0 - \frac{m}{F}$$

travée ①

* à $0,4l_1$,

$$e_{vv} = -0,394 + \frac{291,703}{2570} = -0,281$$

* Appui 1

$$e_{vv} = 0,070 + \frac{291,703}{2570} = 0,347$$

travée ②

$0,5l_2$

$$e_{vv} = -0,479 + \frac{514,522}{2346} = -0,260$$

* Appui 2

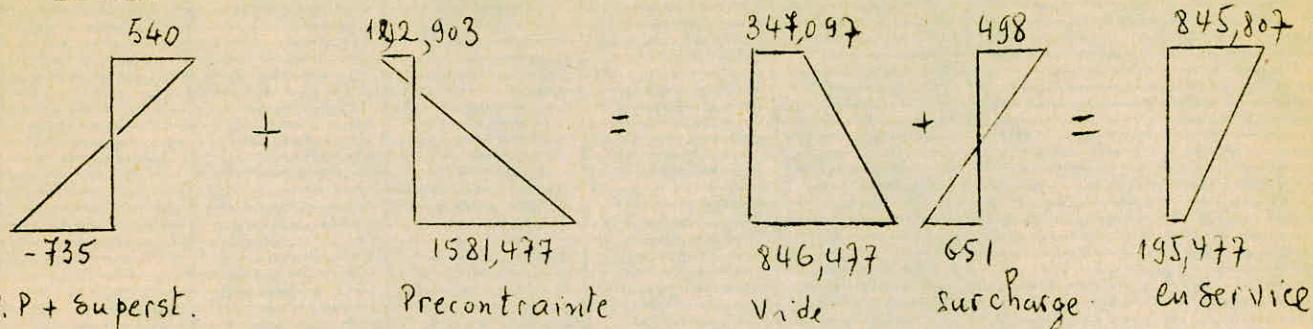
$$e_{vv} = 0,330 + \frac{299,787}{2346} = 0,475$$

calcul des contraintes dues à la précontrainte (section nette)

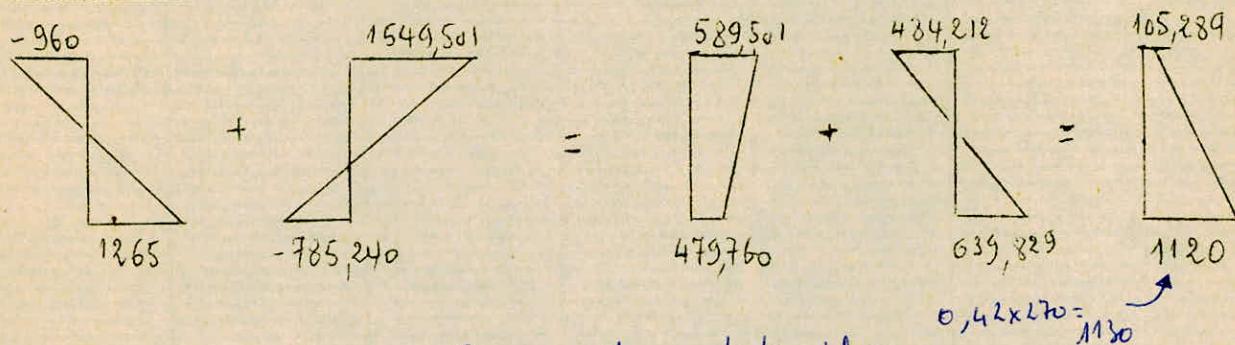
Section	0,4	1	0,5	2
$\tilde{\sigma}_g = \frac{F}{B}$	558,574	570,745	509,889	449,032
$F_{e_{vv}}$	-722,170	911,222	-609,960	981,350
$\frac{F_{e_{vv}} \times v}{I}$	-751,477	978,756	-655,166	1039,565
$\tilde{\sigma}_g$	-192,903	1549,501	-145,277	1408,597
$\frac{F_{e_{vv}} \times v'}{I}$	-1022,903	1355,985	-827,354	1351,721
$\tilde{\sigma}'_g$	1581,477	-785,240	1337,243	-902,689

Diagramme des contraintes à ($t = \infty$)
toutes pertes effectuées -

à $0,4l_1$:

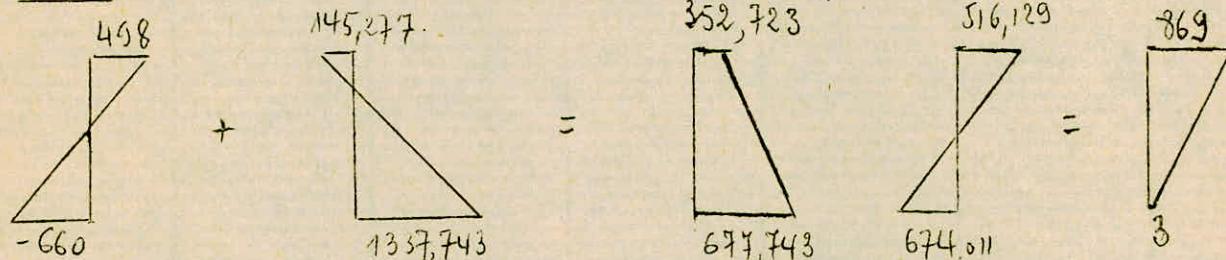


Appui 1:

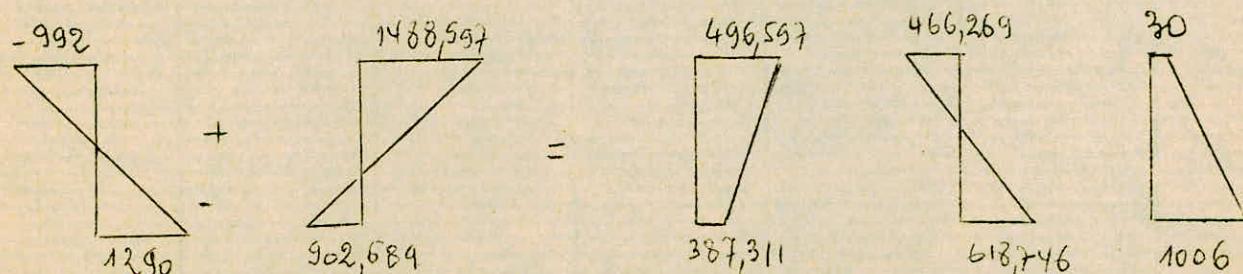


à $0,5 l_2$.

On pourrait sans doute utiliser un béton doré à 350 kg/m³.



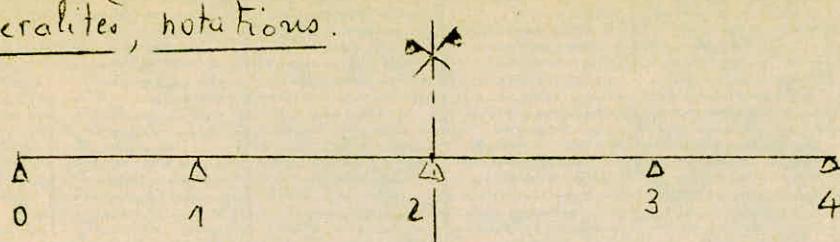
Appui (2)



Conclusion : les contraintes obtenues en service sont inférieures aux contraintes admissibles. La section résiste néanmoins pour plus de sécurité on a intérêt à abuser davantage le câble dans la section, $0,5 l_2$

CALCUL DES EFFORTS TRANCHANTS

(I) généralités, notations.



L'effort tranchant sur appui est donné par la formule :

$$T_1 \left| \begin{array}{l} \frac{M_0 - M_1}{l_1} + P_1 \frac{l_1}{2} \quad (\text{à gauche}) \\ \frac{M_1 - M_2}{l_2} + P_2 \frac{l_2}{2} \quad (\text{à droite}). \end{array} \right.$$

$$\frac{M_1 - M_2}{l_2} + P_2 \frac{l_2}{2}$$

M_i : (moment sur appuis)

P_i : (charge uniformément répartie)

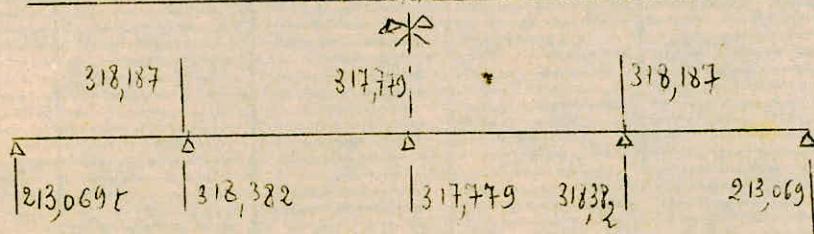
(II) calcul des efforts tranchants:

on pose $\frac{P_i l_i}{2} = (T_0)_i$ (effort tranchant de la travée indépendante)

	0	1	2
Poids Propre. / 13,2 t			
$\frac{(T_0)_1}{2} = 155,10; (T_0)_2 = 191,4$	$155,100$ $- 39,055$ $\underline{\underline{116,094}}$	$155,100$ $+ 39,066$ $\underline{\underline{194,166}}$	$191,400$ $0,164$ $\underline{\underline{191,236}}$
Surcharge A(l) 9,18	$107,865$ $13,062$ $\underline{\underline{94,803}}$	$107,865$ $13,062$ $\underline{\underline{120,927}}$	$130,960$
$\frac{(T_0)_2}{2} = 123,279 t$			
$8,502$			
$\frac{(T_0)_2}{2} = 123,279 t$			
	$123,279$ $+ 0,502$ $\underline{\underline{123,781}}$	$123,279$ $- 0,502$ $\underline{\underline{122,777}}$	

SurchARGE de Trois H. 0	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$		
$\overbrace{\text{----}}^{\text{---}}$ $\Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$ $(T_0)_1 = 2,4675$	$2,4675$ $0,298$ $\underline{2,1715}$	$2,4675$ $0,298$ $\underline{2,7655}$		
$\overbrace{\text{----}}^{\text{---}}$ $\Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$ $(T_0)_1 = 2,4675$ $(T_0)_2 = 3,0450$	$2,4607$ $0,7064$ $\underline{1,7610}$	$2,4675$ $0,7064$ $\underline{3,1739}$		
$\overbrace{\text{----}}^{\text{---}}$ $\Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$ $(T_0)_2 = 3,045$		$3,045$ $0,320$ $\underline{3,365}$		
Effort Tranchant <u>Max i</u>	$115,094$ $94,803$ $2,172$ $\underline{213,069}$	$194,106$ $120,907$ $3,174$ $\underline{318,187}$	$191,235$ $123,781$ $3,365$ $\underline{318,382}$	$191,564$ $122,777$ $3,438$ $\underline{317,779}$

Recapitulation des efforts tranchants :



efforts tranchants mini? (sans surcharge)

Calcul des efforts tranchants réduits.

Pour la vérification, l'effort tranchant à prendre en compte est l'effort tranchant réduit T_r , celui-ci sera égal à l'effort tranchant calculé précédemment moins l'effort tranchant antagoniste F_{Smid} dû aux câbles.

Le règlement précise que sur appui intermédiaire, l'effort tranchant T_r sera calculé à $\frac{2}{3}V'$ du mur des appuis

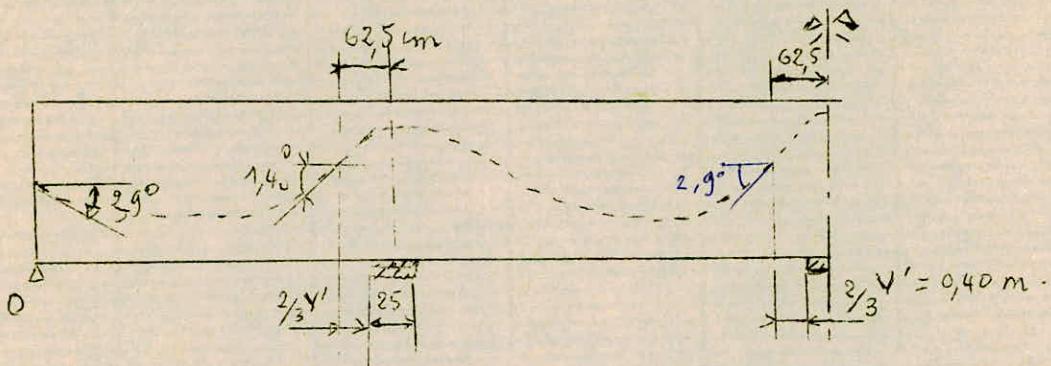
dimension de la plaque d'appui:

La plus grande réaction sera : $318,382 + 318,187 \approx 640 \text{ tf}$.

Si la force portante de la plaque de neoprene est 100 kg/cm^2 .

$$\text{Section nécessaire : } \frac{640 \times 10^3}{100} = 6400 \text{ cm}^2$$

Si la longueur est de 300 cm la largeur sera prise = 25 cm



Calcul de F_{Smid} , $T_r = T - F_{Smid}$

Section	droite ①	①		②	
		gauche	droite	gauche	droite
2.	2,9°	1,4	1,4°	2,9°	2,9°
Smid.	0,0505	0,024	0,024	0,0505	0,0505
F_{Smid}	- 120,745	- 61,180	- 61,180	108,051	108,051
T (tf)	213,069	318,187	318,382	317,779	317,779
T_r (tf)	92,324	255,003	257,202	209,728	209,728

(1) L'effort tranchant le plus défavorable est à l'appui

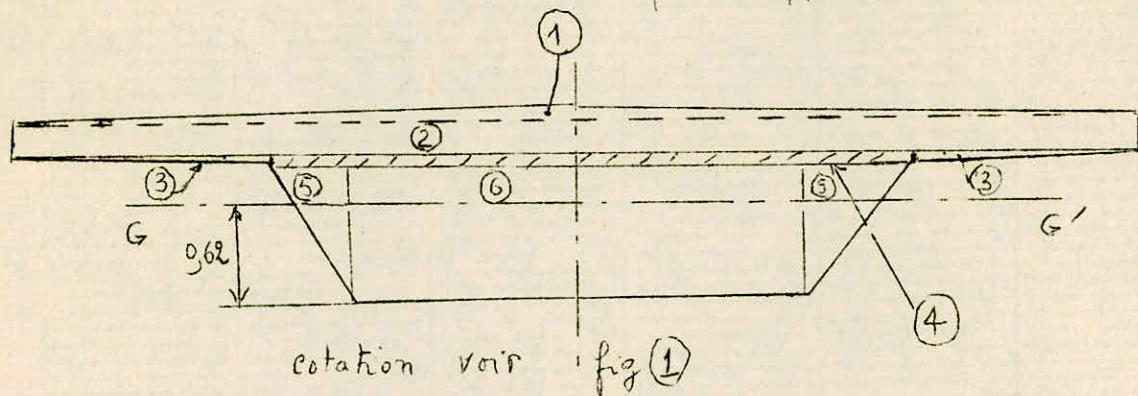
$T_b = \frac{T_r}{b_0 \gamma_f}$ à droite ($257,202$) donc on vérifie la contrainte dans cette section.

$$+ \text{ calcul de } g = \frac{I_G}{P_{GG'}}$$

43

I_G : moment d'inertie par rapport au c.d.g.

$P_{GG'}$: moment statique de la section située au dessus du c.d.g par rapport à ce dernier



designation	Section (m^2)	d (m)	$P_{GG'}$
①	$\frac{7,4 \times 0,074}{2} = 0,2738$	0,429	0,11746
②	$7,40 \times 0,20 = 1,4800$	0,304	0,44992
④	$4 \times 0,016 = 0,0640$	0,196	0,01254
③	$2 \left(\frac{1,70 \times 0,015}{2} \right) = 0,0272$	0,199	0,00541
⑤	$0,188 \times 0,40 \times 2 = 0,1504$	0,099	0,04488
⑥	$0,188 \times 3 = 0,564$	0,099	0,05583
cables	$20 \times 5 \times 1120^{10} = 0,112 m^4$	0,066	-0,0074
Total			0,64864

$$I_g = 0,4610 m^4$$

$$P_{GG'} = 0,6486 m^3 \Rightarrow g = \frac{0,4610}{0,6486} = 0,712 m$$

contrainte de cisaillement dans la section 1 (appui ①)
au niveau du c.d.g

$$b_0 = 3 - 0,0708 \times 10 = 2,292 m$$

$$Tr = 257,202 t_f$$

(44)

$$\tau_b = \frac{T_r}{b \cdot 3} \quad \tau_b = \frac{257,208}{2,292 \times 0,712} = \underline{\underline{156,5 \text{ t}/\text{m}^2}}$$

Vérification de la condition de Chalon et Betaille.

$$\tau \leq \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_b'} (\bar{\sigma}_b + \sigma'_b) (\bar{\sigma}_b - \sigma'_b)$$

$$\sigma'_b = \frac{F}{S} = 57,071 \text{ kgf/cm}^2 \quad \frac{\bar{\sigma}_b}{\sigma'_b} \approx \frac{1}{13} \quad \bar{\sigma}_b = 9,7 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\tau = \frac{1}{13} (9,7 + 57,07) (126 - 57,07) = \underline{\underline{353 > 15,6}} \text{ vérifié.}$$

Calcul des étriers due à l'effort tranchant

- appui O

$$tg 2\delta = \frac{2\tau}{\sigma'}, \quad \tau = \frac{92,334}{2,292 \times 0,712} = 56,5 \text{ t}/\text{m}^2$$

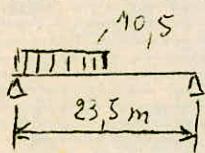
$$\sigma' = 558,57$$

$$tg 2\delta = \frac{113}{558,57} = 0,20 \quad \delta = 5,8^\circ \quad \cotg \delta = 9,845$$

$$\frac{A_f}{t} = \frac{T}{\cotg \delta \cdot 3 \cdot \sigma_{ac}} = \frac{92,334 \times 10^3}{9,845 \cdot 3800 \cdot 712} = \frac{1}{21,2}$$

- entrée :

on suppose que la poutre est isostatique et on surcharge une demi-travée avec la surcharge $A(t)$ et les trottoirs.



$$T \text{ en travée} = 40 \text{ t}.f.$$

$$\tau = \frac{40 \cdot 10^3}{2,292 \times 712} = 2,45 \text{ kg/cm}^2$$

$$tg 2\delta = \frac{2\tau}{\sigma'} = \frac{4,9}{51} = 0,094$$

$$\delta = 2,7^\circ \quad \cotg \delta = 21,2$$

$$\frac{A_f}{t} = \frac{40000}{21,2 \times 2800 \times 71,2} = \frac{1}{107}$$

- Armature minimum.

$$\frac{0,4 \gamma}{35,4 \gamma} = 0,4 \times \frac{0,712}{3 \times 2,292 + 0,712} \approx 0,04 \leq 0,1\%$$

on prend donc 4% pourcentage minimum = 0,1%

$$100 \frac{A'_r}{b_r t} \geq 0,1 \quad \text{ce qui nous donne :}$$

$$\frac{A'_r}{t} \geq \frac{0,1 \times 229,2}{100} = \frac{1}{4,35}$$

appui 1.

$$\operatorname{tg} 2\delta = 0,572 \quad \delta = 15,9^\circ \quad \operatorname{cotg} \delta = 3,75$$

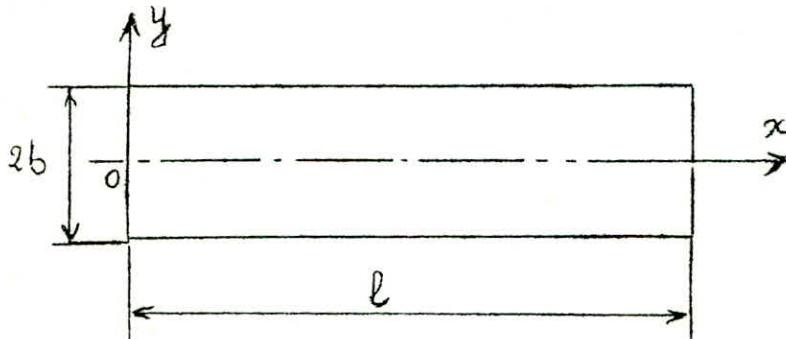
$$\frac{A'_r}{t} = \frac{1}{3}$$

Pour le calcul des armatures dues à l'effort tranchant elles sont combinées avec les armatures transversales de torsion (voir chapitre suivant)

FLEXION TRANSVERSALE

① Généralités ; Notations.

Méthode utilisée "guyon et Massonnet"



Soit une travée isostatique de portée l , de largeur $2b$

- o x sens longitudinal
- o y sens transversal

- on définit deux paramètres fondamentaux :
les rigidités flexionnelles par unité de longueur.

$$\beta_x = \frac{E I_y}{2b} \quad \text{dans le sens } ox.$$

$$\beta_y = \frac{E I_x}{l} \quad \text{dans le sens } oy$$

- de même on définit les rigidités de torsion

$$\begin{aligned} \tau_x &= \frac{C_y}{2b} & \tau_y &= \frac{C_x}{l} & C &= \frac{G}{3} \sum h b^3 \\ G &= \frac{E}{2(1+\nu)} & & & \nu & \text{ coefficient de poisson} \end{aligned}$$

dans le cas d'une dalle anisotrope, l'équation de la déformée est l'équation bien connue de Lagrange.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{D} \quad (1)$$

$$\text{Pour simplifier on pose } \nu = 0 \quad D = \frac{E e^3}{12} = E I = \beta$$

$$\beta_x = \beta_y = \beta \quad \tau_x + \tau_y = 2\beta.$$

L'équation (1) peut s'écrire sous la forme

$$\beta_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \sqrt{\beta_x \beta_y} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \beta_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x,y)$$

$p(x,y)$: intensité par unité de surface de la charge considérée

ou l'influence relative de la torsion est caractérisée par le paramètre de torsion α .

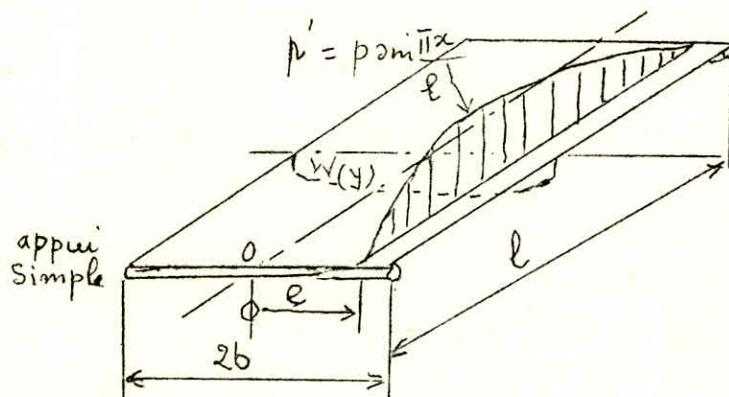
on peut montrer que le comportement du pont est complètement défini par le paramètre α et par le paramètre.

$$\theta = \frac{b^4}{e} \sqrt{\frac{p_x}{p_y}} \quad \text{que nous appelons paramètre d'entretorsion}$$

$$\alpha = \frac{\tau_x + \tau_y}{2\sqrt{p_x p_y}} \quad \text{paramètre de torsion}$$

coefficent de répartition transversale : $K(y)$

- Sous l'effet d'une charge linéaire répartie sur une parallèle à l'axe du pont d'excentricité e , suivant la loi sinusoidale $p' = p \sin \frac{\pi x}{l}$.



on définit $K(y)$ comme étant le rapport sans dimension du déplacement vertical d'un point du pont sous l'effet de la charge linéaire $p(x)$ au déplacement que prendrait ce pont si la charge p était uniformément répartie sur toute la largeur du pont.

$$K(y) = \frac{w(y)}{w_m} \quad \text{coefficent de répartition transversale}$$

Le coefficient K dépend :

- de la valeur de θ
- de la valeur du paramètre α
- de l'excentricité relative e/b de la charge linéaire $p(x)$
- de l'ordonnée relative y/b du point du pont considéré

On démontre que l'on a :

$$M(x, y) = \sum p K.$$

ainsi pour obtenir le moment dans une section excentrée il suffit de multiplier le moment moyen M_0x par le rapport

II

Cas du pont de la Soummam

Pour appliquer les résultats précédents (valables pour une travée indépendante) au tablier continu de la Soummam, nous considérons une "travée indépendante équivalente" de portée ℓ' , telle qu'uniformément chargée, elle subisse la même flèche que la travée centrale du pont réel.

$$\ell' = 0,8 \ell$$

d'autre part on considère que le tablier a une hauteur constante sur la longueur $2b = 4m$, muni de 2 portes à faux ayant chacun $1,70m$

a) caractéristiques géométriques et calcul des coefficients d et θ.

$$2b = 4m \quad * \text{travée de rive: } (1)$$

$$\frac{b}{b} = \frac{2}{2} = 1m$$

$$\ell' = 0,8 \ell \quad \ell' = 18,8 m$$

$$\gamma_y = \gamma_{xz} = \beta_x = \beta_y = \beta$$

$$\alpha = \frac{\gamma_y + \gamma_{xz}}{2\sqrt{p_x p_y}} = \frac{2\beta}{2\beta} = 1$$

$$\theta = \frac{b}{\ell'} \sqrt{\frac{p_x}{p_y}} = \frac{2}{18,80} \approx 0,10$$

* travée centrale (2).

$$b = 2m \quad \ell' = 0,8 \times 29 = 23,2m$$

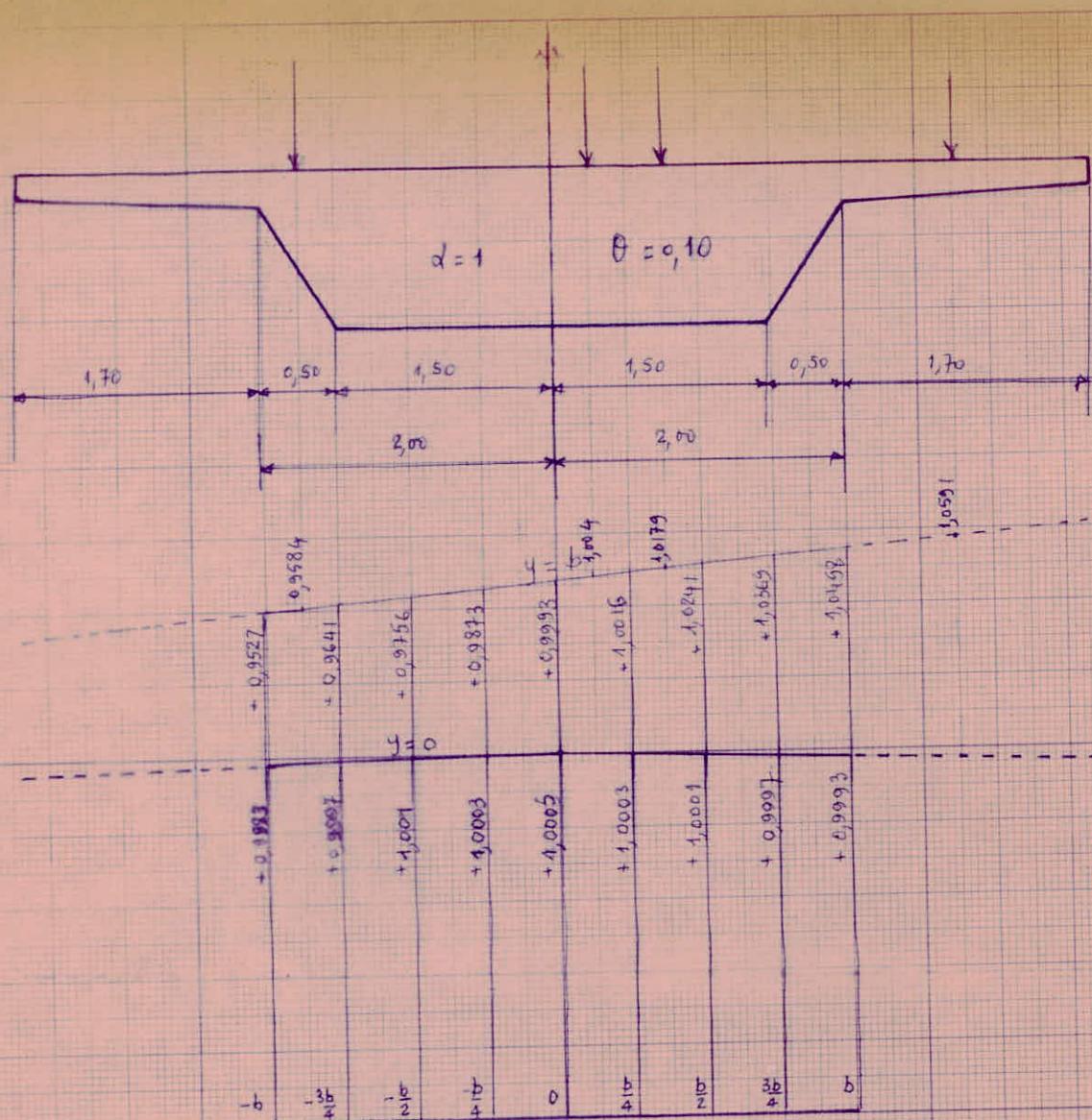
$$\alpha = 1 \quad \theta = \frac{b}{\ell'} = \frac{2}{23,2} \approx 0,086$$

Nota : les calculs des lignes d'influence seront faits que pour la travée de rive, la variation des valeurs des lignes d'influence étant très faible pour cause de la très petite différence qui existe entre θ

b) Ligne d'influence de K.

on trace donc la ligne d'influence de K en fonction de $\alpha = 1$ et $\theta = 0,1$

la section est partagée en 8 parties de $[-b - \frac{3b}{4} - \frac{b}{2} - \frac{b}{4} - \frac{b}{2} - \frac{b}{4} - \frac{b}{2} - b]$ en abscisse et la valeur des ordonnées est donnée par des tableaux (voir annexes de l'T.B.P.)
on trace (voir diagramme) la ligne d'influence de K pour $y = 0$ et $y = b$



E.I. de K: Coefficient de répartition

Les courbes de K "coefficient de répartition transversale" étant tracées, on calcule les moments fléchissants longitudinaux dans chaque section transversale.

$$M(x, y) = M_{0x} \frac{\sum P_k}{\sum P}$$

Ligne d'influence à $y = 0$

charges permanentes $\frac{\sum P_k}{\sum P} = 1$

Surcharge $A(l)$ $\frac{\sum P_k}{\sum P} = 1$

Surcharge B_c $\frac{\sum P_k}{\sum P} = \frac{1,0004 + 0,9987 + 1,0002 + 0,9985}{4} \approx 1$

donc pas de majoration des moments.

Ligne d'influence à $y = b$

charges permanentes et $A(l)$ la ligne d'influence étant positive donc pas de majoration pour ce système de surcharge.

Surcharge B_c on aura : $\frac{\sum P_k}{\sum P} = \frac{0,9584 + 1,0004 + 1,0179 + 1,0591}{4} = 1,022$.

Conclusion : nos calculs étant fait avec des surcharges $A(l)$ donc sur toute la largeur de la section les moments ne sont pas majorés.

c) Flexion transversale.

Nous ne prendrons en compte que le premier terme du développement en série de Fourier. On obtient ainsi des moments unitaires par unité courant de section transversale

charge permanente et uniformément répartie : μ

$$M_y = \frac{4}{\pi} \mu b p \sin \frac{\pi x}{l}$$

* charge concentrée ?

$$M_y = \frac{2}{\ell} \mu \sin \frac{\pi c}{\ell} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

μ : coefficient sans dimensions qui dépend de l'ordonnée x de la charge et de l'ordonnée y de la section droite

μ dépend en outre de la valeur de x et 0

μ est donné par des tables (Annales de l'I.T.B.T.P.)

c : position de la charge concentrée

l : longueur de la travée considérée

* les lignes d'influence de μ sont tracées sur des graphiques aux sections $y = 0$, $y = \frac{b}{4}$, $y = \frac{3b}{4}$, $y = b$ (voir pages suivantes)

1. Calcul des charges permanentes et surcharges à considérer

les deux charges permanentes à considérer sont :

$$\mu_1 \text{ (revêtement de la chaussée)} \quad \frac{180 \times 4}{6 \pi} = 0,0384 \text{ t/m}^2$$

$$\mu'_1 \text{ (revêtement de trottoir)} \quad \frac{0,386 \times 4}{2 \pi \times 0,70} = 0,35 \text{ t/m}^2$$

Surcharges des trottoirs.

$$\mu_2 = 0,450 \times \frac{4}{\pi} = 0,572 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{4}{\pi} \frac{\text{Surcharge } A(l)}{A(23,50)} = 1,950 \text{ t/m}^2$$

Surcharges B_c , on dispose d'une file de roue

$$\mu_3 = \frac{1}{23,5} \left[2 \times 3 \sin \frac{\pi}{23,5} \frac{3,50}{23,5} + 2 \times 6 \sin \frac{\pi}{23,5} \frac{8}{23,5} + 2 \times 6 \sin \frac{\pi}{23,5} \frac{4,5}{23,5} + 6 \sin \frac{\pi}{23,5} \frac{10}{23,5} + 12 \sin \frac{\pi}{23,5} \frac{18,5}{23,5} + 12 \sin \frac{\pi}{23,5} \frac{20}{23,5} \right] = 1,625 \text{ t/m}$$

Calcul des coefficients de majoration dynamique

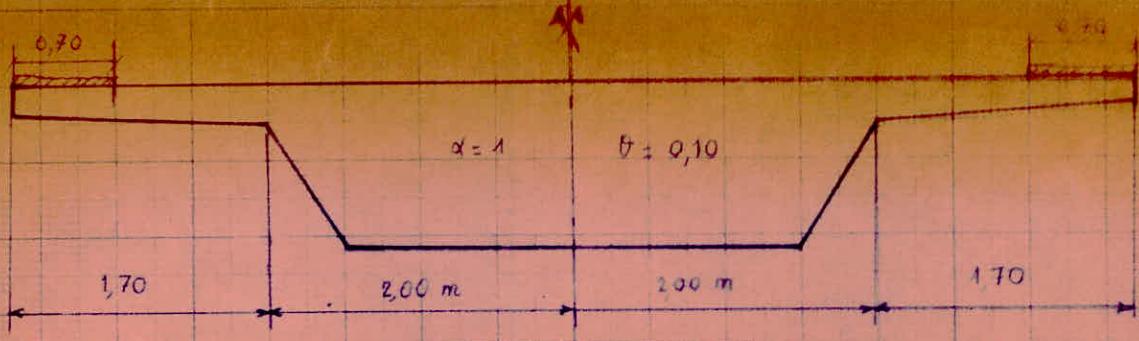
$$\delta_1 = 1 + \frac{0,4}{1+0,2 \times 23,5} + \frac{0,6}{1 \times 4 \times \frac{40}{120}} = 1,32$$

$$\mu_3 = \delta_1 B_c = 1,32 \times 1,625 = 2,280 \text{ t/m}$$

Les valeurs de μ sont données par les schémas. (L.I.)

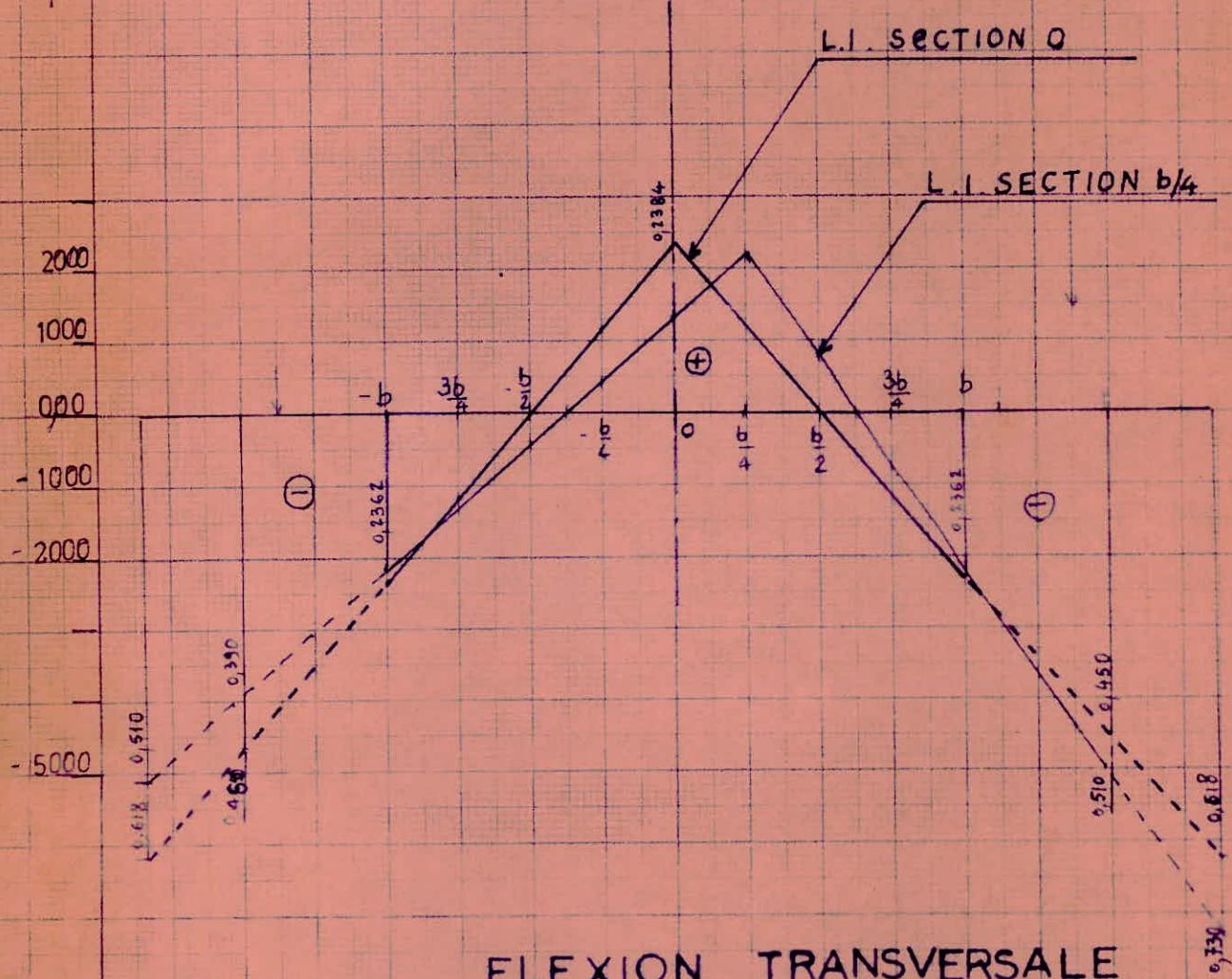
2) Tableau des moments. $M_y = b \sum p y$

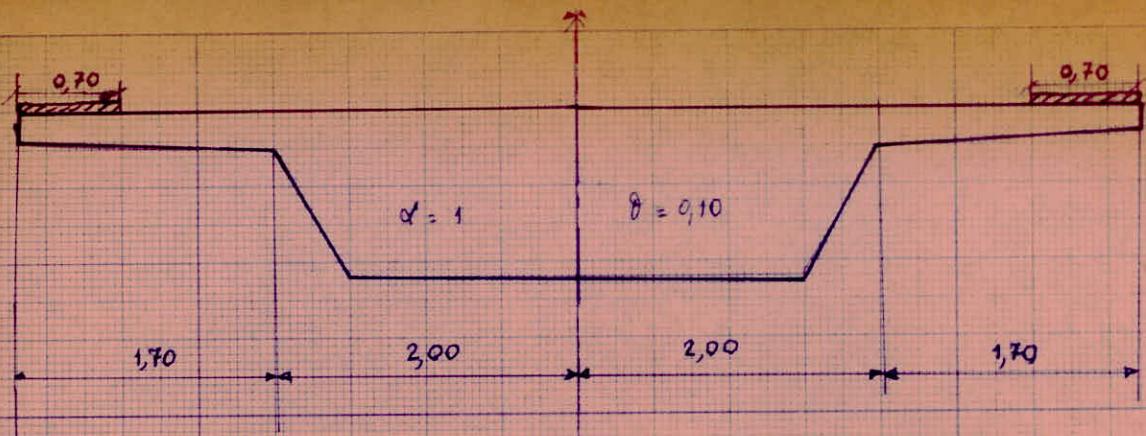
Section	0		$b/4$	
	Surface m^2	$M_y (m \cdot t)$	Surface	Moment
charge per. $\mu_1 = 0,0384$	-0,311	-0,024	-0,080	-0,006
$\mu'_1 = 0,35$	-1,081	-0,750	-0,785	-0,550
		<u>-0,774</u>		<u>-0,556</u>
Surcharge $\mu_2 = 0,450$	-1,080	-0,972	-0,786	-0,706
$A(l) = 1,950$	+0,238	0,930	0,058	+0,226
	-0,652	-2,530	-0,476	-1,850



$$M_y = \frac{\mu \cdot P \cdot b \cdot \sin \frac{\pi x}{l}}{l}$$

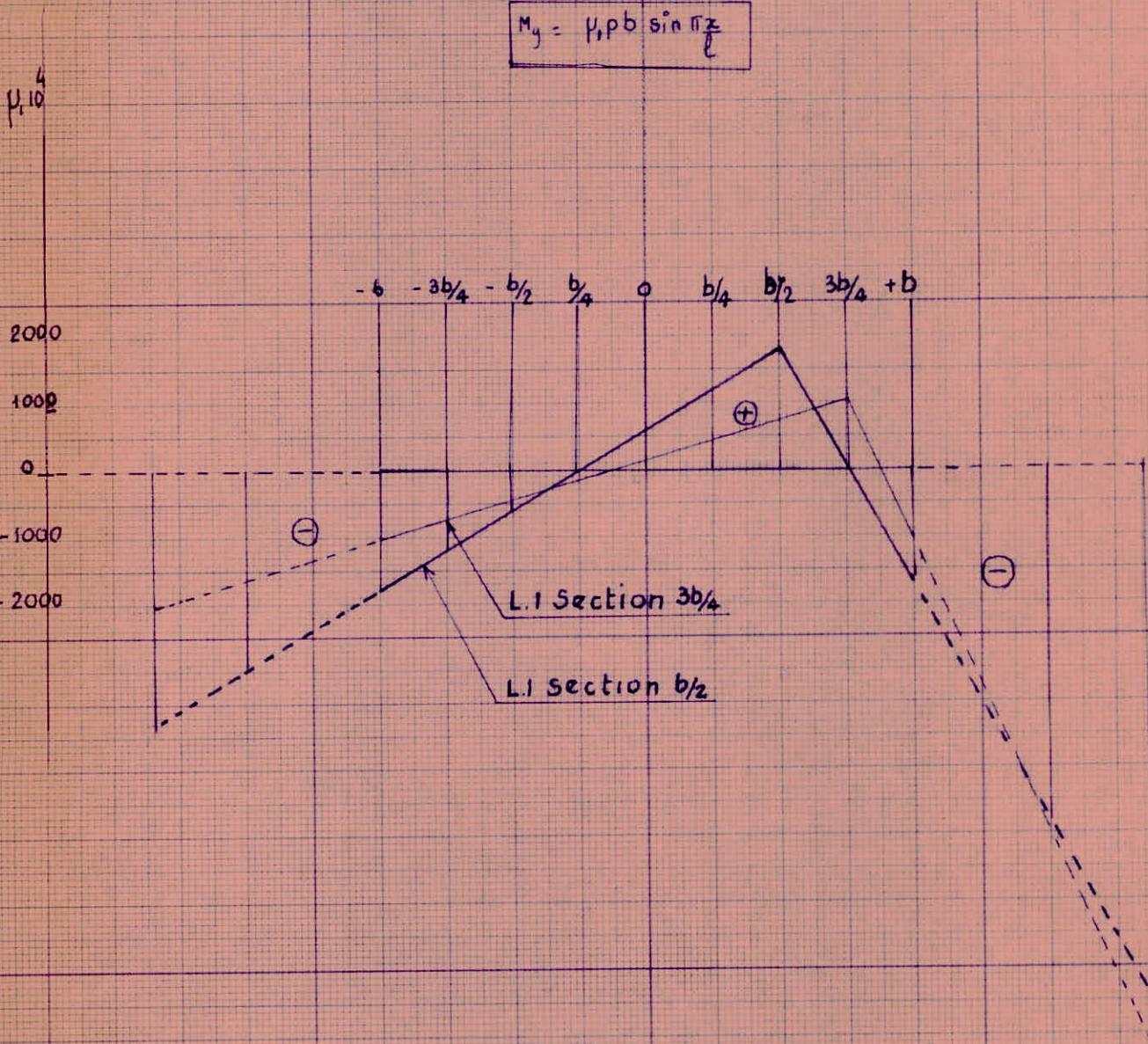
$\mu \cdot 10^4$





$$M_y = \mu_1 p b \sin \frac{\pi z}{l}$$

-6 -3b/4 -b/2 b/4 0 b/4 b/2 3b/4 +b



FLEXION TRANSVERSALE

Tableau des moments (suite)

Section	b/4			
	$\Sigma \gamma$	Moment	$\Sigma \gamma$	Moment
B_C $\mu_3 = 2,280$	-0,68	-3,10	-0,65	-2,98
Total $M_{y \text{ maxi}}$		+0,156 -4,846		-4,242

Pour déterminer les moments à $\frac{b}{2}$ et $\frac{3b}{4}$ on fait une comparaison entre les moments de "console" et les moments "guyon Massonet". Pour cela on prend une charge unité que l'on place au bord du trottoir et on calcule les moments à $\frac{b}{2}$, $\frac{b}{4}$, $\frac{3b}{4}$ en supposant que c'est une console, puis par les graphiques de guyon Massonet.

Tableau de comparaison.

Section	b/4	b/2	3b/4
$M_{\text{console}} (\text{mt})$	3,20	2,70	2,20
$M_{\text{guyon, (mt)}}$	1,46	1,56	1,72
$\beta = \frac{M_G}{M_C}$	0,450	0,575	0,780

Conclusion:

"Dès qu'on se rapproche du bord on voit que le moment calculé par guyon Massonet" extrapolé à l'encorbellement se rapproche du moment de console donc entre $-\frac{b}{2}$ et $\frac{b}{2}$ c'est à dire dans la section médiane les moments à prendre en compte est le moment obtenu par guyon Massonet extrapolé à l'encorbellement ce qui est "logique"!

Le moment maximum donc sur la largeur de 4m sera :

$$M_{y \text{ maxi}} = -4,846 \times 4 = \underline{\underline{-19,35 \text{ mtf}}}$$

$$M_{y \text{ mini}} = 0,156 \times 4 = \underline{\underline{0,624 \text{ mtf}}}$$

d) Moment de Torsion.

on trace les lignes d'influence de τ au droit des sections a et b, et on calcule les moments de torsion dus aux surcharges.

$$M_{xy} = -M_{yx} = \tau b p \cos \frac{\pi x}{l}$$

τ est un coefficient adimensionnel qui dépend de l'ordre n de la charge et de l'ordonnée y de la section droite
 τ est aussi fonction de x et θ .
 (voir graphique)

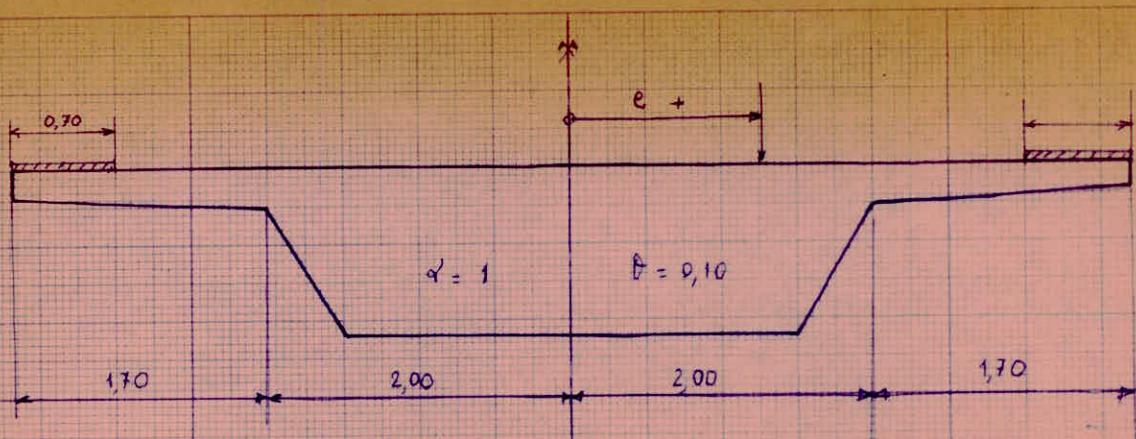
Tableau des moments de Torsion (unitaires M_{xy})

$A(l)$ plus de favorables.

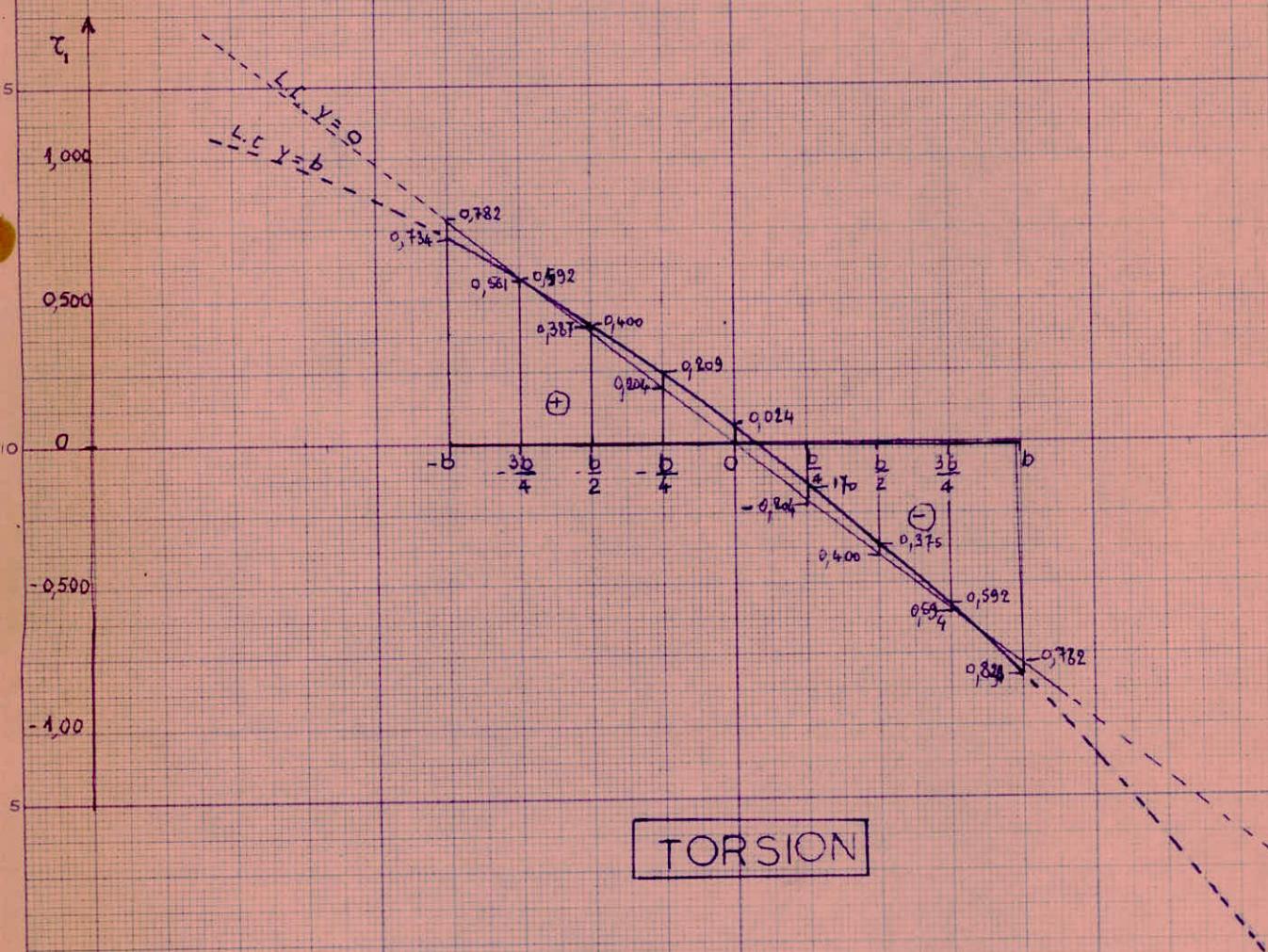
x	$y = 0$		$y = b$	
	Surface	$M_{xy} = -M_{yx}$	S	$M_{xy} = -M_{yx}$
0	1,71	6,68	1,89	7,40
$\frac{l}{4}$	1,71	4,72	1,89	5,22
$\frac{l}{2}$	1,71	0	1,89	0
l	1,71	6,68	1,89	7,40

le moment maximum est obtenu sur appuis et vaut donc

$$M_{xy} = -M_{yx} = \underline{7,40 \text{ Nt/m}}$$



$$M_{xy} = -M_{yx} = T, b \cdot p \cdot \cos \frac{\pi x}{l}$$



DETERMINATION DES ARMATURES

sollicitations du 1er genre, surcharges majorées de 20%.

③ Armatures transversales

Le moment maximum est obtenu en travée $y=0$ pour la flexion transversale.

le moment unitaire majoré sera donc.

$$-0,774 - 1,20(0,972 - 3,10) = -5,675 \text{ mt/ml.}$$

Moment maxi. sur toute la section.

$$-4 \times 5,675 = \underline{\underline{22,70 \text{ mt.}}}$$

* on prend des $\phi 20$

$$h = 102,6 - 3 = 99,6 \text{ cm.}$$

section d'armatures par mètre de longueur.

$$p' = \frac{15 \times 22,70 \times 10^5}{100 \times 99,6^2 \times 2800} = 0,0122$$

$$p' = 0,0122 \text{ Tableau Charron 1} \Rightarrow \omega' = 0,0854.$$

$A' = 8,5 \text{ cm}^2$ par ml. soit des $\phi 20$ $e = 35 \text{ cm}$, donc sur 3 $\phi 20$ disposés en console on fait filer 1 $\phi 20$

* armatures de torsion.

sur appui 0 et 1 et pour $y=b$

$$M_x = M_{xy} = -M_{yx} = 1,2 \times 7,4 = 8,9 \text{ mt/ml.}$$

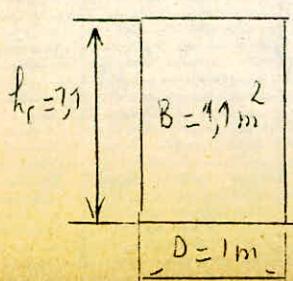
calcul des contraintes de cisaillement, de torsion.

$$C_{b,m} = \frac{k M_x}{B D} \text{ charron } \frac{h t}{b} = 1,1 \quad k = 4,69$$

Numeriquement on a:

$$C_{b,m} = \frac{4,69 \times 8,9}{1,1 \times 1} = 41,8 \text{ t/m}^2 = 4,18 \text{ kg/cm}^2$$

les règlements précisent qu'il faut vérifier.



$$C_{b,m} \leq \frac{6,00}{3} - \frac{4}{3} \frac{T}{a \times b}$$

$$4,18 \leq 30 - \frac{4}{3} \frac{257,2 \cdot 10^3}{11000 \times 4} = 22,2 \text{ kgf/cm}^2 \text{ vérifié!}$$

qui

a) armatures de torsion transversal
 $x = 0 \quad y = b \quad \text{et} \quad x = l \quad y = b$

$$\frac{A'_t}{t} = \frac{\tau_{b_m} \times D}{4 \cdot 6 \pi}$$

$$\frac{A'_t}{t} = \frac{1}{26,5}$$

$$x = \frac{l}{4} \quad y = b$$

$$M_x = 1,2 \times 5,22 = 6,28$$

$$\tau_{b_m} = \frac{4,69 \times 6,28}{1,1} = 26,8 \text{ t/m}^2 = 2,68 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\frac{A'_t}{t} \leq \frac{\tau \times D}{4 \cdot 6 \pi} \quad \text{numériquement}$$

$$\frac{A'_t}{t} \leq \frac{1}{37,6}$$

Combinaison de l'effort tranchant et de la Torsion pour le calcul des armatures transversales
 + calcul des écarts-mensures.

on dispose de 5 cadres en U H A 12 $A'_t = 11,31 \text{ cm}^2$

Minimum admissible d'écartement \bar{t}

$$\bar{t} \leq 4,35 \times 11,31 = 50 \text{ cm}$$

Sur appui 0.
R¹ effort tranchant $\frac{A'_t}{t} = \frac{1}{21,6}$, effort de torsion.

$$\frac{A'_t}{t} = \frac{1}{26,5}$$

$$\frac{A'_t}{t} = \frac{1}{21,6} + \frac{1}{26,5}$$

$$t = 11,31 \times 11,8 > \bar{t} \quad \text{on prend } t = 50 \text{ cm.}$$

en traverse : il va de soi qu'on prend $t = 50 \text{ cm}$
 aussi sur $t > \bar{t}$.

Sur Appui 1:

effort tranchant $\frac{A'_t}{t} = \frac{1}{3}$ $\frac{A'_t}{t} = \frac{1}{26,5}$

$$t = \frac{99,5 \times 11,31}{29,5} = 38 \text{ cm} \quad \text{on prend } t = 38 \text{ cm.}$$

(II) Armatures de torsion longitudinale.

$$A' = \frac{\gamma b m \times D \times P}{65a}$$

P étant le périmètre de la section considérée = 440 cm.

$$A' = \frac{4,18 \times 100 \times 440}{6 \times 2800} = 11 \text{ cm}^2/\text{m}$$

soit pour la section ayant 4 m de large on doit disposer.

$4 \times 11 = 44 \text{ cm}^2$, soit par raison de symétrie on disposera
de 24 Ø 16 (légèrement surabondant).

sur appui 24 HA 16.

en travée 24 HA 12.

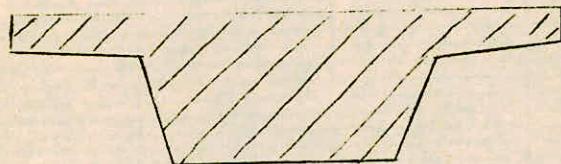
Etude sommaire du mètre

Quantités des matériaux mis en place : (par mètre linéaire du tablier)

* Béton :

$$4,6800 + (0,1036 + 0,0432) 2 = 4,98 \underset{m^3/ml}{\approx} 5 m^3/ml.$$

* Coffrage :



$$(1,70 \times 2 + 0,95 \times 2 + 3 + 0,20 \times 2) 1m = \underline{\underline{8,60 m^2 / ml.}}$$

Majoration de 20% pour tenir compte des pertes :

$$1,20 \times 8,60 \underset{m^2/ml}{\approx} 10,5 m^2/ml. \quad \text{Non } L \approx 10,5 + 5 = 110m$$

* Aciers pour câbles :

~~Longueur total $\frac{144}{144} + 2 = 146 m$~~

1 pds par ml du tablier.

$$\frac{8,7 \times 146 \times 20}{105} = \underline{\underline{242 kg/ml.}}$$

* Aciers secondaires H.A :

$$24 HA 16 \quad 1,578 \times 24 = 38 \text{ kg/ml.}$$

$$HA 20 \quad 2,466 \times 65 = 163 \text{ kg/ml.}$$

$$HA 10 \quad 0,617 \times 30 = 18,51 \text{ "}$$

$$HA 10 (\text{support}) \quad 0,617 \times 12 = 7,45$$

$$HA 12 (\text{coudes}) \quad 0,888 \times 3,85 \times 24,42 = \underline{\underline{84}} \\ \text{total.} \quad \underline{\underline{310,96 \text{ kg/ml.}}}$$

Majoration de 10% pour pertes :

$$310,96 \times 1,10 \underset{kg/ml.}{\approx} \underline{\underline{340 \text{ kg/ml.}}}$$

- * Ancrage :
 $\frac{L \times 20}{2} = 40$ ancrages.
- * Plaque d'about (préfabriquée) : L
- * Aciers ordinaires (profilé)
 grande couv. 100 Kg/ml.

Tableau des quantités par m² utile du tablier.

Designation	quantité par ml.	q. par m ² utile du tablier
Béton	5 m ³	0,075 m ³
Coffrage	10,5 m ²	1,420 m ²
Aciers pour câbles	242 Kg	38,75 Kg.
Aciers H.A	340 Kg	46 Kg
Aciers ordinaires.	100 Kg	(100) 13,50 Kg

Poids des aciers en Kg par m³ de béton.

* aciers pour câbles :
 $\frac{242}{5} = 48,5$ Kg par m³ de béton.

* aciers H.A.
 $\frac{340}{5} = 68$ Kg par m³ de béton.

Calcul à ± 30% du prix de revient.

Les prix sont fixés d'après les moyennes statistiques établies à partir des marchés passés en 1967, par le service central d'études des Travaux Publics en Algérie.

Ces moyennes étant provisoires certains prix ne sont pas ou sont mal définis.

Donc on portera dans ce tableau les prix unitaires les quantités et le prix de revient par mètre linéaire du tablier. (voir page suivante)

Prix de revient par mètre linéaire du tablier

Designation	Quantité	Prix unitaire	Prix/ml.
Beton. Precontr	431,50 DA/ $\frac{m^3}{3}$	5 m^3	2157,50
coffrage	38,60 DA/ $\frac{m^2}{2}$	10,5 m^2	405,30
Auressables	11,00 DA/ $\frac{kg}{kg}$	242	2662,00
Auress H. A	2,30 DA/ $\frac{kg}{kg}$	340	782,00
profile (gurdon)	2,80 DA/ $\frac{m}{m}$	100	280,00
Ancreage	150 DA/ $\frac{unit}{unit}$	40	57,20
Total.			6344,00

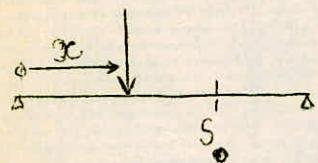
Prix de revient approximatif

$$105 \times 6344 = \underline{\underline{666.120 DA}}$$

Annexe : Lignes d'influence

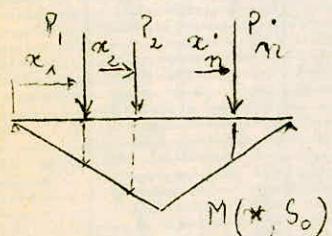
(I) Généralités et notations

$M(x, S_0)$: moment en S_0 du à la charge en x , fonction de x .



x : variable, S_0 fixe la fonction
 $\ell_i = f(x, S_0)$ est la ligne d'influence de l'effet considéré.

Moment du à plusieurs charges éncentrées P_i



$$M = M(x, S_0)P_1 + M(x_2, S_0)P_2 + \dots + M(x_n, S_0)P_n$$

$$M = \sum_{i=1}^{i=n} M(x_i, S_0)P_i$$

Moment du à une charge répartie $p_0 = \text{constante}$.

sur une longueur dx , on a une force $p(x) dx$ que l'on peut assimiler à une charge concentrée à l'abscisse x .
 Son effet est $p(x) dx$, l'ordonnée de la ligne d'influence de l'effet considéré à l'abscisse x .

Si on a une charge répartie de x_1 à x_2 par superposition on peut écrire :

$$\ell \text{ de } p(x) \text{ de } x_1 \text{ à } x_2 = \int_{x_1}^{x_2} p(x) \ell(x, S_0) dx$$

$p = \text{constante}$ l'intégrale est égale à la surface comprise entre les abscisses x_1 , x_2 , l'axe ox et la ligne d'influence multiplié par le valeur de la charge par unité de longueur.

(II) Lignes d'influence pour travee continues.

a) la charge se trouve dans la travée i

$$M(x, s) = p(x, s) + M_{i-1}(1 - \frac{s}{L_i}) + M_i(x) \frac{s}{L_i}$$

$p(x, s) = 0$ si la charge se trouve dans une autre travée autre que i

$M_{i-1}(x)$, $M_i(x)$ sont les lignes d'influence sur les appuis

$\ell_i(x, S)$: ligne d'influence du moment dans une section d'abscisse s de la travée i , reposant sur 2 appuis simples.

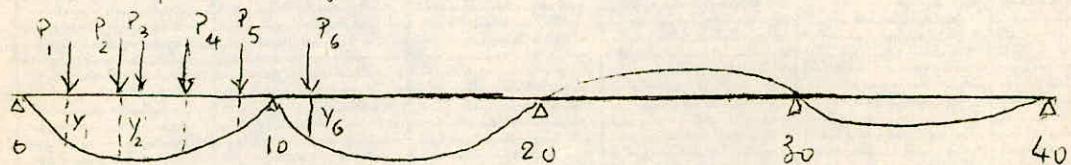
cas des lignes d'influence, (voir graphique).

- on a déterminé tous les 5ème de la portée la ligne d'influence, par raison de symétrie on obtient 10 courbes pour notre pont.
les sections sont numérotées de 0 à 20.

calcul de moments dus à B_c

on place les roues dans les abscisses donnant les moments les plus défavorable, on multiplie les ordonnées par le poids des roues y correspondantes, on fait la somme et on multiplie ensuite par la longueur de la travée où les roues se sont posées.

exemple: Ligne d'influence en 10



$$M = (P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \dots + P_5 y_5) l_1 + P_6 y_6 l_2$$

Tableau des moments dus à B_c

$\frac{y}{l}$	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	0,4	0,6	0,8	1
M_M	245	382	230	142	86	193	330	390	180	52.
M_m	-57	-122	-176	-230	-380	-139	-140	-170	-185	-338

coefficient de majoration dynamique

$$\text{t. } S = \frac{1 + 0,4}{1 + 0,2L} + \frac{0,6}{1 + 4 \frac{P}{S}}$$

L: longueur de la travée

S: surcharge totale

P: Poids total de l'ouvrage dans la travée : L

travée ① $S_1 = \frac{1 + 0,4}{1 + 0,2 \cdot 23,5} + \frac{0,6}{1 + 4 \cdot \frac{40}{120}} = 1,32$.

travée ② $S_2 = 1,28$

Tableau des moments dûs à la surcharge $A(l)$ (calculé précédemment) et la surcharge B_c majeure.

$\frac{x}{l}$	0,2	0,4	0,5	0,8	1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	
M_M	$A(l)$	345	487	425	249	163	184	472	474	152	114
	δB_c	324	425	344	188	114	247	425	500	230	67
M_m	$A(l)$	-78	-155	-233	-310	-451	-159	-153	-169	-278	-435
	δB_c	-76	-161	-233	-310	-482	-178	-180	-218	-238	-435

Calcul des moments les plus défavorables dans les sections déterminantes.

Secteur	$0,4l_1$	l_1	$0,5l_2$	l_2
Moment défavor.	487	-451	590	-456

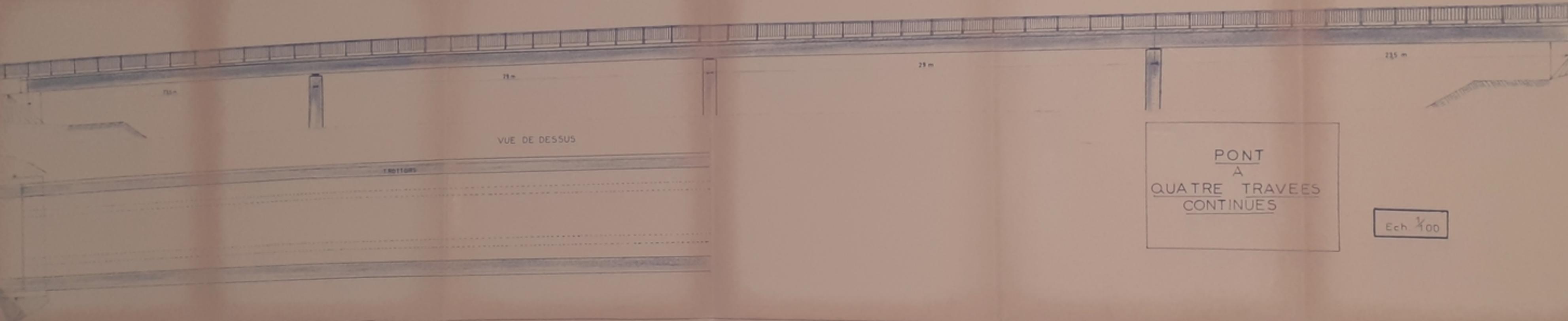
On remarque : que les moments défavorables sont dûs au système de surcharge $A(l)$ la vérification des contraintes a été faite précédemment.

Conclusion :

malgré que l'on n'a pas tenu compte de la surcharge B_c , en flexion longitudinale, la section déterminée résiste mais si on avait tenu compte dès le départ de la surcharge B_c la ligne de précontrainte varie légèrement dans certaine section.

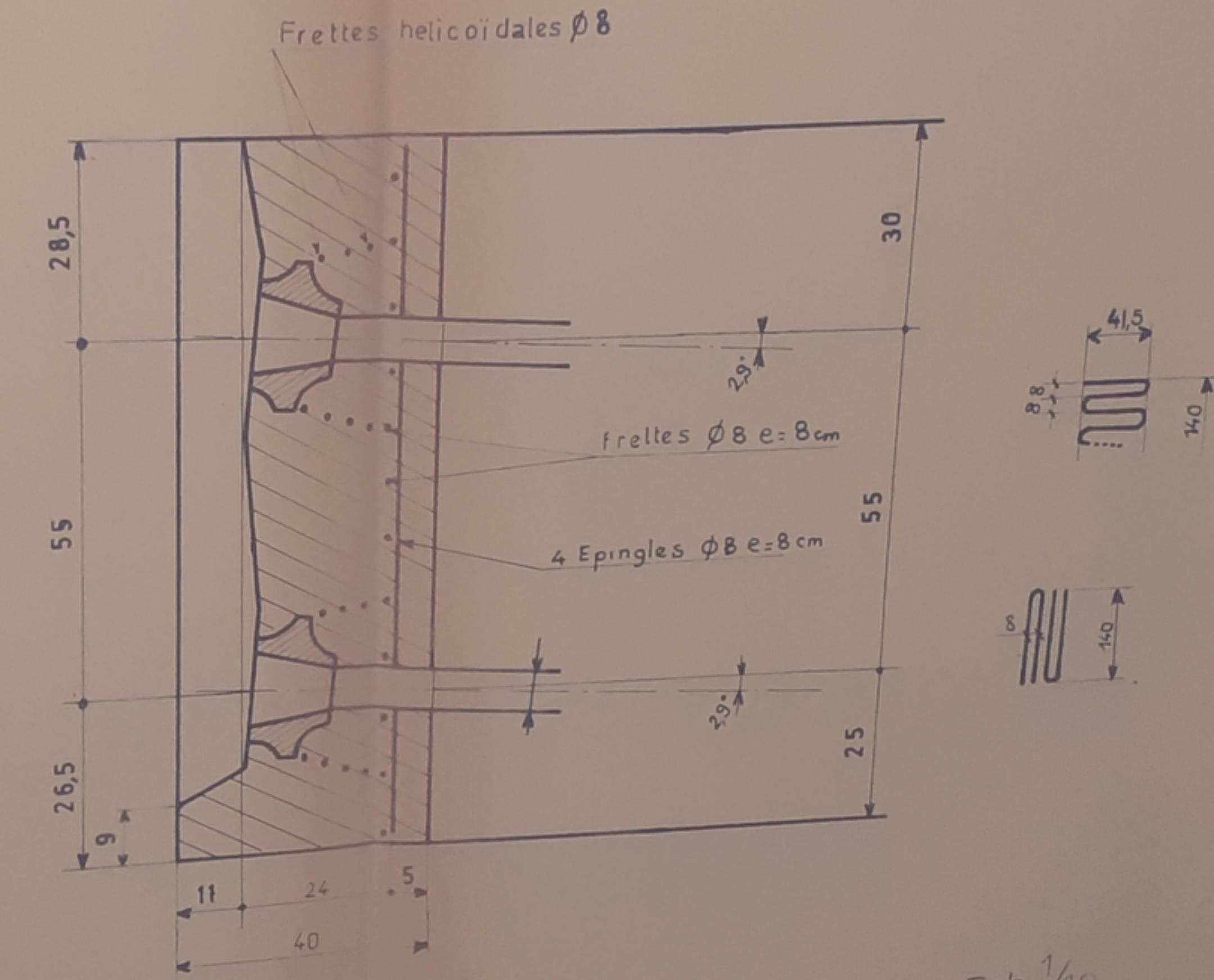
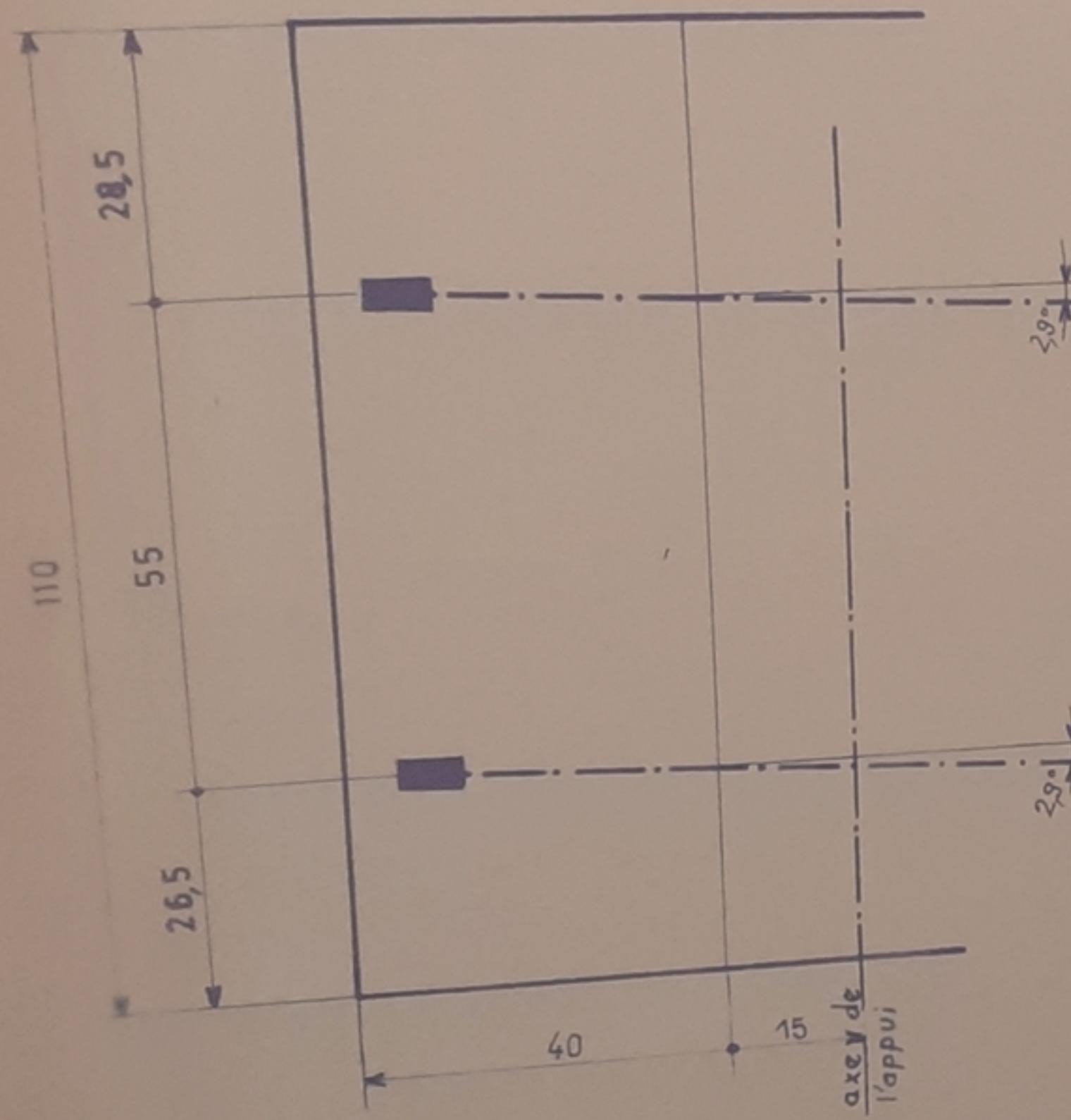
PB00163
APM2(P62) (1)

ELEVATION



PB 00169
A PNERPA (2)

PLAQUE D'ABOUT (PREFABRIQUEE)



Ech: 1/10

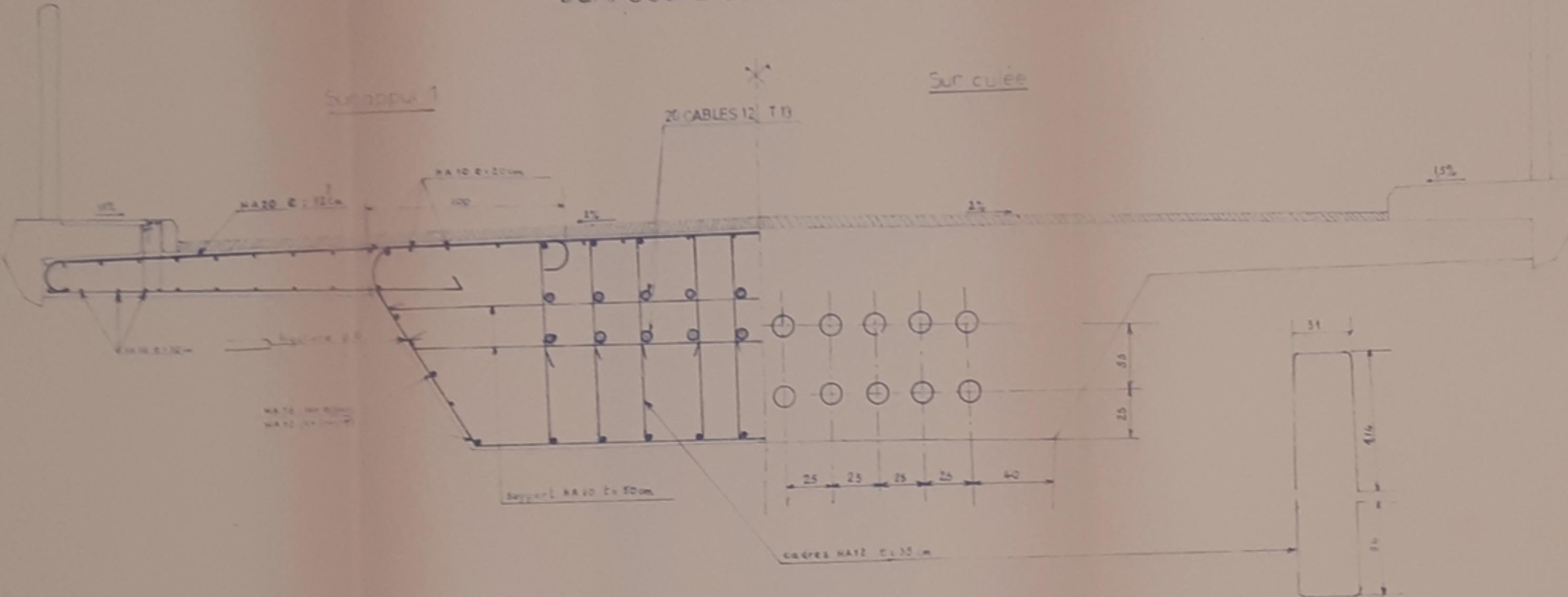
COUPE TRANSVERSALE

-FERRAILLAGE-

PB 00109

FPIR P 61 (4)

DEMI-COUPE DU FERRAILLAGE A L'APPUI 1



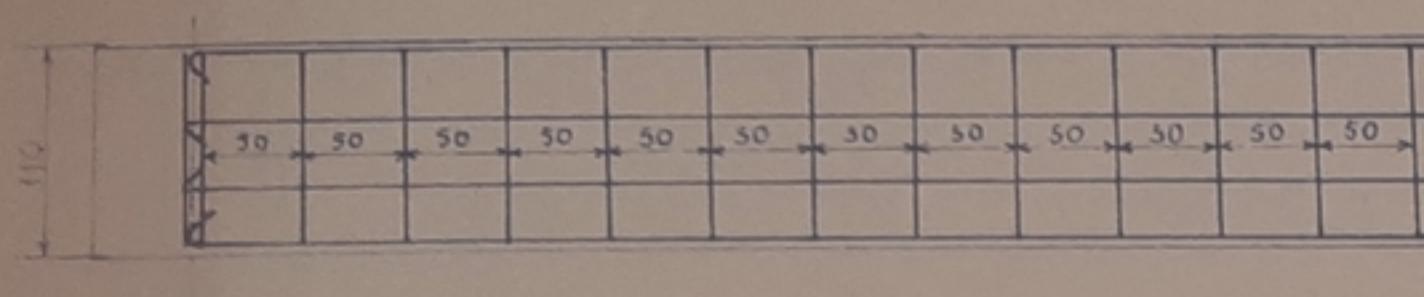
Ech 1/20

P800169

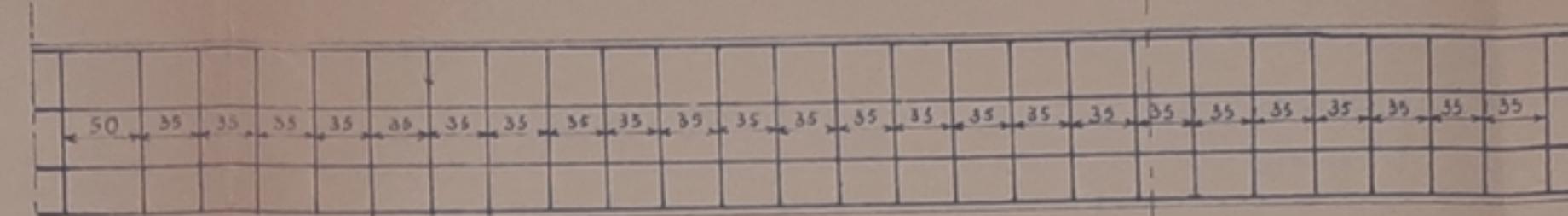
Présp61 (5)

FERRAILLA GE

TORSION & EFFORT TRANCHANT



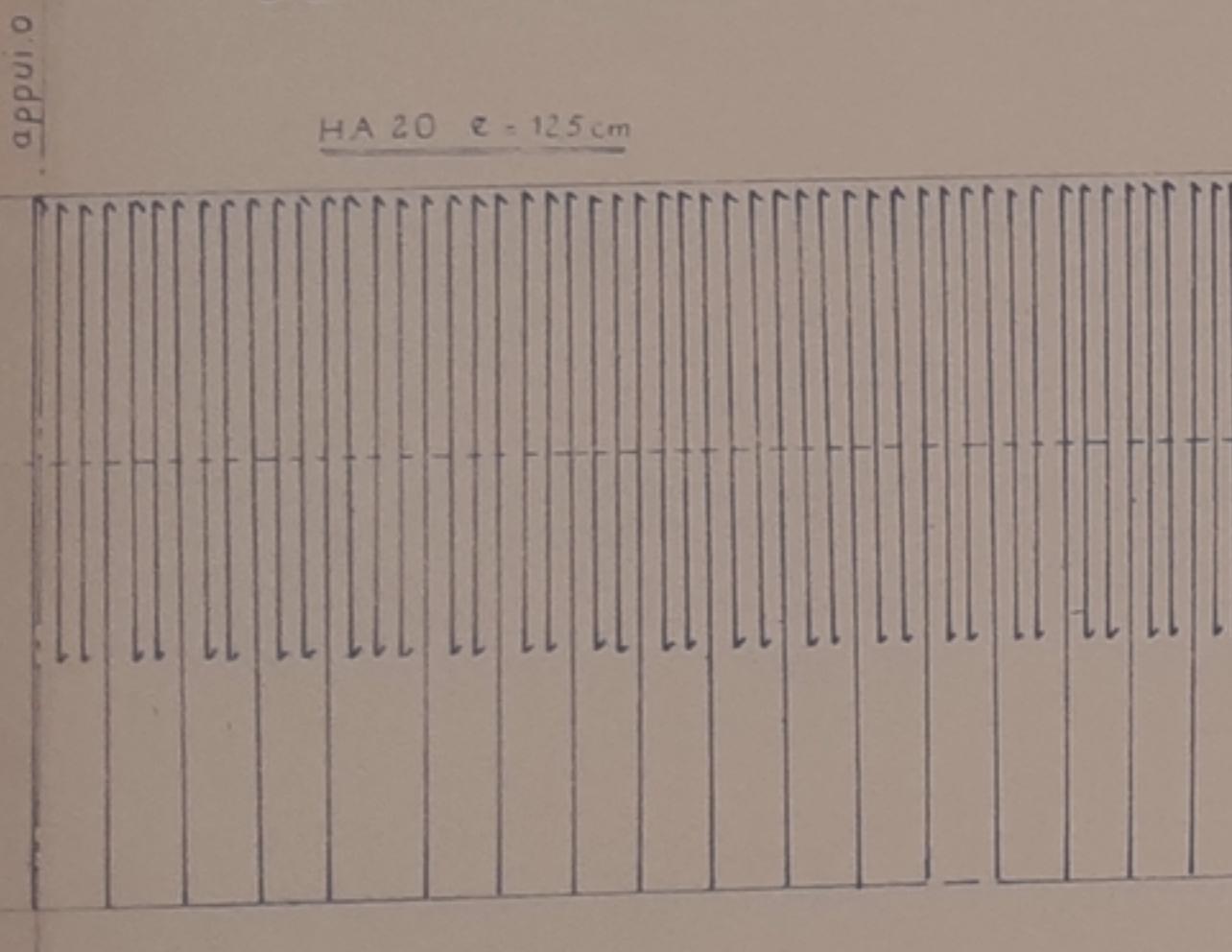
36 CADRES HA 12 $\epsilon = 50 \text{ cm}$



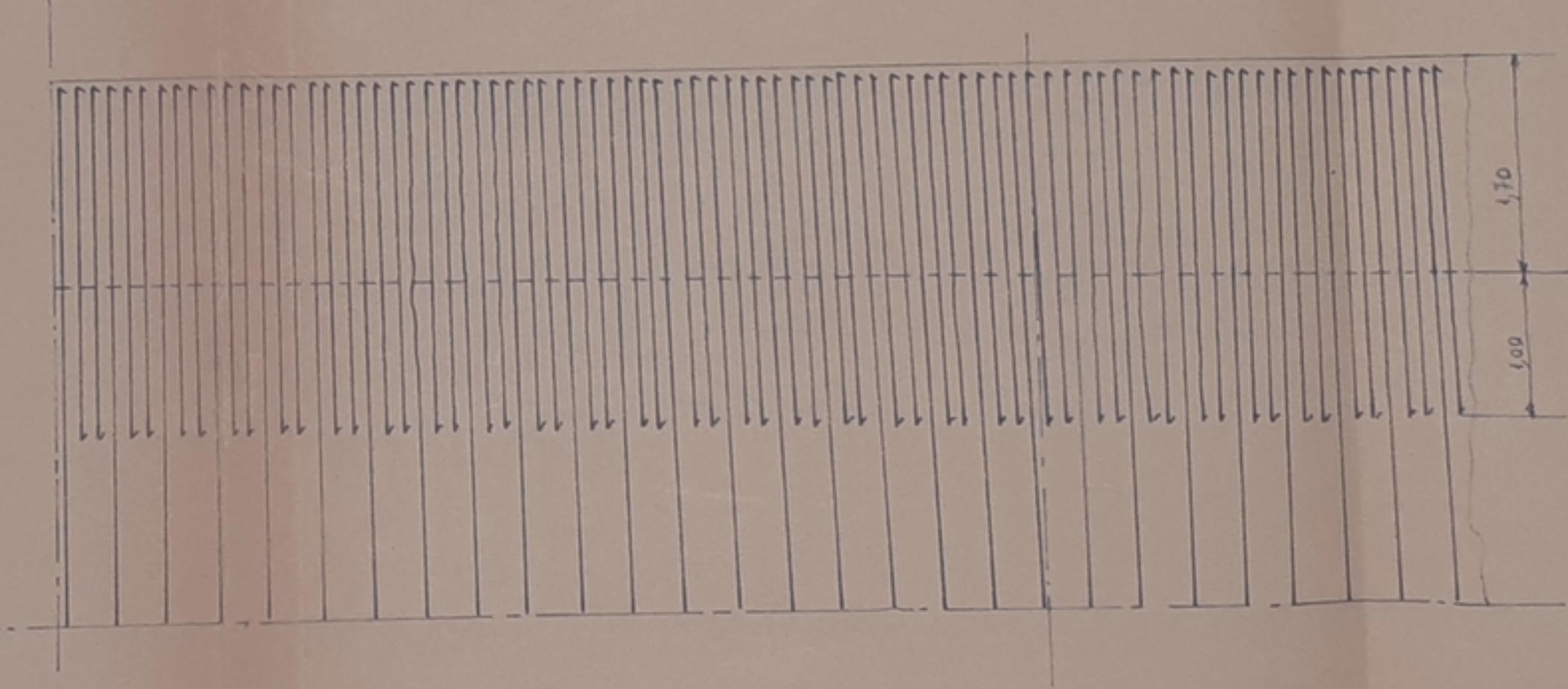
18 CADRES HA 12 $\epsilon = 35 \text{ cm}$

COUPE LONGITUDINALE (du côté de l'encorbellement)

DEMI-VUE PARTIELLE DES ARMATURES DE FLEXION TRANSVERSALE



HA 20 $\epsilon = 12.5 \text{ cm}$



vue de dessus

Ech: 1/50

1/69

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

THESE DE FIN D'ETUDES

ANNEXES

LIGNES D'INFLUENCE



M. KAHLAL

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية

السكنية

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHÈQUE

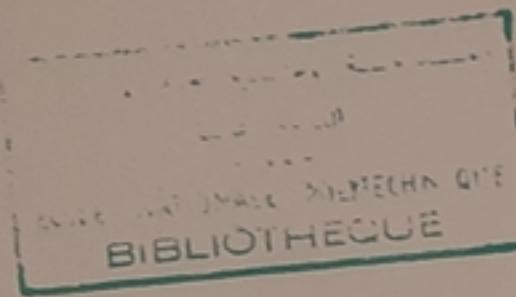


PONT A QUATRE
TRAVEES CONTINUES
en
Béton Précontraint

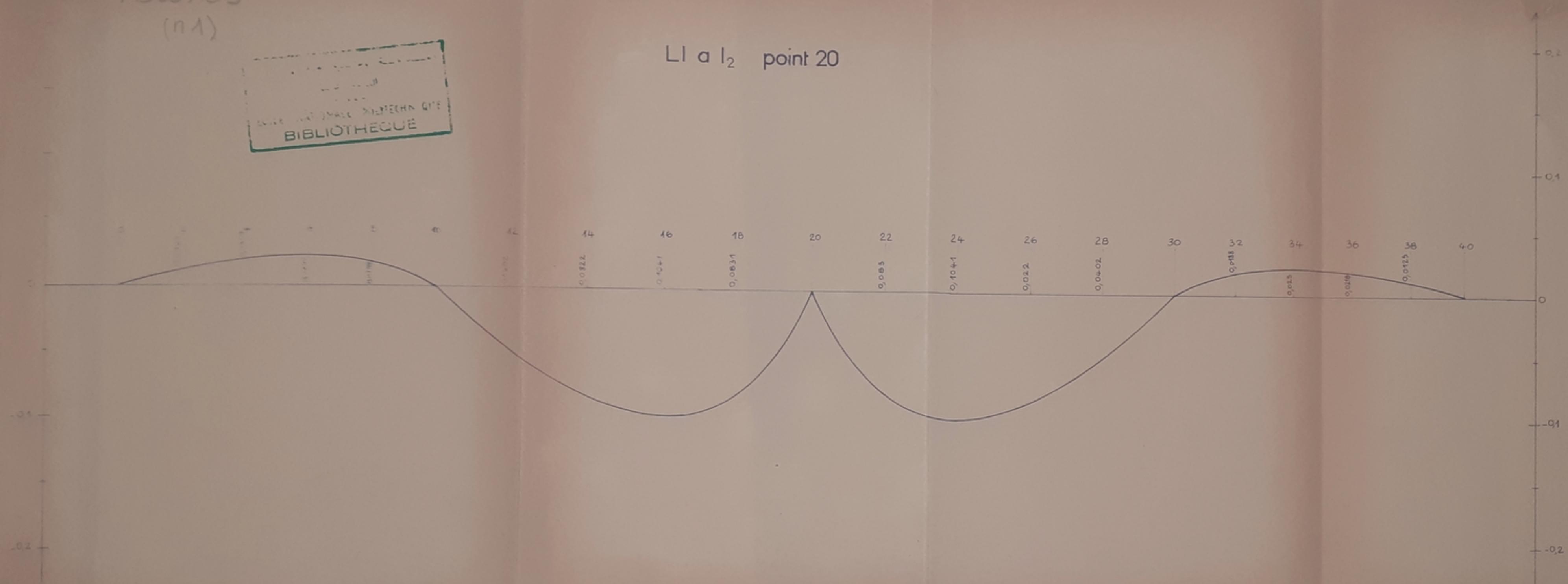
PROMO 69

Proposée par M^e DELAGE.C
Etudiée par KAHLAL.M

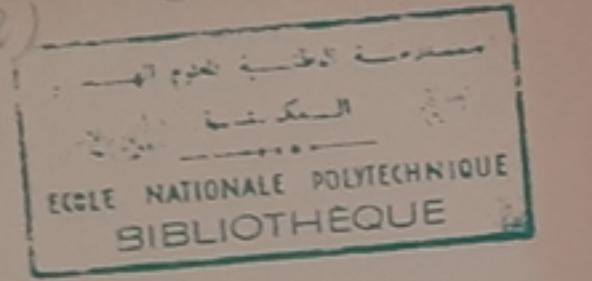
PBoo 169
(n1)



L1 a l₂ point 20



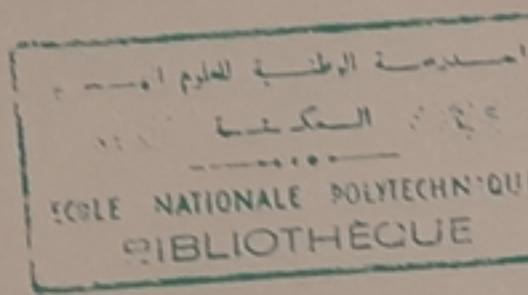
PB 00169
(n2) 



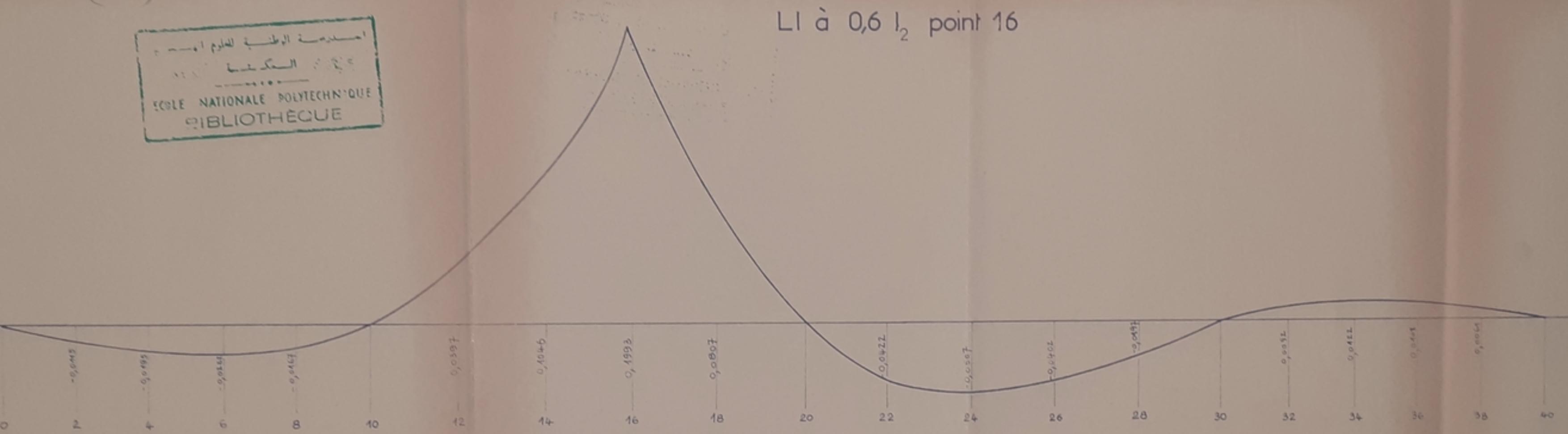
à 08 I₂ point 18

PB 00169

(n 3)

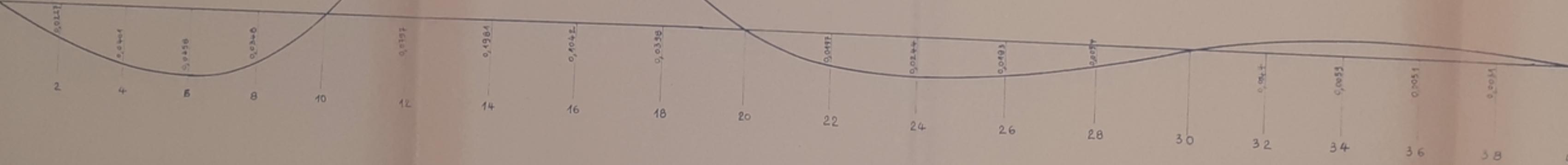
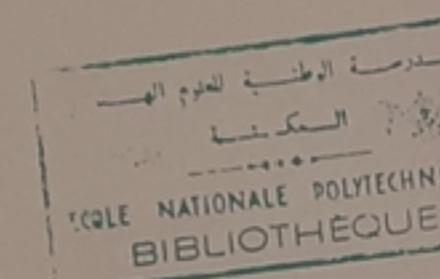


LI à 0,6 I₂ point 16

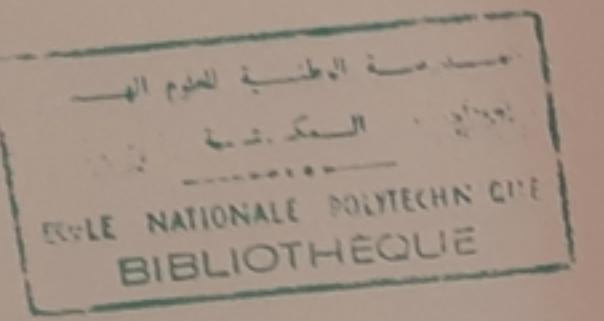


PBoo169
(n 4)

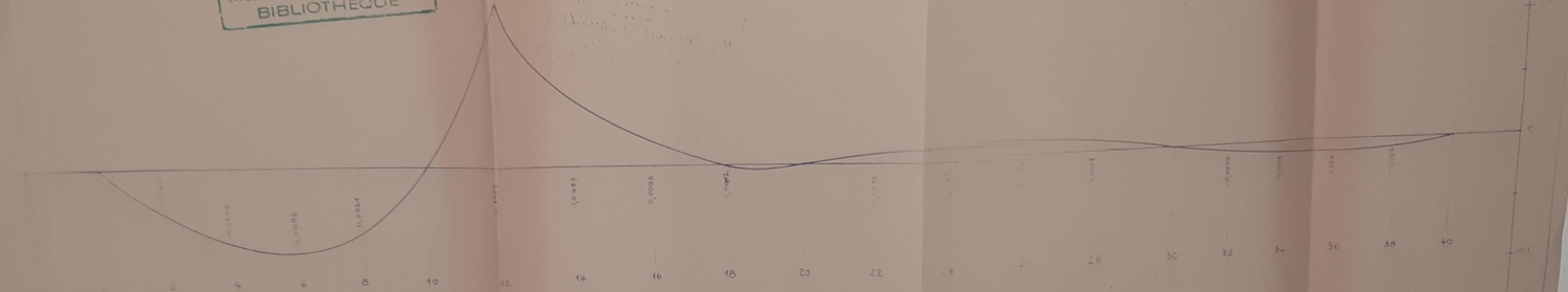
LI à 0,4 l₂ point 14



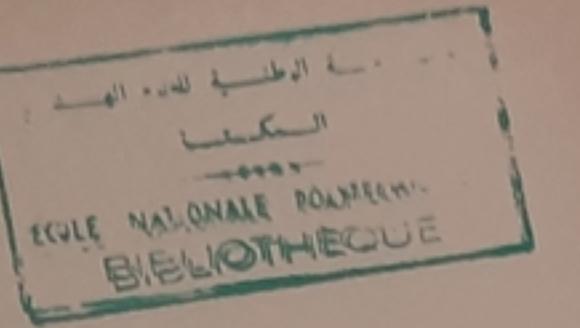
PB 00169
(n5)



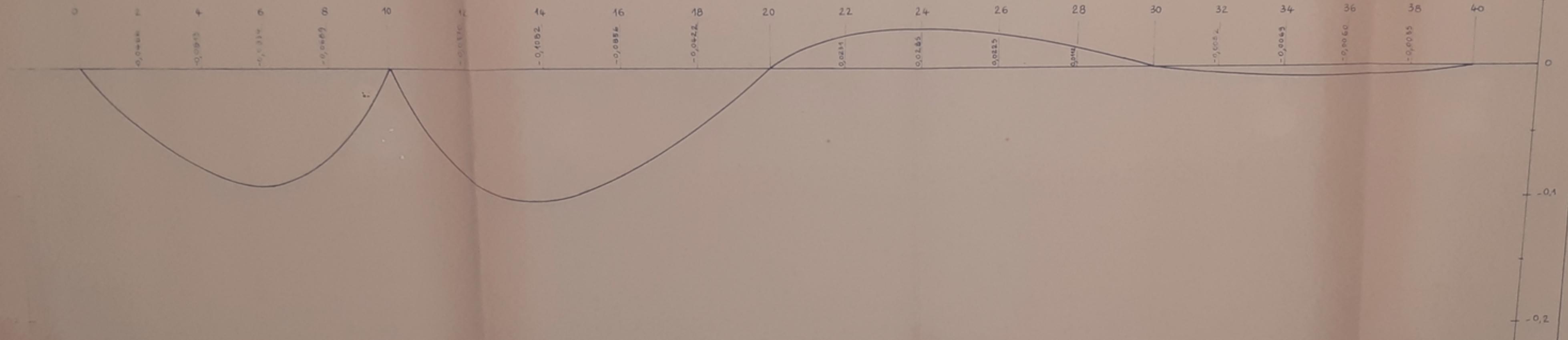
Li à 02 I₂ point 12



PB 00169
(n°6)



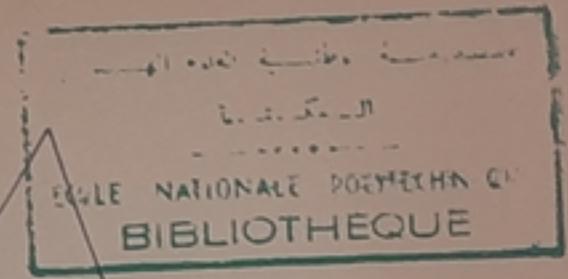
Li à l₁ point 10



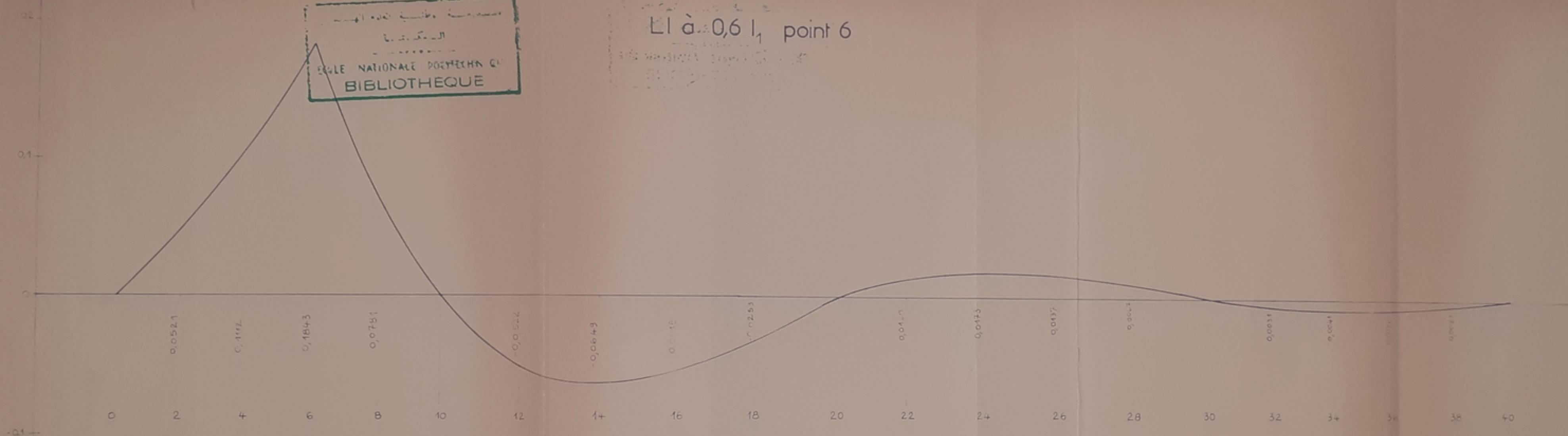


-1 à 0,8 l₁ point 8

PB 00169
(n8)



EL à 0,6 l₁ point 6





Là 0,2 h point 2

