9/86

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : D'ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

SUJET

Moteur Asynchrone à Rotor Massif Lisse en Régime Transitoire

Proposé par :
M.E. ZAIM

Etudié par :
OULD-TAHAR A
MAHINDAD S

Dirigé par :
M.E. ZAIM

PROMOTION : Janvier 1986

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi - EL-HARRACH - ALGER

A

la mémoire de ma grand-mère et amie
de par qui les yeux j'ai vu les
premières lueurs du printemps, elle
qui était à l'orée de son hiver .

Ahcène .

-oO(REMERCIEMENTS°)Oo-

Nous tenons à remercier vivement notre promoteur Monsieur M.E. ZAIM pour son dévouement et son aide précieuse qu'il nous a apporté.

Nous adressons également nos plus vifs remerciements àtous les professeurs qui ont contribué à notre for_ mation.

Que les membres du Jury qui ont accepté de juger ce modeste travail veuillent bien trouver,ici ,nos respectueux remerciements.

Que toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce projet de fin d'études trouve ici ,notre reconnaissance et nos sincères remerciements.

SOMMAIRE

Introduction.

Le choix d'un moteur électrique met en jeu de nombreuses conditions qui sont parfois difficiles à sattisfaire. face aux problèmes qui se posent à l'utilisateur, il est nécéssaire de pouvoir faire,parmi ces moteurs, un choix qui répondrait de façon optimale aux éxigences posées par ceux-ci.

Actuellement l'electronique de puissance apporte des possibilitées nouvelles d'alimentation et de régulation qui trouvent leurs applications sur tout les types de moteurs et particuliérement sur les moteurs asynchrones à rotor massif .

Les moteurs asynchrones à rotor massif trouvent leurs applications comme servomoteurs dans les systèmes de commande automatique. L'emploi du rotor massif présentant une grande sécurité mécanique,permet de construire des moteurs asynchrones pour des vitesses de rotations très élevées .Bien que leur construction présente de bonnes qualités technologiques , leurs propriétés énergetiques en marche de régime sont assez médiocres.

L'étude du rotor est assez complexes , les courants ne sont pas induits dans les conducteurs bien définis comme; dans le cas de la machine classique ,mais dans un milieu uniforme et homogène .

La grande partie du flux statorique se réfracte à travers la couche superficielle du rotor sans pénétrer profondement (effet de peau) .la partie interne est faiblement affectée par le flux surtout lors du démarrage .

L'étude des régimes transitoires de la machine à rotor massif par la méthode de la simulation numérique nécéssite la connaissance des courants et des paramétres rotoriques . Pour cela,notre travail consiste en la modélisation du circuit rotorique,par un ensemble n de circuits linéaires équivalents , du moteur asynchrone à rotor massif étudié . On dettermine par la suite les paramétres de chaque circuit linéaire équivalent .

L'application de l'étude des régimes transitoires de la machine à rotor bobiné par simulation numérique à la machine à rotor massif modélisé permet de visualiser l'évolution du courant et de la vitesse de la machine au démar--rage .

Chapitre I

ETUDE DES REGIMES TRANSITOIRES D'UNE MACHINE TRIPHASE A ROTOR BOBINE

L'étude des regimes transitoires d'une machine à rotor bobine necessite generalement les hypotheses simplificatrices suivantes:

-non saturation du circuit magnetique,cequi permet d'exprimer la linearitédes flux avec les courant.

-inexistance des courants de foucault dans le circuit magnétique.

-repartition sinusoidale de l'induction magnetique dans l'entrefer.

Nous adoptons les conventions de signes suivantes:

-le stator estconsidere comme recepteur,le rotor comme generateur.

-les angles et la vitesses sont compté dans le sens horaire.

-au stator,les tensionssont positives,les courants positifs creent des flux d'enroulements positifs et les f.e.m induites positives tendent à creer des courants positifs.

-au rotor,les courants positifs créent des flux d'enroulements positifs.

Dans ces conditions,si on considere la machine à rotor en court circuit modelisé par la figure1,

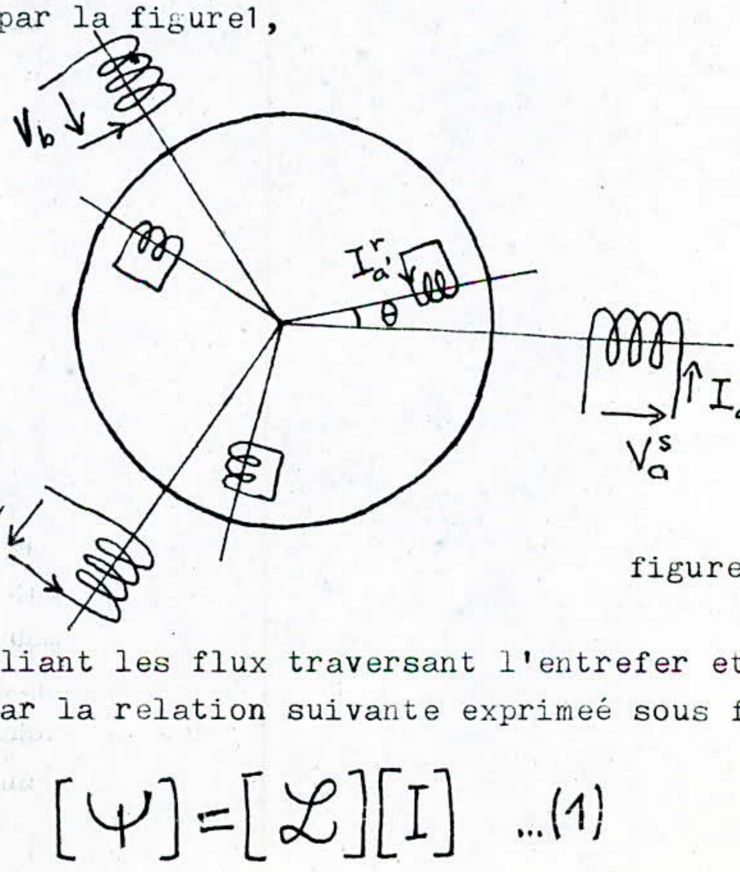


figure 1

L'expression liant les flux traversant l'entrefer et les courants est donné par la relation suivante exprimeé sous forme matricielle.

$$[\Psi]=[\mathcal{L}][I] \quad ...(1)$$

avec
$$[\Psi] = {}^t[\Psi_a^s \; \Psi_b^s \; \Psi_c^s \; \Psi_{a'}^r \; \Psi_{b'}^r \; \Psi_{c'}^r]$$

$$[I] = {}^t[I_a^s \; I_b^s \; I_c^s \; I_{a'}^r \; I_{b'}^r \; I_{c'}^r]$$

et
$$[\mathcal{L}] = \begin{bmatrix} \mathbb{L}^s & \mathbb{L}^{sr} \\ \mathbb{L}^{rs} & \mathbb{L}^r \end{bmatrix} ; \quad \mathbb{L}^s = \begin{bmatrix} L^s & M^s & M^s \\ M^s & L^s & M^s \\ M^s & M^s & L^s \end{bmatrix} ; \mathbb{L}^r = \begin{bmatrix} L^r & M^r & M^r \\ M^r & L^r & M^r \\ M^r & M^r & L^r \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{L}^{sr} = M_0 \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta + 4\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 4\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Les equations éléctriques sont:

$$(2) \begin{cases} V_{abc}^s = R_1 I_{abc}^s + \dfrac{d}{dt}\left[L_1 I_{abc}^s + \mathbb{L}^{sr} I_{a'b'c'}^r\right] \\ 0 = R_2 I_{a'b'c'}^r + \dfrac{d}{dt}\left[{}^t\mathbb{L}^{sr} I_{abc}^s + L_2 I_{a'b'c'}^r\right] \end{cases}$$

avec : $L_1 = L^s - M^s$ et $L_2 = L^r - M^r$.

tandis que l'equation mecanique du moteur est donné par:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = \Gamma_{em} - \Gamma_r . \quad \ldots (3)$$

où Γ_{em} est le couple electromagnetique

Γ_r est le couple resistant

On prend l'instant où les axes du rotor coincident avec ceux du stator comme origine des temps, l'expression précedante redevient:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = {}^t I_{abc}^s \frac{d\,\mathbb{L}^{sr}}{dt} I_{a'b'c'}^r - \Gamma_r \quad \ldots (4)$$

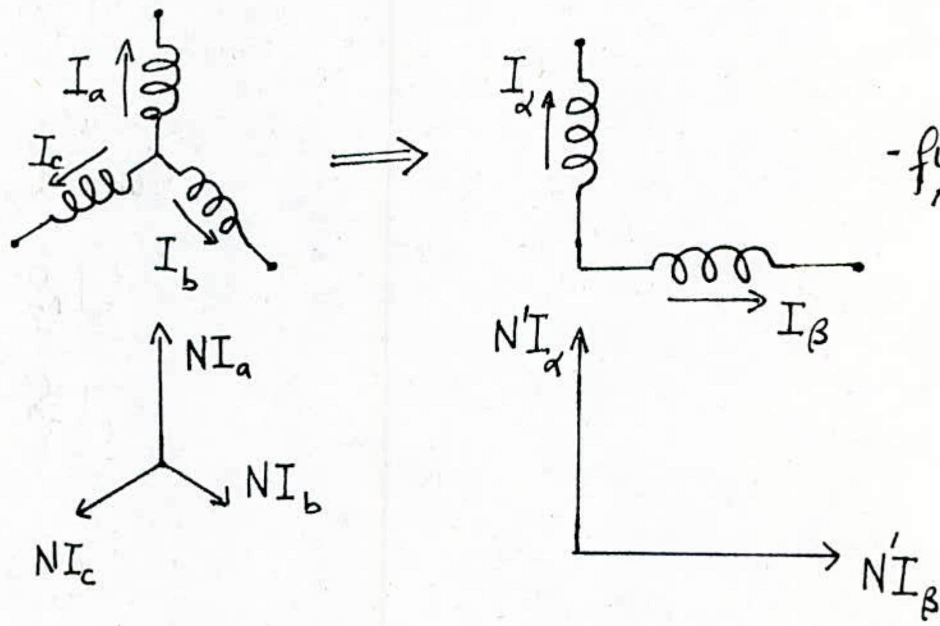
En regime établi, les équations (2) se reduisent à:

$$(5)\begin{cases} V_a^s = R_1 I_a^s + L_1 \dfrac{dI_a^s}{dt} + \dfrac{d}{dt}\left[M^{11} I_{a'}^r + M^{12} I_{b'}^r + M^{13} I_{c'}^r\right] \\ 0 = R_2 I_{a'}^r + L_2 \dfrac{d\, I_{a'}^r}{dt} + \dfrac{d}{dt}\left[M^{11} I_a^s + M^{21} I_b^s + M^{31} I_c^s\right] \end{cases}$$

EQUATIONS DE FONCTIONNEMENT DU MOTEUR BIPHASE EQUIVALENT

COMPOSANTES DE CONCORDIA

Soient Ia, Ib et Ic trois vecteurs courants décalés entre eux de $2\pi/3$ et parcourant trois bobines identiques à N spires chacune, et soient les f.m.m correspondantes NIa, NIb et NIc(fig2)



-fig 2-

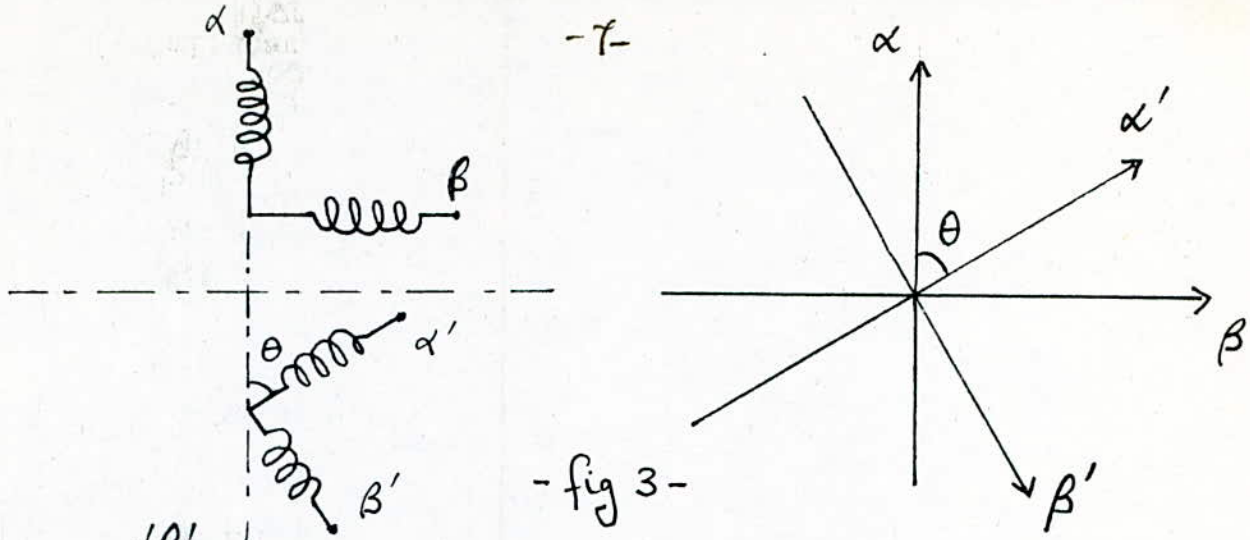
$$[I_{\alpha\beta}] = [C]\,[I_{abc}] \quad ...(6)$$

On choisit la matrice de passage dusystème triphasé au système biphasé.

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

TRANSFORMATION DE PARK

Cette transformation consiste àpasser d'un repére lié au stator à un repére lié au rotor (fig 3)



- fig 3 -

Soit α',β' un systéme d'axes orthonormé lié au rotor et décalé d'un angle θ par rapport aux axes α et β.

Les axes α',β' s'éxpriment en fonction des axes α et β liés au stator par:

$$\left[I_{\alpha'\beta'}\right] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \left[I_{\alpha\beta}\right]$$

$$\left[I_{\alpha'\beta'}\right] = \left[D\right]^{-1}\left[I_{\alpha\beta}\right]$$

La matrice permettant le passage des composantes de concordia à celle de park, appelé matrice de park, est:

$$D(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad D(\theta) = D(-\theta)$$

$$D(\pi/2) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$I_{\alpha\beta} = D(\theta)\, I_{\alpha'\beta'} \quad ...(7)$$

PASSAGE DES EQUATIONS DU MOTEUR TRIPHASE AUX EQUATIONS DU MOTEUR BIPHASE EQUIVALENT

$$(8)...\begin{cases} V^s_{abc} = R_1 I^s_{abc} + \dfrac{d}{dt}\left[L_1 I^s_{abc} + \mathbb{L}^{sr} I^r_{a'b'c'}\right] \\ 0 = R_2 I^r_{a'b'c'} + \dfrac{d}{dt}\left[\mathbb{L}^{sr} I^s_{abc} + L_2 I^r_{a'b'c'}\right] \\ J\dfrac{d\Omega}{dt} = {}^tI^s_{abc}\dfrac{d}{dt}\left[\mathbb{L}^{sr}\right] I^r_{a'b'c'} - \Gamma_r . \end{cases}$$

En remplaçant les courants et les tensions par leur expressions respectives dans le nouveau repére, on obtient:

$$(9)\ldots\begin{cases} V^s_{\alpha\beta} = R_1 I^s_{\alpha\beta} + \dfrac{d}{dt}\left[L_1 I^s_{\alpha\beta} + \dfrac{3}{2} M_0 D(\theta) I^r_{\alpha'\beta'}\right] \\ 0 = R_2 I^r_{\alpha'\beta'} + \dfrac{d}{dt}\left[L_2 I^r_{\alpha'\beta'} + \dfrac{3}{2} M_0 D(-\theta) I^s_{\alpha\beta}\right] \\ J\dfrac{d\Omega}{dt} = \dfrac{3}{2} M_0 {}^t I^s_{\alpha\beta} \dfrac{d}{dt} D(\theta) I^r_{\alpha'\beta'} - \Gamma_r . \end{cases}$$

avec

$$V^s_{\alpha\beta} = \sqrt{3}\, V^s_{eff} \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \Phi_s) \\ \sin(\omega t + \Phi_s) \end{bmatrix}$$

$$I^s_{\alpha\beta} = \sqrt{3}\, I^s_{eff} \begin{bmatrix} \cos(\omega t - \psi_s) \\ \sin(\omega t - \psi_s) \end{bmatrix}$$

$$I^r_{\alpha\beta} = \sqrt{3}\, I^r_{eff} \begin{bmatrix} \cos(g\omega t - \psi_r) \\ \sin(g\omega t - \psi_r) \end{bmatrix}$$

CHOIX DU REFERENCIEL

Nous limitons notre travail,à l'étude àtension constante' du courant et de la vitesse de rotation du moteur en fonction du temps.Le repere qui convient à notre étude est celui lié au stator.

Dans ce repére ,l'équation angulaire en fonction du temps s'exprime par:

$$\theta = p\Omega t + \theta_0 .$$

et si on reporte la valeur de $I^r_{\alpha'\beta'}$ lié au rotor par sa quantite liée au repére fixe $D^{-1} I^r_{\alpha\beta}$ dans(9),on aura:

$$(10)\begin{cases} V^s_{\alpha\beta} = R_1 I^s_{\alpha\beta} + \dfrac{d}{dt}\left[L_1 I^s_{\alpha\beta} + M I^r_{\alpha\beta}\right] \\ 0 = R_2 I^r_{\alpha\beta} + M\left[\dfrac{d}{dt} I^s_{\alpha\beta} - p\Omega D(\pi/2) I^s_{\alpha\beta}\right] \\ \qquad + L_2\left[\dfrac{d}{dt} I^r_{\alpha\beta} - p\Omega D(\pi/2) I^r_{\alpha\beta}\right] \\ J\dfrac{d\Omega}{dt} = p M {}^t I^s_{\alpha\beta} D(\pi/2) I^r_{\alpha\beta} - \Gamma_r . \end{cases}$$

les équations précédantes peuvent s'exprimer sous forme matricielle, on a;

$$\mathcal{V} = A\,\mathcal{I} + B\,\frac{d\mathcal{I}}{dt} \quad \dots(11)$$

avec

$$\mathcal{V} = {}^t\left[V_\alpha^s \ V_\beta^s \ 0 \ 0 \right] \ ; \quad \mathcal{I} = \left[I_\alpha^s \ I_\beta^s \ I_\alpha^r \ I_\beta^r \right]$$

$$A = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & pM\Omega & R_2 & pL_2\Omega \\ -pM\Omega & 0 & -pL_2\Omega & R_2 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & M & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & M \\ M & 0 & L_2 & 0 \\ 0 & M & 0 & L_2 \end{bmatrix}$$

Ce systeme matriciel s'écrit aussi sous la forme suivante :

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} = \left(A_1 + p\Omega A_2 \right) \mathcal{I} + B_2\, V_{\alpha\beta}^s \quad \dots(12)$$

avec

$$A_1 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} -L_2R_1 & 0 & MR_2 & 0 \\ 0 & -L_2R_1 & 0 & MR_2 \\ MR_1 & 0 & -L_1R_2 & 0 \\ 0 & MR_1 & 0 & -L_1R_2 \end{bmatrix} ; \quad S = L_1L_2 - M^2 .$$

$$A_2 = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 0 & M^2 & 0 & ML_2 \\ -M^2 & 0 & -ML_2 & 0 \\ 0 & -ML_1 & 0 & -L_1L_2 \\ ML_1 & 0 & L_1L_2 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B_2 = \begin{bmatrix} L_2 & 0 \\ 0 & L_2 \\ -M & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix}$$

A ces équations electriques, on ajoute l'équation mécanique donnée par ;

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{PM}{J} \left(I_\alpha^r I_\beta^s - I_\alpha^s I_\beta^r \right) - \frac{\Gamma_r}{J} \quad \dots(13)$$

EQUATIONS DE FONCTIONNENT EN GRANDEURS REDUITES

Les grandeurs réduites sont directement liée aux grandeurs instantannées des variables par rapport à leur grandeurs nominales.

-Grandeurs de la machine.

$$S_n = 3\, V_n^s I_n^s \quad ; \quad \Gamma_n = S_n \frac{P}{\omega} \quad ; \quad T = \omega t .$$

$$Z_{sn} = \frac{V_n^s}{I_n^s} \quad ; \quad Z_{rn} = \frac{V_n^r}{I_n^r} \quad ; \quad Z_{mm} = \frac{V_n^r}{I_n^s} .$$

$$I_{\alpha n}^s = I_{\beta n}^s = \sqrt{3}\, I_n^s \quad ; \quad I_{\alpha n}^r = I_{\beta n}^r = \sqrt{3}\, I_n^r \quad ; \quad V_{\alpha n}^s = V_{\beta n}^s = \sqrt{3}\, V_n^s .$$

-Grandeurs réduites de la machine .

$$x_1 = \frac{L_1 \omega}{Z_{sn}} \quad ; \quad x_2 = \frac{L_2 \omega}{Z_{rn}} \quad ; \quad x_m = \frac{M \omega}{Z_{mm}} \quad ; \quad r_1 = \frac{R_1}{Z_{sn}} \quad ; \quad r_2 = \frac{R_2}{Z_{rn}} .$$

$$i_{\alpha\beta}^s = \frac{I_{\alpha\beta}^s}{\sqrt{3}\, I_n^s} \quad ; \quad i_{\alpha\beta}^r = \frac{I_{\alpha\beta}^r}{\sqrt{3}\, I_n^r} \quad ; \quad v_{\alpha\beta}^s = \frac{V_{\alpha\beta}^s}{\sqrt{3}\, V_n^s} \quad ; \quad \bar{\Omega} = \frac{\Omega}{\Omega_s} \quad ; \quad \gamma_{em} = \frac{\Gamma_{em}}{\Gamma_n} .$$

En introduisant ce changement de grandeur dans le système matriciel (12) on obtient:

$$\frac{dJ}{dT} = \frac{1}{S'} \left[\left(A_1' + A_2' \bar{\Omega} \right) \bar{J} + B_2' \bar{V}_{\alpha\beta}^s \right] \quad \dots (14)$$

avec
$$A_1' = \begin{bmatrix} -r_1 x_2 & 0 & x_m r_2 & 0 \\ 0 & -r_1 x_2 & 0 & x_m r_2 \\ x_m r_1 & 0 & -r_2 x_1 & 0 \\ 0 & r_1 x_m & 0 & -r_2 x_1 \end{bmatrix}$$

$$B_2' = \begin{bmatrix} x_2 & 0 \\ 0 & x_2 \\ -x_m & 0 \end{bmatrix} \qquad S' = x_1 x_2 - x_m^2 .$$

$$A_2' = \begin{bmatrix} 0 & x_m^2 & 0 & x_m r_2 \\ -x_m^2 & 0 & -x_2 x_m & 0 \\ 0 & -x_1 x_m & 0 & -x_1 x_2 \\ x_1 x_m & 0 & x_1 x_2 & 0 \end{bmatrix}$$

Les valeurs instantannées des tensions réduites sont exprimé par :

$$V_\alpha^s = \frac{\sqrt{3}\, V_{eff}^s}{\sqrt{3}\, V_n^s} \cos T = \cos T .$$

$$V_\beta^s = \frac{\sqrt{3}\, V_{eff}^s}{\sqrt{3}\, V_n^s} \sin T = \sin T .$$

Tandis que l'équation mécanique est donnée par:

$$\frac{d\overline{\Omega}}{dT} = \frac{\Gamma_n x_m P}{J\omega^2} \left(i_\beta^s\, i_\alpha^r - i_\alpha^s\, i_\beta^r \right) - \frac{\overline{\Gamma_n}}{J\omega} .$$

Le couple résistant est une composition du couple de frottement et du couple dû à la charge.

Si on admet que ces deux couples varient linéairement avec la vitesse, l'équation mécanique devient:

$$\frac{d\overline{\Omega}}{dT} = \frac{\Gamma_n x_m P}{J\omega^2} \left(i_\beta^s\, i_\alpha^r - i_\alpha^r\, i_\beta^r \right) - \frac{k\overline{\Omega}}{J\omega} - \frac{f\overline{\Omega}}{J\omega} \quad \text{....(15)}$$

avec $\overline{\Gamma_r} = k\overline{\Omega} + f\overline{\Omega}$

où k est le coefficient de charge

f le coefficient de frottement

Nous allons à titre d'exemple étudier le demarrage du moteur asynchrone à rotor bobiné.

Les équations décrivant le fonctionnement du moteur (14) et (15) ne sont pas linéaires,nous utilisons la méthode de Runge-Kutta de 4$^{\text{ème}}$ ordre pour la resoudre.

cette méthode permet la résolution simultannée de tout le système connaissant les valeurs précédantes pour une ittération.La même opération se répète pour l'itteration suivante et ce jusqu'à l'établissement du régime permanent du moteur correspondant à un temps Tf.

METHODE DE RUNGE-KUTTA

Soit

$$\begin{aligned} y_i(1) &= I_\alpha^s \\ y_i(2) &= I_\beta^s \\ y_i(3) &= I_\alpha^r \\ y_i(4) &= I_\beta^r \\ y_i(5) &= \bar{\Omega} \end{aligned} \quad ; \quad [f_j] = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_\alpha^s \\ I_\beta^s \\ I_\alpha^r \\ I_\beta^r \\ \bar{\Omega} \end{bmatrix}$$

Nous prenons l'état où le moteur est à l'arrêt comme état initial donc:

$$T=0 \quad ; \quad y_i(1) = y_i(2) = y_i(3) = y_i(4) = y_i(5) = 0 .$$

La variation entre deux points consécutifs d'une fonction Y(j) est donné par:

$$\Delta y_{i+1}(j) = y_{i+1}(j) - y_i(j) .$$

avec

$$\Delta y_{i+1}(j) = \frac{1}{6}\left[K_1(j) + 2K_2(j) + 2K_3(j) + K_4(j) \right]$$

en prenant un pas de calcul H tel que;

$$H = T_{i+1} - T_i \quad , (\text{rad})$$

Les différentes valeurs des Ki(j) s'expriment par:

$$K_1(j) = H f_j\left(T_i ; y_i(1) ; y_i(2) ; y_i(3) ; y_i(4) ; y_i(5)\right)$$

$$K_2(j) = H f_j\left(T_i + \frac{H}{2} ; y_i(1) + \frac{K_1(1)}{2} ; y_i(2) + \frac{K_1(2)}{2} ; y_i(3) + \frac{K_1(3)}{2} ; y_i(4) + \frac{K_1(4)}{2} ; y_i(5) + \frac{K_1(5)}{2}\right).$$

$$K_3(j) = H f_j\left(T_i + \frac{H}{2} ; y_i(1) + \frac{K_2(1)}{2} ; y_i(2) + \frac{K_2(2)}{2} ; y_i(3) + K_2(3) ; y_i(4) + \frac{K_2(4)}{2} ; y_i(5) + \frac{K_2(5)}{2}\right).$$

$$K_4(j) = H f_j\left(T_i + H ; y_i(1) + K_3(1) ; y_i(2) + K_3(2) ; y_i(3) + K_3(3) ; y_i(4) + K_3(4) ; y_i(5) + K_3(5)\right)$$

Pour vérifier la validité des calculs théoriques précédents nous allons les comparer à ceux obtenue expérimentalement sur une machine ayant les paramétres suivants:

PARAMETRES ELECTRIQUES.

-Puissance nominale 5CV
Vitesse nominale 1430tr/mn
-Stator en triangle .... $220^V/14,8^a$
-Tension rotorique nominale 100V
Courant rotorique nominale 24A
-Resistance statorique 1Ω
-Resistance rotorique .... 0,08 Ω
Inductance stotorique .... 0,155 H
-Inductance rotorique .... 0,012 H
-Rapport de transformation .... a=Us/Uro=2,19

à=Ur/Uso=0,52

-Coefficient de dispersion .... =0,12
-Mutuelle inductance stator-rotor .... M=0,04 H

PARAMETRES MECANIQUES.

-Moment d'inertie

Nous avons detterminé les pertes mécaniques Pm à partir de la caractéristique à vide $P=f(U^2)$ à vitesse constante .

$$P_m=220\ W$$

A partir de l'essai de ralentissement on obtient:

$$\frac{d\Omega}{dt} = 12{,}46\ rad/s^2 .$$

A vide, l'équation mécanique est donné par:

$$J\frac{d\Omega}{dt} = \frac{P_m}{\Omega}$$

On peut alors en déduire le moment d'inertie J tq:

$$J = \frac{P_m}{\Omega}\frac{1}{\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)} = 0{,}13\ kg/m^2 .$$

-Coefficient de frottement

le moteur, alimenté sous sa tension nominale, tourne à vide. Son équation mécanique est donné par:

$$J\frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_{em} - f\Omega$$

La puissance électromagnétique se réduit pratiquement au pertes mécaniques Pm. On en déduit alors le coefficient de frottement f tq:

$$f = \frac{P_m}{\omega}\frac{P}{\Omega} . \qquad \Omega \text{ :constante}$$

$$f = 0{,}009\ [M.N.S/rad]$$

-Coefficient du couple résistant

Le moteur, alimenté sous sa tension nominale, entraine une genératrice débitant sur une charge résistive.

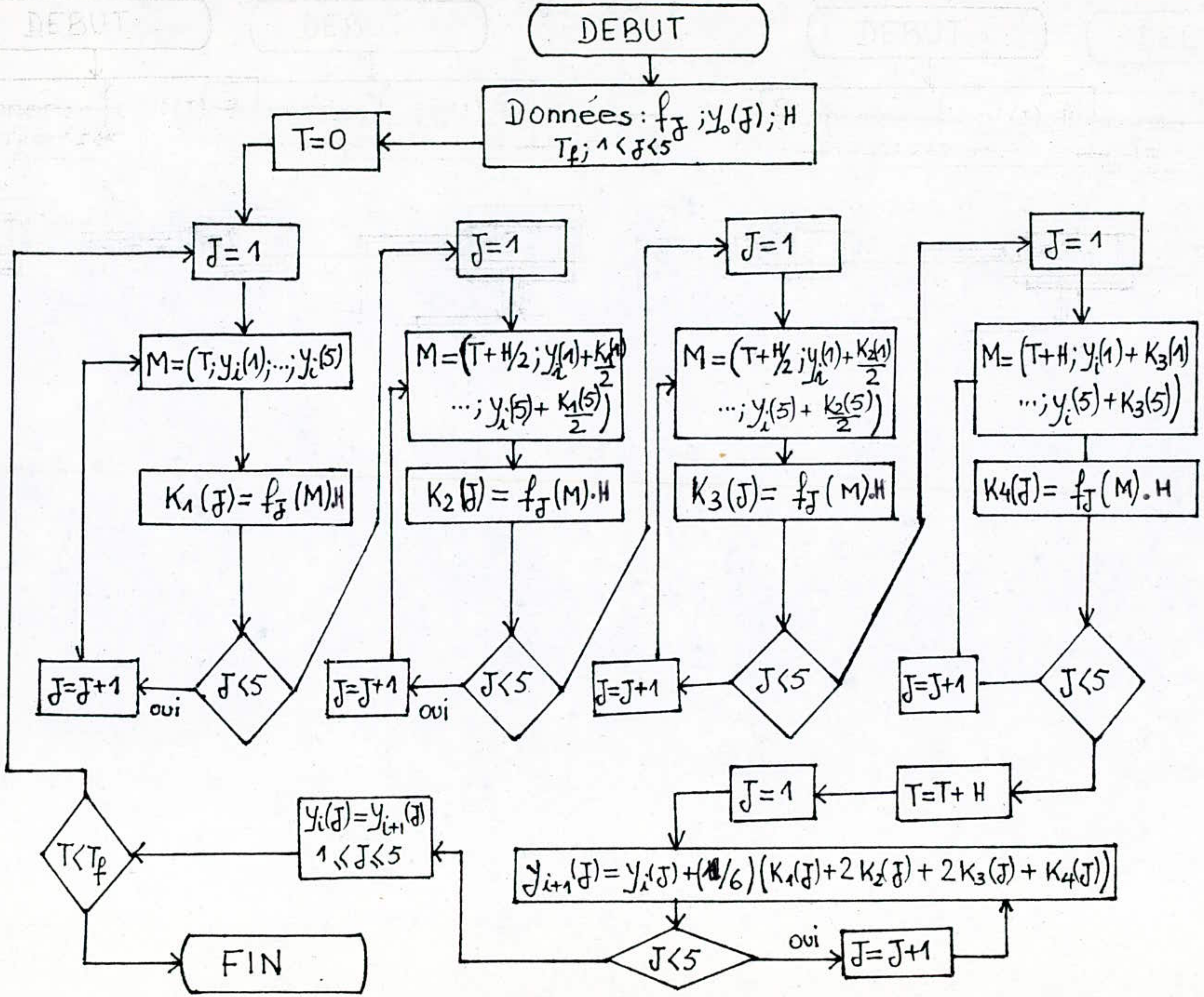
A vitesse constante ,le couple electromagnétique est donné par:

$$\Gamma_{em} = k\Omega + f\Omega = (P_{abs} - P_{Js} - P_{fs})\frac{P}{\omega} .$$

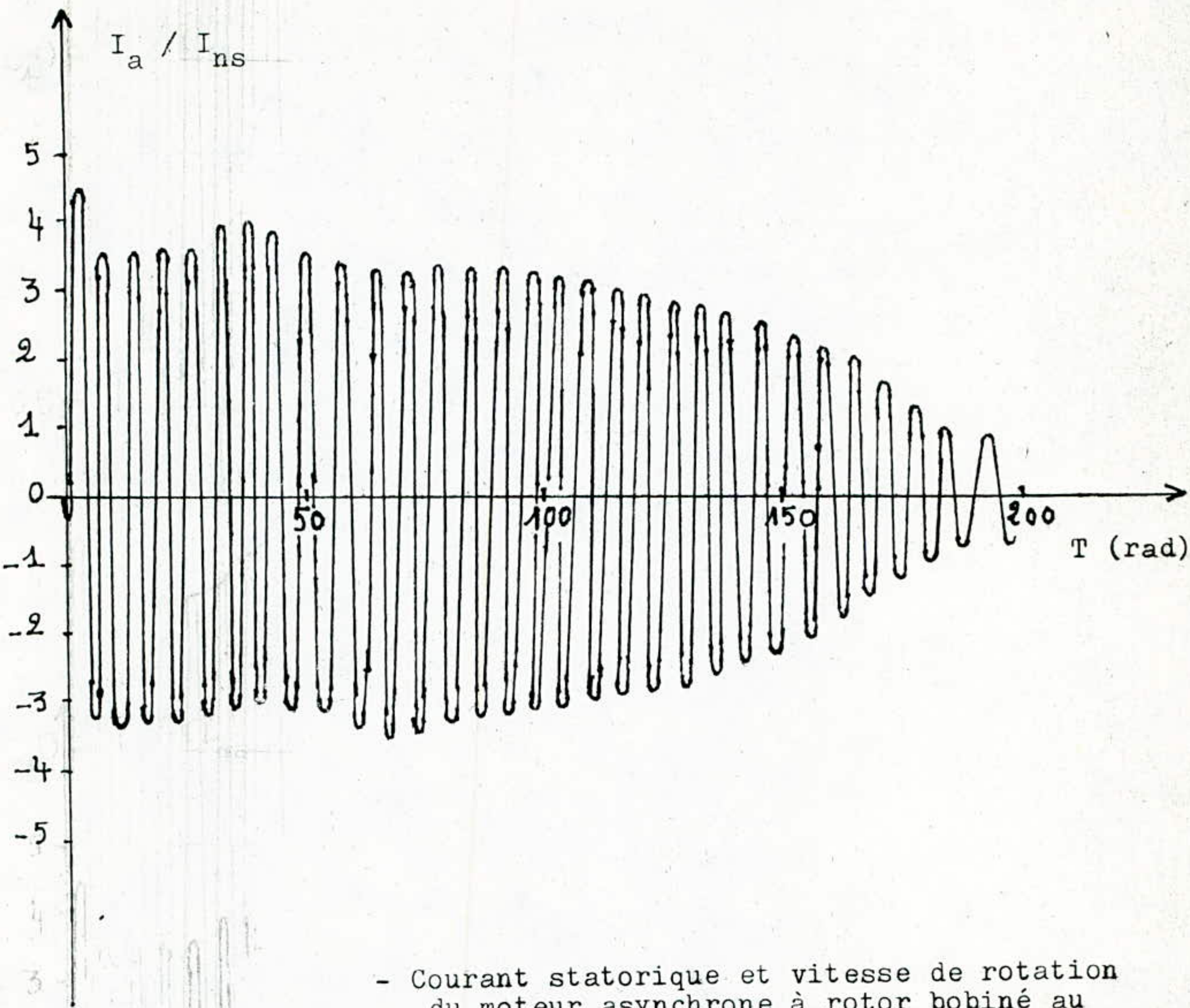
Les pertes fer P_{fs} sont deitterminé à partir de la caractéristique à vide $P=f(U^2)$ à vitesse constante. On peut en déduire alors le coefficient du couple de charge k tel que:

$$K = \frac{P_{abs} - P_{Js} - P_{fs}}{\omega} \quad \frac{P}{\Omega} - f .$$

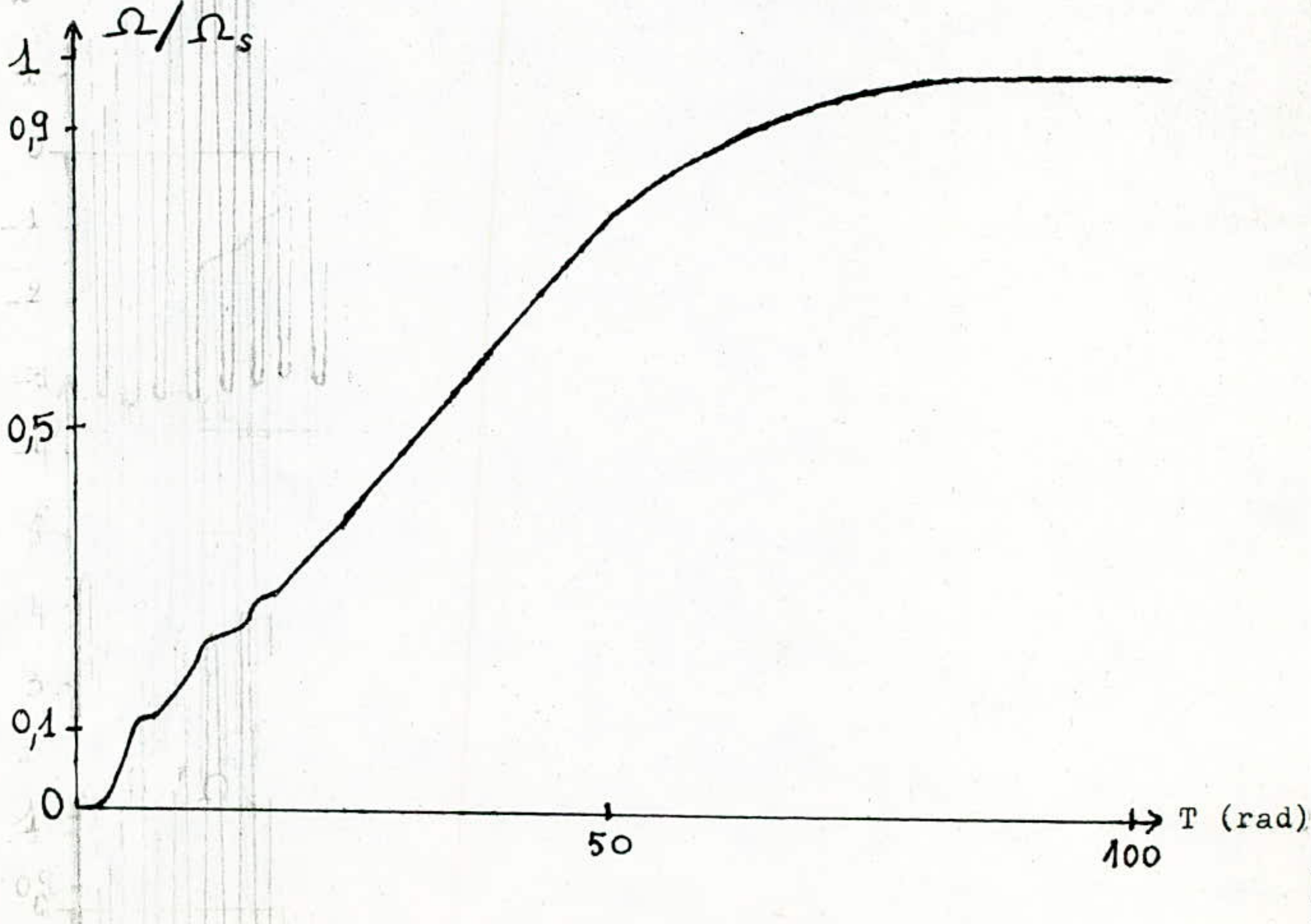
$$K = 0{,}12 . (N.m.s/rad)$$



Organigramme de la méthode de Runge-Kutta du 4ème ordre; [12].



- Courant statorique et vitesse de rotation du moteur asynchrone à rotor bobiné au démarrage -



Chapitre II

MODELISATION DU ROTOR MASSIF PAR UN ENSEMBLE N DE CIRCUITS LINEAIRES EQUIVALENTS

En chaque point du rotor, la densité volumique du courant posséde trois composantes dans l'espace .Si on néglige les effets d'extrémités c'est à dire lorsqu'on admet que la longueur du rotor est suffisemment grande devant le pas polaire [13],le courant induit devient purement axial.Ce courant ne peut pénétrer instantannement à l'intérieur du rotor car l' inductance interne s'y oppose[8] :C'est l'effet pélliculaire.

En pratique,ce courant ne circule que dans une couche δ relativement mince ,de 1 à 3mm au démarrage et de 5 à 15mm en régime permanent c'est à dire pour les glissements faibles [8].

La profondeur de pénétration est donnée par:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu g \omega \sigma}}$$

Ainsi la résistance et la réactance du rotor varient avec le glissement et ont des valeurs maximales au démarrage. [9]

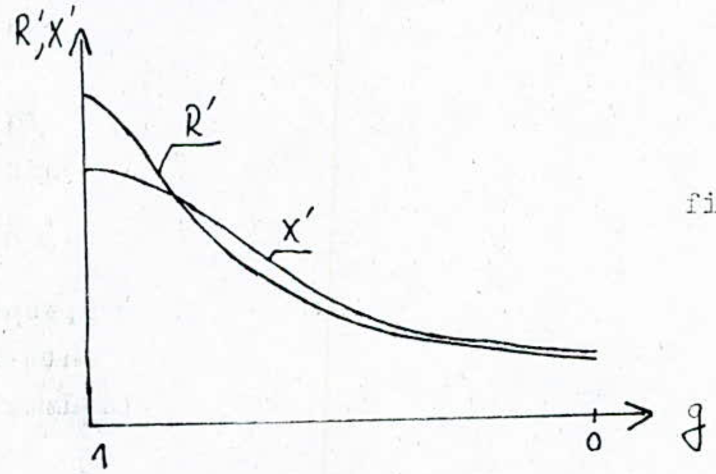


figure 1

R' ,X' résistance et réactance rotorique ramenées au stator.

Le rotor massif présente donc un circuit à paramétres dépendants,ce n'est pas le cas du rotor bobiné où l'effet pélliculaire est négligé.On ne peut donc appliquer directement l'etude des régimes transitoires des machines bobinés décrites au chapitre précédent ,à la machine à rotor massif.

MODELISATION DU ROTOR

Nous nous proposons de remplacer le circuit du rotor par un ensemble de n circuits linéaires équivalents[3] fig2

Les paramétres de chaque circuit équivalent sont dettermínés à l'aide de l'étude des réponses aux éssais impulsionnels.

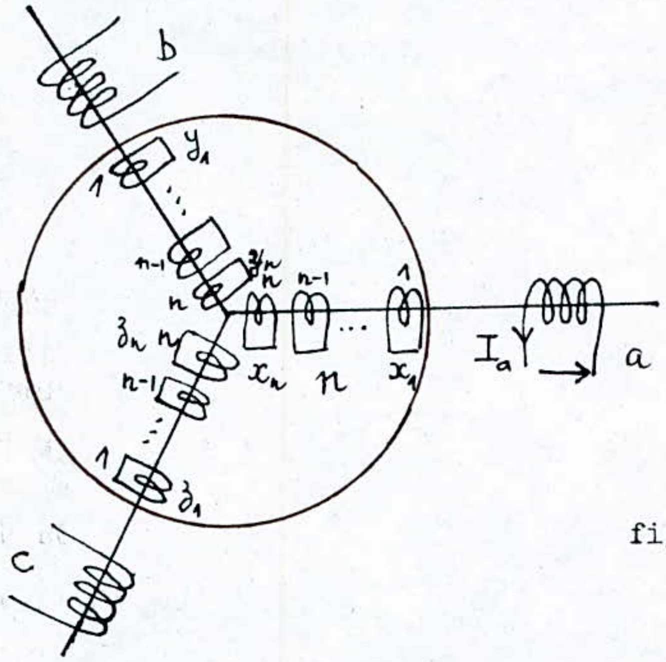


figure 2

Lorsque nous envoyons un échelon de tension dans une phase statorique ,le courant $i_a(t)$ absorbé par la bobine statoriqueest de la forme générale :

$$i_a(t) = i_o - \sum_{j=1}^{m} i_j e^{-t/T_j}$$

Pour les cas n=1,2 et 3 ,nous explicitons en annexe i_j ainsi que les différentes constantes de temps en fonction des paramétres de la machines.

ESSAIS INDICIELS

L'exploitation des courbes de courant et de tension relevées à l'oscilloscope permet l'identification des paramétres i_j et t_j .Nous utilisons pour cela la méthode graphique suivante [1],[11] .

Soit la courbe i(t) relevée expérimentalement et nous voulons l'identifier avec :

$$i_a(t) = i_o - i_1 e^{-t/T_1} - i_2 e^{-t/T_2} - i_3 e^{-t/T_3} - i_4 e^{-t/T_4}.$$

io corespond à la valeur finale de $i_a(t)$ et nous pouvons la mesurer facilement.

On trace sur papier semi-logarithmique la fonction

$$Z_1(t) = i_o - i_a(t) . \quad \text{(figure 3)}$$

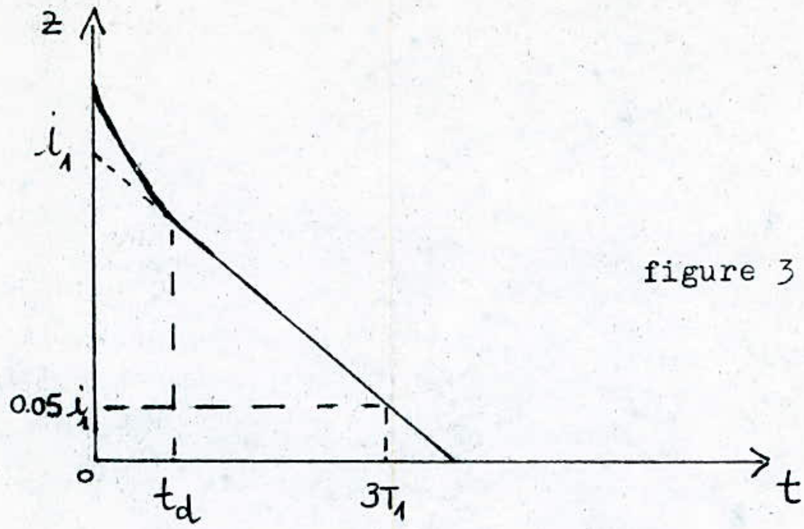


figure 3

Au bout du temps t_d, $Z_1(t)$ est pratiquement linéaire et l'extrapolation pour t=0 de cette droite donne i_1 ,de plus l'ordonnée 0,05 i_1 corespond au temps $t=3T_1$.

De la même manière ,on obtient i_2 et T_2 à partir de la courbe :

$$Z_2(t) = Z_1(t) - i_1 e^{-t/T_1}.$$

Tandis que i_m et T_m sont déduites de:

$$Z_m(t) = Z_{m-1}(t) - i_{m-1} e^{-t/T_{m-1}}.$$

Cette méthode est d' autant plus précise que les T_j sont différent les uns des autres.

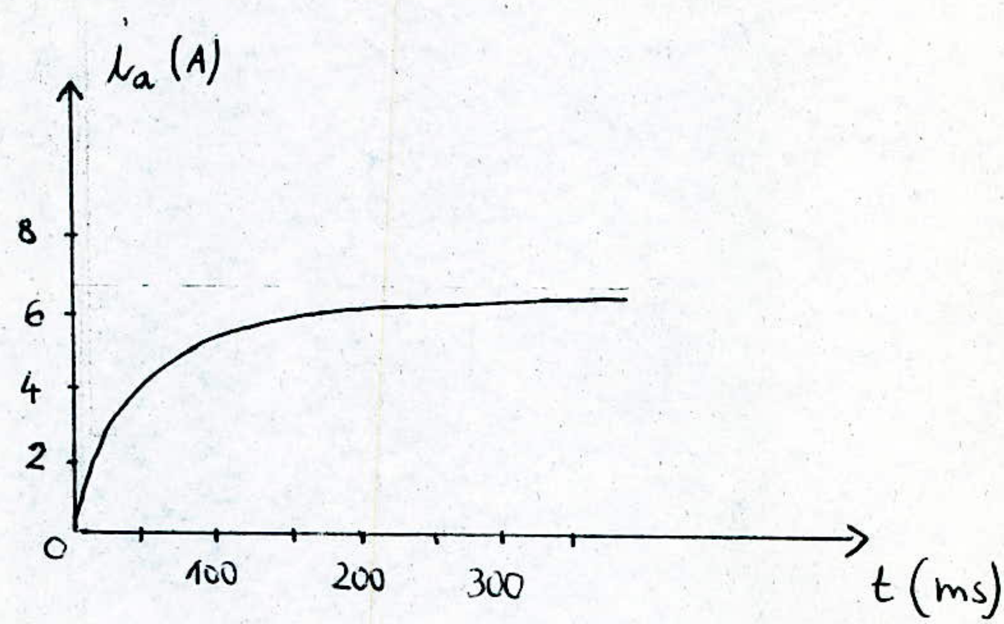


figure 4

Enregistrement du courant dans la bobine statorique.

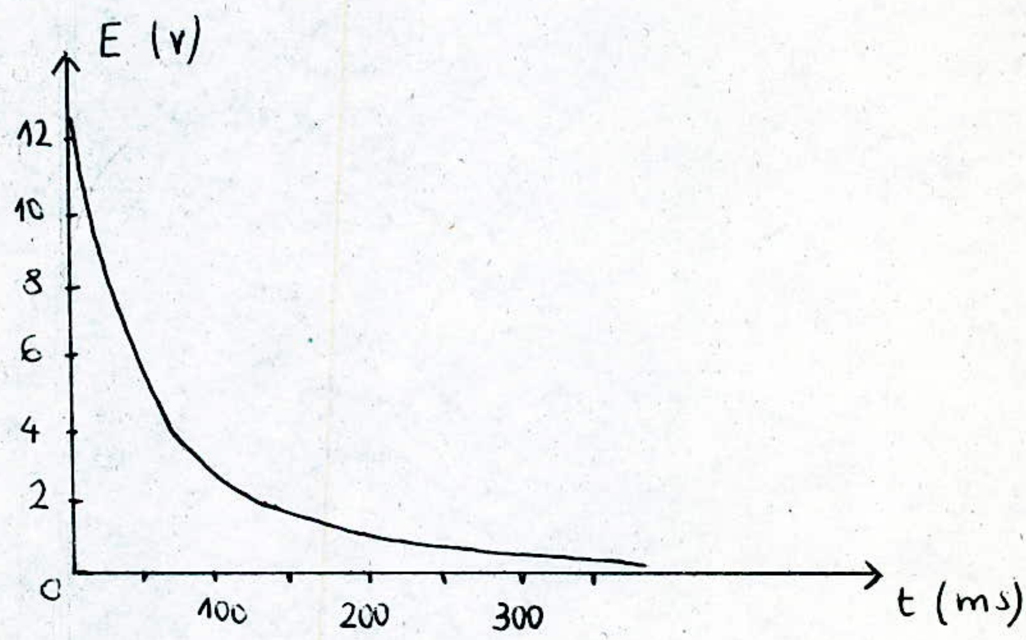


figure 5

Force électromotrice totale déduite des courbes U(t) et i_a(t).

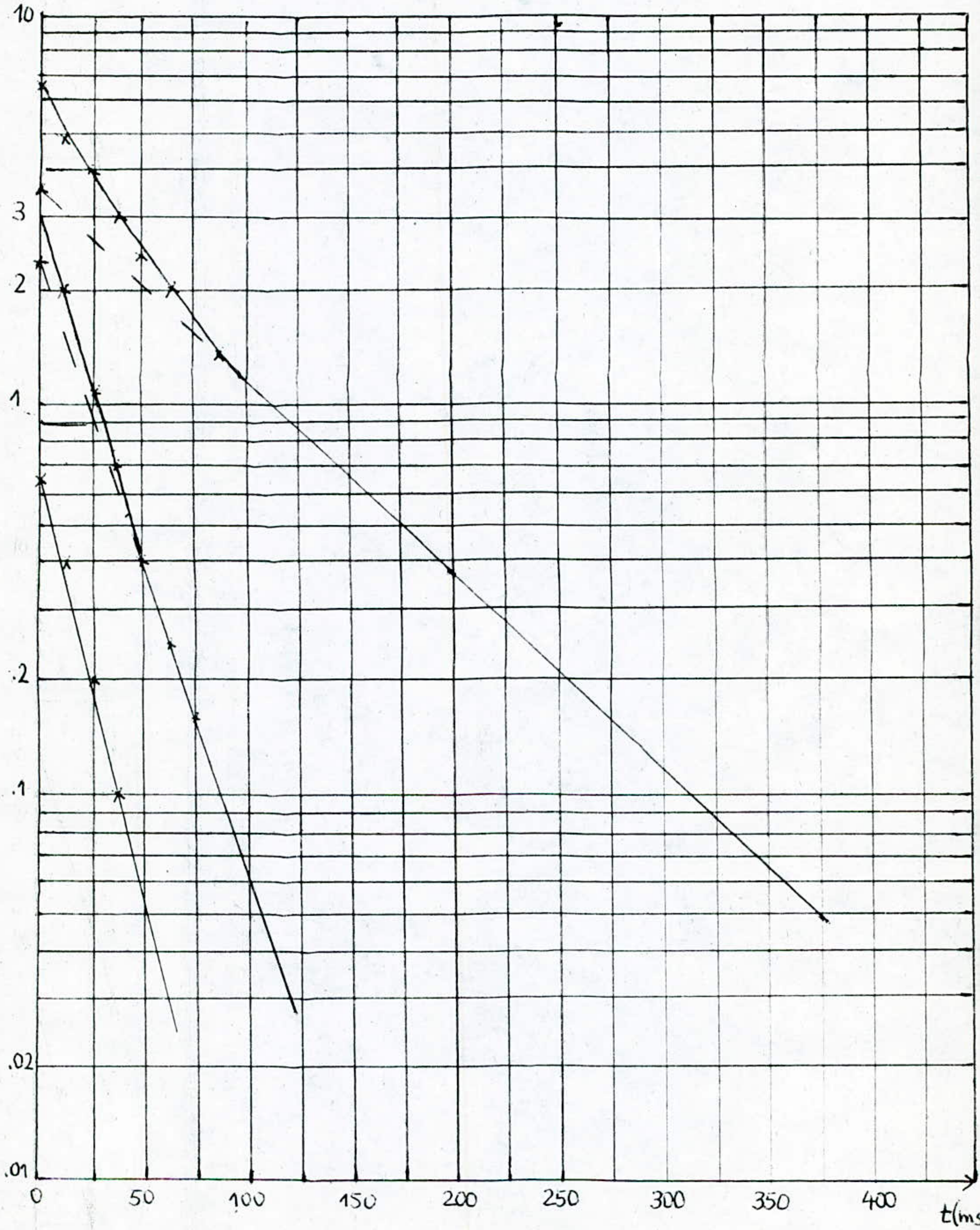
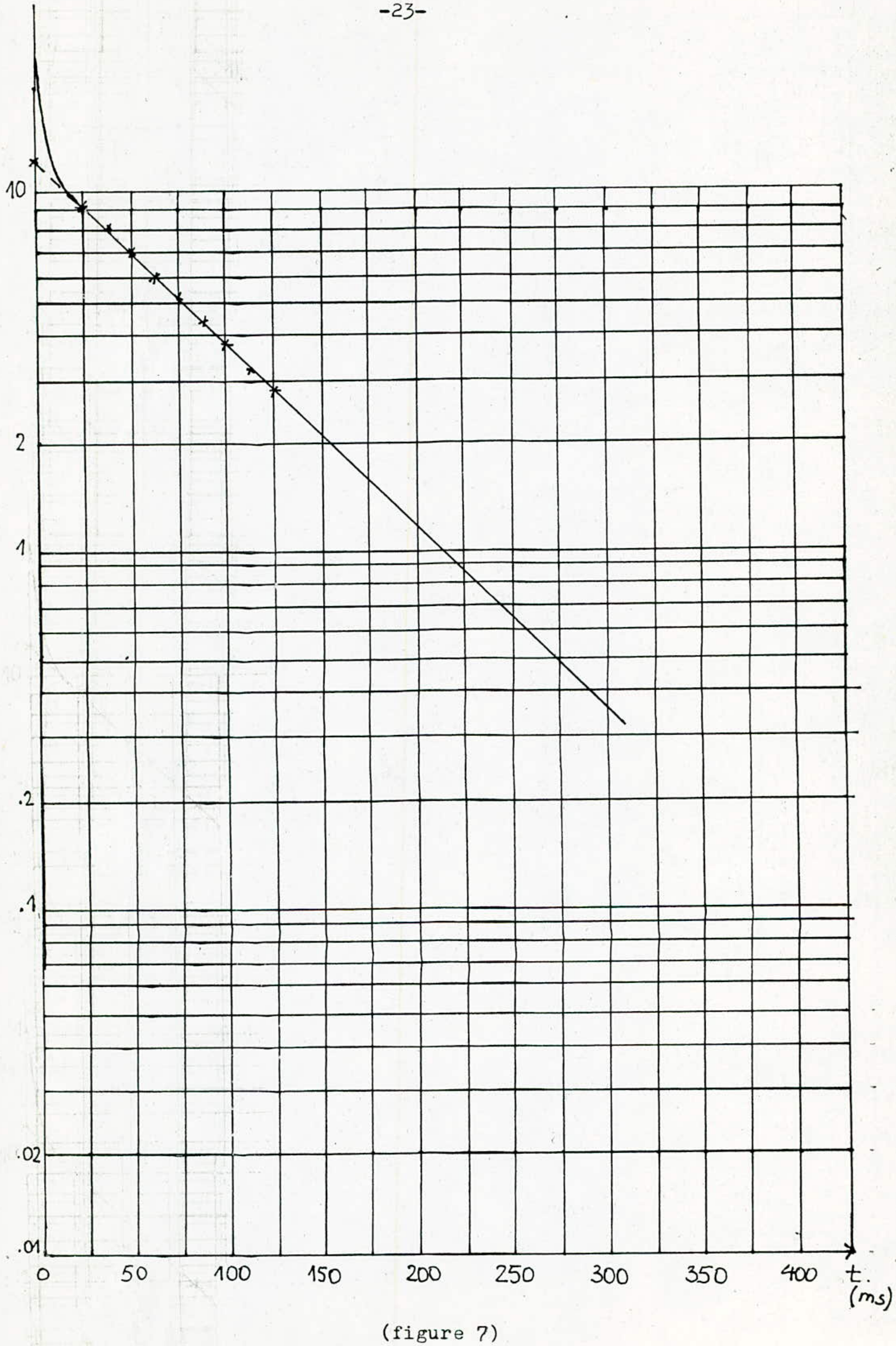


figure 6



(figure 7)

La variation du courant statorique relevé experimentalement est donné par la figure 4 et l'exploitation de la méthode graphique donne: (figure6)

$i_o = 6{,}4$ A

$i_1 = 3{,}4$ A $\qquad T_1 = 90$ ms

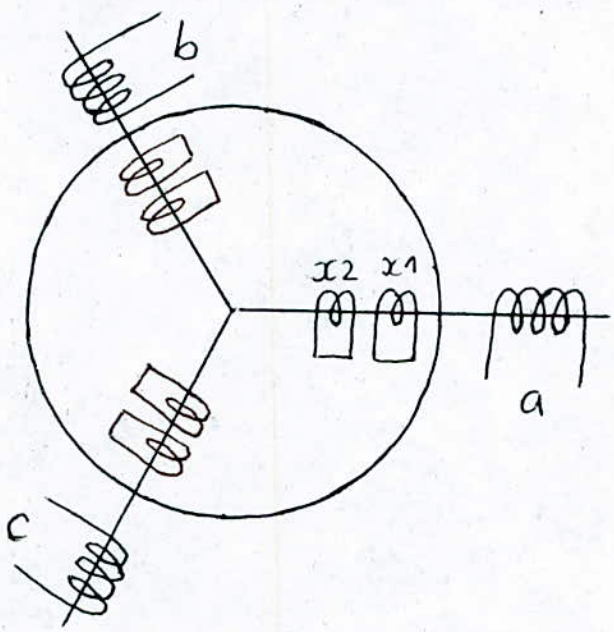
$i_2 = 2{,}35$ A $\qquad T_2 = 28$ ms

$i_3 = 0{,}65$ A $\qquad T_3 = 21$ ms

Le courant $i_a(t)$ peut s'écrire alors:

$$i_a(t) = 6{,}4 - 3{,}4\, e^{-t/90} - 2{,}35\, e^{-t/28} - 0{,}65\, e^{-t/21} ; [t\,(ms)]$$

Cette expression correspond à un rotor à 2 circuits, (m=2) nous pouvons donc modéliser le rotor massif de machine étudiée par deux circuits linéaires équivalents .



PARAMETRES DE LA MACHINE A ROTOR MASSIF

Les paramètres des circuits linéaires équivalents sont obtenus par l'étude de la réponse impulsionnelle de la force électromotrice totale $E(t) = U(t) - Ri(t)$ déduite expérimentalement (figure7) et qui peut être approchée par:

$$E(t) = E_m e^{-t/T_1} \qquad E_m = 10{,}2 \text{ V}$$

$$E(p) = \frac{E_m}{p + P_1} \qquad P_1 = \frac{1}{T_1} = 11{,}11 \text{ s}^{-1}$$

La f.e.m est relié directement au flux total à travers la bobine statorique par :

$$\frac{E_m}{p+p_1} = p\,\Phi_a \quad ..(2)$$

avec

$$\Phi_a = L_a\, i_a + M_{sr1}\, i_{x1} + M_{sr2}\, i_{x2}$$

$$i_{x1} = \frac{\frac{2}{3}p^2 M_{sr2} M_r - \frac{2}{3}p M_{sr1}(R_{x2} + pL_{22})}{(L_{22}R_{x1} + L_{21}R_{x2})p + R_{x1}R_{x2}}\, i_a$$

$$i_{x2} = \frac{\frac{2}{3}p^2 M_{sr1} M_r - \frac{2}{3}p M_{sr2}(R_{x1} + pL_{21})}{(L_{22}R_{x1} + L_{21}R_{x2})p + R_{x1}R_{x2}}\, i_a$$

où - L_a : représente l'inductance statorique

M_{sr1} : ___ / __ L'inductance mutuelle cyclique entre les bobines statorique et rotorique r_1

M_{sr2} : représente l'inductance mutuelle cyclique entre les bobines statorique et rotorique r_2

M_r : représente l'inductance mutuelle cyclique entre les bobines rotorique r_1 et r_2

L_{21} : représente l'inductance cyclique de la bobine rotorique r_1

L_{22} : représente l'inductance cyclique de la bobine rotorique r2

R_{x1} : est la résistance d'une bobine rotorique r_1

R_{x2} : est la résistance d'une bobine rotorique r2

i_{x1} : est le courant dans la bobine rotorique r_1

i_{x2} : est le courant rotorique dans la bobine r_2

En remplaçant le flux Φ_a et les courants i_{x1} et i_{x2} par leurs expressions respectives on aura :

$$\frac{E_m}{p+p_1} = \left[pL_a + \frac{\frac{2}{3}p^3 M_{sr1} M_{sr2} M_r - \frac{2}{3}p^2 M_{sr1} M_{sr2}(R_{x2}+pL_{22})}{(R_{x1}L_{22}+R_{x2}L_{21})p + R_{x1}R_{x2}} + \right.$$

$$\left. \frac{\frac{2}{3}p^3 M_{sr1} M_{sr2} M_r - \frac{2}{3}p^2 M_{sr1} M_{sr2}(R_{x1}+pL_{21})}{(R_{x1}L_{22}+R_{x2}L_{21})p + R_{x1}R_{x2}} \right] I_a$$

Nous déduisons donc l'expression de la transformée de la laplace du courant i_a

$$I_a = \frac{E_m}{p(p+p_1)} \frac{\left[(L_{21}R_{x2} + L_{22}R_{x1})p + R_{x1}R_{x2} \right]}{\left[\left(\frac{2}{3} M_{sr1} M_{sr2}(2M_r - L_{21} - L_{22}) \right) p^2 - \left(L_a(L_{21}R_{x2} + L_{22}R_{x1}) - \frac{2}{3} M_{sr1} M_{sr2}(R_{x1}+R_{x2}) \right) p + L_a R_{x1} R_{x2} \right]}$$

....(3)

Cette expression peut se mettre sous la forme :

$$I_a = \frac{K}{p} \frac{(p+p_4)}{(p+p_1)(p+p_2)(p+p_3)} \qquad \ldots(4)$$

avec

$$K = \frac{E_m (L_{21}R_{x2} + L_{22}R_{x1})}{\frac{2}{3} M_{sr1} M_{sr2}(2M_r - L_{22} - L_{21})}$$

$$p_2 p_3 = \frac{L_a R_{x1} R_{x2}}{\frac{2}{3} M_{sr1} M_{sr2}(2M_r - L_{21} - L_{22})} \qquad \ldots(5)$$

$$P_2+P_3=\frac{R_{x1}L_{22}L_a+R_{x2}L_{21}L_a-\frac{2}{3}\mathcal{M}_{sr1}\mathcal{M}_{sr2}(R_{x1}+R_{x2})}{\frac{2}{3}\mathcal{M}_{sr1}\mathcal{M}_{sr2}(2\mathcal{M}_r-L_{21}-L_{22})} \quad ..(6)$$

On peut aussi écrire :

$$I_a=\frac{E_m\left[(L_{21}R_{x2}+L_{22}R_{x1})p+R_{x1}R_{x2}\right]}{p(p+p_1)\left[bp^2-ap+c\right]}$$

avec

$$P_{2,3}=\frac{1}{2}\left[\frac{a}{b}\pm\sqrt{\frac{a^2}{b^2}-\frac{c}{b}}\right]$$

c'est à dire

$$(2P_3)^2 b-4P_3 a=-c \quad ...(7)$$
$$(2P_2)^2 b-4P_2 a=-c \quad ...(8)$$

A partir d'un glissement relativement faible,la résistance et la réactance du rotor sont pratiquement égales (fig 1),[9] et on peut admettre

$$R_{x1}=L_{21}\omega g$$
$$R_{x2}=L_{22}\omega g$$

En admettant qu'il n'y a pas de dispersion entre les bobines rotoriques r_1 et r_2 on a alors;

$$\mathcal{M}_r^2=L_{21}L_{22}$$

Les expressions(5),(6),(7) et (8) permettent alors le calcul des parametres des circuits rotoriques équivalents .

Nous avons ;

$P_1 = 1/T_1 = 11,11\ s^{-1}$

$P_2 = 1/T_2 = 35,71\ s^{-1}$

$P_3 = 1/T_3 \doteq 47,62\ s^{-1}$

$L_a = 0,04$ H (obtenue à faible tension alternative)

$Em = 10,2$ V

En remplaçant ces constantes dans (5),(6),(7) et (8) nous obtenons :

$L_{21} = 0,02$ H

$L_{22} \doteq 0,667$ H

$\mathcal{M}_{sr1} = 0,028\sqrt{1-\sigma_{sr1}}$

$\mathcal{M}_{sr2} = 0,16\sqrt{1-\sigma_{sr2}}$

$\mathcal{M}_{r} = 0,16$ H

où σ_{sr1} est le coefficient de dispersion entres les bobines statoriques et celles rotoriques r_1

et σ_{sr2} est le coéfficient de dispersion entre les bobines statoriques et celles rotoriques r_2

PARAMETRES MECANIQUES

Moment d'inertie	: $J = 0,1\ kg.m^2$
Coefficient de frottement	: $f = 0,01$ N.M.S/RAD
nombre de paires de poles	: $P = 1$

Chapitre III

ETUDE DES REGIMES TRANSITOIRES DE LA MACHINE A ROTOR MASSIF

La machine asynchrone à rotor massif dont nous allons étudier la mise en équation corréspond à la structure de principe schématisé sur la figure 1.Nous retrouvons les mêmes propriétés et transformations étudiées au chapitre 1 à propos de la machine asynchrone à rotor bobiné.

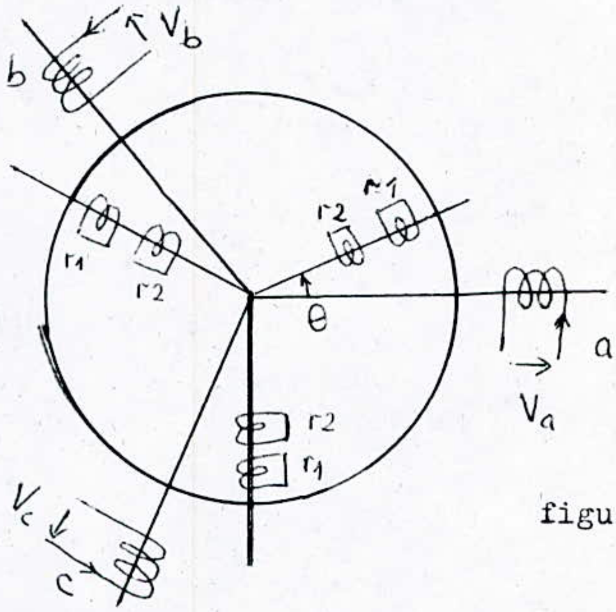


figure 1

l'éxpression liant les flux et les courants est donnée par la relation suivante éxprimée sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \Phi^s_{abc} \\ \Phi_{x_1y_1z_1} \\ \Phi_{x_2y_2z_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & \mathbb{L}^{sr1} & \mathbb{L}^{sr2} \\ \mathbb{L}^{r1s} & L_{x1} & \mathbb{L}^{rr} \\ \mathbb{L}^{r2s} & \mathbb{L}^{rr} & L_{x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^s_{abc} \\ I^r_{x_1y_1z_1} \\ I^r_{x_2y_2z_2} \end{bmatrix}$$

$$L_s = \begin{bmatrix} L_a & M_s & M_s \\ M_s & L_a & M_s \\ M_s & M_s & L_a \end{bmatrix} \quad ; \quad L_{x1,2} = \begin{bmatrix} L_{x1,2} & M_r & M_r \\ M_r & L_{x1,2} & M_r \\ M_r & M_r & L_{x1,2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{L}^{sr1,2} = M_{sr1,2}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta+2\pi/3) & \cos(\theta+\frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos\theta & \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta-4\pi/3) & \cos(\theta-2\pi/3) & \cos\theta \end{bmatrix} ; \mathbb{L}^{rr} = M_r \begin{bmatrix} 1 & \cos\frac{2\pi}{3} & \cos\frac{4\pi}{3} \\ \cos(-2\pi/3) & 1 & \cos\frac{2\pi}{3} \\ \cos(-\frac{4\pi}{3}) & \cos(-\frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}$$

Les équations éléctriques sont:

$$(2)\begin{cases} V^s_{abc} = R_a I^s_{abc} + \dfrac{d}{dt}\left[L_1 I^s_{abc} + \mathbb{L}^{sr1} I^r_{x1y1z1} + \mathbb{L}^{sr2} I^r_{x2y2z2} \right] \\ 0 = R_{x1} I^r_{x1y1z1} + \dfrac{d}{dt}\left[\mathbb{L}^{r1s} I^s_{abc} + L_{21} I^r_{x1y1z1} + \mathbb{L}^{rr} I^r_{x2y2z2} \right] \\ 0 = R_{x2} I^r_{x2y2z2} + \dfrac{d}{dt}\left[\mathbb{L}^{r2s} I^s_{abc} + \mathbb{L}^{rr} I^r_{x1y1z1} + L_{22} I^r_{x2y2z2} \right] \end{cases}$$

avec $L_1 = L_a - M_s$
$L_{21} = L_{x1} - M_r$
$L_{22} = L_{x2} - M_r$

D'autre part, l'équation mécanique du moteur est donnée par:

$$J \frac{d^2\theta}{dt} = \Gamma_{em} - \Gamma_r \quad \ldots(3)$$

En prenant comme origine des temps, l'instant où les axes du rotor coincident avec ceux du stator. L'éxpression(3) redevient:

$$J\frac{d\Omega}{dt} = {}^t I^s_{abc} \frac{d\mathbb{L}^{sr1}}{dt} I^r_{x1y1z1} + {}^t I^s_{abc} \frac{d\mathbb{L}^{sr2}}{dt} I_{x2y2z2} - \Gamma_r \cdot (4)$$

avec

$$\theta = p\,\Omega t + \theta_0$$

EQUATIONS DE FONCTIONNEMENT DU MOTEUR BIPHASE EQUIVALENT

Les équations du moteur biphasé équivalent dans le repère lié au stator sont obtenues en appliquant les transformations de CONCORDIA et de PARK (voir chapitre 1) aux tensions et courants triphasés dans (3) et (4) ,on obtient :

$$
(5)\left\{
\begin{aligned}
V^s_{\alpha\beta} &= R_a I^s_{\alpha\beta} + \frac{d}{dt}\left[L_1 I^s_{\alpha\beta} + M_{sr1} I^r_{\alpha_1\beta_1} + M_{sr2} I^r_{\alpha_2\beta_2} \right] \\
0 &= R_{r1} I^r_{\alpha_1\beta_1} + M_{sr1}\left[\frac{d}{dt} I^s_{\alpha\beta} - p\Omega D(\pi/2) I^s_{\alpha\beta}\right] + L_{21}\left[\frac{d}{dt} I^r_{\alpha_1\beta_1} - p\Omega D(\pi/2) I^r_{\alpha_1\beta_1}\right] \\
&\quad + M_r\left[\frac{d}{dt} I^r_{\alpha_2\beta_2} - p\Omega D(\pi/2) I^r_{\alpha_2\beta_2}\right] \\
0 &= R_{r2} I^r_{\alpha_2\beta_2} + M_{sr2}\left[\frac{d}{dt} I^s_{\alpha\beta} - p\Omega D(\pi/2) I^s_{\alpha\beta}\right] + M_r\left[\frac{d}{dt} I^r_{\alpha_1\beta_1} - p\Omega D(\pi/2) I^r_{\alpha_1\beta_1}\right] \\
&\quad + L_{22}\left[\frac{d}{dt} I^r_{\alpha_2\beta_2} - p\Omega D(\pi/2) I^r_{\alpha_2\beta_2}\right]
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\frac{d\Omega}{dt} = \frac{p}{J}\left[M_{sr1}\left(I^r_{\alpha_1} I^s_{\beta} - I^s_{\alpha} I^r_{\beta}\right) + M_{sr2}\left(I^r_{\alpha_2} I^s_{\beta} - I^s_{\alpha} I^r_{\beta_2}\right)\right] - \frac{\Gamma_r}{J} \qquad \ldots(6)
$$

Les équations (5) peuvent s'éxprimer sous forme matricielle

$$
\mathcal{V} = A\mathcal{J} + \frac{d\,\mathcal{J}}{dt} \qquad \ldots(7)
$$

avec

$$^{t}\mathcal{V} = \begin{bmatrix} V_\alpha^s & V_\beta^s & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} I_\alpha^s & I_\beta^s & I_{\alpha_1}^r & I_{\beta_1}^r & I_{\alpha_2}^r & I_{\beta_2}^r \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p\Omega M_{sr1} & R_{x1} & p\Omega L_{21} & 0 & p\Omega M_r \\ -p\Omega M_{sr1} & 0 & -p\Omega L_{21} & R_{x1} & -p\Omega M_r & 0 \\ 0 & p\Omega M_{sr2} & 0 & p\Omega M_r & R_{x2} & p\Omega L_{22} \\ -p\Omega M_{sr2} & 0 & -p\Omega M_r & 0 & -p\Omega L_{22} & R_{x2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & M_{sr1} & 0 & M_{sr2} & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & M_{sr1} & 0 & M_{sr2} \\ M_{sr1} & 0 & L_{21} & 0 & M_{rr} & 0 \\ 0 & M_{sr1} & 0 & L_{21} & 0 & M_r \\ M_{sr2} & 0 & M_r & 0 & L_{22} & 0 \\ 0 & M_{sr2} & 0 & M_r & 0 & L_{22} \end{bmatrix}$$

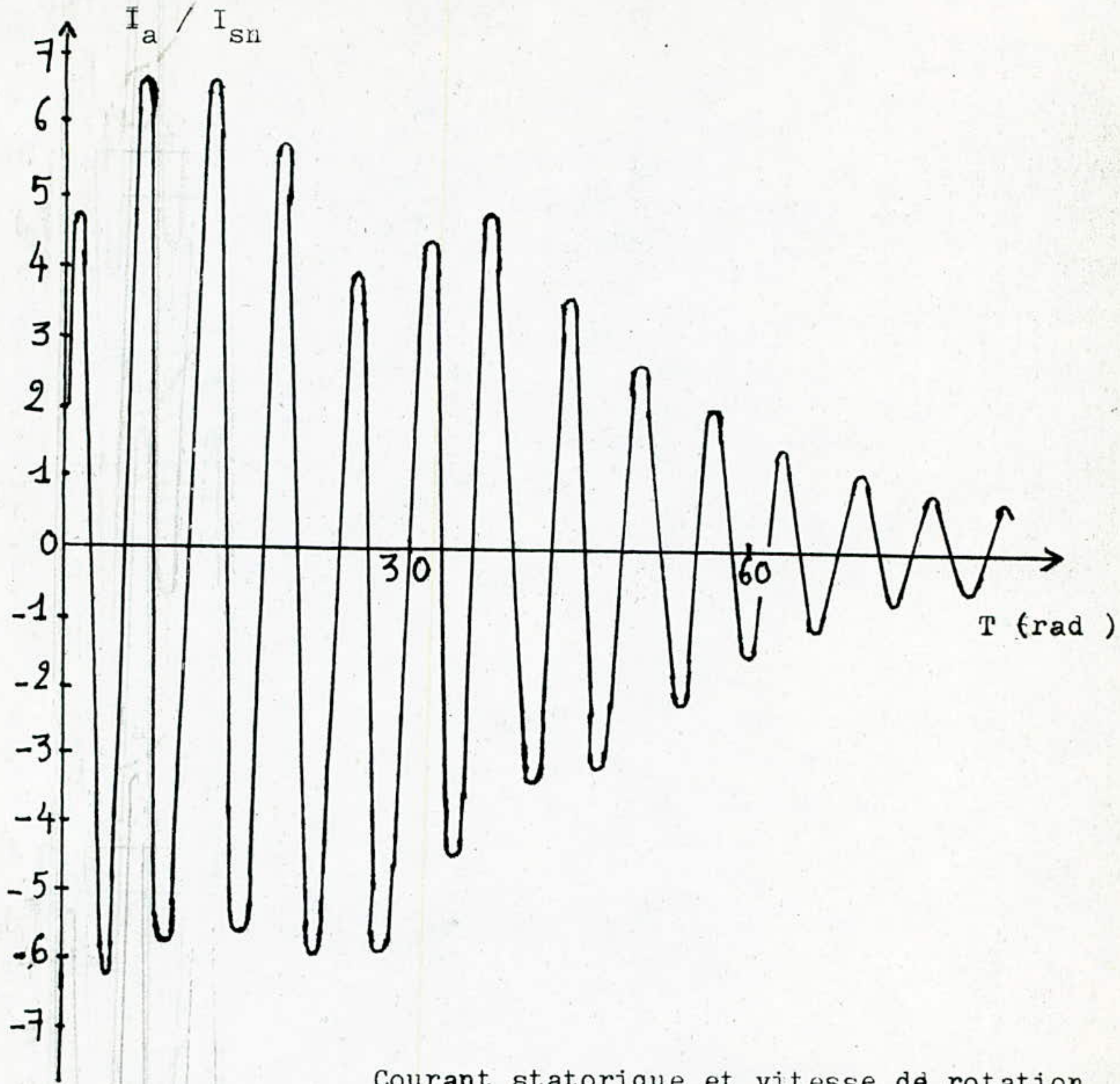
Ce systéme matriciel s'écrit aussi sous la forme :

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} = A_1 \, \mathcal{I} + B_1 \, V^{s}_{\alpha\beta}$$

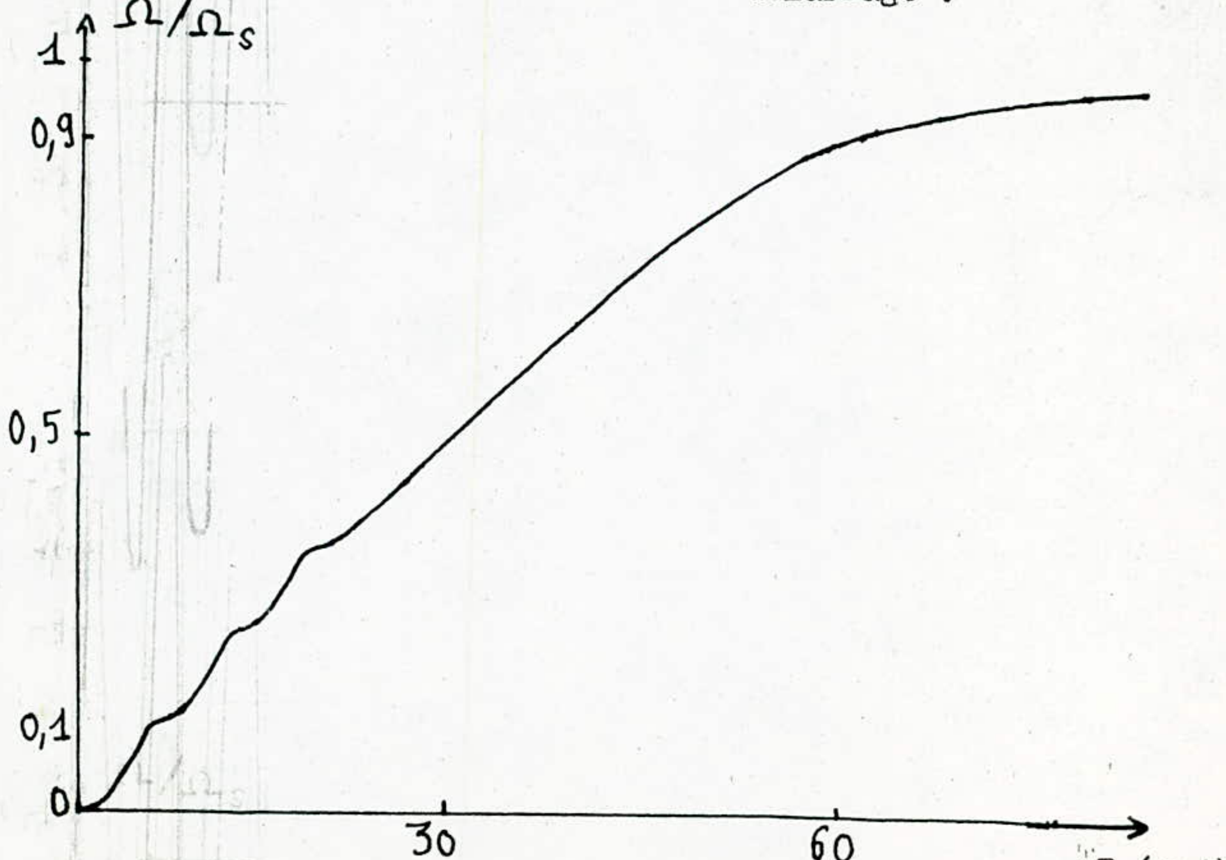
En utilisant les paramétres de la machine étudiée on obtient:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -7{,}2 & 0{,}21\,\Omega & 2{,}24 & 0{,}33\,\Omega & 1{,}39 & 0{,}32\,\Omega \\ -0{,}21\,\Omega & -7{,}2 & -0{,}33\,\Omega & 2{,}24 & -0{,}32\,\Omega & 1{,}39 \\ 2{,}63 & -0{,}44\,\Omega & 5{,}6 & 1{,}12\,\Omega & -11 & -0{,}11\,\Omega \\ 0{,}44\,\Omega & 2{,}63 & 1{,}12\,\Omega & 5{,}6 & 0{,}11\,\Omega & -11 \\ 2 & -0{,}34\,\Omega & -13{,}8 & -0{,}09\,\Omega & 5{,}9 & -1{,}1\,\Omega \\ 0{,}34\,\Omega & 2 & 0{,}09\,\Omega & -13{,}8 & 1{,}1\,\Omega & 5{,}9 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 8{,}67 & 0 \\ 0 & 8{,}67 \\ -3{,}18 & 0 \\ 0 & -3{,}18 \\ -2{,}48 & 0 \\ 0 & -2{,}48 \end{bmatrix}$$



Courant statorique et vitesse de rotation du moteur asynchrone à rotor **massif** au demarrage .



Conclusion

La detttermination des contraintes électriques et mécaniques d'un moteur asynchrone à rotor bobiné lors de certains régimes sévères ,en particulier le demarrage ,peuvent être étudier par la simulation numérique sans avoir recours à des manipulations souvent nuisibles à la machine .

Par contre ,cette méthode numérique ne peut être appliquer directement à la machine à rotor massif . Le circuit rotorique ,inaccéssible,présente une non-linéarité de ces paramétres .De ce fait ,on a modélisé le circuit rotorique par deux circuits linéaires équivalent par la méthode des réponses indicielles . L'enregistrement du courant statorique nous a permis de trouver le nombre de circuits linéaires équivalents. La connaissance des paramétres de chaque circuit linéaire équivalent,calculés à partir de la courbe de la force électromotrice totale déduite des enregistrements du courant et de la tension statorique, nous a donné la possibilité d'utiliser la méthode numérique pour l'étude du régime transitoire (demarrage) de la machine à rotor massif .

Les enregistrements du courant et de la vitesse relevés à partir des machines étudiées,fonctionnant à tension nominale ,ont montré la similitude entre le modéle mathématique utilisé et le système reel .

Annexe

```
C         -------------------------------------------
C         *                                         *
C         *    DEMARRAGE DU MOTEUR ASYNCHRONE        *
C         *            A ROTOR BOBINE                *
C         *                                         *
C         -------------------------------------------

      SUBROUTINE OTA(Y,VT,K)
      COMMON PA,CAP,X2,XM,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9,A10,A11
      REAL Y(5),K(5)
      V1=COS(VT)
      V2=SIN(VT)
      B1=A2*Y(5)
      B2=A4*Y(5)
      B3=A6*Y(5)
      B4=A8*Y(5)
      K(1)=PA*CAP*(X2*V1-A1*Y(1)+B1*Y(2)+A3*Y(3)+B2*Y(4))
      K(2)=PA*CAP*(X2*V2-B1*Y(1)-A1*Y(2)-B2*Y(3)+A3*Y(4))
      K(3)=PA*CAP*(-XM*V1+A5*Y(1)-B3*Y(2)-A7*Y(3)-B4*Y(4))
      K(4)=PA*CAP*(-XM*V2+B3*Y(1)+A5*Y(2)+B4*Y(3)-A7*Y(4))
      K(5)=PA*CAP*(Y(2)*Y(3)-Y(1)*Y(4))-PA*(A10+A11)*Y(5)
      RETURN
      END

      REAL P(3000),Y(5000),S(1000),K(5000)
      COMMON PA,CAP,X1,XM,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,A9,A10,A11
      DIMENSION YR(400)
C     DONNEES DE LA MACHINE
        REAL V1N,AI1N,V2N,AI2N,PE,RR1,RR2,AL1,AL2,AM,AJ,FROT,AKR
      W=100.*PI
C     PARAMETRES DE LA MACHINE
      SN=3*V1N*AI1N
      COUPLEN=SN*PE/W
      Z1N=V1N/AI1N
      Z2N=V2N/AI2N
      ZMM=V1N/AI2N
C     PARAMETRES REDUITS DE LA MACHINE
      R1=RR1/Z1N  ;R2=RR2/Z2N;X1=AL1*W/Z1N;X2=AL2*W/Z2N;XM=AM*W/ZMM
      A1=R1*X2;A2=XM**2;A3=R2*XM;A4=X2*XM
        A5=R1*XM;A6=X1*XM;A7=R2*X1;A8=X1*X2
      H=AJ*W/(COUPLEN*PE);FF=FROT*W/(COUPLEN*PE);CC=AKR*W/(COUPLEN*PE)
      A9=XM/(H*W);A10=FF/(H*W);A11=(CC)/(H*W);CAP=1./(X1*X2-XM**2)
C     LE PAS,TEMPS FINAL D'EXECUTION
      PA=.2
      TF=200.
C     PROGRAMME RUNGE-KUTTA
      DO 1 J=1,5
      S(J)=0.
 1    CONTINUE
      VT=0.
      J=1.
 2    DO 10 J=1,5
      Y(J)=S(J)
 10   CONTINUE
      CALL OTA (Y,VT,K)
      DO 20 J=1,5
      P(J)=K(J)
      Y(J)=S(J)+.5*K(J)
```

(SUITE PROGRAMME)

```
20    CONTINUE
      VT=VT+.5*PA
      CALL OTA (Y,VT,K)
      DO 25 J=1,5
      P(J)=P(J)+2*K(J)
      Y(J)=S(J)+.5*K(J)
25    CONTINUE
      CALL OTA (Y,VT,K)
      DO 30 J=1,5
      P(J)=P(J)+2*K(J)
      Y(J)=S(J)+K(J)
30    CONTINUE
      VT=VT+.5*PA
      CALL OTA (Y,VT,K)
      DO 35 J=1,5
      Y(J)=S(J)+(1./6)*(P(J)+K(J))
35    CONTINUE
      YR(1)=.8165*Y(1)
      YR(2)=-.408248*Y(1)+.7071067*Y(2)
      PRINT*,YR(1),YR(2),Y(5),VT
      DO 40 J=1,5
      S(J+1)=Y(J)
40    CONTINUE
      J=J+1
      IF(VT.LT.TF) GOTO 2
      STOP
      END
```

EXPRESSION DU COURANT STATORIQUE POUR DIFFERENT

NOMBRE DE CIRCUITS LINEAIRES AU ROTOR

n = 1

Les équations régissant le systeme sont

$$\begin{cases} \frac{U}{p} = p\Phi_a + R_a I_a \\ 0 = p\Phi_x + R_x I_x \\ 0 = p\Phi_y + R_x I_y \\ 0 = p\Phi_z + R_x I_z \end{cases} \quad \ldots.(1)$$

Les flux d'enroulements et les courants sont lié par:

$$\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_x \\ \Phi_y \\ \Phi_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ax} & M_{ay} & M_{az} \\ M_{ax} & L_x & M_r & M_r \\ M_{ay} & M_r & L_x & M_r \\ M_{az} & M_r & M_r & L_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} \quad \ldots(2)$$

En éliminant I_x, I_y et I_z on obtient I_a qui peut se mettre sous la forme :

$$I_a(p) = \frac{k\,(p+A)}{p\,(p+B)(p+C)} \quad \ldots..(3)$$

$L_2 = L_x - M_r$ inductance cyclique d'une bobine rotorique

$\mathcal{M}_{sr} = \frac{3}{2} M_{sr}$ · inductance cyclique mutuelle entre les bobines statorique et rotorique

$$K = \frac{U\ L_2}{L_a L_2 - \frac{3}{2} M_{sr}^2} \quad ; \quad A = \frac{R_x}{L_2}$$

$$BC = \frac{R_a\ R_x}{L_a L_2 - 3/2\ M_{sr}^2} \quad ; \quad B+C = \frac{L_a R_x + R_a L_2}{L_a L_2 - \frac{3}{2} M_{sr}^2}$$

La transformée inverse de $I_a(p)$ est de la forme :

$$i_a(t) = i_o - i_1 e^{-t/T_1} - i_2 e^{-t/T_2}$$

$$i_o = K \frac{A}{BC} \quad ; \quad i_1 = \frac{K(A-B)}{B(C-B)} \quad ; \quad i_2 = \frac{K(A-C)}{C(B-C)}$$

$$T_1 = \frac{1}{B} \quad ; \quad T_2 = \frac{1}{C}$$

n = 2

Les équations électriques régissant le système sont:

$$\begin{cases} \frac{U}{p} = R_a I_a + p\,\Phi_a \\ 0 = R_{x_1} I_{x_1} + p\,\Phi_{x_1} \\ 0 = R_{x_2} I_{x_2} + p\,\Phi_{x_2} \end{cases} \quad ......(5)$$

Les flux d'enroulements des trois bobines a $,x_1$ $,x_2$ sont lié par :

$$\begin{cases} \Phi_a = L_a I_a + \frac{3}{2} M_{sr_1} I_{x_1} + \frac{3}{2} M_{sr_2} I_{x_2} \\ \Phi_{x_1} = M_{sr_1} I_a + \left(L_{x_1} + \frac{M_r}{2}\right) I_{x_1} + \frac{3}{2} M_r I_{x_2} \\ \Phi_{x_2} = M_{sr_2} I_a + \frac{3}{2} M_r I_{x_1} + \left(L_{x_2} + \frac{M_r}{2}\right) I_{x_2} \end{cases} \quad ....(6)$$

Soit

$L_{21} = L_{x1} + \frac{M_r}{2}$: L'inductance cyclique de la bobine rotorique r_1

$L_{22} = L_{x2} + \frac{M_r}{2}$: L'inductance cyclique de la bobine rotorique r_2

$\mathcal{M}_{sr1} = \frac{3}{2} M_{sr1}$: L'inductance cyclique mutuelle ~~antre~~ entre les bobines statorique etcelles rotoriques r_1

$\mathcal{M}_{sr2} = \frac{3}{2} M_{sr2}$: L'inductance cyclique mutuelle entre les bobines statorique et celles rotoriques r_2

$\mathcal{M}_r = \frac{3}{2} M_r$: L'inductance cyclique mutuelle entre les bobines rotorique

Les courants rotoriques sont donné par

$$I_{x1} = \frac{\frac{2}{3} p^2 \mathcal{M}_{sr2} \mathcal{M}_r - \frac{2}{3} p \mathcal{M}_{sr1} (R_{x2} + pL_{22})}{(R_{x1} + pL_{21})(R_{x2} + pL_{22}) - p^2 \mathcal{M}_r^2} I_a$$

$$I_{x2} = \frac{\frac{2}{3} p^2 \mathcal{M}_{sr1} \mathcal{M}_r - \frac{2}{3} p \mathcal{M}_{sr2} (R_{x1} + pL_{21})}{(R_{x1} + pL_{21})(R_{x2} + pL_{22}) - p^2 \mathcal{M}_r^2} I_a$$

En remplaçant I_{x1} et I_{x2} par leurs éxpressions dans (5) et (6) on obtient :

$$I_a(p) = \frac{U\left[(R_{x1} + pL_{21})(R_{x2} + pL_{22}) - p^2 \mathcal{M}_r^2\right]}{P\Big[(R_a + pL_a)(R_{x1} + pL_{21})(R_{x2} + pL_{22}) - p^2 \mathcal{M}_r^2 (R_a + pL_a) + \dots \frac{4}{3} \mathcal{M}_{sr1} \mathcal{M}_{sr2} \mathcal{M}_r p^3 - \frac{2}{3} p^2 \mathcal{M}_{sr1}^2 (R_{x2} + pL_{22}) - \frac{2}{3} p^2 \mathcal{M}_{sr2}^2 (R_{x1} + pL_{2}}$$

...(7)

L'expression (7) peut être mise sous la forme:

$$I_a(p) = k \frac{(P + P_4)(P + P_5)}{P(P + P_1)(P + P_2)(P + P_3)}$$

avec

$$K = \frac{U(L_{21}L_{22} - M_{r}^{2})}{L_a L_{21} L_{22} + \frac{4}{3} M_{sr1} M_{sr2} M_r - \frac{2}{3} M_{sr1} L_{22} - \frac{2}{3} M_{sr2} L_{21}}$$

La transformée inverse de I_a (p) est donnée par:

$$i_a(t) = i_0 - i_1 e^{-t/T_1} - i_2 e^{-t/T_2} - i_3 e^{-t/T_3} \quad \ldots(8)$$

où

$$i_0 = K \frac{P_4 P_5}{P_1 P_2 P_3} \quad ; \quad i_1 = \frac{K(P_1+P_4)(P_1+P_5)}{P_1(P_1+P_2)(P_1+P_3)}$$

$$i_2 = K \frac{(P_2+P_4)(P_2+P_5)}{P_2(P_2+P_3)(P_2+P_1)} \quad ; \quad i_3 = \frac{K(P_3+P_4)(P_3+P_5)}{P_3(P_1+P_3)(P_3+P_2)}$$

$$T_1 = \frac{1}{P_1} \quad ; \quad T_2 = \frac{1}{P_2} \quad ; \quad T_3 = \frac{1}{P_3} .$$

n = 3

Les équations électriques du système sont :

$$\begin{cases} \frac{U}{p} = R_a I_a + p \Phi_a \\ 0 = R_{x1} I_{x1} + p \Phi_{x1} \\ 0 = R_{x2} I_{x2} + p \Phi_{x2} \\ 0 = R_{x3} I_{x3} + p \Phi_{x3} \end{cases} \quad \ldots; (9)$$

Les flux d'enroulements des bobines a ,x_1 x_2 sont liés au courants par :

$$\left\{\begin{array}{l} \Phi_a = L_a I_a + M_{sr1} I_{x1} + M_{sr2} I_{x2} + M_{sr3} I_{x3} \\ \Phi_{x1} = \frac{2}{3} M_{sr1} I_a + L_{21} I_{x1} + M_r I_{x2} + M_r I_{x3} \\ \Phi_{x2} = \frac{2}{3} M_{sr2} I_a + M_r I_{x1} + L_{22} I_{x2} + M_r I_{x3} \\ \Phi_{x3} = \frac{2}{3} M_{sr3} I_a + M_r I_{x1} + M_r I_{x2} + L_{23} I_{x3} \end{array}\right. \quad \ldots(10)$$

En éliminant I_{x1} ,I_{x2} et I_{x3} des éxpressions (9) et (10) on obtient :

$$I_a(p) = \frac{U \qquad A_3 \; D}{p\left[(R_a + pL_a)\, D\, A_3 - \frac{2}{3} p^2 M_r M_{sr1} A_3 A_2^2 - \frac{2}{3} p^2 M_r M_{sr2} A_1 A_2 A_3 - \frac{2}{3} p^2 M_r M_{sr3} A_2^2 A_1\right]} \quad \ldots(11)$$

avec

$$A_1 = R_{x1} + p\,(L_{21} - M_r)$$

$$A_2 = R_{x2} + p\,(L_{22} - M_r)$$

$$A_3 = R_{x3} + p\,(L_{23} - M_r)$$

$$D = (R_{x2} + pL_{22})\, A_1 A_3 - p^2 M_r^2 \left[R_{x2} + R_{x3} + p\,(L_{22} + L_{23} - 2M_r)\right]$$

l' expression (11) s'écrit aussi de la forme :

$$I_a(p) = \frac{K}{p} \; \frac{(p+p_6)(p+p_7)(p+p_8)(p+p_9)}{(p+p_1)(p+p_2)(p+p_3)(p+p_4)(p+p_5)} \quad \ldots(12)$$

La transformée inverse de cette éxpression est donnée par:

$$i_a(t) = i_0 - i_1 e^{-t/T_1} - i_2 e^{-t/T_2} - i_3 e^{-t/T_3} - i_4 e^{-t/T_4} - i_5 e^{-t/T_5} \quad \ldots(13)$$

avec $\quad T_i = \dfrac{1}{p_i} \qquad i = 1,5$

BIBLIOGRAPHIE

[1] J.Lesnne F.Notelet G.Séguier
"Introduction à l'électrotechnique approfondie"
Edition:technique et documentation. (année 1981)

[2] P.Barret
"Régimes transitoires des machines tournantes électriques"
Edition: Eyrolles (année 1982)

[3] P.Barret
"Les grands alternateurs en regime transitoire"
R.G.E. Décembre 1967

[4] F.Cahen
"la répartition des courants dans les conducteurs massifs, effet kelvin, courants de foucault.
Electrotechnique génerale.1^{ere} édition,6-1951

[5] G.F.T.Widger,B.Sc.,D.I.C,. and B.Adkins,M.A.,D.SC,C.Eng.
"Starting performance of synchronous motors with solid salient poles"
PROC.IEE Vol .115,No.10,October 1968

[6] B.J.Chalmers && A.M.Saleh
"Analyses of solid-rotor induction machines"
IEE PROCEDINGS.Vol 131 No 1,.January 1984

[7] G.Darrieus
"Contribution à l'étude du comportement des alternateurs à rotor massif en régime transitoire ou asynchrone"
R.G.E. Décembre 1967

[8] A.Ivanov-Smolenski
"Machines électriques"
Edition Moscou Mir 1983

[9] M.Belamri & L.Bouras
"Etude de la machine asynchrone à rotor massif lisse"
P.F.E, E.N.P.A Janvier 1983

[10] Hak Lay Hy
"Contribution à l'étude du moteur asynchrone en régime variable"
Thèse de Docteur ingenieur. Université de NancyI (1976)

[11] O.Benzaid & A.Mériched
"Identification d'une machine synchrone"
P.F.E, E.N.P.A Juin 1983

[12] H.Moulai & F.Assam
"Etude par simulation numérique du moteur asynchrone
en régime variable.-Demarrage
-Défaut de tension d'alimentation"
P.F.E, E.N.P.A. Jüin 1985

[13] N.Mouss &D.Sator
"Effets d'extrimitésdans une machine asynchrone à rotor
massif lisse"
P.F.E; E.N.P.A Juin 1983