

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET  
POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche**

**Scientifique**

**Ecole Nationale Polytechnique**



Département de Génie Mécanique

Mémoire de Projet de Fin d'Etudes

pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique

---

# **Simulation numérique du comportement à la fatigue de l'acier 316L sous sollicitation de flexion et effet de température**

---

Réalisé par : Hamida AKKOUCHE

Présenté et soutenu le 16/09/2020

**Devant le Jury :**

Président	M. Yacine BELKACEMI	MCA	ENP
Rapporteur/ Promoteur	M. Hamid SEDJAL	MAA	ENP
Examineur	M. Fatah HELLAL	Pr.	ENP

ENP 2020



**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET  
POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche**

**Scientifique**

**Ecole Nationale Polytechnique**



Département de Génie Mécanique

Mémoire de Projet de Fin d'Etudes

pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Génie Mécanique

---

# **Simulation numérique du comportement à la fatigue de l'acier 316L sous sollicitation de flexion et effet de température**

---

Réalisé par : Hamida AKKOUCHE

Présenté et soutenu le 16/09/2020

**Devant le Jury :**

Président	M. Yacine BELKACEMI	MCA	ENP
Rapporteur/ Promoteur	M. Hamid SEDJAL	MAA	ENP
Examineur	M. Fatah HELLAL	Pr.	ENP

ENP 2020

يعد عدد دورات الفشل في اختبار التعب معلومة مثيرة للاهتمام. يمكن بالفعل استخدامه لاحقاً للتنبؤ بعمر الخدمة لجزء في الخدمة، وفقاً لطلبه.

في هذا مشروع، تم إجراء دراسات الإجهاد والتعب الحراري على عينات محززة على الفولاذ 316L (v ou-notch) notch). الهدف هو معرفة عمر الخدمة باستخدام اختبارات الانحناء.

الكلمات المفتاحية: التعب، التعب الحراري، الشق، عمر الخدمة.

---

### **Abstract :**

The number of cycles to failure in a fatigue test is an interesting piece of information. It can indeed be used later to predict the service life of a part in service, according to its solicitations.

In this EFP, fatigue and thermal fatigue studies were conducted on notched 316L steel specimens (u-notch and v-notch). The aim is to know the service life using bending tests.

**Key words :** Fatigue, Thermal fatigue, notch, lifespan.

---

### **Résumé :**

Le nombre de cycles à rupture lors d'un essai de fatigue est un renseignement intéressant. Il pourra en effet être utilisé ultérieurement pour prévoir la durée de vie d'une pièce en service, en fonction de ses sollicitations. Dans ce PFE, des études de fatigue et de fatigue thermique ont été menées sur des éprouvettes en acier 316L entaillées (entaille en u et entaille en v). Le but est de connaître la durée de vie en utilisant des essais de flexion.

**Mots clés :** Fatigue, Fatigue thermique, entaille, durée de vie.

---

# Remerciements

Je tiens à remercier avant tout le bon Dieu, le tout puissant, de m'avoir donné la foi, la volonté et le courage de mener à bien ce modeste travail.

J'adresse un grand remerciement à mon promoteur, Monsieur Hamid SEDJAL, pour m'avoir toujours fait confiance quant à la façon de mener mes travaux, pour ses conseils et ses directives.

Comme je tiens particulièrement à remercier Monsieur Yacine BELKACEMI de m'avoir fait l'honneur de présider la soutenance, ainsi que Monsieur Fatah HELLAL qui a consacré une partie importante de son temps à la lecture et à l'évaluation de ce rapport.

# Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

- A mes très chers parents qui ne cessent jamais de m'encourager et de me soutenir.
  
- A mes très chers grands-parents.
  
- A mes deux sœurs et à mon frère.
  
- A toute ma famille et à tous mes amis.

*Hamida*

## **Table des matières**

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction générale.....	11
<b><u>Chapitre I : La fatigue</u></b> .....	<b>14</b>
Introduction .....	14
I.1 Endommagement de fatigue.....	14
I.1.1 Fatigue.....	14
I.1.2 Endurance .....	15
I.1.3 Courbe de Wöhler .....	15
I.1.4 Définition du dommage .....	16
I.2 Les types de Fatigue.....	17
I.3 Mécanismes de la rupture par fatigue .....	17
I.3.1 Amorçage .....	18
I.3.2 Propagation de fissure.....	18
I.3.3 Rupture brutale.....	19
I.4 Paramètres d'influences en fatigue .....	19
I.4.1 Effet d'échelle .....	19
I.4.2 Etat de surface.....	20
I.4.3 Température .....	20
I.4.4 Mise en forme .....	20
I.4.5 Traitement thermique.....	21
I.4.6 Environnement.....	21
I.5 Concepts importants .....	21
I.6 Essais de fatigue .....	22
I.6.1 Objet des essais de fatigue .....	24
I.6.2 Classification des essais de fatigue .....	25

I.6.3	Cycle de contraintes .....	25
I.6.4	Eprouvettes d'essais .....	28
I.7	La fatigue thermique .....	29
I.7.1	Le phénomène de fatigue thermique.....	29
Conclusion.....		30
<u>Chapitre II</u> :	Généralités sur les entailles .....	31
Introduction .....		32
II.1	Effet d'entaille .....	32
II.1.1	Facteur de concentration de contrainte théorique <b><i>Kt</i></b> .....	34
II.1.2	Facteur de concentration de contrainte en fatigue <b><i>Kf</i></b> .....	35
II.1.3	Facteur de sensibilité à l'entaille.....	35
II.2	Rappel des concepts de la mécanique de la rupture .....	36
II.2.1	Répartition des contraintes à la pointe d'une fissure .....	36
II.2.2	Répartition des contraintes en fond d'entaille .....	38
Conclusion.....		38
<u>Chapitre III</u> :	Méthode des éléments finis .....	39
Introduction .....		40
III.1	Démarches éléments finis.....	40
III.1.1	Formulation du problème physique à étudier.....	41
III.1.2	Discretisation géométrique.....	41
III.1.3	Fonctions d'interpolation pour un élément .....	42
III.1.4	Construction des matrices élémentaires .....	44
III.1.5	Assemblage des matrices de rigidité et de masse des éléments .....	45
III.1.6	Introduction des conditions aux limites .....	46
III.2	Utilisation d'un logiciel éléments finis.....	46
III.2.1	Déroulement d'une étude .....	47
III.3	Organigramme d'un logiciel éléments finis .....	50
Conclusion.....		50

<u>Chapitre IV : Simulation numérique, résultats et interprétations</u> .....	51
Introduction .....	52
IV.1 But de l'étude.....	52
IV.2 Description de l'essai.....	53
IV.2.1 Géométrie des éprouvettes .....	53
IV.2.2 Etude statique .....	54
IV.2.3 Etude de fatigue.....	57
IV.3 Résultats.....	58
IV.3.1 Résultats d'analyse pour une entaille en u .....	58
IV.3.2 Résultats d'analyse pour une entaille en v .....	61
IV.3.3 Effet de la forme de l'entaille sur la contrainte réponse .....	63
IV.3.4 Effet de la forme de l'entaille sur le nombre de cycles .....	65
IV.3.5 Interprétation des résultats .....	66
IV.3.6 Effet thermique.....	67
IV.3.7 Effet de la température sur la contrainte réponse .....	79
IV.3.8 Effet de la température sur la durée de vie .....	81
IV.3.9 Interprétation des résultats .....	82
IV.4 Etude non linéaire .....	82
IV.4.1 Critères de non linéarité .....	82
IV.4.2 Résultats de l'étude non linéaire .....	85
IV.4.3 Comparaison entre l'étude linéaire et non linéaire et interprétation des résultats	86
Conclusion.....	88
Conclusion générale .....	89

# Table des figures

Figure I. 1: Courbe de Wöhler [3].....	16
Figure I. 2: Stades I et II de la propagation de fissures [3].....	18
Figure I. 3: Surface de rupture [3].....	19
Figure I. 4: Essai cyclique à déformation imposée [9].....	23
Figure I. 5: Courbe de consolidation typique [9]. ....	23
Figure I. 6: Courbe de Wöhler typique [9].....	24
Figure I. 7: Cycle de contrainte en fatigue [10].....	27
Figure I. 8: Formes de cycles de contraintes [10]. ....	27
Figure I. 9: Classification des différents types de fatigue oligocyclique selon Spera [20]. ....	29
Figure II. 1: Champ de contrainte dans une éprouvette entaillée et sollicitée en traction [11]. ....	33
Figure II. 2: Géométrie d'entaille [18]. ....	33
Figure II. 3: Formes d'entailles [18]. ....	34
Figure II. 4: Variations locales de géométrie et concentration de contraintes [19].....	37
Figure II. 5: Élément de volume au voisinage d'un front de fissure rectiligne [19].....	37
Figure III. 1: Erreur de discrétisation géométrique [16].....	41
Figure III. 2: Organigramme d'un logiciel éléments finis [16]. ....	50
Figure IV. 1: Configuration de l'essai de flexion à trois points. ....	53
Figure IV. 2: Eprouvette avec entaille en u.....	54
Figure IV. 3: Eprouvette avec entaille en v.....	54
Figure IV. 4: Conditions aux limites .....	55
Figure IV. 5: Informations sur les chargements externes appliqués (Force).....	56
Figure IV. 6: Information sur les chargements externes appliqués (température). ....	56
Figure IV. 7: Informations sur le maillage .....	56
Figure IV. 8: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée.....	59
Figure IV. 9: Variation du déplacement en fonction de la force appliquée.....	59
Figure IV. 10: Courbe de Wöhler.....	60
Figure IV. 11: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée.....	61
Figure IV. 12: Variation du déplacement en fonction de la force appliquée.....	62
Figure IV. 13 : Courbe de Wöhler.....	63
Figure IV. 14: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée pour chaque type d'entaille.....	64

Figure IV. 15 : Courbes de Wöhler superposées.....	66
Figure IV. 16: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée à T=50°C .....	68
Figure IV. 17: Variation des déplacements en fonction de la force appliquée à T=50°C. ....	68
Figure IV. 18 : Courbe de Wöhler (T=50°C). ....	69
Figure IV. 19: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée à T=100°C. ....	71
Figure IV. 20: Variation des déplacements en fonction de la force appliquée à T=100°C. ....	71
Figure IV. 21 : Courbe de Wöhler (T=100°C). ....	72
Figure IV. 22: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée à T=200°C. ....	74
Figure IV. 23: Variation des déplacements en fonction de la force appliquée à T=200°C. ....	74
Figure IV. 24: Courbe de Wöhler (T=200°C). ....	75
Figure IV. 25: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée à T=300°C. ....	77
Figure IV. 26: Variation des déplacements en fonction de la force appliquée à T=200°C. ....	77
Figure IV. 27: Courbe de Wöhler (T=300°C). ....	78
Figure IV. 28: Variation de la contrainte en fonction de la force pour chaque température étudiée.....	80
Figure IV. 29: Courbe de Wöhler pour chaque température. ....	81
Figure IV. 30: Paramètres de non linéarité.....	83
Figure IV. 31 : Déroulement de la simulation (étude non linéaire).....	84
Figure IV. 32: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée.....	85
Figure IV. 33 Variation du déplacement en fonction de la force appliquée.....	86
Figure IV. 34 Variation du déplacement en fonction de la force pour le cas linéaire et non linéaire ....	87
Figure IV. 35: Variation de la contrainte en réponse en fonction de la force appliquée pour le cas linéaire et non linéaire .....	87

# Liste des tableaux

Tableau I. 1: Effet d'échelle sur la limite d'endurance [5].....	19
Tableau IV. 1: Géométrie des éprouvettes .....	53
Tableau IV. 2: Propriétés du matériau sélectionné.....	55
Tableau IV. 3: Informations sur le maillage.....	57
Tableau IV. 4: Contraintes réponses et déplacements en fonction des forces appliquées.....	58
Tableau IV. 5: Variation du nombre de cycles en fonction de la force appliquée. ....	60
Tableau IV. 6: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées. ....	61
Tableau IV. 7: Variation du nombre de cycles en fonction de la force appliquée. ....	62
Tableau IV. 8: Résultats de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée pour les deux types d'entailles .....	63
Tableau IV. 9: Résultats des nombres de cycles en fonction de la force appliquée pour les deux types d'entailles .....	65
Tableau IV. 10: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées. ....	67
Tableau IV. 11: Variation du nombre de cycle en fonction de la force appliquée.....	69
Tableau IV. 12: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées. ....	70
Tableau IV. 13: Variation du nombre de cycle en fonction de la force appliquée.....	72
Tableau IV. 14: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées. ....	73
Tableau IV. 15: Variation du nombre de cycle en fonction de la force appliquée.....	75
Tableau IV. 16: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées. ....	76
Tableau IV. 17: Variation du nombre de cycle en fonction de la force appliquée.....	78
Tableau IV. 18: Contrainte réponse en fonction de la force appliquée pour chaque température.....	79
Tableau IV. 19: Durée de vie en fonction de la force appliquée pour chaque température. ....	81
Tableau IV. 20 : Variation de la contrainte réponse et du déplacement pour le cas non linéaire.....	85

### Introduction générale

Les pièces mécaniques et les éléments de structures soumis à des charges cycliques peuvent rompre prématurément même dans le cas où les niveaux de contraintes maximales ne dépassent pas la limite d'élasticité : c'est le mécanisme de rupture par fatigue.

Ce phénomène, est mis en évidence avec l'avènement du chemin de fer au milieu du XIX<sup>e</sup> siècle, il est à présent bien connu même s'il existe encore beaucoup d'interrogations.

En tant que mode de dégradation, la fatigue est à l'origine des défaillances des systèmes mécaniques. Il est donc important de prendre en compte ce phénomène dans le cadre de la conception mécanique.

La fatigue des structures métalliques soumises à des sollicitations cycliques est un phénomène qui est traditionnellement étudié à deux niveaux. La fatigue est respectivement qualifiée d'oligocyclique ou de polycyclique si le chargement produisant la rupture est appliqué durant un petit ou un grand nombre de cycles. A son tour, la fatigue polycyclique se divise en deux domaines : "endurance limitée" où l'on parle du régime fini de durée de vie, et "endurance illimitée" où la structure peut supporter un nombre de cycles théoriquement infini sans rupture.

Les composants mécaniques sont de nature complexe subissant des chargements multiaxiaux. Les industriels recherchent un modèle de prédiction de durée de vie de pièces mécaniques. Le modèle doit être simple à mettre en œuvre, d'une grande applicabilité sur les matériaux métalliques et qui traite presque tous les cas de charges possibles. Dans le domaine de l'endurance limitée, très peu de critères sont disponibles. A l'heure actuelle, aucun d'entre eux ne répond complètement à la demande d'un outil prédictif de durée de vie.

Le premier chapitre de ce mémoire de fin d'étude traite la fatigue et consiste à donner des généralités sur les types de fatigue, les facteurs d'influence ainsi que les essais de fatigue.

Le deuxième chapitre est consacré aux entailles, où on introduit les effets de ces dernières.

Le troisième chapitre concerne une introduction aux éléments finis.

## **Introduction générale**

---

Finalelement le quatrième et dernier chapitre regroupe la simulation numérique, les résultats et leurs interprétations. En premier lieu, on a effectué une étude de fatigue sur des éprouvettes avec différentes formes d'entailles et en deuxième lieu, après avoir déterminé la configuration d'entaille la plus critique, on a introduit l'effet de la température. On a présenté dans ce chapitre les résultats sous forme de tableaux et de graphiques.

On clôture avec une conclusion générale, où on résume l'essentiel de notre travail.

# Chapitre I

La fatigue

## La fatigue

### Introduction

L'origine du terme "fatigue" est le terme latin " fatigāre" qui signifie "Épuiser - fatiguer".

La définition descriptive de la fatigue a été retrouvée dans le rapport intitulé : "Principes généraux sur les essais de fatigue des métaux" publié en 1964 par l'organisation internationale de standardisation de Genève [1].

La fatigue est un phénomène superficiel pour ce qui concerne les pièces mécaniques sollicitées en tant que des pièces de structures.

L'essai de fatigue a pour objet la détermination du comportement d'éprouvettes de métal des pièces ou d'ensembles mécaniques, sous sollicitations de contraintes périodiques.

Il en résulte une rupture qui peut survenir pour des contraintes appliquées bien inférieures à la charge de rupture statique [1].

Si le terme " Fatigue" a été consacré par l'usage pour désigner la défaillance en service, on a appelé "Endurance" l'aptitude à résister à la fatigue.

## I.1 Endommagement de fatigue

### I.1.1 Fatigue

La fatigue désigne l'endommagement local d'une pièce sous l'effet d'efforts variables : forces appliquées, vibrations, rafales de vent, etc.

La fatigue est un processus (succession de mécanismes) qui sous l'action de contraintes ou déformations variables dans le temps modifie les propriétés locales d'un matériau. Ces dernières peuvent entraîner la formation de fissures et éventuellement la rupture de la structure. La fatigue est notamment caractérisée par une étendue de variation de contrainte qui peut être bien inférieure à la limite d'élasticité du matériau. Les étapes principales de la ruine par fatigue d'un assemblage sont l'amorçage de fissures, la propagation de fissures et la rupture finale [1].

Ce phénomène est rencontré fréquemment dans de nombreux domaines industriels qui mettent en jeu des sollicitations cycliques :

- sollicitation par flexion alternée d'une pièce tournante (essieu),
- sollicitation par vibrations (avions, ouvrages d'art...etc.),
- sollicitation de la carlingue des avions par des cycles de pressurisation et dépressurisation à chaque vol [8].

### **I.1.2 Endurance**

L'endurance est la capacité de résistance à la fatigue des pièces et des assemblages [2].

### **I.1.3 Courbe de Wöhler**

La courbe de Wöhler est le plus ancien diagramme qui permette de visualiser la tenue de la pièce ou des matériaux dans le domaine de fatigue. Cette courbe définit une relation entre la contrainte appliquée  $\sigma$  et le nombre de cycles à la rupture  $N_R$ .

Pour la tracer, on réalise généralement des essais simples qui consistent à soumettre chaque éprouvette à des cycles d'efforts périodiques, d'amplitude de chargement constante fluctuant autour d'une valeur moyenne fixée et à noter le nombre de cycles à rupture  $N_R$ .

Pour plus de commodité, ce nombre  $N_R$  est reporté en abscisse sur une échelle logarithmique, et l'amplitude de contrainte  $\sigma$  est reportée en ordonnée sur une échelle linéaire. Ainsi à chaque éprouvette testée, correspond un point du plan  $(N_R, \sigma)$ . A partir d'un certain nombre d'essais, nous établissons la courbe de Wöhler, figure I.1.

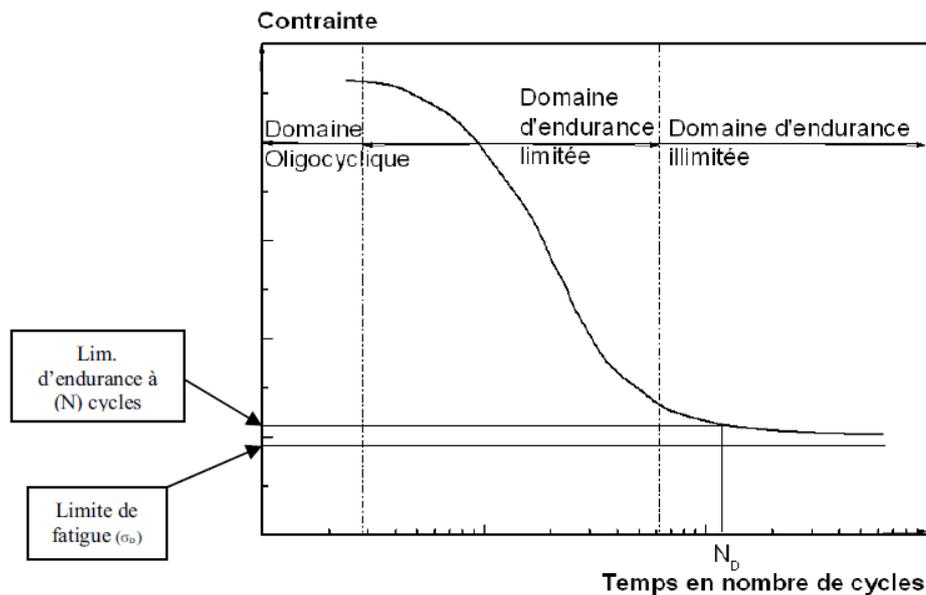


Figure I. 1: Courbe de Wöhler [3]

### I.1.3.1 Limite de fatigue

C'est la contrainte pour laquelle aucune rupture n'est observée après un nombre de cycles infini, figure I.1.

### I.1.3.2 Limite d'endurance

La limite d'endurance correspond à la valeur limite vers laquelle tend l'amplitude de contrainte lorsque le nombre de cycles devient très grand. Dans le cas des aciers, cette limite d'endurance peut être réellement approchée avec  $10^7$  cycles.

### I.1.3.3 Durée de vie

C'est le nombre de cycles au bout duquel l'éprouvette rompt.

## I.1.4 Définition du dommage

La notion du dommage présente deux aspects différents, l'un physique, et l'autre descriptif, qui est très important du point de vue de l'emploi des matériaux de construction. L'aspect physique du dommage correspond aux variations des propriétés physiques des matériaux pendant la fatigue, ces variations qui reflètent les modifications que subit la matière sous l'action des sollicitations.

L'aspect descriptif de la notion du dommage consiste dans la représentation quantitative de l'endurance des matériaux soumis à des histoires de contraintes plus ou moins variées. De plus cet endommagement ne s'accompagne le plus souvent d'aucune modification

apparente de forme ou d'aspect de la pièce. Bien que la fissuration par fatigue soit progressive, la rupture apparaît brutalement lorsque la fissure dépasse la taille critique.

## I.2 Les types de Fatigue

La rupture par fatigue peut être provoquée par plusieurs processus et parmi les types de fatigue, on cite :

- **Fatigue cyclique** : Causée par le chargement et le déchargement répétés du matériau ou de l'élément structurel.
- **Fatigue-fluage** : L'endommagement est causé par des charges cycliques appliquées à des températures élevées par rapport à la température de fusion du matériau.
- **La fatigue corrosion** : Apparaît sous l'action conjuguée de l'environnement et d'une sollicitation cyclique. Lorsque les sollicitations sont en présence d'un milieu corrosif, la fatigue est accélérée et pénètre vers l'intérieur.
- **Fatigue thermique** : Les variations de température au cours du temps, engendrent des sollicitations thermiques responsables de fatigue thermique.
- **Fatigue thermomécanique** : Apparaît sous la variation combinée de la température et de la sollicitation mécanique extérieure.
- **Fatigue par frettage** : causée par le frottement à petite échelle et l'abrasion de pièces adjacentes.

## I.3 Mécanismes de la rupture par fatigue [3]

Les mécanismes responsables de la défaillance des matériaux peuvent être visualisés à une large gamme d'échelles. Ils sont donc, relativement simples lorsqu'ils sont vus à une grande échelle et sont plus complexes lorsqu'ils sont vus à plus petite échelle.

En effet, les mécanismes impliqués dans la rupture par fatigue d'un échantillon métallique ordinaire sont simples, bien que les détails puissent être complexes. Tout d'abord une fissure est amorcée à la surface de l'échantillon, ensuite elle se propage lentement à travers ce dernier et enfin lorsque la section portante a été suffisamment réduite, la pièce rompt lors du cycle de charge final.

### I.3.1 Amorçage

L'amorçage de fissures de fatigue dans un métal est la conséquence d'une plasticité inversée dans un grain sur une échelle de  $10^{-3}$  mm. Les grains de surface sont plus faibles, ils se déforment plastiquement à la plus faible contrainte et cela conduit à la production d'une microfissure dans un grain. Cette première phase s'initie donc, le plus souvent, à la surface de la pièce à partir de bandes de glissement persistantes, formant des microfissures et se propageant. Ces microfissures se propagent à travers quelques grains suivant des directions cristallographiques.

### I.3.2 Propagation de fissure

Dans les années 1950, il est apparu clairement que la propagation des fissures de fatigue dans les métaux est un processus qui se fait en deux étapes.

La propagation des fissures en phase I est une extension de la microfissure initiée sans changement de direction. Par conséquent, une fissure de stade I est une fissure qui se propage dans une bande de glissement, qui se trouve sur un plan de contrainte de cisaillement élevée.

Le stade I est suivi par la stade II au cours duquel la fissure quitte le plan de scission maximale pour se propager dans le plan de contrainte normale majeure, c'est-à-dire perpendiculaire à la contrainte principale maximale.

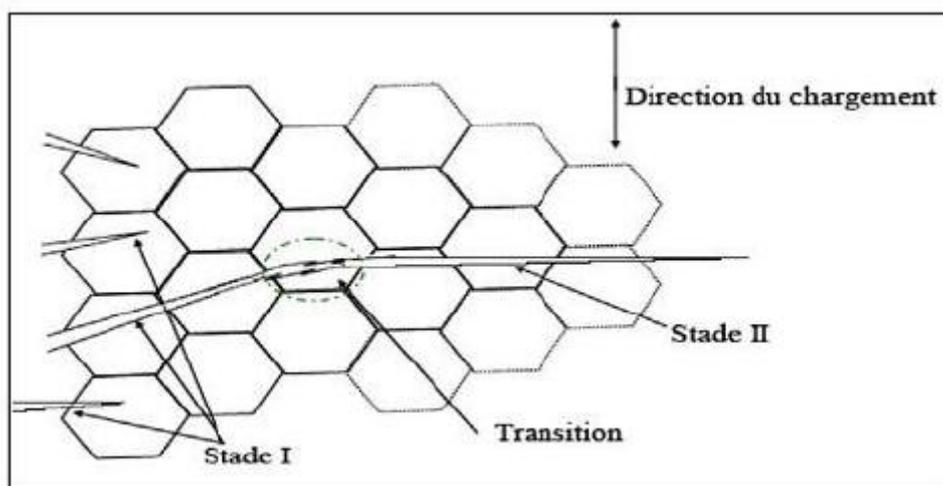


Figure I. 2: Stades I et II de la propagation de fissures [3].

### I.3.3 Rupture brutale

Lorsque la section portante, qui se réduit à mesure que la fissure progresse, ne peut plus supporter le chargement appliqué, la pièce rompt, généralement de manière ductile.

La surface de rupture comporte une zone d'amorçage, une zone de propagation et une zone de rupture ductile.

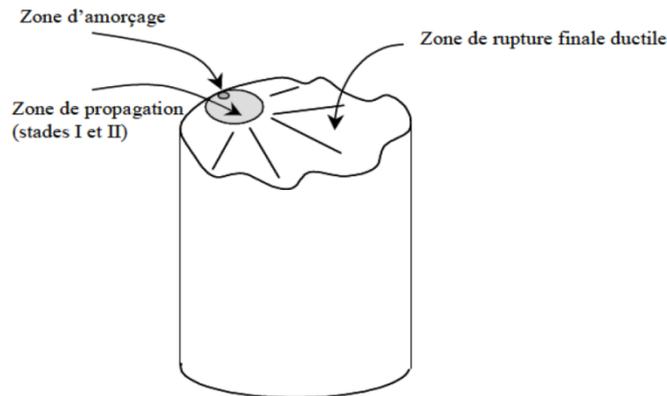


Figure I. 3: Surface de rupture [3].

## I.4 Paramètres d'influences en fatigue

### I.4.1 Effet d'échelle

La rupture par fatigue d'un matériau dépend de l'interaction entre une contrainte importante et un défaut critique. En effet, la fatigue est contrôlée par le maillon le plus faible du matériau, la probabilité de présence d'un maillon faible augmente avec le volume du matériau. Ce phénomène est mis en évidence dans les résultats des études de fatigue d'un matériau en utilisant des échantillons de différents diamètres (tableau I.1) [5].

Tableau I. 1: Effet d'échelle sur la limite d'endurance [5]

Diamètre (mm)	Limite d'endurance (MPa)
7.62	227.52
25.4	190.29
152.4	119.27

### **I.4.2 Etat de surface**

Comme la plupart des défaillances dues à la fatigue ont leur origine à la surface, celle-ci aura une influence considérable sur le comportement à la fatigue. Les effets de surface sont causés par des différences de rugosité de la surface, de microstructure, de composition chimique et de contrainte résiduelle [6].

Les rayures, les piquûres et les marques d'usinage ajoutent des concentrations de stress au composant et influent donc sur la résistance à la fatigue de ce dernier [4].

### **I.4.3 Température**

Les limites d'endurance de l'acier ont tendance à augmenter à basse température. Cependant, une considération plus importante est que de nombreux matériaux présentent une réduction significative de la résistance à la rupture à basse température.

A haute température, la limite d'endurance de l'acier diminue en raison de la mobilité des dislocations. Si les températures sont supérieures à environ la moitié du point de fusion du matériau, la rupture devient importante. Il est également important de noter que des températures élevées peuvent réduire les contraintes résiduelles bénéfiques [4].

### **I.4.4 Mise en forme**

Les deux procédés de production les plus courants sont la mise en forme à froid et l'usinage. Le travail à froid implique que le matériau est déformé plastiquement, ce qui devrait laisser une répartition des contraintes résiduelles dans le produit. Des contraintes résiduelles peuvent aussi être présentes dans le produit final lors d'une mise en forme à chaud.

Les opérations d'usinage peuvent également introduire des contraintes résiduelles. La découpe des métaux implique l'enlèvement d'une couche de matériau, qui comprend un processus de défaillance près de la pointe de l'outil de coupe mais le processus de rupture est précédé d'une déformation plastique. En fonction de l'usinage (netteté de la lame, vitesse d'avance, profondeur de coupe, etc.) et du matériau, les contraintes résiduelles peuvent être importantes dans une fine couche de surface [7].

#### **I.4.5 Traitement thermique**

La trempe est une étape dans de nombreux traitements thermiques appliqués à divers matériaux. Le refroidissement se produit généralement très rapidement à l'extérieur d'un composant, et beaucoup plus lentement à l'intérieur du matériau. Le refroidissement inhomogène introduit des contraintes thermiques. La contraction thermique plus rapide à l'extérieur provoque des contraintes de traction locales équilibrées par des contraintes de compression à l'intérieur [7].

#### **I.4.6 Environnement [7]**

Lorsque la sollicitation par fatigue se fait dans un environnement corrosif, les effets néfastes qui en résultent sont plus importants que ce que l'on pourrait prévoir en considérant séparément la fatigue et la corrosion. L'interaction entre la fatigue et la corrosion, appelée fatigue-corrosion, implique des mécanismes de défaillance uniques et très complexes.

Un environnement corrosif attaque la surface du métal et produit un film d'oxyde. En général, ce film d'oxyde sert de couche protectrice et empêche la corrosion du métal. Cependant, une charge cyclique provoque une fissuration localisée de cette couche, ce qui expose les surfaces métalliques fraîches à l'environnement corrosif. En même temps, la corrosion provoque des piqûres localisées à la surface, qui agissent comme des concentrations de contraintes.

#### **I.5 Concepts importants [4]**

Il faut être prudent lorsqu'on utilise l'idée d'une limite d'endurance, un "stress de sécurité" en dessous duquel la fatigue ne se produira pas. Seul l'acier ordinaire et faiblement allié présente cette propriété, et celle-ci peut disparaître en raison de températures élevées, d'environnements corrosifs et de surcharges périodiques.

La tendance générale est que les facteurs suivants réduiront la valeur de la limite d'endurance :

- Contrainte moyenne de traction
- Grande taille de la section
- finition de surface rugueuse
- Chromage et nickelage
- Décarburation (due au forgeage et au laminage à chaud)

- Le broyage sévère

Les facteurs suivants tendent à augmenter la limite d'endurance :

- Nitrification
- Durcissement à la flamme et par induction
- Cémentation
- Grenailage de précontrainte
- Laminage à froid

## **I.6 Essais de fatigue**

Les essais cycliques sont caractérisés par une suite de sollicitations alternées. Les plus courants sont ceux de traction-compression, mais on utilise également des essais de flexion ou de torsion alternée. L'objectif de ces essais est d'obtenir la loi de comportement "cyclique" du matériau, qui caractérise son évolution au fur et à mesure des cycles de sollicitation. Les essais de traction-compression peuvent être réalisés à déformation ou à contrainte imposée.

La figure I.4 montre le type de résultats obtenus en déformation imposée (traction-compression par exemple), dans le cas d'un matériau à durcissement cyclique. Lorsque l'amplitude de contrainte n'évolue plus sur plusieurs cycles, on dit que l'on a atteint le "cycle stabilisé". Pour obtenir la loi de comportement cyclique du matériau, on effectue plusieurs essais à déformation imposée plus ou moins grande. Pour chaque essai, on note l'amplitude de contrainte aux cycles stabilisés, que l'on trace en fonction de l'amplitude de déformation. La figure I.5 montre le type de courbe obtenu, appelé "courbe de consolidation cyclique" [9].

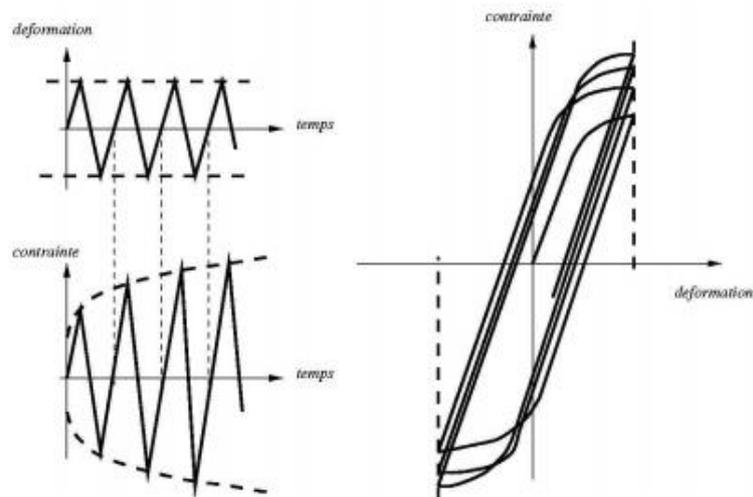


Figure I. 4: Essai cyclique à déformation imposée [9].

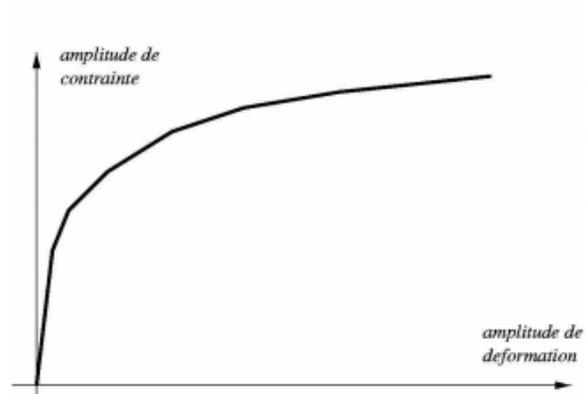


Figure I. 5: Courbe de consolidation typique [9].

Le nombre de cycles à rupture lors d'un essai de fatigue est un renseignement intéressant. Il pourra en effet être utilisé ultérieurement pour prévoir la durée de vie d'une pièce en service, en fonction de ses sollicitations. La courbe la plus largement utilisée pour représenter la durée de vie des matériaux est la courbe de "Wöhler". L'amplitude de contrainte est donnée en fonction du nombre de cycle à rupture (figure I.6). On distingue sur cette courbe un domaine dit "oligocyclique", où le nombre de cycles à rupture est relativement faible. Ce domaine est caractérisé par une plastification globale de l'éprouvette à chaque cycle. Dans le domaine dit "d'endurance limitée", la consolidation cyclique diminue la plastification de l'éprouvette au cours des cycles. Le nombre de cycles à rupture est plus élevé. Enfin, dans le domaine d'endurance, le comportement de l'éprouvette est purement

élastique. Pour certains matériaux, on peut même considérer que, en-dessous d'une certaine amplitude de contrainte (la limite d'endurance), le nombre de cycles à la rupture est infini [9].

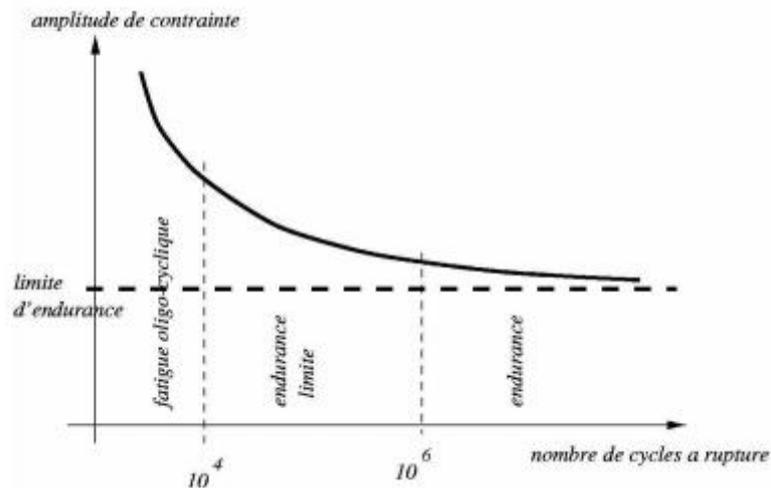


Figure I. 6: Courbe de Wöhler typique [9]

### I.6.1 Objet des essais de fatigue

L'objet des essais de fatigue est de déterminer le comportement d'éprouvettes de métal, de pièces ou d'ensembles mécaniques, sous des sollicitations de contraintes périodiques, analogues à celles qui se produisent dans la pratique lors des sollicitations de service. Les essais sur pièces ou structures mécaniques correspondent généralement à l'un des trois objectifs :

- vérifier la conformité d'un produit à une norme ou à un cahier des charges ;
- valider ou optimiser un nouveau produit ;
- rechercher des solutions constructives à la suite de l'avarie d'un composant en service.

Dans les trois cas, il s'agit, le plus souvent, de contrôler que la pièce ou la structure peut subir sans fissuration ni rupture un nombre de cycles fixé, d'amplitude de contrainte donnée [10].

### **I.6.2 Classification des essais de fatigue**

On peut distinguer d'abord deux grandes catégories d'essais de fatigue : les essais sous amplitude de charge constante et les essais sous amplitude de charge variable ou à programme de charge tendant à simuler les sollicitations en service.

- Dans le premier cas, celui des essais sous amplitude de charge constante, on peut distinguer les essais d'endurance, cherchant à déterminer la limite de fatigue ou la durée de vie à la rupture, des essais de fissuration, cherchant à mesurer la vitesse de propagation des fissures de fatigue. On peut également distinguer le domaine de l'endurance ou des grandes durées de vie, ou fatigue vibratoire, du domaine de la fatigue oligocyclique, correspondant à des nombres de cycles à la rupture faibles, par suite d'une déformation plastique généralisée ou localisée (entaille) de la pièce ou de l'éprouvette (fatigue plastique).
- Par ailleurs, on peut distinguer les essais à charge imposée, comme par exemple les essais de flexion rotative sur éprouvette cantilever où la charge est appliquée par un poids, des essais à déplacement imposé, comme par exemple les essais de flexion plane d'une éprouvette à l'aide d'une bielle et d'un excentrique. En général les essais de fatigue à grand nombre de cycles sont des essais à charge imposée, tandis que les essais de fatigue plastique sont des essais à déformation imposée, la machine étant asservie à la mesure de la déformation cyclique de l'éprouvette par un extensomètre [10].

### **I.6.3 Cycle de contraintes [11]**

Les essais de fatigue sont définis par des normes, et ils sont de plusieurs types :

- Traction – compression
- Flexion plane
- Flexion rotative
- Flexion trois points
- Torsion

Les éprouvettes sont soumises à des sollicitations périodiques. La contrainte passe par un maximum  $\sigma_{max}$  et par un minimum  $\sigma_{min}$ . Dans le cadre de ce travail, nous étudions les sollicitations de types sinusoïdales.

On en déduit :

- La contrainte moyenne

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

- L'amplitude de contrainte

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

- L'étendue de variation de contrainte

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} = 2\sigma_a$$

- Rapport de charge R

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

Dans Figure I.7, nous présentons les termes et symboles utilisés pour décrire le cycle de contraintes.

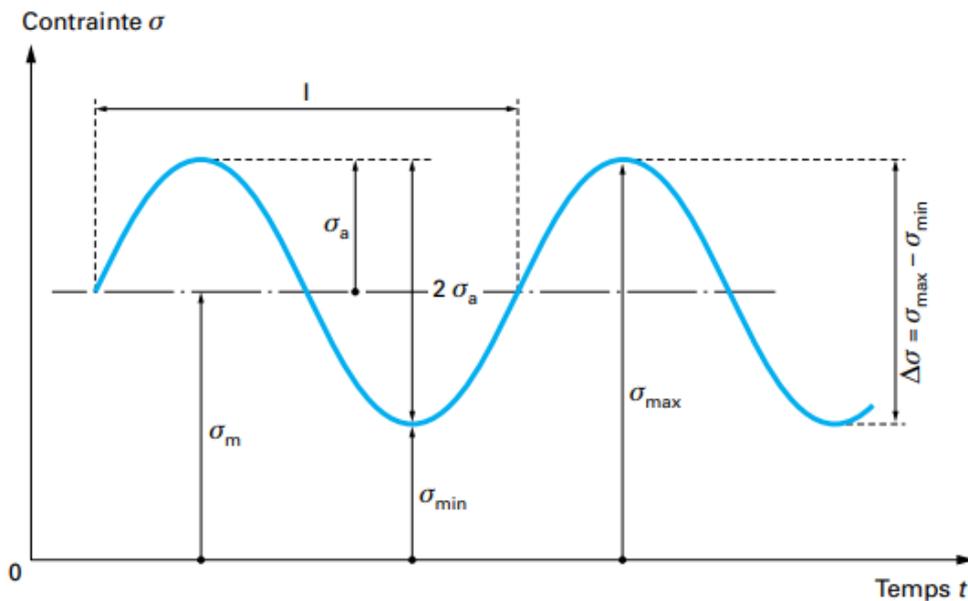


Figure I. 7: Cycle de contrainte en fatigue [10].

Les formes possibles de cycle de contraintes sont présentées dans la Figure I.8.

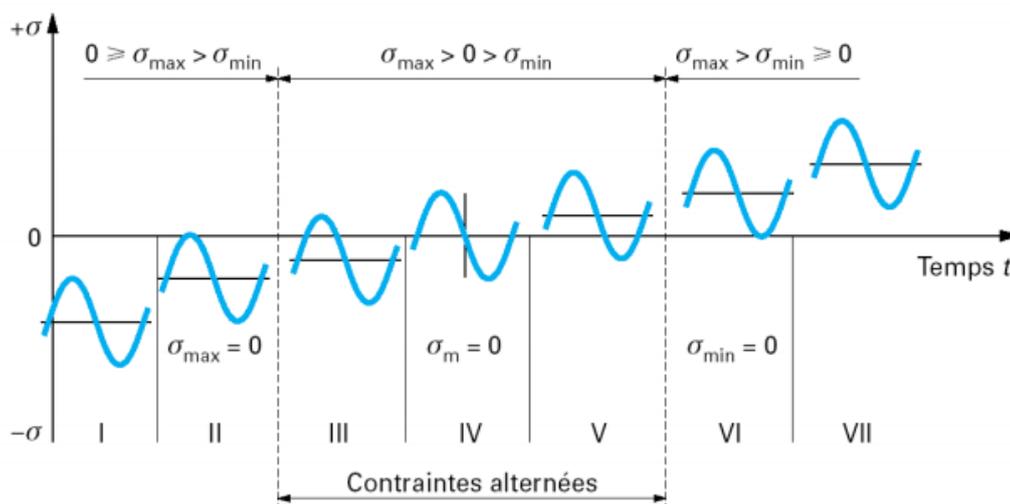


Figure I. 8: Formes de cycles de contraintes [10].

- I. Contrainte ondulée de compression :  $1 < R < +\infty$ .
- II. Contrainte répétée de compression :  $R > +\infty$ .
- III. Contrainte alternée dissymétrique :  $-\infty < R < -1$ .
- IV. Contrainte purement alternée :  $R = -1$ .
- V. Contrainte alternée dissymétrique :  $-1 < R < 0$ .

VI. Contrainte répétée de traction :  $R = 0$ .

VII. Contrainte ondulée de traction :  $0 < R < 1$  [10].

Actuellement, on utilise de plus en plus en pratique, les résultats des essais de simulation, de manière à se rapprocher des conditions réelles de service. Dans le cas des essais à amplitude constante, on suppose que la valeur de la charge au cours du temps est « déterministe », c'est-à-dire qu'elle est définie par une relation mathématique. La charge en service est le plus souvent dite « stochastique », c'est-à-dire qu'elle ne peut pas être définie par une expression mathématique explicite. Dans ce cas, on suppose toutefois que l'évolution de la charge au cours du temps suit un processus aléatoire stationnaire, c'est-à-dire qu'on admet qu'une série de  $n$  enregistrements peut être définie par des caractéristiques statistiques appropriées (moyenne arithmétique, quadratique, ... etc.) et que ces caractéristiques ne varient pas dans le temps.

#### **I.6.4 Eprouvettes d'essais [10]**

Le choix de l'éprouvette dépend du but recherché :

- la recherche de l'influence de la mise en forme du matériau lors de la fabrication d'un produit nécessite, soit de reproduire, à la surface des éprouvettes, les conditions thermomécaniques les plus proches possibles de celles subies par le produit, soit de prélever les éprouvettes dans le produit lui-même, en faisant en sorte de ne pas modifier l'état de surface (rugosité, écrouissage, contraintes résiduelles) induit par les conditions de fabrication de celui-ci ;
- la connaissance de l'effet d'un traitement de surface appliqué à un composant requiert aussi de traiter les éprouvettes dans des conditions de similitude adaptées. Dans ce cas, en particulier, les dimensions des éprouvettes doivent être telles qu'elles permettent d'obtenir un champ de contraintes résiduelles comparable à celui du composant réel ;
- l'obtention des caractéristiques de résistance à la fatigue du matériau, dans un état microstructural donné, conduit par contre, à réaliser l'éprouvette dans des conditions les plus neutres possibles, c'est-à-dire qui n'engendrent pas un état de surface modifiant les propriétés recherchées.

Le choix de l'éprouvette d'essais dépend de l'essai que l'on veut effectuer et de la machine dont on dispose.

## I.7 La fatigue thermique [20]

### I.7.1 Le phénomène de fatigue thermique

Il s'agit de la répétition simultanée de cycles de contraintes thermiques et de contraintes mécaniques qui conduit à des ruptures ou à des déformations provoquées par des phénomènes de fluage.

Pour Dieter, il s'agit d'un phénomène de fissuration par fatigue produit par des contraintes thermiques fluctuantes, dans des conditions telles qu'aucune contrainte d'origine mécanique n'existe. Il distingue aussi la fatigue thermique, qui provient de sollicitations répétées, du choc thermique, où la défaillance apparaît après une seule application de contrainte thermique.

Spera, quant à lui, parle de la détérioration graduelle et de la fissuration du matériau par chauffage et refroidissement alternés, durant lesquels la dilatation libre est partiellement ou totalement entravée. Il définit ensuite deux sous-catégories et propose d'inclure ces deux catégories dans la fatigue oligocyclique comme présenté dans la figure suivante :

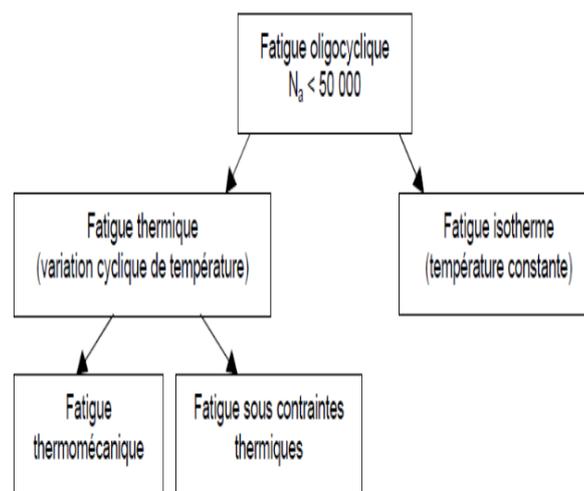


Figure I. 9: Classification des différents types de fatigue oligocyclique selon Spera [20].

La division de la fatigue thermique par Spera en deux sous-catégories se justifie par le mode d'obtention de l'entrave à la dilatation libre.

- **La fatigue thermomécanique**

C'est la fatigue thermique dans laquelle les entraves à la dilatation libre sont externes. Il s'agit le plus souvent d'une technique de laboratoire où, durant le cycle thermique, des forces externes sont appliquées à une éprouvette pour simuler les contraintes internes d'origine thermique qui apparaîtraient dans le composant réel.

- **La fatigue sous contrainte thermique**

Correspond à la fatigue thermique dans laquelle les entraves à la dilatation libre sont interne, et c'est dans la plupart des cas ce qui se produit pour les composants réels.

**Conclusion**

La fatigue est un phénomène d'endommagement cyclique. Plusieurs paramètres, influent sur la tenue en fatigue, dont l'effet de la température qui constitue l'étude menée dans ce travail.

# Chapitre II

## **Généralités sur les entailles**

**Introduction**

Dans les structures, des entailles géométriques dues à des changements brusques de section (épaulements, gorge, cannelure, orifice de lubrification ...) sont souvent inévitables compte tenu de leur rôle fonctionnel. Au voisinage de ces incidents de forme, les répartitions des contraintes sont inhomogènes et conduisent à des concentrations de contraintes.

Une entaille désigne, en gros, toute modification de section d'un composant. Elle peut être créée par des perçages, des rainures ou des variations de sections. Les entailles entraînent une distribution inégale des charges qui crée des pics de contrainte. Cela s'appelle l'effet d'entaille. Il réduit la capacité mécanique qui constitue un paramètre essentiel lors du calcul de la résistance mécanique des composants ou des structures. Il apparaît notamment lorsque le composant est soumis à des sollicitations de traction, de compression, de flexion, de cisaillement ou de torsion. L'effet d'entaille, ou les pics de contrainte, peuvent entraîner des défaillances précoces. Son impact est donc généralement considéré comme négatif. Pour résoudre ce problème, on peut par exemple concevoir des composants suffisamment larges.

Mais les entailles ne sont pas toutes négatives. Elles peuvent servir à renforcer un composant par exemple, ou à créer un point de rupture préétabli.

**II.1 Effet d'entaille**

D'une manière générale, on appelle entaille une discontinuité imposée ou accidentelle de la forme de la pièce ou une inhomogénéité du matériau qui la constitue.

Les entailles peuvent être de quatre types :

- métallurgiques,
- chimique (corrosion),
- mécaniques,
- de service.

Ces discontinuités (qui peuvent être un trou, un clavetage, etc...) conduisent à la modification du champ de contraintes. C'est à dire à la création de zones dans lesquelles les contraintes sont nettement supérieures à la contrainte nominale ou à la contrainte globale

## Chapitre II Généralités sur les entailles

---

résultante des efforts appliqués. On appelle cette localisation élevée de la contrainte "concentration de contrainte", qui, associées aux discontinuités géométriques, réduisent les résistances statique et cyclique des structures.

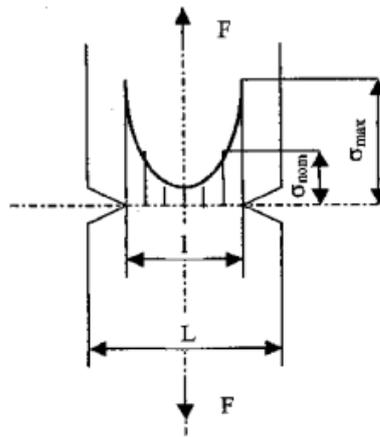


Figure II. 1: Champ de contrainte dans une éprouvette entaillée et sollicitée en traction [11].

L'entaille mécanique facilite l'initiation de la fissure mais ne permet pas de l'éliminer totalement. Il faut tout de même qu'une fissure se crée à partir de cette entaille même si cette initiation est grandement facilitée par l'effet de concentration de contrainte en fond d'entaille. Ce temps d'initiation est d'autant plus petit que le rayon en fond d'entaille est petit. La première étape de l'expérimentation est donc de fabriquer une entaille mécanique avec un outil d'angle très aigu et bien affûté [12].

L'effet d'entaille dépend de trois paramètres essentiels, la longueur jusqu'à au fond d'entaille ( $a$ ), l'angle d'ouverture ( $\psi$ ), le rayon ( $\rho$ ).

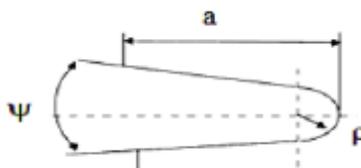


Figure II. 2: Géométrie d'entaille [18].

La classification des entailles dépend de deux paramètres qui sont le rayon  $\rho$  et l'angle d'ouverture  $\psi$ . Ces deux derniers nous conduisent à la classification suivante :

- Fissure :  $\rho=0 ; \psi=0$
- Entaille en V :  $\rho=0 ; \psi \neq 0$
- Entaille en U :  $\rho \neq 0 ; \psi=0$
- Entaille simple :  $\rho \neq 0 ; \psi \neq 0$

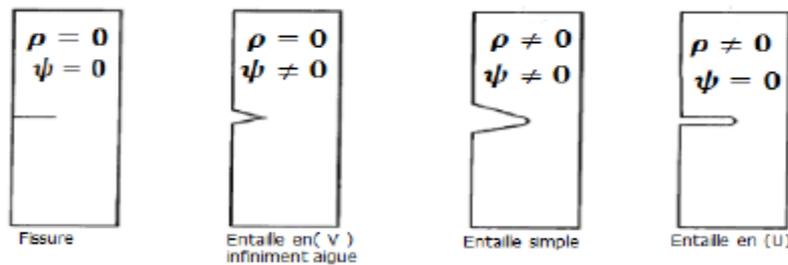


Figure II. 3: Formes d'entailles [18].

### II.1.1 Facteur de concentration de contrainte théorique $K_t$

Pour caractériser cette concentration de contrainte par rapport à l'état linéaire, on utilise un coefficient de concentration de contrainte, qui est défini comme étant le rapport de la contrainte maximale en fond d'entaille à la contrainte dans la section nette, on note :

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (1)$$

Tel que :

$\sigma_{max}$  : Contrainte maximale en fond d'entaille.

$\sigma_{nom}$  : Contrainte maximale nominale calculée à partir de la section nette.

Ces facteurs théoriques s'appliquent à un matériau idéal qui est parfaitement élastique. Ils sont déterminés sur la base des hypothèses de la théorie d'élasticité pour le cas des charges statiques c'est à dire la contrainte  $\sigma_{max}$  qui peut être réelle ou effective. Ces facteurs sont alors fonction de la forme géométrique des pièces et de la sollicitation. L'une des formules donnant les valeurs de ces facteurs et qui a été établie à partir des travaux de NEUBER (formule de Peterson) est [13] :

$$K_t = 1 + \frac{1}{\sqrt{a \cdot \frac{2r}{D-d} + B \cdot \frac{2r \cdot \left(1 + \frac{2r}{d}\right)^2}{d}}} \quad (II)$$

Où :

D : diamètre extérieur ou largeur extérieur de la pièce.

d : diamètre ou largeur au fond d'entaille.

r : rayon au fond d'entaille.

A, B : facteurs dépendant de la géométrie et de la sollicitation appliquée à la pièce.

En pratique, pour de nombreux cas simples, le facteur de concentration de contraintes est présenté sous forme de tableaux ou d'abaques en fonction des paramètres géométriques des pièces mécaniques.

### II.1.2 Facteur de concentration de contrainte en fatigue $K_f$

La limite de fatigue d'une pièce entaillée est généralement inférieure à celle d'une pièce lisse. Le rapport entre la limite de fatigue d'une pièce lisse et la limite de fatigue d'une pièce entaillée (avec la même section nette de charge) est défini comme étant facteur de concentration de contrainte en fatigue ou facteur de concentration de contrainte effectif [14], noté  $K_f$ .

$$K_f = \frac{\text{limite de fatigue d'une pièce lisse}}{\text{limite de fatigue d'une pièce entaillée}} \quad (III)$$

### II.1.3 Facteur de sensibilité à l'entaille [13]

Dans le cas de la rupture par fatigue, on notera que pour un matériau donné, la limite d'endurance diminue quand le facteur de concentration de contrainte  $K_t$  augmente. Cette diminution est d'autant plus forte que le matériau possède des caractéristiques mécaniques élevées. D'autre part, pour les fortes valeurs de  $K_t$ , on observe que la limite d'endurance est sensible aux variations de la résistance statique de l'acier. Ces observations ont amené Peterson à définir un coefficient de sensibilité à l'entaille  $q_1$  qui s'exprime par:

Pour la contrainte normale (traction et flexion).

$$q_1 = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (IV)$$

La connaissance du paramètre  $q_1$ , fonction des caractéristiques mécaniques du matériau et en particulier de sa charge à la rupture, permet d'estimer le facteur de concentration de contrainte en fatigue  $K_f$  de ce matériau entaillé ( $K_t$  connu), et conduit à la connaissance de la limite d'endurance sous entaille sans avoir à réaliser d'essais.

Un autre coefficient qui lie  $K_t$  et  $K_f$  est présenté par Brand [8]. Ce coefficient d'adaptation dynamique est définie par :

$$q_2 = \frac{K_f}{K_t} \quad (V)$$

Les travaux de Brand ont montré que l'utilisation du facteur de sensibilité à l'entaille  $q_1$ , proposé par Peterson, conduit à une plus grande dispersion comparée à l'utilisation du coefficient d'adaptation dynamique.

## II.2 Rappel des concepts de la mécanique de la rupture [18]

### II.2.1 Répartition des contraintes à la pointe d'une fissure

Les variations locales de géométrie d'une structure, soumise à un chargement monotone ou cyclique, peuvent conduire à une amplification locale du champ de contraintes par rapport à sa valeur moyenne, c'est la notion de concentration des contraintes. Toute variation brutale de section (arrondi, fissure, etc.) amplifie localement les contraintes entraînant un affaiblissement significatif de la structure. Dans une plaque soumise à une traction uniaxiale, les lignes de forces sont parallèles (figure II.4-a). Les lignes de forces se concentrent à la pointe d'une rayure ou d'une fissure accroissant très fortement l'intensité de la contrainte locale (figure II.4-b) avec l'existence d'une singularité.

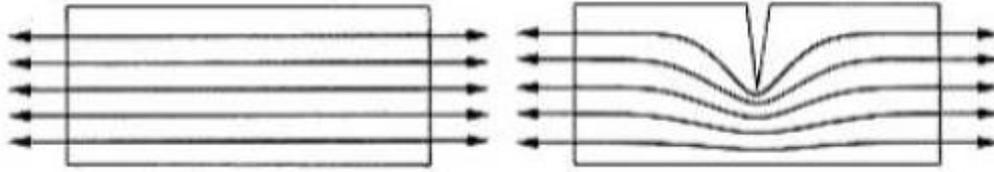


Figure II. 4: Variations locales de géométrie et concentration de contraintes [19].

Dans le cas d'une fissure, Irwin propose de décrire la distribution des contraintes et des déplacements au voisinage du front d'une fissure par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\end{aligned} \quad (VI)$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}), \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\begin{aligned}u &= \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} (1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2}) \\ v &= \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} (1 - 2\nu + \cos^2 \frac{\theta}{2})\end{aligned} \quad (VII)$$

$$w = 0$$

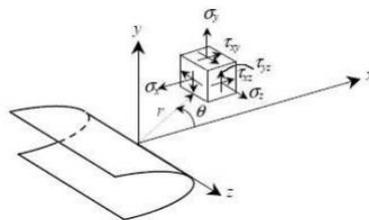


Figure II. 5: Élément de volume au voisinage d'un front de fissure rectiligne [19].

Où  $\nu$  est le coefficient de Poisson et  $\mu$ , le module de cisaillement.

Les paramètres  $r$  et  $\theta$ , définis dans la figure ci-dessus, sont les coordonnées polaires de la zone mesurée à partir du fond d'entaille. Irwin montre que la seule connaissance du facteur d'intensité de contraintes, permet de décrire la répartition des contraintes  $K_I$  au voisinage du front de fissure.

Le facteur d'intensité de contrainte, en un point donné du front de fissure, peut être déterminé par l'expression suivante :

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_y \sqrt{2\pi r}) \quad (\text{VIII})$$

### II.2.2 Répartition des contraintes en fond d'entaille

Creager et Paris ont montré que la répartition des contraintes en fond d'entaille, de rayon  $\rho$ , est identique à celle d'une fissure, mais elle est décalée dans la direction du fond d'entaille d'une distance égale à  $\rho/2$ . Dans ces conditions, le champ des contraintes est exprimé par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} \end{aligned} \quad (\text{IX})$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} - \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3\theta}{2}$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y), \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

### Conclusion

La plupart des structures présentent des discontinuités géométriques qui font en sorte d'augmenter les contraintes locales par un facteur de concentration de contraintes.

Le champ de contraintes créé dans la proximité de ces discontinuités influe grandement sur la durée de vie.

# Chapitre III

## **Méthode des éléments finis**

**Introduction**

Afin de répondre aux besoins des industries de pointe, les techniques de calculs de structures ont été considérablement développées. Ainsi une méthode appelée méthode des éléments finis est introduite par les ingénieurs, et elle constitue l'un des outils les plus efficaces et les plus généraux pour l'analyse des structures dans de nombreux secteurs de l'industrie : aérospatial, automobile, nucléaire, génie civil, construction navale...etc.

Par ailleurs la méthode des éléments finis est une technique à caractères pluridisciplinaires qui met en œuvre des connaissances relevant de plusieurs disciplines de base telles que la mécanique des structures, l'analyse numérique et l'informatique appliquée.

La méthode des éléments finis (MEF) est une manière numérique de résoudre certains des problèmes de physique. C'est une méthode qui permet de déterminer une solution approchée sur un domaine spatial, c'est-à-dire qui permet de calculer un champ (de scalaires, de vecteurs, de tenseurs) qui correspond à certaines équations et à certaines conditions imposées.

La méthode consiste à découper le domaine spatial en petits éléments, également appelés mailles, et à rechercher une formulation simplifiée du problème sur chaque élément, c'est-à-dire à transformer le système d'équations quelconque en un système d'équations linéaires. Chaque système d'équations linéaires peut se représenter par une matrice. Les systèmes d'équations pour tous les éléments sont ensuite rassemblés, ce qui forme une grande matrice ; la résolution de ce système global donne la solution approchée au problème.

**III.1 Démarches éléments finis**

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, qui sont détaillées par la suite, sont les suivantes :

- Formulation du problème physique à étudier
- Discrétisation de la structure en éléments finis
- Fonctions d'interpolation pour un élément
- Construction des matrices élémentaires
- Assemblage des matrices de rigidité et de masse des éléments
- Introduction des conditions aux limites

### III.1.1 Formulation du problème physique à étudier

Un problème physique est décrit par :

- La géométrie du corps à étudier (représentation dans un repère donné, dimensions, ect...)
- Les caractéristiques physiques du matériau constituant le corps dont on veut étudier le phénomène physique.
- Le chargement du corps ou de la structure à étudier (mécanique, thermique, ect..).
- Les conditions aux limites de la structure à étudier (charge surfaciques, valeurs imposées, appuis...).

### III.1.2 Discrétisation géométrique

Cette opération consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous domaines. Il faut pouvoir représenter au mieux la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de forme géométrique simple. Il ne doit y avoir ni recouvrement ni trou entre deux éléments ayant une frontière commune. Lorsque la frontière du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est inévitable. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement réduite en modifiant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés comme proposé sur la figure suivante. Sur chaque élément nous allons chercher à définir une approximation de la fonction solution.

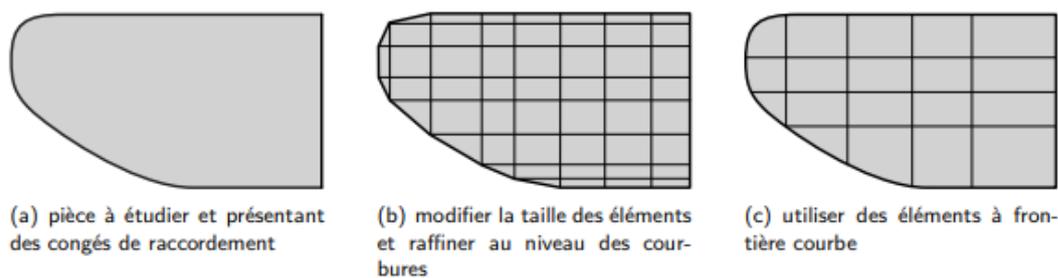


Figure III. 1: Erreur de discrétisation géométrique [16].

### III.1.3 Fonctions d'interpolation pour un élément

#### III.1.3.1 Approximation nodale

La méthode des éléments finis est basée sur la construction systématique d'une approximation  $u^*$  du champ des variables  $u$  par sous domaine. Cette approximation est construite sur les valeurs approchées du champ aux nœuds de l'élément considéré, on parle de représentation nodale de l'approximation ou plus simplement d'approximation nodale.

L'approximation par éléments finis est une approximation nodale par sous domaines ne faisant intervenir que les variables nodales du domaine élémentaire de :

$$\forall M \in D_e, u^*(M) = N(M)u_n \quad (I)$$

Où :  $u^*(M)$  représente la valeur de la fonction approchée en tout point  $M$  de l'élément et  $N$  représente la matrice ligne des fonctions d'interpolation de l'élément  $u_n$  variables nodales relatives aux nœuds d'interpolation de l'élément.

Dans le cas général le champ à approcher est un champ vectoriel. Nous utilisons alors la notation matricielle suivante  $u^*(M) = N(M)u_n$ . Les nœuds  $M_i$  sont des points de l'élément pour lesquels on choisit d'identifier l'approximation  $u^*$  à la valeur du champ de variables  $u$ . Nous en déduisons que :

$$\forall M_i, u^*(M_i) = u_i \quad (II)$$

Soit pour l'approximation nodale :

$$\forall M_i, N_j(M_i) = \delta_{ij} \quad (III)$$

### III.1.3.2 Construction d'une approximation nodale linéaire

L'interpolation nodale est construite à partir d'une approximation générale :

$$\forall M, u^*(M) = \Phi(M)a \quad (IV)$$

$\Phi$  est une base de fonctions connues indépendantes, en général une base polynomiale et  $a$ , le vecteur des paramètres de l'approximation aussi dits paramètres généralisés, qui n'ont pas de signification physique.

#### Bases polynomiales complètes

- Une dimension
  - Linéaire  $(1, x)$  : deux variables
  - Quadratique  $(1, x, x^2)$  : trois variables
- Deux dimensions :
  - Linéaire  $(1, x, y)$  : trois variables.
  - Quadratique  $(1, x, y, x^2, xy, y^2)$  : six variables.
- Trois dimensions :
  - Linéaire  $(1, x, y, z)$  : quatre variables.
  - Quadratique  $(1, x, y, z, x^2, xy, y^2, xz, z^2, yz)$  : dix variables.

Pour utiliser une base polynomiale complète, le nombre de termes doit être égal au nombre de variables nodales à identifier. Si l'on ne peut pas utiliser un polynôme complet, le meilleur choix consiste à respecter la symétrie des monômes conservés.

#### Bases polynomiales incomplètes

- Deux dimensions : « bi - linéaire »  $(1, x, y, xy)$  : quatre variables.
- Trois dimensions : « tri - linéaire »  $(1, x, y, z, xy, xz, yz, xyz)$  : huit variables.

### III.1.4 Construction des matrices élémentaires

Soit la forme intégrale du PTV :

$$\forall \delta \vec{u}, \quad \int \rho \vec{u} \cdot \delta \vec{u} dV = - \int \bar{\sigma} \cdot \bar{\delta} \varepsilon dV + \int \vec{f} \cdot \delta \vec{u} dV + \int \vec{T} \cdot \delta \vec{u} dS \quad (V)$$

Sur chaque élément nous utilisons l'approximation nodale pour exprimer le champ des déplacements  $\vec{u}$  et le champ des déplacements virtuels  $\delta \vec{u}$ . Ainsi le produit scalaire s'écrit maintenant :

$$\vec{u}(M) \cdot \delta \vec{u}(M) = \delta u_n^T N(M) N(M) \ddot{u}_n \quad (VI)$$

D'où le premier terme :

$$\int \rho \vec{u} \cdot \delta \vec{u} dV = \delta u_n^T M_e \ddot{u}_n \quad (VII)$$

Avec  $M_e = \int_{D_e} N(M)^T \rho N(M) dV$ , matrice masse élémentaire. Pour exprimer le second terme les deux tenseurs sont représentés par des vecteurs nous permettant de remplacer le produit doublement contracté par un simple produit scalaire.

$$\bar{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon = [\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} \ 2\varepsilon_{xy} \ 2\varepsilon_{xz} \ 2\varepsilon_{yz}]^T \quad (VIII)$$

$$\bar{\sigma} \rightarrow \sigma = [\sigma_{xx} \sigma_{yy} \sigma_{zz} \ 2\sigma_{xy} \ 2\sigma_{xz} \ 2\sigma_{yz}]^T \quad (IX)$$

De plus le vecteur des déformations s'exprime en fonction du champ des déplacements. Ces relations géométriques font apparaître des opérateurs différentiels appliqués à  $\vec{u}$ , que nous notons sous forme matricielle :

$$\varepsilon(M) = LN(M)u_n = B(M)u_n \quad (X)$$

Où B est la matrice d'opérateurs différentiels appliqués aux fonctions d'interpolation. Les lois de comportement permettent d'exprimer le vecteur des contraintes en fonction du vecteur des déformations, soit :

$$\sigma(M) = D(M)\varepsilon(M) = D(M)B(M)u_n \quad (XI)$$

d'où le second terme, écrit dans la base de discrétisation :

$$\int \bar{\sigma} \cdot \bar{\delta \varepsilon} dV = \delta u_n^T K_e \ddot{u}_n \quad (XII)$$

Avec  $K_e = \int_{D_e} B(M)^T D(M) B(M) dV$  matrice raideur élémentaire. Il nous reste à exprimer le travail virtuel des efforts. En pratique, on considère d'une part les efforts donnés et d'autre part les efforts inconnus qui sont les efforts nécessaires pour assurer les liaisons cinématiques. Sur chaque élément, nous utilisons l'approximation du champ de déplacement pour exprimer le travail virtuel de ces efforts. Nous trouverons donc :

$$\forall D_e, M_e \ddot{u}_n + K_e u_n = F_{d_e} + F_{i_e} \quad (XIII)$$

### III.1.5 Assemblage des matrices de rigidité et de masse des éléments

Les règles d'assemblage sont définies par la relation :

$$D \simeq \sum_{e=1}^{n_e} D_e$$

L'assemblage des matrices élémentaires masse  $M_e$  et raideur  $K_e$  s'effectue selon les mêmes règles. Ces règles sont définies par sommation des termes correspondant au travail virtuel calculé pour chaque élément :

$$\sum_{e=1}^{n_e} \delta u_n^T M_e \ddot{u}_n = \delta U_T M U'' \text{ et } \sum_{e=1}^{n_e} \delta u_n^T K_e \ddot{u}_n = \delta U_T K U''$$

Cette opération traduit simplement que la forme quadratique associée à l'ensemble du domaine est la somme des formes quadratiques des sous-domaines. Elle consiste à « ranger » dans une matrice globale, les termes des matrices élémentaires. La forme de cette matrice dépend bien évidemment de l'ordre dans lequel sont définies les variables globales de  $U$ .

**III.1.6 Introduction des conditions aux limites**

Après constitution des matrices globales de la structure et avant de passer à la résolution du problème aux dérivées partielles, on se doit d'introduire les conditions aux limites sous peine de rendre le problème insoluble.

Les conditions aux limites nous informent sur l'état de certains points de la structure, comme par exemple le chargement, l'encastrement, les appuis ...etc. Il est possible de déterminer les valeurs propres ainsi que les vecteurs propres [17].

**III.2 Utilisation d'un logiciel éléments finis**

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels : NASTRAN, ANSYS, SolidWorks, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, etc. Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

- analyse linéaire ou non d'un système physique continu ;
- analyse statique ou dynamique ;
- prise en compte de lois de comportement complexes ;
- prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité, d'écoulement...) pouvant être couplés ;
- problèmes d'optimisation, etc.

**III.2.1 Déroulement d'une étude**

Pour réaliser une étude par éléments finis, il faut que les objectifs de l'étude soient bien définis. Le cadre de l'étude, c'est-à-dire le temps et les moyens disponibles, doit être compatible avec les objectifs et la précision cherchée. Supposons toutes ces conditions remplies, l'étude proprement dite est organisée de façon logique selon les étapes suivantes :

**Analyse du problème**

Cette analyse doit fixer les paramètres du calcul et conduire à la réalisation d'un maillage. Cette phase basée sur l'expérience personnelle acquise dépend de nombreuses considérations.

La difficulté essentielle est de trouver un bon compromis entre les paramètres propres au problème et ceux relatifs à l'environnement de travail. L'analyse du problème nous conduit à préciser un certain nombre d'hypothèses, et à effectuer des choix qui conditionnent les résultats.

**Choix du modèle**

En calcul des structures, les plus classiques sont de type : poutre, élasticité plane, axisymétrique, coques mince ou épaisse, tridimensionnel. . . À ces modèles mathématiques correspondent des familles d'éléments finis.

**Choix du type d'éléments**

Il est fonction de la précision voulue, de la nature du problème, mais aussi du temps disponible. On choisira les éléments les mieux adaptés dans les familles disponibles.

**Choix du maillage**

Il dépend essentiellement de la géométrie, des sollicitations extérieures, des conditions aux limites à imposer, mais aussi des informations recherchées : locales ou globales. Sans oublier bien entendu le type d'outils dont on dispose pour réaliser ce maillage.

**Hypothèses de comportement**

Quel modèle retenir pour représenter le comportement du matériau. Le calcul est-il linéaire ? Doit-on modéliser l'amortissement ? Si le matériau est hétérogène ou composite, peut-on utiliser une méthode d'homogénéisation ? Peut-on traduire l'incompressibilité du

milieu ? Lors d'une étude, on peut être amené à utiliser des éléments finis nouveaux. Il est indispensable de vérifier leur comportement sur des problèmes élémentaires si possible proches de l'étude menée.

### **Création et vérification des données**

Cette étape dépend du logiciel utilisé. La syntaxe utilisée pour définir le jeu de données est définie dans le mode d'emploi du bloc fonctionnel correspondant. En sortie, un fichier est créé, qui contient toutes les informations nécessaires à l'exécution des calculs. Les vérifications relatives au jeu de données se font généralement graphiquement, grâce à un module informatique appelé préprocesseur. Différents contrôles peuvent être utilisés pour valider le jeu de données :

- Vérification de la géométrie de la pièce et du maillage;
- Vérification de la prise en compte des sollicitations et des conditions cinématiques (liaisons) imposées à la structure ;
- Vérification des propriétés mécaniques utilisées.

Pour des problèmes spécifiques, d'autres contrôles seront envisagés. L'objectif d'éviter de faire tourner un calcul inutilement. Ceci d'autant plus que la recherche d'une solution acceptable pour un problème donné est rarement le résultat d'un seul calcul.

### **Exécution du calcul**

Ce bloc, le plus coûteux en temps machine est souvent exécuté en tâche de fond. Un fichier de résultats permet de vérifier que les différentes phases de calculs se sont correctement déroulées :

- Interprétation des données, vérification des paramètres manquants ;
- Construction des matrices, espace utile pour les gros problèmes ;
- Singularité de la matrice raideur, problème de conditions aux limites ou de définition des éléments ;
- Convergence, nombre d'itérations, etc.

**Exploitation des résultats**

Les calculs demandés dans le cahier des charges ont le plus souvent pour objectif de valider ou de vérifier le dimensionnement d'une structure. Les résultats obtenus et les conclusions relatives aux phénomènes à étudier devront être présentés de façon synthétique : tableaux, courbes, visualisation. Cela justifie largement l'utilisation d'un post-processeur, qui propose des outils pour sélectionner les informations que l'on veut étudier. Attention, lors de l'utilisation de ces outils, il faut savoir ce que cache l'information qui vous est proposée graphiquement, sachant que celle-ci est construite à partir de résultats discrets :

- Valeur moyenne sur un élément.
- Valeur maximale sur l'élément.
- Valeurs aux nœuds (écarts entre les éléments).
- Les courbes d'iso-contraintes.

### III.3 Organigramme d'un logiciel éléments finis

Tout logiciel de calcul par la méthode des éléments finis contient les étapes caractéristiques ou blocs fonctionnels décrits sur la figure suivante :

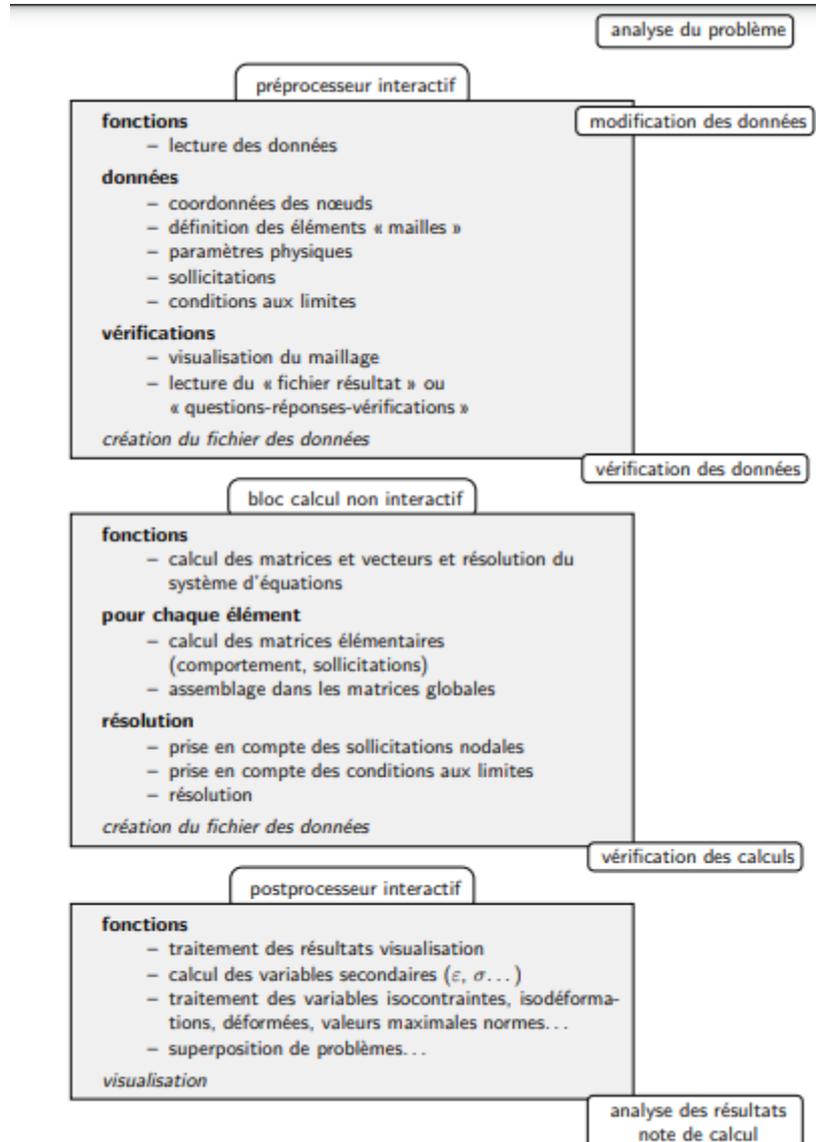


Figure III. 2: Organigramme d'un logiciel éléments finis [16].

### Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté la démarche d'analyse par éléments finis sur laquelle s'appuient les outils d'analyse numérique, utilisés pour la compréhension des différents comportements sous diverses sollicitations.

# **Chapitre IV**

**Simulation numérique, résultats et  
interprétations**

**Introduction**

L'approche numérique est aujourd'hui reconnue comme étant un outil pouvant largement faciliter la conception et la simulation de pièces ou de produits.

Les études structurelles linéaires et non linéaires ne prévoient pas la ruine résultant de la fatigue. Elles calculent la réponse d'une conception soumise à des déplacements imposés et des chargements déterminés. Si les hypothèses de l'analyse sont observées et que les contraintes calculées sont dans les limites autorisées, elles concluent que la conception est sûre dans cet environnement, quel que soit le nombre d'applications du chargement.

Les résultats d'études statiques, non linéaires ou dynamiques linéaires en fonction du temps peuvent servir de base à la définition d'une étude de fatigue. Le nombre de cycles requis pour qu'une ruine par fatigue se produise à un emplacement donné dépend des matériaux et des fluctuations de contrainte. Ces informations sont fournies pour chaque matériau par une courbe appelée **courbe S-N**.

**IV.1 But de l'étude**

La simulation numérique a pour but de réaliser des études de comportement d'un matériau ou d'une pièce, sans avoir recours à l'étude expérimentale.

Le but de l'étude de fatigue est de simuler cette dernière avec des sollicitations mixtes «contraintes mécaniques et effets thermiques » variables.

Une fois l'analyse terminée nous pouvons afficher la durée de vie de notre matériau, ou le nombre de cycles avant tout dysfonctionnement, dans un temps réduit par rapport à un test expérimental.

## IV.2 Description de l'essai

L'essai de flexion à trois points consiste à soumettre une éprouvette, posée sur deux appuis, à une charge au milieu de cette dernière.



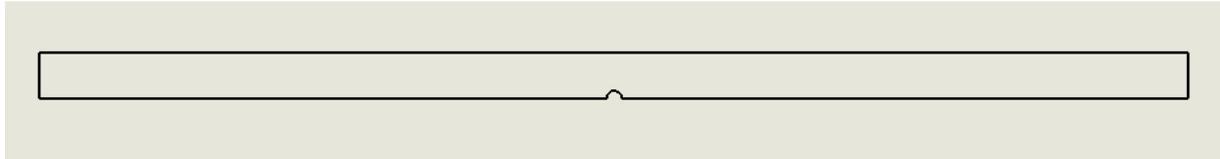
Figure IV. 1: Configuration de l'essai de flexion à trois points.

### IV.2.1 Géométrie des éprouvettes

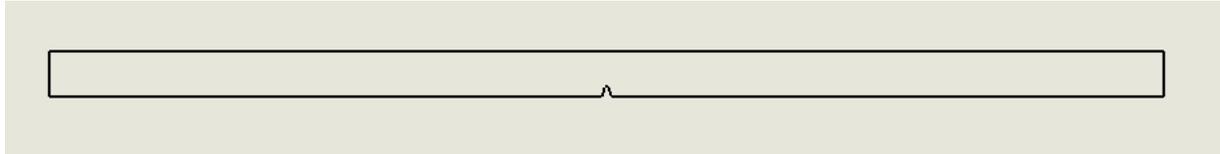
On opte pour des éprouvettes parallélépipédiques avec une entaille en u et une entaille en v, afin de mettre en évidence la zone de striction ou la concentration de contrainte est grande.

Tableau IV. 1: Géométrie des éprouvettes

Géométrie des éprouvettes	Dimensions (mm)		Type d'entaille	Profondeur d'entaille (mm)	Rayon au fond d'entaille
Géométrie 1	Longueur	75	En u	0.5	/
	Largeur	10			
	Epaisseur	3			
Géométrie 2	Longueur	75	En v (35°)	0.65	0.15
	Largeur	10			
	Epaisseur	3			



*Figure IV. 2: Epreuve avec entaille en u.*



*Figure IV. 3: Epreuve avec entaille en v.*

### IV.2.2 Etude statique

L'étude statique consiste à faire des essais de flexion à des contraintes variables équivalentes. On effectue ces essais sur une éprouvette avec une entaille en u et on refait les mêmes essais pour l'éprouvette avec entaille en v.

Cette étude servira de référence pour l'étude de fatigue.

#### — Etape 1 :

On commence par spécifier une étude statique à l'aide de SolidWorks pour notre éprouvette.

#### — Etape 2 : Choix du matériau

On choisit l'acier 316 L, dont les propriétés sont déjà définies dans le logiciel.

Tableau IV. 2: Propriétés du matériau sélectionné.

Propriétés	
Nom	AISI Acier inoxydable type 316L
Type de modèle	Linéaire élastique isotropique
Critère de ruine par défaut	Contraintes de Von Mises max
Module d'élasticité	2e+11 N/m <sup>2</sup>
Coefficient de Poisson	0.265
Masse Volumique	8027 kg/m <sup>3</sup>
Limite de traction	485 e+6 N/m <sup>2</sup>
Limite d'élasticité	170 e+6 N/m <sup>2</sup>
Coefficient de dilatation thermique	1.65 e-5 /K
Conductivité thermique	14.6 W/(m.K)
Chaleur spécifique	450 J/(kg.K)

— **Etape 3 :**

On impose les déplacements souhaités à notre géométrie. En utilisant une géométrie de référence et on impose des déplacements nuls dans les trois directions.

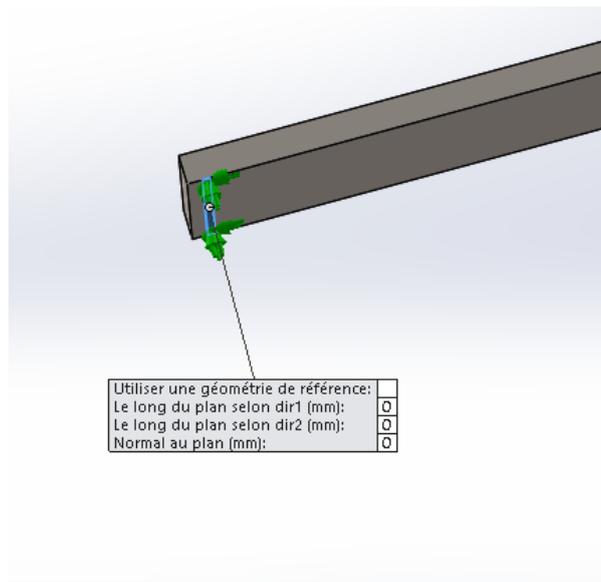
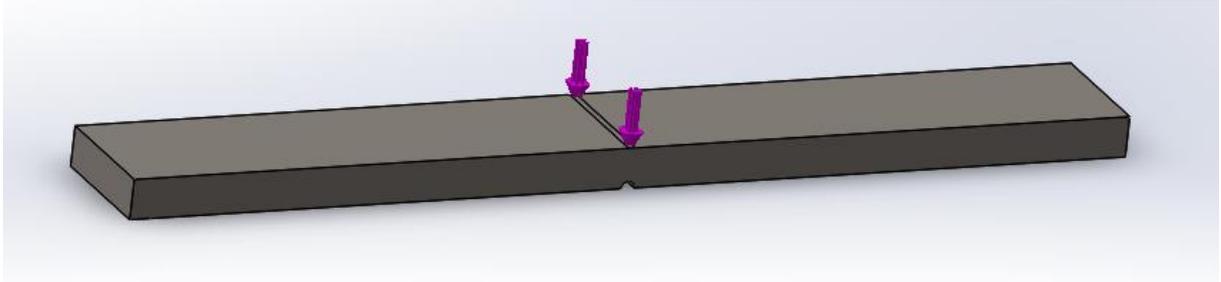


Figure IV. 4: Conditions aux limites

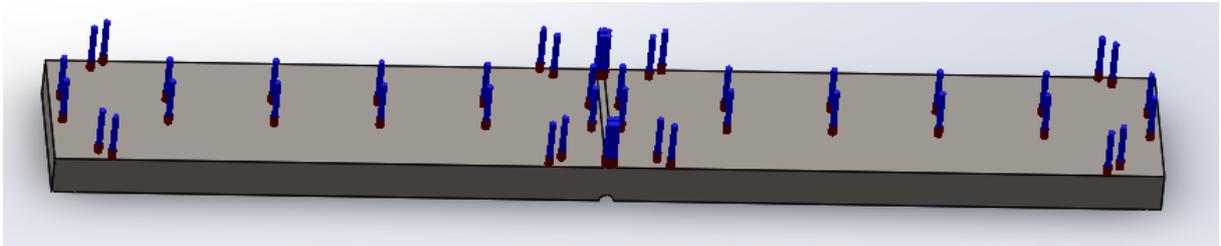
**— Etape 4 :**

On applique une contrainte mécanique (force) sur une partie de la surface supérieure, au milieu de l'éprouvette.

Pour l'étude de l'effet de la température, on applique, en plus de la force, une température d'une valeur donnée sur la face supérieure de l'éprouvette.



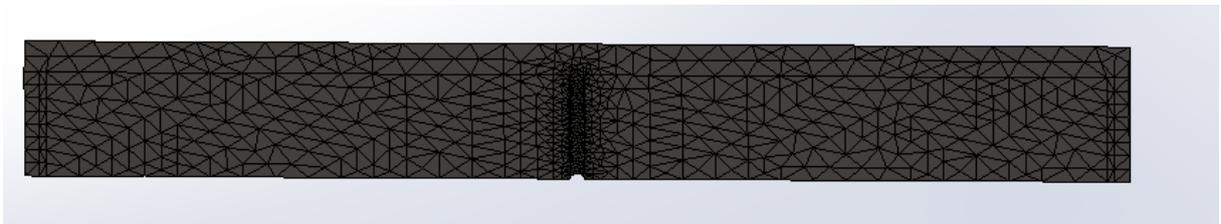
*Figure IV. 5: Informations sur les chargements externes appliqués (Force).*



*Figure IV. 6: Information sur les chargements externes appliqués (température).*

**— Etape 5 :**

Au cours de cette étape la géométrie de l'éprouvette est subdivisée en élément finis, et pour cela on utilise un maillage volumique.



*Figure IV. 7: Informations sur le maillage*

Tableau IV. 3: Informations sur le maillage

Type de maillage	Maillage volumique
Mailleur utilisé	Maillage basé à la courbure
Points de Jacobien	4 points
Taille d'éléments maximum	1.65082
Taille d'élément minimum	0.330164
Qualité de maillage	Haute
Nombre total de nœuds	14833
Nombre total d'éléments	8967

- **Solver** : On choisit dans le cadre de notre étude un solveur automatique.

#### — Etape 6

Dernière étape permettant d'exécuter l'étude et de passer à la visualisation des résultats.

Ces étapes sont répétées pour plusieurs valeurs de chargement correspondants à (200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100, 1200 N) et ceci pour les deux modèles d'éprouvettes. Et on répète pour chaque température (50, 100, 200, 300°C).

### IV.2.3 Etude de fatigue

Une fois que les études statiques sont exécutées et que les données des résultats sont récoltées, on utilise ces dernières pour enchaîner une étude dynamique et cela en passant par les étapes ci-après.

#### Etape 1 :

Spécifier la fatigue comme étant l'étude souhaitée.

#### Etape 2 :

Ajouter l'étude statique précédemment exécutée comme référence pour entamer l'étude dynamique de fatigue, ainsi que la spécification du rapport de charge ( $R=-1$ ) et du nombre de cycle à  $10^6$ .

**Etape 3 :**

Introduction de la courbe de fatigue S-N, dérivée du module d'élasticité du matériau.

**Etape 4 :**

Exécution de l'étude et collecte des résultats pour chaque chargement.

**IV.3 Résultats****IV.3.1 Résultats d'analyse pour une entaille en u****IV.3.1.1 Résultats de l'analyse statique**

Nous montrons dans le tableau ci-dessous, les valeurs des contraintes réponses (contraintes maximales obtenues) et des déplacements en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en u.

*Tableau IV. 4: Contraintes réponses et déplacements en fonction des forces appliquées.*

<b>Force appliquée (N)</b>	<b>Contrainte réponse (MPa)</b>	<b>Déplacement (mm)</b>
200	279	0,137
300	419	0,205
400	558	0,274
500	698	0,342
600	832	0,411
700	977	0,479
800	1118	0,548
900	1257	0,617
1000	1397	0,685
1100	1537	0,754
1200	1676	0,822

Les résultats du tableau IV.4 sont interprétés dans les figures suivantes :

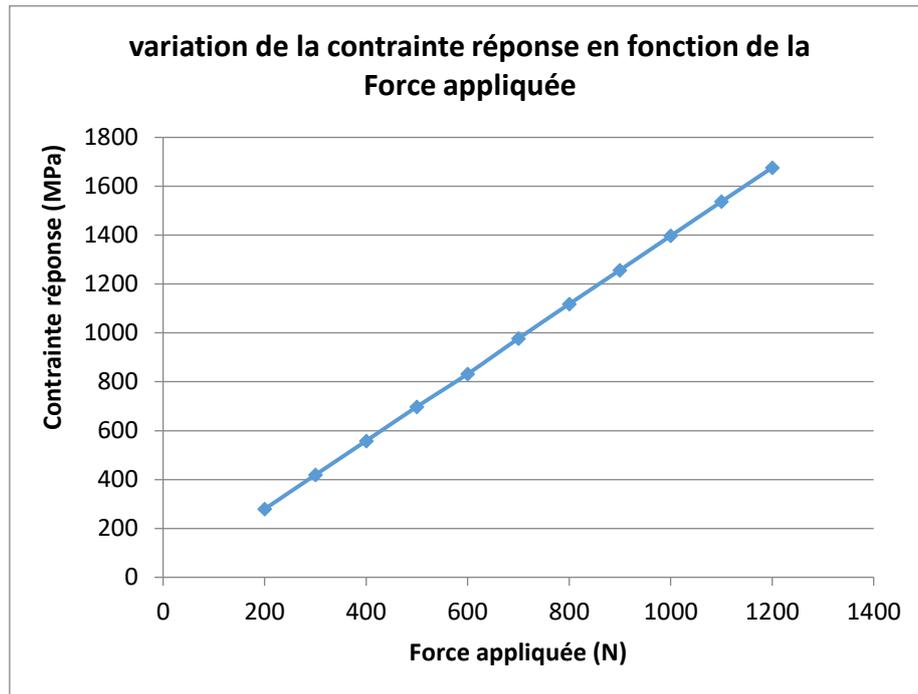


Figure IV. 8: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée.

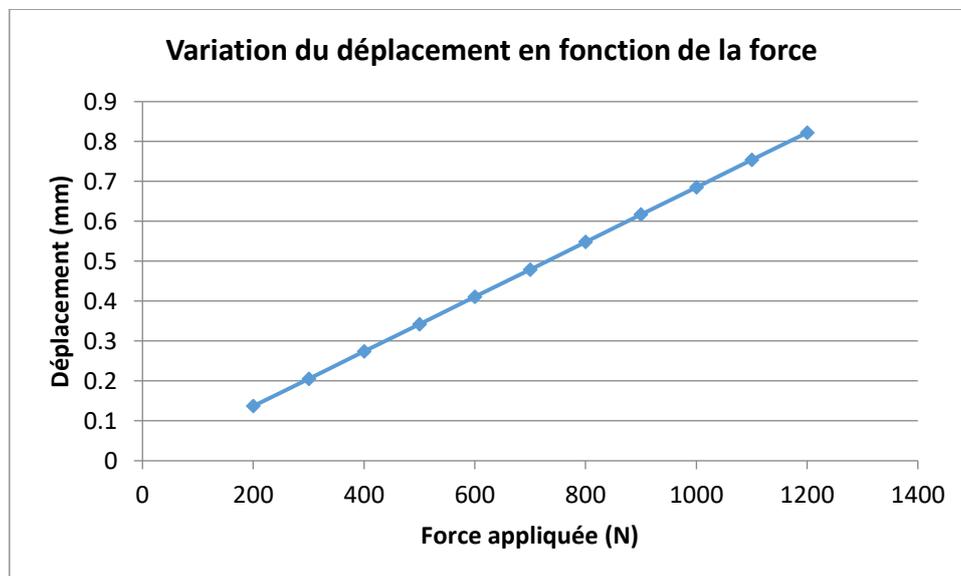


Figure IV. 9: Variation du déplacement en fonction de la force appliquée.

### IV.3.1.2 Résultats de l'étude de fatigue

Nous montrons dans le tableau ci-dessous, les résultats du nombre de cycles en fonction des forces appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en u.

Tableau IV. 5: Variation du nombre de cycles en fonction de la force appliquée.

Force appliquée (N)	Contrainte appliquée (MPa)	Nombre de cycles
200	20	503200
300	30	407560
400	40	342650
500	50	263540
600	60	153240
700	70	81074
800	80	55778
900	90	42652
1000	100	34562
1100	110	28593
1200	120	23365

Les résultats du tableau IV.5 sont représentés dans la figure ci-dessus :

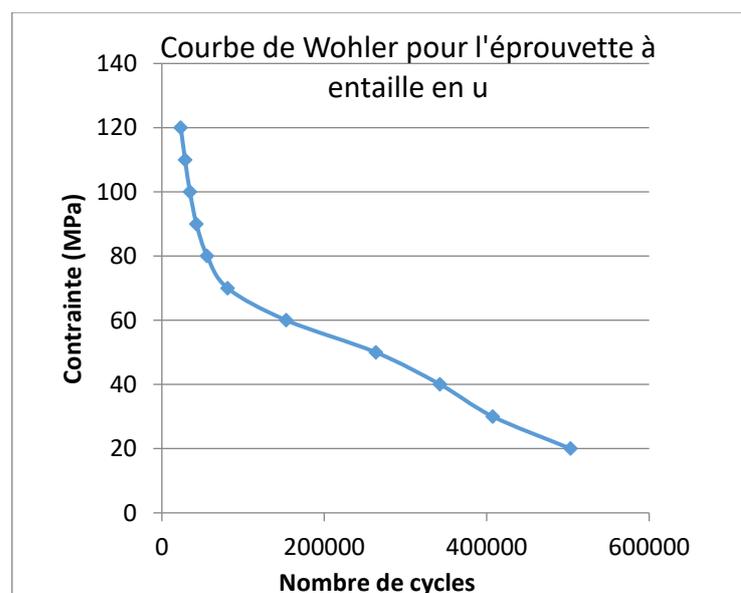


Figure IV. 10: Courbe de Wöhler.

### IV.3.2 Résultats d'analyse pour une entaille en v

#### IV.3.2.1 Résultats de l'analyse statique

Nous montrons dans le tableau ci-dessous, les valeurs des contraintes réponses et des déplacements en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v.

Tableau IV. 6: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées.

Force appliquée (N)	Contrainte réponse (MPa)	Déplacement (mm)
200	477	0,138
300	715	0,207
400	954	0,277
500	1193	0,346
600	1432	0,453
700	1670	0,484
800	1909	0,553
900	2148	0,623
1000	2386	0,692
1100	2652	0,716
1200	2863	0,83

Les résultats du tableau IV.6 sont représentés dans la figure ci-dessus :

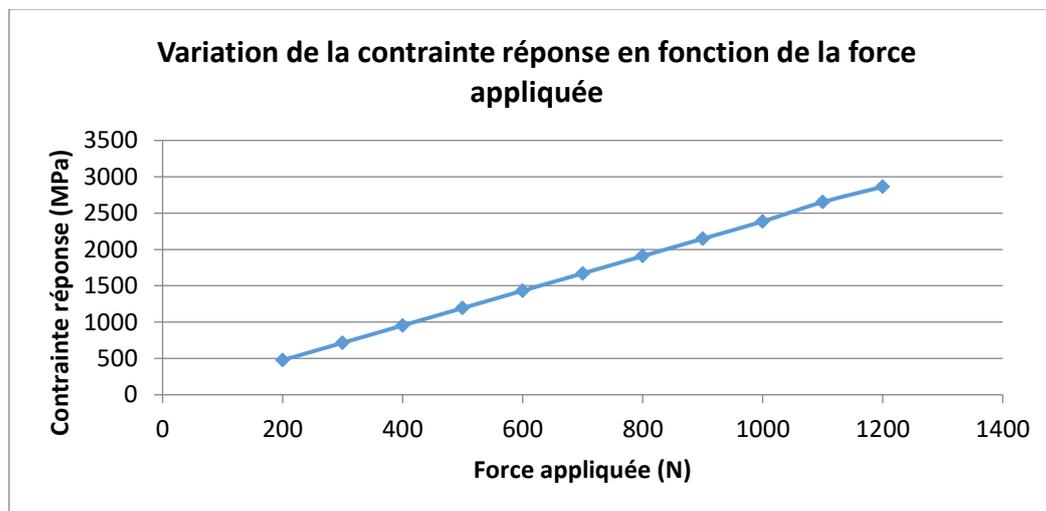


Figure IV. 11: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée.

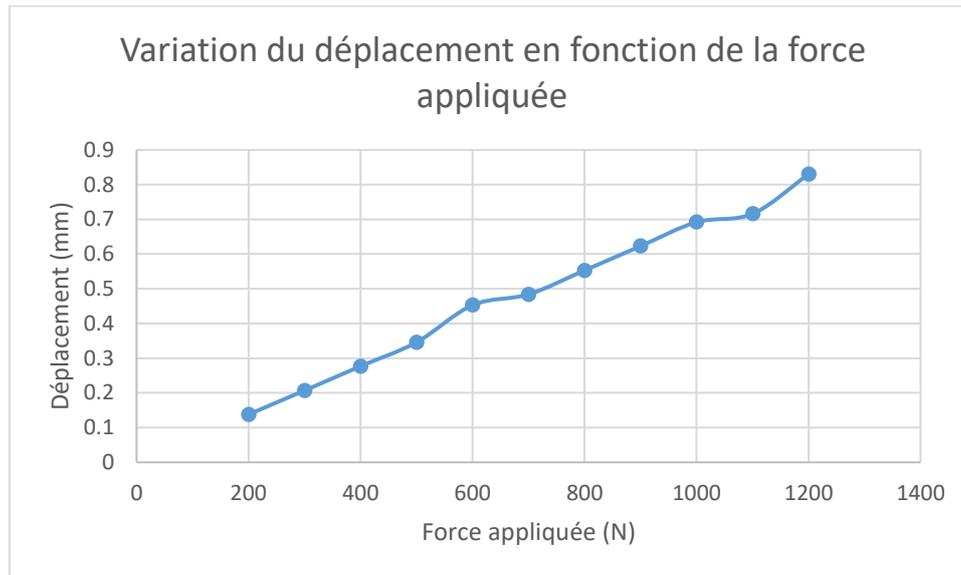


Figure IV. 12: Variation du déplacement en fonction de la force appliquée

#### IV.3.2.2 Résultats de l'étude de fatigue

Nous montrons dans le tableau ci-dessous, les résultats du nombre de cycles en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette avec une entaille en v.

Tableau IV. 7: Variation du nombre de cycles en fonction de la force appliquée.

Force appliquée (N)	Contrainte appliquée (MPa)	Cycles à la rupture
200	20	437260
300	30	339510
400	40	302160
500	50	260130
600	60	163600
700	70	95519
800	80	66695
900	90	46536
1000	100	34704
1100	110	26525
1200	120	22629

Les résultats du tableau IV.7 sont représentés dans la figure ci-dessus :

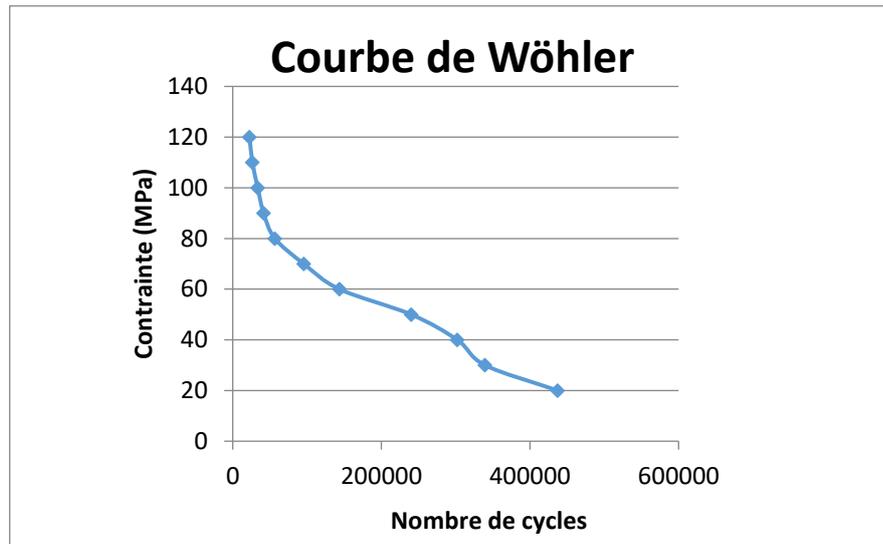


Figure IV. 13 : Courbe de Wöhler.

### IV.3.3 Effet de la forme de l'entaille sur la contrainte réponse

Le tableau ci -dessous récapitule les résultats de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée pour chaque type d'entaille.

Tableau IV. 8: Résultats de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée pour les deux types d'entailles

Force appliquée (N)	Contrainte réponse pour une entaille en u (MPa)	Contrainte réponse pour une entaille en v (MPa)
200	279	477
300	419	715
400	558	954
500	698	1193
600	832	1432
700	977	1670
800	1118	1909
900	1257	2148
1000	1397	2386
1100	1537	2652
1200	1676	2863

On représente les résultats du tableau IV.8 ci-dessus sous forme de courbes superposées dans la figure ci-dessus :

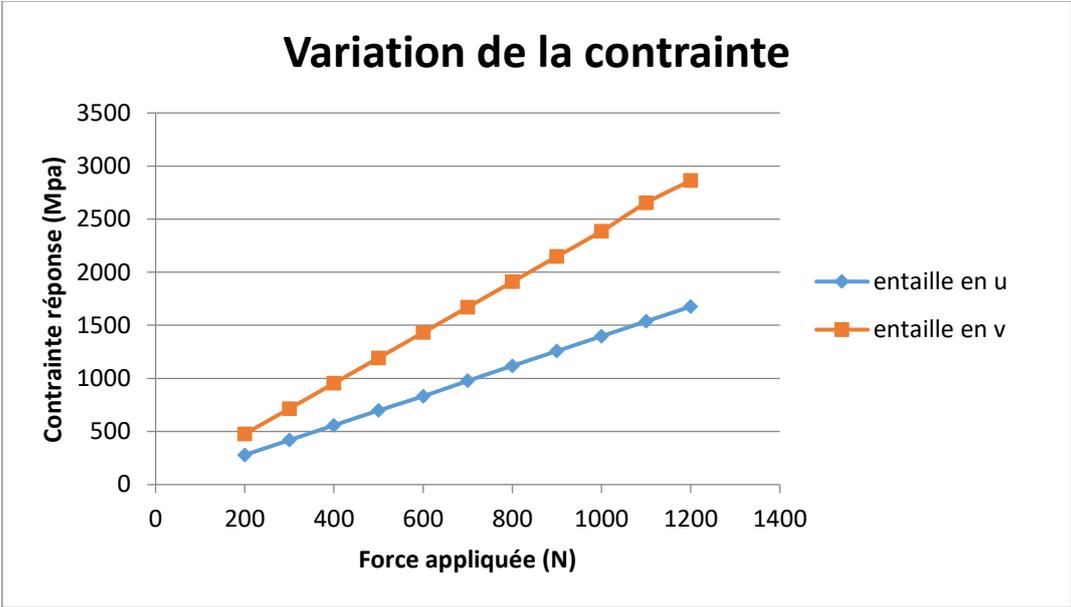


Figure IV. 14: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée pour chaque type d'entaille.

**IV.3.4 Effet de la forme de l'entaille sur le nombre de cycles**

Le tableau ci-dessous récapitule les résultats du nombre de cycles en fonction de la force appliquée pour chaque type d'entaille.

*Tableau IV. 9: Résultats des nombres de cycles en fonction de la force appliquée pour les deux types d'entailles*

<b>Force appliquée (N)</b>	<b>Nombre de cycles pour une entaille en u</b>	<b>Nombre de cycles pour une entaille en v</b>
200	503200	437260
300	407560	339510
400	342650	302160
500	263540	240130
600	153240	143600
700	81074	95519
800	55778	56695
900	42652	41536
1000	34562	33704
1100	28593	26525
1200	23365	22629

On représente les résultats du tableau IV.9 ci-dessus sous forme de courbes superposées dans la figure ci-dessous :

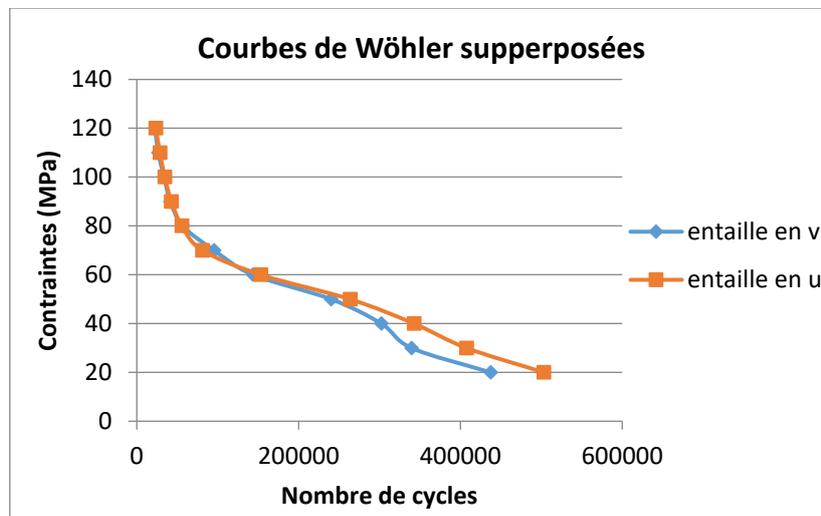


Figure IV. 15 : Courbes de Wöhler superposées.

#### IV.3.5 Interprétation des résultats

Les résultats des études statiques nous montrent que la contrainte réponse augmente proportionnellement avec la force appliquée, et ceci pour les deux types d'entailles, la même chose est constatée pour ce qui est du déplacement. Par contre la durée de vie est inversement proportionnelle avec la force appliquée.

Les contraintes réponses dans le cas d'une entaille en v sont plus grandes que celles dans le cas d'une entaille en u, et la durée de vie dans le cas de cette dernière est plus grande.

## IV.3.6 Effet thermique

Dans ce qui suit on se place dans le cas le plus critique, à savoir le cas de l'éprouvette à entaille en v, et on étudie l'effet thermique sur la contrainte réponse et la durée de vie.

**Etude 1 (T=50°) :****Résultats de l'étude statique**

Nous montrons dans le tableau ci-dessus, les valeurs des contraintes réponses et des déplacements en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v à une température de 50°C.

*Tableau IV. 10: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées.*

<b>Force appliquée (N)</b>	<b>Contrainte réponse (MPa)</b>	<b>Déplacement (mm)</b>
200	483	0,131
300	722	0,201
400	690	0,27
500	1199	0,335
600	1438	0,408
700	1677	0,477
800	1915	0,547
900	2154	0,616
1000	2392	0,685
1100	2631	0,754
1200	2869	0,824

Les résultats du tableau IV.10 sont représentés dans les figures ci-dessus :

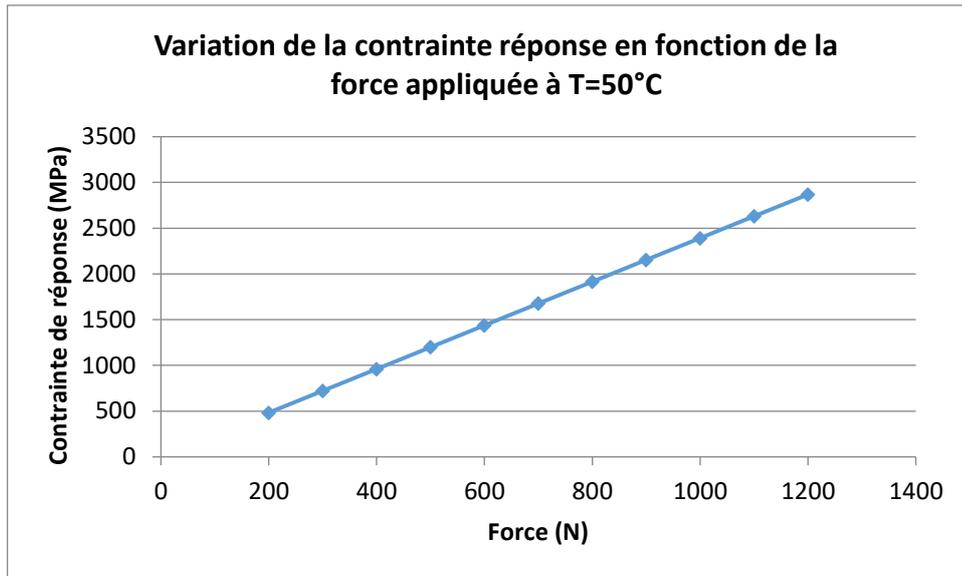


Figure IV. 16: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée à T=50°C

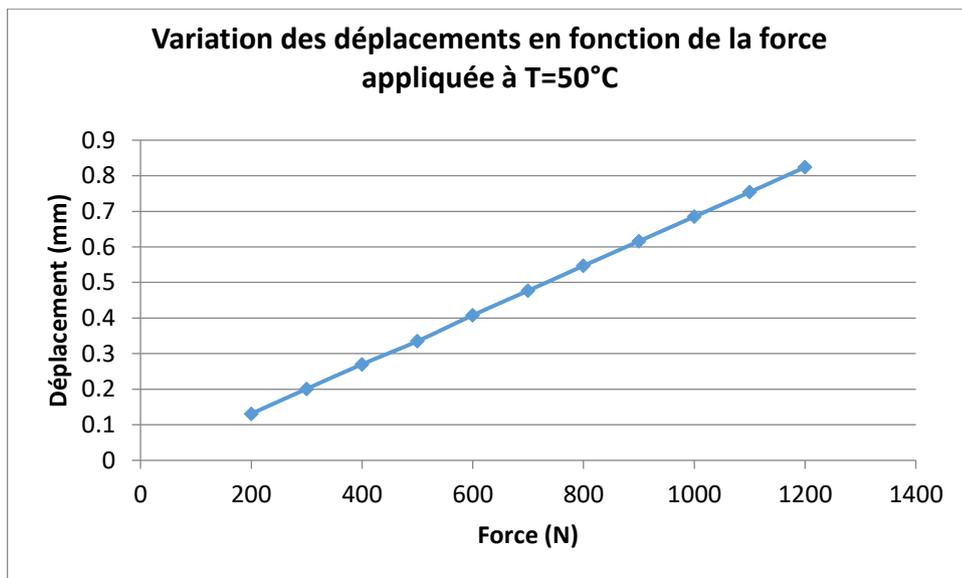


Figure IV. 17: Variation des déplacements en fonction de la force appliquée à T=50°C.

## Résultats de l'étude dynamique

Nous montrons dans le tableau ci-dessous, les résultats du nombre de cycles en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v à  $T=50^{\circ}$ .

Tableau IV. 11: Variation du nombre de cycle en fonction de la force appliquée

Force appliquée (N)	Contrainte appliquée (MPa)	Nombre de cycles
200	20	436750
300	30	333710
400	40	297500
500	50	225840
600	60	128700
700	70	82171
800	80	60366
900	90	42728
1000	100	32423
1100	110	25222
1200	120	21720

Les résultats du tableau IV.11 sont représentés dans la figure ci-dessus :

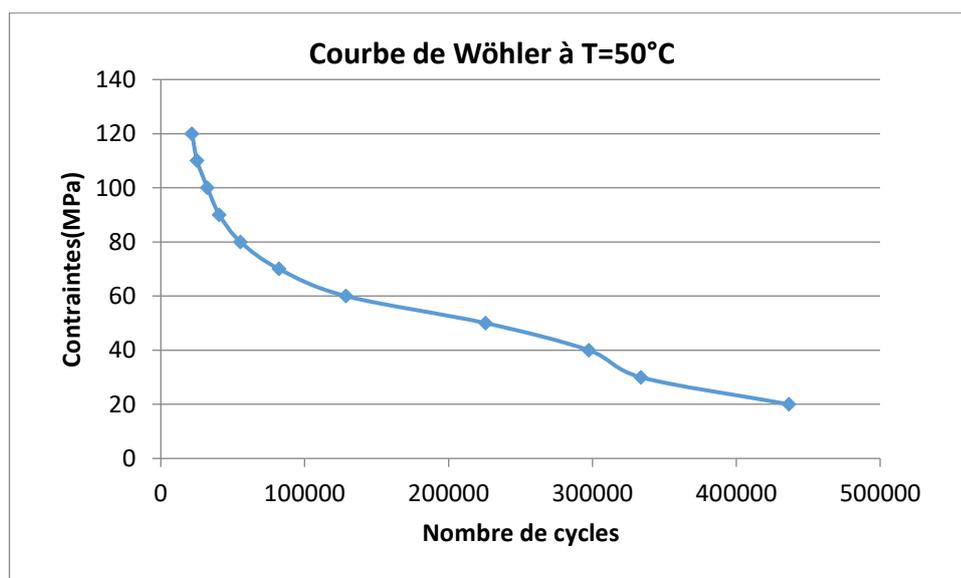


Figure IV. 18 : Courbe de Wöhler ( $T=50^{\circ}\text{C}$ ).

**Etude 2 (T=100°) :****Résultats de l'étude statique**

Nous montrons dans le tableau ci-dessus, les valeurs des contraintes réponses et des déplacements en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v à une température de 100°C.

*Tableau IV. 12: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées.*

<b>Force appliquée (N)</b>	<b>Contrainte réponse (MPa)</b>	<b>Déplacement (mm)</b>
200	497	0,118
300	735	0,187
400	974	0,235
500	1231	0,326
600	1451	0,395
700	1690	0,464
800	1928	0,533
900	2176	0,603
1000	2405	0,672
1100	2644	0,741
1200	2833	0,81

Les résultats du tableau IV.12 sont représentés dans les figures ci-dessus :

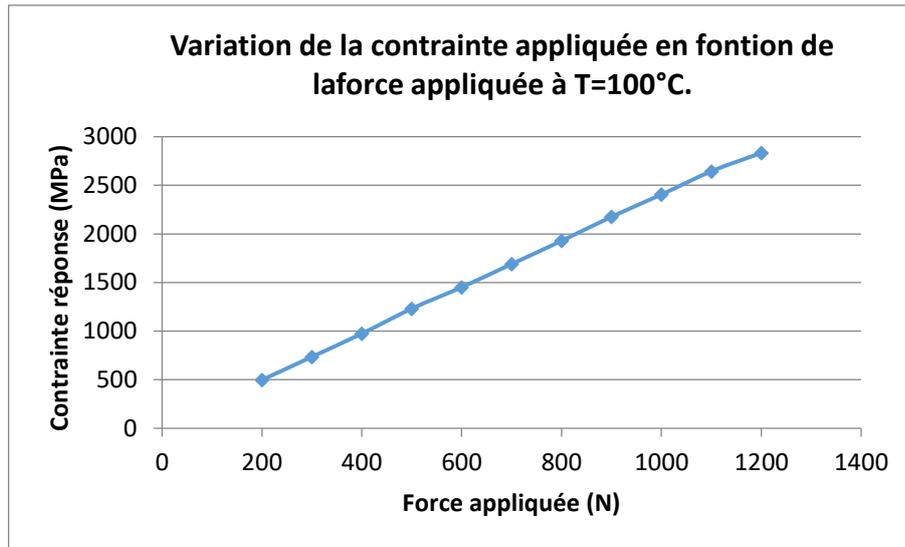


Figure IV. 19: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée à T=100°C.

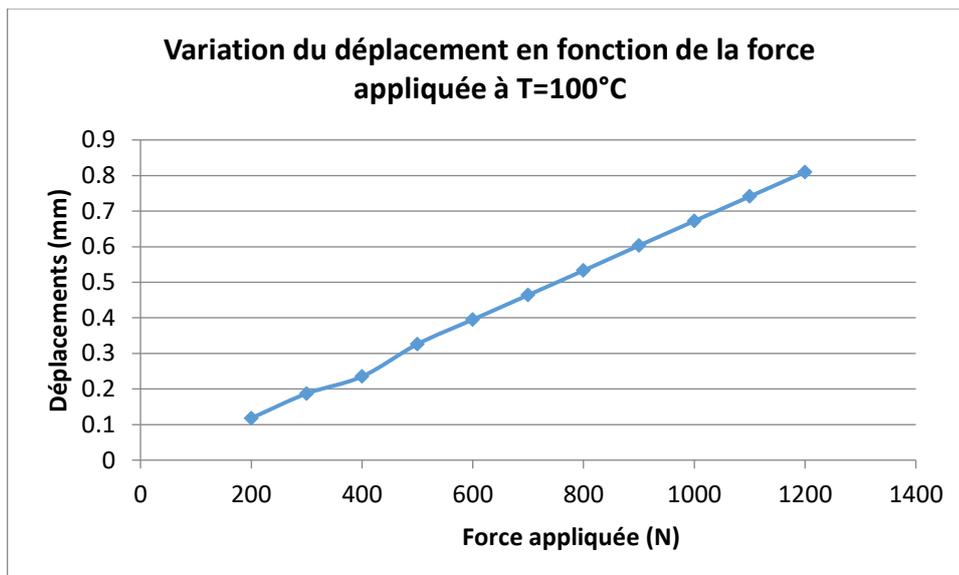


Figure IV. 20: Variation des déplacements en fonction de la force appliquée à T=100°C.

**Résultats de l'étude dynamique**

Nous montrons dans le tableau ci-dessus, les résultats du nombre de cycles en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v à  $T=100^{\circ}$ .

Tableau IV. 13: Variation du nombre de cycle en fonction de la force appliquée.

Force appliquée (N)	Contrainte appliquée (MPa)	Nombre de cycles
200	20	428310
300	30	323000
400	40	249220
500	50	145170
600	60	91278
700	70	65979
800	80	51564
900	90	37455
1000	100	29262
1100	110	23291
1200	120	20161

Les résultats du tableau IV.13 sont représentés dans la figure ci-dessus :

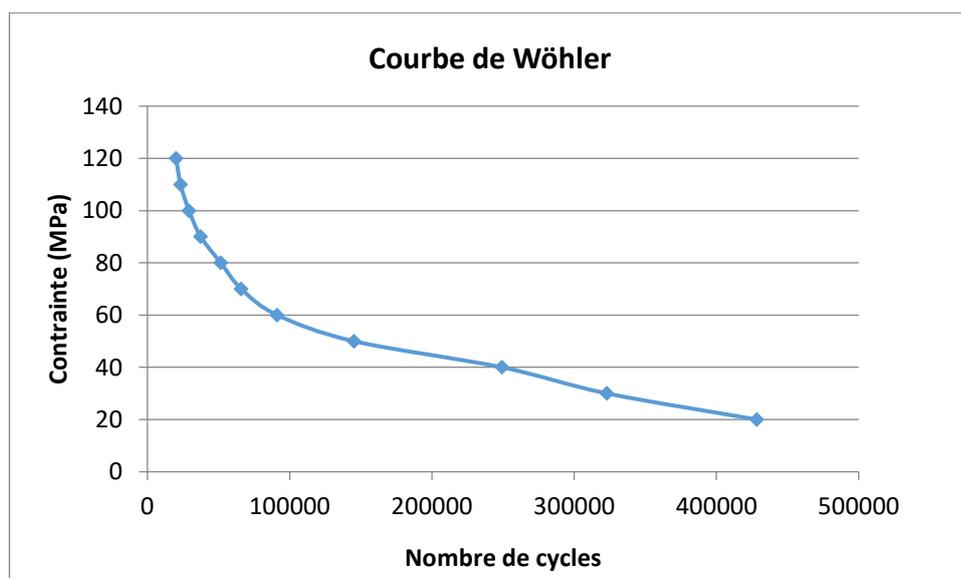


Figure IV. 21 : Courbe de Wöhler ( $T=100^{\circ}\text{C}$ ).

**Etude 3 (T=200°) :****Résultats de l'étude statique**

Nous montrons dans le tableau ci-dessus, les valeurs des contraintes réponses et des déplacements en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v à une température de 200°C.

*Tableau IV. 14: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées.*

<b>Force appliquée (N)</b>	<b>Contrainte réponse (MPa)</b>	<b>Déplacement (mm)</b>
200	558,8	0,092
300	762,5	0,161
400	1001	0,23
500	1239	0,299
600	1478	0,369
700	1716	0,438
800	1955	0,507
900	2194	0,576
1000	2432	0,645
1100	2671	0,715
1200	2909	0,784

Les résultats du tableau IV.14 sont représentés dans les figures ci-dessus :

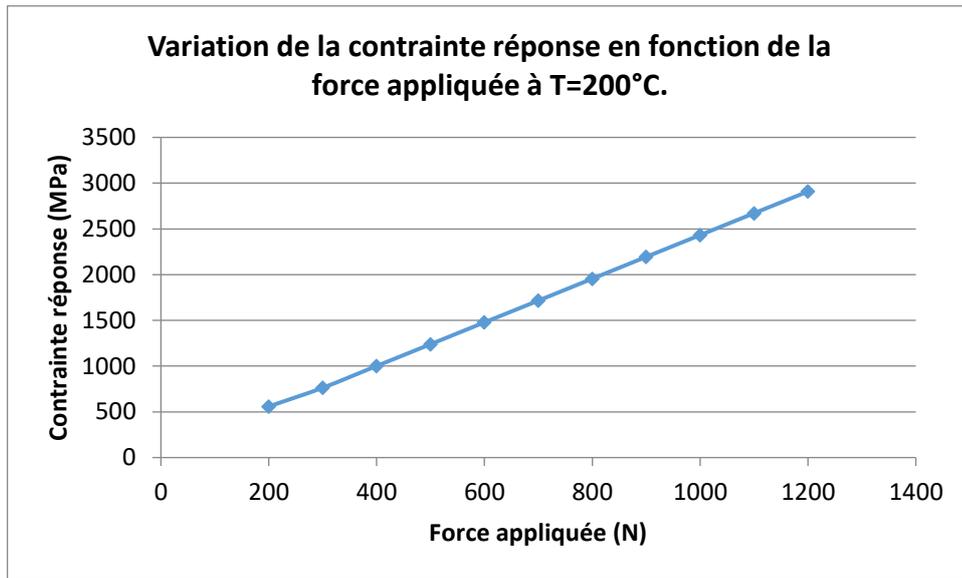


Figure IV. 22: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée à T=200°C.

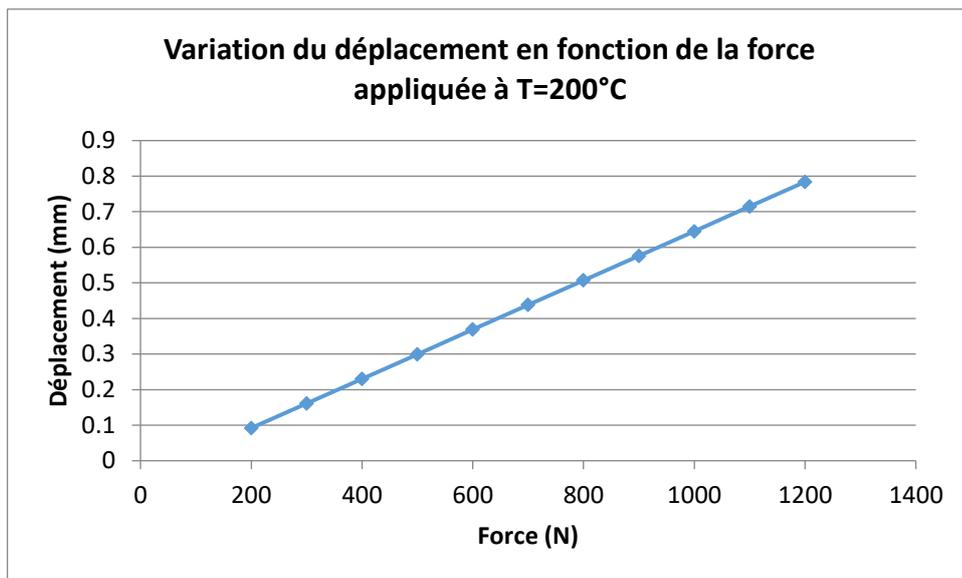


Figure IV. 23: Variation des déplacements en fonction de la force appliquée à T=200°C.

### Résultats de l'étude dynamique

Nous montrons dans le tableau ci-dessus, les résultats du nombre de cycles en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v à  $T=200^{\circ}$ .

Tableau IV. 15: Variation du nombre de cycle en fonction de la force appliquée.

Force appliquée N	Contrainte appliquée (MPa)	Nombre de cycles
200	20	334450
300	30	193720
400	40	117980
500	50	83283
600	60	63045
700	70	50047
800	80	41818
900	90	31996
1000	100	25421
1100	110	20626
1200	120	17633

Les résultats du tableau IV.15 sont représentés dans la figure ci-dessus :

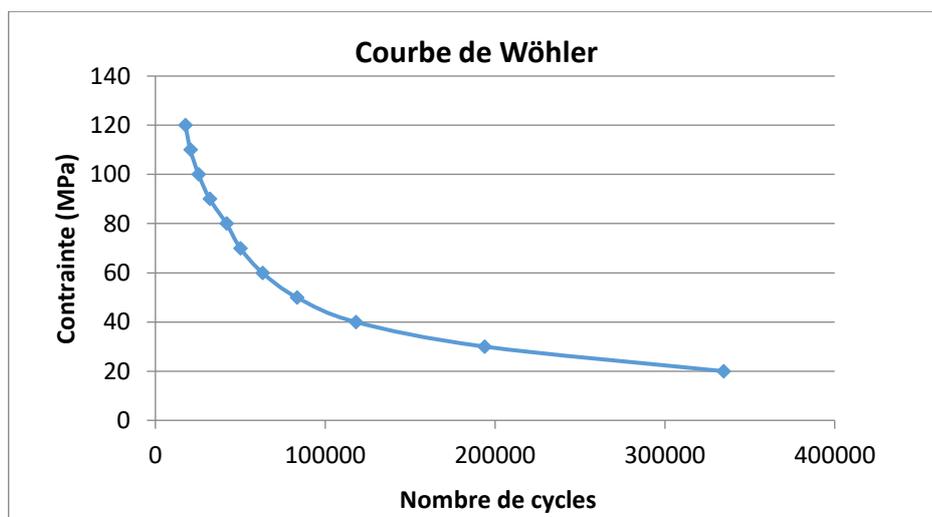


Figure IV. 24: Courbe de Wöhler ( $T=200^{\circ}\text{C}$ ).

**Etude 4 (T=300°) :****Résultats de l'étude statique**

Nous montrons dans le tableau ci-dessus, les valeurs des contraintes réponses et des déplacements en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v à une température de 300°C.

*Tableau IV. 16: Contraintes réponses et déplacements en fonction des charges appliquées.*

<b>Force appliquée (N)</b>	<b>Contrainte réponse (MPa)</b>	<b>Déplacement (mm)</b>
200	794,9	0.065
300	867,2	0,135
400	1028	204
500	1266	0,273
600	1505	0,343
700	1743	0,412
800	1982	0,481
900	2220	0,55
1000	2459	0,619
1100	2697	0,688
1200	2936	0,757

Les résultats du tableau IV.16 sont représentés dans les figures ci-dessus :

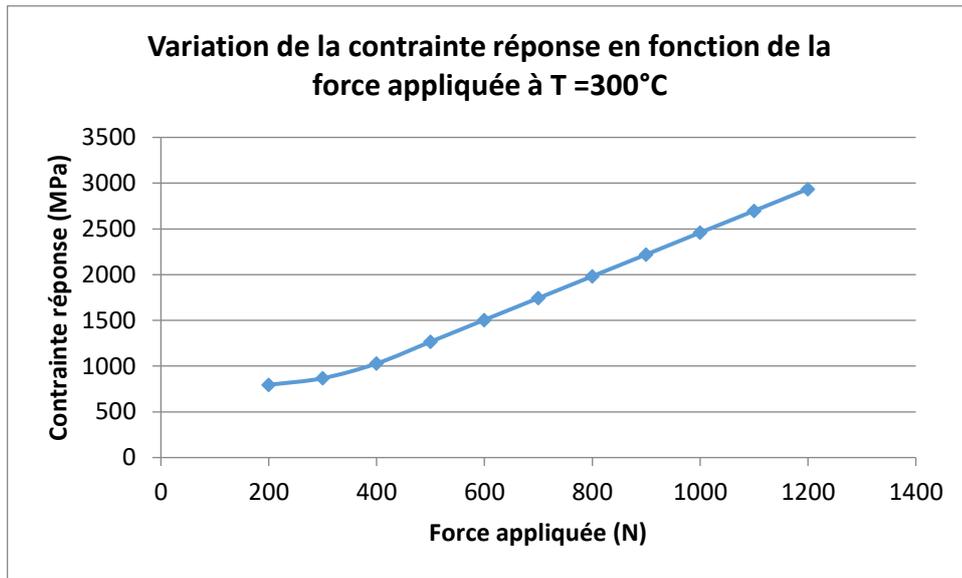


Figure IV. 25: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée à T=300°C.

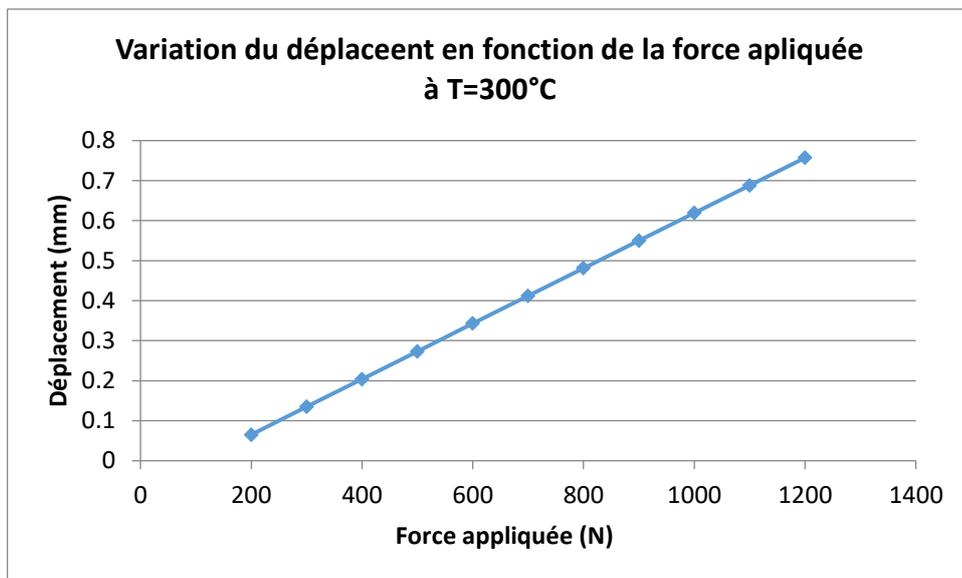


Figure IV. 26: Variation des déplacements en fonction de la force appliquée à T=200°C.

### Résultats de l'étude dynamique

Nous montrons dans le tableau ci-dessus, les résultats du nombre de cycles en fonction des charges appliquées, dans le cas d'une éprouvette à entaille en v à  $T=300^{\circ}$ .

Tableau IV. 17: Variation du nombre de cycle en fonction de la force appliquée.

Force appliquée N	Contraintes appliquées (MPa)	Nombre de cycles
200	20	182940
300	30	110490
400	40	82155
500	50	62811
600	60	51528
700	70	43644
800	80	36616
900	90	28909
1000	100	22996
1100	110	18945
1200	120	14544

Les résultats du tableau IV.17 sont représentés dans la figure ci-dessus :

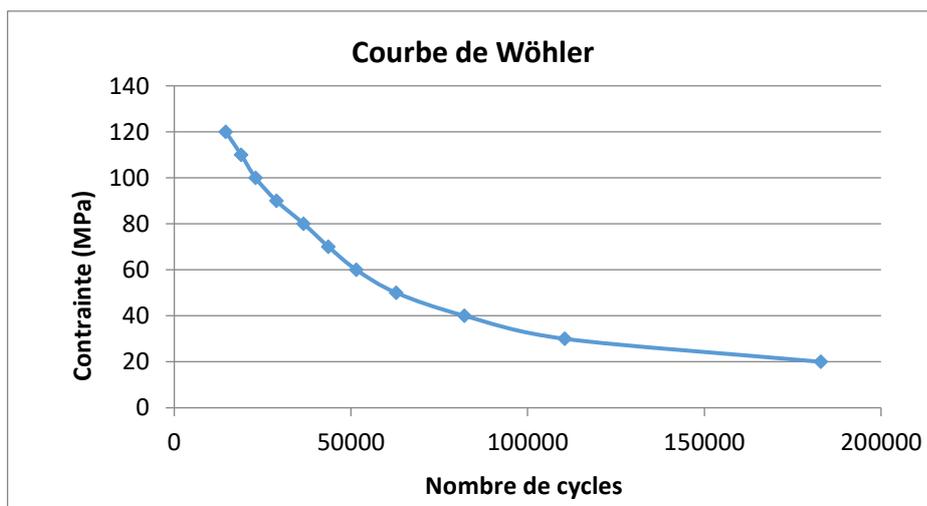


Figure IV. 27: Courbe de Wöhler ( $T=300^{\circ}\text{C}$ ).

### IV.3.7 Effet de la température sur la contrainte réponse

Le tableau ci-dessus récapitule les résultats de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée pour chaque température appliquée (50, 100, 200, 300 °C).

*Tableau IV. 18: Contrainte réponse en fonction de la force appliquée pour chaque température.*

Force appliquée (N)	Contrainte réponse (MPa)			
	T=50°C	T=100°C	T=200°C	T=300°C
200	483	497	558,8	794,9
300	722	735	762,5	867,2
400	960	974	1001	1028
500	1199	1231	1239	1266
600	1438	1451	1478	1505
700	1677	1690	1716	1743
800	1915	1928	1955	1982
900	2154	2176	2194	2220
1000	2392	2405	2432	2459
1100	2631	2644	2671	2697
1200	2869	2833	2909	2936

Nous représentons les valeurs du tableau IV.18 ci-dessus sous forme de courbes superposées dans la figure ci-après:

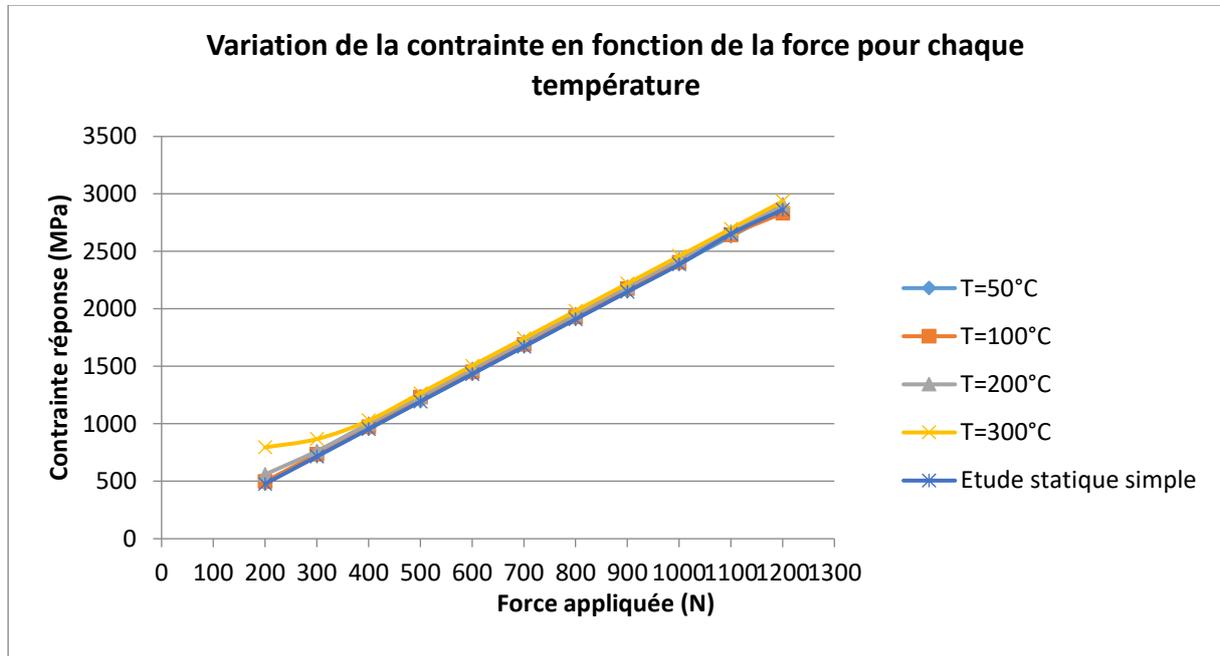


Figure IV. 28: Variation de la contrainte en fonction de la force pour chaque température étudiée.

IV.3.8 Effet de la température sur la durée de vie

Le tableau ci-dessus récapitule les résultats de la durée de vie en fonction de la force appliquée pour chaque température appliquée (50, 100, 200, 300 °C).

Tableau IV. 19: Durée de vie en fonction de la force appliquée pour chaque température.

Force appliquée (N)	Contrainte appliquée (MPa)	Nombre de cycles			
		T=50°C	T=100°C	T=200°C	T=300°C
200	20	436750	428310	334450	182940
300	30	333710	323000	193720	110490
400	40	297500	249220	117980	82155
500	50	225840	145170	83283	62811
600	60	128700	91278	63045	51528
700	70	82171	65979	50047	43644
800	80	60366	51564	41818	36616
900	90	42728	37455	31996	28909
1000	100	32423	29262	25421	22996
1100	110	25222	23291	20626	18945
1200	120	21720	20161	17633	14544

Nous représentons les valeurs du tableau IV.19 ci-dessus sous forme de courbes superposées dans la figure ci-après:

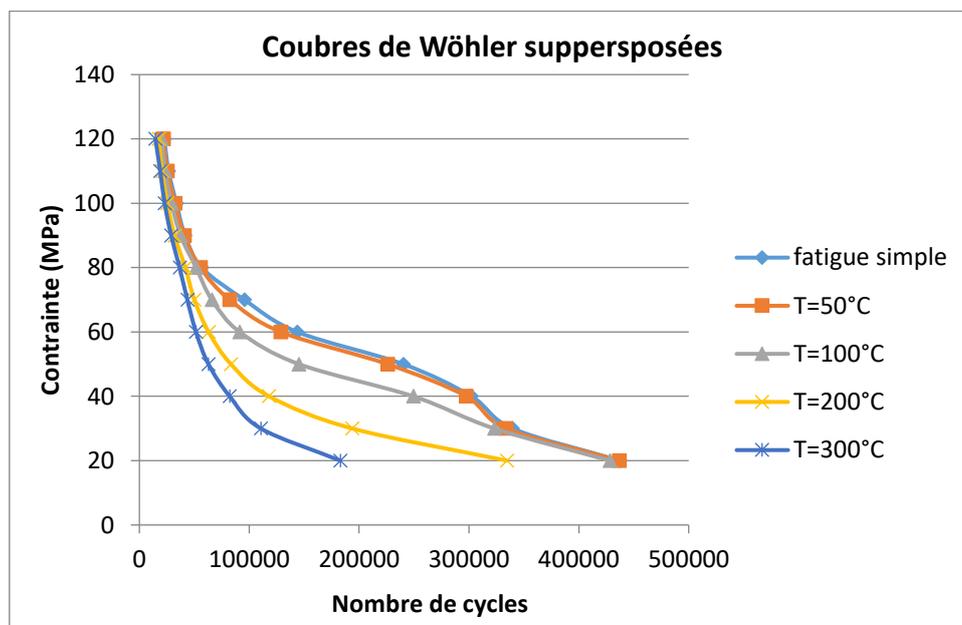


Figure IV. 29: Courbe de Wöhler pour chaque température.

**IV.3.9 Interprétation des résultats**

Dans les études statiques, on constate que la contrainte réponse évolue proportionnellement avec la température. Pour une force appliquée de 200 N, elle passe de 483 MPa à  $T=50^{\circ}\text{C}$  jusqu'à 794 MPa à  $T=300^{\circ}\text{C}$ . Cependant les valeurs de contraintes réponse, lors de l'application de forces élevées, évoluent toujours proportionnellement avec la température mais restent assez proches.

D'après les résultats des études dynamiques, on constate que la durée de vie a tendance à diminuer en augmentant la température.

**IV.4 Etude non linéaire**

La simulation statique nous a montré une augmentation linéaire de la contrainte en fonction des charges appliquées. Cette linéarité est à vrai dire valable uniquement pour des contraintes de réponse inférieures à la limite élastique. Pour des valeurs qui dépassent la limite élastiques, ou pour des grands déplacements détectés, une étude non linéaire est vivement souhaitée afin de prendre en charge l'aspect plastique du matériau.

**IV.4.1 Critères de non linéarité**

Pour une éprouvette en flexion le modèle plastique de Von Mises est utilisé, ce critère envisage une modification itérative en boucle des valeurs calculées à partir de la matrice de rigidité. Cette modification a pour objectif de converger les valeurs de contraintes et déplacements pour obtenir des mesures réalistes. Une durée du chargement d'une seconde est prévue, divisée en incréments pour permettre les itérations.

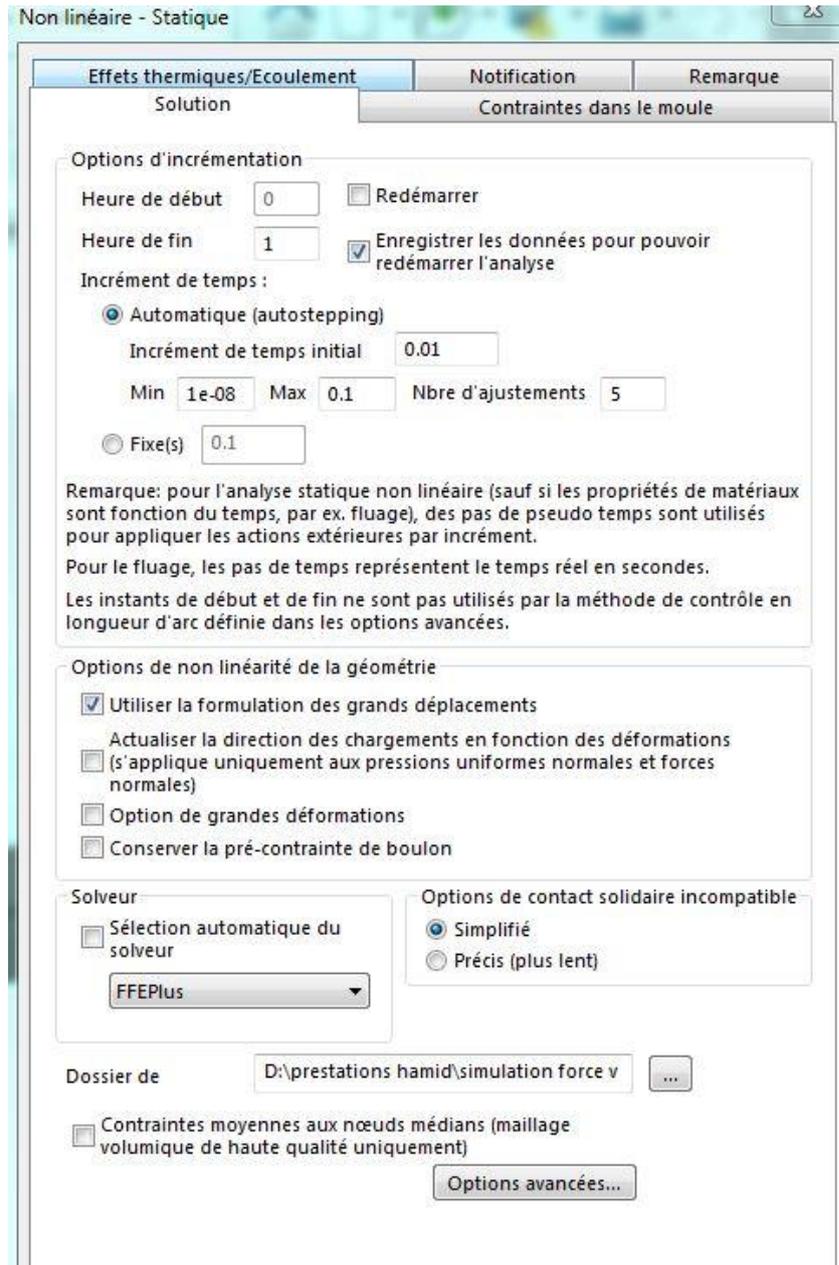


Figure IV. 30: Paramètres de non linéarité.

L'étude non linéaire, par son aspect itératif, est volumineuse, pour une charge de 1000 N par exemple, l'étude n'a pas pris fin même après une heure d'exécution sur une station de travail de 8 Go de RAM. Cause pour laquelle on a effectué des études jusqu'à une charge de 900 N seulement.

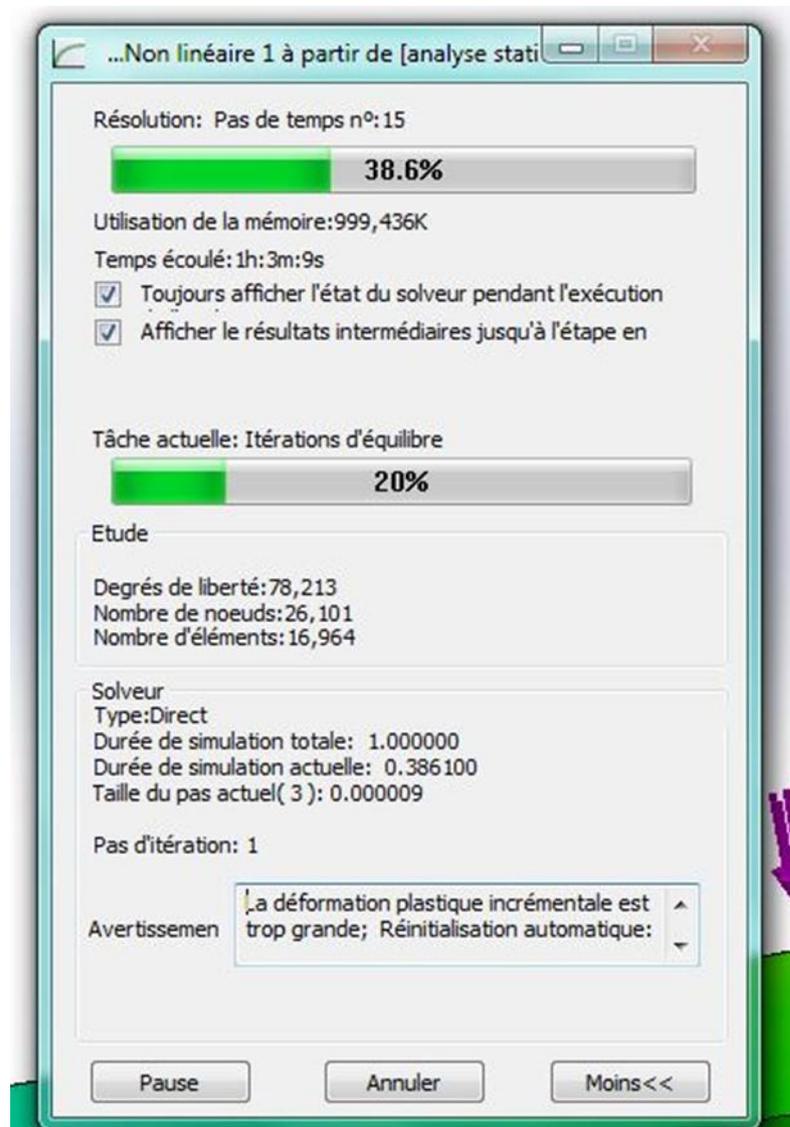


Figure IV. 31 : Déroulement de la simulation (étude non linéaire)

IV.4.2 Résultats de l'étude non linéaire

Tableau IV. 20 : Variation de la contrainte réponse et du déplacement pour le cas non linéaire

Force (N)	Contrainte réponse (MPa)	Déplacement (mm)
200	215	0,114
300	239	0,24
400	322	0,5
500	420	3,07
600	495	3,1
700	460	3,98
800	1089	4,04
900	1165	4,29

Les résultats du tableau ci-dessus sont représentés sous forme de courbes dans les figures ci-après :

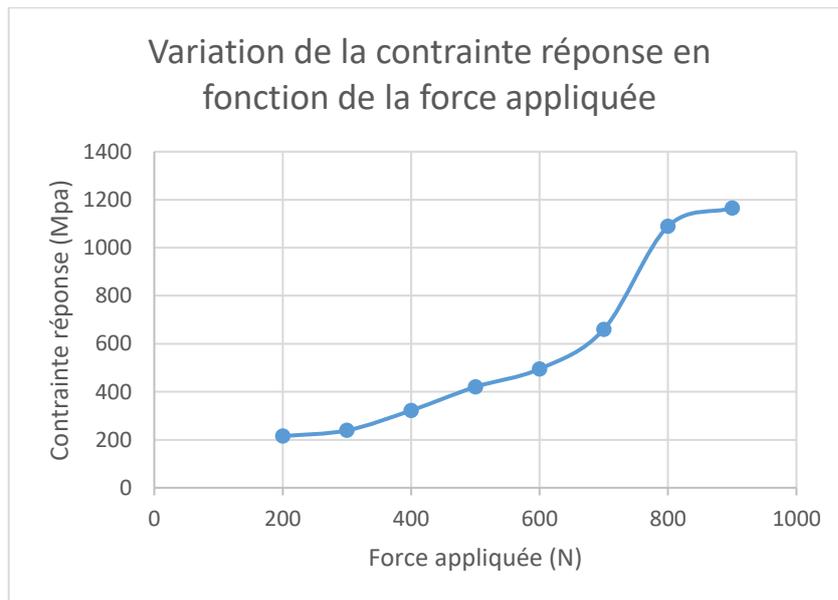


Figure IV. 32: Variation de la contrainte réponse en fonction de la force appliquée

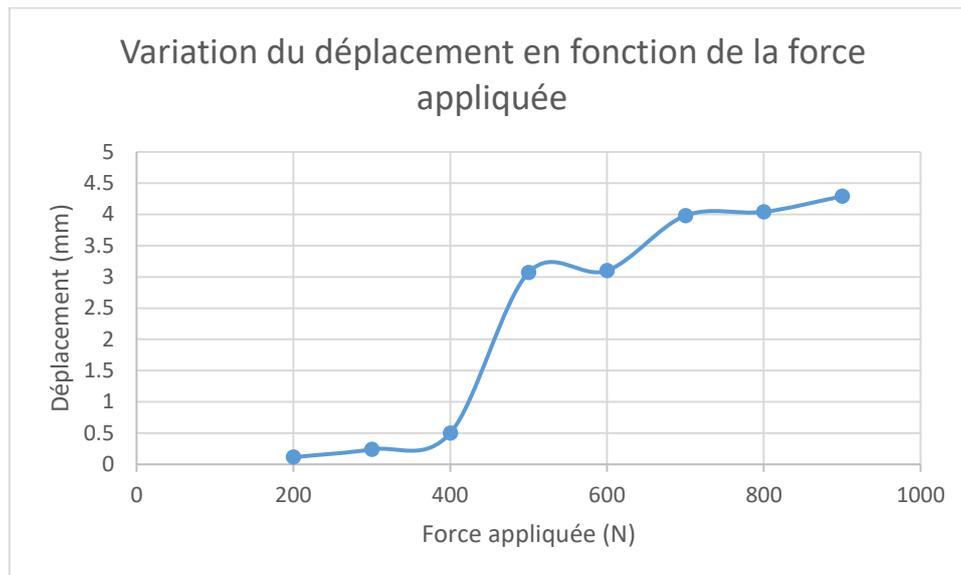


Figure IV. 33 Variation du déplacement en fonction de la force appliquée

#### IV.4.3 Comparaison entre l'étude linéaire et non linéaire et interprétation des résultats

Tableau IV. 21 Comparaison étude linéaire-non linéaire

Etude	Non -linéaire		Linéaire	
	Contrainte réponse (Mpa)	Déplacement (mm)	Contrainte réponse (Mpa)	Déplacement (mm)
200	215	0,114	477	0,138
300	239	0,24	715	0,207
400	322	0,5	954	0,277
500	420	3,07	1193	0,346
600	495	3,1	1432	0,453
700	460	3,98	1670	0,484
800	1089	4,04	1909	0,553
900	1165	4,29	2148	0,623

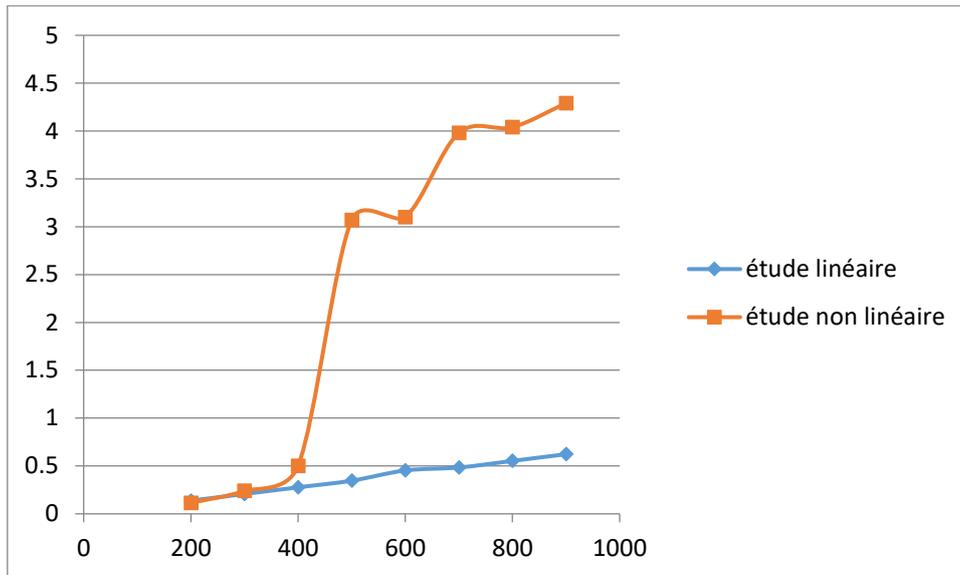


Figure IV. 34 Variation du déplacement en fonction de la force pour le cas linéaire et non linéaire

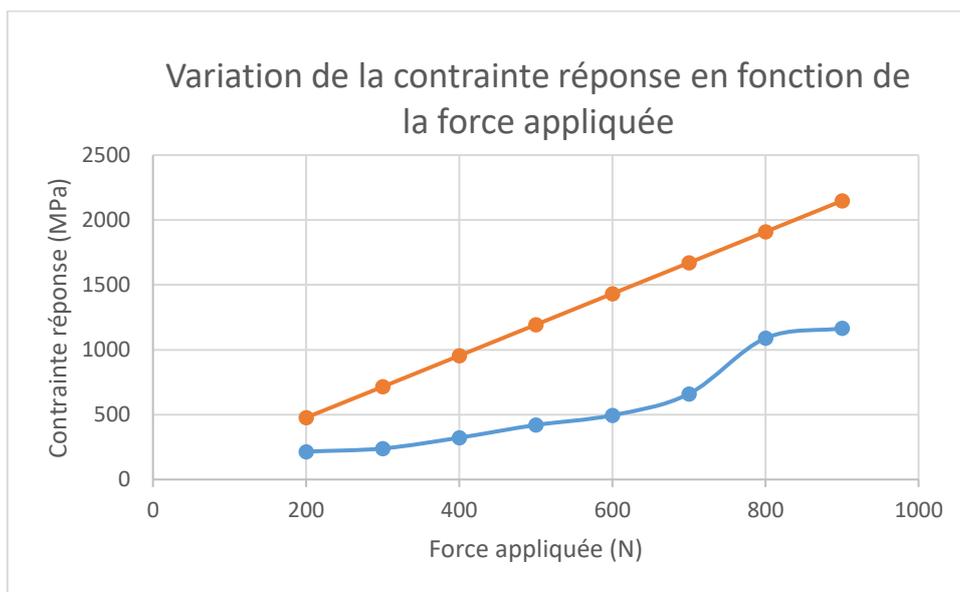


Figure IV. 35: Variation de la contrainte en réponse en fonction de la force appliquée pour le cas linéaire et non linéaire

On remarque une nette diminution de la contrainte par rapport au cas linéaire, par contre une augmentation du déplacement et de déformation. Ce qui explique une augmentation de la limite élastique et déformation plastique. Dans les deux cas, la valeur maximale de la contrainte concerne seulement l'entaille, on peut remarquer que même avec ces grandes valeurs, la rupture de l'éprouvette n'est pas atteinte puisque la contrainte sur l'autre face opposée de l'éprouvette reste raisonnable.

**Conclusion**

La contrainte réponse et le déplacement évoluent proportionnellement avec la force appliquée.

La géométrie de l'entaille influe sur la contrainte réponse et le déplacement, on a vu que pour l'entaille en v, ces derniers sont plus élevés par rapport à l'entaille en u. Ceci revient à la présence d'une singularité de contrainte dans l'entaille en v, ce qui traduit une très grande concentration de contrainte.

La présence d'entaille dans la structure engendre une concentration de contrainte locale.

La durée de vie est inversement proportionnelle à la force appliquée.

La géométrie de l'entaille influe sur la durée de vie, on a constaté que la durée de vie en présence d'une entaille en v est bien plus inférieure à la durée de vie en présence d'une entaille en u.

On observe que l'augmentation de la température engendre une augmentation des contraintes réponse et une diminution de la durée de vie. Et d'après les résultats, on conclue que l'effet de la température est minime lors de l'application de forces élevées.

## **Conclusion générale**

Dans notre étude, nous avons fait appel, en premier lieu, à une série d'essais statiques et dynamiques sur des éprouvettes entaillées, ayant pour objectif l'observation de l'évolution de la contrainte de Von Mises en fonction de la contrainte appliquée ainsi que de la durée de vie. Après avoir déterminé l'entaille la plus critique, on a entamé en deuxième lieu, une autre série d'essais, en faisant intervenir la température cette fois-ci, afin d'observer l'effet de cette dernière sur la durée de vie de l'éprouvette.

En variant la force appliquée, on a constaté qu'il y avait concentration de contraintes au niveau de l'entaille et ces contraintes évoluent proportionnellement aux charges appliquées. On a trouvé que l'éprouvette avec entaille en v présentait des contraintes plus élevées que l'éprouvette avec entaille en u.

En augmentant la température, la contrainte de Von-Mises augmente en fonction de la force appliquée, et la durée de vie diminue.

## Bibliographie

[1] [www.wikipédia.org](http://www.wikipédia.org)

[2] Claude Robin. Fatigue et endurance. Ecole des mines de Douai. (Consulté le 10/03/2020).

[3] Les Pook. Metal fatigue, What it is, Why it matters. Springer edition, 2007.

[4] J.A. Bannantine, J.J. Comer, J.L. Handrock. Fundamentals of Metal Fatigue Analysis. Prentice Hall edition.

[5] J.H. Faupel, F.E. Fisher. Engineering Design : A Synthesis of Stress Analysis and Materials Engineering, part 2. Wiley, 1981.

[6] R.I. Stephensen, A. Fatemi, R.R. Stephensen, H.O. Fuchs. Metal Fatigue in Engineering, Second Edition. Wiley, 2001.

[7] Jaap Schijve. Fatigue of Structures and Materials, Second Edition. Springer, 2009.

[8] Rachid Berbaoui. Identification et analyse de l'endommagement par fatigue des matériaux granulaires à base polymère. Thèse de doctorat, Le Mans Université, 2010. (Consulté le 12/04/2020)

[9] Roland Fortunier. Comportement mécanique des matériaux. Ecole nationale supérieure des mines. (Consulté le 12/04/2020)

[10] Techniques de l'Ingénieur. Essais de fatigue, partie I. M417 70 V1. (Consulté le 14/04/2020)

[11] Abdulkader Zalt. Endommagement par fatigue et prédiction de la durée de vie des joints soudés de type caisson. Thèse de doctorat, Ecole nationale d'ingénieurs de Metz. 18 octobre 2012.

[12] Alexandre Szymanski. Etablissement d'une méthode de mesure rapide de la résistance en fatigue-corrosion d'aciers de construction. Mémoire pour l'obtention de maîtrise en génie.

- [13] Boumeziane Ali. Influence de la distance entre entailles dans les essais de flexion rotative. Pfe, Ecole Nationale Polytechnique, 2010. (Consulté le 24/05/2020)
- [14] C. Bathias, A. Pineau. Fatigue of Materials and Structures-Fundamentals. Wiley, 2010.
- [15] S.Suresh. Fatigue of materials, 2<sup>nd</sup> Edition. Combridge university press, 1998.
- [16] Hervé Oudin. Méthode des éléments finis. Engineering school. Ecole Centrale de Nantes, 2008, pp.63.
- [17] O.Rahmani, S.Kebdani. Introduction à la méthode des éléments finis pour les ingénieurs. Office des publications universitaires, Alger, 1994.
- [18] MOUSSAOUI Mustafa. Etude et modalisation de la résistance à la rupture sur des Eprovettes entailles [en ligne]. Thèse de doctorat : Génie Mécanique. Constantine : Université Constantine 1, 2015.
- [19] Hao Wu. Modélisation de la durée de vie des structures fissurées après réparation par la technique de perçage. Thèse de doctorat, Université de Lille 1, 2009.
- [20] Y.Oudni, A.Assous. Etude de la fatigue thermomécanique de l'acier inoxydable 304L. Mémoire de Pfe, université de Béjaia, 2014.