

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Ecole Nationale Polytechnique**  
**Laboratoire de Commande des Processus**



# THESE

présentée au **Laboratoire de Commande des Processus**  
en vue de l'obtention du titre de

## **Docteur en Sciences**

en Automatique  
par

**Mouloud BOUCHOUCHA**

Magister en Automatique de l'EMP

### **Thème**

# **CONTRIBUTION AUX TECHNIQUES DE COMMANDE ROBUSTES : APPLICATION AUX SYSTEMES AERODYNAMIQUES ET ROBOTISES**

Soutenue publiquement le 27/01/2009 devant le jury composé de:

M.S. BOUCHERIT	Professeur à ENP	Président
M. TADJINE	Professeur à ENP	Rapporteur
A. TAYEBI	Professeur à l'Université de Lakehead	Rapporteur
F. BOUDJEMA	Professeur à ENP	Examineur
H. SAARI	MC à l'INSM, BOUSMAIL	Examineur
A. FERDJOUNI	MC à l'Université de Blida	Examineur
K. BENMANSOUR	Dr. à l'Université de Y.F Média	Invité

## *DEDICACES*

*Je dédie ce modeste travail*

*A mes chers parents pour m'avoir aimé, soutenu, aidé, et qui ont été  
toujours derrière moi pour devenir ce que je suis*

*A ma petite famille pour m'avoir soutenu et être avec moi tout au long de  
ce travail*

*A mes frères et sœurs*

*Et à tous mes amis*

***Mouloud***

## REMERCIEMENTS

Mes remerciements et profondes gratitude vont tout d'abord à mes encadreurs; le professeur TADJINE Mohamed du Laboratoire de Contrôle des processus de l'ENP, et le professeur TAYEBI Abdelhamid, chef du laboratoire d'automatique à l'université de Thunder bay au Canada, qui m'ont proposés ce sujet de thèse et m'ont dirigés tout au long de ce travail. Je tiens également à les remercier surtout pour leurs qualités humaines, leurs sens des relations humaines, leurs disponibilités et leurs optimismes qui m'ont souvent aidée à reprendre confiance en moi face aux difficultés. Par leur compétence ils ont su m'écouter et guider mes choix par leurs conseils précieux. Comme je remercie le professeur Tayebi A. pour son invitation au sein de son laboratoire au Canada et son accueil chaleureux qu'il m'a réservé tout au long de mon séjour scientifique.

Mes remerciements vont également aux membres du jury. Merci au professeur BOUCHERIT Mohamed Seghir qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le jury. Merci au Professeur BOUDJEMA Farès de l'ENP, à Monsieur SAARI Hamoud, maître de conférences à l'INSM, à Monsieur FERDJOUNI Abdelaziz, Maitre de conférences à l'université de Blida et enfin au docteur BENMANSOUR Khelifa de l'université de Média pour l'intérêt qu'ils ont accordé à mon travail de thèse en acceptant de l'examiner.

Je remercie le commandant de l'école militaire polytechnique, le directeur de la recherche et de la formation post graduée, le chef de l'UER Automatique et le chef du laboratoire de contrôle et commande qui ont mis tous les moyens nécessaires pour l'achèvement de ce travail.

Mes remerciements à tous les membres de l'UER automatique et en particulier les éléments du laboratoire de contrôle et commande. Comme je remercie également tous les cadres de l'Ecole Nationale Polytechnique d'El Harrach et surtout les membres du Laboratoire de Contrôle des processus.

Mes remerciements au docteur, Mohamed BOURI de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), qui m'a réservé un accueil chaleureux lors de mon stage scientifique en Suisse, merci Mohamed pour ta disponibilité et ton soutien moral et pour tout ce que tu as fait pour moi tout au long de mon séjour. Merci au docteur Samir BOUABDALLAH de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich, pour tout ce qu'a fait avant et durant mon séjour scientifique. Merci au docteur Philippe MULLHAUPT du Laboratoire d'automatique (LA) de l'EPFL pour m'avoir invité au laboratoire. Merci au Professeur Dominique BONVIN, le directeur du Laboratoire d'automatique de l'EPFL pour le soutien moral et financier de mon projet en suisse.

Merci à tous mes amis et mes collègues et à tous ceux qui m'ont soutenu.

Je remercie également toute ma famille et ma belle famille et surtout mes parents qui ont fait de moi ce que je suis. Merci aussi à mes frères et sœurs. Quant à ma plus belle réussite, elle restera toujours ma femme et mes deux fils auxquels je dis: Merci.

Enfin tous mes remerciements et reconnaissance reviennent à dieu qui m'a aidé à accomplir ce travail.

## ملخص-ABSTRACT-RESUME

**ملخص:** تقدم هذه الأطروحة ثلاثة مساهمات في مجال التحكم الصلب لتوازن التوجه لطائرة عمودية ذات أربع مروحات بدون طيار. في المساهمة الأولى وباستعمال طريقة تمثيل التوجه بواسطة زوايا أولر تم اقتراح طريقة جديدة للتحكم في التوجه للنظام الطائر ذو أربع مروحات. الطريقة المقترحة تتمثل في استعمال طريقة التحكم بالتراجع مع طريقة التحكم الكلاسيكية المتناسبة والمتكاملة. من بين نقاط القوة للطريقة المقترحة صلابتها لتغيير الوسائط لنموذج الطائرة. جربت هذه الطريقة باستعمال الحاسوب وأعطت نتائج جد حسنة مقارنة مع سابقتها. المساهمة الثانية تتمثل في الزرع في الوقت الحقيقي لطريقة التحكم المقترحة على نظام حقيقي. المساهمة الثالثة تتعلق بتصميم لطريقة التحكم المنزلة ذات درجة عليا والتي تعتبر كتعميم لطريقة التحكم المنزلة الكلاسيكية. الهدف من ذلك يكمن خاصة في معالجة لظاهرة الرم مع الحفاظ على الصلابة ومخارج توجه حسنة. لوغاريتم السوبرتويستن تم استعماله لتصميم طريقة توازن للتوجه للنظام الطائر ذو أربع مروحات. نتائج التمثيل المحصلة أظهرت نتائج جد حسنة.

**الكلمات المفتاحية:** طائرة عمودية ذات أربع مروحات- طريقة التحكم الصلبة - طريقة التحكم بالتراجع- طريقة التحكم الكلاسيكية المتناسبة والمتكاملة - طريقة التحكم المنزلة ذات درجة عليا- طائرة بدون طيار.

**Résumé :** Cette thèse présente trois contributions de la commande robuste pour la stabilisation de l'attitude d'un mini drone à décollage et atterrissage vertical VTOL (Vertical take off and landing) connu sous le nom de quadrotor.

Dans la première contribution, en se basant sur la représentation par les angles d'Euler, une nouvelle méthode de commande d'attitude du quadrotor est proposée. Elle est basée sur la combinaison de la commande backstepping et d'une commande robuste non linéaire PI. Une des forces de l'approche proposée est sa robustesse aux variations paramétriques et aux perturbations. L'approche proposée a été implémentée en simulation. La deuxième contribution concerne l'implémentation en temps réel de la commande proposée sur le test-bench de l'EPFL. La troisième contribution concerne la conception de la commande par mode de glissement d'ordre supérieur qui est considérée comme une généralisation de la commande par mode glissant classique. L'objectif est de remédier au phénomène de broutement tout en préservant les performances et la robustesse. L'algorithme de supertwisting a été utilisé pour la synthèse d'une loi de commande pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor. Les résultats de simulation obtenus ont été concluants.

**Mots clés :** Commande robuste, backstepping, contrôleur PI, commande par mode de glissement d'ordre supérieur, quadrotor, UAV.

**Abstract:** This thesis presents three contributions of robust control for the attitude stabilization of Vertical Take off and Landing UAV known as the quadrotor. In the first contribution, based on the Euler angles parameterization, a new method for the attitude stabilization of the quadrotor aircraft is proposed. It relies on the combination of the backstepping technique and a nonlinear robust PI controller. One of the strengths of the proposed approach is its robustness with respect to plant parameters uncertainties. The proposed approach has been tested in simulation. The second contribution concerns the real time implementation of the proposed control law on the EPFL test-bench. The third contribution concerns the design of a high order sliding mode control which is considered as a generalization of classical sliding mode. The objective is to get rid of the chattering phenomena while preserving the robustness and performance of the closed loop system. The super twisting algorithm has been used to design a control law for the attitude stabilization of the quadrotor. Theoretical results have been validated by simulation.

**Key words:** Robust control, backstepping, PI controller, High order sliding mode, quadrotor, UAV.

# SOMMAIRE

<b>DEDECACES</b>	<b>I</b>
<b>REMERCIEMENTS</b>	<b>II</b>
<b>RESUME-ABSTRACT-ملخص</b>	<b>IV</b>
<b>SOMMAIRE</b>	<b>VI</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX ET FIGURES</b>	<b>IX</b>
<b>1. INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
<b>2. ETAT DE L'ART SUR LES DRONES</b>	<b>4</b>
2.1 INTRODUCTION	4
2.2 CLASSIFICATION DES DRONES	5
<i>Les drones à voilures fixes</i>	5
<i>Les drones à voilures tournantes</i>	5
<i>Les drones convertibles</i>	5
<i>Micro drones</i>	6
<i>Mini drones</i>	6
<i>MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance)</i>	6
<i>HALE (Haute Altitude Longue Endurance)</i>	6
2.3 EXEMPLES DES DRONES	6
<i>Gros drones</i>	7
Drones portables	8
Micro drones	9
Drones stratosphériques	9
<i>Drones à voilures tournantes</i>	10
La configuration a un seul rotor	11
La configuration multi rotor	12
2.4 DOMAINE D'APPLICATION DES DRONES	15
2.5 CONCLUSION	16
<b>3. MODELISATION CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE DU QUADROTOR</b>	<b>17</b>
3.1 INTRODUCTION	17
3.1.1 <i>Repérage</i>	17
3.2 METHODES DE REPRESENTATION DE L'ATTITUDE	18
3.2.1 <i>Formulation par les angles d'Euler</i>	18
3.2.2 <i>Formulation par matrice des cosinus directeurs</i>	20
3.2.3 <i>Formulation par le quaternion</i>	22
3.3 MODELE MATHEMATIQUE DU QUADROTOR	24
3.3.1 <i>Constitution et principe de fonctionnement du quadrotor</i>	24
3.3.2 <i>Modèle complet de l'attitude du Quadrotor</i>	25
3.3.2.1 <i>La dynamique du rotor</i>	29
3.3.3 <i>Modèle d'état</i>	30
3.3 CONCLUSION	35
<b>4. TECHNIQUES DE COMMANDE DEVELOPPEES POUR LE QUADROTOR</b>	<b>36</b>
4.1 INTRODUCTION	36
4.2 OVERVIEW DES TECHNIQUES DE COMMANDES DE STABILISATION DE L'ATTITUDE	37
4.2.1 <i>Techniques de commandes de l'attitude développées pour les vaisseaux spatiaux</i>	37
4.2.1.1 <i>Commande Proportionnelle et dérivée basée sur un modèle statique (Model Independent PD controller)</i>	37
4.2.1.2 <i>Commande Proportionnelle et dérivée basée sur le modèle dynamique (Model dependent PD controller)</i>	37
4.2.1.4 <i>Commande adaptative</i>	38
4.2.2 <i>Stabilisation de l'attitude du quadrotor par la méthode du Backstepping</i>	38
4.2.3 <i>Commande du quadrotor basée sur un retour d'état linéarisant</i>	38
4.2.4 <i>Commande du quadrotor basée sur un retour d'état linéarisant et l'algorithme de saturation imbriqué</i>	39

4.2.5	<i>Commande du quadrotor basée sur une commande classique PD ou une commande PD<sup>2</sup> plus compensation des effets aérodynamiques</i>	39
4.2.6	<i>Commande du quadrotor basée sur le backstepping et le backstepping combinée avec le mode glissant</i>	40
4.2.6.1	Méthode du backstepping pour la commande de l'attitude du quadrotor	40
4.2.6.2	Méthode du backstepping basée sur le mode glissant pour la commande de l'attitude du quadrotor	43
4.3	CONCLUSION	44
<b>5.</b>	<b>NOUVELLE APPROCHE DE STABILISATION DE L'ATTITUDE PAR LA COMMANDE BACKSTEPPING BASEE SUR UN PI ROBUSTE</b>	<b>45</b>
5.1	INTRODUCTION	45
5.2	COMMANDE BACKSTEPPING BASEE SUR UNE COMMANDE PI NON-LINEAIRE ET ROBUSTE	46
5.3	RESULTATS DE SIMULATIONS	53
5.3.1	<i>Test de robustesse</i>	57
5.3.1.1	Expérience 1 (Robustesse aux bruits de mesures)	58
5.3.1.2	Expérience 2 (Robustesse aux variations paramétriques)	58
5.3.1.3	Expérience 3 (Robustesse à une perturbation ajoutée à l'entrée de commande)	58
5.4	PRESENTATION DE LA MAQUETTE ET IMPLEMENTATION EN TEMPS REEL	62
5.4.1	<i>Présentation de la maquette :</i>	62
5.4.2	<i>Unité de mesure inertielle (IMU)</i>	63
5.4.3	CAPTEURS DE VITESSES :	65
5.4.4	CARTE DE PUISSANCE	67
5.4.5	CAPTEUR D'ALTITUDE	68
5.5	IMPLEMENTATION EN TEMPS REEL DE LA COMMANDE DEVELOPPEE SUR LE BANC D'ESSAI EXPERIMENTALE	69
5.5.1	<i>Résultats expérimentaux</i>	69
5.5.2	<i>Test de robustesse</i>	69
5.6	CONCLUSION	72
<b>6.</b>	<b>STABILISATION DE L'ATTITUDE PAR LE MODE GLISSANT D'ORDRE SUPERIEUR</b>	<b>73</b>
6.1	INTRODUCTION	73
6.2	COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT D'ORDRE UN	74
6.2.1	<i>Formulation du problème de la commande par mode de glissement</i>	74
6.2.2	<i>Formalisation classique des systèmes de la commande par mode de glissement</i>	75
6.2.2.1	Régime glissant idéal	75
6.2.2.2	Régime glissant réel	75
6.2.2.3	Condition d'existence et d'unicité du régime glissant	75
6.2.2.4	Définition de la surface de glissement	75
6.2.2.5	Commande équivalente	76
6.2.3	<i>Propriétés de la structure de commande par mode de glissement</i>	76
6.2.3.1	La commande relais (Relay control)	77
6.2.3.2	Bouclage linéaire avec gain de commutation	77
6.2.3.3	Augmentation de la commande équivalente	77
6.2.4	<i>Le broutement (chattering) dans le mode de glissement et le régime permanent</i>	77
6.2.4.1	Forme continue linéaire de saturation	79
6.2.4.2	Forme continue non linéaire de saturation	79
6.2.4.3	L'approche du formalisme de l'algèbre différentielle pour la conception de la SMC (GVC : Commande à Structure Variable Généralisée)	79
6.3	COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT D'ORDRE SUPERIEUR	81
6.3.1	<i>Position du problème et définitions</i>	81
6.3.2	<i>Commande par mode de glissement d'ordre 2</i>	83
6.3.2.1	Algorithme du twisting	85
6.3.2.2	Algorithme de super-twisting	86
6.3.3	<i>Synthèse de l'algorithme de super twisting pour la stabilisation de l'orientation du quadrotor</i>	88
6.3.3.1	Définition de la surface de glissement :	88
6.3.3.2	Synthèse de la loi de commande :	88
6.4	RESULTATS DE SIMULATION	90
6.4	CONCLUSION	91
<b>7.</b>	<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>96</b>



<b>ANNEXE : DIVERS UNITES DE MESURE INERTIELLES UTILISEES DANS LES LABORATOIRES DE RECHERCHES</b>	<b>98</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>100</b>

## LISTE DES TABLEAUX ET FIGURES

TABLEAU 2. 1 : QUELQUES CATEGORIES DE DRONES (CR, SR ET MR POUR CLOSE, SHORT ET MEDIUM RANGE, EN: ENDURANCE, L (MH) ALE: LOW (MEDIUM, HIGH) ALTITUDE LONG ENDURANCE).	6
FIGURE 2. 1: DRONE MILITAIRE DE SURVEILLANCE: GLOBAL HAWK (NORTHROP GRUMMAN, 1000KG DE CHARGE UTILE).	7
FIGURE 2. 2: DRONE MILITAIRE DE SURVEILLANCE : SPERWER (SAGEM).	7
FIGURE 2. 3: LE PREDATOR, DRONE MAE MULTI MISSIONS, UTILISE PAR L'US AIR FORCE DEPUIS 1995.	8
FIGURE 2. 4: DRONES PORTABLES : EVOLUTION (BAI AEROSYSTEM) ET DO-MAV (EADS-DORNIER).	8
FIGURE 2.5: MICRO DRONES: BLACK WIDOW (GAUCHE) ET MICROMECHANICAL FLYING INSECT (UC BERKELEY, 25MM).	9
FIGURE 2. 6: DRONE SOLAIRE HELIOS DE LA NASA.	9
FIGURE 2.7: DRONE EAGLE EYE	10
FIGURE 2. 8: DRONE DE TYPE RMAX YAMAHA      FIGURE 2. 9: DRONE SAIC/ATI VIGILANCE	10
FIGURE 2. 10 : DRONE EUROSATORY DE SAGEM	11
FIGURE 2. 11: DRONE CYPHERII DE SIKORSKY	11
FIGURE 2. 12: DRONE ISTAR MAV	11
FIGURE 2. 13 : GUARDIAN CL-327 AIRCRAFT DE BOMBARDIER SERVICES CORP.	11
FIGURE 2. 14: LE QUADROTOR DRAGANFLYER DE DRAGANFLY	12
TABLEAU 2. 2: LES MODELES LES PLUS CONNUS DES QUADROTOR	15
FIGURE 3. 1: ANGLES D'EULER POUR LA COMBINAISON Z-X-Z	20
FIGURE 3. 2 : ANGLES D'EULER LES PLUS UTILISES DANS LA COMMUNAUTE AERONAUTIQUE (ROULIS, TANGAGE, LACET)	20
FIGURE 5. 1 : RESULTAT DE SIMULATION DE STABILISATION DES ANGLES DE ROULIS, DE TANGAGE ET DE LACET DE (COMMANDE BACKSTEPPING COMBINEE AVEC UNE COMMANDE PI ROBUSTE)	55
FIGURE 5. 2 : COUPLES DE COMMANDE $U_1, U_2, U_3$ (COMMANDE BACKSTEPPING COMBINÉE AVEC UNE COMMANDE PI ROBUSTE)	56
FIGURE 5. 3 : VITESSES DES HELICES DES ROTORS 1, 2, 3, ET 4 (COMMANDE BACKSTEPPING COMBINÉE AVEC UNE COMMANDE PI ROBUSTE)	57
FIGURE 5. 4 : TEST DE ROBUSTESSE AUX BRUITS DE MESURE (COMMANDE BACKSTEPPING COMBINÉE AVEC UNE COMMANDE PI ROBUSTE) : (A) BRUIT AJOUTE AUX ANGLES DE ROULIS, TANGAGE, ET LACET, (B) LES ANGLES DE ROULIS, TANGAGE, ET LACET RESULTANTS APRES L'APPLICATION DE LA COMMANDE BASEE SUR LES MESURES BIAISEES.	59
FIGURE 5. 5 : TEST DE ROBUSTESSE AUX VARIATIONS PARAMETRIQUES (COMMANDE BACKSTEPPING COMBINÉE AVEC UNE COMMANDE PI ROBUSTE) :(A) VARIATION DE $A_1$ 100 % ET $B_1$ 25 %, (B) VARIATION DE $A_1$ 100 % ET $B_1$ 33 %.	60
FIGURE 5. 6 : TEST DE ROBUSTESSE AUX PERTURBATIONS EXTERIEURES (COMMANDE BACKSTEPPING COMBINÉE AVEC UNE COMMANDE PI ROBUSTE) : (A) 40 % DE LA VALEUR DE COMMANDE, (B) 100 % DE LA VALEUR DE COMMANDE.	61
FIGURE 5. 7 : LA MAQUETTE DU QUADROTOR DE L'EPFL(TEST BENCH)	62
FIGURE 5. 8: LE ROTOR DU QUADROTOR	63
FIGURE 5. 9: LE QUADROTOR MONTÉ SUR UNE TIGE À TRAVERS UNE ROTULE	63

FIGURE 5. 10 : (A) LA CENTRALE INERTIELLE AVEC LES CÂBLES DE LIAISON À TRAVERS LE PORT SÉRIE, D'ALIMENTATION ET LE CD DES DRIVERS, (B) LA CENTRALE INERTIELLE 3DM-GX1.	64
FIGURE 5. 11 : LA CENTRALE INERTIELLE 3DM-GX1 MONTÉE SUR LE SYSTÈME DU QUADROTOR.	65
FIGURE 5. 12: CAPTEUR À EFFET HALL DE TELION	66
FIGURE 5. 13: CAPTEURS DE VITESSE À BASE DE CAPTEURS À EFFET HALL	66
FIGURE 5. 14 : (A) PETITS AIMANTS COLLÉS SUR LA ROUE DENTÉE, (B) LA ROUE DENTÉE MONTÉE, SUR LE SUPPORT DU ROTOR	67
FIGURE 5. 15: ANCIENNE CARTE DE PUISSANCE DU QUADROTOR	67
FIGURE 5. 16 : LA CARTE DE PUISSANCE RÉALISÉE À BASE DES AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS DE PUISSANCE OPA548	68
FIGURE 5. 17: (A) LE MODULE ER400TRS QUI PERMET DE RECEVOIR L'ALTITUDE DU CAPTEUR À ULTRASON, (B) LE CAPTEUR D'ALTITUDE À ULTRASON SRF10 (2CM JUSQU'À 8MÈTRE)	68
FIGURE 5. 18: RESULTAT EXPERIMENTAUX DE STABILISATION DE L'ANGLE DE ROULIS, DE TANGAGE, ET DU LACET (COMMANDE BACKSTEPPING COMBINÉE AVEC UNE COMMANDE PI ROBUSTE).	70
FIGURE 5. 19 : TEST DE ROBUSTESSE A UNE PERTURBATION DE 100% DE LA VALEUR DE LA COMMANDE AJOUTEE A L'ENTREE DU SOUS SYSTEME DE ROULIS ET DE TANGAGE ET 110% A L'ENTREE DU SOUS SYSTEME DE LACET (COMMANDE BACKSTEPPING COMBINÉE AVEC UNE COMMANDE PI ROBUSTE).	71
FIGURE 6. 1: PHÉNOMÈNE DU BROUITEMENT	78
FIGURE 6. 2 : CARACTERISTIQUE DU MODE GLISSANT D'ORDRE 2	84
FIGURE 6. 3 : CARACTERISTIQUE DU TWISTING ALGORITHME	86
FIGURE 6. 4 : CONVERGENCE EN TEMPS FINI DE L'ALGORITHME SUPER TWISTING	87
FIGURE 6. 5 : LES ANGLES DE ROULIS, DE TANGAGE ET DE LACET (ALGORITHME DU SUPER TWISTING), $\beta = \text{diag}(0.3, 0.6, 0.15)$ ET $\alpha = \text{diag}(2, 2, 0.9)$	92
FIGURE 6. 6 : LES ANGLES DE ROULIS, DE TANGAGE ET DE LACET (ALGORITHME DU SUPER TWISTING), $\beta = \text{diag}(0.3, 0.4, 0.15)$ ET $\alpha = \text{diag}(2.5, 3, 0.9)$	93
FIGURE 6. 7 : LES ANGLES DE ROULIS, DE TANGAGE ET DE LACET (COMMANDE PAR MODE GLISSANT CLASSIQUE), $\gamma = \text{diag} (2.5, 2.5, 1.5 )$	94
FIGURE 6. 8 : LES ANGLES DE ROULIS, DE TANGAGE ET DE LACET (COMMANDE PAR MODE GLISSANT CLASSIQUE), $\gamma = \text{diag} (3.5, 3.5, 2.5 )$	95

## 1. INTRODUCTION GENERALE

Les systèmes avioniques jouent un rôle primordial dans la vie actuelle de l'humanité. Parmi ces systèmes on cite : les avions, les hélicoptères,...etc. Les applications de ces systèmes quand ils sont pilotés par un pilote à bord sont multiples, entre autre on trouve : le transport des voyageurs, de la marchandise et des troupes...etc. Cependant certaines applications exigent que l'engin volant doive être doté d'une certaine autonomie ou d'une autonomie totale. Ce sont les applications qui sont considérées comme pénibles physiquement pour l'équipage, ou ennuyeuses, sale et dangereuses...etc. Le domaine de l'aviation a connu la naissance d'une nouvelle génération des engins volants afin d'accomplir la réalisation de ce type d'applications. Ces engins volants s'appellent drones [1-4].

Le drone désigne tout engin volant sans pilote à bord. Il peut être autonome ou commandé à distance. Selon leurs tailles, il existe plusieurs catégories, parmi lesquelles on trouve les micros drones et les minis drones.

Le quadrotor qui est considéré comme un mini drone à décollage et atterrissage verticale [5-10] présente plusieurs applications civiles et militaires telles que la surveillance, la reconnaissance, la prise de vue aériennes dans la production des films....etc.

Cependant du point de vue automatique, le modèle mathématique des drones en général et du système du quadrotor en particulier, est caractérisé par :

- de forte non linéarité
- le couplage entre ses entrées
- les perturbations extérieures (rafales de vent, la pression atmosphérique...etc).
- les incertitudes structurées et non structurées (dynamiques négligées, paramètres aérodynamiques et inertiels..etc)

Les méthodes de commandes classiques peuvent être appliquées dans un domaine restreint et sous certaines contraintes sur le comportement de ces systèmes et au détriment de certaines applications [11-13].

Afin de travailler dans toute la plage des variables de ces systèmes ; les commandes non linéaires et robustes représentent une bonne alternative.

Le travail présenté dans cette thèse rentre dans ce contexte et à pour objectif de développer différentes stratégies de commandes robustes vouées au système du quadrotor.

Dans cette thèse, trois contributions ont été apportées pour la stabilisation de l'attitude du mini drone nommé quadrotor :

- La première concerne le développement d'une commande backstepping basée sur une commande PI robuste [14-20]. Son avantage réside dans sa robustesse aux variations paramétriques et aux perturbations, en plus elle ne nécessite pas la connaissance exacte des paramètres du modèle du quadrotor pour son application. Cette approche a été validée par la suite en simulation.
- La deuxième contribution concerne l'implémentation en temps réel de la commande backstepping combinée avec la commande PI robuste, sur le test-bench du Laboratoire des Systèmes Autonomes de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse.
- La troisième concerne l'application de l'algorithme du super twisting de la commande par mode de glissement d'ordre supérieur (d'ordre deux) [21] afin de garder la propriété de la robustesse et d'invariance du mode glissant classique (d'ordre un) tout en éliminant le phénomène du broutement qui est considéré comme un obstacle réel dans sa réalisation pratique. L'algorithme du super twisting a été validé en simulation sur le modèle du quadrotor.

Cette thèse est organisée en six chapitres :

Le deuxième chapitre est consacré à donner un état de l'art sur les drones, leurs classifications et leurs domaines d'applications. Le troisième chapitre est dédié à la présentation du modèle mathématique de l'orientation (attitude) du quadrotor sous

forme vectorielle et par la suite sous forme d'état. Les différentes méthodes qui existent dans la littérature et qui traitent le problème de stabilisation de l'orientation du quadrotor seront présentées dans le quatrième chapitre. Le cinquième chapitre présente notre première technique proposée pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor. Cette technique consiste en la combinaison de la commande backstepping avec une commande non linéaire proportionnelle et intégrale PI. Sa mise en œuvre ne nécessite pas la connaissance exacte des paramètres du modèle du quadrotor, ce qui est considéré comme un point fort de cette technique comparée aux techniques qui existent dans la littérature. La commande par mode de glissement classique, d'ordre supérieur et l'application de l'algorithme du super twisting de la commande par mode glissant d'ordre deux pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor sont présentés dans le sixième chapitre. Enfin la thèse se terminera par une conclusion générale.

## 2. ETAT DE L'ART SUR LES DRONES

### 2.1 Introduction

Les aéronefs avec ses différentes catégories (aircraft en anglais) représentent la pierre angulaire dans la vie de l'humain. Par les diverses missions qu'ils peuvent réaliser, ils existent presque partout : le transport des voyageurs, de la marchandise et des engins, le sauvetage, la surveillance, sans parler des missions dans le domaine militaire où une frappe ou une guerre ne peut pas exister sans eux.

En général, un aéronef représente tout engin volant avec un humain à bord qui le pilote.

Dans le cas des missions dans un environnement où la présence humaine est impossible ou non envisageable c à d les missions qui peuvent être considérées comme pénibles physiquement pour l'équipage, ou ennuyeuses, sales et dangereuses (dans un milieu hostile où la vie d'une ou de plusieurs personnes est en danger : centrale nucléaire accidentée, industrie chimique); on fait appel à une classe plus particulière des aéronefs pour les réaliser, cette classe s'appelle drone [3-4].

Le drone désigne un engin volant sans pilote à bord, il peut être piloté à distance soit à travers une liaison sans fils par un humain dans une station au sol ou à bord d'un autre aéronef, et tout ça sans aucune considération à sa taille, sa forme, sa fonction et ses performances.

Ainsi L'absence de pilote à bord d'un drone et le développement technologiques de nouvelles générations de capteurs, actionneurs et électronique embarquée permettent également la conception de «petits» drones, micro drones (quelques dizaines de grammes) ou mini drones (quelques kilogrammes) dont les applications sont multiples.

L'appellation anglaise UAV (Unmanned aerial vehicle) suppose déjà que le système est autonome (Drone: an aircraft without a pilot that is operated by remote control) [4].

Ainsi les deux principaux avantages du drone par rapport à un aéronef standard sont résumés en deux points essentiels :

- la miniaturisation possible.
- l'évolution dans un environnement «3D», «Dull, Dirty and Dangerous» (monotone, sale et dangereux).

Ces avantages ont été exploités très tôt dans le domaine militaire mais ils restent valables dans le domaine civil ; car la miniaturisation permet de réduire les coûts de fabrication et de fonctionnement et également une mise en œuvre qui ne nécessite ni installations au sol ni expert en pilotage.

## 2.2 Classification des drones

Les drones peuvent être classés en plusieurs classification selon :

- leurs modes de vols
- leurs tailles
- leurs applications

Selon leur mode de vols on trouve :

**Les drones à voilures fixes**, en anglais Aircraft : qui se caractérisent par une aile fixe et une grande vitesse où cette dernière est obtenue par une translation.

**Les drones à voilures tournantes (Rotor craft : en anglais)** : Ils se caractérisent par un ou plusieurs rotors, soit d'un ensemble de pales tournant autour d'un axe sensiblement vertical, et par une vitesse limitée comparablement aux drones a voilures fixes. La vitesse ici est obtenue par rotation.

**Les drones convertibles**, en anglais **PVTOL (Plane Vertical Take Off and Landing)** c'est une évolution de l'hélicoptère vers l'avion, une nouvelle forme d'hélicoptère dotée de deux rotors inclinables et qui décolle comme un hélicoptère et vole comme un avion. Ils bénéficient des avantages des deux catégories précédentes à savoir : une grande vitesse et en même temps de faire le vol stationnaire.



Selon leur taille il existe plusieurs classes. Cependant les quatre grandes classes sont :

**Micro drones :** Ce sont des drones qui peuvent peser quelques grammes.

**Mini drones :** Il s'agit de drones plutôt légers et de taille réduite (poids: quelques kilogrammes, envergure : 1 à 2 mètre), ils sont généralement utilisés pour l'observation de zones d'accès difficiles.

**MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance) :** Ce sont des drones de taille comparable aux avions traditionnels. Ils sont généralement voués à l'observation, mais certains peuvent embarquer des armes.

**HALE (Haute Altitude Longue Endurance) :** Ce sont des drones de grande envergure volant à très haute altitude. Ils sont généralement utilisés pour des communications, comme alternative aux satellites.

Le tableau suivant résume toutes les classes qui existent

	<b>Micro</b>	<b>Mini</b>	<b>CR</b>	<b>SR</b>	<b>MR</b>	<b>LALE</b>	<b>MALE</b>	<b>HALE</b>
<b>Rayon d'action (km)</b>	<10	<10	30	70	200	>500	>500	>2000
<b>Altitude Maximale. (m)</b>	250	3000	3000	3000	5000	3000	8000	5 à 15.000
<b>Endurance (h)</b>	1	<2	2 à 4	3 à 6	6 à 10	>24	24 à 48	24 à 48
<b>Masse (kg)</b>	<5	<30	1	50	200	1.250	10.000	12.000

**Tableau 2. 1 :** Quelques catégories de drones (**CR**, **SR** et **MR** pour Close, Short et Medium Range, **EN**: Endurance, **L** (MH) **ALE**: Low (Medium, High) Altitude Long Endurance).

### 2.3 Exemples des drones [4]

Dans l'objectif de situer le drone sur lequel cette étude sera consacrée, la section suivante présente quelques exemples des différents drones qui existent.

## Gros drones

Les drones ont été développés pour des objectifs militaires, depuis plus d'un demi-siècle. Ces engins ont notamment été utilisés dans des conflits moderne pour des missions de reconnaissance et de surveillance (figure 2.(1-2)). Néanmoins certains (par exemple le Predator, figure 2.3) peuvent être armés, de missiles. Ces drones à voilures fixes sont caractérisés par : Un poids de plusieurs tonnes, une charge utile importante qui peut aller jusqu'à une tonne pour le cas du Global Hawk et ils sont équipés de caméras (visible et infrarouge) et de radars divers. En fin pour réaliser leurs missions en toute sécurité et en particulier la communication avec le sol, ils sont reliés avec des liaisons de communication haut débit, habituellement via des satellites.



**Figure 2. 1:** Drone militaire de surveillance: Global Hawk (Northrop Grumman, 1000kg De charge utile).



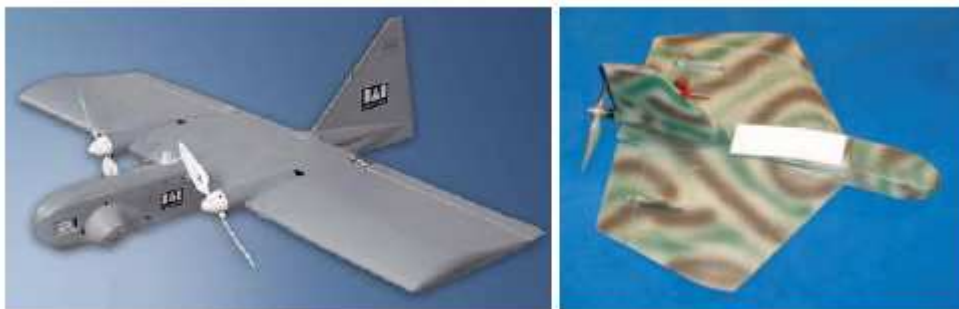
**Figure 2. 2:** Drone militaire de surveillance : Sperwer (Sagem).



**Figure 2. 3:** Le Predator, drone MAE multi missions, utilisé par l'US Air Force depuis 1995.

### Drones portables

Cette catégorie qui caractérise par sa taille qui est de quelques kilogrammes, ils sont utilisés surtout pour les missions d'observation. Ces drones portables (figure 2.4) sont conçus pour être transportés dans un sac à dos et mis en oeuvre à l'aide d'une « Station sol » qui peut être un ordinateur portable relié à un émetteur récepteur permettant la communication avec le drone. La charge utile essentielle d'un tel mini drone est une caméra vidéo dont l'image est retransmise en continu à la station sol. Avec un rayon d'action de quelques kilomètres. L'objectif d'un mini drone est de réaliser ses missions d'observation soit en étant piloté comme un modèle réduit standard soit de manière autonome en suivant une mission préprogrammée (une suite de waypoints), la navigation étant effectuée grâce à un positionnement GPS ou un système de vision. Dans cette catégorie, le DO-MAV d'EADS-Dornier mesure 42 cm d'envergure pour un poids de 500g. Il peut être mis en oeuvre par un opérateur unique. Et c'est dans cette catégorie qu'on trouve le quadrotor qui est l'objet d'étude de cette thèse.



**Figure 2. 4:** Drones portables : Evolution (BAI Aerosystem) et DO-MAV (EADS-Dornier).

## Micro drones

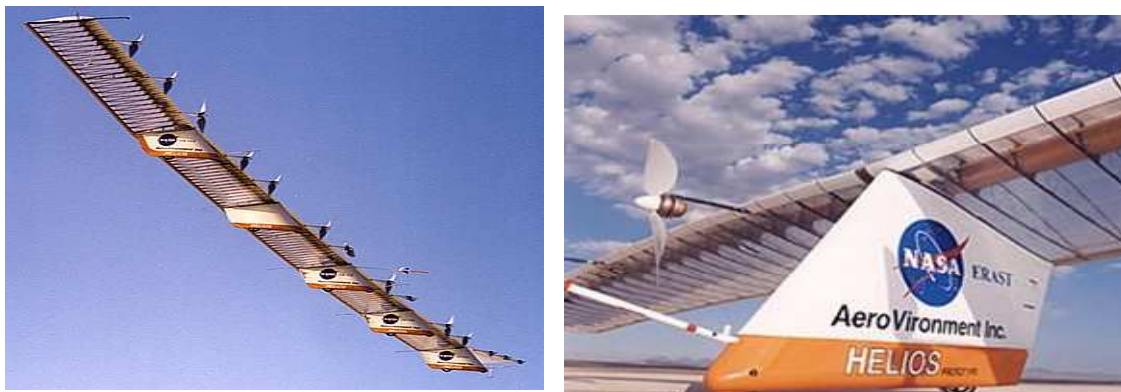
Ce sont des drones dédiés pour des applications de l'intérieur (indoor). Parmi lesquels on trouve le BlackWindow (figure 2.5) de la société AeroVironment qui pèse 42 grammes. Il est équipé d'une caméra et capable de naviguer de manière autonome (GPS) avec une autonomie de 30mn.



**Figure 2.5:** Micro drones: Black Widow (gauche) ET Micromechanical Flying Insect (UC Berkeley, 25mm).

## Drones stratosphériques

Ce sont les plus grands drones. Ils sont classés d'une autre envergure par rapport aux autres classes de drones. Ce type de drone peut voler dans la zone stratosphérique, c à d ils sont prévus pour des vols à très haute altitude pour des durées allant jusqu'à plusieurs mois. Ces caractéristiques leurs permettent de remplir des missions qui sont dédiées aux satellites géostationnaires telles que l'observation et la communication. Le plus connu dans cette catégorie est le Helios(Ex : Pathfinder) (figure 2.6) qui a été réalisé par la société AeroVironment, en coopération avec la NASA. Il s'agit d'un grand avion électrique). Ce drone est caractérisé par une envergure de soixantaine de mètres et une source d'énergie délivrée par des panneaux solaires et d'une pile à combustible.



**Figure 2. 6:** Drone solaire Helios de la NASA.

Dans la classe des convertibles on peut citer le drone Eagle Eye de BELL Helicopter Textron en coopération avec Boeing helicopter.



**Figure 2.7:** Drone Eagle eye

### **Drones à voilures tournantes**

Ce type de drone est caractérisé par la capacité de faire des vols stationnaire contrairement aux drones à voilures fixes où dans certaines applications, ce type de vols est nécessaire. Les avantages sont multiples; on cite en particulier la capacité de réalisation des missions dans des zones restreintes et le sauvetage.

La figure 2.8 montre l'un des plus connus dans cette classe: les hélicoptères R-50 et RMAX de Yamaha et qui sont déjà commercialisés depuis plus d'une douzaine d'années. Ce type de drone est caractérisé par: un poids qui varie autour de 50 kg, une charge utile allant de 20 à 30 kg, un système de navigation, qui lui permet d'effectuer des missions en autonomie complète.



**Figure 2. 8:** Drone de type RMAX Yamaha



**Figure 2. 9:** Drone SAIC/ATI Vigilance

Cependant il existe de nouvelles configurations des drones à voilures tournantes entre autre :

**La configuration a un seul rotor (figure 2.(10-13))**



**Figure 2. 10 : drone Eurosatory de SAGEM**



**Figure 2. 11: Drone CypherII de Sikorsky**



**Figure 2. 12: Drone iSTAR MAV**



**Figure 2. 13 : Guardian CL-327 aircraft de Bombardier Services Corp.**

### La configuration multi rotor

Le plus populaire dans cette catégorie et qui est l'objet de notre travail, est le quadrotor (OS4, X4). Ce système est constitué de deux tiges, aux extrémités desquelles sont montés quatre rotors (rotor: moteur + réducteur+ hélices). Il se diffère par rapport à un hélicoptère classique par le fait que son vol est assuré par la différence de vitesse entre les quatre rotors.

Le choix de ce système dans notre étude est motivé en plus de la disponibilité du système, par quelques avantages par rapport à un hélicoptère classique, on cite surtout :

- La simplicité de la structure mécanique,
- La charge utile qui peut supporter,
- Il ne nécessite pas des hélices de grandes tailles,
- Il peut faire des manœuvres gauche et droite en gardant la même orientation,
- A l'état stable les couples gyroscopiques qui sont considérés comme la plus grande source de non linéarité dans le système sont nuls.



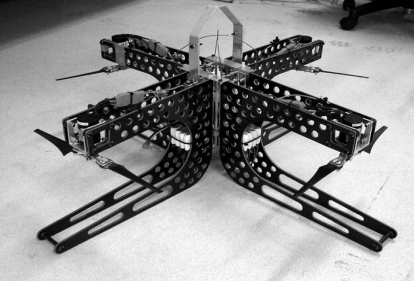


Cependant certains inconvénients tels que la consommation de l'énergie et le poids due aux nombres de moteurs qui sont de quatre, doivent être soulevés.

Dans le marché, il existe plusieurs modèles, le plus connu c'est Draganflyer de la société draganfly au Canada (figure 2.14)

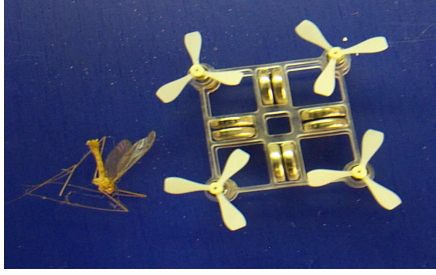

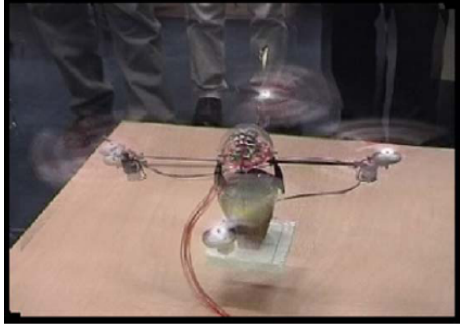
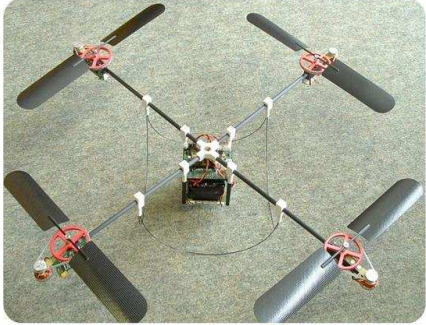

D'autres modèles existent et qui sont soit réalisés dans le cadre des projets de recherche des laboratoires, ou achetés et modifiés (Tableau 2.2).





**Figure 2. 14:** Le quadrotor Draganflyer de Draganfly

Le projet ou le laboratoire dans lequel le système a été réalisé ou modifié	L'université où le système a été réalisé	Le prototype
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Draganflyer (Modèle commercial de Rctoys)</li> </ul>	<p>Draganfly, Canada</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Le projet de PHD de Erdinc Altug</li> </ul>	<p>Université de Pennsylvanie</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projet de P. Pounds(X4 flyerMark II)</li> </ul>	<p>Université de Canberra, Australie</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projet du commissariat de l'énergie atomique(CEA)</li> </ul>	<p>CEA, France.</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• STARMAC II</li> </ul>	<p>Université de Stanford, USA</p>	



<ul style="list-style-type: none"> <li>• MESICOPTER</li> </ul>	<p>Université de Stanford, USA</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projet du laboratoire « Automatic Control Laboratory » (Daganflyer modifié)</li> </ul>	<p>Lakehead University, Thunder bay, Ontario, Canada</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projet du laboratoire HEUDIASYC (Daganflyer modifié)</li> </ul>	<p>HEUDIASYC, Université de Compiègne, France.</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projet de OS4 de l'EPFL</li> </ul>	<p>EPFL, SUISSE</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projet AFV (Autonomous Flying Vehicle)</li> </ul>	<p>Université de Cornell, USA</p>	

<ul style="list-style-type: none"> <li>• MD4-200</li> </ul>	<p>MidroDrones Allemagne</p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Projet du laboratoire de contrôle et commande de l'EMP</li> </ul>	<p>Ecole Militaire Polytechnique, Alger, Algérie</p>	

**Tableau 2. 2:** Les modèles les plus connus du quadrotor

Le principe de fonctionnement ainsi que la modélisation du quadrotor seront présentés dans le prochain chapitre.

## 2.4 Domaine d'application des drones [4]

Comme il a été mentionné précédemment et comparant avec les aéronefs avec un pilote à bord, le domaine de l'aviation a connu de nouvelles applications par l'arrivée des drones. Les premières applications ont été dans le domaine militaire vu que les drones ont été développés pour la première fois pour des objectifs militaires. Par la suite pas mal d'applications sont émergées dans le domaine civil.

### **La surveillance et l'observation:**

- Etudes scientifiques
- Étude de l'atmosphère, des sols (géologie) et des océans
- Etudes et prévisions météorologiques

### **Surveillance d'urgence:**

- Incendies de forêts, avalanches, volcans, tornades
- Evaluation des dégâts en cas de catastrophe naturelle (inondation, tempête, marée noire, éruption, tremblement de terre, etc.)

### **Surveillance civile**

- Surveillance maritime (voies maritimes, trafic de drogue, clandestins, détection des pollutions par hydrocarbures, localisation pour sauvetage).
- Surveillance urbaine, des manifestations, ainsi que des frontières
- Inspection des ouvrages d'art tels les ponts et les barrages
- Surveillance du trafic routier et du transport de matières dangereuses

### **Des missions exploitant le vecteur aérien:**

- Cartographie
- Utilisation par l'industrie cinématographique

### **Des missions spécifiques:**

- Relais de communications
- Missions dangereuses (détection de gaz toxiques, radiations)
- Recherche et sauvetage (mer, montagnes, désert...)

## **2.5 Conclusion**

Dans ce chapitre un état d'art sur les drones et ses différentes catégories et modèles a été présenté dans l'objectif de montrer l'intérêt de leur étude de modélisation ou de synthèse de lois de commande. Ces systèmes représentent un benchmark pour le test des différentes lois de commandes vu les non linéarités, les couplages et les perturbations qu'ils présentent, ainsi que leur intérêt dans les domaines civils et militaires. Le système du quadrotor qui est classé parmi les minis drones est pris comme exemple dans notre étude. En fin de ce chapitre, les nouveaux champs d'applications de ce type d'aéronefs sans pilote sont présentés comme une autre motivation du choix du système dans notre travail.

## 3. MODELISATION CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE DU QUADROTOR

### 3.1 Introduction

La simulation numérique de mouvement d'un système à six degré de liberté est d'une importance majeure dans plusieurs domaines de la technologie moderne. Partant de la réalisation de dessins animés par ordinateur jusqu'au développement de simulateur de vol pour les avions et les vaisseaux spatiaux. Pour ces diverses applications, il est nécessaire de décrire à la fois la position et l'orientation soit dans un système de coordonnées inertiel ou dans un système de coordonnées non inertiel.

Avant de passer à la présentation du modèle mathématique du quadrotor qui est constitué de deux parties, la position et l'orientation, nous allons présenter les différentes méthodes pour représenter l'orientation d'un corps rigide dans l'espace.

L'attitude d'un corps dans l'espace est représentée par diverses méthodes.

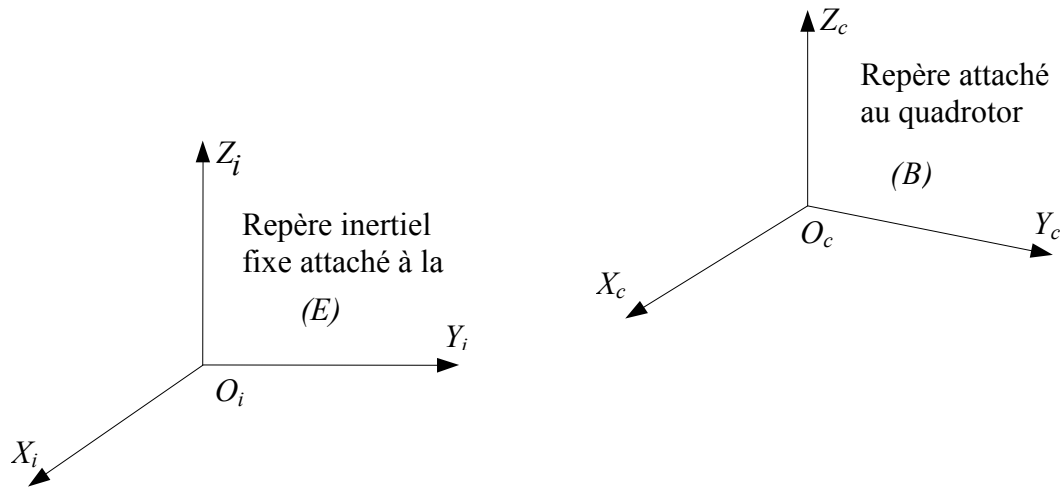
Parmi les méthodes qui existent:

- Les angles d'Euler
- La matrice d'orientation (Direct Cosinus Matrix : DCM)
- Les quaternions
- Les angles/axes d'Euler
- Vecteur de Gibbs

Cependant dans la littérature les trois premières méthodes sont les plus utilisées. Chacune de ces méthodes a ses avantages et ses inconvénients tels que le nombre de paramètres nécessaire et les singularités existantes.

#### 3.1.1 Repérage

Considérant le système de référence inertiel fixe lié à la terre  $E(O_i, X_i, Y_i, Z_i)$  défini par les vecteurs orthogonaux  $X_i, Y_i, Z_i$  et l'origine  $O_i$  et le système de référence attaché à un corps mobile (quadrotor)  $B(O_c, X_c, Y_c, Z_c)$  défini ci-après par les vecteurs orthogonaux  $X_c, Y_c, Z_c$  et l'origine  $O_c$ .



Idéalement on veut représenter l'orientation par une représentation où ses paramètres ont un sens ou une interprétation physique avec un nombre minimum de paramètres.

L'objectif principal de chaque méthode est de relier le référentiel  $E$  au référentiel  $B$  à travers quelques transformations.

## 3.2 Méthodes de représentation de l'attitude

### 3.2.1 Formulation par les angles d'Euler

La représentation de l'orientation d'un système de référence non inertiel (repère corps) relative à un système de référence inertiel peut être décrite par trois rotations consécutives à travers trois angles référencés corps qui s'appellent les angles d'Euler. Ces angles peuvent être spécifiés selon plusieurs séquences différentes, et pour chaque rotation donnée, il existe 12 ensembles possibles (séquences d'axes) d'angles d'Euler (il n'existe pas deux rotations consécutives autour du même axe ce qui a limité le nombre possible d'angles d'Euler). Ces 12 ensembles peuvent être classés en deux classes :

6 ensembles symétriques de trois paires :

- Autour de X, de Y, et enfin de Z donc X-Y-Z et Z- Y- X
- Autour de Y, de Z, et enfin de X donc Y-Z-X et X-Z-Y
- Autour de Z, de X, et enfin de Y donc Z-X-Y et Y-X-Z

Et 6 ensembles non symétriques de trois paires :

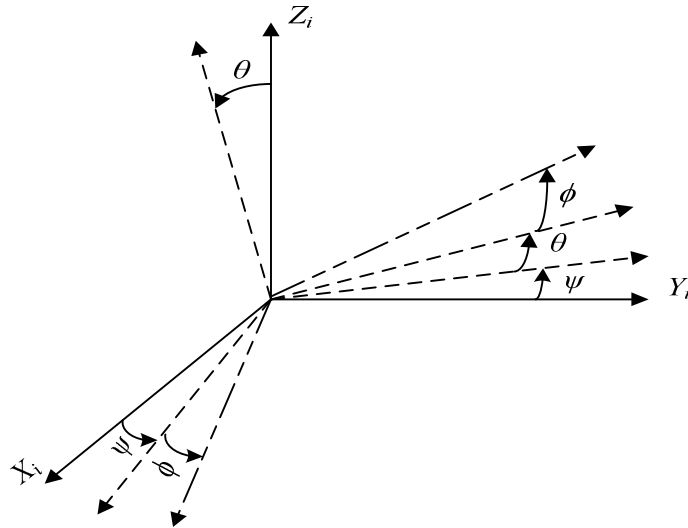
- Autour de Z, de X, et enfin de Z donc Z-X-Z et X-Z-X
- Autour de X, de Y, et enfin de X donc X-Y-X et Y-X-Y
- Autour de Y, de Z, et enfin de Y donc Y-Z-Y et Z-Y-Z

Chacune de ces 12 combinaisons d'angles d'Euler peut être utilisée pour la représentation de l'attitude. Cependant chaque domaine utilise la combinaison la plus adaptée à son application :

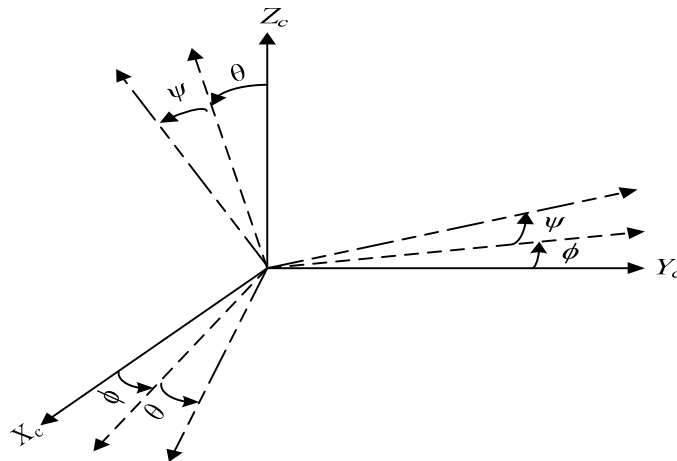
- La combinaison Z-X-Z est utilisée généralement dans la mécanique quantique (Voir figure 3.1).
- La communauté aéronautique utilise la combinaison Z-Y-X, les trois angles correspondants sont appelés azimut ou lacet, tangage ou élévation et roulis et ils sont écrits  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  respectivement comme il est montré sur la figure 3.2. Ces angles sont appelés aussi angles de Cardan ou les angles de Tait Brayan.

Pour cet ensemble particulier d'angles d'Euler, l'orientation du système de référence attaché au quadrotor  $X_c$ ,  $Y_c$ ,  $Z_c$  par rapport au système de référence inertiel attaché à la terre  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$  est décrite suivant la combinaison des trois rotations consécutives suivante : Une rotation d'un angle  $\psi$  autour de l'axe  $Z_i$  du repère fixe attaché à la terre, puis une rotation d'un angle  $\theta$  autour du nouveau axe  $Y_i$  résultant de la rotation  $\psi$ , et enfin une rotation d'un angle de  $\phi$  autour du nouveau axe  $X_i$  résultant des deux rotation précédentes  $\psi$  et  $\theta$  comme montre la figure 3.2.

Cette dernière combinaison sera utilisée dans ce travail, vue que c'est la plus adaptée a notre application (la centrale inertielle qui sera utilisée dans la partie expérimentale qui est la 3DM-GX1 de la firme Microstrain utilise cette séquence de représentation pour l'attitude).



**Figure 3. 1:** Angles d'Euler pour la combinaison Z-X-Z



**Figure 3. 2 :** Angles d'Euler les plus utilisés dans la communauté aéronautique (Roulis, Tangage, Lacet)

Malgré que la représentation par les angles d'Euler a un sens physique et l'orientation est représentée par un nombre minimum de paramètres qui est de trois, elle souffre du problème de singularité.

### 3.2.2 Formulation par matrice des cosinus directeurs

C'est une autre méthode de représentation de l'attitude d'un corps qui donne l'orientation d'un système de référence d'un corps  $B$  (quadrotor) par rapport à un système de référence inertiel fixe  $E$  à travers la matrice de rotation  $R$  qui appartient au groupe des matrices orthogonales d'ordre trois  $SO(3)$ . Dans cette méthode des rotations successives sont calculées par la multiplication des rotations principales.

L'inconvénient de cette méthode réside dans le nombre de paramètres utilisés pour représenter l'attitude qui est égale au nombre des éléments de la matrice  $R$  qui sont de 9 paramètres.

Si on définit les vecteurs unitaire du repère inertiel  $E$  par  $\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i$  et ceux du repère attaché au corps du quadrotor par  $\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c$ , la matrice de rotation autour de l'axe  $Z_i$  d'un angle  $\alpha$  est donnée par:

$$R(\alpha, Z_i) = \begin{bmatrix} \vec{x}_c \cdot \vec{x}_i & \vec{y}_c \cdot \vec{x}_i & \vec{z}_c \cdot \vec{x}_i \\ \vec{x}_c \cdot \vec{y}_i & \vec{y}_c \cdot \vec{y}_i & \vec{z}_c \cdot \vec{y}_i \\ \vec{x}_c \cdot \vec{z}_i & \vec{y}_c \cdot \vec{z}_i & \vec{z}_c \cdot \vec{z}_i \end{bmatrix}$$

Tel que le  $\vec{x}_c \cdot \vec{x}_i = \|\vec{x}_c\| \|\vec{x}_i\| \cos(\vec{x}_c \cdot \vec{x}_i)$  représente le produit scalaire entre les deux vecteurs qui sont fonction des modules des deux vecteurs et de l'angle entre eux.

La matrice de rotation  $R$  dans ce cas prend la forme :

$$R(\alpha, Z_i) = \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Par conséquent, la matrice de rotation de la combinaison  $Z_i - Y_i - X_i$  des angles d'Euler  $\phi, \theta, \psi$  autour des axes  $X_i, Y_i, Z_i$  est donnée par la multiplication des trois matrices :

$$R(\psi, Z_i) = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R(\theta, Y_i) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix},$$

$$R(\phi, X_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix}$$

Tel que :  $c\alpha = \cos(\alpha)$ ,  $s\alpha = \sin(\alpha)$

La matrice de rotation résultante des trois rotations successives est donnée par :

$$R = R(\psi, Z_i)R(\theta, Y_i)R(\phi, X_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$R = \begin{pmatrix} c\theta c\psi & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ c\theta s\psi & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

### 3.2.3 Formulation par le quaternion

Comparant avec la matrice de rotation, la représentation de l'attitude par le quaternion ou les paramètres d'Euler est donnée par un nombre minimum de paramètres qui est de quatre (un scalaire et un vecteur). L'autre atout de cette méthode est qu'elle ne souffre pas du problème de singularité posé dans la paramétrisation par les angles d'Euler. Cette représentation considère que la transformation d'un système de référence peut être effectuée par une simple rotation d'un angle  $\mu$  autour d'un vecteur unitaire  $\vec{m}(m_x, m_y, m_z)$  :

$$Q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\mu}{2}) \\ \vec{m}_x \sin(\frac{\mu}{2}) \\ \vec{m}_y \sin(\frac{\mu}{2}) \\ \vec{m}_z \sin(\frac{\mu}{2}) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$q_0$  représente le scalaire, et  $q$  le vecteur du quaternion.

Le quaternion unitaire est caractérisé par :

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = q_0^2 + q^T q = 1 \quad (3.3)$$

L'attitude représentée par plusieurs rotations successives est obtenue par la multiplication de quaternions.

Pour les deux quaternions suivant :  $Q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q \end{bmatrix}, \bar{Q} = \begin{bmatrix} \bar{q}_0 \\ \bar{q} \end{bmatrix}$

Le quaternion résultant est :  $Q\bar{Q} = \begin{bmatrix} q_0\bar{q}_0 - q^T\bar{q} \\ q_0\bar{q} + \bar{q}_0q + q \times \bar{q} \end{bmatrix}$

La relation entre le quaternion et la matrice de rotation est exprimée par les deux équations suivantes [22, 23] :

$$S(q) = \frac{1}{2\sqrt{1 + \text{Tr}(R)}} (R - R^T) \quad (3.4)$$

Avec :

$$S(q) = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

La relation qui relie le quaternion avec les angles d'Euler est donnée par :

$$\begin{pmatrix} q_0 \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\left(\frac{\phi}{2}\right)c\left(\frac{\theta}{2}\right)c\left(\frac{\psi}{2}\right) + s\left(\frac{\phi}{2}\right)s\left(\frac{\theta}{2}\right)s\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ s\left(\frac{\phi}{2}\right)c\left(\frac{\theta}{2}\right)c\left(\frac{\psi}{2}\right) - c\left(\frac{\phi}{2}\right)s\left(\frac{\theta}{2}\right)s\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ c\left(\frac{\phi}{2}\right)s\left(\frac{\theta}{2}\right)c\left(\frac{\psi}{2}\right) + s\left(\frac{\phi}{2}\right)c\left(\frac{\theta}{2}\right)s\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ c\left(\frac{\phi}{2}\right)c\left(\frac{\theta}{2}\right)s\left(\frac{\psi}{2}\right) - s\left(\frac{\phi}{2}\right)s\left(\frac{\theta}{2}\right)c\left(\frac{\psi}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

### **3.3 Modèle mathématique du quadrotor**

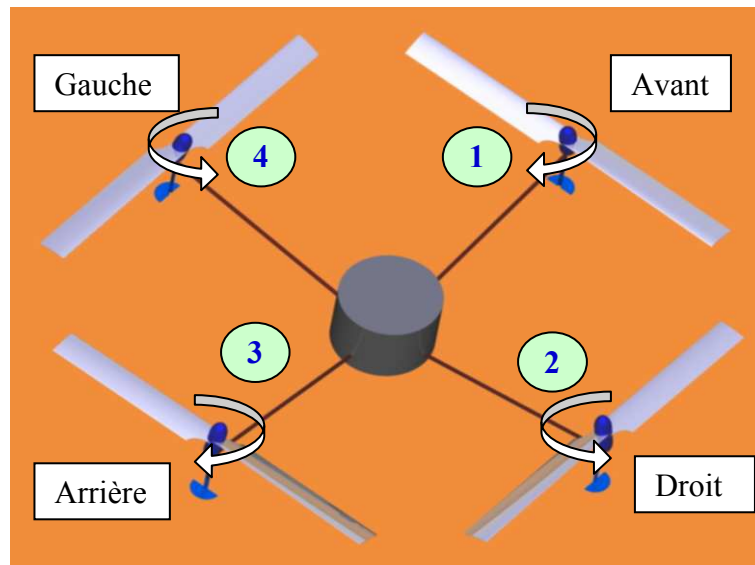
#### **3.3.1 Constitution et principe de fonctionnement du quadrotor**

Avant d'entamer la modélisation du système du quadrotor, il sera judicieux de présenter la constitution et le principe de fonctionnement du quadrotor, afin de faciliter la bonne compréhension de sa modélisation.

Le quadrotor (figure 3.3) est constitué de deux tiges, aux extrémités desquelles sont montés quatre rotors, chaque rotor est constitué d'un moteur (en général un moteur à courant continu), d'un réducteur pour augmenter le couple de rotation et d'une ou de deux hélices. La rotation du moteur provoque la rotation des hélices. La rotation des hélices permet la création d'une force aérodynamique de sustentation (portance). Cette dernière permet de faire voler le système complet. Le quadrotor a 6 DDL, trois pour l'orientation (Roulis, Tangage et Lacet) et trois pour la position (Altitude, Translation suivant X, Translation suivant Y).

Dans ce système les rotors 1 et 3 tournent dans le même sens d'une montre et les rotors 2 et 4 tournent dans le sens contraire. Ce mode de fonctionnement permet de commander le lacet sans perdre de l'énergie comme dans le cas de l'hélicoptère où il dispose d'un rotor de queue uniquement pour cette fonction.

Le mouvement de tangage est assuré en augmentant (diminuant) la force de sustentation générée par le rotor avant et pendant qu'en diminuant (augmentant) la force de sustentation du rotor arrière. De la même manière, l'utilisation des rotors gauche et droite produit le mouvement de roulis. L'augmentation (diminution) de la force de sustentation des rotors avant et arrière pendant la diminution (l'augmentation) de la force de sustentation des rotors gauche et droit, produit le mouvement de lacet. Le mouvement de montée et de descente est obtenu par l'augmentation et diminution de la force de sustentation des quatre rotors de la même valeur. Par l'augmentation de la portance des rotors avant ou arrière et la diminution de la portance des rotors arrière et avant dans l'objectif de maintenir la portance totale, le mouvement avant et arrière est produit. Le mouvement latéral est assuré par le même principe en utilisant le rotor droit et gauche.



**Figure 3.3 :** Principe de fonctionnement d'un quadrotor

### 3.3.2 Modèle complet de l'attitude du Quadrotor

Le modèle dynamique complet d'un drone est relativement difficile à établir et nécessite une étude mathématique très poussée. Le cas du quadrotor sera présenté comme un cas particulier du modèle d'un système volant de type VTOL ou nous présentons le modèle le plus utilisé dans la littérature.

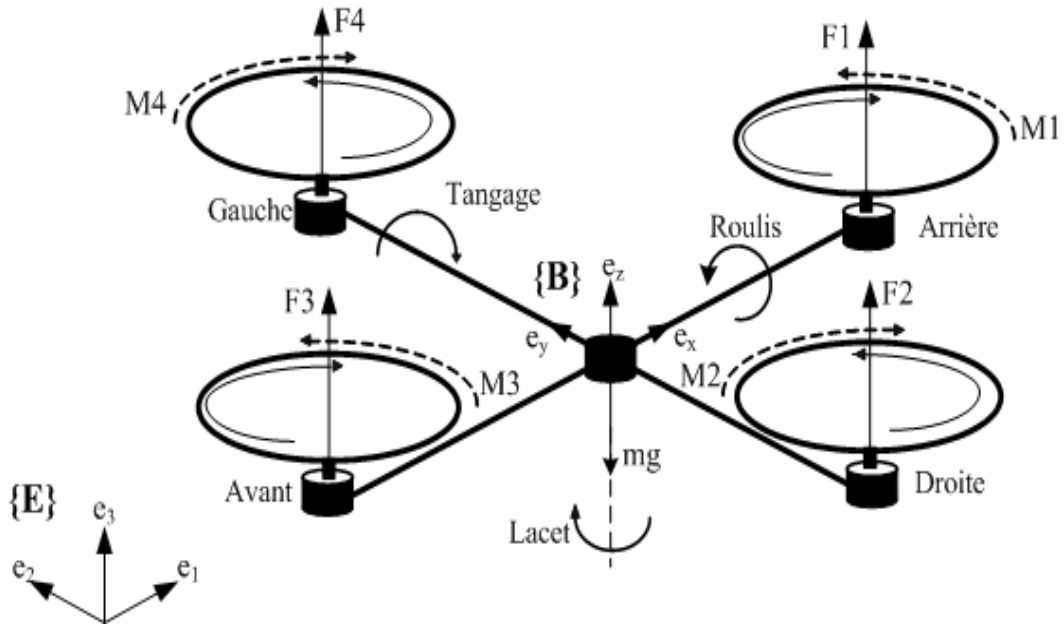
Le système VTOL (quadrotor) avec son repérage (repère inertiel lié à la terre E et le repère mobile attaché au quadrotor B) est schématisé sur la figure 3.4. Le modèle d'un système volant de type VTOL est donné par la loi de Newton [9] :

Pour la cinématique et la dynamique de position :

$$\begin{aligned} \dot{p} &= v \\ m\dot{v} &= -mge_3 + FRe_3 + R\sum \Gamma_1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Et pour la cinématique et la dynamique de l'orientation :

$$\begin{aligned} \dot{R} &= R\Omega \\ I\dot{\Omega} &= -\Omega \times I\Omega + \Gamma_1 + \Gamma_2 \end{aligned} \quad (3.7)$$



**Figure 3.4:** La configuration de la plate forme volante quadrotor

Tel que :

$p = (x, y, z)^T$  : Vecteur de position, définit les coordonnées du centre de gravité du système volant de type VTOL dans le repère terre  $E$ .

Le vecteur  $v = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$  caractérise les vitesses de translation du système volant exprimées dans le repère terre.

$m$  sa masse,  $g$  l'accélération de gravité

$R$  est la matrice de rotation qui permet le passage entre le repère corps et le repère terre :

$$R = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ c\psi s\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\phi s\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Avec:  $c\psi = \cos(\psi)$   
 $s\psi = \sin(\psi)$

Le vecteur  $\Omega = (p, q, r)^T$  caractérise les vitesses de rotation du système volant exprimées dans le repère  $B$  définies en fonction des variations des angles de tangage, de roulis, et du lacet  $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$  décrites dans le repère terre.

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S\theta \\ 0 & C\phi & S\phi C\theta \\ 0 & -S\phi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\theta} c\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta \\ -\dot{\theta} s\phi + \dot{\psi} c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$\phi, \theta, \psi$  Correspondent respectivement aux angles de roulis (rotation autour de  $e_1$ ), de tangage (rotation autour de  $e_2$ ) et de lacet (rotation autour de  $e_3$ ), et qui fixent l'orientation de  $B$  par rapport à  $E$ .

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} : \text{Matrice d'inertie du système volant de type VTOL.}$$

La matrice  $\Sigma \in R^{3 \times 3}$  regroupe tout le couplage entre la dynamique de rotation et la dynamique de position [2]. Sa forme dépend essentiellement de la configuration et du type de drone. Lorsqu'il s'agit d'une configuration à un rotor principal (Drone CypherII de Sikorsky, Drone iSTAR MAV), la dernière ligne de cette matrice est nulle. Dans le cas d'un tandem, la première et la dernière ligne sont nulles. Pour le cas du quadrotor qui est notre cas d'étude, ce terme de couplage est nul.

Le couple  $\Gamma_2$  regroupe tous les phénomènes aérodynamiques et gyroscopiques produits par la rotation de la structure du système volant et la rotation de ses rotors. Dans la plupart des modèles proposés dans la littérature, ce couple se réduit aux résistances de l'air opposant la rotation des rotors.

$T \in R$  et  $\Gamma_1 \in R^3$  représentent la force et les couples de commande agissants sur la structure du système volant. Dans la plupart des VTOL ils sont de nombre de quatre, une pour la dynamique de translation et trois pour la dynamique de rotation.

Maintenant, pour le cas du système du quadrotor, le modèle sous forme vectoriel a été développé pour la première fois par Tarek Hamel & al [9,10]. Ce modèle est repris par pas mal de chercheurs dans leurs travaux. Parmi ces travaux, on peut citer le travail publié par S. Bouabdallah [1, 5, 7], où il a développé un modèle local (modèle valable autour de petits angles : approximation du sinus et cosinus), qui est considéré comme un cas particulier du modèle qui sera développé dans ce chapitre.

Avec les hypothèses suivantes :

- La terre est supposée plate et stationnaire dans l'espace inertiel;
- Le quadrotor est vue comme un corps rigide seule;
- L'effet des moments du quadrotor dans la dynamique de translation est négligée;
- Le centre de masse et l'origine du repère mobile attaché au quadrotor coïncident;
- L'effet de la gravité est négligé;
- La structure est supposée symétrique et rigide (matrice d'inertie diagonale);
- La sustentation et la traînée sont supposées proportionnelles au carré de la vitesse de l'hélice.

Le modèle cinématique et dynamique du mouvement de translation est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{p} &= v \\ m\dot{v} &= -mge_3 + T Re_3 \end{aligned} \quad (3.10)$$

C'est le même pour le cas d'un système volant de type VTOL en général, avec :

$$\sum = 0, \text{ et } F = T$$

$$T = \sum_{i=1}^4 F_i = b \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 : \text{ La force de portance appliquée au quadrotor,}$$

$F_i$  et  $\omega_i$  : la force et la vitesse angulaire générées par le rotor  $i$ ,

Le modèle cinématique et dynamique du mouvement de rotation est donné par :

$$\begin{aligned}\dot{R} &= R\Omega \\ I\dot{\Omega} &= -\Omega \times I\Omega + G_a + \tau_a \\ I_r \dot{\omega}_i &= \tau_i - M_i, i \in \{1,2,3,4\}\end{aligned}\quad (3.11)$$

avec :  $\Gamma_1 = \tau_a$ , et  $\Gamma_2 = G_a$

Et  $G_a = -\sum_{i=1}^4 I_r (\Omega \times e_3) \omega_i$  : le couple gyroscopique due à la rotation des pales et du quadrotor.

$I_r$  : L'inertie du rotor.

Les couples appliqués sur le quadrotor sont:

$$\tau_a = \begin{pmatrix} \tau_{a1} \\ \tau_{a2} \\ \tau_{a3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_4^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_1^2) \end{pmatrix}\quad (3.12)$$

$\tau_i$  : le couple généré par chaque rotor

$M_i = d\omega_i^2$  : le couple de traînée généré par chaque rotor et qui oppose la rotation des pales (due à la résistance de l'air)

$b$  et  $d$  : des constantes qui dépendent des propriétés aérodynamiques des hélices utilisées, de leur nombre et de la densité de l'air [22-25].

### 3.3.2.1 La dynamique du rotor

Comme dans les références [1, 5, 7], la dynamique d'un rotor en utilisant un petit moteur de très faible inductance est donnée par l'équation non linéaire suivante :

$$\dot{\omega}_m = -a\omega_m - \frac{d}{\eta r^3 I_t} \omega_m^2 + \frac{1}{k_m a} u\quad (3.13)$$

Avec  $a = \frac{k_m^2}{R_m I_t}$

Où  $u$  : la tension d'alimentation du moteur

$R_m$  : la résistance de l'enroulement du moteur

$k_m$  : La constante du couple

$\omega_m$  : La vitesse angulaire du moteur



$r$  : Le rapport de réduction du réducteur

$\eta$  : Efficacité (efficiency) du réducteur

$I_t$  : L'inertie totale vu par le moteur

$d$  : La constante de la traînée

Le modèle linéarisé de la dynamique du rotor, autour d'un point de fonctionnement  $\dot{\omega}_0$  prend la forme :

$$\Delta \dot{\omega}_m = -A \Delta \omega_m + B \Delta u + C \quad (3.14)$$

Où  $A = \frac{1}{a} + \frac{2d\omega_0}{\eta r^3 I_t}$ ,  $B = \frac{1}{k_m a}$ ,  $C = \frac{d\omega_0^2}{\eta r^3 I_t}$

**Remarques:**

- Les équations de la dynamique du rotor sont les mêmes pour les quatre rotors,
- La vitesse angulaire du rotor  $\omega_i \{i = 1,2,3,4\}$  est donnée par le rapport entre la vitesse angulaire du moteur  $\omega_{mi}$  et le rapport de réduction correspondant

$$r_i = r, \text{ i.e. } \omega_i = \frac{\omega_{mi}}{r_i}.$$

**3.3.3 Modèle d'état**

Le modèle vectoriel d'orientation cité précédemment (3.11) sera utilisé pour l'extraction du modèle exprimé en fonction des équations différentielles et par la suite le modèle d'état :

$$\begin{aligned} \dot{R} &= R\Omega \\ I\dot{\Omega} &= -\Omega \times I\Omega + G_a + \tau_a \end{aligned} \quad (3.15)$$

La première des choses, il faudra trouver  $\dot{\Omega}$ . Pour se faire on va utiliser l'équation (3.9) comme suit :

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S\theta \\ 0 & C\phi & S\phi C\theta \\ 0 & -S\phi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s\phi tg\theta & c\phi tg\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

$$\dot{\Omega} = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S\theta \\ 0 & C\phi & S\phi C\theta \\ 0 & -S\phi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right)' \quad (3.16)$$

Une matrice antisymétrique  $\Omega A$  d'un tel vecteur  $\Omega = (p, q, r)^T$  définie précédemment est donnée comme suit :

$$\begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

En utilisant la matrice antisymétrique avec la propriété suivante des produits vectoriels :

$$\Omega \times \Omega = \Omega A \Omega \quad (3.18)$$

L'utilisation des équations (3.16), (3.17), (3.18) dans (3.15) donne :

$$I. \begin{bmatrix} \ddot{\phi} - \dot{\psi} s \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} c \theta \\ \ddot{\theta} c \phi + \dot{\psi} s \phi c \theta - \dot{\theta} \dot{\phi} s \phi + \dot{\psi} \dot{\phi} c \phi c \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} s \phi s \theta \\ - \ddot{s} \phi + \dot{\psi} c \phi c \theta - \dot{\theta} \dot{\phi} c \phi - \dot{\psi} \dot{\phi} s \phi c \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} c \phi s \theta \end{bmatrix} =$$

$$- \begin{bmatrix} 0 & \dot{\theta} s \phi - \dot{\psi} c \phi c \theta & \dot{\theta} c \phi + \dot{\psi} s \phi c \theta \\ - \dot{\theta} s \phi + \dot{\psi} c \phi c \theta & 0 & - \dot{\phi} + \dot{\psi} s \theta \\ - \dot{\theta} c \phi - \dot{\psi} s \phi c \theta & \dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta & 0 \end{bmatrix} . I. \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta \\ \dot{\theta} c \phi + \dot{\psi} s \phi c \theta \\ - \dot{\theta} s \phi + \dot{\psi} c \phi c \theta \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$- \sum_{i=1}^4 I_r (\Omega \times e_3) \omega_i + \begin{bmatrix} \tau_{a1} \\ \tau_{a2} \\ \tau_{a3} \end{bmatrix}$$

Cependant le développement de cette équation mène à des équations très complexes du point de vue automatique, car on obtient un modèle dans la synthèse de la commande n'est pas évidente. On cherche donc à simplifier le modèle afin d'obtenir un modèle de commande. Cela est possible par le développement de l'équation (3,15) en se basant sur les vitesses angulaires dans le repère corps  $\Omega$ .

Le développement de (3.15) en se basant sur  $\Omega$  donne :

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{qr}{I_x}(I_y - I_z) - \frac{I_r}{I_x}q\bar{\omega} + \frac{1}{I_x}U_1 \\ \dot{q} = \frac{pr}{I_y}(I_z - I_x) + \frac{I_r}{I_y}q\bar{\omega} + \frac{1}{I_y}U_2 \\ \dot{r} = \frac{pq}{I_z}(I_x - I_y) + \frac{1}{I_z}U_3 \end{cases} \quad (3.20)$$

Avec :

$$\begin{aligned} U_1 &= \tau_{a1} / l \\ U_2 &= \tau_{a2} / l \quad \text{et} \quad \bar{\omega} = \omega_4 + \omega_2 - \omega_1 - \omega_3 \\ U_3 &= \tau_{a3} \end{aligned}$$

Et comme la plupart des cas étudiés dans la littérature [5, 7, 8] travaillent avec un modèle simplifié (modèle de commande). Dans notre cas nous allons partir avec la même idée et nous supposons de petits déplacements et donc l'équation:

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S\theta \\ 0 & C\phi & S\phi C\theta \\ 0 & -S\phi & C\phi C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\theta} c\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta \\ -\dot{\theta} s\phi + \dot{\psi} c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

Devient :

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Le développement du modèle d'orientation en se basant sur l'équation précédente donnera un modèle simplifié. Ce modèle peut être donné par le système d'équation suivant :

Pour la dynamique de la position :

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \frac{1}{m} T \\ \ddot{y} = (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \frac{1}{m} T \\ \ddot{z} = -g + (\cos \phi \cos \theta) \frac{1}{m} T \end{cases} \quad (3.21)$$

Et pour la dynamique de l'orientation:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \left( \frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{I_r}{I_x} \dot{\theta} \bar{\omega} + \frac{1}{I_x} \tau_{a1} \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} \left( \frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{I_r}{I_y} \dot{\phi} \bar{\omega} + \frac{1}{I_y} \tau_{a2} \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left( \frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{1}{I_z} \tau_{a3} \end{cases} \quad (3.22)$$

Et par la définition des variables d'états suivantes:

$$\begin{array}{lll} x_1 = \phi, x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\phi} & x_7 = x, x_8 = \dot{x}_7 = \dot{x} & U_1 = \tau_{a1} / l \\ x_3 = \theta, x_4 = \dot{x}_3 = \dot{\theta} & x_9 = y, x_{10} = \dot{x}_9 = \dot{y} & U_2 = \tau_{a2} / l \\ x_5 = \psi, x_6 = \dot{x}_5 = \dot{\psi} & x_{11} = z, x_{12} = \dot{x}_{11} = \dot{z} & U_3 = \tau_{a3} \end{array} \quad \text{et}$$

Le modèle d'état résultant pour la dynamique d'orientation est donné par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \bar{\omega} + b_1 U_1 \\
 \dot{x}_3 &= \dot{x}_4 \\
 \dot{x}_4 &= a_3 x_2 x_6 + a_4 x_2 \bar{\omega} + b_2 U_2 \\
 \dot{x}_5 &= x_6 \\
 \dot{x}_6 &= a_5 x_2 x_4 + b_3 U_3
 \end{aligned} \tag{3.23a}$$

Et celui de la dynamique de position est donné par:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_8 &= \frac{1}{m} (\cos x_1 \sin x_3 \cos x_5 + \sin x_1 \sin x_5) U_4 \\
 \dot{x}_9 &= x_{10} \\
 \dot{x}_{10} &= \frac{1}{m} (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5) U_4 \\
 \dot{x}_{11} &= x_{12} \\
 \dot{x}_{12} &= -g + \frac{1}{m} (\cos x_1 \cos x_3) U_4
 \end{aligned} \tag{3.23b}$$

Avec:

$$\begin{aligned}
 U_4 &= T \\
 a_1 &= (I_y - I_z) / I_x, \quad b_1 = l / I_x \\
 a_2 &= -I_r / I_x, \quad b_2 = l / I_y \\
 a_3 &= (I_z - I_x) / I_y, \quad b_3 = l / I_z \\
 a_4 &= I_r / I_y \\
 a_5 &= (I_x - I_y) / I_x
 \end{aligned}$$

Ce modèle est le même que celui qui a été développé dans la référence [5,7] et repris par la suite par d'autres auteurs.

Et comme dans ce travail on s'intéresse à l'orientation, par la définition des deux vecteurs  $X_1$  et  $X_2$  comme suit:

$$X_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix}, \quad X_2 = \dot{X}_1 = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{pmatrix}$$

Le modèle d'état de l'orientation peut être réécrit sous la forme:

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= F(X_2, \bar{\omega}) + BU\end{aligned}\quad (3.24)$$

Avec :

$$F(X_2, \bar{\omega}) = \begin{pmatrix} f_1(X_2, \bar{\omega}) \\ f_2(X_2, \bar{\omega}) \\ f_3(X_2, \bar{\omega}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \bar{\omega} \\ a_3 x_2 x_6 + a_4 x_2 \bar{\omega} \\ a_5 x_2 x_4 \end{pmatrix}, \text{ et } B = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix}$$

Ce modèle est sous la forme cascade triangulaire et c'est le modèle qui sera utilisé dans le cadre de mon travail.

Sauf l'équation cinématique qui est remplacée par (3.25), le modèle dynamique de l'attitude en utilisant les quaternions est donné par les mêmes équations comme dans (3.11).

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \frac{1}{2} (S(q) + q_0 I) \Omega \\ \dot{q}_0 &= -\frac{1}{2} q^T \Omega\end{aligned}\quad (3.25)$$

### 3.3 Conclusion

Dans ce chapitre la constitution et le principe de fonctionnement du système volant à décollage et atterrissage vertical (VTOL : Vertical Take Off and Landing) nommé quadrotor est présent en premier lieu. Ensuite, le modèle mathématique sous forme vectorielle d'un système VTOL en général et du quadrotor en particulier est présenté. En se basant sur la paramétrisation par les angles d'Euler, un modèle est obtenu. Enfin un modèle d'état simplifié (modèle de petits angles) est adopté pour notre étude. Ce modèle contient des paramètres qui peuvent changer suite à un changement dans la structure (e.g, inertie) du quadrotor ou l'un de ces composants (e.g, hélices) ou même quand il est soumis à des perturbations. Par conséquent la commande qui doit être appliquée à cet engin volant doit tenir compte de ces perturbations et variations paramétriques.

## 4. TECHNIQUES DE COMMANDE DEVELOPPEES POUR LE QUADROTOR

### 4.1 Introduction

Dans l'objectif de situer les contributions des techniques de commande développées dans cette thèse, pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor par rapport aux techniques de commandes qui ont été développées dans la littérature, un état de l'art sera présenté dans ce chapitre.

Les techniques de commande développées pour le quadrotor sont en général inspirées des techniques de commandes développées pour les faisceaux spatiaux (spacecraft) [26-32]. Les premiers travaux dans le domaine utilisent un retour d'état linéarisant pour rendre le système équivalent à un système de double intégrateur. Le problème de commande de l'attitude en général a été présenté dans [32]. Trois techniques sont présentées. La première est une commande proportionnelle et dérivée (PD). La deuxième est une commande proportionnelle et dérivée (PD) plus compensation des effets aérodynamiques. La troisième technique est une commande adaptative.

Les méthodes qui ont été développées pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor sont dans la majorité basées sur les angles d'Euler. Cependant ils existent des travaux qui ont utilisés la paramétrisation des quaternions. Les méthodes de commande les plus utilisées sont :

- La commande classique PD et PID
- Le backstepping
- La commande par mode de glissement
- Et la commande non linéaire basée sur la théorie de Lyapunov

Le paragraphe suivant, présente les commandes développées pour les vaisseaux spatiaux, les techniques de commandes basées sur les angles d'Euler développées sur le même modèle adopté dans notre travail et enfin un résumé des autres techniques utilisant un modèle différent.

## 4.2 Overview des techniques de commandes de stabilisation de l'attitude

### 4.2.1 Techniques de commandes de l'attitude développées pour les vaisseaux spatiaux

La paramétrisation par le quaternion est utilisée (3.25) ici pour représenter l'attitude et la théorie de Lyapunov pour la démonstration de la stabilité. Dans ce travail et sous certaines conditions initiales, la stabilité exponentielle locale a été démontrée.

#### 4.2.1.1 Commande Proportionnelle et dérivée basée sur un modèle statique (Model Independent PD controller)

La loi de commande ici est une commande proportionnelle et dérivée PD basée sur l'erreur de mesure du quaternion unitaire et elle est donnée par [32] :

$$\tau = K_p \cdot q - K_v \cdot \Delta\Omega \quad (4.1)$$

$$\Delta\Omega = \Omega_d - \Omega$$

La fonction de Lyapunov proposée pour cette loi de commande est donnée par :

$$V = (K_p + cK_v) \left( (q_0 - 1)^2 + q^T \cdot q \right) + \frac{1}{2} (\Delta\Omega)^T \cdot I \Delta\Omega - cq \cdot I \Delta\Omega \quad (4.2)$$

Tel que :

$K_p$  et  $K_v$  sont des matrices définies positives des gains proportionnels et dérivés.

$c$  : est une constante positive

$I(3 \times 3)$  : est la matrice d'inertie

$\Omega$  : Vecteur des vitesses angulaires de la structure

$\Omega_d$  : Vecteur des vitesses angulaires désirés

#### 4.2.1.2 Commande Proportionnelle et dérivée basée sur le modèle dynamique (Model dependent PD controller)

C'est la même loi de commande que celle présentée dans le paragraphe précédent, plus la compensation des effets aérodynamiques et elle est donnée par :



$$\tau = K_p \cdot q - K_v \cdot \Delta\Omega + \Omega_d \times I\Omega_d + I \frac{d\Omega_d}{dt} \quad (4.3)$$

La fonction de Lyapunov est la même que celle proposée pour le cas précédent.

#### 4.2.1.4 Commande adaptative

Dans le cas d'une commande PD avec compensation des effets coriolis, où la matrice d'inertie est mal connue ou inconnue, la commande adaptative a été proposée afin de remplacer la matrice d'inertie par son estimée.

La loi de commande adoptée est sous la forme :

$$\tau = K_p \cdot q - K_v \cdot \Delta\Omega + \Omega_d \times I\Omega_d + I \frac{d\Omega_d}{dt} \quad (4.4)$$

Pour démontrer la stabilité, la fonction de Lyapunov  $V_1$  est la même que celle prise dans le paragraphe précédent  $V$  plus un terme  $\Delta V$  qui prend en considération l'erreur entre la matrice d'inertie réelle et estimée.

$$V_1 = V + \Delta V$$

### 4.2.2 Stabilisation de l'attitude du quadrotor par la méthode du Backstepping [9]

A notre connaissance, c'est le premier travail sur la modélisation et la synthèse d'une loi de commande pour le système du quadrotor. En se basant sur le formalisme de Newton-Euler, le modèle dynamique développé est constitué de la dynamique du fuselage et des moteurs ainsi que les effets aérodynamiques et gyroscopiques dûs à la rotation des pales. La technique développée sépare la dynamique de la partie fixe et la dynamique des rotors. La méthode de commande «Backstepping» a été utilisée pour la poursuite de trajectoire dans les deux cas : position et orientation.

### 4.2.3 Commande du quadrotor basée sur un retour d'état linéarisant[33-34]

Dans ce travail, les angles d'Euler sont utilisés pour la représentation de l'attitude. Ensuite le modèle du quadrotor a été linéarisé autour de ces trois angles à travers un retour d'état linéarisant. Par la suite plusieurs techniques de commande ont été proposées sur le modèle linéarisé. Parmi ces techniques: la commande classique

PID, la commande LQG, la commande par mode de glissement et le backstepping. D'autres travaux sur la synthèse d'observateurs sur le modèle linéarisé ont été aussi effectués récemment.

#### **4.2.4 Commande du quadrotor basée sur un retour d'état linéarisant et l'algorithme de saturation imbriqué [8]**

En vue de sa configuration, le quadrotor présente quelque ressemblance, avec les drones planaire à décollage et atterrissage vertical (PVTOL). Le quadrotor se réduit à un PVTOL quand les angles de roulis et de lacet sont mis à zéro. Sur le lacet (vue de dessus), le quadrotor est vue comme deux drone de type PVTOL connectés tel que ses axes sont orthogonaux. Cette caractéristique a été exploitée pour l'établissement de la loi de contrôle de cet engin volant. En effet, après linéarisation du sous-système d'attitude, le contrôle du déplacement de l'angle de lacet est synthétisé en se basant sur une commande proportionnelle et dérivée (PD). Ensuite, le contrôle du mouvement de tangage est conçu en utilisant une commande basée sur le modèle dynamique d'un drone de type PVTOL. Enfin, le mouvement de roulis est commandé en utilisant de nouveau la même technique de commande des PVTOL.

Le sous-système d'orientation est mis sous forme d'un double intégrateur linéaire suite à l'application d'une commande linéarisante. Ensuite la technique de commande basée sur l'algorithme de commande de saturation imbriqué "Nested saturation control approach", proposée dans [35] pour le contrôle des systèmes non linéaire en général, y compris les systèmes de type VTOL [36], a été appliqué. Ce travail a été mis en œuvre avec succès sur une plate forme réel (Draganflyer de Dragonfly).

#### **4.2.5 Commande du quadrotor basée sur une commande classique PD ou une commande PD<sup>2</sup> plus compensation des effets aérodynamiques [37-38].**

Dans ce travail en se basant sur le travail proposé dans [32] et présenté dans le paragraphe 4.2.1, deux types de contrôleurs sont proposés pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor en utilisant la représentation par les quaternions.

Et contrairement au travail de [32] où uniquement la stabilité exponentielle locale a été démontrée sous certaines conditions initiales, le premier contrôleur proposé est un contrôleur classique PD (Model Independent PD controller) dans lequel la stabilité asymptotique globale a été démontrée. Le deuxième contrôleur est

un contrôleur PD<sup>2</sup> plus compensation des effets aérodynamiques (Model dependent PD<sup>2</sup> controller) où la stabilité exponentielle globale a été démontrée. L'introduction d'une deuxième dérivation dans le contrôleur sur le vecteur du quaternion avec la compensation de la dynamique, offre un grand avantage dans les applications pratiques pour le rejet de perturbation et l'amélioration du régime transitoire. Ce travail a été validé en temps réel sur une plate forme réel d'un quadrotor de type Draganflyer de la firme Dragonfly.

#### 4.2.6 Commande du quadrotor basée sur le backstepping et le backstepping combinée avec le mode glissant [7]

Ce travail sera présenté un peu plus en détaille pour la raison que le modèle utilisé dans ce travail est le même que celui utilisé dans notre travail quand on considère de petites variations des angles d'Euler (modèle simplifié). Sa forme d'état présentée au chapitre précédent (3.23a) est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \bar{\omega} + b_1 U_1 \\ \dot{x}_3 &= \dot{x}_4 \\ \dot{x}_4 &= a_3 x_2 x_6 + a_4 x_2 \bar{\omega} + b_2 U_2 \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= a_5 x_2 x_4 + b_3 U_3\end{aligned}$$

Les variables  $x_1, x_2, x_3$  sont respectivement l'angle de roulis, de tangage, et de lacet.

##### 4.2.6.1 Méthode du backstepping pour la commande de l'attitude du quadrotor

La première technique qui a été appliquée sur le modèle simplifié, considéré dans le paragraphe précédent est la commande backstepping. L'avantage de cette technique réside dans la simplicité du choix de la fonction de Lyapunov qui est donnée systématiquement. Cependant cette technique ne peut être appliquée que sur une classe particulière de systèmes sous forme cascade triangulaire (c'est le cas pour le modèle du quadrotor présenté). Pour la synthèse de la commande, le système est considéré qu'il est constitué de trois sous systèmes : le sous système de roulis, le sous système de tangage, et le sous système de lacet.

La procédure de synthèse de la commande backstepping [39] et qui se déroule en plusieurs étapes (qui est égale au nombre d'états du système), est basée sur le principe que chaque état est commandé par l'état suivant (qui est considéré comme une commande virtuelle ou fictive), jusqu'au dernier état qui est commandé par la commande réelle.

Dans le cas du quadrotor qui est constitué de trois sous systèmes, et dans chaque sous système il y a deux états, le nombre d'étapes donc est de 6 ( $3 \times 2$ ).

Pour la synthèse de la commande, et pour des raisons que la procédure est la même, un seul sous système sera considéré. Pour les deux autres sous systèmes, on donnera directement les commandes finales issues de la procédure de synthèse.

La procédure de synthèse pour le sous système de roulis se réalise en deux étape dans l'objectif est que l'angle de roulis défini par l'état  $x_1$  poursuit une trajectoire de référence  $x_{1d}$  comme suit :

**Etape 1 :**

On défini la variable  $z$  comme étant l'erreur de poursuite entre la trajectoire désirée et réelle du roulis :

$$z_1 = x_{1d} - x_1 \quad (4.5)$$

On défini une fonction de Lyapunov condidate en fonction de l'erreur de poursuite

$$V_1(z_1) = (1/2)z_1^2 \quad (4.6)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_1(z_1) = z_1(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1) \quad (4.7)$$

On choisi la variable  $x_2$  comme étant une commande virtuelle nommée  $x_2^v$  pour la variable  $x_1$  comme :

$$x_2 \rightarrow x_2^v = \dot{x}_{1d} + \alpha_1 z_1 \quad \alpha_1 > 0$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov devient :

$$\dot{V}_1(z_1) = -\alpha_1 z_1^2 \quad (4.8)$$

Qui est une fonction défini négative, donc si  $x_2 \rightarrow x_2^v \Rightarrow z_1 \rightarrow 0$

**Etape 2 :**

Dans cette deuxième étape il faut s'assurer que  $x_2 \rightarrow x_2^v$  par l'utilisation de la commande réelle  $U_1$ . Pour cela on définit  $z_2$  comme la deuxième erreur de poursuite entre la sortie  $x_2$  et la commande virtuelle  $x_2^v$  :

$$z_2 = x_2 - x_2^v = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1 \quad (4.9)$$

Et la fonction de Lyapunov augmentée qui est la somme de la première fonction plus le carré de l'erreur de poursuite  $z_2$  comme :

$$V_2(z_1, z_2) = V_1(z_1) + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (4.10)$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(z_1, z_2) &= z_2(a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \omega + b_1 U_1) \\ &\quad - z_2(\ddot{x}_{1d} - \alpha_1(z_2 + \alpha_1 z_1)) \\ &\quad - z_1 z_2 - \alpha_1 z_1^2 \end{aligned}$$

Avec un choix de la commande  $U_1$

$$U_1 = (1/b_1)(z_1 - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \omega - \alpha_1(z_2 + \alpha_1 z_1) - \alpha_2 z_2) \quad (4.11)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov devient :

$$\dot{V}_2(z_1, z_2) = -\alpha_1 z_1^2 - \alpha_2 z_2^2 \quad (4.12)$$

Cette dernière est une fonction définie négative, et donc si on applique une commande  $U_1$  telle qu'elle est définie dans (4.11), implique que  $x_2 \rightarrow x_2^v$ , ce qui implique que  $x_1 \rightarrow x_{1d}$ .

Comme il a été indiqué ci-dessus, la méthode de synthèse pour les deux autres sous systèmes de tangage et de lacet pour la poursuite des trajectoires de références  $x_{3d}$ ,  $x_{5d}$  respectivement, est la même. Les lois de commandes trouvées sont données par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} U_2 &= (1/b_2)(z_3 - a_3 x_2 x_6 - a_4 x_2 \omega - \alpha_3(z_4 + \alpha_3 z_3) - \alpha_4 z_4) \\ U_3 &= (1/b_3)(z_5 - a_5 x_2 x_4 - \alpha_5(z_6 + \alpha_5 z_5) - \alpha_6 z_6) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 z_3 &= x_{3d} - x_3 \\
 z_4 &= x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_3 z_3 \\
 z_5 &= x_{5d} - x_5 \\
 z_6 &= x_6 - \dot{x}_{5d} - \alpha_5 z_5 \\
 \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6 &\in R^+ .
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

#### 4.2.6.2 Méthode du backstepping basée sur le mode glissant pour la commande de l'attitude du quadrotor

Cette technique est similaire à celle de la commande précédente à la différence que dans la deuxième étape, à la place de la variable  $z_2$ , une nouvelle variable sera définie, cette variable s'appelle la surface de glissement. Et grâce à cette surface de glissement, la commande par mode de glissement est introduite.

Donc dans la deuxième étape la variable  $s_2$ , remplace  $z_2$  et elle est définie par :

$$s_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \alpha_1 z_1 \tag{4.15}$$

La fonction de Lyapunov augmentée est définie par :

$$V_3(z_1, s_2) = (1/2)(z_1^2 + s_2^2) \tag{4.16}$$

La loi de contrôle qui satisfait l'attractivité de la surface de glissement ( $s\dot{s} < 0$ ) qui est la condition de la stabilité dans la commande par mode de glissement est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{s} &= -K_1 \text{sign}(s_2) - K_2 s_2 \\
 &= \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 \dot{z}_1 \\
 &= (a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \omega + b_1 U_1 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 (z_2 + \alpha_1 z_1))
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Avec : *sign* représente la fonction signe

Et comme dans le cas du backstepping, les lois de commande extraites ici sont données par :

$$U_1 = (1/b_1)(-a_1x_4x_6 - a_2x_4\omega - \alpha_1z_1^2 - K_1\text{sign}(s_2) - K_2s_2) \quad (4.18)$$

$$U_2 = (1/b_2)(-a_3x_2x_6 - a_4x_2\omega - \alpha_2z_3^2 - K_3\text{sign}(s_4) - K_4s_4) \quad (4.19)$$

$$U_3 = (1/b_3)(-a_4x_2x_4 - \alpha_3z_5^2 - K_5\text{sign}(s_6) - K_6s_6) \quad (4.20)$$

Avec :

$$\begin{aligned} z_3 &= x_{3d} - x_3 \\ s_4 &= x_4 - \dot{x}_{3d} - \alpha_2z_3 \\ z_5 &= x_{5d} - x_5 \\ s_6 &= x_6 - \dot{x}_{5d} - \alpha_3z_5 \end{aligned} \quad (4.21)$$

$K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$  : Sont des gains de la partie discontinue (qui assure l'invariance de la commande) de la commande par mode de glissement.

### 4.3 Conclusion

Depuis l'apparition de la première contribution sur la commande du drone volant de type VTOL qui s'appelle quadrotor et qui est considéré comme un bon exemple de problème de contrôle pour le test des lois de commande, plusieurs techniques de commande ont été proposées dans la littérature. La majorité des approches proposées sont basées sur une caractéristique particulière sur la forme du modèle du système qui est la forme cascade triangulaire. La majorité des approches proposées sont basées soit sur le quaternion ou sur les angles d'Euler pour la représentation de l'orientation du quadrotor. Ils sont classés en deux classes:

- Des approches basées sur la connaissance exacte du modèle dynamique du système du quadrotor.
- Des approches qui ne sont pas basées sur le modèle du quadrotor.

## **5. NOUVELLE APPROCHE DE STABILISATION DE L'ATTITUDE PAR LA COMMANDE BACKSTEPPING BASEE SUR UN PI ROBUSTE**

### **5.1 Introduction**

Le modèle du système du quadrotor est considéré comme un benchmark pour le test des lois de commandes vu que ce système est caractérisé par :

- De forte non linéarités
- Le couplage entre ses entrées
- Soumis à des perturbations extérieures (rafales de vent)
- Un sous actionnement (le nombre d'entrées est de quatre contre un nombre de sortie qui est de six)
- Variations de ces paramètres.

Dans la littérature, les travaux qui ont été effectués pour la stabilisation du système du quadrotor et qu'une grande partie a été présentée dans le chapitre précédent peuvent être classés en deux classes :

- Des techniques qui sont basées sur la connaissance du modèle dynamique du système (supposent que le modèle du système existe et ses paramètres sont connus) [5, 6, 7, 8, 9, 10, 40] ou dans certaines de ces techniques la stabilité exponentielle globale [38] a été démontrée et la robustesse aux incertitudes du modèle et aux perturbations extérieures est vérifiée.
- Des techniques qui sont basées sur un modèle statiques(ne nécessitent pas la connaissance ni du modèle dynamique ni de ses paramètres). Ce sont en général les techniques qui ont utilisées un contrôleur classique de type proportionnel et dérivé PD ou proportionnel intégral et dérivé PID [5, 38]. La stabilité asymptotique globale est démontrée et les performances sont en générale moyenne ou dégradé par rapport aux techniques qui sont basées sur le modèle dynamique et surtout lorsque



le système est soumis à des perturbations extérieures et aux variations paramétriques.

Afin de remédier au problème de la nécessité de la connaissance exacte du modèle, tout en préservant les performances, en présence d'incertitude paramétrique ou de perturbations extérieures une commande robuste non linéaire proportionnelle et intégrale PI est proposée.

## 5.2 Commande Backstepping basée sur une commande PI non-linéaire et robuste

Dans cette section, la technique de commande backstepping basée sur un contrôleur PI robuste sera présentée. Le modèle d'attitude de l'espace d'état du quadrotor présenté dans le chapitre modélisation est un système multivariable sous la forme cascade triangulaire [14-17], [41], [42]. L'approche proposée est basée sur la combinaison de la technique backstepping et d'un contrôleur robuste non linéaire de type proportionnel et intégral PI, où les gains de l'action intégrale sont définis non linéaires et basés sur une fonction de commutation permettant d'assurer un comportement robuste pour la loi de commande globale.

Le modèle du quadrotor est donné par :

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= F(X_2, \bar{\omega}) + BU\end{aligned}\tag{5.1}$$

Avec :

$$F(X_2, \bar{\omega}) = \begin{pmatrix} f_1(X_2, \bar{\omega}) \\ f_2(X_2, \bar{\omega}) \\ f_3(X_2, \bar{\omega}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \bar{\omega} \\ a_3 x_2 x_6 + a_4 x_2 \bar{\omega} \\ a_5 x_2 x_4 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix}, X_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix}, X_2 = \dot{X}_1 = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{pmatrix}$$

Et vu que le modèle du système du quadrotor est un modèle d'ordre deux (les systèmes volants sont en général des systèmes non linéaires d'ordre deux), la synthèse de la commande peut être réalisée en deux étapes :

- Dans la première étape le vecteur d'état  $X_1$  est commandé par le vecteur d'état  $X_2$  qui est considéré comme un vecteur de commande virtuelle  $X_{2v}$ .
- Dans la deuxième étape l'objectif est de forcer le vecteur d'état  $X_2$  à suivre le vecteur de commande virtuelle  $X_{2v}$  via le vecteur de commande réelle  $U$ .

L'objectif est de stabiliser le roulis, le tangage, et le lacet à zéro c.-à-d.  $x_1 = 0, x_3 = 0, x_5 = 0$ .

La conception du contrôleur proposé pour commander le mouvement d'attitude (5.1) est comme suit :

Nous définissons le vecteur d'erreur d'orientation comme suit

$$\tilde{X}_1 = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_3 \\ e_5 \end{pmatrix} = X_1 - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = X_1 \quad (5.2)$$

Dans la première étape, en se basant sur la théorie de Lyapunov, le vecteur d'état  $X_1$  est stabilisé par le vecteur d'état  $X_2$  comme une entrée de commande virtuelle notée  $X_{2v}$  et il est donné par:

$$X_{2v} = - \left[ K_1 X_1 + K_{I1} \int_0^t X_1 d\tau \right] \quad (5.3)$$

$K_1 \in R^{3 \times 3}$  est une matrice définie positive (MDP).

Les matrices  $K_1$  et  $K_{I1}$  seront déterminées tels que  $\tilde{X}_1 = 0$  est asymptotiquement stable.

Dans la deuxième étape, l'objectif est de forcer  $X_2$  à poursuivre  $X_{2v} = (x_{2v} \ x_{4v} \ x_{6v})^T$  donnée dans la première étape, en utilisant le vecteur d'entrée de commande réel  $U$  défini comme suit :

$$U = -B^{-1} \left[ K_2 \tilde{X}_2 + K_{I2} \int_0^t \tilde{X}_2 \right] \quad (5.4)$$

$$\tilde{X}_2 = X_2 - X_{2v} = \begin{pmatrix} e_2 \\ e_4 \\ e_6 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

$K_2 \in R^{3 \times 3}$  est une MDP.

En se basant sur la fonction de Lyapunov augmentée, les valeurs des paramètres du contrôleur proportionnel et intégral PI de (5.4) sont obtenues pour assurer la convergence asymptotique du vecteur d'erreur de vitesse  $\tilde{X}_2$  à zéro.

On définit une fonction  $S(z_i)$  satisfaisant  $z_i S(z_i) > 0 \ \forall \ z_i \neq 0$ ,

Avec :

$$z_j(t) = e_j(t) \int_0^t e_j(\tau) d\tau, \quad i=1, 2, 3, 4, 5, 6. \quad (5.6)$$

Les matrices des gains intégrales dans (5.3) et (5.4) sont définies comme suit :

$$K_{I1} = \begin{bmatrix} K_{11}^i S(z_1) & 0 & 0 \\ 0 & K_{33}^i S(z_3) & 0 \\ 0 & 0 & K_{55}^i S(z_5) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$K_{I2} = \begin{bmatrix} K_{22}^i S(z_2) & 0 & 0 \\ 0 & K_{44}^i S(z_4) & 0 \\ 0 & 0 & K_{66}^i S(z_6) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Avec :

$$K_{jj}^i > 0, \quad j = \{1, 3, 5\}.$$

Les gains de l'action intégrale  $K_{jj}^i, j = \{2,4,6\}$  sont choisis positifs et vérifient l'inégalité suivante :

$$\left\| F(X_2, \bar{\omega}) - \dot{X}_{2v} + \tilde{X}_1 \right\| \leq \left\| K_{I2} S(Z_2) \int_0^t \tilde{X}_2 \right\| \quad (5.9)$$

Où  $Z_2 = [z_2, z_4, z_6]^T$ ,

L'inégalité précédente peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\left| k_{22}^i S(z_2) \int_0^t e_2 \right| \geq |f_1(X_2, \bar{\omega})| + |e_1| + |\dot{x}_{2v}| \quad (5.10)$$

$$\left| k_{44}^i S(z_4) \int_0^t e_4 \right| \geq |f_2(X_2, \bar{\omega})| + |e_3| + |\dot{x}_{4v}| \quad (5.11)$$

$$\left| k_{66}^i S(z_6) \int_0^t e_6 \right| \geq |f_3(X_2, \bar{\omega})| + |e_5| + |\dot{x}_{6v}| \quad (5.12)$$

Ce résultat peut être énoncé par le théorème suivant:

**Théorème :**

Considérant le système en boucle fermée (5.1) avec la commande (5.4), les vecteurs d'états  $\tilde{X}_1$  et  $\tilde{X}_2$  sont bornés, et  $\tilde{X}_1$  converge asymptotiquement vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$

Le choix des gains des matrices sera justifié dans la section de démonstration de la stabilité.

**Démonstration :**

Basé sur la théorie de Lyapunov, la démonstration de la stabilité du contrôleur backstepping basée sur le contrôleur robuste non linéaire PI sera présentée dans deux étapes :

**Etape 1 :**

En se basant sur le vecteur de l'erreur sur l'orientation défini dans (5.2), la fonction de Lyapunov candidate (LFC) suivante est définie :

$$V_1 = \frac{1}{2} \tilde{X}_1^T \tilde{X}_1 = \frac{1}{2} X_1^T X_1 \quad (5.13)$$

Sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_1 = X_1^T \dot{X}_1 = X_1^T X_2 \quad (5.14)$$

En utilisant la méthode de synthèse de la commande par backstepping, le vecteur d'état  $X_2$  sera considéré comme un vecteur de commande virtuel pour le vecteur d'état  $X_1$  et il est forcé à prendre la forme d'un PI  $X_{2v}$  défini dans (5.3). Par conséquent, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= X_1^T (-K_1 X_1 - K_{I1} \int_0^t X_1 d\tau) \\ &= -X_1^T K_1 X_1 - X_1^T K_{I1} \int_0^t X_1 d\tau \end{aligned} \quad (5.15)$$

Et comme le terme  $X_1^T K_{I1} \int_0^t X_1 d\tau = K_{11}^i z_1 S(z_1) + K_{33}^i z_3 S(z_3) + K_{55}^i z_5 S(z_5)$ , et

les termes  $K_{jj}^i > 0$  et  $z_i S(z_i) > 0, \forall z_i \neq 0; i = \{1,3,5\}$ ,

L'inégalité suivante est toujours vérifiée :

$$X_1^T K_{I1} \int_0^t X_1 d\tau \geq 0$$

Tenant en compte que la matrice  $K_1$  est une matrice définie positive, la dérivée  $\dot{V}_1$  est donc définie négative.

$$\dot{V}_1 \leq -X_1^T K_1 X_1 \quad (5.16)$$

Par conséquent, si  $X_2 = X_{2v}$ , alors le vecteur de position d'état  $X_1$  est borné et converge vers zéro.

**Etape 2 :**

L'objectif ici est d'assurer la convergence asymptotique du vecteur d'erreurs de vitesse  $\tilde{X}_2$  vers zéro, c à d, la convergence du vecteur d'état  $X_2$  au vecteur de l'entrée de commande virtuelle  $X_{2v}$ , par le vecteur d'entrée de commande réelle  $U$ .

En se basant sur le vecteur d'erreurs de vitesse défini dans (5.5), la fonction de Lyapunov candidate augmentée sera définie comme suit :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \tilde{X}_2^T \tilde{X}_2 \quad (5.17)$$

Le dérivé par rapport au temps de la fonction de Lyapunov augmentée est alors :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \tilde{X}_2^T \dot{\tilde{X}}_2 \quad (5.18)$$

Avec :

$$\dot{\tilde{X}}_2 = F(X_2, \bar{\omega}) + BU - \dot{X}_{2v} \quad (5.19)$$

Et

$$\dot{V}_1 = \tilde{X}_1^T \dot{\tilde{X}}_1 \leq -\tilde{X}_1^T K_1 \tilde{X}_1 + \tilde{X}_1^T \tilde{X}_2 \quad (5.20)$$

Par conséquent, (5.18) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \tilde{X}_1^T \tilde{X}_2 - \tilde{X}_1^T K_1 \tilde{X}_1 + \\ &\tilde{X}_2^T (F(X_2, \bar{\omega}) - \dot{X}_{2v} + BU) \end{aligned} \quad (5.21)$$

En remplaçant le vecteur d'entrée de commande  $U$  par son expression (5.4), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & \tilde{X}_1^T \tilde{X}_2 - \tilde{X}_1^T K_1 \tilde{X}_1 + \\ & \tilde{X}_2^T \left( F(X_2, \bar{\omega}) - \dot{X}_{2v} - K_2 \tilde{X}_2 - K_{I2} \int_0^t \tilde{X}_2 d\tau \right) \end{aligned} \quad (5.22)$$

Et après quelques manipulations, l'inégalité (5.22) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\tilde{X}_1^T K_1 \tilde{X}_1 - \tilde{X}_2^T K_2 \tilde{X}_2 + \\ & \tilde{X}_2^T \left( F(X_2, \bar{\omega}) - \dot{X}_{2v} + \tilde{X}_1 - K_{I2} \int_0^t \tilde{X}_2 d\tau \right) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$X_2^T \left( F(X_2, \bar{\omega}) - \dot{X}_{2v} + \tilde{X}_1 \right) - X_2^T K_{I2} \int_0^t \tilde{X}_2 d\tau \leq 0 \quad (5.24)$$

Donc :

$$\dot{V}_2 \leq -\tilde{X}_1^T K_1 \tilde{X}_1 - \tilde{X}_2^T K_2 \tilde{X}_2 \quad (5.25)$$

$\dot{V}_2$  est définie négative, ce qui signifie que toutes les erreurs d'états  $e_i, i = \{1,2,3,4,5,6\}$  sont bornées, et  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X}_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X}_1 = 0$ .

On note que l'équation (5.24) est satisfaite si l'équation (5.9) est satisfaite.

**Remarques :**

Le choix des gains  $K_{22}^i, K_{44}^i, K_{66}^i$  est basé sur les limites de différentes variables dans les inégalités (5.10), (5.11), (5.12) et pas sur leurs valeurs exactes. Pour cela l'approche proposée peut être appliquée sur un système sans connaissance exacte des paramètres de son modèle et en outre les équations (5.10), (5.11) et (5.12) sont

satisfaites à condition que les gains  $K_{jj}^i > 0$ ,  $j = \{2,4,6\}$  soient choisis suffisamment grands.

Pour réduire l'effet du broutement, la fonction  $S(z_i)$  est définie dans le reste de ce chapitre comme dans [43,44]

$$S(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i}{\varepsilon}, & \text{if } |z_i| \leq \varepsilon \\ \text{sign}(z_i), & |z_i| > \varepsilon \end{cases}, \quad i=1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

Afin de valider les résultats théoriques de la technique de commande développée, dans le paragraphe suivant des simulations seront faites sur le modèle du quadrotor en premier lieu. Ensuite l'implémentation en temps réel sur le banc d'essai (Test Bench) du quadrotor du laboratoire des systèmes autonomes de l'Ecole Polytechnique Fédérale (EPFL) de lausanne en suisse.

### 5.3 Résultats de simulations

Pour montrer la validité de l'approche proposée, son algorithme de commande est implémenté en simulation pour la stabilisation de la dynamique de l'attitude du quadrotor. Les valeurs des paramètres de son modèle sont prises les mêmes que dans [1]. Les matrices définies positives des gains proportionnels  $K_1$  et  $K_2$  sont choisies diagonales:

$$K_1 = \text{diag}(K_{11}^p \quad K_{33}^p \quad K_{55}^p)$$

$$K_2 = \text{diag}(K_{22}^p \quad K_{44}^p \quad K_{66}^p)$$

Les gains  $K_{11}^i, K_{33}^i, K_{55}^i$  sont choisis positifs. Les gains  $K_{22}^i, K_{44}^i, K_{66}^i$  sont aussi choisis positifs et vérifient les inégalités (10), (11) et (12), ils sont ajustés par essai et erreur jusqu'à l'obtention de bonnes performances des trajectoires de sorties.

Les valeurs initiales des angles de roulis, de tangage, et de lacet sont prises égales à 0.5, -0.45, 0.65 radian respectivement. Les résultats obtenus pour la



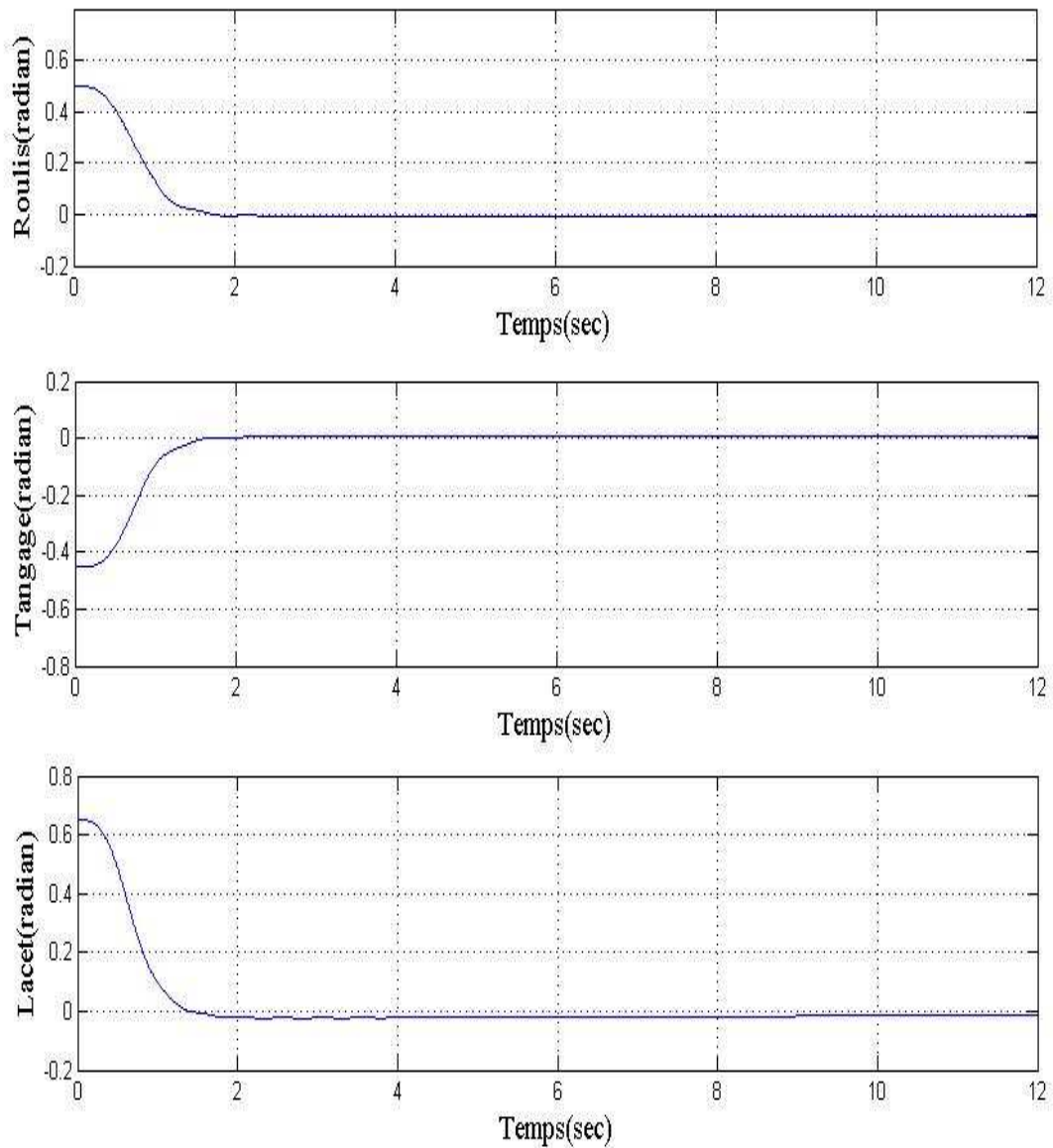
stabilisation d'attitude du quadrotor sont donnés dans la figure 5.1 pour les angles de roulis, de tangage, et de lacet respectivement.

On peut voir sur les courbes (figure 5.1) que, le contrôleur assure une bonne convergence, avec un temps de stabilisation presque le même pour l'angle de roulis et de tangage, alors que l'angle de lacet présente une petite erreur qui diminue avec le temps ce qui lui donne le temps de stabilisation le plus élevé.

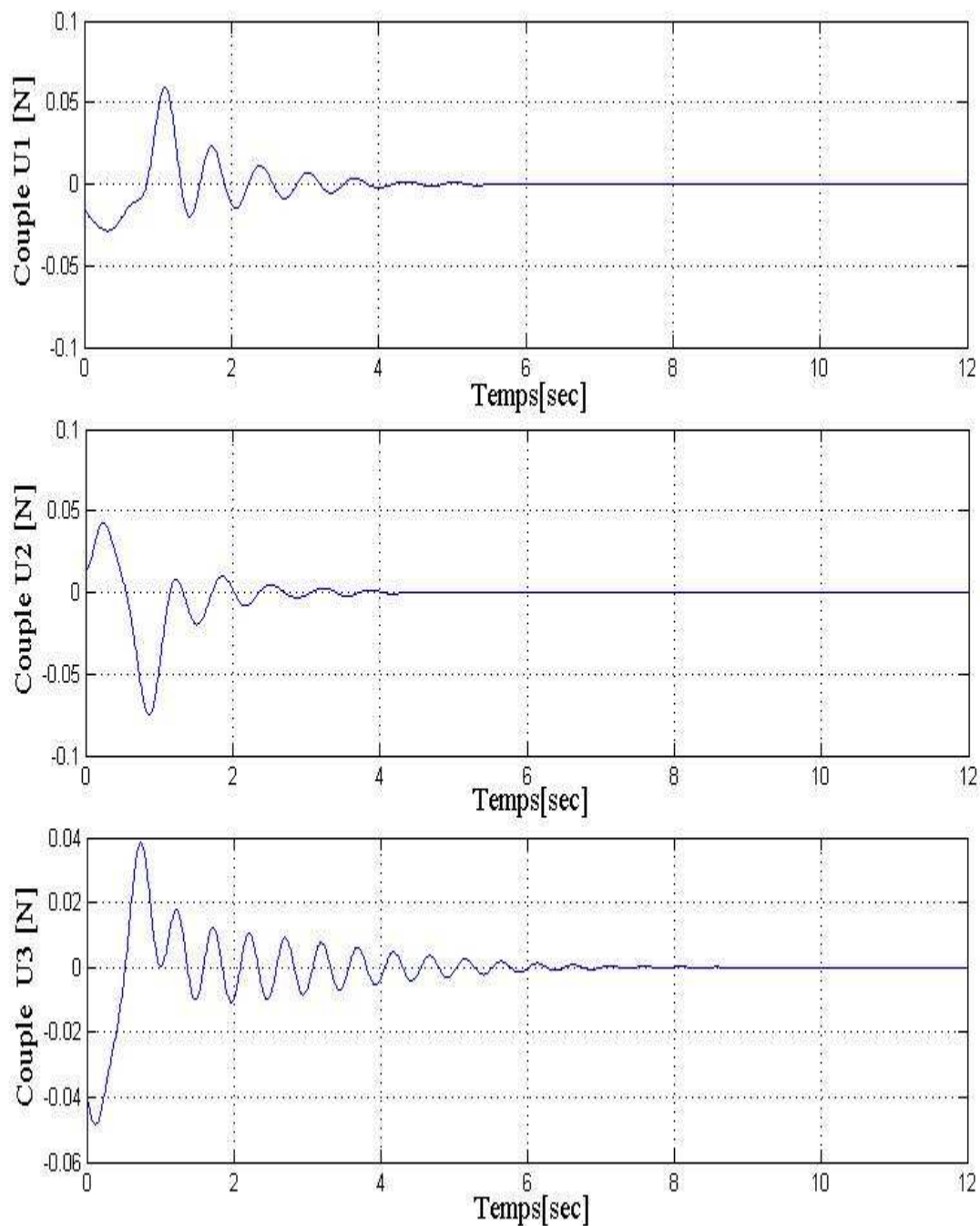
Les efforts de commande appliqués sont présentés dans la figure 5.2.

Les vitesses des hélices sont indiquées dans la figure 5.3, où nous pouvons voir leur stabilisation à la valeur 210 (radian/sec) en un temps fini.

**Remarque :** À cause des contraintes physiques des moteurs montés sur le système du quadrotor, la vitesse maximale qui peut être atteinte par les hélices est de 251 (radian/sec).



**Figure 5. 1** : Résultat de simulation de stabilisation des angles de roulis, de tangage et de lacet de (commande Backstepping combinée avec une commande PI robuste)



**Figure 5. 2 :** Couples de commande  $U_1, U_2, U_3$  (commande Backstepping combinée avec une commande PI robuste)

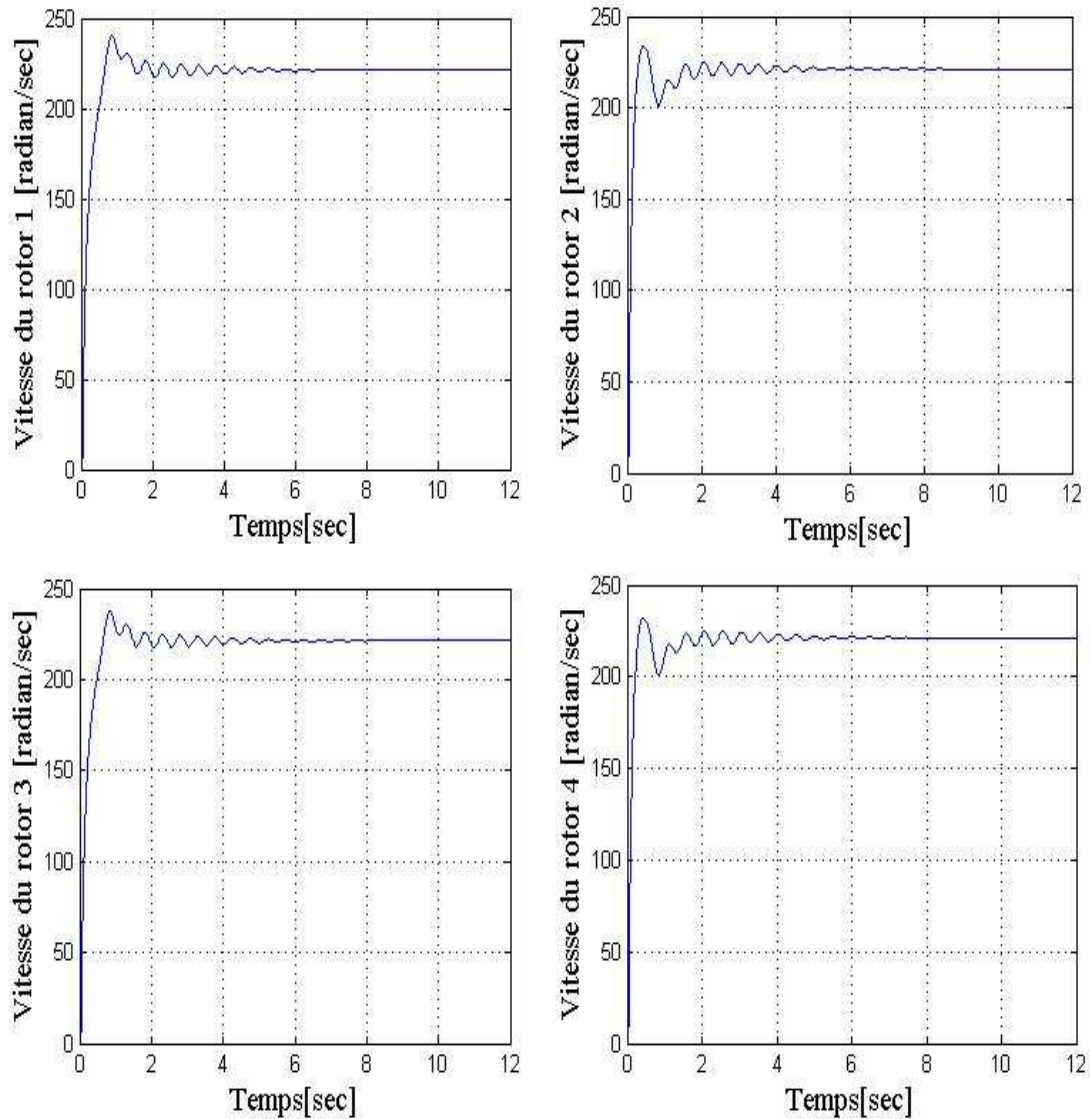


Figure 5.3 : Vitesses des hélices des rotors 1, 2, 3, et 4 (commande Backstepping combinée avec une commande PI robuste)

### 5.3.1 Test de robustesse

Cette partie est consacrée à vérifier la robustesse de l'approche proposée face aux bruits de mesures, aux variations paramétriques et aux perturbations ajoutées à l'entrée de commande. Pour cela, trois expériences virtuelles ont été réalisées sur le modèle du système du quadrotor.

### **5.3.1.1 Expérience 1 (Robustesse aux bruits de mesures)**

Les sorties du système sont mesurées en utilisant les capteurs adéquats. Les signaux issus des capteurs sont en général entachés de bruits. Ce bruit peut rendre le contrôleur très sensible et dans certains cas, peut déstabiliser le système. Pour vérifier la robustesse du contrôleur proposé, des bruits de mesure d'une distribution normale, d'une covariance égale à 1, et d'une moyenne nulle sont ajoutés aux variables mesurées comme il est indiqué sur la figure. 5.4 (a).

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure. 5.4 (b) où nous pouvons clairement voir la convergence de toutes les trajectoires vers leurs références, ce qui confirme la robustesse du contrôleur proposé face aux bruits de mesures.

### **5.3.1.2 Expérience 2 (Robustesse aux variations paramétriques)**

Certains paramètres dans le système peuvent être incertains dans certains cas ; dans d'autres cas ces paramètres peuvent changer avec le temps. Pour le système du quadrotor, c'est le cas des paramètres d'inerties (les paramètres  $a_i$ ). La densité de l'air, la géométrie de l'hélice, la longueur de la corde, la forme et l'angle du tangage des hélices du rotor et d'autres facteurs peuvent produire des incertitudes dans le paramètre  $b_i$ .

Pour vérifier la robustesse du contrôleur face aux variations paramétriques, une variation de 300% des paramètres  $a_i$  et une variation de 33%, de 40%, et de 50 % des paramètres  $b_i$  sont effectuées entre 2.5 à 5 secondes. Les résultats obtenus sont représentés sur les figures. 5.5 (a, b, c). Dans la figure. 5.5 (a), les signaux de roulis, de tangage et de lacet sont quasi similaires au cas nominal présenté dans la figure 5.1. Sur la figure. 5.5 (a, b), et malgré qu'il y a une légère dégradation et particulièrement dans l'angle de lacet, le contrôleur reste toujours robuste aux variations paramétriques.

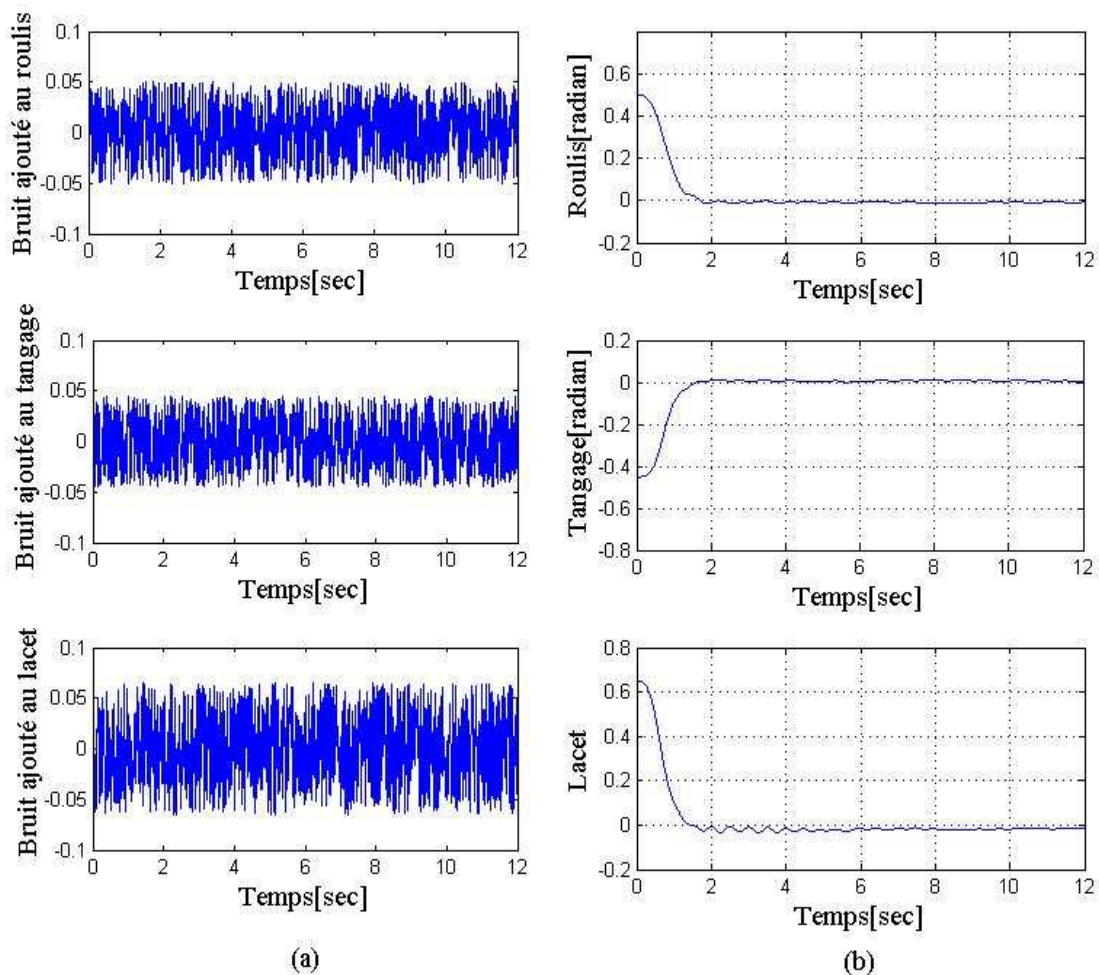
### **5.3.1.3 Expérience 3 (Robustesse à une perturbation ajoutée à l'entrée de commande)**

Ici le contrôleur sera sujet à une entrée de perturbation qui sera ajoutée au vecteur de commande. La perturbation est ajoutée à l'entrée de commande aux instants 4, 6, et 8 secondes pour les angles de roulis, de tangage et de lacet respectivement. L'amplitude

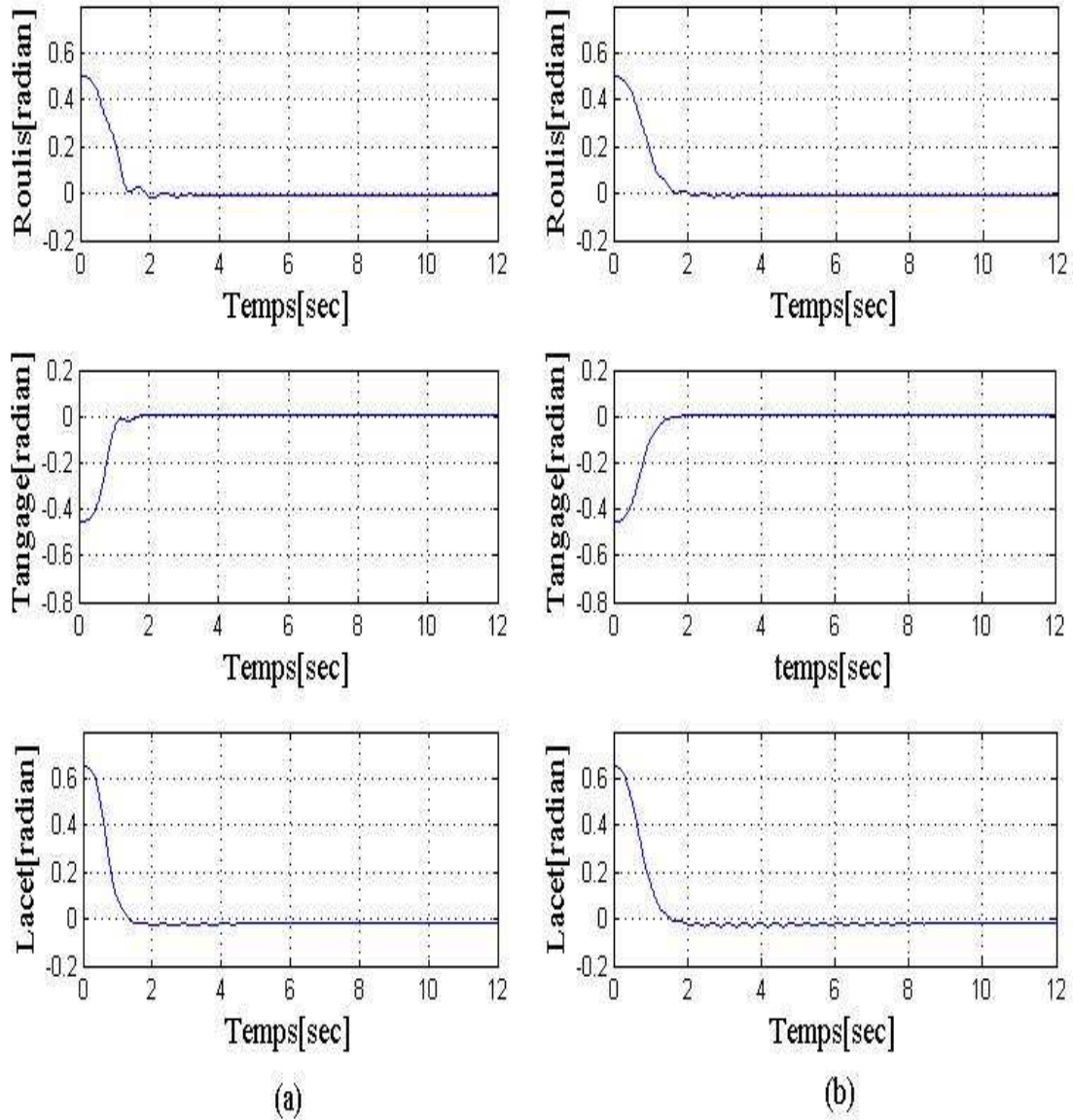
de cette perturbation sera prise 40% et 100% de la valeur maximale de l'entrée de commande. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures. 5.6 (a, b).

Dans la figure. 5.6 (a) les angles de sorties sont similaires au cas nominal présenté dans la figure 5.1, alors qu'une légère dégradation est notée dans la figure 5.6 (b) où la quantité de l'entrée de perturbation est 100% de la valeur maximal de l'entrée de commande.

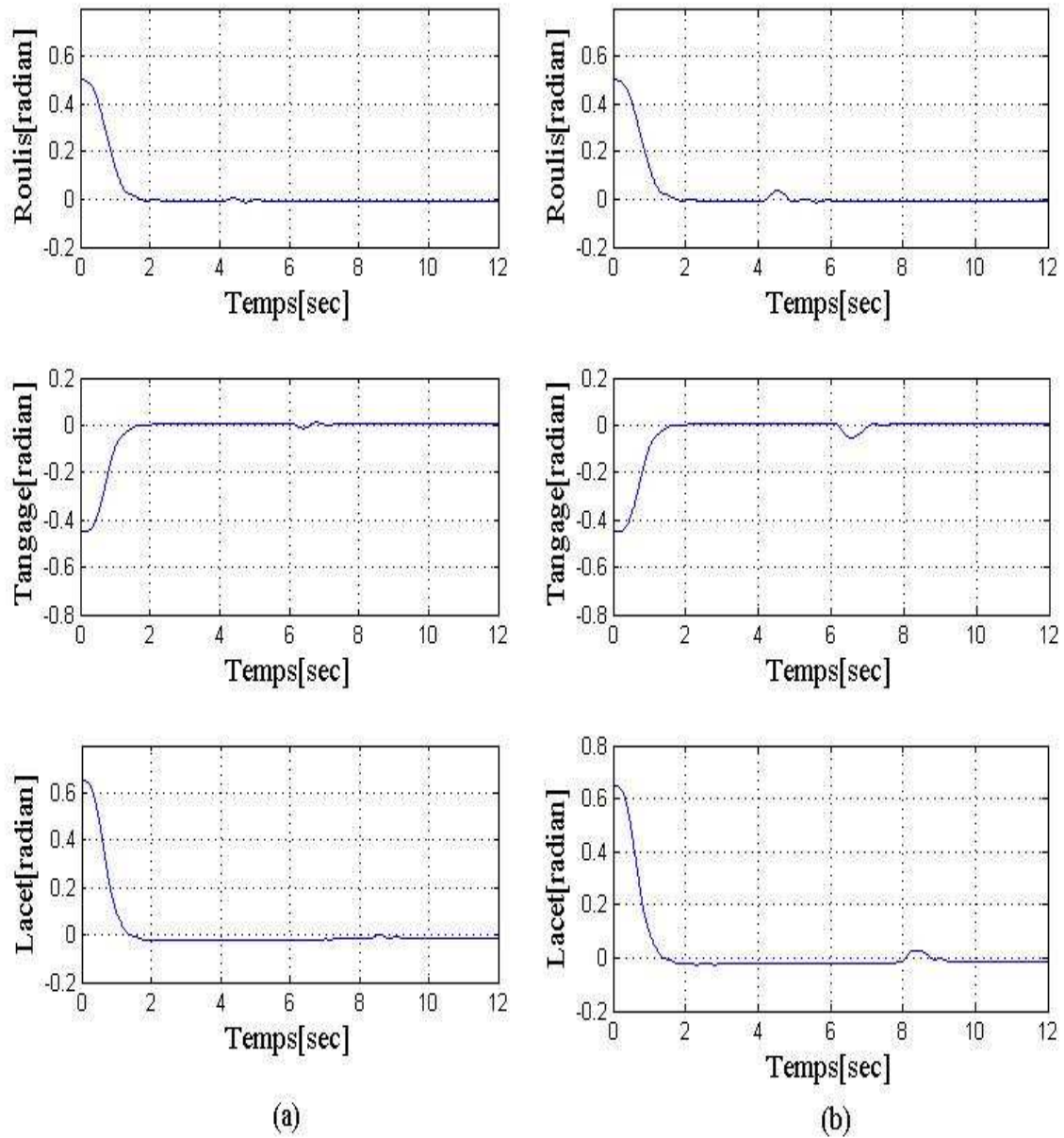
Ces résultats montrent la capacité de l'approche proposée au rejet de perturbations externes, on peut citer à titre d'exemple, les rafales de vent lors des vols réalisés à l'extérieur.



**Figure 5. 4 :** Test de robustesse aux bruits de mesure (commande Backstepping combinée avec une commande PI robuste) : (a) Bruit ajouté aux angles de roulis, tangage, et lacet, (b) Les angles de roulis, tangage, et lacet résultants après l'application de la commande basée sur les mesures biaisées.



**Figure 5.5 :** Test de robustesse aux variations paramétriques (commande Backstepping combinée avec une commande PI robuste) :(a) Variation de  $a_i$  100 % et  $b_i$  25 %, (b) Variation de  $a_i$  100 % et  $b_i$  33 %.



**Figure 5. 6 :** Test de robustesse aux perturbations extérieures (commande Backstepping combinée avec une commande PI robuste) : (a) 40 % de la valeur de commande, (b) 100 % de la valeur de commande.



## 5.4 Présentation de la Maquette et Implémentation en temps réel

### 5.4.1 Présentation de la maquette :

La maquette du quadrotor (Test Bench) sur laquelle les expérimentations ont été réalisées et telle qu'elle est donnée par le laboratoire des systèmes autonomes de l'EPFL est représentée sur la figure suivante :



**Figure 5. 7 :** La maquette du quadrotor de l'EPFL(Test Bench)

Dans cette maquette il y a une armature qui est constitué de deux barres en fibre de carbone, monté en forme de croix ou une lettre X, aux extrémités desquelles sont montés quatre rotors, d'axe vertical, dans chaque rotor il y a un moteur à courant continu (MCC), sur son arbre il y a un réducteur (pignon avec une roue dentée), sur ce réducteur est montée une hélice, le tout est monté sur un support en PVC figure 5.8.

L'armature du système est montée sur une barre verticale à travers une rotule qui permet au système complet d'être libre en orientation (autour des trois directions X, Y, Z) figure 5.9.

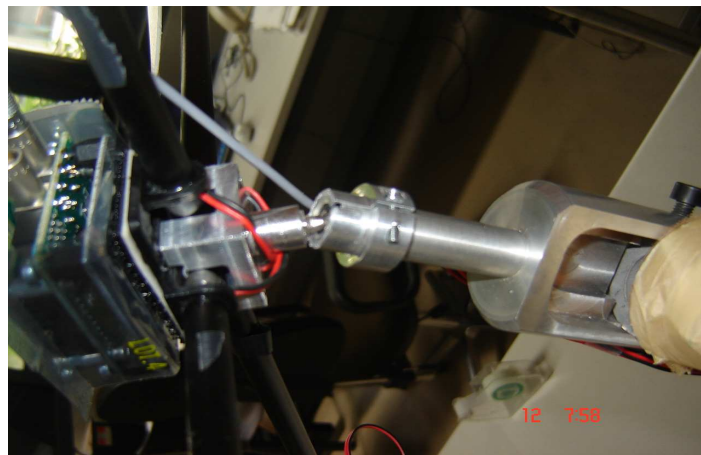
La maquette telle qu'elle est n'est pas instrumentée. Les sorties à mesurer et qui sont nécessaire pour la commande du système sont :

- Les vitesses des quatre moteurs
- Les trois angles d'Euler's (tangage, roulis, et lacet)
- L'Altitude

En plus des capteurs il y a aussi la carte de puissance qui permet de commander les quatre moteurs.



**Figure 5. 8:** Le rotor du quadrotor



**Figure 5. 9:** Le quadrotor monté sur une tige à travers une rotule

Pour implémenter les lois de commande en attitude (orientation), la carte de commande des moteurs, le capteur d'attitude et les capteurs des vitesses des moteurs sont indispensables.

Le paragraphe suivant présente les différents capteurs qui vont être utilisés pour la mesure des différentes sorties nécessaires pour l'implémentation des lois de commande pour la stabilisation du quadrotor.

#### **5.4.2 Unité de mesure inertielle (IMU)**

Les capteurs d'attitude les plus utilisés dans les laboratoires sont les centrales inertielles (IMU : Inertial Measurement Unit). Une IMU est constituée de composants MEMS (Micro Electro-Mechanical system) : trois gyroscopes MEMS (Micro Electro-Mechanical system), trois accéléromètres, et trois magnétomètres montés en

orthogonal, plus une unité de traitement pour le traitement des signaux issus de ces trois capteurs pour :

- Filtrage des signaux
- Traitement des effets de température et du biais sur les sorties gyroscopes
- Traitement de l'effet du champ magnétique sur les magnétomètres
- Fusion des sorties des trois capteurs dans chaque direction pour extraire les angles d'Euler's, les quaternions, etc.

Dans le cadre de ce travail on a opté pour la centrale 3DM-GX1 de Microstrain (voir figure 5.10 (a) et (b)), puisque du coté caractéristique elle est largement suffisante en plus qu'elle est la plus utilisée dans les laboratoires de recherche où elle a prouvé une certaine fiabilité (**Annexe**).



(a)



(b)

**Figure 5. 10 :** (a) la centrale inertielle avec les câbles de liaison à travers le port série, d'alimentation et le CD des drivers, (b) La centrale inertielle 3DM-GX1.

Cette Centrale inertielle peut être exploitée par Visual C++ ou Visual Basic. Pour notre cas et puisque la carte de commande et d'acquisition qu'on a utilisée se monte sur le port PCI du PC et elle est exploitable par le Visual C++ et le Visual Basic, j'ai opté pour l'utilisation de Visual C++ puisque c'est le meilleur langage évolué pour les implémentations en temps réel.

La figure 5.11 présente la centrale inertielle 3DM-GX1 montée sur la maquette du quadrotor.



**Figure 5. 11 :** La centrale inertielle 3DM-GX1 montée sur le système du quadrotor.

### 5.4.3 Capteurs de vitesses :

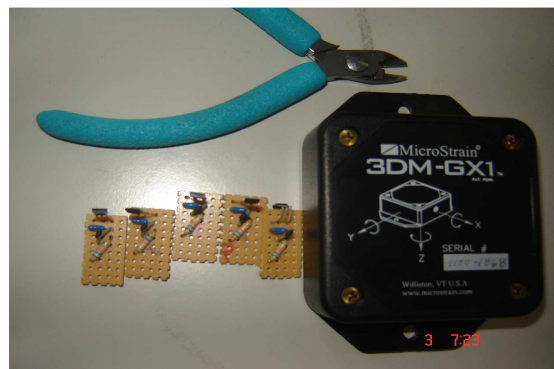
Les moteurs montés sur le système ne disposent pas de capteurs de vitesse. Dans les travaux effectués auparavant sur la maquette, les paramètres des modèles des moteurs montés ont été identifiés, et pour commander le système, la vitesse du moteur est estimée à chaque fois en utilisant le modèle identifié. D'un point de vue pratique, le modèle identifié ne donne jamais ce que donne le système réel, en plus avec le temps les paramètres des moteurs peuvent changer.

Afin de mesurer les vitesses de chaque moteur, plusieurs solutions sont possibles, mais dans la majorité des cas le capteur se monte sur l'arbre à l'arrière du moteur. Les capteurs les plus utilisés sont les codeurs incrémentaux et les tachymètres. Cependant pour le cas des moteurs montés sur la maquette du quadrotor cette solution est impossible, puisque l'arbre de ces moteurs ne sort pas de l'arrière. Donc il faut penser à trouver une autre solution.

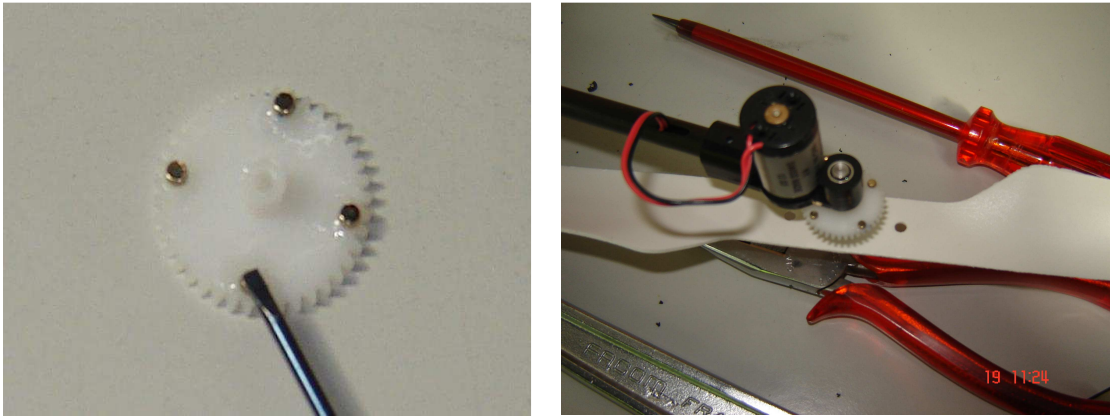
La solution qu'on a proposée consiste à utiliser des capteurs à effet Hall figure 5.12, avec des petits aimants afin de réaliser des petits PCB (circuit imprimé) sur lesquels les capteurs à effet Hall avec des composants électroniques sont montés. Chaque PCB figure 5.13, est monté à côté de la roue dentée, sur laquelle des aimants sont collés figure 5.14(a,b), de telle manière lorsque la roue dentée tourne les aimants vont passer par les capteurs à effet Hall, ce dernier donne une impulsion à sa sortie à chaque passage d'un aimant. Le comptage de ces impulsions permet d'extraire la vitesse du moteur.



**Figure 5. 12:** Capteur à effet Hall de Telion



**Figure 5. 13:** Capteurs de vitesse à base de capteurs à effet hall



(a)

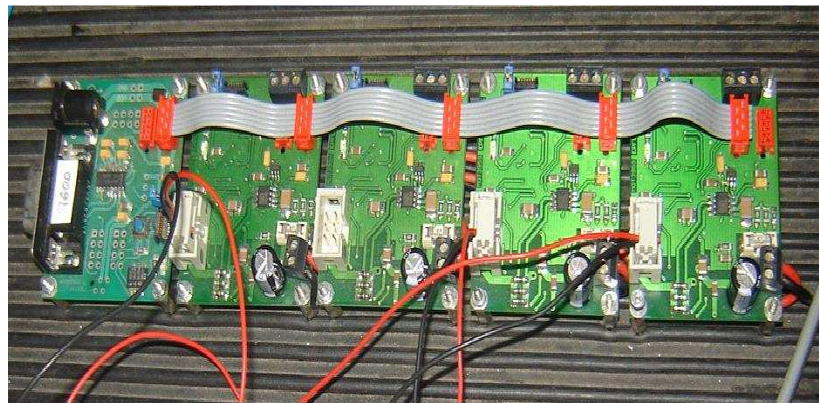
(b)

**Figure 5. 14 :** (a) Petits aimants collés sur la roue dentée, (b) La roue dentée montée, sur le support du rotor

#### 5.4.4 Carte de puissance

La carte de puissance utilisée auparavant figure 5.15, est une carte à base d'un microcontrôleur PIC ou les commandes sont envoyées à travers le port série RS232, après un translateur RS232-I2C, quatre petites cartes I2C permettent de commander les vitesses des moteurs par MLI ( Modulation de la largeur d'impulsion). Cependant durant les tests il se trouve qu'elle ne marche que pour quelques secondes et après elle s'arrête. On était obligé à réaliser une autre carte.

La solution pour laquelle on a opté est de réaliser une carte à base d'amplificateur de puissance analogique figure 5.16, puisqu'on dispose de sorties analogiques dans la carte d'interface. La carte réalisée permet d'amplifier les signaux de commande de faible puissance issus du PC à travers une carte d'interface pour commander les quatre moteurs du quadrotor.



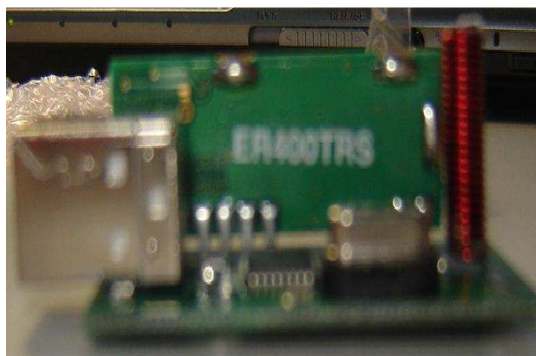
**Figure 5. 15:** Ancienne carte de puissance du quadrotor



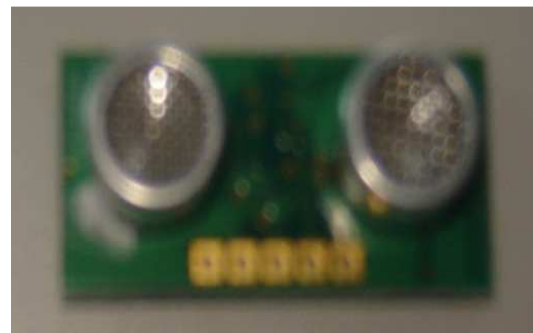
**Figure 5. 16 :** La carte de puissance réalisée à base des amplificateurs opérationnels de puissance OPA548

#### 5.4.5 Capteur d'altitude

Le capteur d'altitude choisi pour commander le système en altitude, est un capteur à base d'ultrason (le plus utilisé pour des robots volant de l'intérieur), il peut être exploité à travers l'interface I2C. Afin d'assurer une liaison sans fils entre le capteur et le PC, les deux modules sont ci-dessous nécessaires figure 17(a,b).



(a)



(b)

**Figure 5. 17:** (a) Le module ER400TRS qui permet de recevoir l'altitude du capteur à ultrason, (b) Le capteur d'altitude à ultrason SRF10 (2cm jusqu'à 8mètre)

Ce capteur se met en marche à travers le port USB avec le Visual C++, malheureusement on ne l'a pas utilisé à cause de la portance générée par le système du quadrotor qui après le montage de toute l'instrumentation, n'était pas suffisante pour faire voler le système.

## 5.5 Implémentation en temps réel de la commande développée sur le banc d'essai expérimentale

Le banc d'essai expérimental est le Test Bench de l'EPFL (Ecole polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse) présenté dans la figure 5.11 avec toute l'instrumentation et l'électronique nécessaire :

- La centrale inertielle 3DM-GX1,
  - Capteur de vitesse à effet Hall,
  - Capteur d'altitude,
  - Carte de puissance réalisée à base d'un amplificateur opérationnel de puissance
- Ainsi que la carte d'interface S626 de Sensory programmable avec le Visual C++.

### 5.5.1 Résultats expérimentaux

Le contrôleur est programmé en utilisant Visual C++, la période d'échantillonnage est choisie à 60ms, et la force de poussée est fixée à 2.5N. Les paramètres du contrôleur trouvés en simulation sont ajustés par essai et erreur jusqu'à l'obtention de meilleures performances.

L'objectif fixé pour le contrôleur dans l'expérience est de stabiliser les angles de roulis, de tangage, et de lacet à 0 degrés, en partant des valeurs initiales de 23, -25, -24.5 degrés respectivement.

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 5.18.

Les résultats expérimentaux obtenus démontrent la convergence des angles de roulis, de tangage, et de lacet à leurs points d'équilibres après 1.8, 1.9 et 2.2 secondes respectivement.

### 5.5.2 Test de robustesse

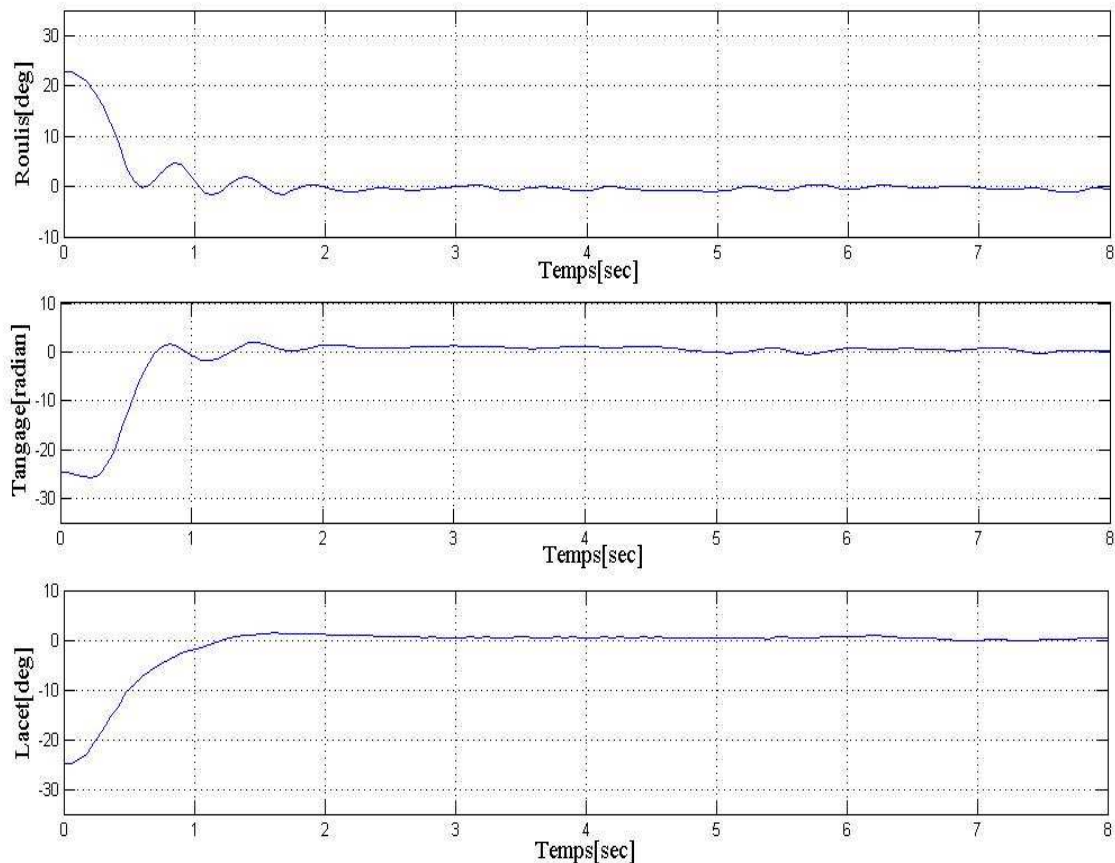
Comme dans la partie de simulation, un test de la robustesse sur le système réel a été réalisé. Tandis que les bruits de mesure et les variations paramétriques sont des caractéristiques intrinsèques du capteur et du système, nous avons ajouté des perturbations externes (pour simuler, par exemple, l'effet des rafales de vent dans les applications de l'extérieures). Les perturbations extérieures ont été générées en



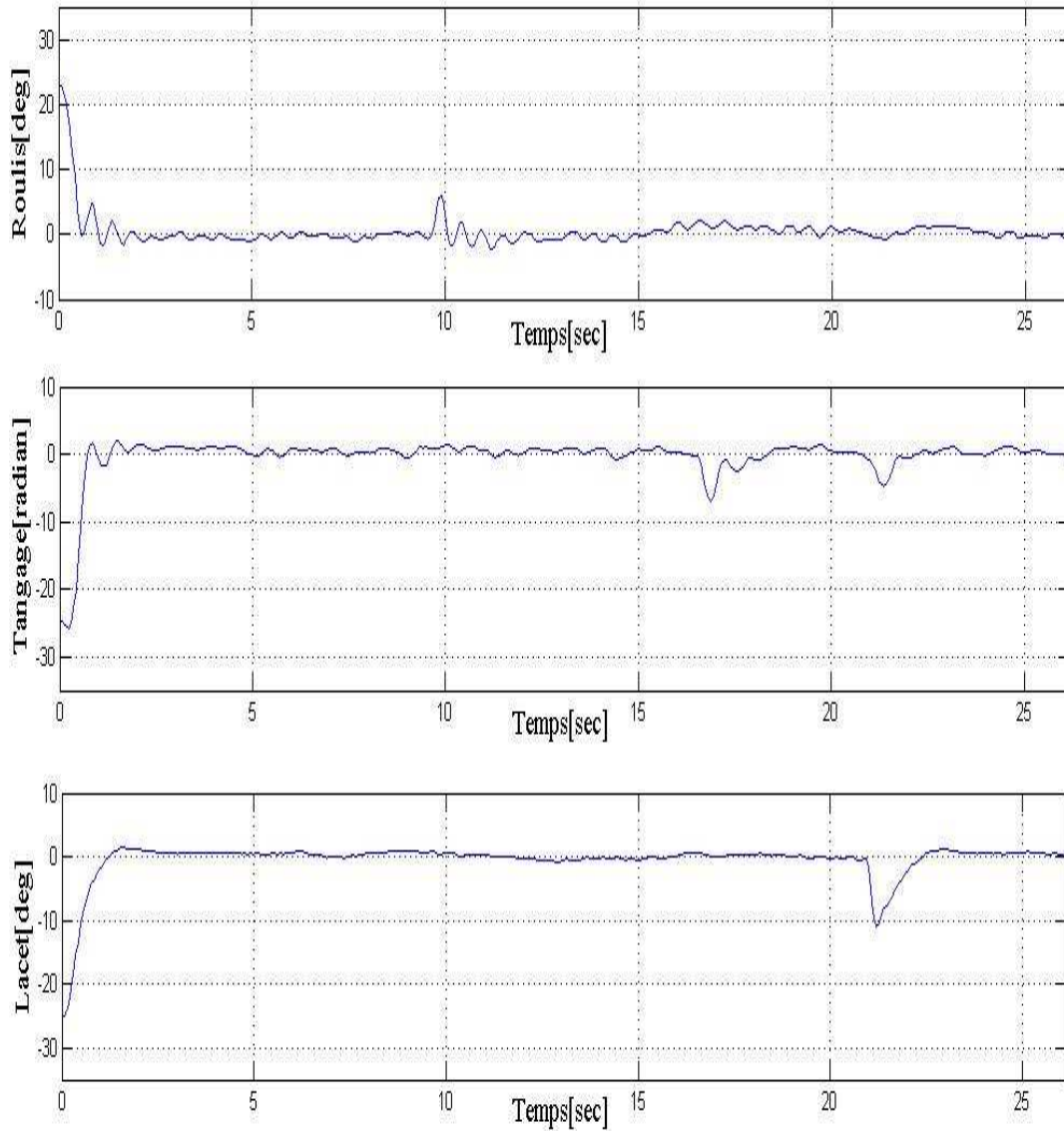
ajoutant 90 % de la valeur maximum de l'entrée de commande aux entrées de roulis, de tangage (c.-à-d.,  $U_1$  et  $U_2$  respectivement) et 110% à l'entrée du lacet( $U_3$ ).

Les perturbations sont ajoutées aux instants de 10, 17 et 22 secondes pour les entrées de commande de roulis, de tangage, et de lacet respectivement.

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 5.19 où nous pouvons remarquer que malgré la déviation des sorties de leurs trajectoires aux instants de l'application des perturbations (24% pour le roulis, 22% pour le tangage, et 40% pour lacet), le contrôleur atténue leur effet et stabilise les signaux de sortie dans un temps fini. Cependant, nous pouvons clairement voir que l'effet de la perturbation sur le lacet est plus important que sur les sorties de roulis et de tangage, ceci est dû à l'amplitude de la perturbation appliquée à l'entrée de commande du lacet qui est plus grande que les amplitudes appliquées au roulis et au lacet.



**Figure 5. 18:** Résultat expérimentaux de stabilisation de l'angle de Roulis, de tangage, et du lacet (commande Backstepping combinée avec une commande PI robuste).



**Figure 5. 19** : Test de robustesse à une perturbation de 100% de la valeur de la commande ajoutée à l'entrée du sous système de roulis et de tangage et 110% à l'entrée du sous système de lacet (commande Backstepping combinée avec une commande PI robuste).

D'autres expériences ont été réalisées avec des perturbations d'amplitudes faibles (jusqu'à 20%), où on a remarqué un effet minime sur les sorties du système.

## 5.6 Conclusion

En se basant sur la représentation de l'attitude par les angles d'euler, une nouvelle approche pour la stabilisation d'attitude d'un drone de type quadrotor est présentée. Cette approche est basée sur la technique de commande backstepping et d'une commande robuste non linéaire proportionnelle et intégrale PI. Le gain de l'action intégrale est non linéaire et il est basé sur une fonction de commutation conduisant à des propriétés intéressantes de robustesse de la loi de commande. Une des forces principales de l'algorithme de commande proposé est sa robustesse face aux incertitudes paramétriques et aux perturbations extérieures. La restriction de la méthode proposée est liée au choix des gains du contrôleur PI.

L'approche proposée a été validée avec succès en simulation et en temps réel en présence des incertitudes paramétriques et des perturbations extérieures.

## 6. STABILISATION DE L'ATTITUDE PAR LE MODE GLISSANT D'ORDRE SUPERIEUR

### 6.1 Introduction

La commande par mode de glissement classique SMC (d'ordre un) a été développée pour la première fois dans le début des années 60 par l'équipe du professeur S.V. Emelyanov en se basant sur les travaux de recherche effectués par Philipov [45] sur les équations différentielles à second membre discontinues. Les systèmes de contrôle par mode de glissement (ou à structure variable **VSC**, **Variable Structure Control**), sont des systèmes de commande non linéaires discontinus ou la structure du contrôleur varie entre deux structures, la commutation d'une valeur à l'autre se fait suivant le signe d'un hyperplan de l'espace d'état du système de façon à réduire l'ordre de ce système et à forcer le point représentatif de son mouvement à rester sur cet hyperplan.

La commande VSC contient en général deux termes; un terme discontinu qui assure l'invariance ou la robustesse (calculé en se basant sur les incertitudes du modèle et les perturbation extérieures) et qui permet de forcer l'état du système à rejoindre l'hyperplan de commutation (surface de glissement) ; et une fois sur la surface de glissement, le deuxième terme de la VSC qui est la commande équivalente prend le relais et le point représentatif du système est forcé à poursuivre un nouveau régime appelé régime glissant. Dans le régime glissant, la dynamique du système est gouvernée uniquement par le choix des paramètres de la surface de glissement.

Afin d'assurer la robustesse de la commande VSC et atteindre un régime de glissement idéal (quand le régime glissant est atteint la trajectoire d'état du système doit rester sur la surface de glissement), la commutation de la partie discontinue doit se faire à une fréquence infinie. Cependant dans la pratique la réalisation d'une telle commutation est impossible. En plus que cette commutation excite les dynamiques non modélisées du système; les limitations des actionneurs et les retards dans le calcul de la commande et d'autres problèmes sont les principales causes.

La commutation de la commande à une fréquence finie est à l'origine du phénomène de broutement (chattering en anglais) qui a plusieurs effets indésirables

sur la qualité de la commande et sur le système lui-même. Ce phénomène est considéré comme un obstacle réel pour la réalisation pratique de la commande SMC dans l'industrie.

Plusieurs techniques ont été apportées pour diminuer l'effet du broutement. Entre autres on trouve, l'approximation de la commande discontinue par une commande continue au voisinage de la surface de glissement, les observateurs et la commande VSC généralisée. Cependant les performances, et la robustesse s'en trouvent dépréciés.

Afin d'éliminer le broutement et de préserver la robustesse et les performances, la commande par mode glissant d'ordre supérieur est proposée dans le milieu des années 80, par Emylyanov et al [46-48] comme une solution alternative. Dans cette nouvelle approche, la commande discontinue est décalée pour qu'elle agisse sur les dérivées d'ordres supérieurs de la surface de glissement et pas sur sa première dérivée. Parmi les versions les plus connues on trouve la VSC d'ordre deux où la commande discontinue agit sur la deuxième dérivée de la surface de glissement. L'algorithme du twisting et du super twisting [21] sont les variantes utilisées pour résoudre le problème de broutement d'un système de degré relatif égal à un par rapport à la surface de glissement.

L'algorithme du super twisting sera utilisé dans ce chapitre pour la stabilisation de l'orientation du système du quadrotor vue que le degré relatif du système par rapport à la surface de glissement est de un, en plus le super twisting ne nécessite pas la connaissance de la dérivée de la surface de glissement pour son application.

## **6.2 Commande par mode de glissement d'ordre un**

### **6.2.1 Formulation du problème de la commande par mode de glissement**

Etant donné le système :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (6.1)$$

Où  $x$  est de dimension  $n$  et  $u$  est de dimension  $m$ .

Comment résoudre le problème de commande de ce système en utilisant la commande par mode de glissement?

La résolution de ce problème revient à trouver :

- 1)  $m$  fonctions de commutation représentées par la forme vectorielle comme  $s(x)$ ,
- 2) La commande à structure variable.

$$\begin{aligned} u(x,t) &= u^+(x,t) && \text{quand } s(x) > 0 \\ &= u^-(x,t) && \text{quand } s(x) < 0 \end{aligned} \quad (6.2)$$

Et telle que le mode d'arrivée (reaching ou hitting mode) satisfait la condition d'arrivée (condition d'existence du mode glissant) à savoir, atteindre l'ensemble  $s = 0$ , en un temps fini.

## 6.2.2 Formalisation classique des systèmes de la commande par mode de glissement

Avant d'entamer les méthodes classiques utilisées dans la synthèse de système de contrôle à structure variable VSC, nous allons présenter quelques notions de bases du régime glissant.

### 6.2.2.1 Régime glissant idéal

Ce régime correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, d'où le point représentatif du mouvement du système glisse parfaitement sur l'hyperplan de commutation (la trajectoire d'état est donc  $s(x) = 0$ ).

### 6.2.2.2 Régime glissant réel

La trajectoire d'état dans ce régime reste autour de l'hyperplan de glissement jusqu'au point d'équilibre.

### 6.2.2.3 Condition d'existence et d'unicité du régime glissant

La condition sous laquelle le point représentatif du système se déplace vers et atteint la surface de commutation est appelée '**Condition d'existence du mode glissant**', cette dernière permet à la surface d'être attractive des deux cotés de toutes les trajectoires d'états du système.

### 6.2.2.4 Définition de la surface de glissement

Pour des raisons de stabilisation et de définition d'une dynamique désirée du système dans le mode de glissement, la surface de glissement  $s(x)$  peut être choisie comme étant un hyperplan passant par l'origine.

La surface  $s(x)$  est donnée par :

$$s(x) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot e_i = e_n + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \cdot e_i \quad (c_n = 1) \quad (6.3)$$

On pose  $e_i = x_i - x_d$

Avec :  $x_i$  : état du système

$x_d$  : état désiré

$c_i$  : paramètres de la surface de glissement

Avec un choix des paramètres de la surface satisfaisant les performances désirées, le problème de stabilité se réduit à celui d'un système linéaire, donc on peut se reporter aux critères classiques de stabilité.

### 6.2.2.5 Commande équivalente

C'est la commande qui contrôle le système sur la surface de glissement. Elle est calculée en mettant  $s = \dot{s} = 0$ .

### 6.2.3 Propriétés de la structure de commande par mode de glissement

La conception de la SMC peut être réalisée de deux façons différentes, libre ou pré-spécifiée. Dans les deux cas, l'objectif est de satisfaire la condition d'arrivée (condition d'existence du mode glissant). Dans la première où la structure est libre, la commande  $u(x)$  (6.2) peut être obtenue généralement en contraignant la fonction de commutation à chacune des conditions suivantes [49] :

- 1)  $s_i \dot{s}_i < 0$  (approche directe)
- 2)  $\dot{v} = \frac{d}{dt}(s \cdot s^T) < 0$  (approche de la fonction de Lyapunov)
- 3)  $\dot{s}_i = -q_i \text{sign}(s_i) - k_i h_i(s_i)$  (approche de la loi d'arrivée)

Dans certains cas, il est préférable de pré-spécifier la structure de la SMC et ensuite déterminer les valeurs des gains du contrôleur tel que la loi d'arrivée désirée sera satisfaite.

Les trois types de structures pré-spécifiées les plus populaires sont données ci après :

### 6.2.3.1 La commande relais (Relay control)

La commande SMC ici prend la forme d'un relais pour chaque élément du vecteur de la commande. Le gain du relais peut être de deux formes, constant ou dépend des états du système :

$$\begin{aligned} u_i(x) &= k_i^+ && \text{quand } s_i(x) > 0 \\ &= k_i^- && \text{quand } s_i(x) < 0 \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6.4)$$

Les valeurs de  $k_i^+$  et  $k_i^-$  sont choisies de façon à satisfaire la condition d'arrivée désirée.

### 6.2.3.2 Bouclage linéaire avec gain de commutation

La structure pré-spécifiée est de la forme :

$$u(x) = \Psi(x) x \quad (6.5)$$

Où  $\Psi = [\Psi_{ij}(x)]$  est une matrice de dimension  $m \times n$  d'éléments qui sont des gains dépendent des variables d'états du système.

La structure des gains de commutation est donnée par :

$$\begin{aligned} \Psi_{ij}(x) &= \alpha_{ij} && \text{quand } s_i(x)x_j > 0 \\ &= \beta_{ij} && \text{quand } s_i(x)x_j < 0 \end{aligned} \quad \text{pour } \begin{cases} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

Les paramètres  $\alpha_{ij}$  et  $\beta_{ij}$  sont choisis pour satisfaire la condition d'arrivée désirée.

### 6.2.3.3 Augmentation de la commande équivalente

Ici, la commande à structure variable prend la forme :

$$u = u_{eq} + \Delta u \quad (6.6)$$

Où  $u_{eq}$  c'est la commande équivalente du mode glissant alors que  $\Delta u$  est ajoutée pour satisfaire la condition de glissement (condition d'arrivée) la forme la plus utilisée pour  $\Delta u$  est la commande relais.

## 6.2.4 Le broutement (chattering) dans le mode de glissement et le régime permanent

Une des hypothèses fondamentales dans l'analyse et la conception des systèmes à structure variables est que la commande peut commuter d'une valeur à une autre suivant le signe d'une fonction de commutation, avec une fréquence infinie.



Cependant, dans les systèmes réels, il est impossible de réaliser une telle commutation de la commande, pour différentes raisons :

- La présence d'un retard de temps fini pendant le calcul de la commande.
- Les limitations des actionneurs....etc.

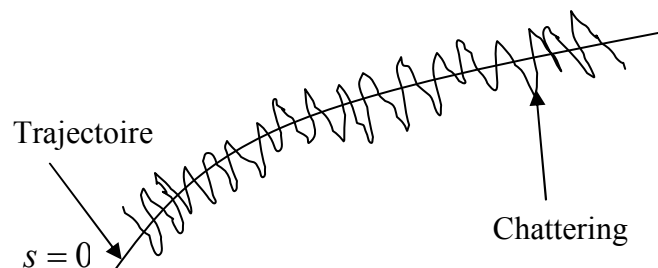
Il n'est pas possible de commuter la commande à une vitesse infinie car la commutation peut exciter les dynamiques non modélisées ce qui conduit à des oscillations du vecteur d'état et de la commande à une fréquence finie. Ce phénomène est appelé le broutement (figure 6.1), et il a plusieurs effets indésirables sur la qualité de la commande et sur le système. En effet il peut :

- diminuer la précision
- produire une grande perte de chaleur dans les machines électriques
- Une fatigue des parties mécaniques mobiles

Ce phénomène est considéré comme un obstacle réel pour l'application de la commande à structure variable.

Pour remédier à ce problème plusieurs tentatives ont essayé de diminuer son effet. Dans cette section nous présentons trois solutions analytiques :

- La première proposition est celle de Slotine [43] et elle consiste à approximer la commande discontinue par une loi continue au voisinage de la surface,
- La deuxième proposition est celle de Harashima [50] qui a remplacé la commande discontinue par une fonction appelée 'cont'.
- La commande à structure variable généralisée.



**Figure 6. 1:** Phénomène du broutement

#### 6.2.4.1 Forme continue linéaire de saturation [43]

Dans cet approche Slotine a proposé de remplacer la fonction signe (dans le voisinage de la surface de commutation) de la commande :

$$u = -k \operatorname{sign}(s) \quad (6.7)$$

Par une fonction appelée ‘ $\operatorname{sat}(s)$ ’.

La commande (6.7) discontinue devient alors :

$$u = -k \operatorname{sat}(s) \quad (6.8)$$

Où :

$$\operatorname{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\Phi} & \text{si } |s| \leq \Phi \\ \operatorname{sign}(s) & \text{si } |s| > \Phi \end{cases} \quad (6.9)$$

$\Phi$  est la bande limite dans laquelle la commande discontinue est remplacée par une droite (lissage).

#### 6.2.4.2 Forme continue non linéaire de saturation [50]

Ici, la fonction discontinue est remplacée dans la bande  $|s| \leq \Phi$  par une fonction appelée ‘ $\operatorname{cont}(s)$ ’. La commande discontinue est alors prend la forme :

$$u = -k \operatorname{cont}(s) \quad (6.10)$$

Où :

$$\operatorname{cont}(s) = \begin{cases} \frac{s}{|s| + \delta} & \text{si } |s| \leq \Phi \quad (\delta > 0) \\ \operatorname{sign}(s) & \text{si } |s| > \Phi \end{cases} \quad (6.11)$$

#### 6.2.4.3 L’approche du formalisme de l’algèbre différentielle pour la conception de la SMC (GVC : Commande à Structure Variable Généralisée)

##### 6.2.4.3.1 Idée de base

L’exploitation des notions de bases de l’algèbre différentielles par M.Fliess [51] a donné naissance à une autre nouvelle vision de la SMC (GVS : Commande à Structure Variable Généralisée). Cette approche utilise la représentation d’état généralisée d’un système non linéaire, immergé dans le contexte de l’algèbre différentielle. De la forme canonique de la commande généralisée introduite par M.Fliess, découle un bouclage qui peut être considéré comme générique de différents types de contrôleurs. Parmi ces contrôleurs figurent ceux qui utilise un bouclage discontinue avec régime glissant c’est à dire des contrôleurs à structure variable [52].

Les systèmes de contrôle GVS sont basés sur la prise en compte en plus de l'entrée, de ses dérivées dans la représentation d'état et dans le bouclage, ainsi on distingue deux dynamiques : l'une non dégénérée ou généralisée (quand les dérivées de l'entrée interviennent) et l'autre dégénérée (quand seule la commande intervient) c'est le cas de la SMC [52]

#### **6. 2.4.3.2 Motivation**

Dans cette approche on peut signaler les remarques suivantes :

1) la présence des dérivées ci dessus se traduit par un régime glissant de type nouveau (glissement généralisé) qui peut traiter les systèmes qui présentent des dérivées de l'entrée où la discontinuité n'intervient plus sur l'entrée mais sur sa dérivée d'ordre le plus élevé. En effet, les intégrations lissent la commande discontinue avant son application sur la dynamique du système, on évite ainsi les phénomènes de broutement liés à des commutations trop rapides

2) de la forme canonique généralisée [51] découle un bouclage dynamique permettant d'obtenir une dynamique linéaire pour le système bouclé, donc le bouclage sous la GVS d'un système représenté par la forme canonique généralisée permet la linéarisation de systèmes.

Cependant l'inconvénient majeur de la GVS réside dans le fait qu'il n'est pas possible d'obtenir une convergence en temps fini sur la surface de glissement pour un système de degré relatif strictement supérieur à un, ce qui entraîne une perte des propriétés des modes glissant.

Dans toutes les solutions apportées pour remédier au phénomène du chattering les propriétés (performances et robustesse) du mode glissant ne sont pas garanties. Pour préserver ces dernières, la commande par mode de glissement d'ordre supérieur est introduite.

### 6.3 Commande par mode de glissement d'ordre supérieur

La commande par mode de glissement d'ordre supérieur [21, 53, 54, 55, 56] est donc une généralisation de la commande par mode de glissement classique (d'ordre un) où elle peut aller à des ordres supérieurs de la dérivée de la surface de glissement. Par conséquent; la commande discontinue n'agit pas sur la première dérivée de la surface de glissement mais plutôt sur les dérivées supérieures. Ce comportement permet de décaler l'effet indésirable du phénomène de broutement aux ordres supérieurs de la dérivée de la commande, et la commande appliquée au système est obtenue donc par intégration. L'intégration permet de lisser la commande d'où l'annulation du phénomène de broutement tout en gardant les avantages de la commande par mode de glissement.

#### 6.3.1 Position du problème et définitions

Considérant un système non linéaire mono variable donné par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \\ s &= s(t, x) = y - y_r(t) \end{aligned} \quad (6.12)$$

Avec :  $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in X \subset \mathbb{R}^n$

- $f(x)$  et  $g(x)$  sont des fonctions suffisamment différentiables mais connues de façon incertaine.
- $y \in Y \subset \mathbb{R}$  la sortie du système.

On suppose que le système à un degré relatif  $\rho$  par rapport à la sortie  $y$ , c à d :

$$y^{(\rho)} = F(x) + G(x)u \quad (6.13)$$

Tel que  $F(x) = L_f^\rho h(x)$

$$G(x) = L_g L_f^{\rho-1} h(x)$$

$L_f^{\rho-1} h(x)$  est la dérivée de Lie à l'ordre  $(\rho-1)$  de  $h$  le long de  $f$ .

- $u \in U \subset \mathbb{R}$  : représente la commande, et qui est une fonction discontinue et bornée dépendant du vecteur d'état.
- $s: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  : est la surface de glissement qui est une fonction différentiable telle que la commande n'apparaît pas dans ses  $(r-1)$  premières dérivées par rapport au temps mais plutôt dans l'ordre  $r$  c à d :

$$s^{(r)} = \phi(t, s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}) + \varphi(t, s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)})u \quad (6.14)$$

Avec :  $\phi = L_f^r h(x) - y_R^{(\rho)}(t)$  et  $\varphi = L_g L_f^{\rho-1} h(x)$

$r$  : est appelé l'ordre de glissement ou le degré relatif de glissement.

L'ensemble de glissement d'ordre  $r$  est défini par  $\Gamma^r$  tel que :

$$\Gamma^r = \{(t, x) \in R^+ \times R^n : s(t, x) = \dot{s}(t, x) = \ddot{s}(t, x) = \dots = s^{(r-1)}(t, x) = 0\} \quad (6.15)$$

Par exemple :

**- Dans un mode glissant d'ordre 1 (degré relatif égal à un) :**

$$r = 1, \quad \dot{s} = \phi(t, s) + \varphi(t, s)u$$

$$\text{et } \Gamma^1 = \{(t, x) \in R^+ \times R^n : s(t, x) = 0\}$$

**- Dans un mode glissant d'ordre 2 (degré relatif égal à deux) :**

$$r = 2, \quad s = \dot{s} = 0 \quad (\Gamma^1 = \{(t, x) \in R^+ \times R^n : s(t, x) = \dot{s}(t, x) = 0\}) \text{ et } \ddot{s} = \phi(t, s) + \varphi(t, s)u$$

Le modèle (6.12) représente le modèle d'attitude du système du quadrotor lorsqu'on le considère comme trois sous systèmes; tangage, roulis et lacet.

Dans le mode glissant d'ordre un ( $\rho=1$ ) où la dynamique de glissement est gérée par  $\dot{s}$  la commande est calculée de façon à rendre la surface  $s$  attractive au bout d'un temps fini. La commande synthétisée est généralement basée sur une l'inégalité  $s\dot{s} < -\eta|s|$ ,  $\eta > 0$ .

Dans le cas du mode glissant d'ordre supérieur ( $\rho > 1$ ), l'inégalité précédente n'est pas suffisante pour assurer l'attractivité et l'invariance de la surface de glissement et certaines hypothèses [21] sont nécessaires.

**Hypothèse 1 :** la commande  $u(t)$  appartient à l'ensemble  $U = \{u : |u| < u_M\}$  où  $u_M > 1$  est une constante réel, de plus la solution du système (6.12) est définie pour tout  $t$ , ce qui produit une commande  $u(t)$  continue et  $\forall t, u(t) \in U$ .

**Hypothèse 2 :** Il existe  $u_1 \in (0, 1)$  telle que pour toute fonction continue  $u$  avec  $|u| > u_1$ , il existe  $t_1$  tel que  $s.u > 0$  pour tout  $t > t_1$ . D'où, la commande  $u = -U_M \text{sign}[\dot{s}(t_0)]$ , (où  $t_0$  est l'instant initial) assure la convergence en temps fini sur  $s = 0$ .

**Hypothèse 3 :** les fonctions  $\varphi$  et  $\phi$  de (6.14) sont bornées. De plus il existe des constantes positives  $s_0, C_0, \Gamma_m, \Gamma_M$  telle que si  $|s(t, x)| < s_0$  donc :

$$\begin{aligned}
 0 < \Gamma_m \leq \phi(t, s, \dot{s}, \dots, s^{r-1}) \leq \Gamma_M \\
 \phi(t, s, \dot{s}, \dots, s^{r-1}) \leq C_0 \\
 \forall t, u \in U, x \in X.
 \end{aligned}
 \tag{6.16}$$

Enfin la procédure de synthèse de la commande par mode de glissement d'ordre supérieur revient à suivre les deux procédures suivantes :

**Procédure 1 :** Trouver une fonction  $S = S(s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)})$ , telle que le mouvement des point représentatifs du système sur  $S = 0$  amène à l'annulation au bout d'un temps fini de  $s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$ .

**Procédure 2 :** Trouver une loi de commande  $u$  discontinue qui permette de stabiliser en temps fini la dynamique (6.14) en se basant sur les hypothèses précédentes.

Et en se basant sur ces mêmes hypothèses, les deux procédures précédentes sont équivalentes à trouver une loi de commande  $u$  qui stabilise en temps fini le système :

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_1 &= s_2 \\
 \dot{s}_2 &= s_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{s}_r &= \phi + \varphi u \\
 s &= s_1
 \end{aligned}
 \tag{6.17}$$

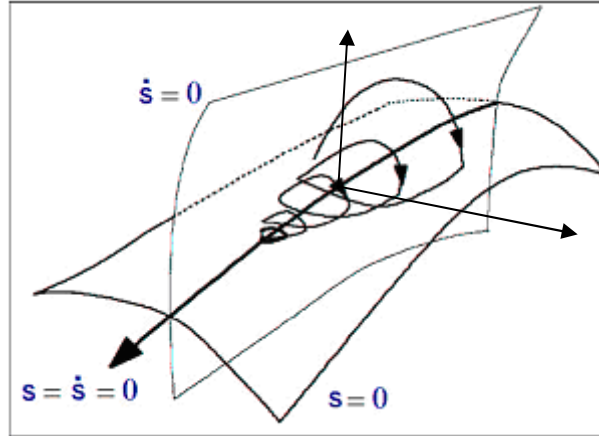
Le système (6.12) est forcé donc à évoluer en temps fini sur l'ensemble de glissement d'ordre  $r$  défini dans (6.15).

Le problème de commande par mode glissant d'ordre  $\rho = r$  du système (6.12) avec les hypothèses précédentes, revient à la stabilisation en temps fini de :

$$\begin{cases} \dot{s}_i = s_{i+1} & 1 \leq i \leq \rho - 1 \\ \dot{s}_\rho = \phi + \varphi u \end{cases}
 \tag{6.18}$$

### 6.3.2 Commande par mode de glissement d'ordre 2 [21, 54, 55]

Si on considère le système (6.12) avec les fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  sont des fonctions  $C^1$  et  $s$  est  $C^2$ . Le mode glissant d'ordre deux (figure 6.2) est obtenu en forçant la trajectoire d'état du système à joindre et se maintenir en temps fini l'ensemble de glissement d'ordre deux définie par :  $S^2 = \{x \in X \mid s = \dot{s} = 0\}$



**Figure 6. 2 :** Caractéristique du Mode glissant d'ordre 2

Suivant le degré relatif (  $r=1, r=2$  ) de glissement; on distingue deux cas différents.

Si on suppose que la première dérivée de la commande  $\dot{s} = \alpha(t, x) + \beta(t, x)u$

**Cas 1:** lorsque  $r=1$  c'est le cas où la commande apparaît dans la première dérivée de la surface de glissement  $c$  à d:

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} s [ f(x) + g(x)u ] \quad (6.19)$$

avec  $\frac{\partial}{\partial x} s(x, t).g(x)u \neq 0$

$$\ddot{s} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} s(x, t, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(x, t, u) [ f(x) + g(x)u ] + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(x, t, u). \dot{u}(t) = \phi_1(x, t, u) + \varphi_1(x, t, u). \dot{u} \quad (6.20)$$

**Cas 2:** lorsque  $r=2$  c'est le cas où la commande apparaît dans la deuxième dérivée de la surface de glissement  $c$  à d:

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} s [ f(x) + g(x)u ] \quad (6.21)$$

avec  $\frac{\partial}{\partial x} s(x, t).g(x)u = 0$

$$\ddot{s} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} s(x, t, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{s}(x, t, u) [ f(x) + g(x)u ] = \phi_2(x, t, u) + \varphi_2(x, t, u).u \quad (6.22)$$

Et le problème de la commande par mode de glissement d'ordre deux revient en la stabilisation en temps fini de :

$$\begin{cases} s_1 = s \\ \dot{s}_1 = s_2 \\ \dot{s}_2 = \phi + \varphi v \end{cases} \quad (6.23)$$

Avec :

**Cas 1 :**  $\phi = \phi_1, \varphi = \varphi_1, v = \dot{u}$

**Cas 2 :**  $\phi = \phi_2, \varphi = \varphi_2, v = u$

Plusieurs algorithmes de commande par mode de glissement d'ordre deux ont été proposés dans la littérature [21, 54] pour la stabilisation de (6.23) qui satisfait les hypothèses (1-3). Parmi ces algorithmes on peut citer l'algorithme du twisting, de super twisting, avec loi de convergence imposée et sous optimale. Dans ce chapitre seule l'algorithme du twisting et super twisting seront présentés vue qu'ils sont les seuls qui donnent une solution quand l'ordre de glissement est de un. C'est le cas pour le modèle du quadrotor lorsque la surface de glissement est définie en fonction de l'angle et sa variation.

### 6.3.2.1 Algorithme du twisting [21]

Selon le degré relatif de la surface de glissement deux cas se présentent :

**Cas 1:**  $r = 1$

$$v = \dot{u} = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > u_M \\ -\lambda_m \text{sign}(s_1) & \text{si } s_1 s_2 \leq 0, |u| \leq u_M \\ -\lambda_M \text{sign}(s_1) & \text{si } s_1 s_2 > 0, |u| \leq u_M \end{cases} \quad (6.24)$$

**Cas 2 :**  $r = 2$

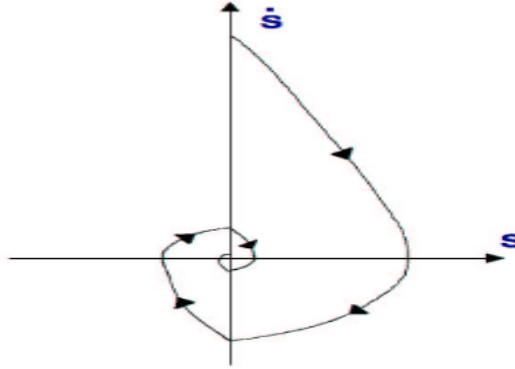
$$v = u = \begin{cases} -\lambda_m \text{sign}(s_1) & \text{si } s_1 s_2 \leq 0 \\ -\lambda_M \text{sign}(s_1) & \text{si } s_1 s_2 > 0 \end{cases} \quad (6.25)$$

Le choix des gains  $\lambda_m$  et  $\lambda_M$  qui assure la convergence en un temps fini est donnée en se basant sur les constantes  $s_0, C_0, \Gamma_m, \Gamma_M$  de l'hypothèse 3 par :



$$\begin{aligned}
 \lambda_M &> \lambda_m \\
 \lambda_M &> 4 \frac{\Gamma_M}{s_0} \\
 \lambda_m &> \frac{C_0}{\Gamma_m} \\
 \lambda_M &> \frac{\Gamma_M \lambda_m}{\Gamma_m} + 2 \frac{C_0}{\Gamma_m}
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

Les caractéristiques de l'algorithme twisting autour de l'origine sont illustrées sur la figure (6.3).



**Figure 6. 3 :** Caractéristique de l' algorithme de twisting

L'inconvénient majeur de cet algorithme est qu'il nécessite le calcul de la dérivée de la surface de glissement, ce qui est considéré comme un obstacle réel dans sa réalisation pratique.

### 6.3.2.2 Algorithme de super-twisting [21]

Cet algorithme a été développé pour commander les systèmes de degré relatif égal à un ( $r = 1$ ) afin d'annuler le phénomène de broutement qui est considéré comme un obstacle réel pour la réalisation de la commande par mode de glissement d'ordre un. Son avantage est qu'il ne nécessite pas le calcul de la dérivée de la surface de glissement tout en gardant les propriétés du mode glissant.

L'algorithme de commande est donné par la loi de commande suivante :

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \tag{6.27}$$

$$\dot{u}_1(t) = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > u_M \\ -\beta \text{sign}(s_1) & \text{si } |u| \leq u_M \end{cases} \tag{6.28}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} -\alpha s_0^q \text{sign}(s_1) & \text{si } |s| > s_0 \\ -\alpha |s_1|^q \text{sign}(s_1) & \text{si } |s| \leq s_0 \end{cases} \tag{6.29}$$

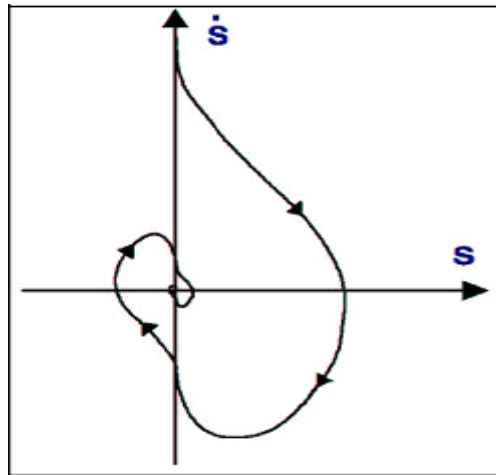
Les conditions suffisantes qui vérifient les hypothèses (1-3) et qui assurent la convergence de la trajectoire du système vers la surface de glissement sont données

$$\begin{aligned} \beta &> \frac{C_0}{\Gamma_m} \\ \text{par : } \alpha^2 &\geq \frac{4C_0}{\Gamma_m^2} \frac{\Gamma_M (\beta + C_0)}{\Gamma_m (\beta - C_0)} \\ 0 &< q \leq 0.5 \end{aligned} \quad (6.30)$$

Cette loi de commande peut être simplifiée quand le système (6.12) est linéairement dépendant de la commande, la commande  $u$  ne nécessite pas d'être bornée et  $s_0 = \infty$  :

$$\begin{aligned} u &= -\alpha |s|^q \text{sign}(s) + u_1 \\ \dot{u}_1 &= -\beta \text{sign}(s_1) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Les caractéristiques de l'algorithme de super twisting autour de l'origine sont illustrées sur la figure (6.4).



**Figure 6. 4 :** Convergence en temps fini de l'algorithme Super Twisting

### 6.3.3 Synthèse de l'algorithme de super twisting pour la stabilisation de l'orientation du quadrotor

Le choix de cet algorithme de commande par mode glissant d'ordre deux pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor parmi les autres algorithmes est justifiée par :

- Cet algorithme est dédié au système de degré relatif de glissement égal à un, ce qui est le cas du modèle du quadrotor lorsque la surface est définie en fonction de l'angle et de sa variation.
- Remédier au phénomène de broutement tout en gardant les propriétés de l'invariance et la robustesse du mode glissant.

Soit le modèle du quadrotor définie dans (3.24) :

$$\begin{aligned}\dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= F(X_2, \bar{\omega}) + BU\end{aligned}\quad (6.32)$$

Avec :

$$F(X_2, \bar{\omega}) = \begin{pmatrix} f_1(X_2, \bar{\omega}) \\ f_2(X_2, \bar{\omega}) \\ f_3(X_2, \bar{\omega}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 x_4 x_6 + a_2 x_4 \bar{\omega} \\ a_3 x_2 x_6 + a_4 x_2 \bar{\omega} \\ a_5 x_2 x_4 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix} \text{ et } X_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{pmatrix}, X_2 = \dot{X}_1 = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{pmatrix}$$

#### 6.3.3.1 Définition de la surface de glissement :

La surface de glissement est définie par :

$$s(x, t) = \tilde{X}_2 + \lambda \tilde{X}_1$$

Avec :

$\tilde{X}_2 = X_{2d} - X_2$  : Le vecteur de l'erreur entre la variation de l'angle désirée et la variation de l'angle.

$\tilde{X}_1 = X_{1d} - X_1$  : Le vecteur de l'erreur entre l'angle désiré et l'angle de sortie.

$\lambda$  : Matrice diagonale des paramètres du vecteur des surfaces de glissement

#### 6.3.3.2 Synthèse de la loi de commande :

La dérivée  $\dot{s}$  de la surface de glissement est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{s}(x, t) &= \dot{\tilde{X}}_2 + \lambda \dot{\tilde{X}}_1 \\
 &= \dot{\tilde{X}}_2 + \lambda \tilde{X}_2 \\
 &= \dot{X}_{2d} - \dot{X}_2 + \lambda \tilde{X}_2
 \end{aligned}$$

Remplaçant  $\dot{X}_2$  par sa formule donnée dans (3.32)  $\dot{s}$  devient :

$$\dot{s}(x, t) = \dot{X}_{2d} - F(X_2, \bar{\omega}) + \lambda \tilde{X}_2 - BU \quad (6.33)$$

La commande donc est apparue dans l'expression  $\dot{s}$  d'où le degré relatif de glissement est de un, ce qui introduit le phénomène du broutement. Pour remédier à ce phénomène l'algorithme du super-twisting sera appliqué. Par conséquent la commande discontinue va agir sur la deuxième dérivée de la surface de glissement.

Pour un choix de la commande  $U$  :

$$U = -B^{-1} \left\{ F(X_2, \bar{\omega}) - \lambda \tilde{X}_2 - \dot{X}_{2d} + w_{st}(s) \right\} \quad (6.34)$$

La commande super twisting est choisi comme dans (3.31) avec  $q = 0.5$  d'où :

$$\ddot{s} = \dot{w}_{st}(s) = -\beta \text{sign}(s) - \frac{1}{2} \alpha |s|^{1/2} \dot{s} \quad (6.35)$$

Avec  $\beta$ ,  $\alpha$  et  $|s|^{\frac{1}{2}}$  sont des matrices diagonales définies comme :

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad |s|^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} |s_1|^{1/2} & 0 & 0 \\ 0 & |s_2|^{1/2} & 0 \\ 0 & 0 & |s_3|^{1/2} \end{pmatrix} |s|^{\frac{1}{2}}$$

Si on prend (6.23) ou  $v = \dot{u} = \dot{w}_{st}$  avec :  $\phi = 0$  et  $\varphi = 1$  donc on choisissant les valeurs des matrices  $\beta$  et  $\alpha$  suffisamment large,  $\tilde{X}_1$  et  $\tilde{X}_2$  convergent vers zéro en un temps fini.

Afin de voir l'utilité de la commande par mode de glissement d'ordre deux, une commande par mode de glissement de la forme (6.6) sera simulée dans le paragraphe suivant afin de comparer les performances.

$$U = U_{eq} + U_d \quad (6.36)$$

Avec :  $U_{eq} = -B^{-1} \left\{ F(X_2, \bar{\omega}) - \lambda \tilde{X}_2 - \dot{X}_{2d} \right\}$  et  $U_d = -\gamma \text{sign}(s)$

Où  $\gamma$  est une matrice diagonale.

## 6.4 Résultats de simulation

Dans cette partie en se basant sur l'algorithme du super twisting présenté dans (6.31), la commande (6.34) sera implémentée pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor à savoir l'angle de roulis, de tangage et de lacet.

La commande implémentée donc est donnée par :

$$U = -B^{-1} \left\{ F(X_2, \bar{\omega}) - \lambda \tilde{X}_2 - \dot{X}_{2d} + w_{st}(s) \right\}$$

Telle que

$$w_{st} = -\alpha |s|^{1/2} \text{sign}(s) + u_1$$

$$\dot{u}_1 = -\beta \text{sign}(s)$$

Avec  $s = \tilde{X}_2 + \lambda \tilde{X}_1$

$$\lambda = \text{diag}(2, 2, 2)$$

Les angles de départ pour l'angle de roulis, de tangage et de lacet sont -0.55 radians, 0.5 radians et -0.6 radians respectivement.

Suivant les valeurs des matrices diagonales  $\beta$  et  $\alpha$  plusieurs simulations ont été effectuées.

- $\beta = \text{diag}(0.3, 0.6, 0.15)$  et  $\alpha = \text{diag}(2, 2, 0.9)$

Comme il est illustré sur la figure 6.5, Les sorties de l'attitude du quadrotor qui sont le roulis, le tangage et le lacet convergent vers leur point d'équilibre en un temps fini qui est de 1.86, 1.69, 2.31 secondes respectivement.

Le phénomène du chattering est annulée dans le roulis et le tangage et largement réduit (presque nul) dans le cas du lacet ce qui confirme ce qui est annoncé dans la partie théorique.

- $\beta = \text{diag}(0.3, 0.4, 0.15)$  et  $\alpha = \text{diag}(2.5, 3, 0.9)$

Les sorties sont illustrées sur la figure 6.6, les temps de convergence sont presque les mêmes avec le cas précédent et il sont 1.85, 1.67, 2.31 secondes pour le roulis, le tangage et le lacet respectivement. Cependant le chattering est annulé dans les trois angles.

Afin de voir l'intérêt de l'algorithme du super twisting dans l'annulation du broutement par rapport à la commande par mode de glissement classique, cette dernière (6.36) sera implémentée afin de comparer les résultats.

Dans ces simulations, les paramètres de la matrice  $\gamma$  sont choisies afin d'avoir les mêmes temps de réponses que ceux obtenus dans le cas du super twisting.

- $\gamma = \text{diag} (2.5, 2.5, 1.5 )$

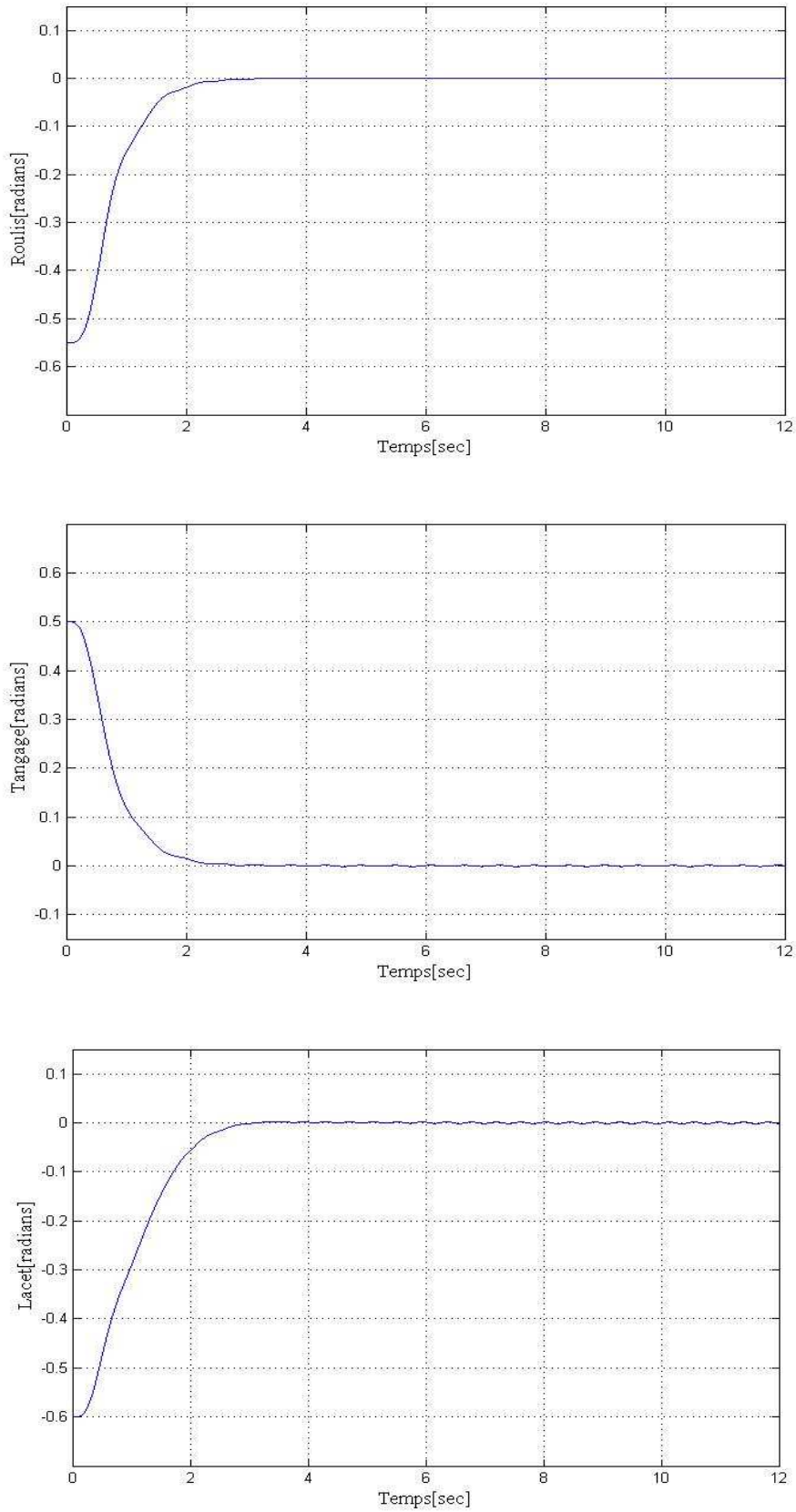
Les angles de roulis, de tangage et de lacet convergent vers leur point d'équilibre dans un temps de 2, 2, 3.23 secondes respectivement et qui sont dégradé comparant avec le cas du super twisting surtout dans l'angle du lacet. Le broutement est bien claire surtout dans l'angle de lacet (figure 6.7).

- $\gamma = \text{diag} (3.5, 3.5, 2.5 )$

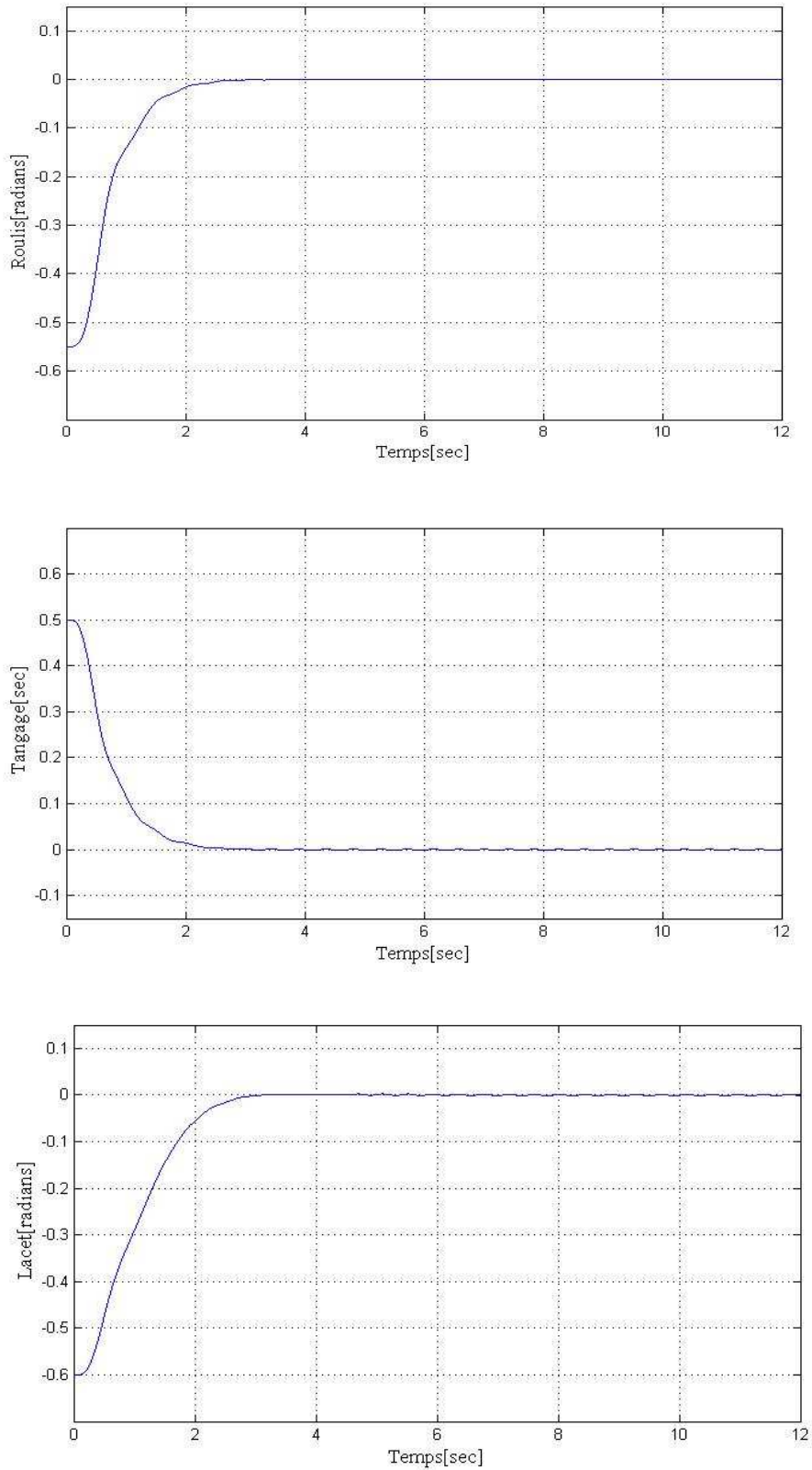
Par l'augmentation des valeurs de la matrice  $\gamma$  toute en essayant d'améliorer les performances, surtout pour le temps de réponse, la réponse devient totalement dégradée (figure 6.8).

## 6.4 Conclusion

La commande par mode de glissement a été présentée dans ce chapitre sous différentes versions : classique et d'ordre supérieur. La commande par mode de glissement classique ou d'ordre un souffre du phénomène de broutement. Vu ses effets indésirables, le broutement est considéré comme un obstacle réel pour sa réalisation. Par son algorithme de super twisting, la commande par mode glissant d'ordre supérieur est introduite comme une alternative pour remédier au broutement. Les résultats de simulations pour la stabilisation de l'attitude du système du quadrotor montrent la capacité du super twisting pour l'annulation du broutement et consolident les résultats théoriques.

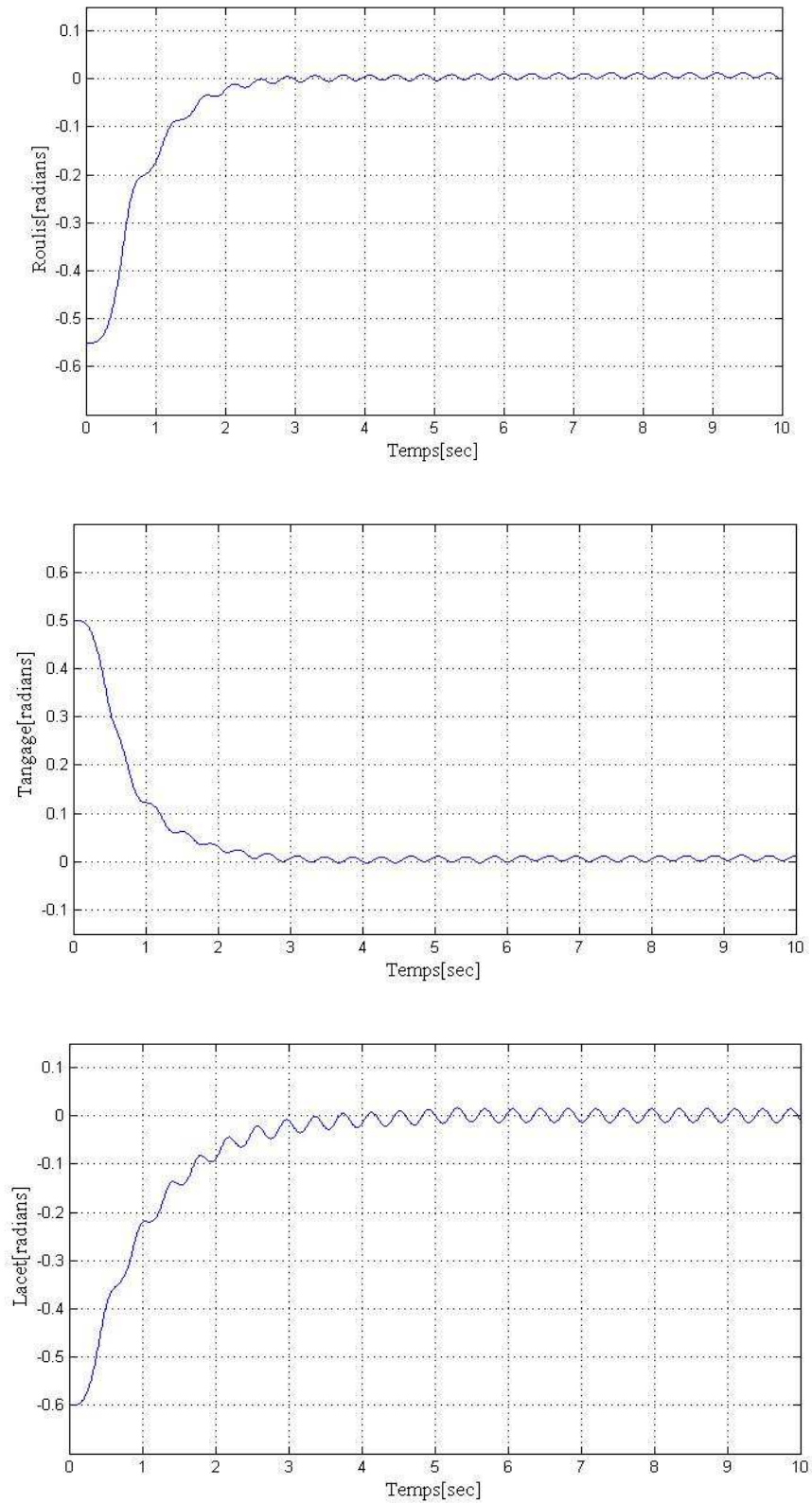


**Figure 6.5 :** Les angles de roulis, de tangage et de lacet (Algorithme du super twisting),  $\beta = \text{diag}(0.3, 0.6, 0.15)$  et  $\alpha = \text{diag}(2, 2, 0.9)$

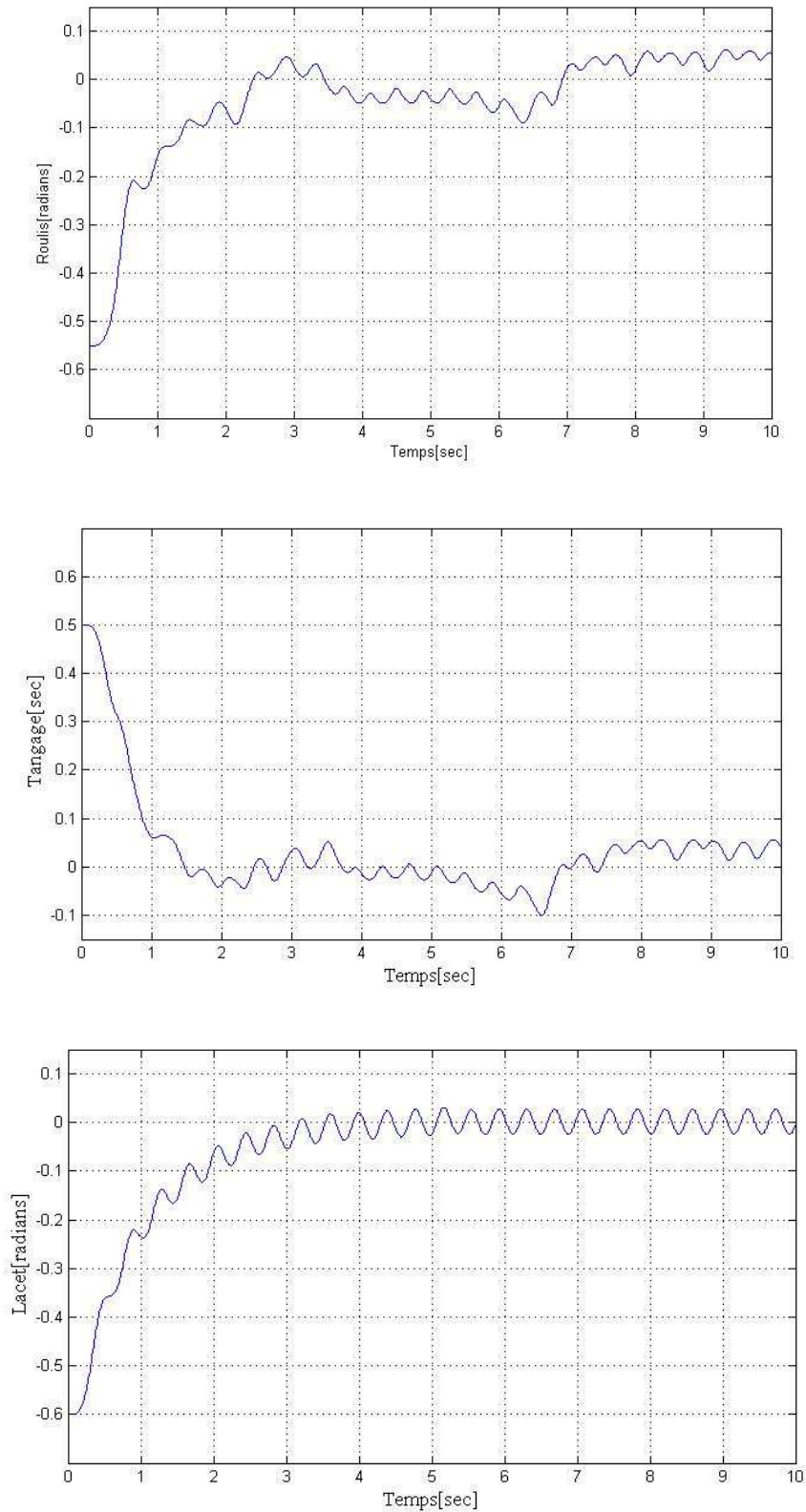


**Figure 6. 6 :** Les angles de roulis, de tangage et de lacet (Algorithme du super twisting),  
 $\beta = \text{diag}(0.3, 0.4, 0.15)$  et  $\alpha = \text{diag}(2.5, 3, 0.9)$





**Figure 6.7 :** Les angles de roulis, de tangage et de lacet (commande par mode glissant classique),  $\gamma = \text{diag} (2.5, 2.5, 1.5 )$



**Figure 6. 8 :** Les angles de roulis, de tangage et de lacet (commande par mode glissant classique),  $\gamma = \text{diag} (3.5, 3.5, 2.5 )$

## 7. CONCLUSION GENERALE

Dans cette thèse, trois contributions ont été apportées pour la stabilisation de l'attitude d'une plate forme volante à quatre rotors nommé quadrotor. Le quadrotor est un drone à voilure tournante de type VTOL. Son modèle est caractérisé par de fortes non linéarités, des incertitudes structurées et non structurées (sur les paramètres inertiels et aérodynamiques) et soumis à des perturbations extérieures (rafales de vents...). Ces caractéristiques exigent que la commande qui doit être appliquée au système soit robuste.

La première contribution concerne le développement d'une commande robuste pour la stabilisation de l'orientation du quadrotor. Cette technique repose sur la combinaison d'une commande backstepping et d'une commande non linéaire et robuste du type PI. Le gain de l'action intégrale est non linéaire et discontinu, ce qui produit un comportement robuste de la commande globale. La technique développée a été validée en simulation.

La deuxième contribution concerne l'implémentation en temps réels de la commande backstepping combinée avec la commande PI robuste sur le test Bench du laboratoire des systèmes autonomes de l'école polytechnique fédérale de lausanne. Les résultats de simulation et en temps réels obtenus sont concluants.

La troisième contribution concerne la conception d'une commande robuste par mode de glissement d'ordre supérieur qui est une généralisation de la commande par mode glissant classique (d'ordre un). L'algorithme de super twisting a été utilisé pour la synthèse d'une commande par mode de glissement d'ordre deux pour la stabilisation de l'attitude du quadrotor. Son avantage réside dans l'annulation du phénomène du broutement tout en préservant la robustesse et les performances. Les résultats de simulation obtenus sont concluants et montrent l'utilité de l'algorithme du super twisting dans l'annulation du broutement par rapport à une commande par mode de glissement classique, ce qui consolide les résultats théoriques

Comme perspective à ce travail, on propose :

- Implémenter en temps réel la commande par mode de glissement d'ordre 2 (super twisting) développée et simulée dans le dernier chapitre,

- Simuler les techniques de commande développées pour le système complet ;
- Introduire les observateurs pour l'estimation des angles d'Euler en se basant sur les sorties des capteurs inertiels (accéléromètre, gyroscope, magnétomètre)
- Exploiter le mode de glissement d'ordre supérieur pour la commande et pour l'estimation.

### Annexe : Divers Unités de Mesure Inertielles utilisées dans les Laboratoires de Recherches

Nom de l'IMU et ses composants inertiels	Interface	Logiciels et drivers	Sorties accessibles	Poids grammes	Dimension (mm)	Période d'échantillonnage	Prix et Institution qui l'utilise
<b>Inertiacube3 (Intersense)</b> Gyro, acce	RS232  USB optionnel	.dll .so SDK full intersense API avec des exemples C++, Visual Basic	Angles d'Euler's	17	26.2 × 39.2 × 14.8	180Hz	1905 Euro
<b>3DM-GX1-SK (MicroStrain)</b> Gyro, acce, magn	RS232  RS485 optionnel	Any PC ou embedded computer(linux,windows)  C, C++, Delphi, Visual basic, Labview	Toutes les sorties des MEMS Matrice de rotation, Angles d'Euler Quaternions	30	42 × 40 × 25	100Hz	2161 Euro  STARMAC(Stanford) 3DM-G - Heudiasyc Compiègne, 3DM-G - OS4 EPFL 3DM-GX1 autonome
<b>MTX DK</b>	RS232 et	Example source code (C/C++, MATLAB, LabVIEW,	Toutes les sorties des	30	38 × 53 × 21	120Hz	1990

Annexe

---

<p><b>MTI DK (Xsens)</b></p>	<p>USB(External converter)  RS485 Optionnelle</p>	<p>VisualBasic</p>	<p>MEMS Matrice de rotation, Euler's Angles Quaternions</p>	<p>50</p>	<p>58×58×22</p>		<p>1990  - Test Bench EPFL MT9-B</p>
----------------------------------	---	--------------------	---	-----------	-----------------	--	--

## Bibliographie

- [1] S. Bouabdallah. Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying. PHD Thesis, ASL, EPFL, Lausanne, Suisse, December 2006.
- [2] A.Chriette. Contribution à la commande et à la modélisation des hélicoptères : Asservissement visuel et commande adaptative. Thèse de doctorat, Université d'Evry - Val d'Essonne, France, 2001.
- [3] N. Metni, F. Derkx, J. L. Sorin, T. Hamel. The current use of UAV for civil applications : Bridge inspection and Traffic surveillance. In UVS Tech, Bruxelles, Belgique, 2004.
- [4] M. BERGÉ-LAVIGNE and P. Nogrix. Le rôle des drones dans les armées. Rapport présenté au sénat français, 22 février 2006.
- [5] S. Bouabdallah, P. Murrieri, R. Siegwart, “Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor,” In Proc. of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation. New Orleans, LA. April 2004.
- [6] E. Altuğ, J. P. Ostrowski, and R. Mahony, “Control of a Quadrotor helicopter using visual feedback” Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Washington, DC. pp. 72-77, May 2002.
- [7] S. Bouabdallah, R. Siegwart, “Backstepping and Sliding Mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor,” In Proc. of the 2005 IEEE, International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, April 2005.
- [8] P. Castillo, A. Dzul, and R. Lozano, “Real-time stabilization and tracking of a four rotor mini rotorcraft,” IEEE Transaction on Control System Technology. 12(4). July 2004. 510–516.
- [9] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski, “Dynamic modelling and configuration stabilization for an X4-flyer,” In Proc. IFAC World Congress. Barcelona, Spain. July 2002.
- [10] P. Pounds, R. Mahony, P. Hynes, and J. Roberts, “Design of a four-rotor aerial robot,” In Proc. Of Australian Conference on Robotics and Automation. Auckland, Australia. 2002.
- [11] V. Utkin. Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems. Mir, Moscow, Nauka, 1978.

- [12] V. Utkin, J. Guldner and J. Shi. Sliding Mode in Electromechanical System. Taylor & Francis, London, UK, 1999.
- [13] John Y. Hung, Weibing Gao, and James C. Hung, “ Variable Structure Control: A Survey,” IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 40, NO. 1, 1993.
- [14] **M. Bouchoucha, M Tadjine, A Tayebi, P. Müllhaupt, “Step by Step Robust Nonlinear PI for Attitude Stabilisation of a Four-Rotor Mini-Aircraft ,” Présenté dans la conférence internationale “16th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation”, Ajaccio, Corsica, France, 25-27 June 2008.**
- [15] **M. Bouchoucha, M Tadjine, A Tayebi, P. Müllhaupt, “Step by Step Robust Nonlinear PI for Attitude Stabilisation of a Four-Rotor Mini-Aircraft ”, accepté au journal “International review of aerospace engineering (IREASE) ”.**
- [16] **M. Bouchoucha, M Tadjine, A Tayebi, P. Müllhaupt, “Backstepping Based Nonlinear PI for Attitude Stabilisation of a Four-Rotor Mini-Aircraft : From Theory to Experiment,” Présenté dans la conférence IROS/RSJ IEEE, 22-26 september 2008, Nice, France.**
- [17] **M. Bouchoucha, M Tadjine, A Tayebi, P. Müllhaupt, S. Bouabdallah, “Robust Nonlinear PI for Attitude Stabilisation of a Four-Rotor Mini-Aircraft : from Theory to Experiment ,” Publiée au journal “Archives of control sciences ”, volume 18 n°1, 2008. pp. 99-120.**
- [18] **H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine, “Modelling and stabilizing control laws design based on backstepping for an uav type-quadrotor,” In Proc. Of IAV conference, IFAC, September 2007, Toulouse France.**
- [19] **H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine, “Sliding Mode Control based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor,” Publié dans le journal “International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences” VOLUME 4, NUMBER 1, ISSN 1305-5313.**
- [20] **H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine, “Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor,” Publié dans le journal “Engineering Letters”. November 2007.**
- [21] A. Levant, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control,” International Journal of Control, Vol. 58, No. 6, pp. 1247—1263, 1993.
- [22] R. Jr. Pringle, “On the stability of a body with connected moving parts,” AIAA Journal of Guidance and Control. Vol. 4, No. 8, august 1966.



[23] R.W. Prouty. Helicopter Performance, Stability and Control. Krieger Publishing Company, reprint with addition, original edition (1986), Melbourne, USA, 1995.

R. W. Prouty. Helicopter Performance, Stability and Control.. FL: Krieger. 1995.

[24] R. Mahony, and T. Hamel, “Adaptive compensation of aerodynamic effects during takeoff and landing manoeuvres for a scale model autonomous helicopter, ” European Journal of Control. 7. 2001. pp. 43–58.

[25] T. Hamel, V. Moreau, F. Chaumette et A. Chriette. Etat d'avancement du projet ROBVOLINT (ROBot VOLant d'INTérieur. Rapport d'état d'avancement du projet Robot Volant de l'Intérieur. 2005.

[26] F. Lizarraide and J. T. Wen, “ Attitude control without angular velocity measurement: A passivity approach, ” IEEE Transaction on Automatic Control. 41(3). Mars 1996. pp. 468–472.

[27] P. C. Hughes. Spacecraft Attitude Dynamics. Wiley. New York, USA. 1986.

[28] J. R. Wertz, “Spacecraft Attitude Determination and Control, ” Amsterdam, the Netherlands: D. Reidel, Members of the Technical Staff, Attitude Systems Operation, Computer Sciences Corp. 1978.

[29] G. Meyer. Design and global analysis of spacecraft attitude control systems. NASA Technical Report. R-361. Mars 1971

[30] B. Wie and P. M. Barba, “Quaternion feedback for spacecraft large angle manoeuvres. ” AIAA Journal of Guidance and Control. 88(3) .1985.360-365.

[31] B. Wie, H. Weiss, and A. Arapostathis, “Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotations, ” AIAA Journal of Guidance and Control. 12(3). 1989. 375–380.

[32] J. T.-Y. Wen and K. Kreutz-Delgado, “The attitude control problem,” IEEE Transaction on Automatic Control. 36(10). (October 1991). 1148–1162.

[33] V. Mistler, A. Benallegue, N. K. M'Sirdi, “Exact Linearization and Non-interacting Control of a 4 Rotors Helicopter via Dynamic Feedback”, 10th IEEE Int. Workshop on Robot-Human Interactive Communication (Roman'2001), Paris, September 2001.

- [34] A. Mokhtari, A. Benallegue and A. Belaidi, "Polynomial Linear Quadratic Gaussian and Sliding Mode Observer for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle", *Journal of Robotics and Mechatronics*, Vol. 17, no. 4, pp. 483-495, 2005.
- [35] A. R. Teel : Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls. *System Control Letters*. 1992.
- [36] A. R. Teel : A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation. *IEEE Transaction on Automatic Control*. 41. 1996. 1256-1270.
- [37] A. Tayebi and S. McGilvray :Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot. In *Proc. 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Atlantis, Bahamas. December. 2004. 1216–1221.
- [38] A. Tayebi and S. McGilvray : Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 14(3). 2006. 562-571.
- [39] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, & P. T. Kokotovic : *Nonlinear and adaptive control*. John Wiley & Sons, New York, USA, 1995.
- [40] S. L. Waslander, G. M. Hoffmann, J. S. Jang, C. J. Tomlin, "Multi-Agent Quadrotor Testbed Control Design: Integral Sliding Mode vs. Reinforcement Learning", in *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton, Alberta, Canada, August 2-6 2005.
- [41] A. Belhani, K. Belarbi, F. Mehazem : Design of multivariable backstepping controller using genetic algorithm. *ACSE 05 Conference, Automatic Control and System Engineering*. 19-21 December 2005. CICC. Cairo. Egypt.
- [42] S. S. Ge, C. C. Hang, and T. Zhang : Stable Adaptive Control for Nonlinear Multivariable Systems with a Triangular Control Structure. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 45(6). (June 2000). 1221-1225.
- [43] J.J.E. Slotine , " The robust control of robot manipulators ", *Int . J. Robotics.Res.* vol 4, 10.2, pp 49-64, 1985.
- [44] J. J. Slotine, W. Li : *Applied nonlinear control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1991.
- [45] A. Philippov " Equations différentielles à second membre discontinu ", *Journal de Mathématiques* ; Tome 51 N°1, 1960.

- [46] S. V. Emelyanov, S. V. Korovin, and L. V. Levantovsky. "Drift algorithm in control of uncertain processes", Problems on control and information theory, Vol. 15 No 6, pp. 425-438, 1986.
- [47] S.V. Emel'yanov, S.V. Korovin et L.V. Levantovsky, "Higher Order Sliding Modes in the Binary Control System", Soviet Physics, Vol. 31, No 4, pp. 291-293, 1986.
- [48] S. V. Emelyanov, S. V. Korovin, and A. Levant, "High order sliding mode in control systems", Computational mathematics and modelling, 29(3), pp. 294-318, 1996
- [49] J.Y. Hung, W.B. Gao, J.C. Hung, "Variable structure control: A survey," Trans. Ind. Electron, Vol.40, N°1, pp 2-21, 1993.
- [50] F. Hashimoto, K. Maruyama, "Partical robust control of robot arm using variable structure system," Proc. of IEEE, int. conf on robotics and Automation San francisco, pp. 532-538, 1986.
- [51] M. Fliess, "Generalized controller canonical forms for linear and nonlinear dynamics ," IEEE Trans. AC. Vol. 35, pp. 994-1001, 1990.
- [52] M. Hamerlain "Commande hiérarchisée à modèle de référence et à structure variable d'un robot manipulateur à muscles artificiels", thèse de doctorat, INSAT ,Janvier 1993.
- [53] A. Levant, "Higher order sliding : collection of design tools", Proceedings of the 4<sup>th</sup> European Control Conference, Bruxelles, Belgique, 1997.
- [54] G. Bartolini, A. Ferrara, A. Levant et E. Usai, "On second order sliding mode controllers," Proceedings of the 5<sup>th</sup> Int. Workshop on VSS, Longboat Key, Florida, USA, 1998.
- [55] S. Laghrouche. Commande par modes glissants d'ordre supérieur : Théorie et application. Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Nantes et l'Université de Nantes, France. 2004.
- [56] L. Fridman et A. Levant. Sliding modes of higher order as a natural phenomenon in control theory. F. Garofalo, L. Glielmo (Eds), Robust Control via Variable Structure and Lyapunov Techniques, Lecture Notes in Control and Information Sciences 217, Springer Verlag, pp. 107-133, 1996.