

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Etude de la machine
Asynchrone à rotor massif
à deux entrefers

Proposé par : M. EH ZAIM

Etudié par :

A. MEDJAHED

Y. ZEBBOUDJ

Dirigé par :



PROMOTION : Janvier 1984

À mon père
À ma mère
À mes frères
À tous mes amis

je dédie ce travail de fin d'études.
Abdel.



À la mémoire de mon père
À la mémoire de ma mère
À mes frères et sœurs.
À ma belle sœur
À mes neveux et nièce
À tous mes amis
À mon cousin Brahim
je dédie ce travail de fin d'études
Youssef.

REMERCIEMENTS



Nous profitons de cette importante occasion pour adresser nos remerciements à tous les professeurs qui ont contribué à notre formation, en particulier :

- M^l Zaïm, notre promoteur, qui n'a pas cessé, grâce à ses précieux conseils, de nous orienter à chaque fois, dans le bon sens pour mener à bien notre travail et de mettre à notre disposition un calculateur numérique dont l'utilité est de grand intérêt.

- M^l Koungli, pour son intervention, au moment opportun, dans l'acquisition de la machine.

Nous remercions aussi les membres du jury qui, par leur présence et leur jugement, vont honorer ce modeste travail.

Notations.

Symbole	Désignation	Unité
μ_0	perméabilité du vide ($4\pi \cdot 10^{-7}$)	H/m
μ	perméabilité du matériau utilisé au rotor	H/m
μ_r	perméabilité relative	
σ	conductivité du matériau	$\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$
$A(x,y,t)$	potentiel vecteur	T.m
h	champ magnétique	A/m
b	Induction magnétique	T
J_s	densité superficielle du courant à la surface du stator.	A/cm ²
Δ	Opérateur Laplacien	
e, r, s	indices indiquant respectivement entrefer, rotor, stator.	
Z	Impédance opérationnelle	Ω
X_m	réactance magnétisante	Ω
X_f	réactance de fuite d'une phase statorique.	Ω
R_s	résistance d'une phase statorique.	Ω
V	valeur efficace de la tension de phase d'alimentation	V
D	diamètre du stator	m
p	nombre de paires de pôles	
$\tau_p = \frac{\pi D}{p}$	pas polaire	m
$\alpha = \frac{2\pi}{6p}$	pulsation géométrique de l'entrefer	rad/m
δ	épaisseur de l'entrefer	m
L	longueur utile du rotor	m
h	épaisseur du rotor.	m

- * Le chiffre 1 placé en premier comme indice indique que la quantité indiquée est calculée quand le stator 1 est seul alimenté
- * Le chiffre 2 placé en premier comme indice indique que la quantité indiquée est calculée quand le stator 2 est seul alimenté

Table des matières.

Introduction	1
------------------------	---

Chapitre I

Etude théorique

o Description de la machine.	3
o Hypothèses générales et mise en équation.	3
o Résolution de l'équation de Poisson dans le rotor et l'entrefer quand le stator 1 est seul alimenté	6
* Détermination des constantes d'intégrations par les conditions aux limites .	6
o Résolution de l'équation de Poisson dans le rotor et l'entrefer quand le stator 2 est seul alimenté.	8
* Détermination des constantes d'intégrations par les conditions aux limites .	8
o Détermination des paramètres électriques de la machine.	11
* Schéma équivalent.	11
* Cas où le stator 1 est seul alimenté	11
* Cas où le stator 2 est seul alimenté.	16
o Interprétation et comparaison des résultats.	21

Chapitre II

Etude expérimentale

o Présentation de la machine	23
o Identification de la machine	25
o Essais en charge	27
o Comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats théoriques .	28

Conclusion

Annex 1

Annex 2

Bibliographic

Introduction

Le choix d'un moteur électrique met en jeu de nombreuses conditions qui sont parfois difficiles à satisfaire. Face à un problème qui se pose à l'utilisateur, il est nécessaire de pouvoir faire, parmi ces moteurs, un choix qui répondrait de façon optimale aux exigences posées à ceux-ci.

Actuellement, le développement de l'électronique de puissance apporte des possibilités nouvelles d'alimentation et de réglage qui trouvent leur application sur tous les types de moteurs et particulièrement sur les moteurs synchrones et asynchrones. Parmi ces derniers, il faut citer à côté de la forme d'exécution classique du rotor la variante du rotor massif.

En application dans les grandes vitesses, le rotor massif plein, paraît le mieux adapté, celui-ci a fait l'objet de nombreuses études. [2] [3] [5] [6] [7].

La théorie de fonctionnement est assez complexe, elle est basée essentiellement sur la résolution des équations de Maxwell. Les courants ne sont plus induits dans les conducteurs bien définis comme dans le cas de la machine classique, mais dans un milieu continu. En plus les courants se referment avant d'atteindre les extrémités de la machine, ce qui fait augmenter la résistivité (effets d'extrémités).

Le flux statorique se reflète sur les masses du rotor sans pénétrer profondément (effet de peau). La partie massive interne est faiblement affectée par le flux qu'il apparaît judicieux de la supprimer. Le nouveau rotor aura donc la forme d'un cylindre massif creux. On peut alors augmenter la puissance volumique de la machine en disposant à l'intérieur du rotor une armature fine et coaxiale, munie d'enroulement de même type que celle de l'armature extérieure. Le moment d'inertie du rotor creux est faible et d'autres applications industrielles, telle que le positionnement rapide, sont

envisageables.

Cette machine fait l'objet de cette présente étude.

Dans la première partie de ce travail, nous présentons un modèle de calcul théorique de la machine basé sur la résolution des équations de Maxwell dans les différentes parties de la machine (entrefer et rotor) suivant un modèle linéarisé.

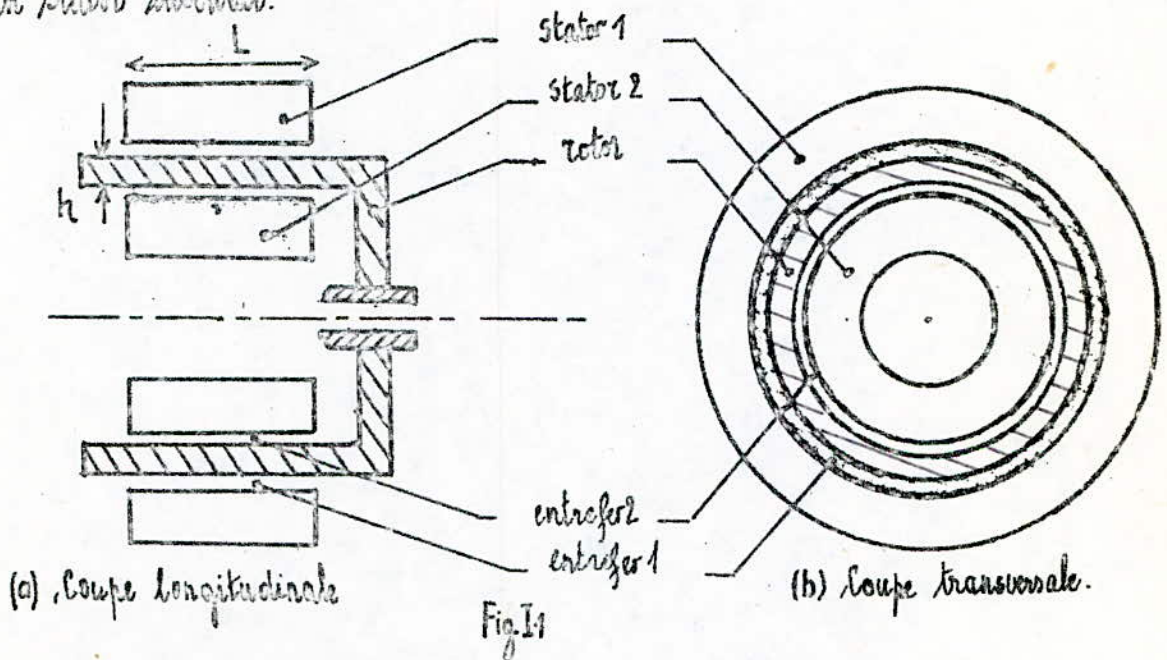
Nous présentons ensuite les essais effectués sur une machine réalisée à l'ENP et nous comparons les caractéristiques externes déduites des calculs avec celles obtenues expérimentalement.

Chapitre I

Etude théorique

Description de la machine :

- Elle est constituée de 3 parties essentielles concentriques (fig I1)
- Un rotor massif cylindrique et creux.
 - Un stator extérieur.
 - Un stator intérieur.



Hypothèses générales et mise en équation :

On considère une machine asynchrone à deux entrefers et à rotor massif dont le rotor est caractérisé en tout point par une perméabilité μ et une conductivité σ , constantes.

Lorsque le rotor est soumis à un champ magnétique variable, la distribution du potentiel vecteur dans le rotor obéit à l'équation de Poisson : $\Delta \vec{A} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, tandis que la distribution dans l'entrefer, obéit à l'équation de Laplace $\Delta \vec{A} = 0$

L'étude théorique complète conduit à la résolution de ces équations dans un domaine tridimensionnel, ce qui nécessite un calcul très compliqué. On adopte alors des hypothèses simplificatrices.

- La perméabilité du stator est infinie ainsi que sa résistivité suivant l'axe de la machine par suite de son feuilletage.
- On admet que l'enroulement statorique est à répartition sinusoïdale. On se limite donc au fondamentale de la densité superficielle du courant J_s à la surface du stator.
- L'entrefer est constant sous les pôles : on néglige donc l'effet des encoches.
- La longueur axiale de la machine est infinie, par conséquent on néglige les effets d'extrémités.
- Le rayon du rotor et du stator sont très grands devant l'épaisseur de l'entrefer.

Compte tenu de ces hypothèses, on peut ramener l'étude à un repère cartésien $(0, x, y, z)$ lié au rotor tel que l'axe Ox soit radial et confondu avec l'axe ^{l'axe} magnétique de la machine, l'axe Oz soit parallèle à l'axe de rotation et l'axe Oy soit tangent à la surface du rotor.

Le potentiel vecteur \vec{A} est dirigé suivant l'axe Oz et indépendant de la variable z ($\frac{\partial}{\partial z} = 0$)

on a :

$$\vec{A} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A(x, y, t) \end{pmatrix}$$

Le modèle théorique d'étude est le suivant :

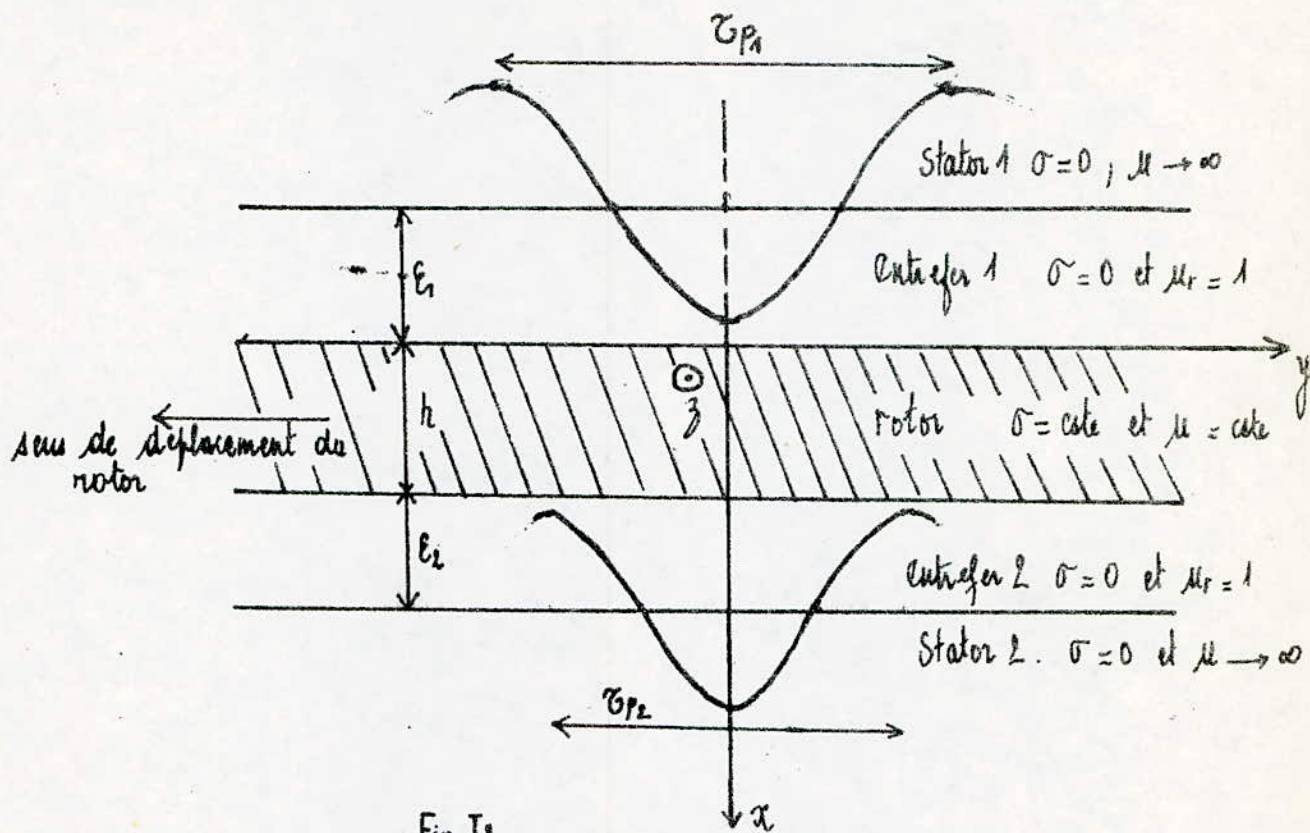


Fig. I.2

On a représenté les fondamentaux des densités superficielles de courant J_{s1} et J_{s2} aux surfaces respectives du stator 1 et stator 2. Celles-ci sont données par les expressions :

$$J_{s1} = \frac{3}{2} \frac{k_{s1}}{\sqrt{2}} (I_1 e^{j\varphi_1} + I_1^* e^{-j\varphi_1}) \quad I_1$$

$$J_{s2} = \frac{3}{2} \frac{k_{s2}}{\sqrt{2}} (I_2 e^{-j\varphi_2} + I_2^* e^{j\varphi_2}) \quad I_2$$

Avec

$$\varphi_1 = \omega t + a_1 y \quad \varphi_2 = \omega t + a_2 y$$

$$a_1 = \frac{2\pi}{\tau_{p1}} \quad a_2 = \frac{2\pi}{\tau_{p2}}$$

I_1 : Valeur efficace du courant dans une phase du stator 1

I_2 : Valeur efficace du courant dans une phase du stator 2.

k_s : coefficient qui tient compte du bobinage et du passage de la densité

volumique de courant à la densité superficielle équivalente.

Résolution de l'équation de Poisson dans le rotor et l'entrefer quand le stator 1 est seul alimenté :

Dans le rotor, on doit résoudre l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 a_{rn}}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 a_{rn}}{\partial y^2}(x, y, t) = \mu \sigma \frac{\partial a_{rn}}{\partial t}(x, y, t) \quad I3$$

On choisit une équation de la forme : $a_{rn}(x, \varphi) = d_{rn}(x) e^{d\varphi_n} + d_{rn}^*(x) e^{-d\varphi_n}$ I4

Ce qui se traduit par : $d_{rn}(x) = d_{n0} e^{q_n^2 x} + d_{n1} e^{-q_n^2 x}$ I5

$$\text{avec } q_n^2 = \alpha_n^2 + j \mu \sigma \omega$$

Dans l'entrefer, on doit résoudre.

$$\frac{\partial^2 a_{en}}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 a_{en}}{\partial y^2}(x, y, t) = 0. \quad I6$$

dont la solution est de la forme : $a_{en}(x, \varphi) = d_{e1}(x) e^{d\varphi_n} + d_{e1}^*(x) e^{-d\varphi_n}$ I7

Dans l'entrefer 1, on a : $d_{e11}(x) = \lambda_{11} \text{ch } \alpha_1 x + \lambda_{12} \text{ch } \alpha_1 (x + e_1)$ I8

Dans l'entrefer 2, on a : $d_{e12}(x) = \lambda_{13} \text{ch } \alpha_1 (x - h) + \lambda_{14} \text{ch } \alpha_1 (x - h - e_2)$ I9

Détermination des constantes d'intégrations par les conditions aux limites.

À la surface du stator 1 ($x = -e_1$), la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique à la surface de séparation stator 1 - entrefer s'écrit :

$$h_{T_{e11}} - h_{T_{s11}} = h_{T_{e11}} = J_{s1}$$

Des équations I4, I7 et I8 on obtient :

$$\lambda_{11} = \frac{3}{2} \cdot \mu_0 \frac{k_{s1}}{\sqrt{2}} \frac{I_1}{a_1 s_{h1} t_1} \quad I10$$

À la surface extérieure du rotor ($x=0$), les continuités de la composante normale de l'induction et de la composante tangentielle du champ magnétique se traduisent par:

$$\lambda_{11} + \lambda_{12} \operatorname{ch} a_1 \varepsilon_1 = \alpha_{10} + \alpha_{11} \quad I_{11}$$

$$\lambda_{12} \mu_r a_1 \operatorname{sh} a_1 \varepsilon_1 = -q_1 \alpha_{10} + q_1 \alpha_{11} \quad I_{12}$$

À la surface interne du rotor ($x=h$), il y a continuité de la composante normale de l'induction et de la composante tangentielle du champ magnétique. Cela se traduit par:

$$\lambda_{13} + \lambda_{14} \operatorname{ch} a_2 \varepsilon_2 = \alpha_{10} e^{-q_1 h} + \alpha_{11} e^{q_1 h} \quad I_{13}$$

$$-\lambda_{14} a_2 \mu_r \operatorname{sh} a_2 \varepsilon_2 = -q_1 \alpha_{10} e^{-q_1 h} + q_1 e^{q_1 h} \alpha_{11} \quad I_{14}$$

À la surface du stator 2 non alimenté ($x=h+\varepsilon_2$), on a:

$$h_{T_{E12}} - h_{T_{S12}} = 0$$

La perméabilité du stator étant supposée infinie, on a:

$$h_{T_{E12}} = h_{T_{S12}} = 0 \quad \text{à } x = h + \varepsilon_2.$$

Ainsi:

$$\lambda_{13} = 0$$

Des équations I₁₁, I₁₂, I₁₃ et I₁₄, on détermine les constantes d'intégrations α_{10} , α_{11} , λ_{12} et λ_{14} en fonction de λ_{11} :

$$\alpha_{10} = -\lambda_{11} \frac{a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 (a_1 \mu_r \operatorname{th} a_1 \varepsilon_1 + q_1) e^{q_1 h}}{(a_1 \mu_r \operatorname{th} a_1 \varepsilon_1 - q_1)(a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_1) e^{-q_1 h} - (a_1 \mu_r \operatorname{th} a_1 \varepsilon_1 + q_1)(a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_1) e^{q_1 h}} \quad I_{15}$$

$$\alpha_{11} = \lambda_{11} \frac{a_1 \mu_r \operatorname{th} a_1 \varepsilon_1 (a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_1) e^{-q_1 h}}{(a_1 \mu_r \operatorname{th} a_1 \varepsilon_1 - q_1)(a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_1) e^{-q_1 h} - (a_1 \mu_r \operatorname{th} a_1 \varepsilon_1 + q_1)(a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_1) e^{q_1 h}} \quad I_{16}$$

$$\lambda_{12} = \lambda_{11} \frac{q_1 (a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_1) e^{-q_1 h} + q_1 (a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_1) e^{q_1 h}}{\operatorname{ch} a_1 \varepsilon_1 (a_1 \mu_r \operatorname{th} a_1 \varepsilon_1 - q_1)(a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_1) e^{-q_1 h} - (a_1 \mu_r \operatorname{th} a_1 \varepsilon_1 + q_1)(a_1 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_1) e^{q_1 h}} \quad I_{17}$$

$$\lambda_{11} = \frac{\lambda_{11}}{\text{ch} a_2 (a_1 \mu_r \text{th} a_1 \epsilon_1 - q_1) (a_1 \mu_r \text{th} a_1 \epsilon_2 - q_1) e^{-2ah} - (a_1 \mu_r \text{th} a_1 \epsilon_1 + q_1) (a_1 \mu_r \text{th} a_1 \epsilon_2 + q_1) e^{ah}}$$

I 98

Résolution de l'équation de Poisson dans le rotor et l'entrefer quand le stator 2 est seul alimenté :

Un raisonnement analogue au précédent, conduit aux expressions du potentiel vecteur dans les différentes parties de la machine.

Dans le rotor :

$$A_{r2}(x, \varphi_2) = \alpha_{r2}(x) e^{j\varphi_2} + \alpha_{r2}^*(x) e^{-j\varphi_2} \quad \text{I 19}$$

$$\alpha_{r2}(x) = \alpha_{20} e^{-q_2 x} + \alpha_{21} e^{q_2 x} \quad \text{I 20}$$

Dans l'entrefer 1 :

$$A_{e21}(x, \varphi_2) = \alpha_{e21}(x) e^{j\varphi_2} + \alpha_{e21}^*(x) e^{-j\varphi_2} \quad \text{I 21}$$

$$\alpha_{e21}(x) = \lambda_{21} \text{ch} a_2 x + \lambda_{22} \text{ch} a_2 (x + \epsilon_1) \quad \text{I 22}$$

Dans l'entrefer 2 :

$$A_{e22}(x, \varphi_2) = \alpha_{e22}(x) e^{j\varphi_2} + \alpha_{e22}^*(x) e^{-j\varphi_2} \quad \text{I 23}$$

$$\alpha_{e22}(x) = \lambda_{23} \text{ch} a_2 (x - h) + \lambda_{24} \text{ch} a_2 (x - h - \epsilon_2) \quad \text{I 24}$$

On détermine les constantes d'intégration par les conditions aux limites. Et la surface du stator 2 ($x = \epsilon_2 + h$), la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique s'écrit :

$$-h_{T\epsilon 22} - h_{T522} = J_{s2}$$

La perméabilité du stator étant supposée nulle, on a : $h_{T522} = 0$

Ainsi :

$$\lambda_{23} = \frac{B}{2} \cdot \frac{\mu_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{k_{s2}}{a_2 \text{sh} a_2 \epsilon_2} I_2 \quad \text{I 25}$$

Et la surface interne du rotor ($x = h$), la continuité de la composante normale de l'induction magnétique nous donne :

$$\alpha_{20} e^{-q_2 h} + \alpha_{21} e^{q_2 h} = \lambda_{23} + \lambda_{24} \operatorname{ch} a_2 \varepsilon_2 \quad I26$$

La continuité de la composante tangentielle du champ nous donne

$$-q_2 \alpha_{20} e^{-q_2 h} + q_2 \alpha_{21} e^{q_2 h} = -q_2 a_2 \mu_r \lambda_{24} \operatorname{sh} a_2 \varepsilon_2 \quad I27$$

À la surface externe du rotor ($x=0$), la continuité de b_r nous donne :

$$\alpha_{20} + \alpha_{21} = \lambda_{21} + \lambda_{22} \operatorname{ch} a_2 \varepsilon_1 \quad I28$$

Tandis que la continuité de h_T nous donne :

$$-q_2 \alpha_{20} + q_2 \alpha_{21} = \lambda_{22} a_2 \mu_r \operatorname{sh} a_2 \varepsilon_1 \quad I29$$

À la surface du stator non alimenté ($x=-\varepsilon_1$) on obtient :

$$\lambda_{21} = 0$$

Des équations I26, I27, I28 et I29, on détermine les constantes α_{20} , α_{21} , λ_{22} et λ_{24} en fonction de λ_{23}

$$\alpha_{20} = \lambda_{23} \frac{(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_2) a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2}{(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_2)(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 - q_2) e^{-q_2 h} - (a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_2)(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 + q_2) e^{q_2 h}} \quad I30$$

$$\lambda_{22} = -\frac{\lambda_{23}}{\operatorname{ch} a_2 \varepsilon_1} \frac{2 q_2 a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2}{(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_2)(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 - q_2) e^{-q_2 h} - (a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_2)(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 + q_2) e^{q_2 h}} \quad I31$$

$$\lambda_{24} = \frac{\lambda_{23}}{\operatorname{ch} a_2 \varepsilon_2} \frac{q_2 (a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_2) e^{-q_2 h} + q_2 (a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_2) e^{q_2 h}}{(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_2)(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 - q_2) e^{-q_2 h} - (a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_2)(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 + q_2) e^{q_2 h}} \quad I32$$

$$\alpha_{21} = -\lambda_{23} \frac{a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 (a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 + q_2)}{(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 - q_2)(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 - q_2) e^{-q_2 h} - (a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_2 + q_2)(a_2 \mu_r \operatorname{th} a_2 \varepsilon_1 + q_2) e^{q_2 h}} \quad I33$$

Lorsque les deux stators sont alimentés simultanément, on détermine la distribution du potentiel vateur dans les différentes parties de la machine en appliquant le principe de superposition.

Dans le rotor:

$$A_r(x, \varphi_1, \varphi_2) = A_{r1}(x, \varphi_1) + A_{r2}(x, \varphi_2).$$

$$A_r(x, \varphi_1, \varphi_2) = (\alpha_{10} e^{-q_1 x} + \alpha_{11} e^{q_1 x}) e^{j\varphi_1} + (\alpha_{20} e^{-q_2 x} + \alpha_{21} e^{q_2 x}) e^{j\varphi_2} \\ + (\alpha_{10} e^{-q_1 x} + \alpha_{11} e^{q_1 x})^* e^{-j\varphi_1} + (\alpha_{20} e^{-q_2 x} + \alpha_{21} e^{q_2 x})^* e^{-j\varphi_2}$$

I34

Dans l'entrefer 1:

$$A_e(x, \varphi_1, \varphi_2) = A_{e11}(x, \varphi_1) + A_{e22}(x, \varphi_2).$$

$$A_e(x, \varphi_1, \varphi_2) = (\lambda_{11} \operatorname{ch} a_1 x + \lambda_{12} \operatorname{ch} a_1 (x + \epsilon_1)) e^{j\varphi_1} + (\lambda_{22} \operatorname{ch} a_2 (x + \epsilon_2)) e^{j\varphi_2} \\ + (\lambda_{11} \operatorname{ch} a_1 x + \lambda_{12} \operatorname{ch} a_1 (x + \epsilon_1))^* e^{-j\varphi_1} + (\lambda_{22} \operatorname{ch} a_2 (x + \epsilon_2))^* e^{-j\varphi_2}$$

I35

Dans l'entrefer 2:

$$A_e(x, \varphi_1, \varphi_2) = A_{e12}(x, \varphi_1) + A_{e22}(x, \varphi_2)$$

$$A_e(x, \varphi_1, \varphi_2) = \lambda_{14} \operatorname{ch} a_1 (x - h - \epsilon_1) e^{j\varphi_1} + (\lambda_{23} \operatorname{ch} a_2 (x - h) + \lambda_{24} \operatorname{ch} a_2 (x - h - \epsilon_2)) e^{j\varphi_2} \\ + (\lambda_{14} \operatorname{ch} a_1 (x - h - \epsilon_1))^* e^{-j\varphi_1} + (\lambda_{23} \operatorname{ch} a_2 (x - h) + \lambda_{24} \operatorname{ch} a_2 (x - h - \epsilon_2))^* e^{-j\varphi_2}$$

I36

Dans le cas particulier où les deux stators sont identiques et alimentés par des sources identiques et lorsque les deux entrefers ont la même épaisseur ϵ , on aura:

Dans le rotor:

$$A_r(x, \varphi) = ((\alpha_{10} + \alpha_{20}) e^{-q x} + (\alpha_{11} + \alpha_{21}) e^{q x}) e^{j\varphi} \\ + ((\alpha_{10} + \alpha_{20}) e^{-q x} + (\alpha_{11} + \alpha_{21}) e^{q x})^* e^{-j\varphi} \quad (1)$$

Dans l'entrefer:

$$A_e(x, \varphi) = (\lambda_{11} \operatorname{ch} a x + (\lambda_{12} + \lambda_{22}) \operatorname{ch} a (x + \epsilon)) e^{j\varphi} \\ + (\lambda_{11} \operatorname{ch} a x + (\lambda_{12} + \lambda_{22}) \operatorname{ch} a (x + \epsilon))^* e^{-j\varphi} \quad (2)$$

On trouvera en annexe 1 une méthode de calcul tenant compte de la symétrie de la machine quand les deux stators et les deux entrefers sont identiques.

Détermination des paramètres électriques de la machine :

Le schéma équivalent par phase est le suivant :

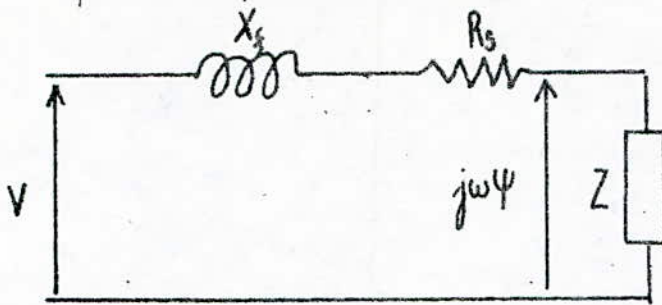


Fig. I3

R_s : résistance d'une phase statorique

X_s : Réactance de fuite d'une phase statorique

$|\psi|$: Valeur efficace du flux d'entrefer par phase

Z : Impédance opérationnelle ramenée au stator.

Cas où le stator est seul alimenté :

Détermination du flux d'entrefer :

Le stator est connecté à une source triphasée équilibrée de pulsation ω (par rapport au repère $(0, x, y, z)$)

Le système triphasé équilibré en courant est :

$$\left. \begin{aligned} I_{A1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (I_1 e^{j\omega t} + I_1^* e^{-j\omega t}) \\ I_{A2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (I_1 e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + I_1^* e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}) \\ I_{A3} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (I_1 e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})} + I_1^* e^{-j(\omega t - \frac{4\pi}{3})}) \end{aligned} \right\} \quad \text{I37}$$

Ces courants engendrent un champ tournant qui pulse à ω .

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{A1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 e^{j\omega t} + \Psi_1^* e^{-j\omega t}) \\ \Phi_{A2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + \Psi_1^* e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}) \\ \Phi_{A3} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1 e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})} + \Psi_1^* e^{-j(\omega t - \frac{4\pi}{3})}) \end{aligned} \right\} \quad \text{I38}$$

Les expressions de l'énergie magnétique des enroulements statiques nous donnent :

$$\sum_{i=1}^3 \Phi_{Li}(t) I_{Li}(t) = \int_0^{2\pi P} \alpha_{em}(x = -\epsilon_1, \varphi_1) J_{s1} \frac{L}{a_1} d\varphi_1 \quad = 39$$

Des équations I39, I38, I37, I7 et après identification, on obtient :

$$\Psi_1 = \sqrt{2} \frac{k_{s1}}{a_1} L \pi P \alpha_{em}(x = -\epsilon_1). \quad I40$$

Détermination de l'impédance opérationnelle Z_1 :

elle s'obtient par $Z_1 = j\omega \frac{\Psi_1}{I_1}$

Les équations I40, I8, I10 et I17 donnent :

$$Z_1 = jA_1 \left(\frac{1}{\text{th}a_1\epsilon_1} + \frac{q_1}{\text{ch}a_1\epsilon_1 \cdot \text{sh}a_1\epsilon_1} \frac{(a_1 \mu_r \text{th}a_1\epsilon_2 - q_1) e^{-q_1 h} + (a_1 \mu_r \text{th}a_1\epsilon_2 + q_1) e^{q_1 h}}{(a_1 \mu_r \text{th}a_1\epsilon_1 - q_1)(a_1 \mu_r \text{th}a_1\epsilon_2 - q_1) e^{-q_1 h} - (a_1 \mu_r \text{th}a_1\epsilon_1 + q_1)(a_1 \mu_r \text{th}a_1\epsilon_2 + q_1) e^{q_1 h}} \right) \quad I41$$

Avec $A_1 = \frac{3}{2} \mu_0 \omega \left(\frac{k_{s1}}{a_1} \right)^2 L \pi P$

On a $q_1^2 = a_1^2 - j\mu\sigma\omega = a_1^2 (1 + jm_1^2)$ avec $m_1^2 = \frac{\mu\sigma\omega}{a_1^2}$

On pose $q_1 = a_1(z_1 + jz_2)$ avec $z_1 = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + m_1^4}}{2}}$ et $z_2 = \frac{m_1^2}{2z_1}$

L'impédance Z_1 peut se mettre sous la forme :

$$Z_1 = jA_1 \left(\frac{1}{\text{th}a_1\epsilon_1} + \frac{1}{\text{ch}a_1\epsilon_1 \cdot \text{sh}a_1\epsilon_1} \frac{B_1 + jC_1}{D_1 - jE_1} \right) \quad I42$$

Avec :

$$B_1 = \left[(\mu_r \text{th}a_1\epsilon_2) z_1 - z_1^2 + z_2^2 \right] \cos a_1 h z_2 + \left[(\mu_r \text{th}a_1\epsilon_2) z_2 - 2z_1 z_2 \right] \sin a_1 h z_2 \left] e^{-a_1 h z_1} \right. \\ \left. + \left[(\mu_r \text{th}a_1\epsilon_2) z_1 + z_1^2 - z_2^2 \right] \cos a_1 h z_2 - \left[(\mu_r \text{th}a_1\epsilon_2) z_2 + 2z_1 z_2 \right] \sin a_1 h z_2 \left] e^{a_1 h z_1} \right.$$

$$C_1 = \left[\left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_2 \right) z_2 + 2 z_1 z_2 \right] \cos a, h z_2 + \left[\left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_2 \right) z_1 + z_1^2 - z_2^2 \right] \sin a, h z_2 \left] e^{a, h z_1} \right. \\ \left. + \left[\left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_2 \right) z_2 - 2 z_1 z_2 \right] \cos a, h z_2 - \left[\left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_2 \right) z_1 - z_1^2 + z_2^2 \right] \sin a, h z_2 \right] e^{-a, h z_1}$$

$$D_1 = \left\{ \left[\mu_r^2 \text{th} a, \epsilon_1 \cdot \text{th} a, \epsilon_2 - \left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_2 + \mu_r \text{th} a, \epsilon_1 \right) z_1 + z_1^2 - z_2^2 \right] \cos a, h z_2 \right. \\ \left. - \left[\left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_1 + \mu_r \text{th} a, \epsilon_2 \right) z_2 - 2 z_1 z_2 \right] \sin a, h z_2 \right\} e^{-a, h z_1} \\ - \left\{ \left[\mu_r^2 \text{th} a, \epsilon_1 \cdot \text{th} a, \epsilon_2 + \left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_2 + \mu_r \text{th} a, \epsilon_1 \right) z_1 + z_1^2 - z_2^2 \right] \cos a, h z_2 \right. \\ \left. - \left[\left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_1 + \mu_r \text{th} a, \epsilon_2 \right) z_2 + 2 z_1 z_2 \right] \sin a, h z_2 \right\} e^{a, h z_1}$$

$$E_1 = \left\{ \left[\mu_r^2 \text{th} a, \epsilon_1 \cdot \text{th} a, \epsilon_2 - \left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_2 + \mu_r \text{th} a, \epsilon_1 \right) z_1 + z_1^2 - z_2^2 \right] \sin a, h z_2 \right. \\ \left. + \left[\left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_1 + \mu_r \text{th} a, \epsilon_2 \right) z_2 - 2 z_1 z_2 \right] \cos a, h z_2 \right\} e^{-a, h z_1} \\ + \left\{ \left[\mu_r^2 \text{th} a, \epsilon_1 \cdot \text{th} a, \epsilon_2 + \left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_2 + \mu_r \text{th} a, \epsilon_1 \right) z_1 + z_1^2 - z_2^2 \right] \sin a, h z_2 \right. \\ \left. + \left[\left(\mu_r \text{th} a, \epsilon_1 + \mu_r \text{th} a, \epsilon_2 \right) z_2 + 2 z_1 z_2 \right] \cos a, h z_2 \right\} e^{a, h z_1}$$

dont la partie réelle est :

$$P_{re}(Z_1) = -A_1 \frac{C_1 D_1 + E_1 B_1}{D_1^2 + E_1^2} \frac{1}{\text{ch} a, \epsilon_1 \text{sh} a, \epsilon_1} \quad 143$$

et la partie imaginaire est :

$$J_{im}(Z_1) = A_1 \left(\frac{1}{\text{th} a, \epsilon_1} + \frac{1}{\text{ch} a, \epsilon_1 \text{sh} a, \epsilon_1} \frac{B_1 D_1 - C_1 E_1}{D_1^2 + E_1^2} \right) \quad 144$$

La reactance magnetisante est obtenue à glissement nul ($X_{pm} = Z_1(g=0)$).

On a :

$$X_{im} = jA_1 \left(\frac{1}{\text{th}a_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{\text{ch}a_1 \varepsilon_1 \cdot \text{sh}a_1 \varepsilon_1} \frac{(\mu_r \text{th}a_1 \varepsilon_2 - 1)e^{-q_1 h} + (\mu_r \text{th}a_1 \varepsilon_2 + 1)e^{a_2 h}}{(\mu_r \text{th}a_1 \varepsilon_1 - 1)(\mu_r \text{th}a_1 \varepsilon_2 - 1)e^{-q_1 h} - (\mu_r \text{th}a_1 \varepsilon_1 + 1)(\mu_r \text{th}a_1 \varepsilon_2 + 1)e^{a_2 h}} \right)$$

I45

Le cas particulier du rotor massif plein est obtenu lorsque l'épaisseur h du rotor augmente de telle façon que ce dernier devient un cylindre plein. Le terme en $e^{-q_1 h}$ de l'expression de l'impédance Z_1 devient négligeable, on obtient :

$$Z_1 = jA_1 \left(\frac{1}{\text{th}a_1 \varepsilon_1} - \frac{q_1}{\text{ch}a_1 \varepsilon_1 \cdot \text{sh}a_1 \varepsilon_1 (a_1 \mu_r \text{th}a_1 \varepsilon_1 + q_1)} \right)$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$Z_1 = jA_1 \frac{\text{ch}a_1 \varepsilon_1 + \frac{q_1}{a_1 \mu_r} \text{sh}a_1 \varepsilon_1}{\text{sh}a_1 \varepsilon_1 + \frac{q_1}{a_1 \mu_r} \text{ch}a_1 \varepsilon_1} \quad (3)$$

C'est l'expression de l'impédance opérationnelle ramenée au stator d'une machine asynchrone à rotor massif plein et lisse [2]

Le courant de phase statorique s'obtient directement par :

$$I_1 = \frac{V_1}{R_{s1} + jX_{f1} + Z_1} = \frac{V_1}{(R_{s1} + R_0(Z_1)) + j(X_{f1} + \mathcal{I}_m(Z_1))} \quad \text{I46}$$

Les parties réelles et imaginaires valent :

$$R_0(I_1) = \frac{R_{s1} + R_0(Z_1)}{(R_{s1} + R_0(Z_1))^2 + (X_{f1} + \mathcal{I}_m(Z_1))^2} V_1 \quad \text{I47}$$

$$I_m(I_1) = \frac{X_{f1} + I_m(Z_1)}{(R_{s1} + R_2(Z_1))^2 + (X_{f1} + I_m(Z_1))^2} V_1 \quad I48$$

Etant donné que son module vaut :

$$|I_1| = \frac{V_1}{[(R_{s1} + R_2(Z_1))^2 + (X_{f1} + I_m(Z_1))^2]^{1/2}} \quad I49$$

Le couple s'obtient par la relation, de conversion de l'énergie électromagnétique :

$$\Gamma_1 = \frac{3P}{\omega} |I_1|^2 R_e(Z_1) = \frac{3P}{\omega} \frac{R_e(Z_1)}{(R_{s1} + R_e(Z_1))^2 + (X_{f1} + I_m(Z_1))^2} V_1^2 \quad I50$$

et le facteur de puissance au stator 1 est donné par la relation :

$$\cos \varphi = \frac{R_e(I_1)}{|I_1|} \quad I51$$

Détermination de l'induction magnétique normale à la surface extérieure du rotor ($x=0$) :

Elle est donnée par :

$$b_{nr1} = \frac{\partial a_{r1}}{\partial y}$$

Des équations I4 et I5 on aura :

$$b_{nr1}(x=0, y) = j a_1 ((\alpha_{10} + \alpha_{11}) e^{j\varphi_1} - (\alpha_{10} + \alpha_{11})^* e^{-j\varphi_1})$$

On pose :

$$\alpha_{10} + \alpha_{11} = |\alpha_{10} + \alpha_{11}| e^{j\theta_1}$$

alors :

$$b_{nr1}(x=0, y) = j a_1 |\alpha_{10} + \alpha_{11}| (\cos(\varphi_1 + \theta_1) + j \sin(\varphi_1 + \theta_1) - \cos(\varphi_1 + \theta_1) + j \sin(\varphi_1 + \theta_1))$$

et la valeur efficace devient :

$$b_{nr1}(x=0, y) = \sqrt{2} a_1 |\alpha_{10} + \alpha_{11}|$$

Des expressions I15 et I16 on a :

$$\alpha_{10} + \alpha_{11} = \frac{\lambda_{11} a_1 \operatorname{erth} a_1 (a_1 \operatorname{erth} a_2 - q_1) e^{-q_1 h} - a_1 \operatorname{erth} a_1 (a_1 \operatorname{erth} a_2 + q_1) e^{q_1 h}}{(a_1 \operatorname{erth} a_1 - q_1)(a_1 \operatorname{erth} a_2 - q_1) e^{-q_1 h} - (a_1 \operatorname{erth} a_1 + q_1)(a_1 \operatorname{erth} a_2 + q_1) e^{q_1 h}}$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$|\alpha_{10} + \alpha_{11}| = |\lambda_{11}| \mu_r \theta a_1 \varepsilon_1 \sqrt{\frac{F_1^2 + G_1^2}{D_1^2 + E_1^2}}$$

En remplaçant λ_{11} par sa valeur (eq. I10), on obtient :

$$\ln r_{\text{eff}} = \frac{3}{2} \mu \frac{k_{s1}}{c h a_1 \varepsilon_1} |I_{11}| \sqrt{\frac{F_1^2 + G_1^2}{D_1^2 + E_1^2}}$$

I52

Avec

$$F_1 = ((\mu_r \theta a_1 \varepsilon_2 - z_1) \cos a_1 h z_2 - z_2 \sin a_1 h z_2) e^{-a_1 h z_1} \\ - ((\mu_r \theta a_1 \varepsilon_2 + z_1) \cos a_1 h z_2 - z_2 \sin a_1 h z_2) e^{a_1 h z_1}$$

$$G_1 = ((\mu_r \theta a_1 \varepsilon_2 - z_1) \sin a_1 h z_2 + z_2 \cos a_1 h z_2) e^{-a_1 h z_1} \\ + ((\mu_r \theta a_1 \varepsilon_2 + z_1) \sin a_1 h z_2 + z_2 \cos a_1 h z_2) e^{a_1 h z_1}$$

Les expressions D_1 et E_1 ont été définies auparavant

Cas où le stator 2 est seul alimenté :

Le stator 2 est connecté à une source triphasée équilibrée de pulsation ω . Par un raisonnement analogue au précédent, on obtient le flux d'entrefer 2 :

$$\Psi_2 = \sqrt{2} \frac{k_{s2}}{a_2} L \pi P \alpha e_{22}(x=h+\varepsilon_2)$$

I53

et l'impédance opérationnelle Z_2 :

$$Z_2 = j A_2 \left(\frac{1}{\theta a_2 \varepsilon_2} + \frac{q_2}{c h a_2 \varepsilon_2 \cdot s h a_2 \varepsilon_2} \frac{(a_2 \mu_r \theta a_2 \varepsilon_2 - q_2) e^{-q_2 h} + (a_2 \mu_r \theta a_2 \varepsilon_2 + q_2) e^{q_2 h}}{(a_2 \mu_r \theta a_2 \varepsilon_2 - q_2)(a_2 \mu_r \theta a_2 \varepsilon_2 - q_2) e^{-q_2 h} - (a_2 \mu_r \theta a_2 \varepsilon_2 + q_2)(a_2 \mu_r \theta a_2 \varepsilon_2 + q_2) e^{q_2 h}} \right)$$

I54

$$\text{Avec } A_2 = \frac{3}{2} \mu_0 \omega \left(\frac{k_{s2}}{a_2} \right)^2 L \pi P$$

$$\text{On a : } q_2^2 = a_2^2 (1 + j m_2^2) \quad \text{avec } m_2^2 = \frac{\mu_0 \omega^2}{a_2^2}$$

on pose : $q_2 = a_2(z_1 + jz_2)$ avec $z_1 = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + m_2^2}}{2}}$

et $z_2 = \frac{m_2}{2z_1}$

L'impédance Z_2 peut se mettre sous la forme :

$$Z_2 = jA_2 \left(\frac{1}{\text{th}a_2\epsilon_2} + \frac{1}{\text{ch}a_2\epsilon_2 \cdot \text{sh}a_2\epsilon_2} \cdot \frac{B_2 + jC_2}{D_2 - jE_2} \right) \quad |55$$

dont la partie réelle est :

$$\text{Re}(Z_2) = -A_2 \frac{C_2 D_2 + E_2 B_2}{\text{ch}a_2\epsilon_2 \text{sh}a_2\epsilon_2 (D_2^2 + E_2^2)} \quad |56$$

et la partie imaginaire est

$$\text{Im}(Z_2) = A_2 \left(\frac{1}{\text{th}a_2\epsilon_2} + \frac{B_2 D_2 - C_2 E_2}{\text{ch}a_2\epsilon_2 \text{sh}a_2\epsilon_2 (D_2^2 + E_2^2)} \right) \quad |57$$

Avec

$$B_2 = \left\{ \begin{aligned} &((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2)z_1 - z_1^2 + z_2^2) \cos a_2 h z_2 + ((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2)z_2 - 2z_1 z_2) \sin a_2 h z_2 \right\} e^{-a_2 h z_1} \\ &+ \left\{ ((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2)z_1 + z_1^2 - z_2^2) \cos a_2 h z_2 - ((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2)z_2 + 2z_1 z_2) \sin a_2 h z_2 \right\} e^{a_2 h z_1} \end{aligned} \right.$$

$$C_2 = \left\{ \begin{aligned} &((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2)z_2 + 2z_1 z_2) \cos a_2 h z_2 + ((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2)z_1 + z_1^2 - z_2^2) \sin a_2 h z_2 \right\} e^{a_2 h z_1} \\ &+ \left\{ ((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2)z_2 - 2z_1 z_2) \cos a_2 h z_2 - ((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2)z_1 - z_1^2 + z_2^2) \sin a_2 h z_2 \right\} e^{-a_2 h z_1} \end{aligned} \right.$$

$$D_2 = \left\{ \begin{aligned} &(\mu_r^2 \text{th}a_2\epsilon_1 \cdot \text{th}a_2\epsilon_2 - (\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2 + \mu_r \text{th}a_2\epsilon_1)z_1 + z_1^2 - z_2^2) \cos a_2 h z_2 \\ &- ((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2 + \mu_r \text{th}a_2\epsilon_1)z_2 - 2z_1 z_2) \sin a_2 h z_2 \right\} e^{-a_2 h z_1} \\ &- \left\{ (\mu_r^2 \text{th}a_2\epsilon_1 \cdot \text{th}a_2\epsilon_2 + (\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2 + \mu_r \text{th}a_2\epsilon_1)z_1 + z_1^2 - z_2^2) \cos a_2 h z_2 \right. \\ &\left. - ((\mu_r \text{th}a_2\epsilon_2 + \mu_r \text{th}a_2\epsilon_1)z_2 + 2z_1 z_2) \sin a_2 h z_2 \right\} e^{a_2 h z_1} \end{aligned} \right.$$

$$E_2 = \left\{ (M_r^2 \text{th} a_2 \varepsilon_2 \cdot \text{th} a_2 \varepsilon_1 - (M_r \text{th} a_2 \varepsilon_2 + M_r \text{th} a_2 \varepsilon_1) z_1 + z_1^2 - z_2^2) \sin a_2 h z_2 \right. \\ \left. + ((M_r \text{th} a_2 \varepsilon_2 + M_r \text{th} a_2 \varepsilon_1) z_2 - 2 z_1 z_2) \cos a_2 h z_2 \right\} e^{-a_2 h z_1} \\ + \left\{ (M_r^2 \text{th} a_2 \varepsilon_2 \cdot \text{th} a_2 \varepsilon_1 + (M_r \text{th} a_2 \varepsilon_2 + M_r \text{th} a_2 \varepsilon_1) z_1 + z_1^2 - z_2^2) \sin a_2 h z_2 \right. \\ \left. + ((M_r \text{th} a_2 \varepsilon_2 + M_r \text{th} a_2 \varepsilon_1) z_2 + 2 z_1 z_2) \cos a_2 h z_2 \right\} e^{a_2 h z_1}$$

La reactance magnetisante est obtenue à glissement nul, elle vaut :

$$X_{2m} = j A_2 \left(\frac{1}{\text{th} a_2 \varepsilon_2} + \frac{1}{\text{ch} a_2 \varepsilon_2 \cdot \text{sh} a_2 \varepsilon_1} \frac{(M_r \text{th} a_2 \varepsilon_2 - 1) e^{-a_2 h} + (M_r \text{th} a_2 \varepsilon_2 + 1) e^{a_2 h}}{(M_r \text{th} a_2 \varepsilon_2 - 1)(M_r \text{th} a_2 \varepsilon_1 - 1) e^{-a_2 h} - (M_r \text{th} a_2 \varepsilon_2 + 1)(M_r \text{th} a_2 \varepsilon_1 + 1) e^{a_2 h}} \right)$$

158

Dans le cas particulier où il y a identité des deux stator et des deux entrefer, on obtient :

$$Z_1 = Z_2 \quad (4)$$

Le courant et une phase stationnaire est obtenu par :

$$I_2 = \frac{V_2}{R_{s2} + jX_{s2} + Z_2} = \frac{V_2}{(R_{s2} + \text{Re}(Z_2)) + j(X_{s2} + \text{Im}(Z_2))}$$

159

La partie réelle est égale à :

$$\text{Re}(I_2) = \frac{R_{s2} + \text{Re}(Z_2)}{(R_{s2} + \text{Re}(Z_2))^2 + (X_{s2} + \text{Im}(Z_2))^2} V_2$$

160

tandis que sa partie imaginaire vaut :

$$\text{Im}(I_2) = - \frac{X_{s2} + \text{Im}(Z_2)}{(R_{s2} + \text{Re}(Z_2))^2 + (X_{s2} + \text{Im}(Z_2))^2} V_2$$

161

On a, de même

$$|I_2| = \frac{V_2}{[(R_{s2} + \text{Re}(Z_2))^2 + (X_{s2} + \text{Im}(Z_2))^2]^{1/2}} \quad \text{I62}$$

et B_e , couple électromagnétique est donné par:

$$\Gamma_2 = \frac{3P}{\omega} \frac{\text{Re}(Z_2)}{(R_{s2} + \text{Re}(Z_2))^2 + (X_{s2} + \text{Im}(Z_2))^2} V_2^2 \quad \text{I63}$$

tandis que le facteur de puissance statique s'obtient par:

$$\cos \varphi_2 = \frac{\text{Re}(I_2)}{|I_2|} \quad \text{I64}$$

Détermination de l'induction normale à la surface interne du rotor ($x=h$):

Elle est donnée par:
$$b_{nr2} = \frac{\partial a_{r2}}{\partial y}$$

Des équations I19 et I20 on aura:

$$b_{nr2} = j a_2 ((\alpha_{20} e^{-q_2 h} + \alpha_{21} e^{q_2 h}) e^{j\varphi_2} - (\alpha_{20} e^{-q_2 h} + \alpha_{21} e^{q_2 h}) e^{-j\varphi_2})$$

posons:
$$(\alpha_{20} e^{-q_2 h} + \alpha_{21} e^{q_2 h}) = |\alpha_{20} e^{-q_2 h} + \alpha_{21} e^{q_2 h}| e^{j\theta_2}$$

alors sa valeur efficace devient égale à:

$$b_{nr2_{eff}}(x=h, y) = \sqrt{2} \cdot a_2 |\alpha_{20} e^{-q_2 h} + \alpha_{21} e^{q_2 h}|$$

Des expressions I30 et I33 on a:

$$\alpha_{20} e^{-q_2 h} + \alpha_{21} e^{q_2 h} = \frac{\lambda_{23} a_{2r} \text{th} a_{2r} (\alpha_{2r} \text{th} a_{2r} - q_2) e^{-q_2 h} - a_{2r} \text{th} a_{2r} (q_2 \text{th} a_{2r} + q_2) e^{q_2 h}}{(\alpha_{2r} \text{th} a_{2r} - q_2)(\alpha_{2r} \text{th} a_{2r} - q_2) e^{-q_2 h} - (\alpha_{2r} \text{th} a_{2r} + q_2)(\alpha_{2r} \text{th} a_{2r} + q_2) e^{q_2 h}}$$

qui peut se mettre sous la forme:

$$\alpha_{20} e^{-q_2 h} + \alpha_{21} e^{q_2 h} = \lambda_{23} \text{th} a_{2r} \frac{F_2 - j G_2}{D_2 - j E_2}$$

En remplaçant λ_{23} par sa valeur (eq. I25), on obtient:

$$b_{nr_{2eff}}(x=r, y) = \frac{3}{2} \frac{\mu_r \mu_0 \epsilon_0}{\text{ch} a_2 \epsilon_2} |I_2| h \sqrt{\frac{F_2^2 + G_2^2}{D_2^2 + E_2^2}}$$

165

Avec:

$$F_2 = \left((\mu_r \theta a_2 \epsilon_1 - z_1) \cos a_2 h z_2 - z_2 \sin a_2 h z_2 \right) e^{-a_2 h z_1} \\ - \left((\mu_r \theta a_2 \epsilon_1 + z_1) \cos a_2 h z_2 - z_2 \sin a_2 h z_2 \right) e^{a_2 h z_1}$$

$$G_2 = \left((\mu_r \theta a_2 \epsilon_1 - z_1) \sin a_2 h z_2 + z_2 \cos a_2 h z_2 \right) e^{-a_2 h z_1} \\ + \left((\mu_r \theta a_2 \epsilon_1 + z_1) \sin a_2 h z_2 + z_2 \cos a_2 h z_2 \right) e^{a_2 h z_1}$$

Les expressions de D_2 et E_2 ont été données auparavant:

Nous avons ainsi déterminé tous les paramètres principaux permettant le calcul de la machine. À l'aide d'un calculateur numérique nous avons fait le calcul des caractéristiques extérieures à tension constante et à fréquence 50 Hz, pour deux rotors de mêmes dimensions et de propriétés différentes:

- Un rotor en alliage d'aluminium de perméabilité relative $\mu_r = 1$ et de conductivité $\sigma = 34 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ [1]
- Un rotor en acier de perméabilité relative $\mu_r = 100$ et de conductivité $\sigma = 5,6 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ [2]

En annexe 2, nous présentons le programme permettant le calcul des caractéristiques extérieures.

Interprétation et comparaison des résultats :

L'impédance opérationnelle est indépendante de la tension, et décroît de façon exponentielle avec le glissement (fig. I4). Celle du rotor en acier ($\mu_r = 100$) et particulièrement la réactance magnétisante est plus grande que celle en aluminium ($\mu_r = 1$), cela est dû à la valeur de la perméabilité relative de l'aluminium, qui du point de vue du champ magnétique augmente l'entrefer.

Le courant croît avec le glissement, devient pratiquement constant aux glissements élevés (fig. I6). Il est plus élevé quand le rotor est en aluminium, ceci s'explique par la valeur faible de l'impédance opérationnelle.

La caractéristique du courant watté en fonction du courant dewatté (diagramme de Blondel) est un cercle à $\mu_r = 1$ dont le rayon augmente avec la tension.

À $\mu_r = 100$, on obtient un arc de cercle aux faibles glissements, et sensiblement une droite aux glissements élevés. Les rayons de courbure augmentent avec la tension (fig. I7)

- La figure I5 montre la variation du couple en fonction du glissement :
- À $\mu_r = 1$, la caractéristique est identique à celle d'une machine asynchrone à rotor bobiné ou à cage.
 - À $\mu_r = 100$, le couple croît avec le glissement, passe par un maximum puis reste sensiblement constant. Le couple de démarrage est important
 - Aux tensions d'étude, 100V, 150V, 200V, la valeur maximale du couple est obtenue pour un glissement $g = 0,1$ avec un rotor en aluminium, et g voisin de 0,225

avec un rotor en acier.

Dans ces conditions, la profondeur de peau δ vaut:

$$\text{Dans l'aluminium : } \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \mu_r g \omega \sigma}} = 38,6 \text{ mm}$$

$$\text{et } \frac{\delta}{h} = 5,94$$

$$\text{Dans l'acier : } \delta = 6,35 \text{ mm}$$

$$\text{et } \frac{\delta}{h} \neq 1$$

Ainsi, le couple maximum paraît être obtenu pour une valeur de δ égale à l'épaisseur h du rotor en acier. On devrait obtenir un couple maximum pour un glissement $g = 0,1$ avec une valeur de h égale à 9,5 mm.

A glissement donné, le couple augmente avec le carré de la tension (Eq. I50 et I63)

Un choix entre un rotor en acier ou en aluminium devrait tenir compte principalement du rendement et du facteur de puissance de chaque machine

Au vu de la valeur très faible de son impédance opérationnelle et donc du trop fort courant demandé, le rotor en aluminium semble le moins intéressant pour un fonctionnement en régime permanent. De plus toutes les caractéristiques obtenues concernent un rotor ayant une épaisseur $h = 6,5 \text{ mm}$.

Le couple que l'on obtiendrait avec un rotor en acier, ayant une valeur h optimisée devrait être comparable à celui du rotor en aluminium équivalent, tout au moins pour les faibles valeurs du glissement.

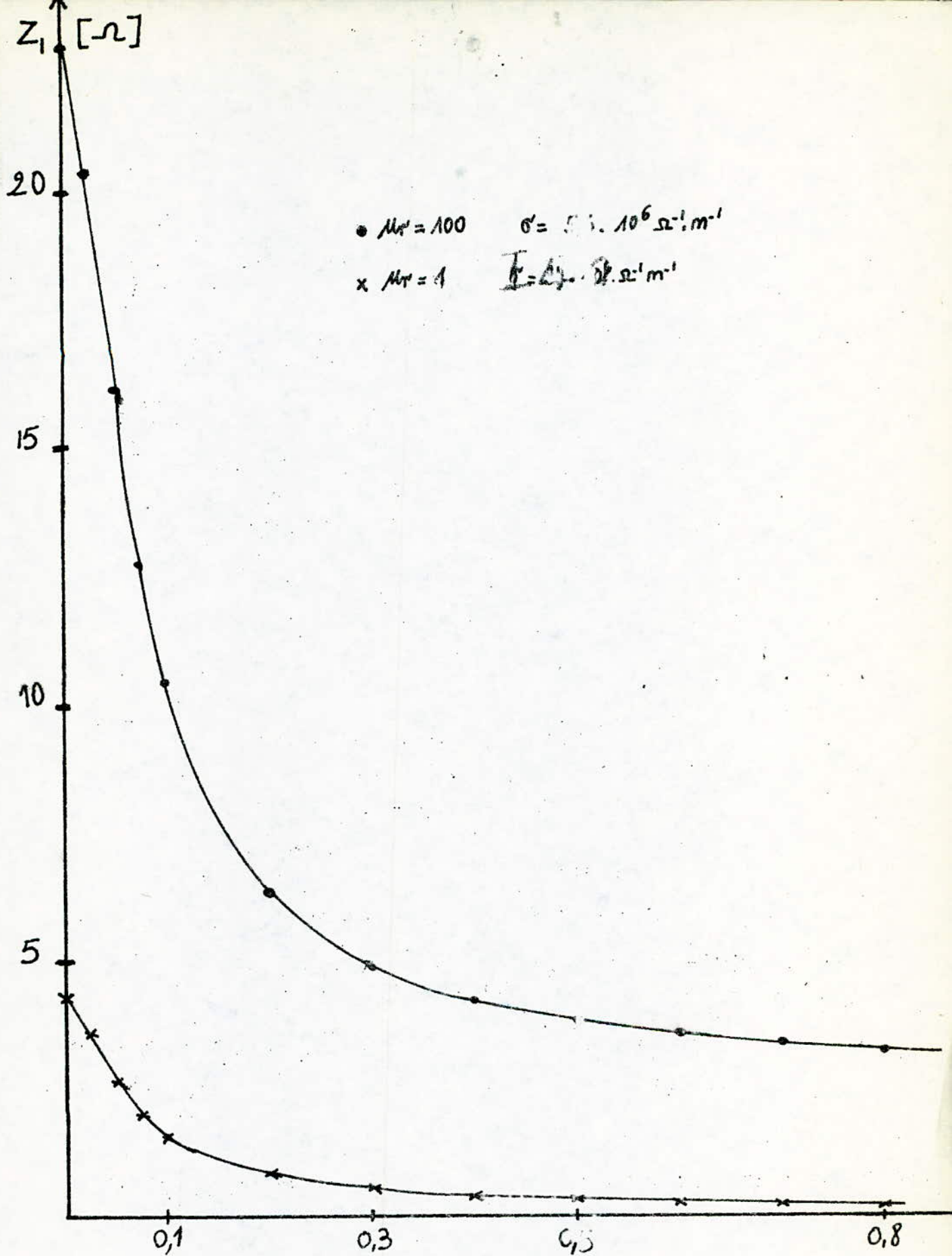


Fig I4a: Variation de l'impédance opérationnelle en fonction du glissement (stator I seul alimenté).

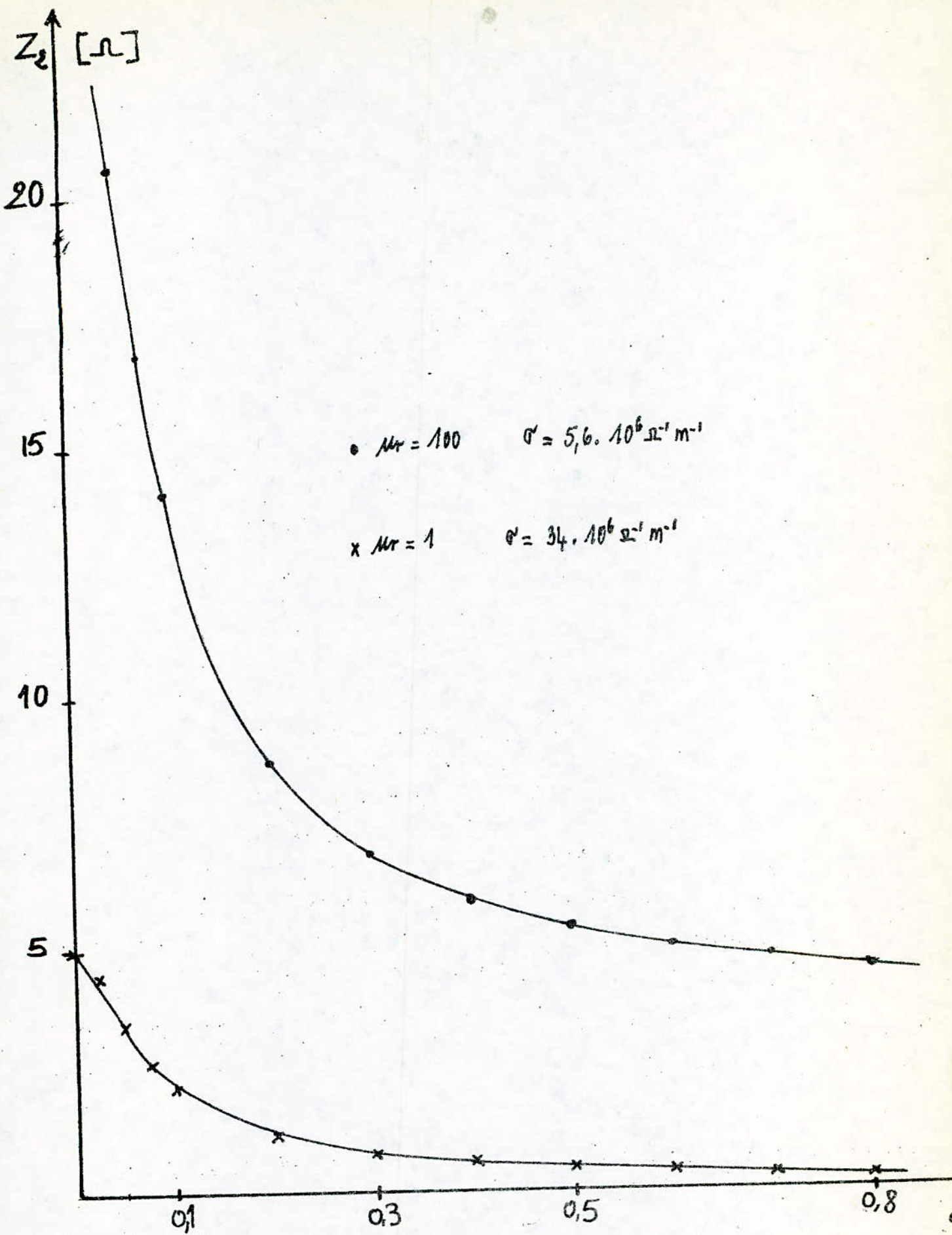


Fig I4b : Variation de l'impédance opérationnelle en fonction du glissement (Stator i_1 seul alimenté).

Fig 15a: Variation du couple en fonction du glissement
 à $V = 100V$ (Stator 1 seul alimenté).

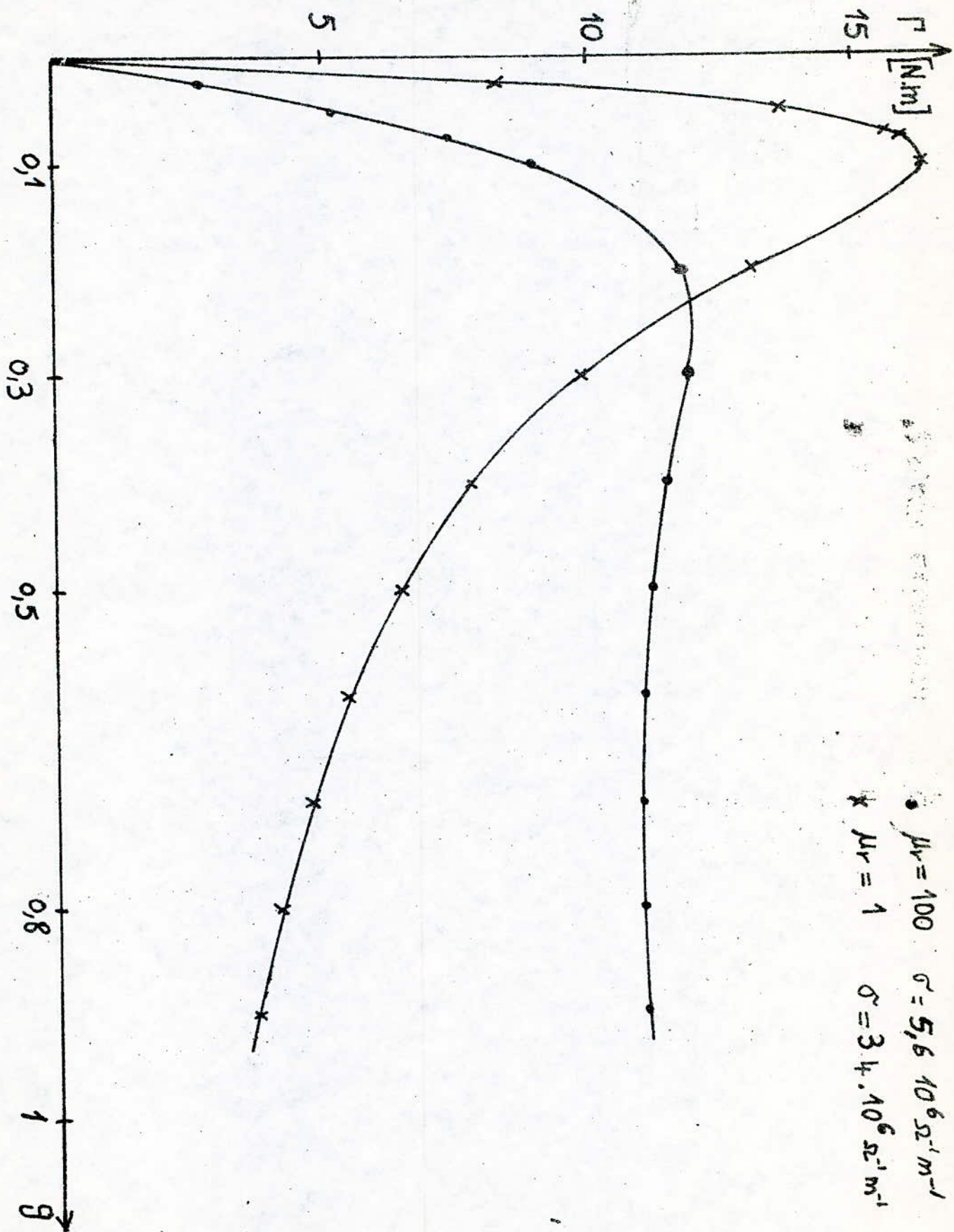


Fig I5b Variation du couple en fonction du glissement à $V=200V$
 (Stator 1 seul alimenté).

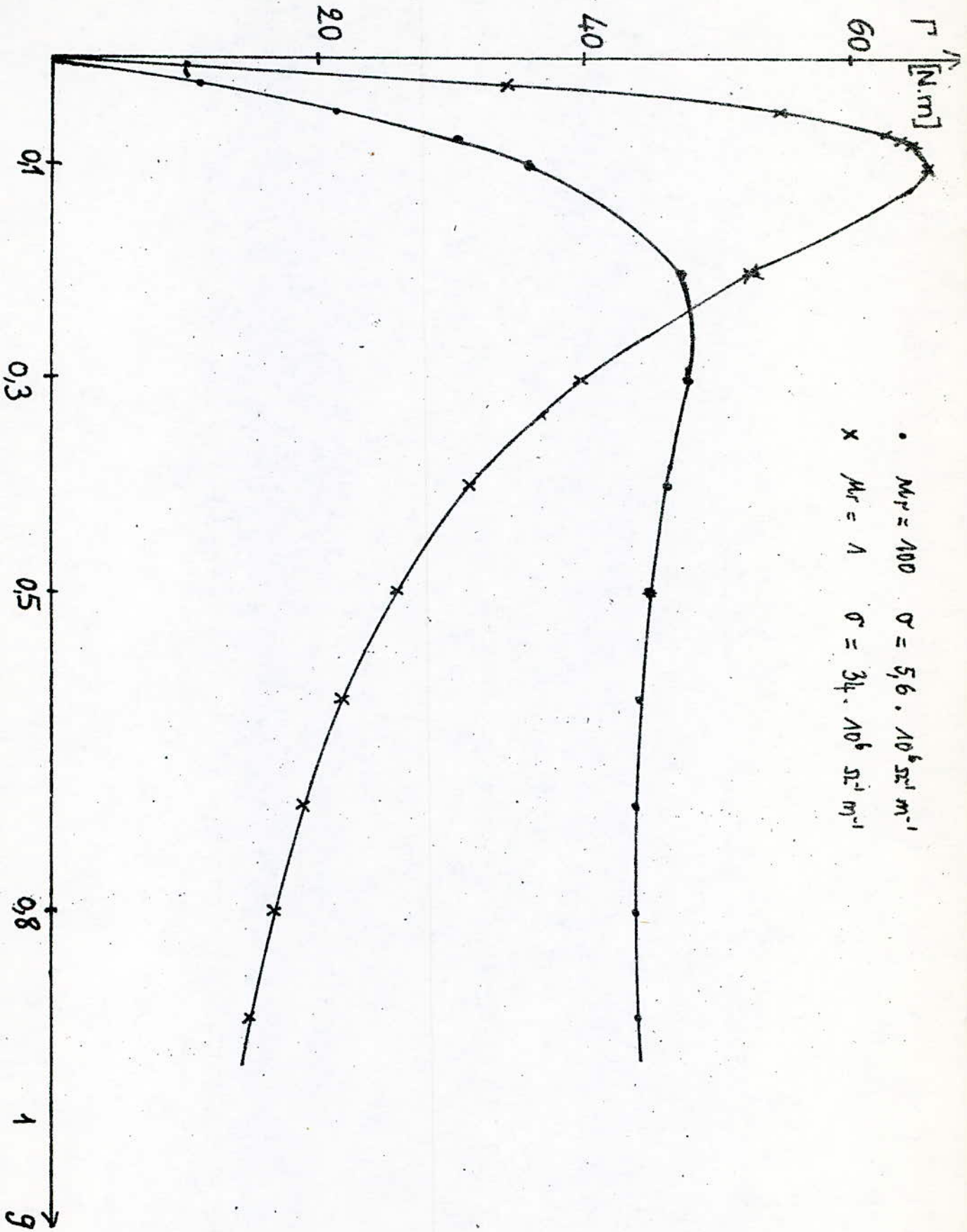


Fig. 15c : Variation du couple en fonction du glissement à $V = 100V$
 (Stator 2 seul alimenté).

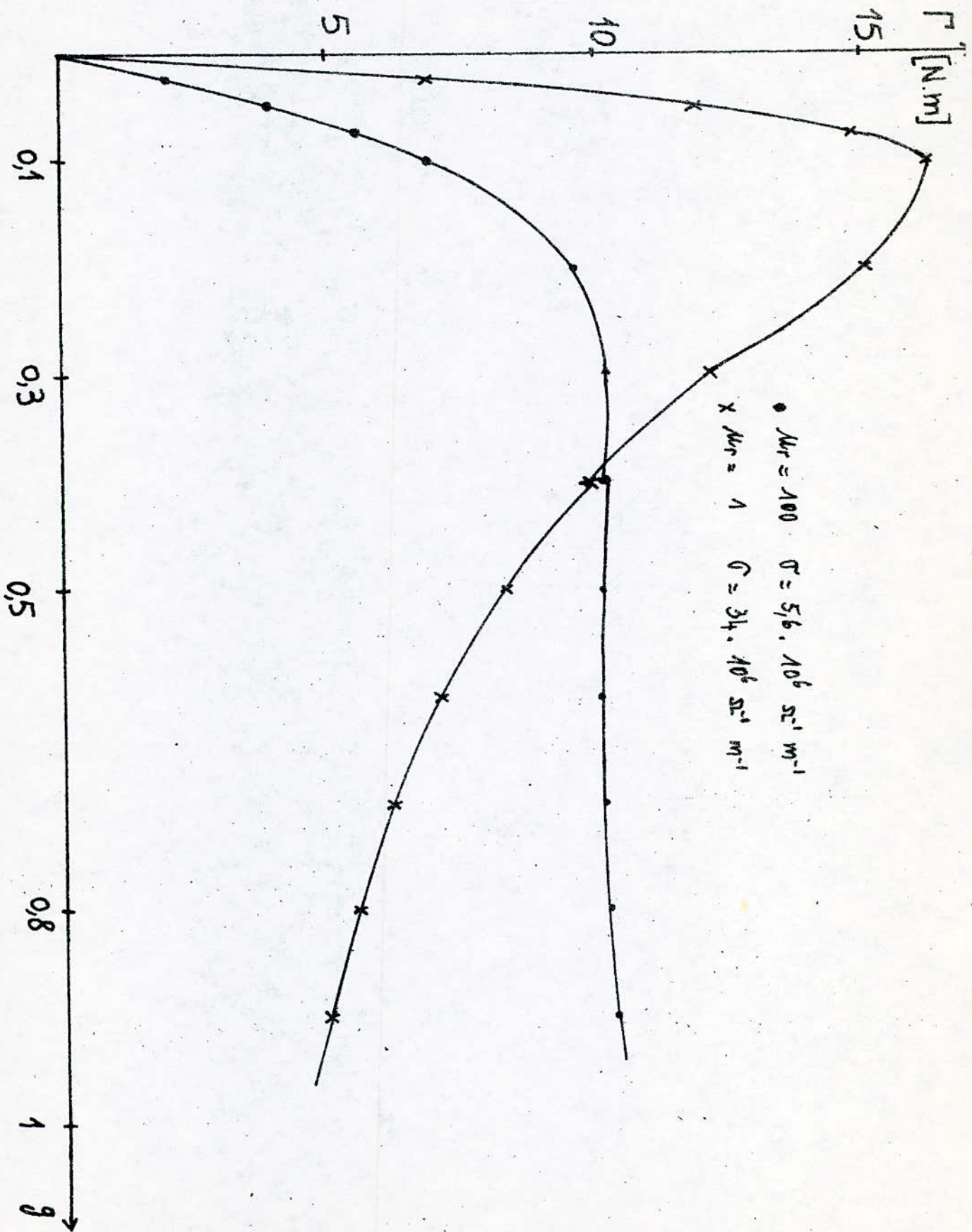


Fig 15d: Variation du couple en fonction du glissement à $V = 200V$
 (Stator 2 seul alimenté).

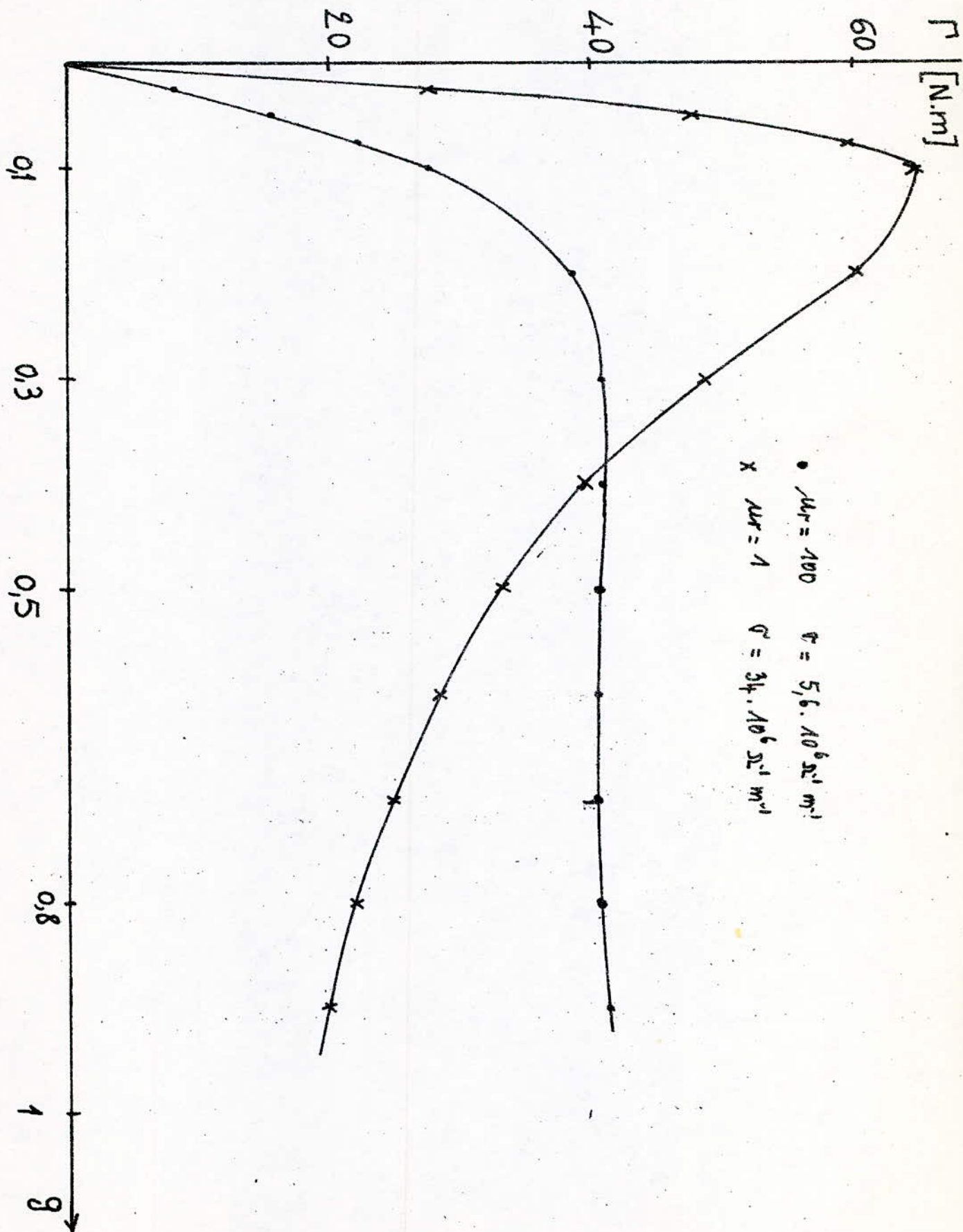


Fig 15c: Variation du couple en fonction du glissement à $V = 100V$.
 (Les deux stators sont simultanément alimentés).

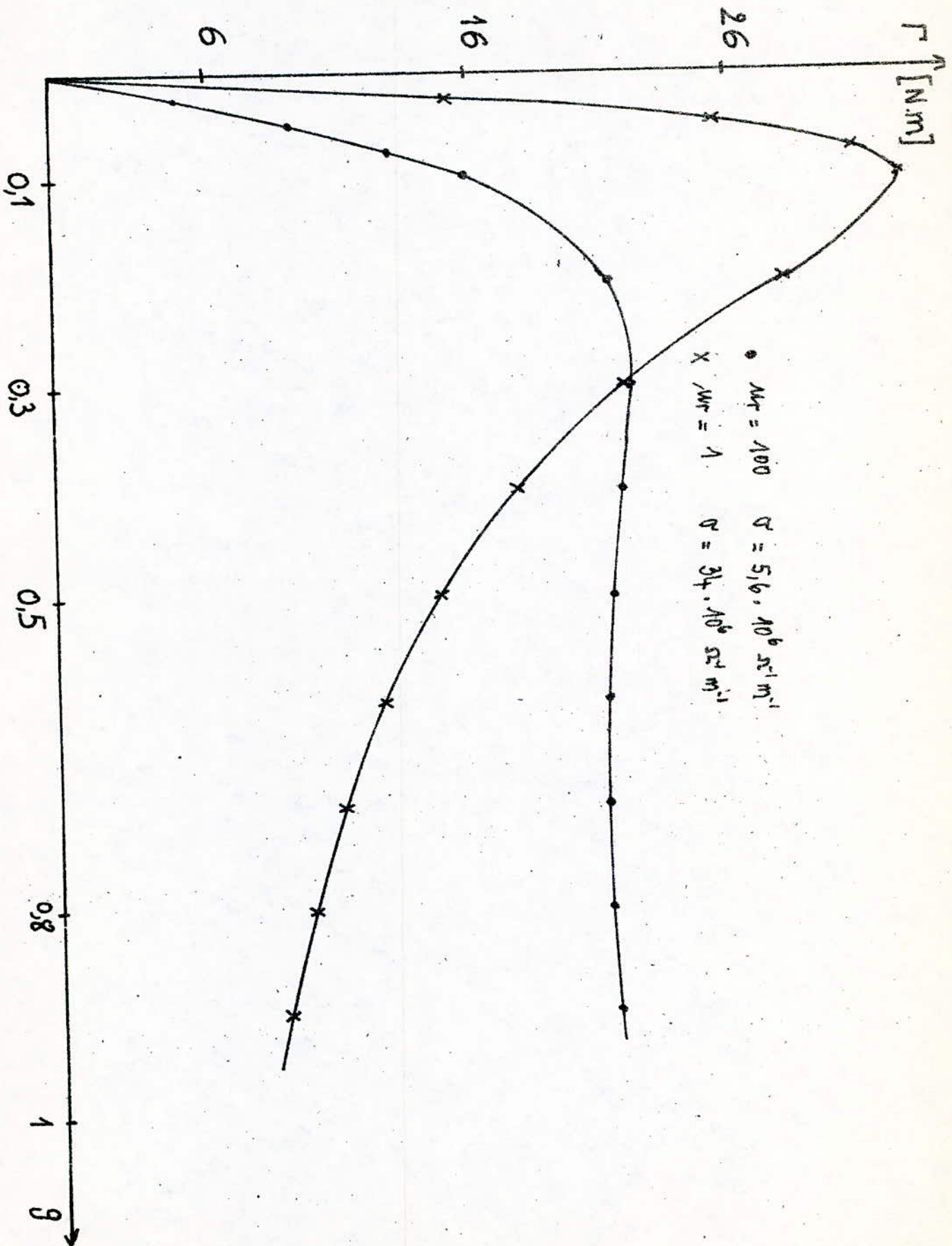


Fig 15f: Variation des couples en fonction du glissement à $V = 200V$
 (des deux stator alimentés simultanément)

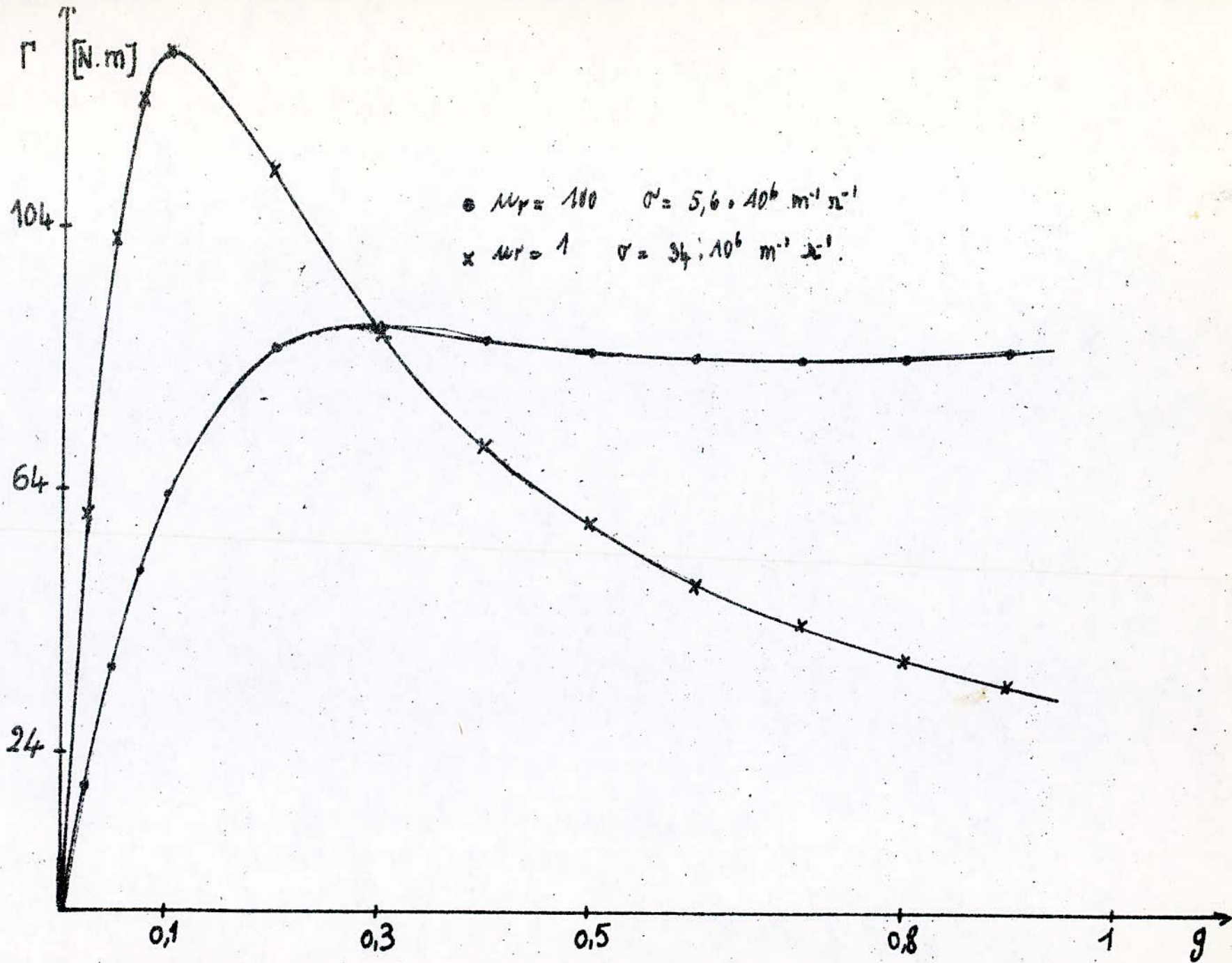


Fig 100 : Variation du courant en fonction du glissement à $V = 100V$
 (staton 1 seul alimenté)

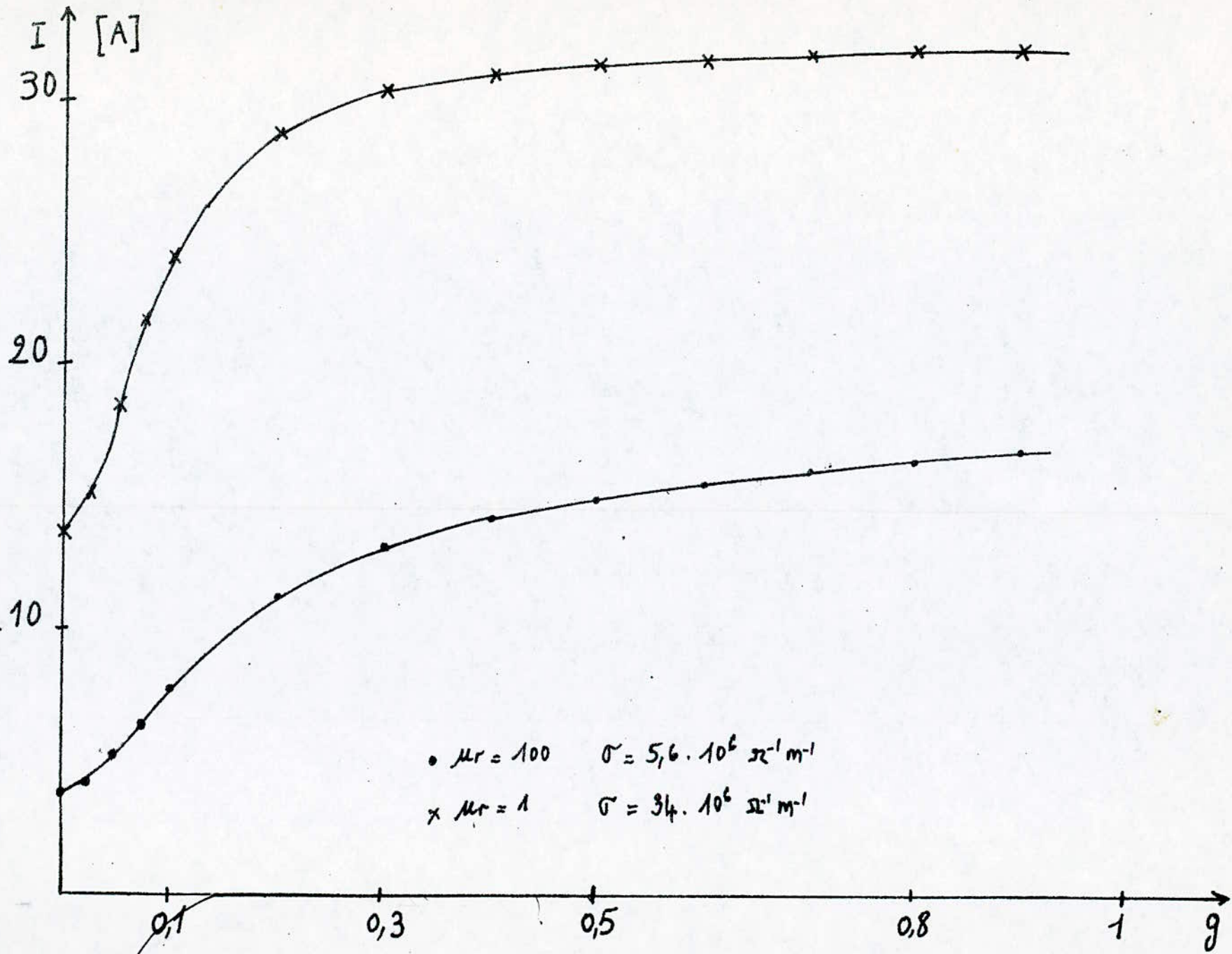


fig. 16 B: Variation du courant en fonction du glissement α $V = 200V$
 (Stator seul alimenté).

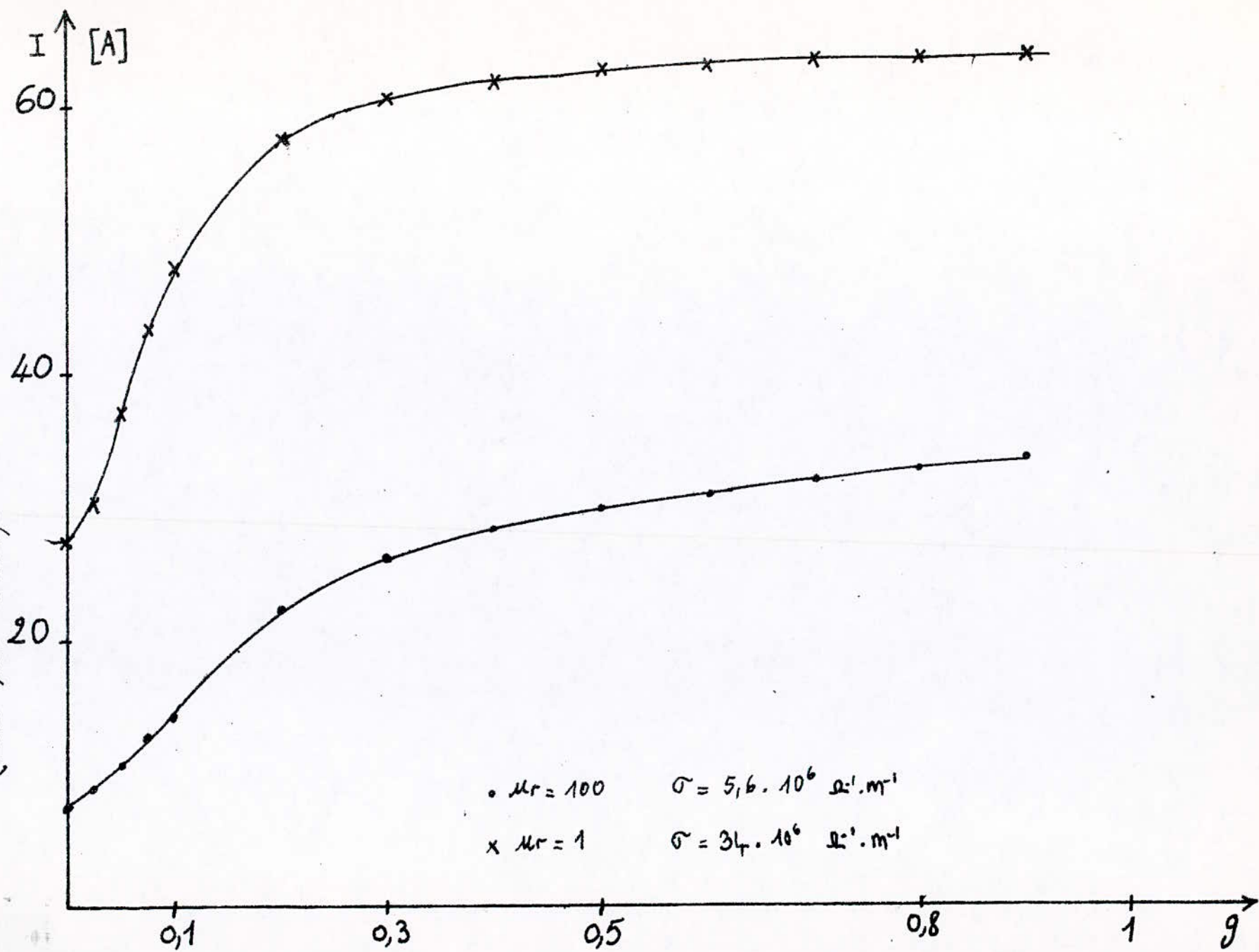


fig 16C: Variation du courant en fonction du glissement à $V = 100V$
(Stator 2 seulement alimenté).

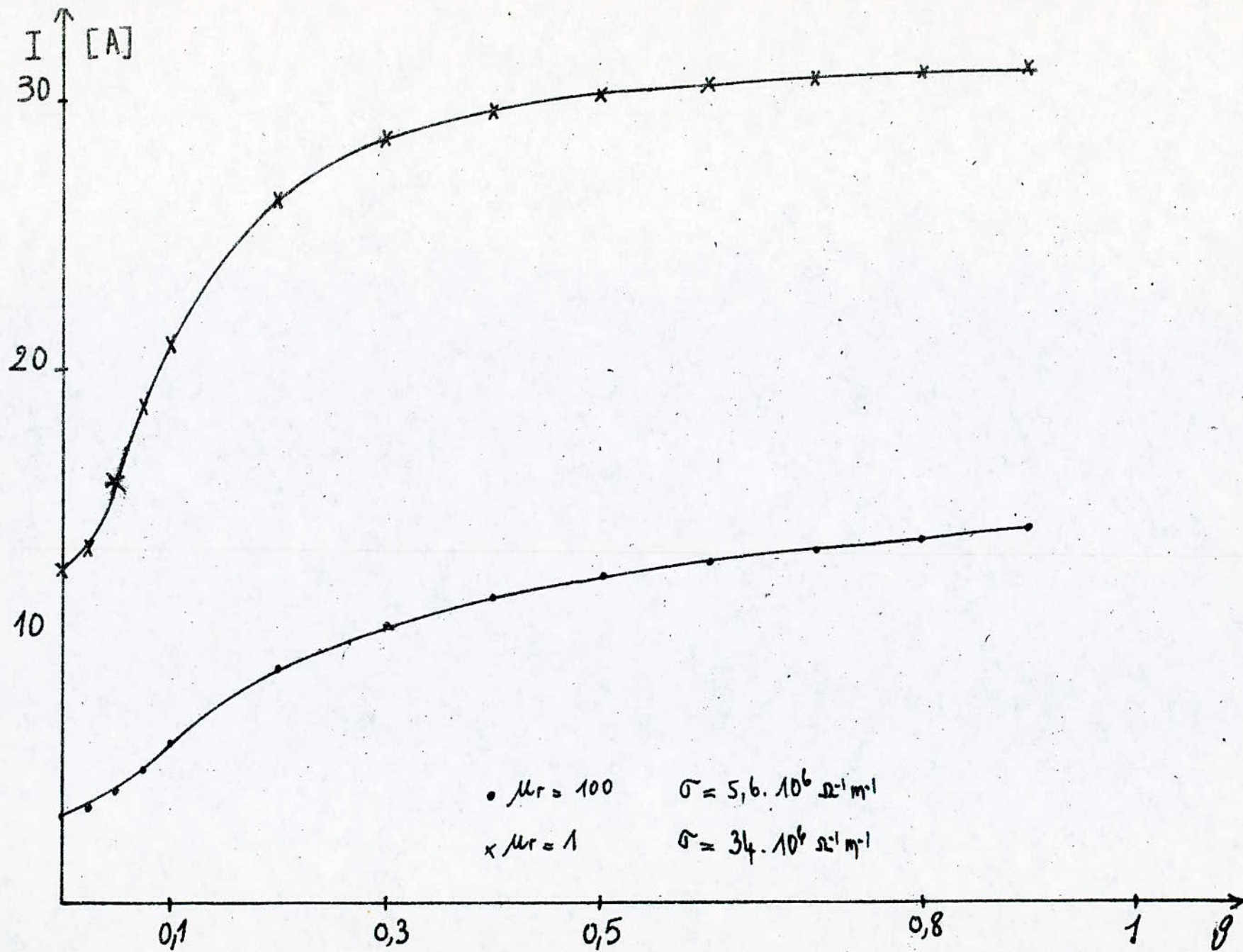
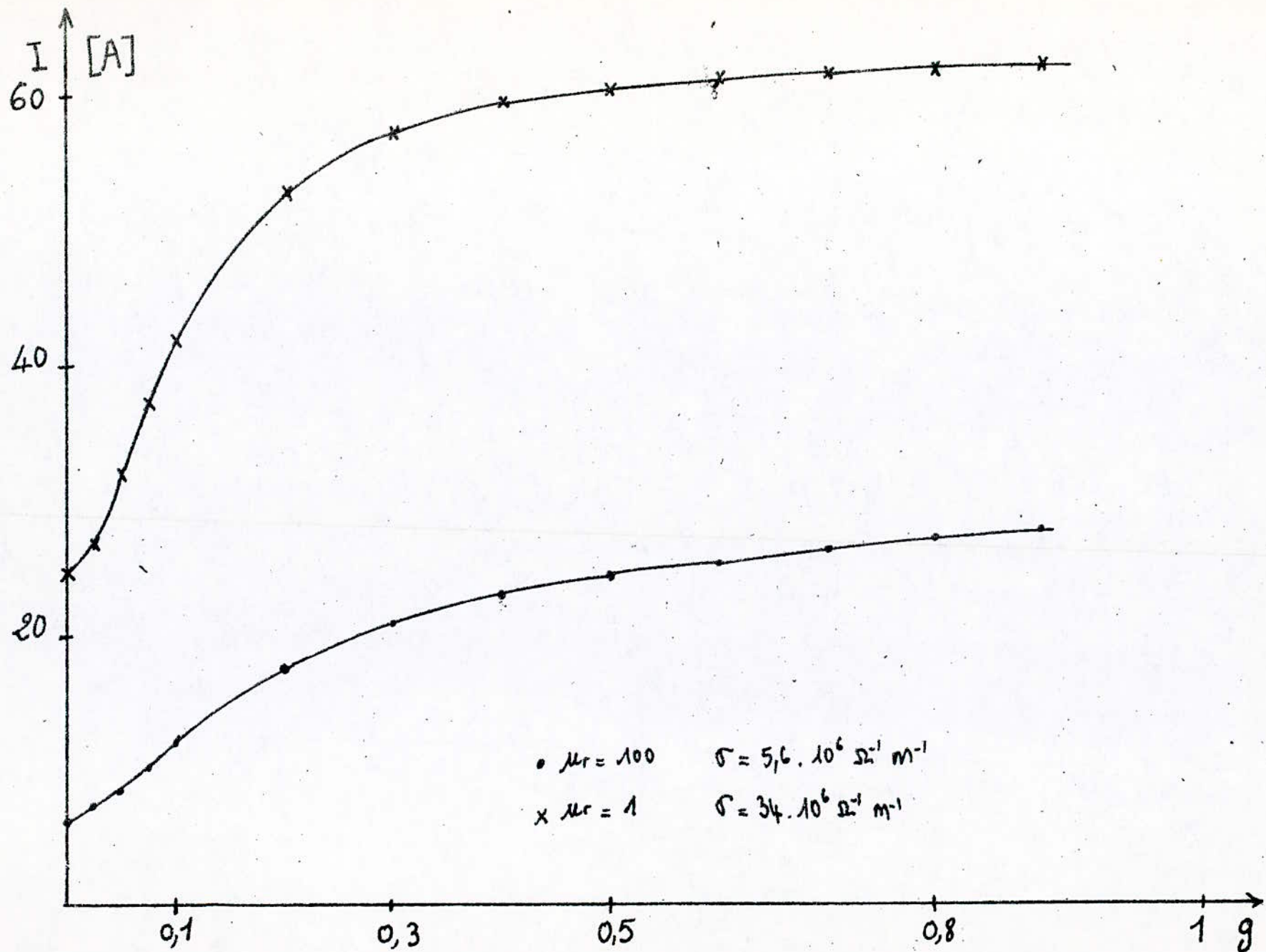


fig 166: Variation du courant en fonction du glissement à $V = 200V$
(Stator 2 seul alimenté)



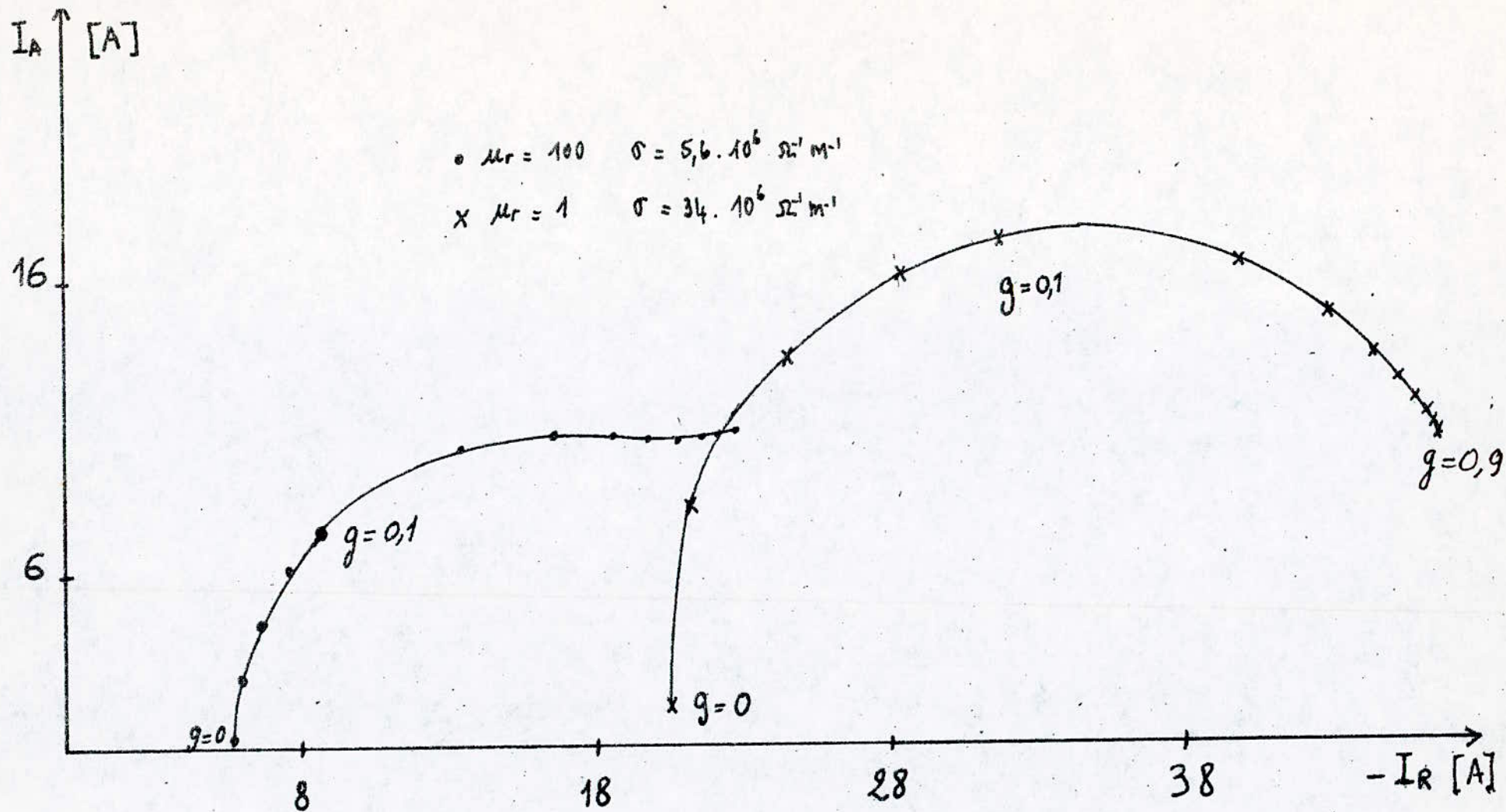


fig 17a : Variation du courant watté en fonction du courant de watté $\varepsilon \quad V = 150V$
 (stator 1 seul alimenté)

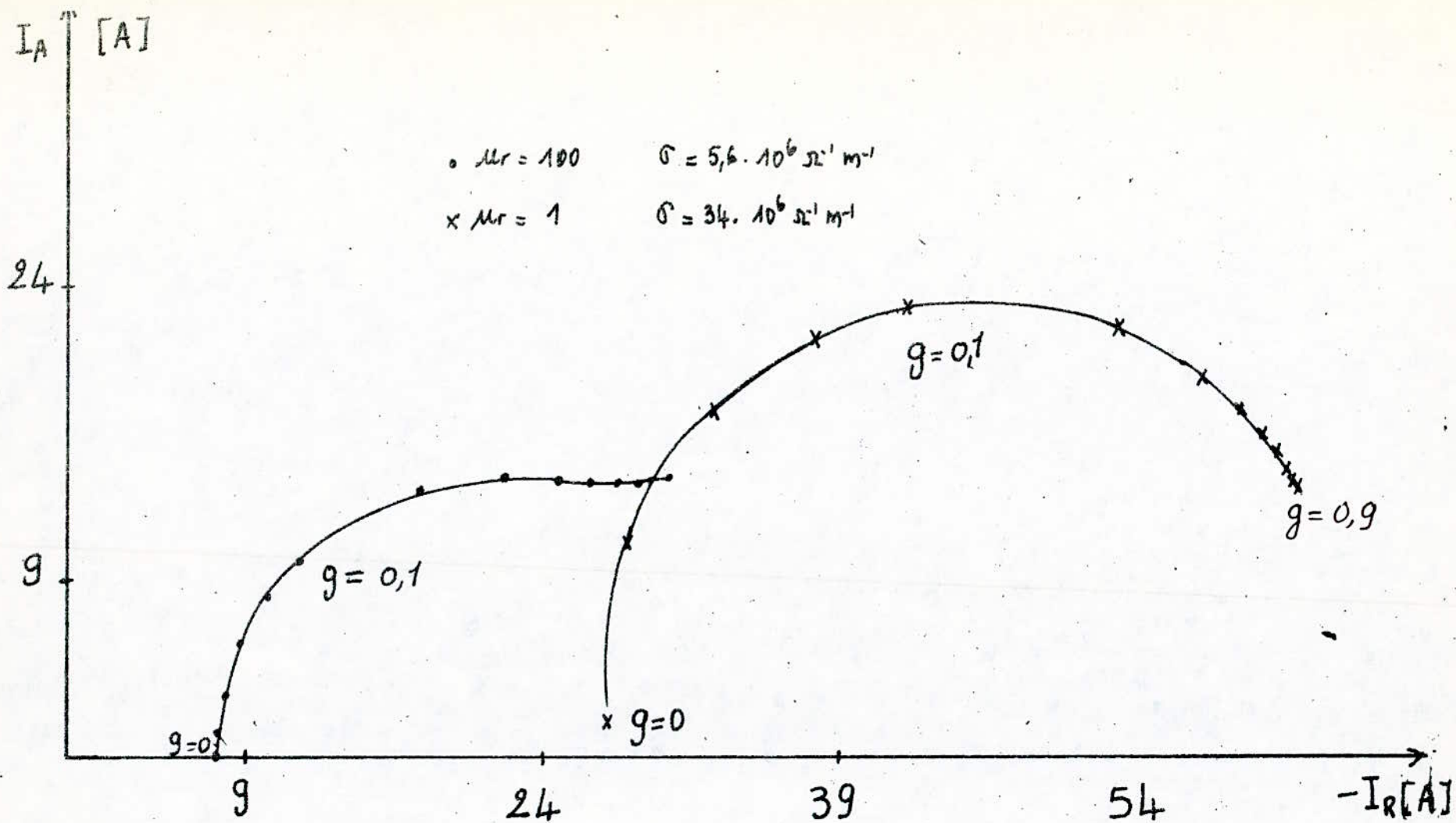


fig I7b \approx Variation du courant watté en fonction du courant de watté à $V = 200V$
 (stator 1. seul alimenté)

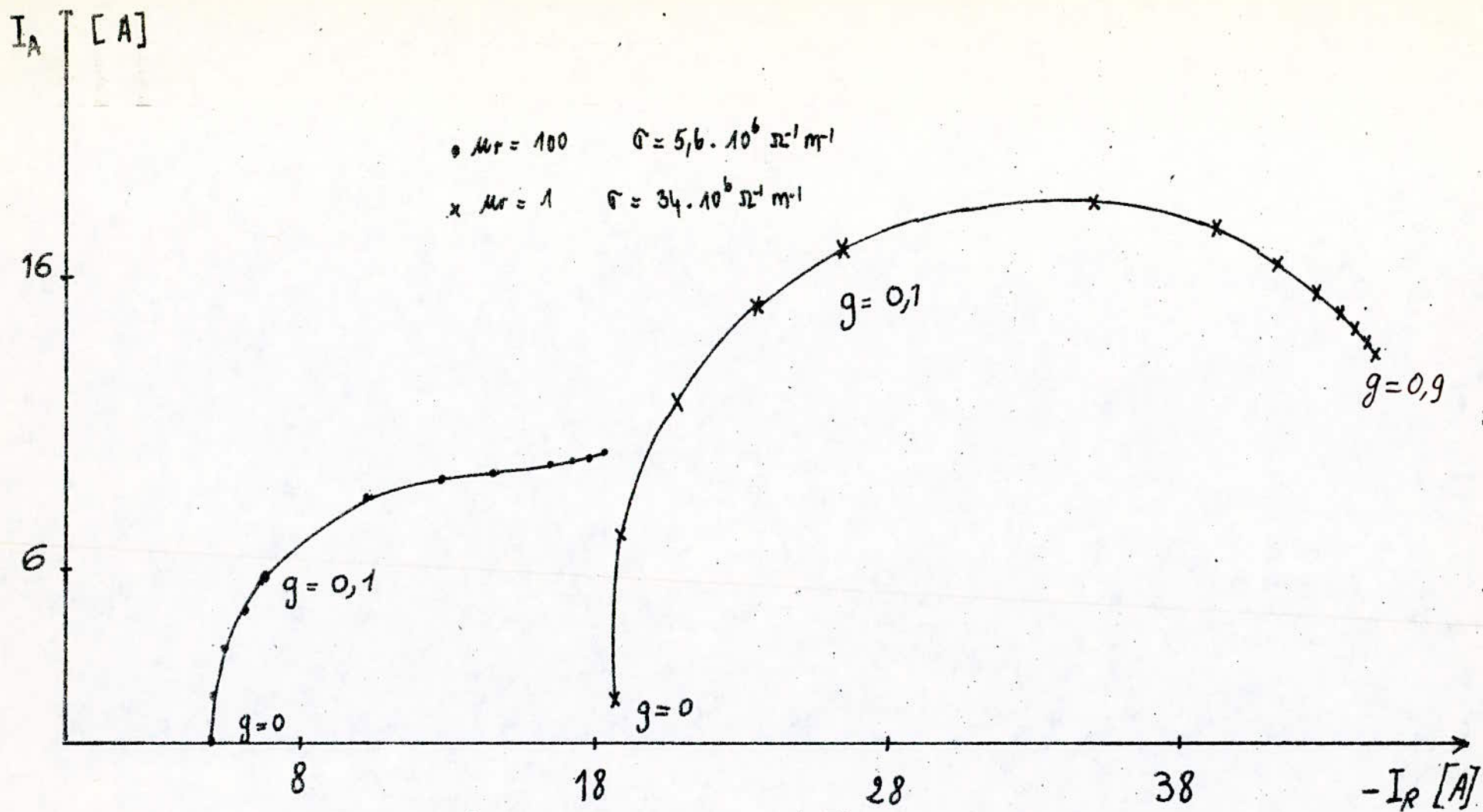


fig I7C : Variation du courant watté en fonction du courant de watté à $V = 150V$
 (Stator 2 seul alimenté).

Chapitre II

Etude Experimentale

Nous presentons dans cette partie, les essais experimentaux. Nous les comparons ensuite avec ceux obtenus par le calcul.

Présentation de la machine:

Elle est constituée de trois parties concentriques principales : deux stators et un rotor [1].

Stator 1 (exterieur)

Il est identique à celui d'une machine asynchrone classique. Son bobinage est effectué à phase totalement imbriquée, et présente les caractéristiques suivantes :

Nombre de phase	-----	$q = 3$
Nombre de paire de pôle	-----	$p = 2$
Nombre de spires par phase	-----	$N = 144$
Nombre total d'encoches	-----	$N_z = 36$
Nombre de conducteurs par encoche	-----	$n = 24$
Diamètre intérieur du stator	-----	$D = 190 \text{ mm}$
Longueur utile du fer	-----	$L = 100 \text{ mm}$
Pas polaire	-----	$\tau_p = 300 \text{ mm}$

Quand le stator 1 est seul alimenté, la machine a pour paramètres électriques :

Puissance utile	-----	$P_{ui} = 6,5 \text{ kW}$
Tension d'alimentation	-----	$380/220 \quad Y/\Delta$
Courant dans une phase statorique	-----	$I = 12,35 \text{ A}$
Fréquence	-----	$f = 50 \text{ Hz}$

Stator 2 (interieur)

Il a la forme d'un rotor d'une machine asynchrone classique. Son bobinage est identique à celui du stator 1. Il a les caractéristiques suivantes.

Nombre de phases	-----	$q = 3$
Nombre de paires de pôles	-----	$p = 2$
Nombre de spires par phase	-----	$N = 162$
Nombre total d'encoches	-----	$N_z = 36$
Nombre de conducteur par encoche	-----	$n = 27$
Diamètre extérieur du stator	-----	$D = 174 \text{ mm}$
Longueur utile du fer	-----	$L = 100 \text{ mm}$
Par pôle	-----	$\sigma_p = 274 \text{ mm}$

Quand le stator 2 est seul alimenté, la machine a pour paramètres électriques:

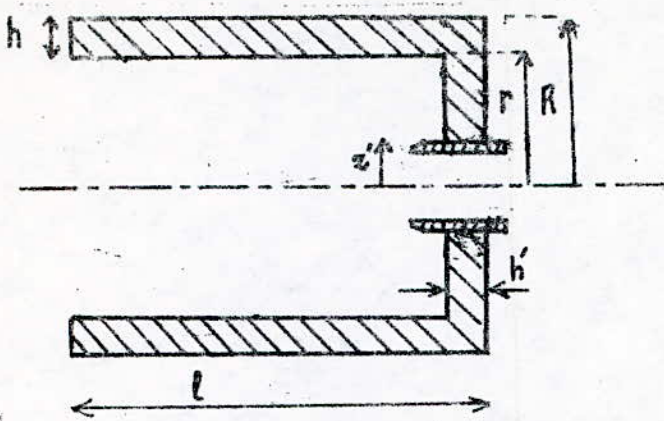
Puissance utile	-----	$P_{u1} = 3,5 \text{ kW}$
Tension d'alimentation	-----	$380/220 \text{ Y}/\Delta$
Courant dans une phase statique	-----	$I = 6,64 \text{ A}$
Fréquence	-----	$f = 50 \text{ Hz}$

Rotor:

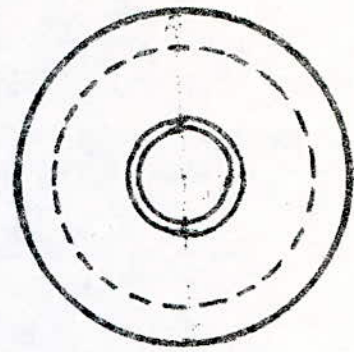
Il a la forme d'un cylindre creux d'épaisseur h , fixé sur l'arbre par l'une de ses bases. Le matériau constituant le rotor est un alliage d'aluminium.

Il a les caractéristiques suivantes. [1]:

Résistivité	$\rho = 2,9 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$
Péremabilité relative	$\mu_r = 1$
Masse volumique	$M_v = 2,7 \text{ g/cm}^3$



(a) coupe longitudinale



(b) Vue de face

fig. II 1

$$R = 94 \text{ mm}$$

$$r = 87,5 \text{ mm}$$

$$h = h' = 6,5 \text{ mm}$$

$$l = 190 \text{ mm}$$

$$r' = 29 \text{ mm}$$

Identification de la machine

Calcul du coefficient k_s :

La disposition des encoches du stator sur un pas polaire est représentée sur la figure ci dessous. On a représenté le fondamental de la f.m.m créée par l'enroulement :

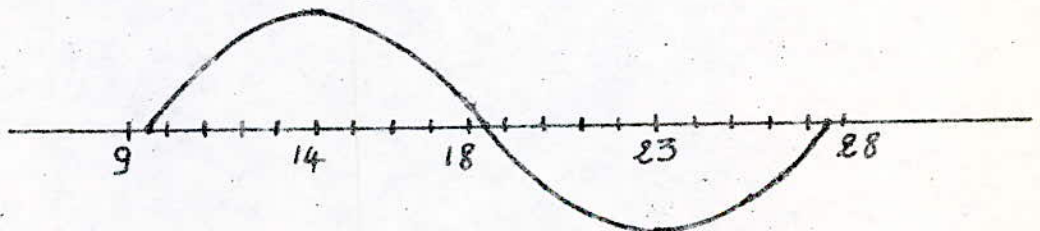


fig. II 2

La force magnétomotrice (fmm) créée par l'enroulement d'une phase est donnée par l'expression :

$$E_1 = \frac{k_s}{a} \cdot i_1 \cdot \sin \phi$$

a : pulsation géométrique de l'entrefer.

$$i_1 = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \theta)$$

D'autre part, on a: $E_1 = \sin \phi \cdot \frac{2}{\pi} \int_0^\pi n \cdot i_1 \delta \sin \phi d\phi$.

n : nombre de conducteurs par encoche.

δ : Impulsion de Dirac.

$$E_1 = \sin \phi \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_1 \sum_{j=1}^3 n \cdot \sin \phi_j$$

En égalisant les deux expressions de E_1 , on obtient:

$$k_s = a \cdot \frac{2}{\pi} \cdot n (\sin \phi_1 + \sin \phi_2 + \sin \phi_3)$$

avec

$$\phi_1 = \frac{3,5 \times 2\pi}{18}, \quad \phi_2 = \frac{4,5 \times 2\pi}{18}, \quad \phi_3 = \frac{5,5 \times 2\pi}{18}$$

on obtient:

$$k_{s1} = 92,1 \text{ m}^{-1}$$

$$k_{s2} = 1135 \text{ m}^{-1}$$

Mesure de la résistance d'une phase statique:

La résistance est mesurée à chaud par la méthode ovale.

on obtient:

$$R_{s1} = (0,45 \pm 0,05) \Omega$$

$$R_{s2} = (0,75 \pm 0,05) \Omega$$

Mesure de la réactance de fuite d'une phase statorique.

Elle est mesurée par la méthode de l'impédance monopolaire:

- Lorsque la machine est entraînée à la vitesse de synchronisme $N = 1500 \text{ tr/min}$, on obtient:

$$X_{f1} = (1,7 \pm 0,1) \Omega$$

$$X_{f2} = (1,5 \pm 0,1) \Omega$$

- Lorsque la machine est à l'arrêt, nous obtenons:

$$X_{s1} = (2,0 \pm 0,1) \Omega$$

$$X_{s2} = (1,8 \pm 0,1) \Omega$$

Calcul du moment d'inertie des parties tournantes:

On a:

$$J = J_c + J_z + J_a.$$

Avec:

J_c : moment d'inertie du cylindre creux.

J_z : moment d'inertie de la base du rotor.

J_a : moment d'inertie de l'arbre.

On trouve:

$$J_c = 15,25 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$J_z = 2,14 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$J_a = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$J = 17,69 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

Essais en charge:

La machine, connectée au réseau 50 Hz, entraîne une dynamo-balance débitant sur une charge passive.

Le couple électromagnétique est :

$$T_e = T_u + \frac{P_{\text{mt}}}{\omega_r}$$

où

où T_u est le couple utile mesuré et P_{mt} sont les pertes mécaniques du moteur et de la génératrice.

ω_r est la vitesse rotative en rad/s .

Le glissement est mesuré par un alternateur tachymétrique.

À tension constante, on relève les caractéristiques suivantes :

Couple - glissement fig. II.3.

Courant - glissement fig. II.4.

Courant watté - courant dévoté fig. II.5.

Facteur de puissance - glissement fig. II.6.

Rendement - glissement fig. II.7

Comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats théoriques :

Les caractéristiques théoriques ont été interprétées au chapitre I.

La figure II.3 montre les variations du couple en fonction du glissement à tension et fréquence constantes. La caractéristique théorique ne coïncide pas avec la caractéristique expérimentale. Les valeurs expérimentales concernent des couples très faibles, le couple maximum est environ égal au cinquième du couple nominal de la génératrice. L'imprécision de mesure explique cette discordance. Il serait nécessaire de mesurer le couple par d'autres méthodes telle que la méthode de ralentissement et de démarrage.

L'allure de la caractéristique du courant en fonction du glissement est pratiquement semblable à celle obtenue théoriquement (fig II4)

Les figures II5 montrent les caractéristiques du courant watté en fonction du courant désaigué. Elles ont l'allure d'arcs de cercle qui coïncident sensiblement avec les caractéristiques théoriques (fig II5b et II5c). Les caractéristiques (fig. II5a) obtenues à 30V lorsque le stator 1 est seul alimenté montre une discordance entre les valeurs mesurées et calculées, nous pensons que les erreurs de mesure sont importantes et expliquent cette différence.

Le facteur de puissance expérimental est plus élevé que celui calculé. Il est indépendant de la tension. La caractéristique obtenue à 30V (stator 2 seul alimenté) présente un maximum. (fig. II6b)

Le rendement de la machine est faible pour les tensions utilisées (30V et 70V), la caractéristique présente un maximum. (fig. II7a et II7b)

Enfin les pertes mécaniques de la machine sont très faibles, la valeur maximale est voisine de 60W pour les glissements inférieurs à 0,05.

fig 13a: Variation du couple en fonction du glissement.
(Stator 1 seul alimenté).

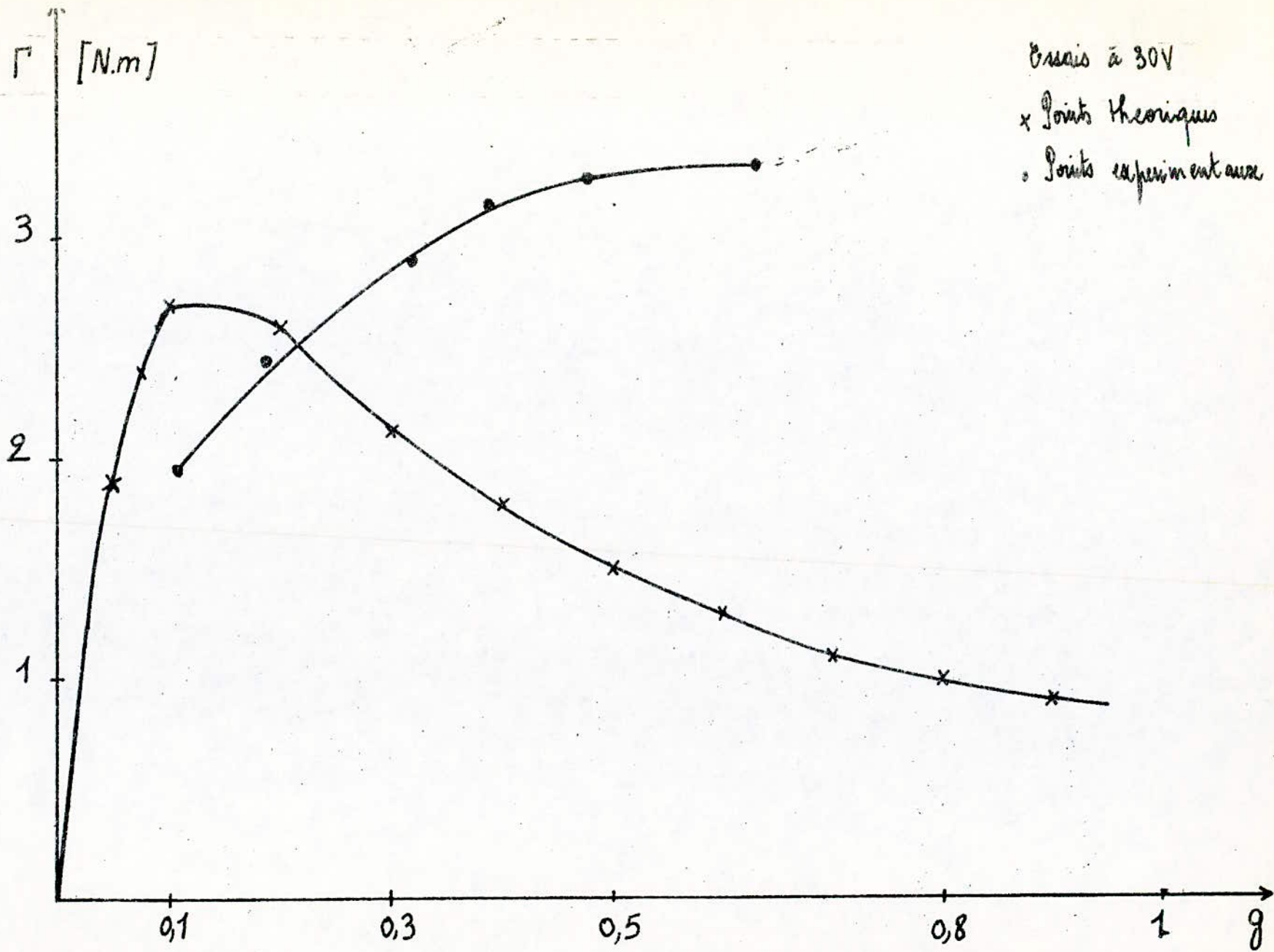


Fig 135: Variation du couple en fonction du glissement.
(Station 1 seul alimenté)

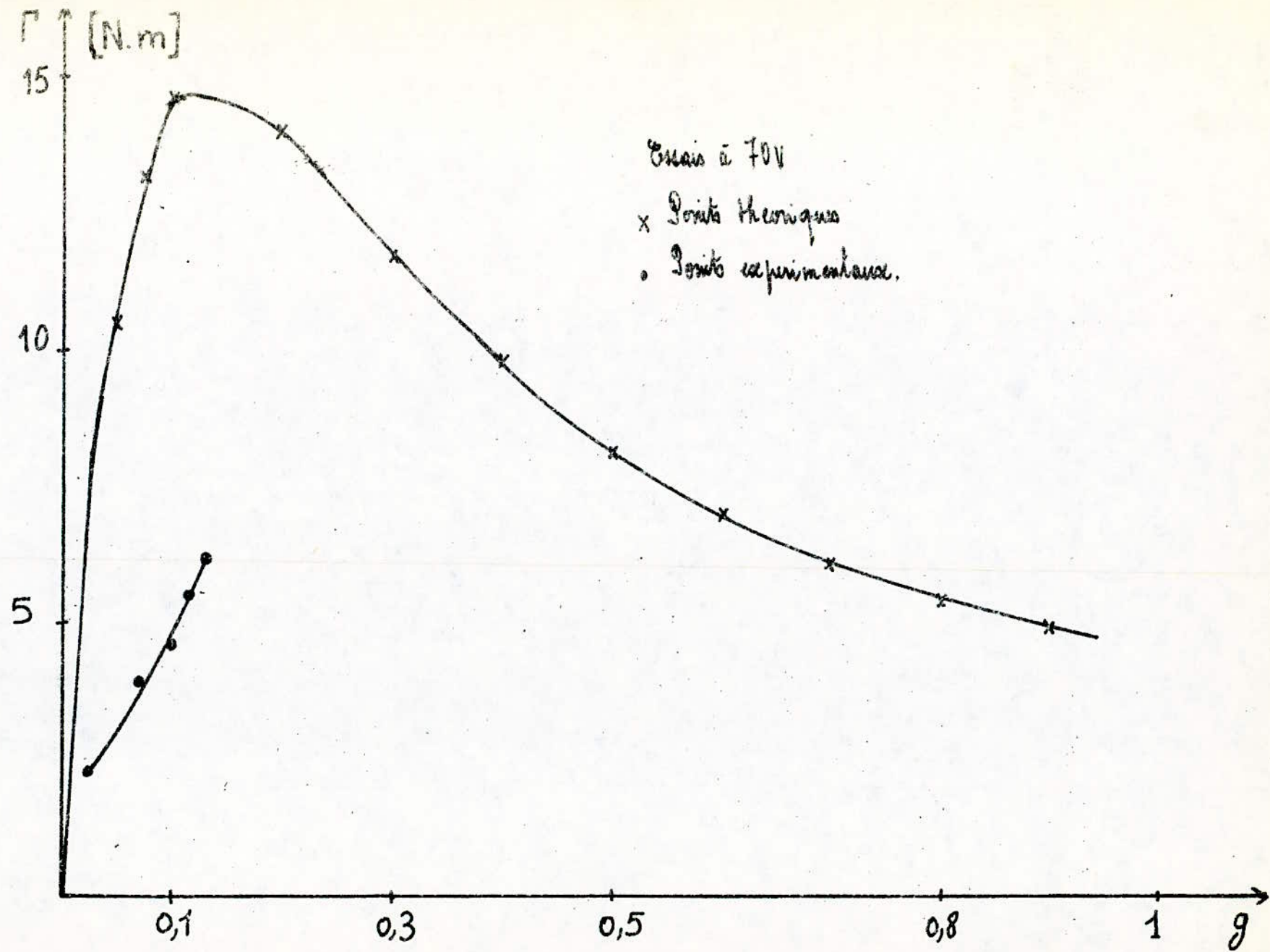
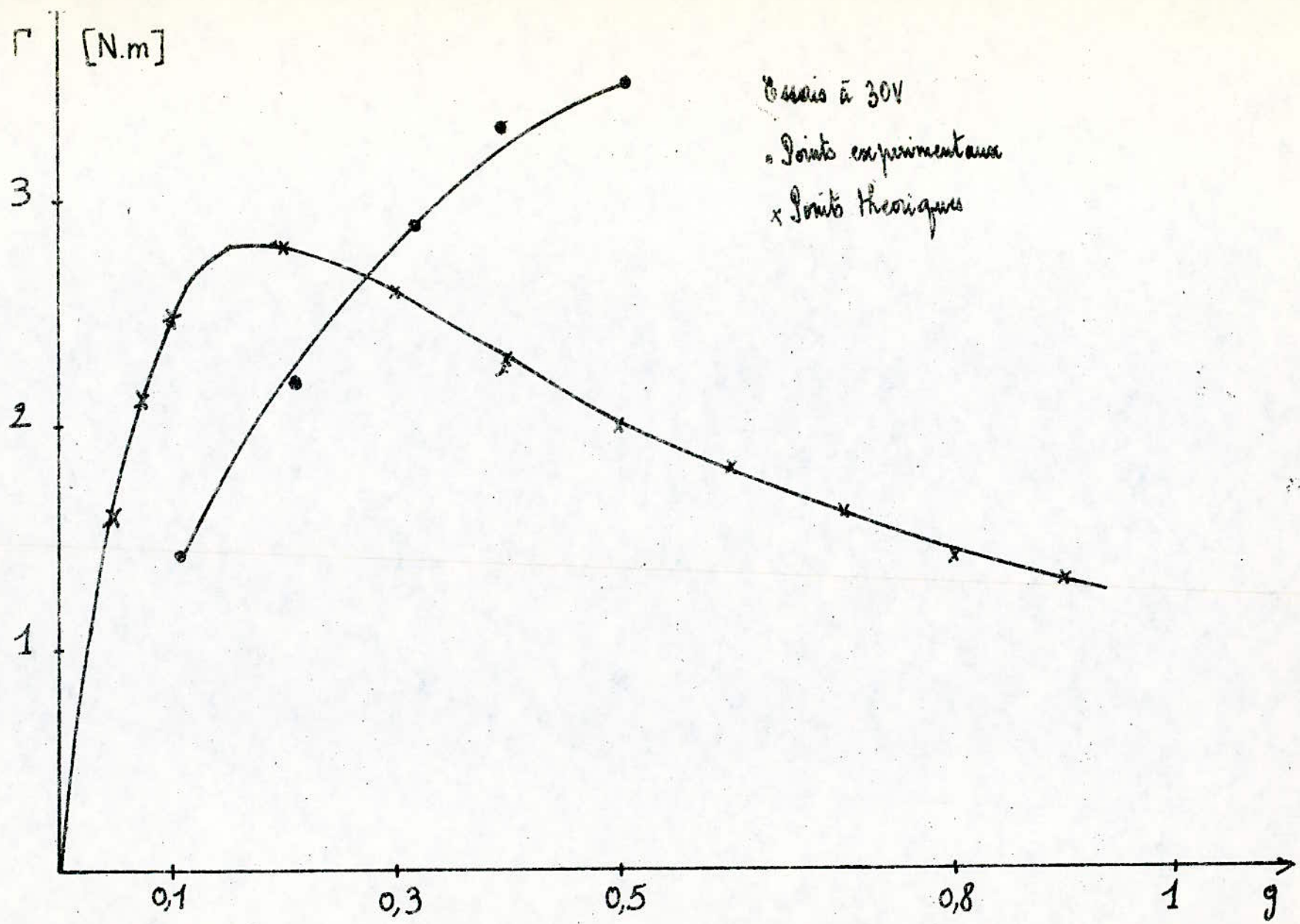


Fig 13c: Variation du couple en fonction du glissement
(Stator 2 seul alimenté)



Essais à 30V
• Points expérimentaux
x Points théoriques

fig. 33d: Variation du couple en fonction du glissement
(les deux stator sont simultanément alimentés)

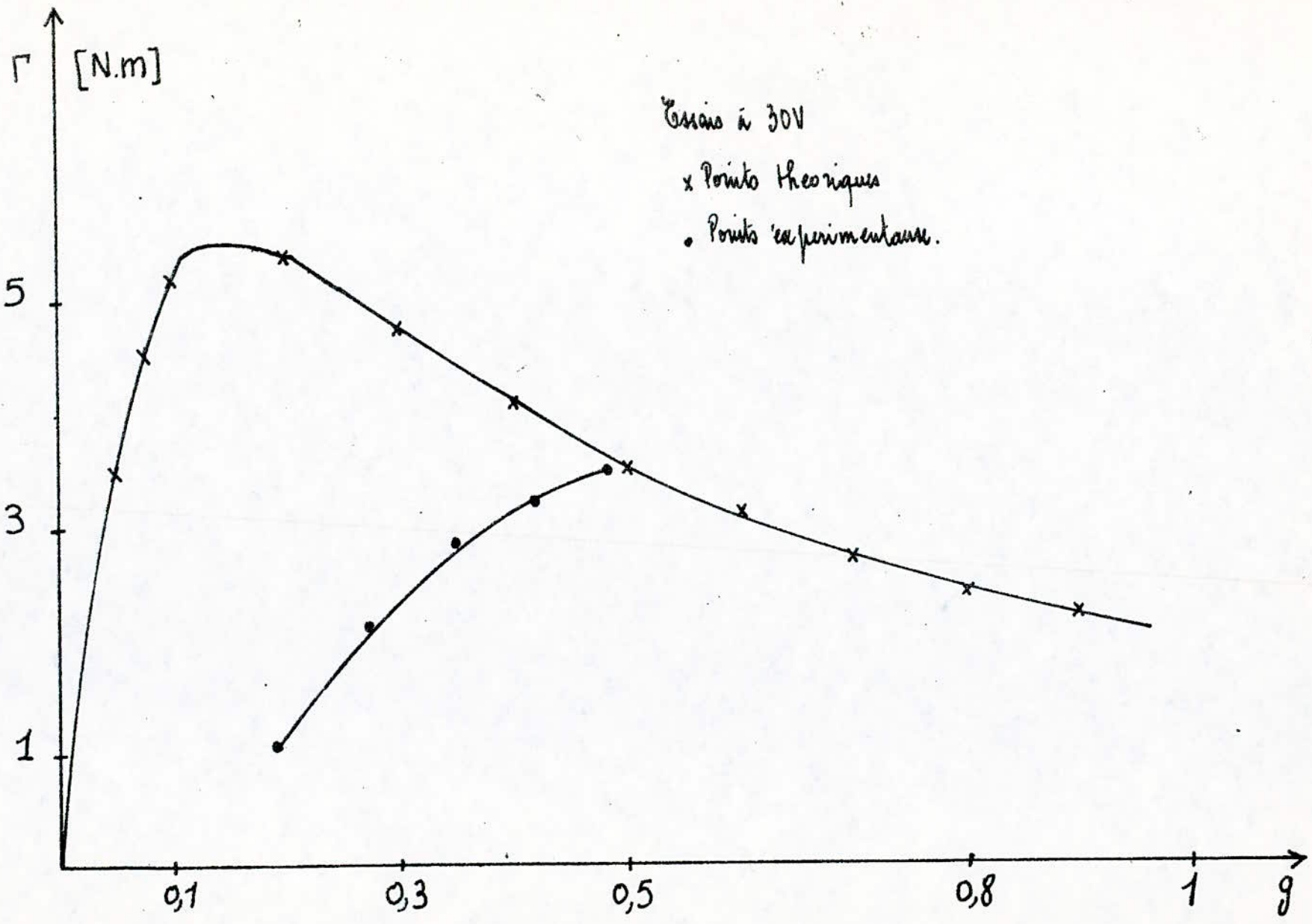


Fig II 4a: Variation du courant en fonction du glissement
(stator à seul aimant)

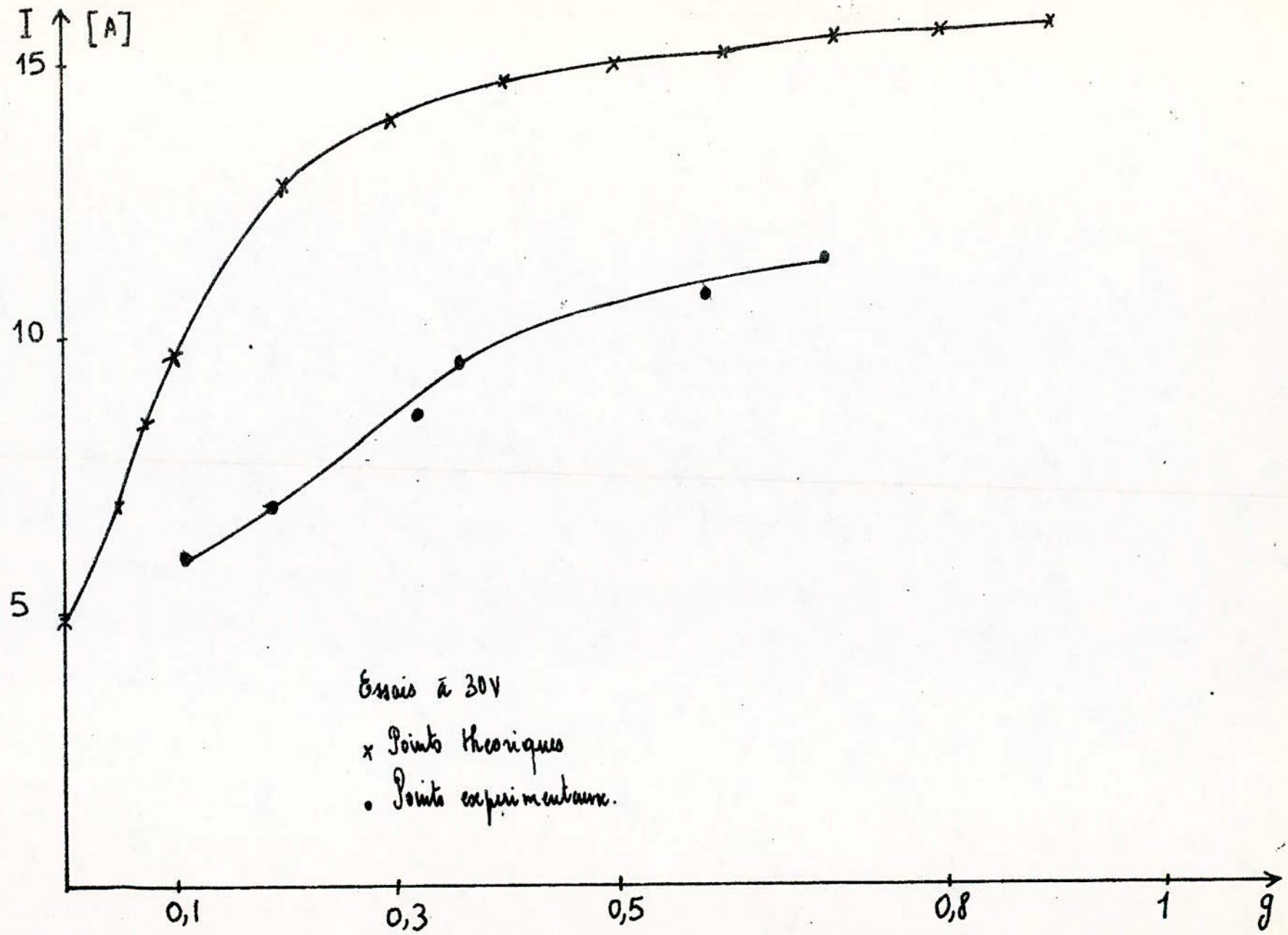


fig II46: Variation du courant en fonction du glissement
(Stator 1 seul alimenté)

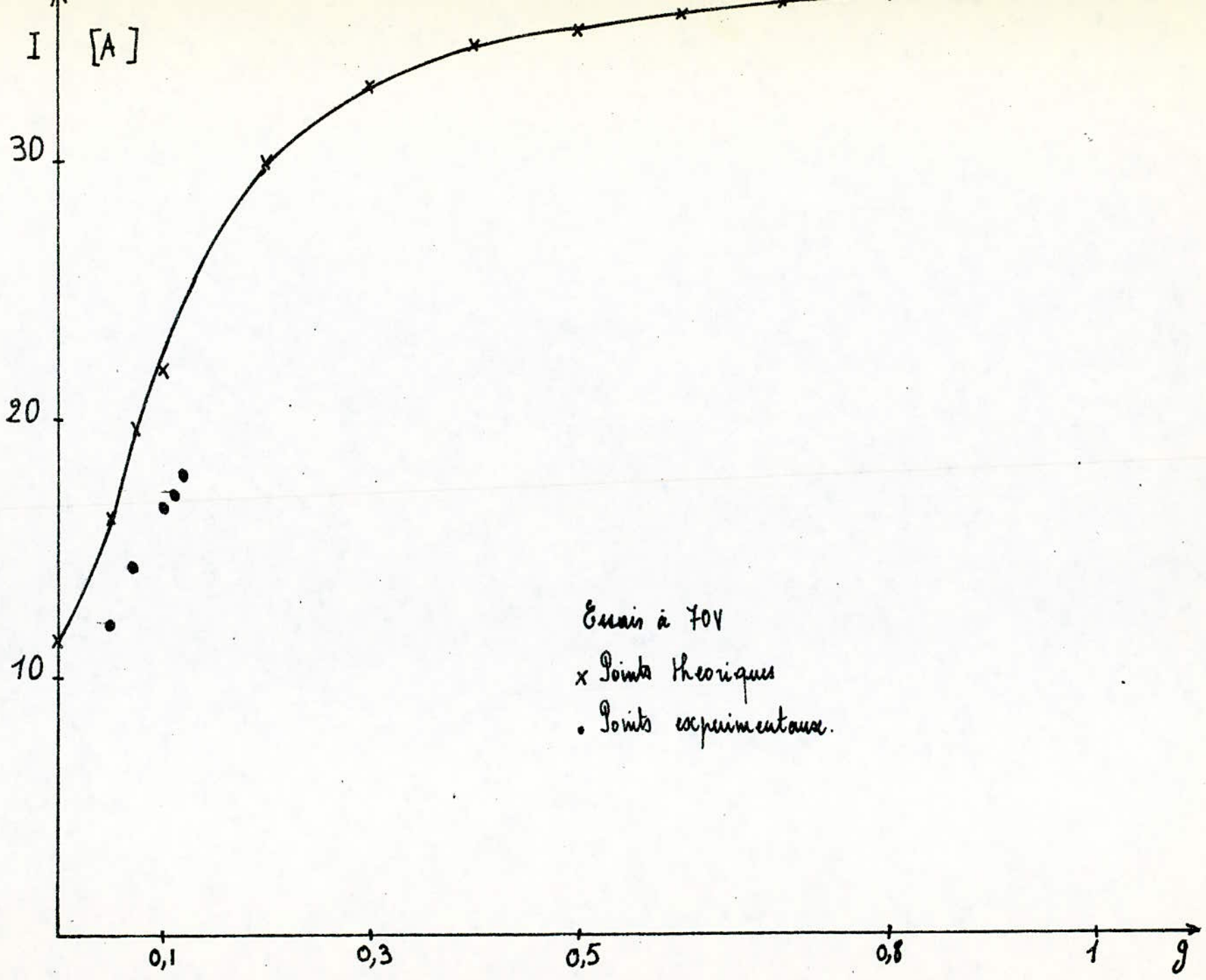


Fig II 4c: Variation du courant en fonction du glissement
(Aluor 2 seul alimenté.)

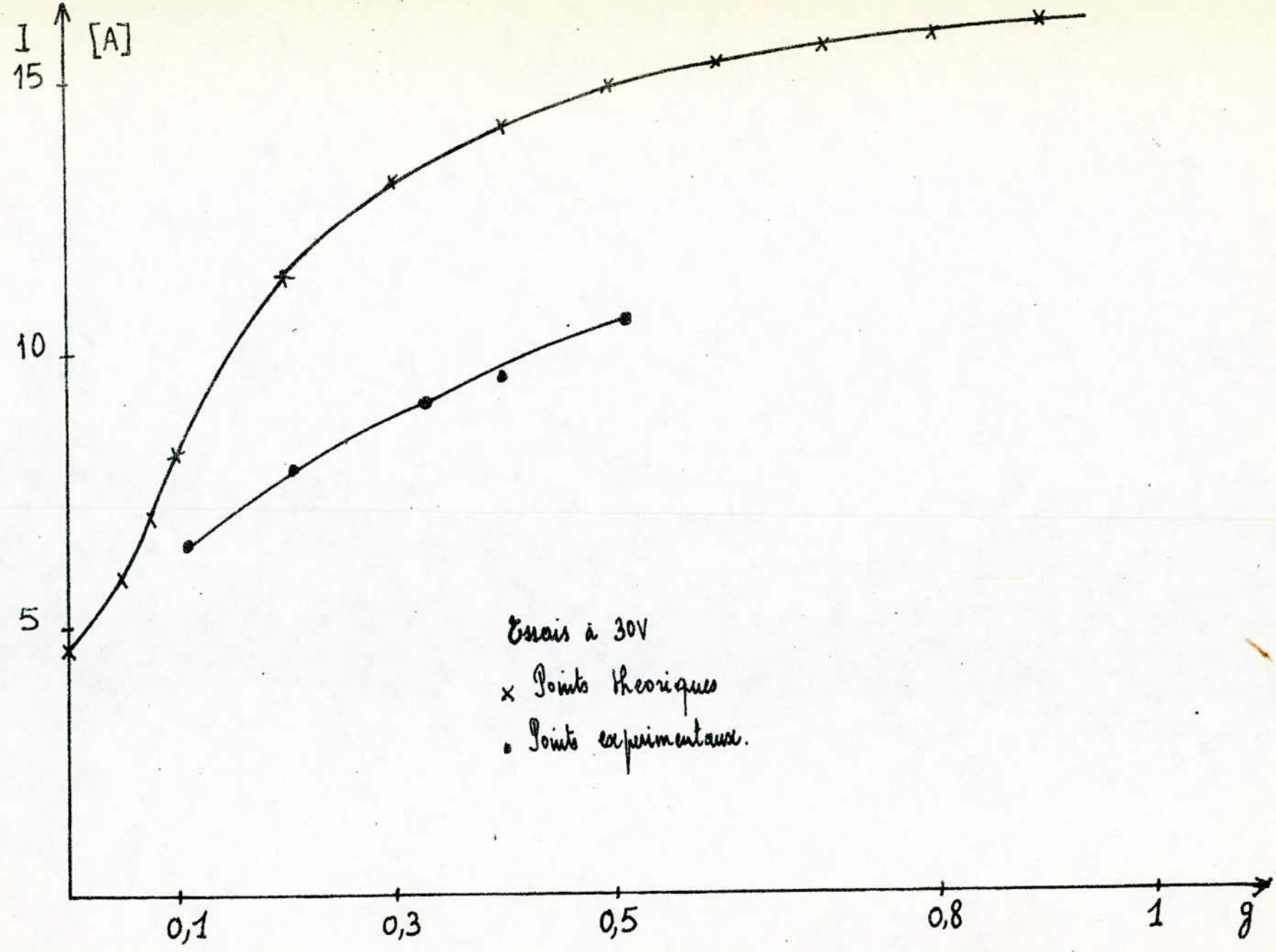


Fig 15a : Variation du courant watté en fonction du courant absorbé (Stator 1 seul alimenté)

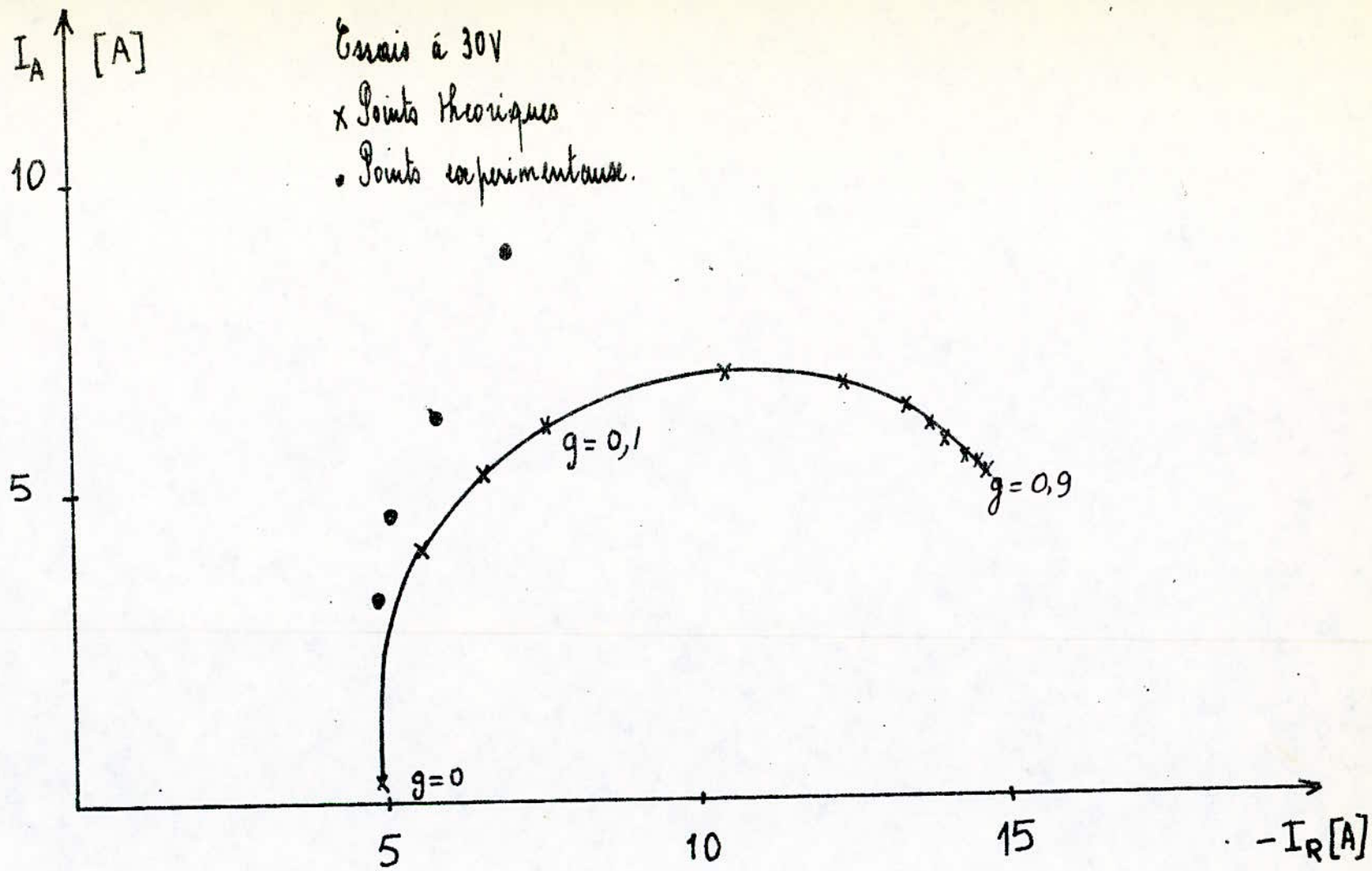


Fig II 5b: Variation du courant rotorique en fonction du courant d'excitation (Moteur à seul aimant)

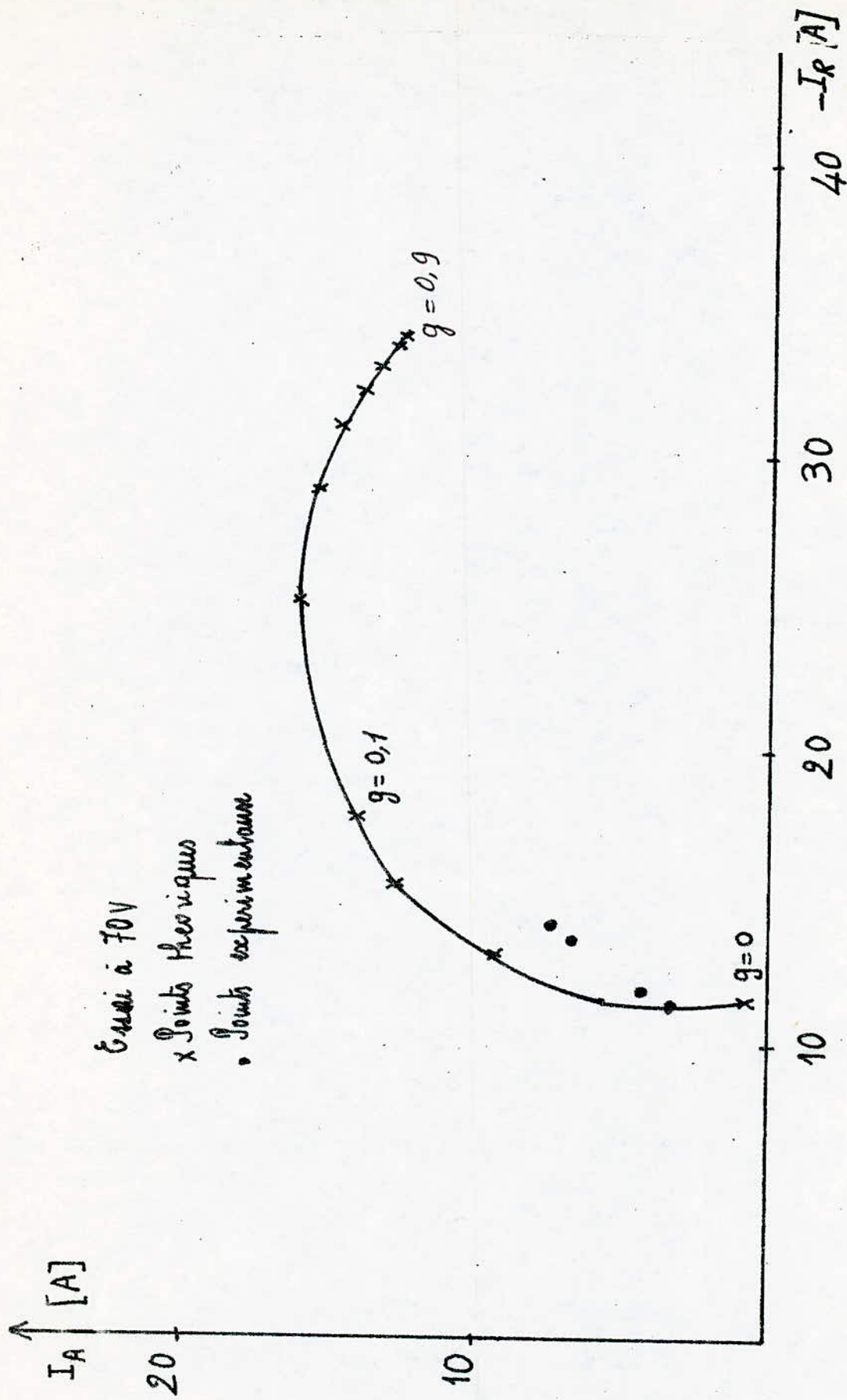


Fig II 5c: Variation du courant watté en fonction du courant de watté (Stator 2 seul alimenté)

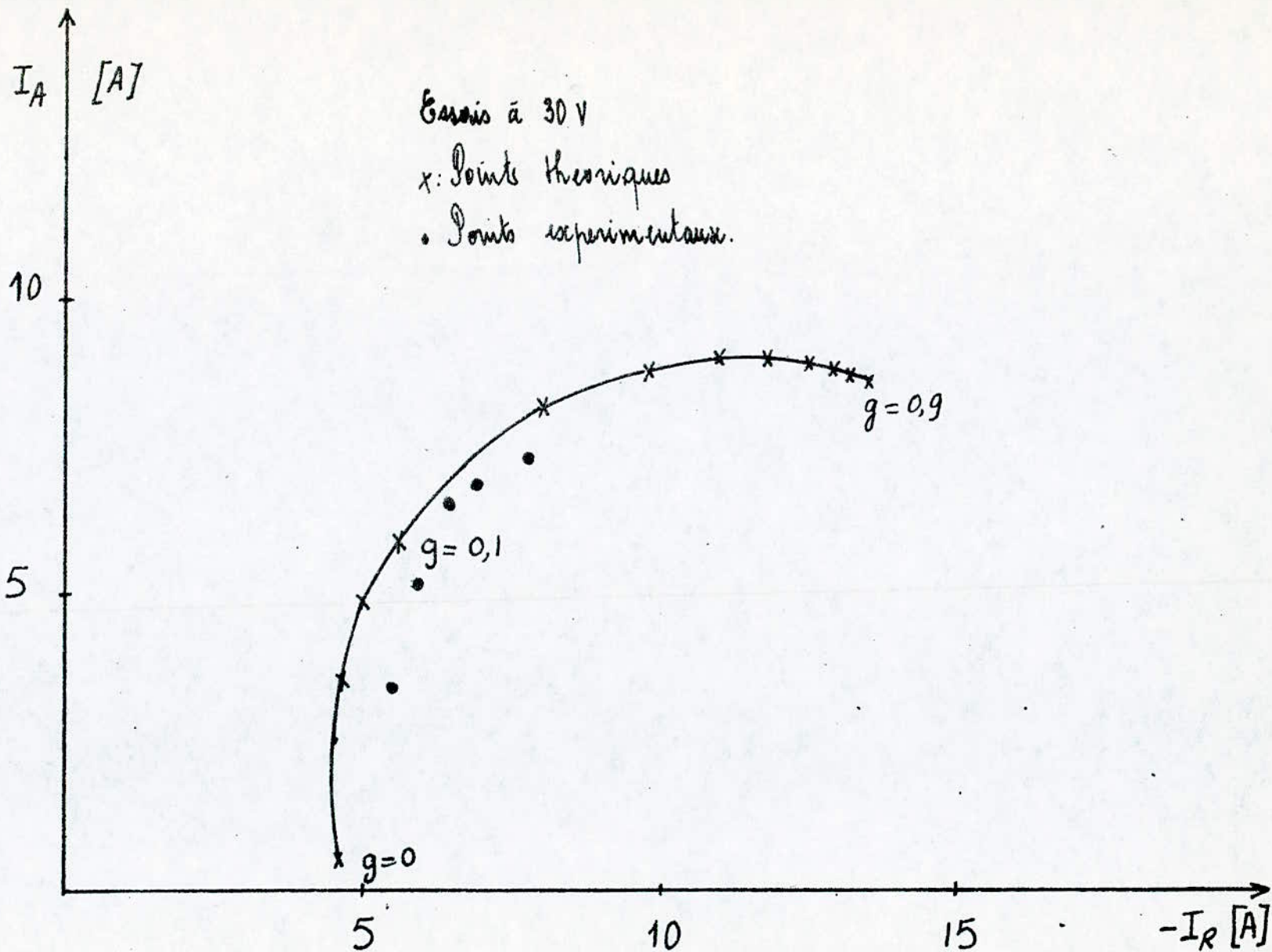


Fig IIa: Variation du facteur de puissance en fonction du glissement.
(stator 1 seul alimenté).

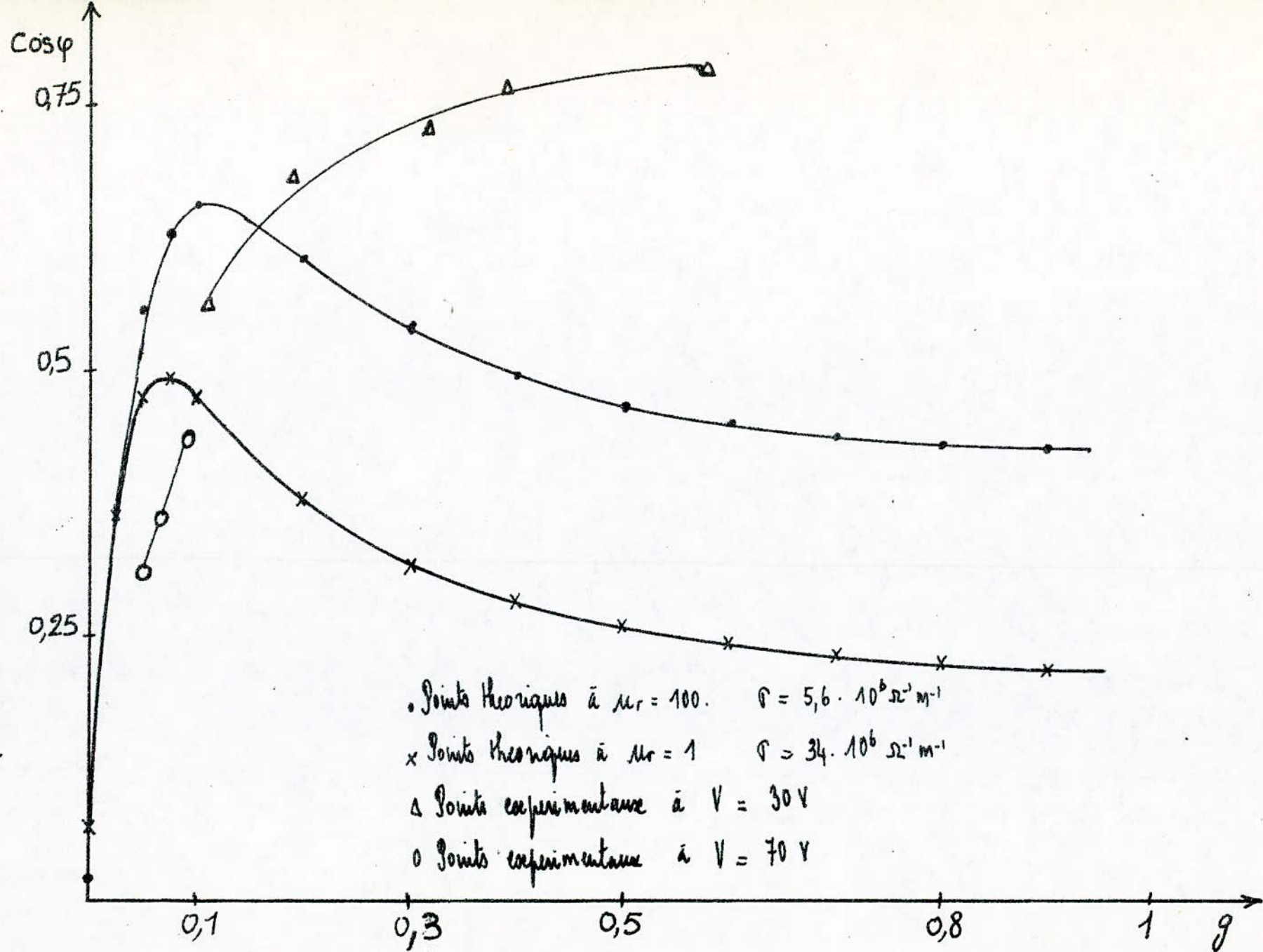


Fig II 66: Variation du facteur de puissance en fonction des glissement
(Stator 2 seul alimenté)

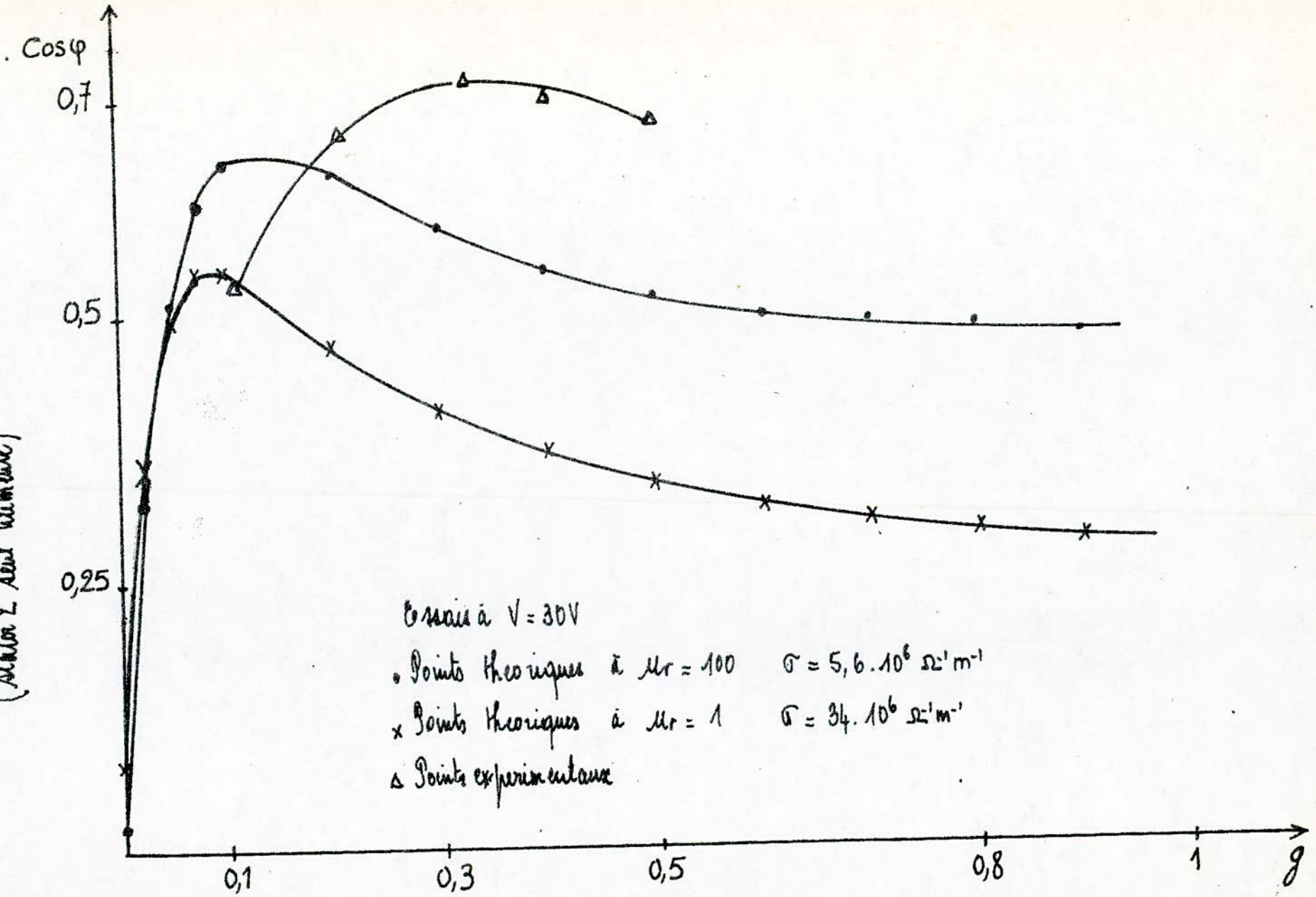


Fig 17a: Variation du rendement en fonction du glissement.
(Station 1 seul alimenté).

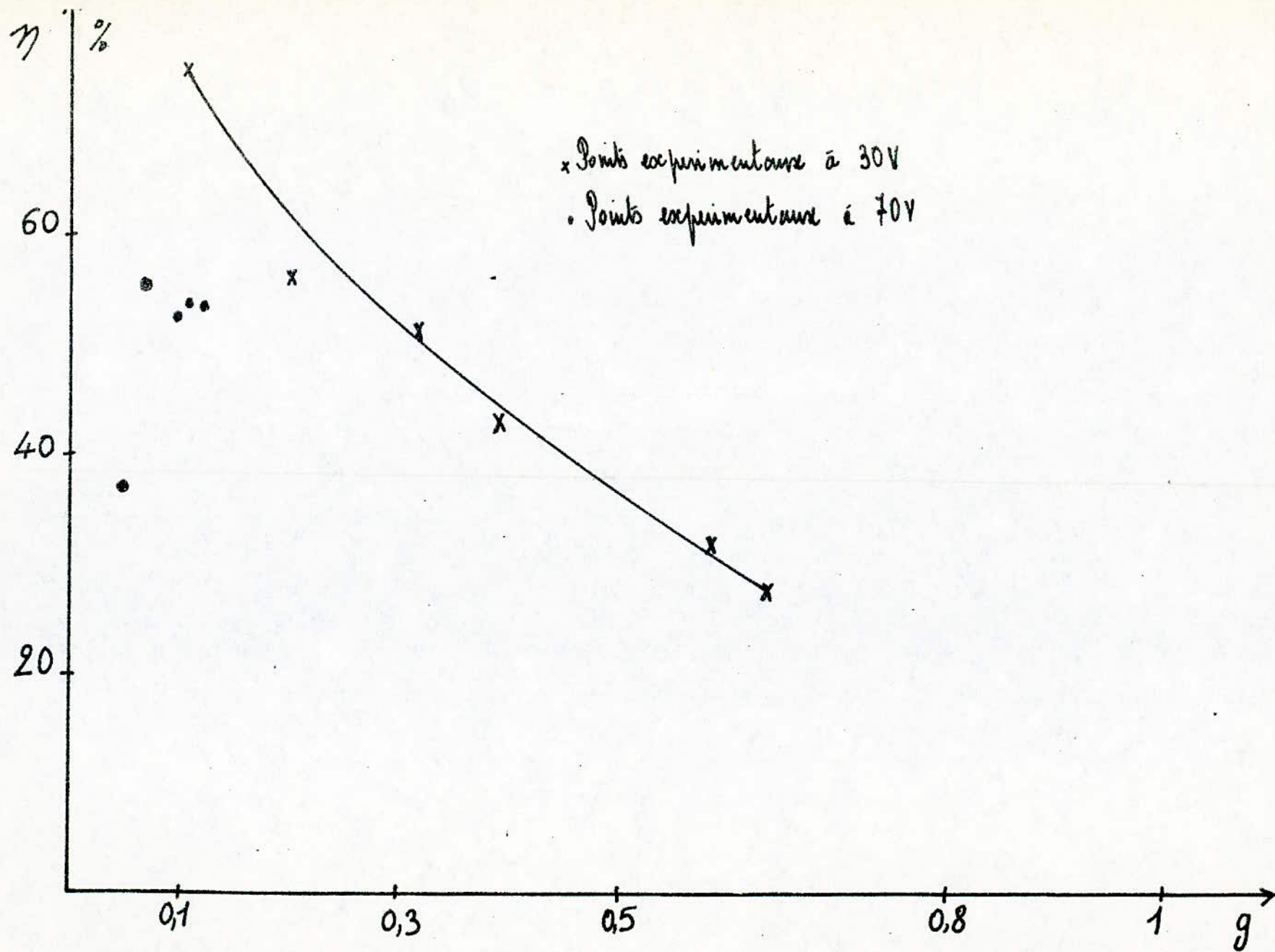


Fig 17b: Variation du rendement en fonction du glissement
(stator alimenté).

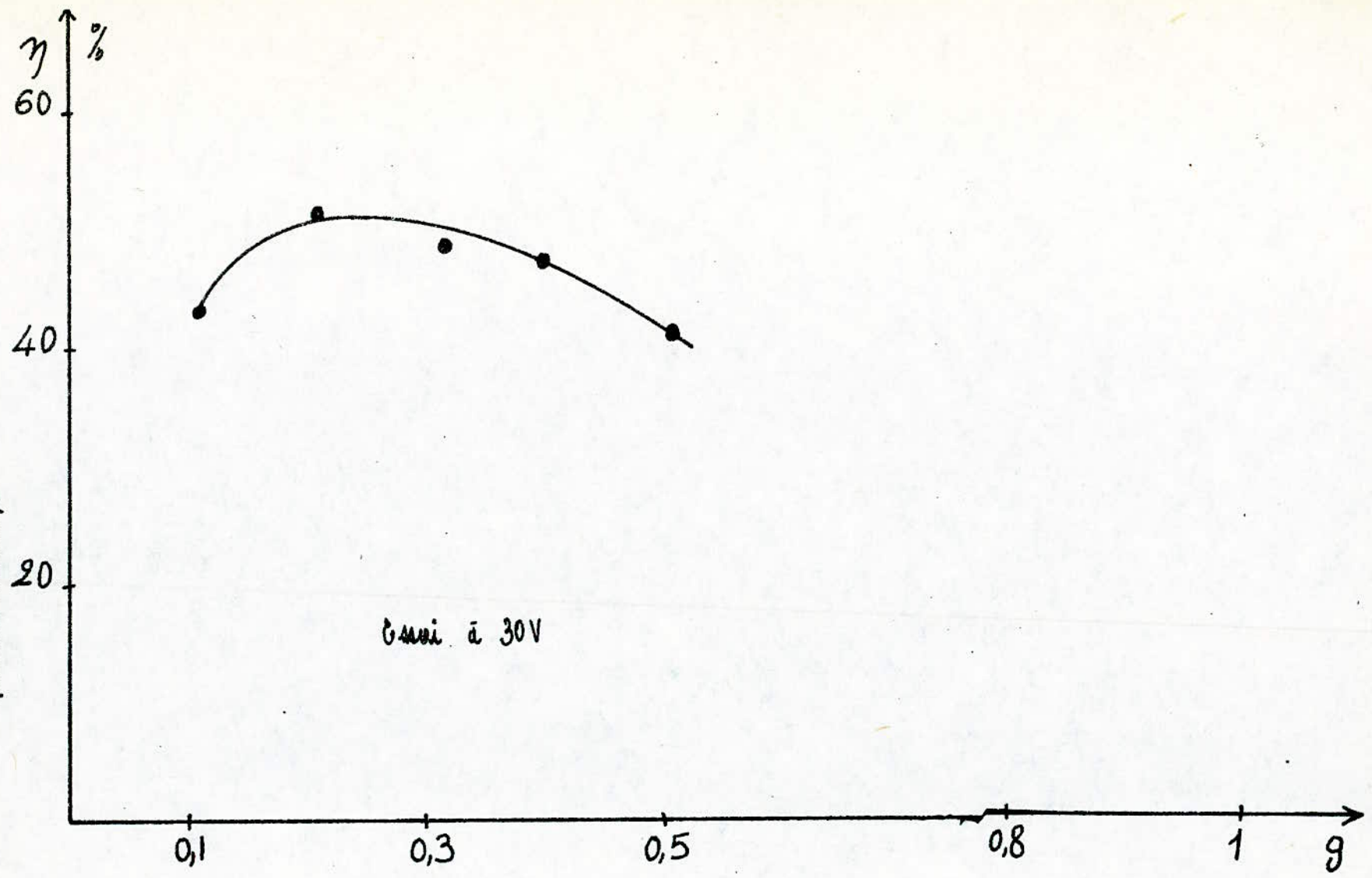
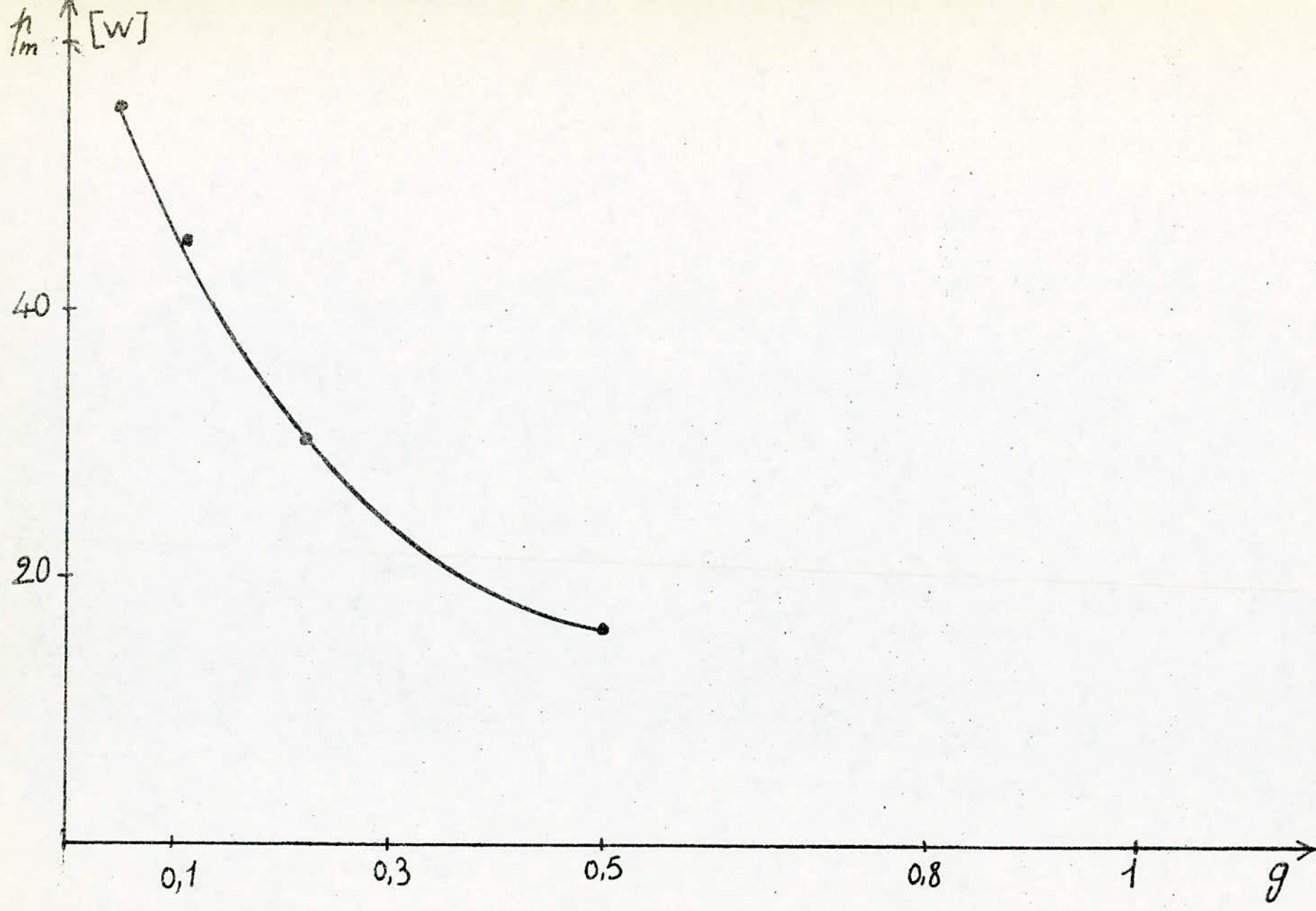


fig 18: Variation des pertes mécaniques en fonction du glissement



Conclusion.

Ce travail nous a permis de progresser dans l'étude des machines asynchrones à rotor massif.

L'étude en régime linéaire menée dans le cas particulier de la machine à deux entrefers, met en évidence:

— L'augmentation de la puissance volumique par l'introduction du second stator, le couple est ainsi multiplié par un facteur très voisin de 2.

— L'influence du matériau composant le rotor. Au terme de cette étude, il apparaît plus intéressant d'utiliser un rotor en acier qu'en aluminium. En effet la diminution de l'entrefer "entrefer magnétique" équivalent entraîne une augmentation de la puissance utile et du rendement.

— L'amélioration du couple obtenu pour les faibles glissements par rapport à un rotor massif plein. La profondeur de pénétration est limitée par l'épaisseur du rotor "en cloche", tandis qu'elle peut être relativement grande pour le rotor massif plein.

— L'influence du rapport de la profondeur de peau sur l'épaisseur du rotor. Dans ce cas particulier d'un rotor en acier, le couple maximum est obtenu lorsque ce rapport est très voisin de 1.

Dans le domaine d'applications industrielles de la machine, ce moteur qui possède un moment d'inertie très faible trouve en plus des applications dans les grandes vitesses, une utilisation dans le domaine des asservissements.

Les différents essais expérimentaux ont montré une relative concordance avec le modèle théorique choisi; mais une meilleure comparaison nécessite une prise en compte des effets d'extrémités.

Un travail plus approfondi consisterait à optimiser l'épaisseur du rotor, ainsi que le matériau composant le rotor pour un fonctionnement unipolaire.

Annexe 1

Dans le cas particulier où les deux stators et les deux entrefers sont identiques, la machine présente une symétrie par rapport à un axe parallèle à l'axe Oy passant par le point $x = \frac{h}{2}$ (on garde le même repère, défini au chapitre I).

Il suffit, donc de résoudre l'équation de Poisson dans le rotor pour $0 < x < \frac{h}{2}$ et l'équation de Laplace dans l'entrefer pour $x = \epsilon < x < 0$

Les expressions du potentiel vecteur sont :

Dans le rotor :

$$\mathcal{A}_r(x, \varphi) = \mathcal{A}_r(x) e^{j\varphi} + \mathcal{A}_r^*(x) e^{-j\varphi} \quad A1$$

$$\mathcal{A}_r(x) = \mathcal{A}_0 e^{-q x} + \mathcal{A}_1 e^{q x} \quad A2$$

Dans l'entrefer :

$$\mathcal{A}_e(x, \varphi) = \mathcal{A}_e(x) e^{j\varphi} + \mathcal{A}_e^*(x) e^{-j\varphi} \quad A3$$

$$\mathcal{A}_e(x) = \lambda_1 \operatorname{ch} \alpha x + \lambda_2 \operatorname{ch} \alpha (x + \epsilon) \quad A4$$

La détermination des constantes d'intégration \mathcal{A}_0 , \mathcal{A}_1 , λ_1 et λ_2 sont et obtenue par les conditions aux limites.

À la surface du stator ($x = -\epsilon$), on a :

$$H_{Te} = J_s \quad \text{avec} \quad J_s = \frac{3}{2} \frac{k_s}{\sqrt{2}} (I e^{j\varphi} + I^* e^{-j\varphi})$$

on obtient :

$$\lambda_1 = \frac{3}{2} \frac{\mu_0}{\sqrt{2}} \frac{k_s I}{a \operatorname{sh} \alpha \epsilon} \quad A5$$

À la surface du rotor ($x = 0$), la continuité de la composante normale de l'induction magnétique B_n nous donne :

$$\lambda_1 + \lambda_2 \operatorname{ch} \alpha \epsilon = \mathcal{A}_0 + \mathcal{A}_1 \quad A6$$

Tandis que la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique nous donne:

$$\lambda_2 a_r \mu_r \sin \theta \epsilon = -q \alpha_0 + q \alpha_1 \quad A7$$

La condition de symétrie s'écrit:

$$A(x, \varphi) = A(x+h, \varphi)$$

et en particulier à la surface du rotor ($x=0$), on a:

$$A_r(0, \varphi) = A_r(h, \varphi).$$

C'est à dire:

$$\alpha_0 + \alpha_1 = \alpha_0 e^{-q h} + \alpha_1 e^{q h} \quad A8$$

Des équations A6, A7 et A8, on détermine les coefficients α_0 , α_1 et λ_2 en fonction de λ_1 .

$$\alpha_0 = -\lambda_1 \frac{a_r \mu_r \theta \epsilon (1 - e^{q h})}{(a_r \mu_r \theta \epsilon + q) e^{q h} - (a_r \mu_r \theta \epsilon - q) e^{-q h} - 2q} \quad A9$$

$$\alpha_1 = -\lambda_1 \frac{a_r \mu_r \theta \epsilon (1 - e^{-q h})(1 - e^{q h})}{(a_r \mu_r \theta \epsilon + q) e^{q h} - (a_r \mu_r \theta \epsilon - q) e^{-q h} - 2q} \quad A10$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{2q}{\text{ch } q \epsilon} \frac{1 - \text{ch } q h}{(a_r \mu_r \theta \epsilon + q) e^{q h} - (a_r \mu_r \theta \epsilon - q) e^{-q h} - 2q} \quad A11$$

Mais allons vérifier que les calculs obtenus par cette méthode de symétrie conduisent aux mêmes résultats que ceux obtenus par la méthode de superposition dans le cas où les deux stator et les deux entrefers sont identiques.

Pour cela, il suffit de montrer l'égalité des équations:

$$(2) = A3 \quad \text{et} \quad (1) = A1$$

c'est à dire :

$$\lambda_1 \operatorname{ch} ax + \lambda_2 \operatorname{cha}(x+\varepsilon) = \lambda_{11} \operatorname{ch} ax + (\lambda_{12} + \lambda_{22}) \operatorname{cha}(x+\varepsilon). \quad A'_{11}$$

On a : $\lambda_1 = \lambda_{11}$.

il faut donc vérifier que :

$$\lambda_2 = \lambda_{12} + \lambda_{22}.$$

et
$$\alpha_{10} e^{-qx} + \alpha_{11} e^{qx} = (\alpha_{10} + \alpha_{20}) e^{-qx} + (\alpha_{11} + \alpha_{21}) e^{qx} \quad A'_{12}$$

On a :

$$\lambda_2 = \lambda_1 \frac{q}{\operatorname{ch} a\varepsilon} \frac{2(1 - \operatorname{ch} qh)}{(a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon + q)e^{qh} - (a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon - q)e^{-qh} - 2q}$$

Des expressions de λ_{12} , λ_{22} et des égalités des paramètres $\alpha_1 = \alpha_2 = a$ et $q_1 = q_2 = q$, on obtient :

$$\lambda_{12} + \lambda_{22} = \frac{\lambda_{11}}{\operatorname{ch} a\varepsilon} \cdot \frac{q(a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon - q)e^{-qh} + q(a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon + q)e^{qh}}{(a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon - q)^2 e^{-qh} - (a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon + q)^2 e^{qh}} - \frac{\lambda_{23}}{\operatorname{ch} a\varepsilon} \cdot \frac{2qa\mu r \operatorname{th} a\varepsilon}{(a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon - q)^2 e^{-qh} - (a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon + q)^2 e^{qh}}$$

Avec $\lambda_{11} = \lambda_{23} = \lambda$

L'égalité A'_{11} est vérifiée, en effet :

$$\frac{2 - e^{qh} - e^{-qh}}{Ae^{qh} - Be^{-qh} - 2q} = \frac{Be^{-qh} + Ae^{qh} - 2B - 2q}{B^2 e^{-qh} - A^2 e^{qh}}$$

Avec :

$$A = a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon + q \quad \text{et} \quad B = a\mu r \operatorname{th} a\varepsilon - q$$

car il y a égalité des produits des termes moyens et des termes extrêmes.

L'egalite A12 sera verifie si :

$$\alpha_{10} + \alpha_{20} = \alpha_0 \quad \text{et} \quad \alpha_{11} + \alpha_{21} = \alpha_1.$$

Des expressions I15 et I30, on a :

$$\alpha_{10} + \alpha_{20} = \lambda_{11} \frac{a_{11} r_{thae} (a_{11} r_{thae} - q) - a_{11} r_{thae} (a_{11} r_{thae} + q) e^{qh}}{(a_{11} r_{thae} - q)^2 e^{-qh} - (a_{11} r_{thae} + q)^2 e^{qh}}$$

et

$$\alpha_0 = -\lambda_1 \frac{a_{11} r_{thae} (1 - e^{qh})}{(a_{11} r_{thae} + q) e^{qh} - (a_{11} r_{thae} - q) e^{-qh} - 2q}.$$

De même, on a :

$$\alpha_{11} + \alpha_{21} = \lambda_{11} \frac{a_{11} r_{thae} (a_{11} r_{thae} - q) e^{-qh} - a_{11} r_{thae} (a_{11} r_{thae} + q)}{(a_{11} r_{thae} - q)^2 e^{-qh} - (a_{11} r_{thae} + q)^2 e^{qh}}$$

$$\alpha_1 = \lambda_1 \frac{a_{11} r_{thae} (1 - e^{-qh})}{(a_{11} r_{thae} + q) e^{qh} - (a_{11} r_{thae} - q) e^{-qh} - 2q}.$$

On peut facilement verifier l'egalite :

Annexe 2

Programme permettant le calcul des caractéristiques externes :
(stator 1 seul alimenté)

```

10 READ  rs, xf, muo, omega, l, ks, pi, P, a, epsi, h
20 FOR   S = 5600000 TO 34000000 STEP 28400000
30 FOR   n = 1 TO 100 STEP 99
40 FOR   V = 100 TO 200 STEP 50
50 FOR   g = 0 TO 0.1 STEP 0.1
60 LET   m = (muo * n * S * omega * g) / a^2
70 LET   z1 = SQR((1 + SQR(1 + (m * m))) / 2)
80 LET   z2 = m / (2 * z1)
90 LET   T1 = (EXP(a * epsi) - EXP(-a * epsi)) / (EXP(a * epsi) + EXP(-a * epsi))
100 LET  T2 = (EXP(a * epsi) - EXP(-a * epsi)) * (EXP(a * epsi) + EXP(-a * epsi))
110 LET  A1 = (n * T1 * z1) - (z1 * z1) + (z2 * z2)
120 LET  A2 = (n * T1 * z2) - (2 * z1 * z2)
130 LET  A3 = (n * T1 * z1) + (z1 * z1) - (z2 * z2)
140 LET  A4 = (n * T1 * z2) + (2 * z1 * z2)
150 LET  F = COS(a * h * z2)
160 LET  H = SIN(a * h * z2)
170 LET  A5 = A1 * F
180 LET  A6 = A2 * H
190 LET  A7 = A3 * F
200 LET  A8 = A4 * H
210 LET  A9 = A4 * F

```


220 LET $A_{10} = A_3 * H$
 230 LET $A_{11} = A_2 * F$
 240 LET $A_{12} = A_1 * H$
 250 LET $D_1 = (n * n * T_1 * T_1) - (2 * n * T_1 * z_1) + (z_1 * z_1) - (z_2 * z_2)$
 260 LET $D_2 = (2 * n * T_1 * z_2) - (2 * z_1 * z_2)$
 270 LET $D_3 = (n * n * T_1 * T_1) + (2 * n * T_1 * z_1) + (z_1 * z_1) - (z_2 * z_2)$
 280 LET $D_4 = (2 * n * T_1 * z_2) + (2 * z_1 * z_2)$
 290 LET $D_5 = D_1 * F$
 300 LET $D_6 = D_2 * H$
 310 LET $D_7 = D_3 * F$
 320 LET $D_8 = D_4 * H$
 340 LET $D_9 = D_1 * H$
 350 LET $D_{10} = D_2 * F$
 360 LET $D_{11} = D_3 * H$
 370 LET $D_{12} = D_4 * F$
 380 LET $E_2 = \text{EXP}(a * h * z_1)$
 390 LET $E_3 = \text{EXP}(a * h * z_1)$
 400 LET $B_0 = (A_5 + A_6) * E_3$
 410 LET $B_1 = (A_7 - A_8) * E_2$
 420 LET $C_0 = (A_9 + A_{10}) * E_2$
 430 LET $C_1 = (A_{11} - A_{12}) * E_3$
 440 LET $C_2 = (D_5 - D_6) * E_3$
 450 LET $C_3 = (D_7 - D_8) * E_2$
 460 LET $E_4 = (D_9 + D_{10}) * E_3$
 470 LET $E_5 = (D_{11} + D_{12}) * E_2$

```

480 LET B = B0 + B1
490 LET C = C0 + C1
500 LET D = C2 - C3
510 LET E = E4 + E5
520 LET A = 1.5 * mu0 * omega * (ks/a)^2 * L * PI * P
530 LET REZ = -((A * ((C * D) + (E * B))) / (T2 * ((D * D) + (E * E))))
540 LET IMZ = A * ((1/T1) + ((B * D) - (C * E)) / (T2 * ((D * D) + (E * E))))
550 LET Z = SQR((REZ * REZ) + (IMZ * IMZ))
560 LET REI = -((rs + REZ) / ((rs + REZ) * (rs + REZ) + (xf + IMZ) * (xf + IMZ))) * V
570 LET IMI = ((xf + IMZ) / ((rs + REZ) * (rs + REZ) + (xf + IMZ) * (xf + IMZ))) * V
580 LET I = SQR((REI * REI) + (IMI * IMI))
590 LET CF = REI / I
600 LET COUP = ((3 * P / omega) * l * REZ
610 PRINT REZ, IMZ, Z, REI, IMI, I, CF, COUP
620 NEXT g
630 NEXT V
640 NEXT n
650 NEXT s
660 STOP
670 DATA 0.45, 1.7, 0.000001256637, 314, 0.1, 924, 3.14, 2, 20.93, 0.0008, 0.0065

```

Le calcul des caractéristiques externes (stator 2 seul alimenté) sera fait à l'aide de ce même programme en changeant uniquement les valeurs : r_s , x_f , k_s , et a dans l'instruction DATA

Bibliographie.

[1] K. Youcef

« Contribution au calcul et réalisation d'un moteur asynchrone à deux entrefers »

Projet de fin d'étude Ingénieur.

ENP juin 1969

[2] M. Belamri . L. Bouras.

« Etude de la machine asynchrone à rotor massif »

Projet de fin d'étude Ingénieur.

ENP. janvier 1983.

[3] M.E.H. Zaïm

« Contribution à l'étude des machines asynchrones à rotor massif rainuré »

Thèse de Docteur Ingénieur.

INPL (Nancy) juin 1979

[4] N. Wadjih

« Le moteur à induction linéaire et son application aux grandes vitesses en traction électrique »

Bulletin technique et bibliographique.

Édité par le centre français de documentation technique.

1^{er} semestre 1967.

[5] H. Yee.

« Effects of finite length in solid iron induction machine »

Proc. IEE. Vol. 118., N° 8 August 1971.

[6] I. Woolley et B.J. Chalmers.

"End effects in unlaminate rotor induction machine"

Proc. IEE 120., N°6 juin 1973.

[7] N. Mouss . D. Sator.

"Effets d'extrémités dans une machine asynchrone à rotor
massif. lisse

Projet de fin d'étude Ingénieur.

ENP juin 1983.