الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : **Electrotechnique**

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Etude des régimes transitoires d'un moteur asynchrone à rotor bobiné

Proposé par :
M. KOURGLI

Etudié par :
CHARIKH A.
BEKKA H.

Dirigé par :
M. KOURGLI

PROMOTION : Juin 1984

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi - EL-HARRACH - ALGER

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

———»o«———

وزارة التعليم والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

———»o«———

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

———»o«———

Département : Electrotechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Etude des régimes transitoires d'un moteur asynchrone à rotor bobiné

Proposé par :
M. KOURGLI

Etudié par :
CHARIKH A.
BEKKA H.

Dirigé par :
M. KOURGLI

Promotion : Juin 1984

"DEDICACES"

- A mon père
- A ma mère
- A mes frères et soeurs
- A tous ceux qui me sont chers.

Ahmed

- A mon père
- A ma mère
- A mes frères et ma soeur
- A tous mes amis

HAKIM

Remerciéments.

Nous tenons à remercier vivement notre promoteur M. KOURGLI pour ses aides précieuses qu'il nous a apporté durant toute l'etude.
Les remerciements vont également à tous ceux qui nous ont aidé de prés ou de loin pour mener à terme ce modeste travail.
que tous les proffesseurs qui ont contribué a notre formation trouvent ici le temoignage de toute notre gratitude.

Noms Prénoms : -CHARIKH Ahmed
-BEKKA Hakim

Promoteur : M. KOURGLI

R E S U M E

Ce sujet de fin d'étude consiste à l'étude theorique et pratique de certains régimes transitoires d'une machine asynchrone à rotor Bobine. Cette étude nous amène à déterminer certains paramètres de la machine et à voir l'importance du courant lors de certains régimes de fonctionnement sévères.

S U M M A R Y

Our subject help us to understand some transient workings of an induction machine with wimeded rotor, theoritically and pratically. This study provide us the possibility of finding some parameters of the machine and show us the importance of the current in these cases.

ملخص

يهدف هذا المشروع إلى دراسة نظرية وتطبيقية لبعض الظواهر العابرة لآلة غيرموقتة ذات عضو إنتاج ملفوف. هذه الدراسة تمكننا من إيجاد بعض وسطاء الآلة ومعرفة أهمية التيار الكهربائي في بعض الحالات القاسية.

TABLE DES MATIERES

TABLE DES FIGURES.

INTRODUCTION

Les phénomènes transitoires apparaissent lors du passage d'un régime établi à un autre régime établi. Ils ont pour origine les variations des tensions des réseaux electiques, des impédances des enroulements ou de la charge ainsi que le couple moteur exterieur appliqué à l'arbre de la machine. La théorie des régimes transitoires peronet de prévoir le déroulement des phénomènes transitoires d'exploitation. L'étude des régimes transitoires nous fournie les données nécessaires au réglage des dispositifs de protection.
Afin de réduire les coefficients de la matrice impedance tout en rendant le reste constant nous allons utiliser la transformation de park.
Nous nous interressons aux régimes transitoires d'un moteur asynchrone fonctionnant à vide et plus essentiellement nous allons élaborer les points suivants

- Mise en court-circuit du stator
- Démarrage
- ouverture du stator.

CHAPITRE I

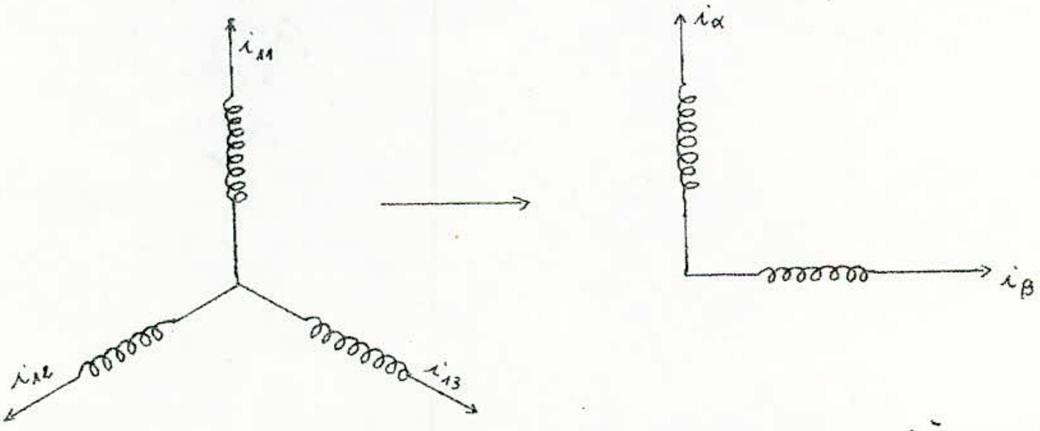
ETUDE THEORIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE SELON LES AXES d et q

I-1 Description de la machine asynchrone

La machine asynchrone dont nous allons étudier la mise en equation est une machine à rotor bobiné. Elle correspond à la structure représentée à la figure(I-1). page 11

Les armatures magnetiques du stator et du rotor sont toutes deux cylindriques donc dont l'entre fer est constant. Chaque armature est munie d'un enroulement triphasé.

I-2 Transformation de park.



Le système (i_{11}, i_{12}, i_{13}) se transforme au système (i_α, i_β, i_0) par la transformation de concordia.

I-2-1 Interpretation des composantes de Concordia

si i_{11}, i_{12} et i_{13} sont les courants dans les trois bobines identiques de N spires decalées entre elles de $2\pi/3$. Les forces magnetomotrices (FMM) créees par ces trois

courants ont pour amplitude respective Ni_{11}, Ni_{12} et Ni_{13} et pour direction respectivement i_{11}, i_{12} et i_{13}.

Considerons un bobinage biphasé (fixe) formé de deux bobines perpendiculaires comportant N' spires chacune.

Les F.M.M créées par ces deux courants traversant les bobines ont pour amplitude $N'i_\alpha$ et $N'i_\beta$ et pour direction respectivement i_α et i_β.

Signalons que i_α est parallèle à i_{11}.

La projection de Ni_{11}, Ni_{12} et Ni_{13} sur le système d'axes (α, β) nous donne :

$$\begin{cases} N'i_\alpha = Ni_{11} - \frac{1}{2}Ni_{12} - \frac{1}{2}Ni_{13} \\ N'i_\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(-Ni_{12} + Ni_{13}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_\alpha = \frac{N}{N'}\left(i_{11} - \frac{i_{12}}{2} - \frac{i_{13}}{2}\right) \\ i_\beta = \frac{N}{N'}\frac{\sqrt{3}}{2}\left(-i_{12} + i_{13}\right) \end{cases}$$

Supposons que les courants qui traversent les bobines sont sinusoïdaux d'amplitude respective I_m et I'_m.

$$\begin{cases} i_{11} = I_m \cos\omega t \\ i_{12} = I_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_{13} = I_m \cos\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} i_\alpha = I'_m \cos\omega t \\ i_\beta = I'_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \end{cases}$$

On suppose que la répartition du champ dans l'entre fer est sinusoïdale.

Alors la phase 1 parcourue par le courant i_{11} crée une FMM dans son axe Ni_{11} et au point M distant de θ une FMM $Ni_{11}\cos\theta = \varepsilon_1$.

de même pour les phases 2 et 3.

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = N I_m \cos \omega t \cos \theta \\ \mathcal{E}_2 = N I_m \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \mathcal{E}_3 = N I_m \cos(\omega t + \frac{4\pi}{3}) \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) \end{cases} ; \quad \begin{cases} \mathcal{E}'_1 = N' I'_m \cos\omega t \cos\theta \\ \mathcal{E}'_2 = N' I'_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\sum_1^3 \mathcal{E}_i = \frac{3}{2} N I_m \cos(\omega t - \theta) \qquad \sum_1^2 \mathcal{E}'_i = N' I'_m \cos(\omega t - \theta).$$

pour qu'il y ait équivalence entre les 2 systèmes il faut que $\sum \mathcal{E}_i = \sum \mathcal{E}'_i$ càd $\frac{3}{2} N I_m = N' I'_m$.

On considère un bobinage parcouru par un courant i_0 lié à $(i_{11} + i_{12} + i_{13})$ par un coefficient de proportionnalité λ càd $i_0 = \lambda(i_{11} + i_{12} + i_{13})$.

donc

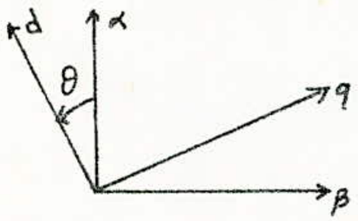
$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{pmatrix} = [A]^{-1} \begin{pmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ i_{13} \end{pmatrix}$$

La matrice $[A]$ est orthogonale ssi $\lambda = \frac{1}{\sqrt{3}}$ et $\frac{N}{N'} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ i_{13} \end{pmatrix}$$

I-2-2 Interpretation des composantes de park.

La transformation de park nous permet de passer du système triphasé (i_{11}, i_{12}, i_{13}) à un système diphasé tournant à une vitesse $\omega_R = \frac{d\theta}{dt}$



Les courants i_α, i_β créent respectivement deux FMM $N' i_\alpha$ et $N' i_\beta$.

de même i_d et i_q créent respectivement

$N'' i_d$ et $N'' i_q$ (N'' étant le nombre de spires de l'enroulement fictif tournant)

On procède de la même façon comme dans (I-2-1)

càd $\sum_1^2 \varepsilon'_i = \sum_1^2 \varepsilon''_i$. d'où $N' = N''$; $I'_m = I''_m$.

La projection des FMM $N' i_\alpha$ et $N' i_\beta$ sur les axes d et q nous donne

$$\begin{cases} i_d = i_\alpha \cos\theta - i_\beta \sin\theta \\ i_q = i_\alpha \sin\theta + i_\beta \cos\theta \\ i_0 = i_0 \end{cases}$$

d'où on déduit :

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ 1/\sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ i_{13} \end{pmatrix} \quad (1)a$$

$$\begin{pmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ i_{13} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\theta & \sin\theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{pmatrix} \quad (1)b$$

$$\begin{cases} (i_R) = [P(\theta)]\,(i_f) \\ (i_f) = [P(\theta)]^{-1}(i_R) \end{cases}$$

(i_f) matrice des courants fictifs
(i_R) " " " reels
$(P(\theta))$ " de passage.

- remarque : pour les grandeurs statoriques on remplace θ par θ_s et θ par θ_R pour les grandeurs rotoriques

I-3 Mise en équation de la machine asynchrone.

I-3-1 Hypothèses simplificatrices.

- On suppose que le circuit magnétique est non saturé et parfaitement feuilleté au stator et au rotor. (donc seuls les enroulements sont parcourus par des courant et que la densité du courant peut être consirer uniforme dans la section des conducteurs élémentaires.

- On ne considère que le premier harmonique d'espace de la distribution de F.M.M créée par chaque phase du stator et du rotor d'où il resulte du faite que l'entrefer est constant, que les inductances propres sont des constantes et que les inductances mutuelles entre deux enroulements sont fonction sinusoïdale de l'angle entre leurs axes magnétiques.

I-3-2 Conventions de signes

- Un courant positif crée à travers son propre enroulement un flux positif.
- Le stator est considéré comme générateur et le rotor comme récepteur.
- Une FEM positive fait circuler un courant positif.
- Les angles et les vitesses de rotations sont comptés positivement dans le sens trigonometrique.

I-33 Mise en équation.

$$\begin{cases} V_{11} = -R_s\, i_{11} - \dfrac{d\phi_{11}}{dt} \\ V_{12} = -R_s\, i_{12} - \dfrac{d\phi_{12}}{dt} \\ V_{13} = -R_s\, i_{13} - \dfrac{d\phi_{13}}{dt} \end{cases} \qquad \begin{cases} V_{21} = R_R\, i_{21} + \dfrac{d\phi_{21}}{dt} \\ V_{22} = R_R\, i_{22} + \dfrac{d\phi_{22}}{dt} \\ V_{23} = R_R\, i_{23} + \dfrac{d\phi_{23}}{dt} \end{cases} \quad (2)$$

N.B. A_{NK} : - A désigne tension ou flux ou courant

- N désigne le stator s'il est égal à 1 et le rotor s'il est égal à 2.
- K désigne le N° de la phase.
- R_s résistance d'une phase statorique.

- R_R résistance d'une phase rotorique.

$$\left\{\begin{array}{l}\Phi_{11} = L_S i_{11} + M_S i_{12} + M_S i_{13} + M_{11} i_{21} + M_{12} i_{22} + M_{13} i_{23}\\ \Phi_{12} = L_S i_{12} + M_S i_{11} + M_S i_{13} + M_{21} i_{21} + M_{23} i_{23} + M_{22} i_{22}\\ \Phi_{13} = L_S i_{13} + M_S i_{11} + M_S i_{12} + M_{31} i_{21} + M_{32} i_{22} + M_{33} i_{23}\end{array}\right. \quad (3)$$

$$\left\{\begin{array}{l}\Phi_{21} = L_R i_{21} + M_R i_{22} + M_R i_{23} + M_{11} i_{11} + M_{21} i_{12} + M_{31} i_{13}\\ \Phi_{22} = L_R i_{22} + M_R i_{21} + M_R i_{23} + M_{12} i_{11} + M_{22} i_{12} + M_{32} i_{13}\\ \Phi_{23} = L_R i_{23} + M_R i_{21} + M_R i_{22} + M_{13} i_{11} + M_{23} i_{12} + M_{33} i_{13}\end{array}\right.$$

avec L_S : inductance propre d'une phase statorique

L_R : inductance " " " rotoreque

M_S " Mutuelle entre deuxphases du stator

M_R " " " " " " rotor

M_{SR} " " " une phase du stator

et une autre phase du rotor.

N.B. S - désigne le N° de la phase du stator

R - " " " " " " du rotor.

$$\left\{\begin{array}{l}M_{11} = M\cos\theta\\ M_{12} = M\cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\\ M_{13} = M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l}M_{21} = M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\\ M_{22} = M\cos(\theta)\\ M_{23} = M\cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l}M_{31} = M\cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\\ M_{32} = M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\\ M_{33} = M\cos\theta\end{array}\right. \quad (4)$$

M : Inductance mutuelle maximale entre une phase du stator et une phase du rotor.

θ : angle que fait l'axe de la phase une du stator et l'axe de la phase une du rotor.

En remplaçant les expressions des flux trouvées dans le Système (3) dans (2) nous obtenons:

$$\left\{\begin{array}{l}V_{11} = -R_S i_{11} - L_S \frac{di_{11}}{dt} - M_S \frac{di_{12}}{dt} - M_S \frac{di_{13}}{dt} - \frac{d}{dt}(M_{11} i_{21} + M_{12} i_{22} + M_{13} i_{23})\\ V_{12} = -R_S i_{12} - L_S \frac{di_{12}}{dt} - M_S \frac{di_{11}}{dt} - M_S \frac{di_{13}}{dt} - \frac{d}{dt}(M_{21} i_{21} + M_{22} i_{22} + M_{23} i_{23})\\ V_{13} = -R_S i_{13} - L_S \frac{di_{13}}{dt} - M_S \frac{di_{12}}{dt} - M_S \frac{di_{11}}{dt} - \frac{d}{dt}(M_{31} i_{21} + M_{32} i_{22} + M_{33} i_{23})\end{array}\right.$$

Sous forme matricielle ce système s'écrit :

$$[V_S] = -[R_s][i_s] - p[L_{ss}][i_s] - p[M_{SR}][i_R] \quad (5)a$$

de la même manière on démontre :

$$[V_R] = [R_R][i_R] + p[L_{RR}][i_R] + p[M_{RS}][i_S] \quad (5)b$$

avec $p = \frac{d}{dt}$ et

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} ; \quad [L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} ; \quad [i_s] = \begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ i_{13} \end{bmatrix} ; \quad [V_s] = \begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{12} \\ V_{13} \end{bmatrix}$$

$$[R_R] = \begin{bmatrix} R_R & 0 & 0 \\ 0 & R_R & 0 \\ 0 & 0 & R_R \end{bmatrix} ; \quad [L_{RR}] = \begin{bmatrix} L_R & M_R & M_R \\ M_R & L_R & M_R \\ M_R & M_R & L_R \end{bmatrix} ; \quad [i_R] = \begin{bmatrix} i_{21} \\ i_{22} \\ i_{23} \end{bmatrix} ; \quad [V_R] = \begin{bmatrix} V_{21} \\ V_{22} \\ V_{23} \end{bmatrix}$$

$$[M_{SR}] = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} ; \quad [M_{RS}] = [M_{SR}]_t$$

en utilisant l'equation (1) dans les systèmes $(5)_a$ et $(5)_b$

On trouve :

$$[V_{SN}] = -[R_s][i_{SN}] - [P(\theta_s)]^{-1} p [L_{ss}][P(\theta_s)][i_{SN}] - [P(\theta_s)]^{-1} p [M_{SR}][P(\theta_R)][i_{RN}]$$

$$[V_{RN}] = [R_R][i_{RN}] + [P(\theta_R)]^{-1} p [L_{RR}][P(\theta_R)][i_{RN}] + [P(\theta_R)]^{-1} p [M_{RS}][P(\theta_s)][i_{SN}]$$

avec

$$[V_{SN}] = \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{1d} \\ V_{1q} \end{bmatrix} ; \quad [V_{RN}] = \begin{bmatrix} V_{20} \\ V_{2d} \\ V_{2q} \end{bmatrix} ; \quad [i_{SN}] = \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} ; \quad [i_{RN}] = \begin{bmatrix} i_{20} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix}$$

$[P(\theta_s)]$ étant la matrice de tranformation définie précédemment par (1), seulement ici on a remplacé θ par θ_s de même pour $[P(\theta_R)]$.

θ, θ_s et θ_R sont definis par la Figure(I-1) page 11.

alors $\quad \theta_s = \theta + \theta_R \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta_s}{dt} = \frac{d(\theta + \theta_R)}{dt}$.

- θ_s étant l'angle que fait l'axe réel S_1 du stator avec l'axe fictif d.
- θ_R étant l'angle que fait l'axe R_1 du rotor avec l'axe fictif d
- θ etant l'angle que fait l'axe S_1 du stator avec l'axe R_1 du rotor

en remplaçant $[P(\theta_s)]$; $[P(\theta_s)]^{-1}$; $[R_s]$, $[M_{SR}]$, $[L_{ss}]$ et $[P(\theta_R)]$ par leurs expressions on aboutit à un systeme suivant :

$$\begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{1d} \\ V_{1q} \end{bmatrix} = - R_s \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} - \mathcal{L}_s \frac{d\theta_s}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{s0} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_s & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{L}_s \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix}$$

$$- \mathcal{M} \frac{d\theta_s}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{20} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} - \mathcal{M} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_{20} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix}$$

même procédé pour le rotor.

$$\begin{bmatrix} V_{20} \\ V_{2d} \\ V_{2q} \end{bmatrix} = R_R \begin{bmatrix} i_{20} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} + \mathcal{L}_R \frac{d\theta_R}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{20} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{R0} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_R & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{L}_R \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_{20} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix}$$

$$+ \mathcal{M} \frac{d\theta_R}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix} + p\mathcal{M} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \end{bmatrix}$$

avec
$\mathcal{L}_s = L_S - M_S$; $\mathcal{L}_R = L_R - M_R$; $\mathcal{L}_{s0} = L_S + 2M_S$; $\mathcal{L}_{R0} = L_R + 2M_R$; $\mathcal{M} = \frac{3}{2} M$

$\mathcal{L}_s$ étant l'inductance propre cyclique du stator.

$\mathcal{L}_R$ " " " " du rotor

$\mathcal{L}_{s0}$ " " homopolaire " du stator

$\mathcal{L}_{R0}$ " " " " du rotor

$\mathcal{M}$ " " mutuelle " entre stator et rotor

on deduit donc La matrice de passage des grandeurs réelles aux grandeurs fictives.

$$\begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{1d} \\ V_{1q} \\ V_{20} \\ V_{2d} \\ V_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_s+\mathcal{L}_{s0}p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(R_s+\mathcal{L}_s p) & -\mathcal{L}_s \frac{d\theta_s}{dt} & 0 & -\mathcal{M}p & -\mathcal{M}\frac{d\theta_s}{dt} \\ 0 & \mathcal{L}_s\frac{d\theta_s}{dt} & -(R_s+\mathcal{L}_s p) & 0 & \mathcal{M}\frac{d\theta_s}{dt} & -\mathcal{M}p \\ 0 & 0 & 0 & (R_R+\mathcal{L}_{R0}p) & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{M}p & \mathcal{M}\frac{d\theta_R}{dt} & 0 & (R_R+\mathcal{L}_R p) & \mathcal{L}_R\frac{d\theta_R}{dt} \\ 0 & -\mathcal{M}\frac{d\theta_R}{dt} & \mathcal{M}p & 0 & -\mathcal{L}_R\frac{d\theta_R}{dt} & (R_R+\mathcal{L}_R p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{20} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix} \quad (6)$$

autre écriture des tensions

$$\left[V_s\right] = -\left[R_s\right]\left[i_s\right] - \frac{d}{dt}\left[\phi_s\right]$$

$$\left[V_{SN}\right] = -\left[R_s\right]\left[i_{SN}\right] - \left[P(\theta_s)\right]^{-1}\frac{d}{dt}\left[P(\theta_s)\right]\left[\phi_{SN}\right]$$

alors on a

$$\begin{cases} V_{10} = -R_s i_{10} - \frac{d}{dt}\phi_{10} \\ V_{1d} = -R_s i_{1d} - \left(\frac{d}{dt}\theta_s\right)\phi_{1q} - \frac{d}{dt}\phi_{1d} \\ V_{1q} = -R_s i_{1q} + \frac{d\theta_s}{dt}\phi_{1q} - \frac{d}{dt}\phi_{1q} \end{cases} \quad (7)a$$

de la même manière on démontre

$$\begin{cases} V_{20} = R_R i_{20} + \frac{d}{dt}\phi_{20} \\ V_{2d} = R_R i_{2d} + \left(\frac{d}{dt}\theta_R\right)\phi_{2q} + \frac{d}{dt}\phi_{2d} \\ V_{2q} = R_R i_{2q} - \frac{d\theta_R}{dt}\phi_{2d} + \frac{d}{dt}\phi_{2q} \end{cases} \quad (7)b$$

avec

$$\begin{cases} \phi_{1d} = \mathcal{L}_s i_{1d} + \mathcal{M} i_{2d} \\ \phi_{1q} = \mathcal{L}_s i_{1q} + \mathcal{M} i_{2q} \\ \phi_{10} = \mathcal{L}_{s0} i_{10} \end{cases} \qquad \begin{cases} \phi_{2d} = \mathcal{L}_R i_{2d} + \mathcal{M} i_{1d} \\ \phi_{2q} = \mathcal{L}_R i_{2q} + \mathcal{M} i_{1q} \\ \phi_{20} = \mathcal{L}_{R0} i_{20} \end{cases}$$

La representation schématique de la machine asynchrone rapportée aux axes d et q est faite sur la page 11 Fig(I-2).

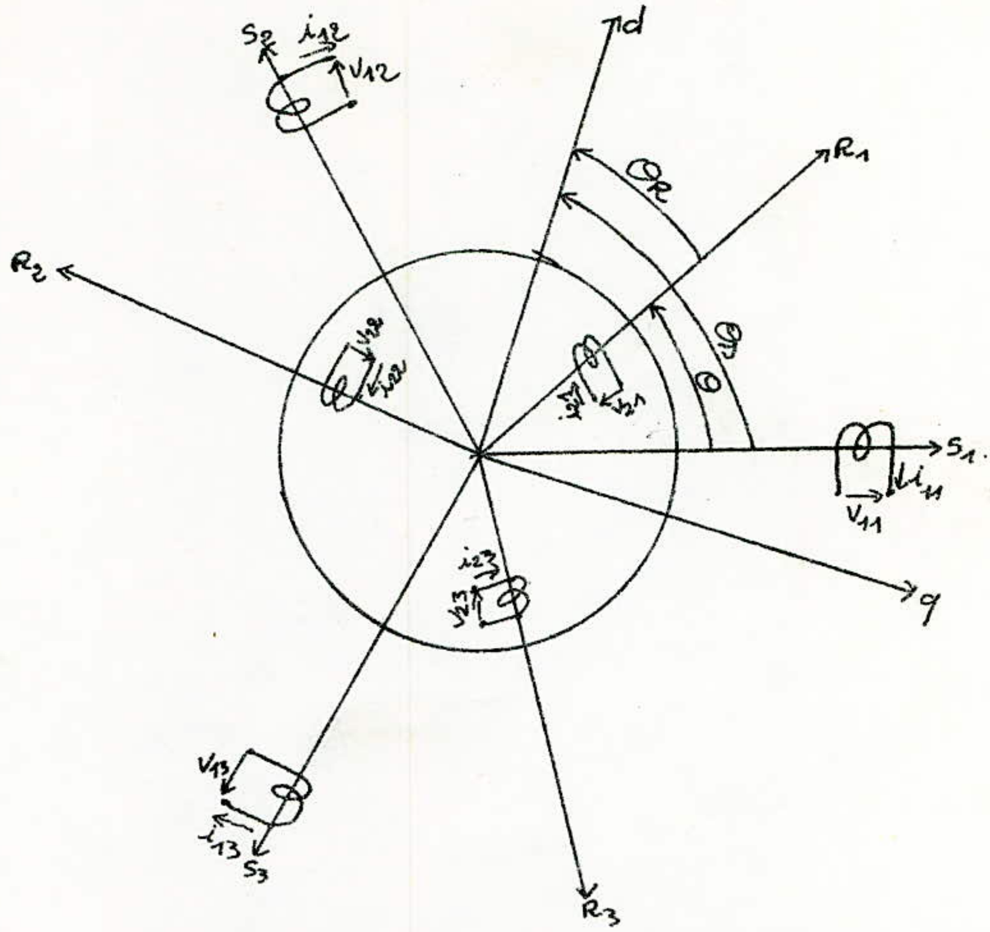


Fig I.1 Représentation schématique d'une machine asynchrone triphasée au stator et au rotor

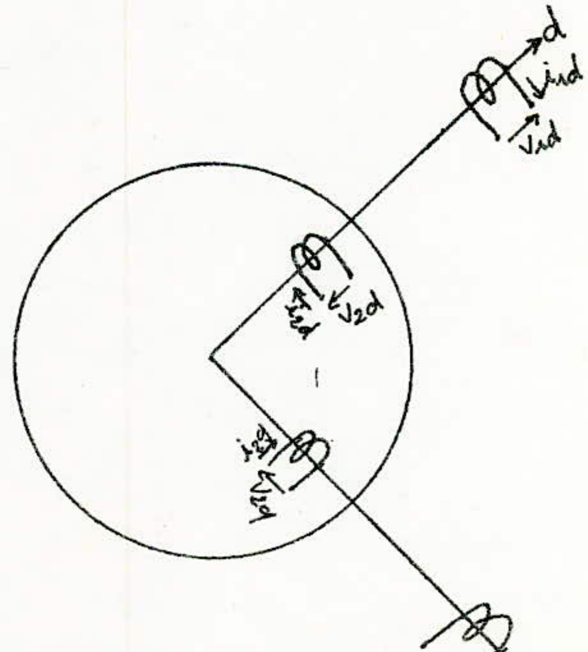


Fig I.2 Représentation schématique d'une machine asynchrone rapportée aux axes d et q

I-4 Calcul de puissance et couple.

Dans le cas le plus frequent une machine asynchrone fonctionne en moteur, elle est est alimentée au stator par une source triphasée et lénroulement du rotor est fermé en court-circuit.

Nous nous allons nous placer dans le cas general où les tensions rotoriques aussi bien statoriques ne sont pas nulles. étant donné que le stator est considéré comme generateur et le rotor comme recepteur, l'expression de la puissance absorbeé s'écrit alors.

$$p = V_{11} i_{11} + V_{12} i_{12} + V_{13} i_{13} - V_{21} i_{21} - V_{22} i_{22} - V_{23} i_{23}$$

qui s'écrit en utilisant la transformation de park

$$
\begin{aligned}
p = & \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} V_{10} + \cos\theta_S V_{1d} + \sin\theta_S V_{1q}\right)\left(\frac{i_{10}}{\sqrt{2}} + \cos\theta_S i_{1d} + \sin\theta_S i_{1q}\right) \\
& + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} V_{10} + \cos\left(\theta_S - \frac{2\pi}{3}\right) V_{1d} + \sin\left(\theta_S - \frac{2\pi}{3}\right) V_{1q}\right)\left(\frac{i_{10}}{\sqrt{2}} + \cos\left(\theta_S - \frac{2\pi}{3}\right) i_{1d} + \sin\left(\theta_S - \frac{2\pi}{3}\right) i_{1q}\right) \\
& + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} V_{10} + \cos\left(\theta_S - \frac{4\pi}{3}\right) V_{1d} + \sin\left(\theta_S - \frac{4\pi}{3}\right) V_{1q}\right)\left(\frac{i_{10}}{\sqrt{2}} + \cos\left(\theta_S - \frac{4\pi}{3}\right) i_{1d} + \sin\left(\theta_S - \frac{4\pi}{3}\right) i_{1q}\right) \\
& - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} V_{20} + \cos\theta_R V_{2d} + \sin\theta_R V_{2q}\right)\left(\frac{i_{20}}{\sqrt{2}} + \cos(\theta_R) i_{2d} + \sin\theta_R i_{2q}\right) \\
& - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} V_{20} + \cos\left(\theta_R - \frac{2\pi}{3}\right) V_{2d} + \sin\left(\theta_R - \frac{2\pi}{3}\right) V_{2q}\right)\left(\frac{i_{20}}{\sqrt{2}} + \cos\left(\theta_R - \frac{2\pi}{3}\right) i_{2d} + \sin\left(\theta_R - \frac{2\pi}{3}\right) i_{2q}\right) \\
& - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} V_{20} + \cos\left(\theta_R - \frac{4\pi}{3}\right) V_{2d} + \sin\left(\theta_R - \frac{4\pi}{3}\right) V_{2q}\right)\left(\frac{i_{20}}{\sqrt{2}} + \cos\left(\theta_R - \frac{4\pi}{3}\right) i_{2d} + \sin\left(\theta_R - \frac{4\pi}{3}\right) i_{2q}\right)
\end{aligned}
$$

la simplification de l'expression de p nous donne

$$p = V_{1d} i_{1d} + V_{1q} i_{1q} + V_{10} i_{10} - V_{2d} i_{2d} - V_{2q} i_{2q} - V_{20} i_{20} \quad (8)$$

autre écriture de la puissance.

on a $\Phi_{1d} i_{1q} - \Phi_{1q} i_{1d} + \Phi_{2d} i_{2q} - \Phi_{2q} i_{2d} = 0$ (en remplaçant les flux par leurs expressions).

en remplaçant (7) dans (8) on obtient

$$P = \underbrace{-R_s(i_{1d}^2 + i_{1q}^2) - R_R(i_{2d}^2 + i_{2q}^2) - R_s i_{10}^2 - R_R i_{20}^2}_{(I)}$$
$$\underbrace{+ p\theta(\phi_{1d} i_{1q} - \phi_{1q} i_{1d})}_{(II)}$$
$$\underbrace{-(i_{1d}\, p\phi_{1d} + i_{1q}\, p\phi_{1q} + i_{2d}\, p\phi_{2d} + i_{2q}\, p\phi_{2q}) - (p\,\phi_{10})\, i_{10} - (p\,\phi_{20})\, i_{20}}_{(III)}$$

(I) : pertes joules statoriques et rotoriques

(II) : puissance mécanique transformée en puissance electrique

(III) : Variation par unité de temps de energie magnétique emmagasinée

d'où on deduit le couple electromagnétique (Γem)

$$\Gamma em = \frac{Pem}{p\theta} = \phi_{1d}\, i_{1q} - \phi_{1q}\, i_{1d} \qquad (9a)$$

pour une machine à P_1 paires de pôles

$$\Gamma em = P_1(\phi_{1d}\, i_{1q} - \phi_{1q}\, i_{1d})$$

ou bien $\Gamma em = P_1 \mathcal{M}(i_{2d}\, i_{1q} - i_{1d}\, i_{2q}) \qquad (9b)$

I-5 Choix du référentiel

trois types de référentiels sont intéressants en pratique

a) axe de référence fixe par rapport au stator (Matrice 1 page 14)

$$\frac{d\theta_s}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta_R}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} = -\omega_R$$

ω_R étant la vitesse de rotation du rotor

b) axe de référence fixe par rapport au rotor (Matrice 2 page 14)

$$\frac{d\theta_R}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta_s}{dt} = \frac{d\theta}{dt} = \omega_R$$

c) axe de référence tournant au synchronisme (Matrice 3)

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega \quad \text{et} \quad \frac{d\theta_R}{dt} = \omega - \omega_R = g\omega$$

ω étant la pulsation du réseau

$g = \dfrac{\omega - \omega_R}{\omega}$: glissement de la machine

$$\begin{bmatrix} V_{1o} \\ V_{1d} \\ V_{1q} \\ V_{2o} \\ V_{2d} \\ V_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_s+L_{so}p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(R_s+L_s p) & 0 & 0 & -Mp & 0 \\ 0 & 0 & -(R_s+L_s p) & 0 & 0 & -Mp \\ 0 & 0 & 0 & (R_R+L_{Ro}p) & 0 & 0 \\ 0 & Mp & -M\omega_R & 0 & (R_R+L_R p) & -L_R\omega_R \\ 0 & M\omega_R & Mp & 0 & L_R\omega_R & (R_R+L_R p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1o} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2o} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix}$$

(1)

$$\begin{bmatrix} V_{1o} \\ V_{1d} \\ V_{1q} \\ V_{2o} \\ V_{2d} \\ V_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_s+L_{so}p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(R_s+L_s p) & -L_s\omega_R & 0 & -Mp & -M\omega_R \\ 0 & L_s\omega_R & -(R_s+L_s p) & 0 & M\omega_R & -Mp \\ 0 & 0 & 0 & (R_R+L_{Ro}p) & 0 & 0 \\ 0 & Mp & 0 & 0 & (R_R+L_R p) & 0 \\ 0 & 0 & Mp & 0 & 0 & (R_R+L_R p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1o} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2o} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix}$$

(2)

$$\begin{bmatrix} V_{1o} \\ V_{1d} \\ V_{1q} \\ V_{2o} \\ V_{2d} \\ V_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_s+L_{so}p) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(R_s+L_s p) & -L_s\omega & 0 & -Mp & -M\omega \\ 0 & L_s\omega & -(R_s+L_s p) & 0 & M\omega & -Mp \\ 0 & 0 & 0 & (R_R+L_{Ro}p) & 0 & 0 \\ 0 & Mp & g\omega M & 0 & (R_R+L_R p) & gL_R\omega \\ 0 & -gM\omega & Mp & 0 & -gL_R\omega & (R_R+L_R p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1o} \\ i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2o} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{bmatrix}$$

(3)

CHAPITRE II

REGIMES PERMANENTS

Considerons un moteur asynchrone alimenté par un système de tensions triphasé equilibré

$V_{11} = V_m \cos(\omega t + \alpha)$

$V_{12} = V_m \cos(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3})$

$V_{13} = V_m \cos(\omega t + \alpha - \frac{4\pi}{3})$

II-1 Expressions temporelles des tensions fictives.

d'aprés le système (1) on a

$$\begin{cases} V_{1o} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(V_{11} + V_{12} + V_{13} \right) \\ V_{1d} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\cos \theta_s V_{11} + \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) V_{12} + \cos(\theta_s - \frac{4\pi}{3}) \right] \\ V_{1q} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\sin \theta_s V_{11} + \sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) V_{12} + \sin(\theta_s - \frac{4\pi}{3}) V_{13} \right]. \end{cases}$$

d'où

$$\begin{cases} V_{1o} = 0 \\ V_{1d} = \sqrt{\frac{3}{2}} V_m \cos(\omega t + \alpha - \theta_s) \\ V_{1q} = -\sqrt{\frac{3}{2}} V_m \sin(\omega t + \alpha - \theta_s) \end{cases}$$

pour un référentiel lié au rotor on a

$\theta_s = \omega_R t + \alpha'$ alors $V_{1o} = 0$, $V_{1d} = \sqrt{\frac{3}{2}} V_m \cos(g\omega t + \alpha - \alpha')$

$V_{1q} = -\sqrt{\frac{3}{2}} V_m \sin(g\omega t + \alpha - \alpha')$

α' étant arbitraire donc on peut le choisir égal à α

d'où

$$\begin{cases} V_{1o} = 0 \\ V_{1d}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} V_m \cos g\omega t \\ V_{1q}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} V_m \cos(g\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{cases} \qquad (10)$$

en écriture complexe

$$\begin{cases} \overline{V}_{1d} = \sqrt{\frac{3}{2}} V_m e^{jg\omega t} \\ \overline{V}_{1q} = \sqrt{\frac{3}{2}} V_m e^{j(g\omega t + \frac{\pi}{2})} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{V}_{1d} = \sqrt{\frac{3}{2}} V_m \\ \overline{V}_{1q} = j\sqrt{\frac{3}{2}} V_m \end{cases} \text{ et } \frac{d}{dt} = jg\omega$$

II-2 Expressions temporelles des flux fictifs.

en négligeant la chute ohmique statorique le système (7)a s'écrit

$$\begin{cases} \bar{V}_{1d} = -(1-g)\,\omega\,\bar{\Phi}_{1q} - jg\omega\,\bar{\Phi}_{1d} = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\,V_m \\ \bar{V}_{1q} = -jg\,\omega\,\bar{\Phi}_{1q} + (1-g)\,\omega\,\bar{\Phi}_{1d} = j\sqrt{\tfrac{3}{2}}\,V_m \end{cases}$$

Ce système a pour solution

$$\bar{\Phi}_{1q} = -\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\,V_m}{\omega} \quad ; \quad \bar{\Phi}_{1d} = j\sqrt{\tfrac{3}{2}}\,\frac{V_m}{\omega}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Phi_{1q}(t) = -\dfrac{\sqrt{3/2}\,V_m}{\omega}\cos g\omega t \\ \Phi_{1d}(t) = -\dfrac{\sqrt{3/2}\,V_m}{\omega}\sin g\omega t \end{cases} \qquad (11)$$

II-3 Expression des courants fictifs

d'aprés la matrice (2) page 14 tout en tenant compte que le rotor est en court-circuit on a

$$\begin{cases} V_{1d} = -(R_s + \mathcal{L}_s p)\,i_{1d} - \mathcal{L}_s\omega_R\,i_{1q} - \mathcal{M}p\,i_{2d} - \mathcal{M}\omega_R\,i_{2q} \\ V_{1q} = -(R_s + \mathcal{L}_s p)\,i_{1q} + \mathcal{L}_s\omega_R\,i_{1d} + \mathcal{M}\omega_R\,i_{2d} - \mathcal{M}p\,i_{2q} \\ 0 = \mathcal{M}p\,i_{1d} + (R_R + \mathcal{L}_R p)\,i_{2d} \\ 0 = \mathcal{M}p\,i_{1q} + (R_R + \mathcal{L}_R p)\,i_{2q} \end{cases}$$

d'où

$$\begin{cases} V_{1d} = \left[-R_s - \mathcal{L}_s p + \dfrac{\mathcal{M}^2 p^2}{R_R + \mathcal{L}_R p}\right] i_{1d} + \left[\dfrac{\mathcal{M}^2\omega_R p}{R_R + \mathcal{L}_R p} - \mathcal{L}_s\omega_R\right] i_{1q} \\ V_{1q} = \left[\mathcal{L}_s\omega_R - \dfrac{\mathcal{M}^2\omega_R p}{R_R + \mathcal{L}_R p}\right] i_{1d} + \left[-R_s - \mathcal{L}_s p + \dfrac{\mathcal{M}^2 p^2}{R_R + \mathcal{L}_R p}\right] i_{1q} \end{cases}$$

- autre écriture de V_{1d} et V_{1q} : posons

$$\sigma = 1 - k^2 = 1 - \frac{\mathcal{M}^2}{\mathcal{L}_s\mathcal{L}_R} \quad ; \quad Ld(p) = N_1\,\frac{p+\beta}{p+\beta_0}$$

$$\beta_0 = \frac{R_R}{\mathcal{L}_R} = \frac{1}{T_0} \quad ; \quad \beta = \frac{R_R}{N_2} = \frac{1}{T} \quad ; \quad N_1 = \sigma\mathcal{L}_s \quad ; \quad N_2 = \sigma\mathcal{L}_R$$

σ : coefficient de dispersion de la machine

k : " de couplage " " "

T_0 : constante de temps du rotor, le stator étant en circuit ouvert

T : constante de temps du rotor, le stator etant en court circuit

N_1 : inductance cyclique de fuites totales vue du stator

N_2 : " " " " " " " rotor

$Ld(p)$: impedance operationnelle

V_{1d} et V_{1q} s'ecrivent

$$\begin{cases} V_{1d} = \left[- R_s - pLd(p) \right] i_{1d} - Ld(p)\, \omega_R\, i_{1q} \\ V_{1q} = Ld(p)\, \omega_R\, i_{1d} + \left[- R_s - pLd(p) \right] i_{1q} \end{cases} \qquad (12)$$

en negligeant R_s et en passant aux notations complexes le systeme (12) devient

$$\begin{cases} \overline{V_{1d}} = - jg\omega\, Ld(jg\omega)\, \overline{I_{1d}} - Ld(jg\omega)(1-g)\omega\, \overline{I_{1q}} \\ \overline{V_{1q}} = Ld(jg\omega)(1-g)\omega\, \overline{I_{1d}} - jg\omega\, Ld(jg\omega)\, \overline{I_{1q}} \end{cases}$$

La résolution de ce systeme nous donne

$$\begin{cases} \overline{I_{1d}} = j \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{N_1 \omega} \dfrac{jg\omega + \beta_0}{jg\omega + \beta} = \dfrac{\overline{\Phi_{1d}}}{N_1} \cdot \dfrac{jg\omega + \beta_0}{jg\omega + \beta} \\ \overline{I_{1q}} = - \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{N_1 \omega} \cdot \dfrac{jg\omega + \beta_0}{jg\omega + \beta} = \dfrac{\overline{\Phi_{1q}}}{N_1} \cdot \dfrac{jg\omega + \beta_0}{jg\omega + \beta} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{1d}(t) = - \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{N_1 \omega} \sqrt{\dfrac{\beta_0^2 + g^2\omega^2}{\beta^2 + g^2 \omega^2}}\, \sin(g\omega t + \varphi) \\ i_{1q}(t) = - \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{N_1 \omega} \sqrt{\dfrac{\beta_0^2 + g^2\omega^2}{\beta^2 + g^2 \omega^2}}\, \cos(g\omega t + \varphi) \end{cases} \qquad (13)$$

avec $\varphi = \arg \left(\dfrac{jg\omega + \beta_0}{jg\omega + \beta} \right)$.

II-4 Cas particulier $g = 0$

en remplaçant g par sa valeur ($g=0$) dans les expressions (13), (11) et (10) on obtient

$$\begin{cases} V_{1d0} = \sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m \\ V_{1q0} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \phi_{1d0} = 0 \\ \phi_{1q0} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\, \dfrac{V_m}{\omega} \end{cases} \qquad \begin{cases} i_{1d0} = 0 \\ i_{1q0} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\, \dfrac{V_m}{L_s \omega} \end{cases} \qquad (14)$$

II-5 Schéma équivalent

posons $\begin{cases} \overline{V_1} = \overline{V_{1q}} + j \overline{V_{1d}} \\ \overline{V_2} = \overline{V_{2q}} + j \overline{V_{2d}} \end{cases}$; $\begin{cases} \overline{I_1} = \overline{I_{1q}} + j\, \overline{I_{1d}} \\ \overline{I_2} = \overline{I_{2q}} + j\, \overline{I_{2d}} \end{cases}$; $\begin{cases} \overline{\Phi_1} = \overline{\Phi_{1q}} + j \overline{\Phi_{1d}} \\ \overline{\Phi_2} = \overline{\Phi_{2q}} + j \overline{\Phi_{2d}} \end{cases}$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_{1q} + j\bar{V}_{1d} = -R_s(\bar{I}_{1q} + j I_{1d}) + (1-g)\omega(\bar{\Phi}_{1d} - j\bar{\Phi}_{1q}) + g\omega(+j\bar{\Phi}_{1q} + \bar{\Phi}_{1d})$$

$$-\bar{V}_1 = -R_s\bar{I}_1 - j\omega\bar{\Phi}_1$$

$$0 = \bar{V}_{2q} + j\bar{V}_{2d} = R_R(\bar{I}_{2q} + j\bar{I}_{2d}) + jg\omega\bar{\Phi}_{2q} - g\omega\bar{\Phi}_{2d}$$

$$-0 = R_R\bar{I}_2 + jg\omega\bar{\Phi}_2$$

$$\bar{\Phi}_1 = \bar{\Phi}_{1q} + j\bar{\Phi}_{1d} = \mathcal{L}_s(\bar{I}_{1q} + j\bar{I}_{1d}) + \mathcal{M}(\bar{I}_{2q} + j\bar{I}_{2d})$$

$$\bar{\Phi}_1 = \mathcal{L}_s\bar{I}_1 + \mathcal{M}\bar{I}_2 \quad , \quad \bar{\Phi}_2 = \mathcal{L}_R\bar{I}_2 + \mathcal{M}\bar{I}_1$$

d'où

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = -R_s\bar{I}_1 - j\mathcal{L}_s\omega\bar{I}_1 - j\mathcal{M}\omega\bar{I}_2 \\ 0 = \frac{R_R}{g}\bar{I}_2 + j\mathcal{L}_R\omega\bar{I}_2 + j\mathcal{M}\omega\bar{I}_1 \end{cases}$$

ramenons les grandeurs rotoriques au stator

$$\bar{I}'_2 = -\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{L}_s}\bar{I}_2 \quad , \quad R'_R = R_R\left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}}\right)^2 , \quad N'_R = N_R\left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}}\right)^2$$

I'_2, R'_R et N'_R etant les grandeurs ramenées au stator

on a encore $(1-\sigma)N'_R = \sigma\mathcal{L}_s \Rightarrow \frac{1}{\sigma} = \frac{N'_R + \mathcal{L}_s}{N'_R}$

d'où

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = -R_s\bar{I}_1 - j\mathcal{L}_s\omega(\bar{I}_1 - \bar{I}'_2) \\ j\mathcal{L}_s\omega(\bar{I}_1 - \bar{I}'_2) = \left(\frac{R'_R}{g} + jN'_R\omega\right)I'_2 \end{cases}$$

Le schéma equivalent est donne par la Figure(II-1) page19

II-6 Expression du couple électromagnétique

Soient $A = A_m\cos(\omega t + \varphi)$, $B = B_m\cos(\omega t + \psi)$

$$A = \mathcal{R}(\bar{A}e^{j\omega t}) \quad , \quad B = \mathcal{R}(\bar{B}e^{j\omega t})$$

avec $\bar{A} = A_m e^{j\varphi}$ $\quad \bar{B} = B_m e^{j\psi}$

$$A.B = \mathcal{R}(\bar{A}e^{j\omega t})\,\mathcal{R}(\bar{B}e^{j\omega t})$$

$$\cos a\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a-b) + \cos(a+b)\right].$$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{2}\mathcal{R}(\bar{A}\underline{B}) + \frac{1}{2}\mathcal{R}(\bar{A}\bar{B}e^{2j\omega t})$$

pour une machine à P_1 paires de pôles

$$\Gamma em = P_1(\phi_{1d}i_{1q} - \phi_{1q}i_{1d})$$

$$\Gamma em = P_1\frac{1}{2}\mathcal{R}(\bar{I}_{1q}\underline{\phi_{1d}} - \bar{I}_{1d}\underline{\phi_{1q}}) + \frac{1}{2}P_1\mathcal{R}\left[(\bar{I}_{1q}\bar{\Phi}_{1d} - \bar{I}_{1d}\bar{\Phi}_{1q})e^{2jg\omega t}\right]$$

$$\Gamma em = -P_1\frac{3}{2}\frac{V_m^2}{N_1\omega}\frac{\mathcal{M}^2}{\mathcal{L}_s}\frac{R_2/g}{(R_2/g)^2 + N_2^2\omega^2}$$

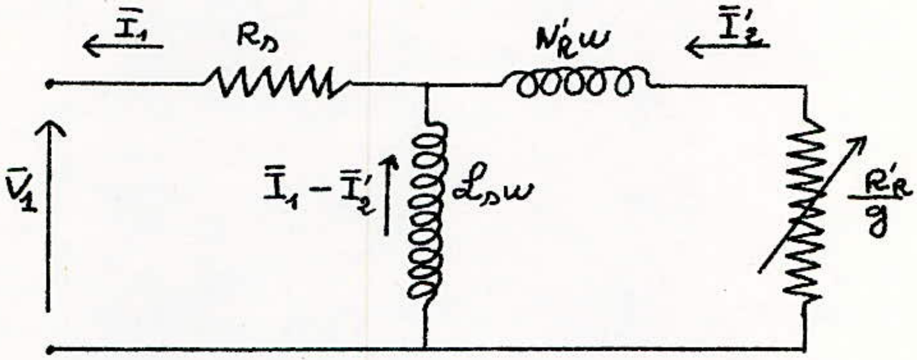


Fig II - 1 Schéma equivalent monophasé d'une machine asynchrone en régime permanent

CHAPITRE III

REGIMES TRANSITOIRES

III-1 Schéma équivalent.

D'aprés la matrice (2) page 14 tout en tenant compte que le rotor est en court-circuit on a

$$\begin{cases} V_{1d} = -(R_s + L_s p)\, i_{1d} - L_s \omega_R\, i_{1q} - M p\, i_{2d} - M \omega_R\, i_{2q} \\ V_{1q} = -(R_s + L_s p)\, i_{1q} + L_s \omega_R\, i_{1d} + M \omega_R\, i_{2d} - M p\, i_{2q} \\ 0 = M p\, i_{1d} + (R_R + L_R p)\, i_{2d} \\ 0 = M p\, i_{1q} + (R_R + L_R p)\, i_{2q} \end{cases}$$

d'où

$$\begin{cases} V_{1d} = \left[-R_s - L_s p + \dfrac{M^2 p^2}{R_R + L_R p}\right] i_{1d} + \left[\dfrac{M^2 \omega_R p}{R_R + L_R p} - L_R \omega_R\right] i_{1q} \\ V_{1q} = \left[L_s \omega_R - \dfrac{M^2 \omega_R p}{R_R + L_R p}\right] i_{1d} + \left[-R_s - L_s p + \dfrac{M^2 p^2}{R_R + L_R p}\right] i_{1q} \end{cases}$$

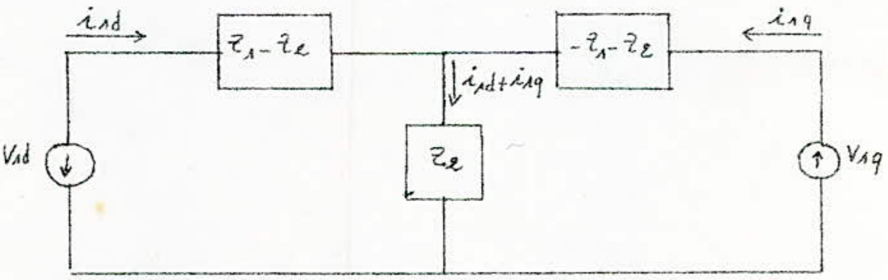
posons

$$z_1 = R_R + L_s p - \frac{M^2 p^2}{R_R + L_R p} \; ; \; z_2 = L_s \omega_R - \frac{M^2 \omega_R p}{R_R + L_R p}$$

V_{1q} et V_{1q} peuvent s'écrirent alors.

$$\begin{cases} V_{1d} = -(z_1 - z_2)\, i_{1d} - z_2 (i_{1d} + i_{1q}) \\ V_{1q} = (-z_1 - z_2)\, i_{1q} + z_2 (i_{1d} + i_{1q}) \end{cases}$$

Ces équations nous donnent un des schémas équivalents suivant :



pour avoir le regime permanent il suffit de remplacer p par $j\omega$

III-2 Etude des régimes transitoires dans le cas general

on choisit un référentiel lié au rotor donc on à d'aprés le systeme (10)

$$\begin{cases} V_{1d} = \sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m \cos g\omega t \\ V_{1q} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m \sin g\omega t \end{cases}$$

en remplaçant V_{1d} et V_{1q} dans le système (12) on a

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m \cos g\omega t = \left[- R_s - p L_d(p)\right] i_{1d} - L_d(p)\, \omega_R\, i_{1q} \\ -\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m \sin g\omega t = L_d(p)\, \omega_R\, i_{1d} + \left[- R_s - p L_d(p)\right] i_{1q} \end{cases}$$

Nous allons supposer que lors de la perturbation la vitesse reste constante (constante de temps mecanique trés grande devant la constante de temps electrique) ainsi que la tension d'alimentation.

Appliquons la transformé de Laplace au systeme cidessus

$$\begin{cases} V_{1d} = \left[- R_s - p L_d(p)\right] I'_{1d} - L_d(p)\, \omega_R\, I'_{1q} \\ V_{1q} = L_d(p)\, \omega_R\, I'_{1d} + \left[- R_s - p L_d(p)\right] I'_{1q} \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} V_{1d} = L(v_{1d}) = \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{2} \left(\dfrac{1}{p - jg\omega} + \dfrac{1}{p + jg\omega} \right) \\ V_{1q} = L(v_{1q}) = \dfrac{-\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{2j} \left(\dfrac{1}{p - jg\omega} - \dfrac{1}{p + jg\omega} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i'_{1d}(t) = i_{1d}(t) + i_{1d}(0) \\ i'_{1q}(t) = i_{1q}(t) + i_{1q}(0) \end{cases}$$

Resolvons le système cidessus

$$\Delta = \left[R_s + \mathcal{L}_s p - \frac{M^2 p^2}{R_R + \mathcal{L}_R p} \right]^2 + \left[\mathcal{L}_s \omega_R - \frac{M^2 \omega_R p}{R_R + \mathcal{L}_R p} \right]$$

$$\Delta = \frac{\mathcal{L}_s^2 \mathcal{L}_R \sigma^2}{\mathcal{L}_R (p+\beta)^2} \left[p^2 + (\beta_1 + \beta - j\omega_R) p + \beta(\beta'_0 - j\omega_R) \right] \left[p^2 + (\beta_1 + \beta + j\omega_R) p + \beta(\beta'_0 + j\omega_R) \right]$$

$$\beta_1 = \frac{R_s}{N_1} = \frac{1}{T_1} \quad , \quad \beta'_0 = \frac{R_s}{\mathcal{L}_s} = \frac{1}{T'_0}$$

T_1 : constante de temps du stator, rotor court-circuité

T'_0 : constante de temps du stator, rotor ouvert posons

$$A = p^2 + (\beta_1+\beta-j\omega_R)p + \beta(\beta'_0 - j\omega_R)$$

$$B = p^2 + (\beta_1+\beta+j\omega_R)p + \beta(\beta'_0 + j\omega_R)$$

$$\Delta_A = (\beta_1+\beta)^2 - 4\beta\beta'_0 - \omega_R^2 + 2j\omega_R(\beta-\beta_1)$$

posons

$$\alpha_1 = (\beta_1+\beta)^2 - 4\beta\beta'_0 - \omega_R^2$$

$$\alpha_2 = 2\omega_R(\beta-\beta_1)$$

donc $\Delta_A = \alpha_1 + j\alpha_2 = (U+jV)^2$

avec $U = \sqrt{\dfrac{\alpha_1+\sqrt{\alpha_1^2+\alpha_2^2}}{2}}$; $V = \dfrac{\alpha_2}{2\sqrt{\dfrac{\alpha_1+\sqrt{\alpha_1^2+\alpha_2^2}}{2}}}$

alors

$$A = (p-p_1)(p-p_2)$$

avec $p_1 = \dfrac{-(\beta_1+\beta-U)+j(V+\omega_R)}{2} = -\dfrac{1}{T_3} + j\Omega_1$

$$p_2 = \frac{-(\beta_1+\beta+U)+j(\omega_R-V)}{2} = -\frac{1}{T_2} + j\Omega_2$$

Même procédé pour B en remplaçant j par $-j$

$$B = (p-p'_1)(p-p'_2)$$

avec $p'_1 = \dfrac{-(\beta_1+\beta-U)-j(\omega_R+V)}{2} = -\dfrac{1}{T_3} - j\Omega_1$

$$p'_2 = \frac{-(\beta_1+\beta+U)-j(\omega_R-V)}{2} = -\frac{1}{T_2} - j\Omega_2$$

$$T_2 = \frac{2}{\beta_1+\beta+U} = \frac{2\sigma T_0 T'_0}{T_0+T'_0+\sigma U T_0 T'_0} \; ; \; \Omega_2 = \frac{\omega_R - V}{2}$$

$$T_3 = \frac{2}{\beta_1+\beta-U} = \frac{2\sigma T_0 T'_0}{T_0+T'_0-\sigma U T_0 T'_0} \; ; \; \Omega_1 = \frac{\omega_R + V}{2}$$

$$\Delta = \frac{N_1^2}{(p+\beta_0)^2}(p-p_1)(p-p_2)(p-p'_1)(p-p'_2)$$

d'où

$$\left\{\begin{aligned} I'_{1d}(p) &= \frac{(p+\beta_0)^2\left[-V_{1d}(R_\Delta + pLd(p)) + V_{1q}Ld(p)\omega_R\right]}{N_1^2\,(p-p_1)(p-p_2)(p-p'_1)(p-p'_2)} \\ I'_{1q}(p) &= \frac{(p+\beta_0)^2\left[-V_{1q}(R_\Delta + pLd(p)) - V_{1d}Ld(p)\omega_R\right]}{N_1^2\,(p-p_1)(p-p_2)(p-p'_1)(p-p'_2)} \end{aligned}\right. \quad (15)$$

$$i_{1d}(t) = L^{-1}(I'_{1d}(p)) + i_{1d}(0)$$
$$i_{1q}(t) = L^{-1}(I'_{1q}(p)) + i_{1q}(0)$$

En utilisant la transformée inverse de park ((1)b) on tire les courants des trois phases statoriques (i_{11}, i_{12}, i_{13}). pour nous nous allons nous satisfaire simplement des régimes transitoires à vide tout en supposant que la machine tourne au synchronisme ($g=0$)

III-3 Etude DES DIVERS REGIMES TRANSITOIRES ($g=0$)

$$g=0 \Rightarrow \omega_R = \omega$$
$$\alpha_1 = (\beta_1+\beta)^2 - 4\beta\beta'_0 - \omega^2$$

en tenant compte que $\beta, \beta_1 << \omega$ on a

$$\alpha_1 \simeq -\omega^2$$

donc

$$\begin{cases} p_1 = -\beta_1 + j\omega \\ p_2 = -\beta \end{cases} \qquad \begin{cases} p'_1 = -\beta_1 - j\omega \\ p'_2 = -\beta \end{cases}$$

$$\Delta = \frac{N_1^2}{(p+\beta_0)^2}(p+\beta_1-j\omega)(p+\beta_1+j\omega)(p+\beta)^2$$

$$\Delta = L_d(p)^2(p+\beta_1-j\omega)(p+\beta_1+j\omega).$$

III-3-1 court-circuit triphasé de l'enroulement statorique

La machine est primitivement connectée à un réseau triphasé de pulsation ω et de tension $\frac{V_m}{\sqrt{2}}$ (tension simple en valeur efficace).

Dans la représentation selon deux axes (Voir figure(III-1)page 31) Cela signifie que les bobinages fictifs d et q sont raccordés aux sources de tensions V_{1d} et V_{1q} dont les valeurs initiales V_{1d0} et V_{1q0} sont données par le système (14) à $t=0$ on ferme l'interrupteur K.

On suppose que V_{1do} et V_{1qo} existent toujours mais à cet instant on applique un système operationnel V'_{1do} et V'_{1qo} egal et opposé à V_{1do} et V_{1qo}

d'apres le système (15) en remplaçant V_{1d} par $-\frac{V_{1do}}{p}$ et V_{1q} par zero tout en négligeant R_s (chute résistive negligeable devant la chute inductive) on a

$$\begin{cases} I'_{1d}(p) = \dfrac{(p+\beta_o)^2\, V_{1do}\, L_d(p)}{N_1^2 (p-p_1)(p-p_2)(p-p'_1)(p-p'_2)} \\ \\ I'_{1q}(p) = \dfrac{(p+\beta_o)^2\, V_{1do}\, L_d(p)\, \omega}{p N_1^2 (p-p_1)(p-p_2)(p-p'_1)(p-p'_2)} \end{cases}$$

or $\quad (p-p_1)(p-p_2)(p-p'_1)(p-p'_2) = (p+\beta)^2 (p+\beta_1-j\omega)(p+\beta_1+j\omega)$

donc

$$\begin{cases} I'_{1d}(p) = \dfrac{V_{1do}}{N_1} \dfrac{p+\beta_o}{(p+\beta)(p+\beta_1+j\omega)(p+\beta_1-j\omega)} \\ \\ I'_{1q}(p) = \dfrac{V_{1do}\,\omega}{N_1} \dfrac{p+\beta_o}{p(p+\beta)(p+\beta_1+j\omega)(p+\beta_1-j\omega)} \end{cases}$$

En appliquant la règle de developpement d'Heaviside qui est

$$H(p) = \frac{f(p)}{pF(p)} = \frac{f(0)}{F(0)} \cdot \frac{1}{p} + \sum_{k=1}^{m} \frac{f(p_k)}{p_k F'(p_k)} \cdot \frac{1}{p-p_k}$$

$$H(t) = \frac{f(0)}{F(0)} + \sum \frac{f(p_k)}{p_k F'(p_k)} e^{p_k t}$$

donc

$$i'_{1d}(t) = \frac{V_{1do}}{N_1 \left[(\beta_1-\beta)^2+\omega^2\right]} \left[(\beta_o-\beta) e^{-\beta t} + \left(\frac{(\beta_o-\beta_1)(\beta-\beta_1)}{\omega} + \omega \right) \sin\omega t\, e^{-\beta_1 t} + (\beta-\beta_o) \cos\omega t\, e^{-\beta_1 t} \right]$$

$$i'_{1q}(t) = \frac{V_{1do}\,\omega}{N_1} \left[\frac{\beta_o}{\beta(\beta_1^2+\omega^2)} + \frac{(\beta-\beta_o)e^{-\beta t}}{\beta\left[(\beta_1-\beta)^2+\omega^2\right]} + \frac{\left[\beta_1(\beta_1-\beta_o)(\beta-\beta_1) + \omega(3\beta_1-\beta_o-\beta)\right]}{(\beta_1^2+\omega^2)\left[(\beta_1-\beta)^2+\omega^2\right]} \sin\omega t\, e^{-\beta_1 t} + \frac{\left[\beta_o(\beta_1-\beta)-\beta_1^2-\omega^2\right]}{(\beta_1^2+\omega^2)\left[(\beta_1-\beta)^2+\omega^2\right]} \cos\omega t\, e^{-\beta_1 t} \right]$$

En supposant que $\beta_0, \beta << \omega$ on a

$$i'_{1d}(t) = \frac{V_{1do}}{N_1\omega}\left[\frac{\beta_0-\beta}{\omega} e^{-\beta t} + \sin\omega t\, e^{-\beta_1 t}\right]$$

$$i'_{1q}(t) = \frac{V_{1do}}{N_1\omega}\left[\frac{\beta_0}{\beta} + \frac{\beta-\beta_0}{\beta} e^{-\beta t} - \cos\omega t\, e^{-\beta_1 t}\right]$$

d'où

$$i_{1d}(t) = i'_{1d}(t) + i_{1do} = \frac{V_{1do}}{N_1\omega}\sin\omega t\, e^{-\beta_1 t}$$

$$i_{1q}(t) = i'_{1q}(t) + i_{1q_0} = \frac{V_{1do}}{N_1\omega}\left[\frac{\beta_0}{\beta} + \frac{\beta-\beta_0}{\beta} e^{-\beta t} - \cos\omega t\, e^{-\beta_1 t}\right] - \frac{V_{1do}}{\mathcal{L}_s\omega}$$

V_{1do}, i_{1do} et i_{1q_0} sont donnés par le système (14)

donc

$$\begin{cases} i_{1d}(t) = \dfrac{V_{1do}}{N_1\omega}\sin\omega t\, e^{-\beta_1 t} \\ i_{1q}(t) = \dfrac{V_{1do}}{N_1\omega}\left[\dfrac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s} e^{-\beta t} - \cos\omega t\, e^{-\beta_1 t}\right] \end{cases}$$

passons aux composantes réelles

d'après (1)b on a

$$i_{11} = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left[\cos\theta_s\, i_{1d} + \sin\theta_s\, i_{1q}\right] \quad \text{avec } \theta_s = \omega t + \alpha$$

donc

$$\begin{cases} i_{11} = \dfrac{V_m}{N_1\omega}\left[\dfrac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s}\sin(\omega t+\alpha)\, e^{-\beta t} - \sin\alpha\, e^{-\beta_1 t}\right] \\ i_{12} = \dfrac{V_m}{N_1\omega}\left[\dfrac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s}\sin(\omega t+\alpha-\frac{2\pi}{3}) e^{-\beta t} - \sin(\alpha-\frac{2\pi}{3})\, e^{-\beta_1 t}\right] \\ i_{13} = \dfrac{V_m}{N_1\omega}\left[\dfrac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s}\sin(\omega t+\alpha-\frac{4\pi}{3}) e^{-\beta t} - \sin(\alpha-\frac{4\pi}{3})\, e^{-\beta_1 t}\right] \end{cases} \quad (16)$$

- courants rotoriques

d'après la matrice (2) page 14 on a

$$\begin{cases} i_{2d} = -\dfrac{\mathcal{M}p}{R_R + \mathcal{L}_R p}\, i_{1d}(p) \\ i_{2q} = -\dfrac{\mathcal{M}p}{R_R + \mathcal{L}_R p}\, i_{1q}(p) \end{cases}$$

$$i'_{2d}(p) = -\frac{\mathcal{M}\, V_{1do}}{\mathcal{L}_R N_1}\,\frac{p}{(p+\beta)(p+\beta_1+j\omega)(p+\beta_1-j\omega)}$$

$$i_{2d}(p) \# -\frac{\mathcal{M}\, V_{Ado}}{\mathcal{L}_R N_1}\,\frac{1}{2jw}\left(\frac{1}{p+\beta_1-jw}-\frac{1}{p+\beta_1+jw}\right)$$

$$i'_{2q}(p) = -\frac{\mathcal{M}\, V_{Ado}\, w}{\mathcal{L}_R N_1}\,\frac{1}{(p+\beta)(p+\beta_1+jw)(p+\beta_1-jw)}$$

avec $i'_{2d}(t) = i_{2d}(t) - i_{2do}$

$i'_{2q}(t) = i_{2q}(t) - i_{2qo}$

d'aprés la regle Heaviside ona

$$\begin{cases} i'_{2d}(t) = \dfrac{\mathcal{M}\, V_{Ado}}{\mathcal{L}_R N_1 w}\sin(wt+\pi)\, e^{-\beta_1 t} \\ i'_{2q}(t) = \dfrac{\mathcal{M}\, V_{Ado}}{\mathcal{L}_R N_1 w}\left[\cos wt\, e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta t}\right] \end{cases}$$

qd $t \to \infty$

$$\begin{cases} i_{2d}(t) \to 0 \\ i_{2q}(t) \to 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{2do} = 0 \\ i_{2qo} = 0 \end{cases}$$

donc

$$i_{2d}(t) = \frac{\mathcal{M}\, V_{Ado}}{\mathcal{L}_R N_1 w}\sin(wt+\pi)\, e^{-\beta_1 t}$$

$$i_{2q}(t) = \frac{\mathcal{M}\, V_{Ado}}{\mathcal{L}_R N_1 w}\left(\cos wt\, e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta t}\right)$$

d'aprés (1)b on a

$$\begin{cases} i_{21}(t) = -\dfrac{\mathcal{M}\, V_m}{\mathcal{L}_R N_1 w}\left[\sin(wt-\alpha)\, e^{-\beta_1 t} + \sin\alpha\, e^{-\beta t}\right] \\ i_{22}(t) = -\dfrac{\mathcal{M}\, V_m}{\mathcal{L}_R N_1 w}\left[\sin\left(wt-\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)e^{-\beta_1 t} + \sin\left(\alpha-\frac{2\pi}{3}\right)e^{-\beta t}\right] \\ i_{23}(t) = -\dfrac{\mathcal{M}\, V_m}{\mathcal{L}_R N_1 w}\left[\sin\left(wt-\alpha-\frac{4\pi}{3}\right)e^{-\beta_1 t} + \sin\left(\alpha-\frac{4\pi}{3}\right)e^{-\beta t}\right] \end{cases} \quad (17)$$

– couple electomagnetique

d'aprés la formule (9)b qui est:

$$\Gamma_{em} = P_1 \mathcal{M}\left(i_{2d}\, i_{1q} - i_{1d}\, i_{2q}\right)$$

en remplaçant i_{1d}, i_{2d}, i_{1q} et i_{2q} par leurs

expressions temporelles on obtient

$$F_{em} = \frac{3}{2} N_1 \frac{(1-\sigma) P_1 V_m^2}{(N_1 w)^2} \sin(wt)\, e^{-(\beta_1+\beta)t} \quad (18)$$

– Interprétation

On constate que les courants des trois phases statoriques et rotoriques ne subissent pas de discontinuité à l'instant du défaut et qu'ils tendent vers une valeur nulle.

Les courants de phase statoriques sont composés de deux parties. Une partie apériodique, elle correspont au maintient à travers l'enroulement correspondant du flux emprisonné à l'instant initial ce flux disparait avec une constante de Temps $T_1 = \frac{1}{\beta_1}$ et une partie oxillatoire amortie de pulsation w cette composante est induite par le flux emprisonné à l'instant initial dans l'enroulement du rotor en court-circuit. Ce flux disparait avec une constante de temps $T = \frac{1}{\beta}$.

De même pour les courants rotoriques, chaque courant de phase comporte deux composantes.

Une composante apériodique, elle correspond au maintient à travers l'enroulement du flux emprisonné à l'instant initial elle s'éteint avec une constante de temps $T = \frac{1}{\beta}$.

Une composante oxillatoire amortie de pulsation w cette composante est induite par le flux emprisonné à l'instant initial dans l'enroulement du stator en court-circuit, elle s'éteint avec une constante de temps $T_1 = \frac{1}{\beta_1}$

l'apparition du courant secondaire crée un couple transitoire qui s'éteint avec une constante de temps

$$T' = \frac{T T_1}{T+T_1} = \frac{1}{\beta+\beta_1}.$$

le couple Γem est indépendant du paramètre α

- Application de l'essai en court-circuit.

Le court-circuit brusque, appliqué à vide est éventuellement à tension réduite, peut être réalisé à titre d'essai dans le but de déterminer les paramètres transitoires de la machine asynchrone notamment la réactance $N_1 \omega$, les constantes de temps T et T_1.

Il nous permet aussi de prévoir le réglage des protections. Le courant de court-circuit est de même ordre de grandeur en charge qu'à vide.

- Détermination de $N_1 \omega$, $L_s \omega$, β et β_1 à partir d'un essai en court-circuit.

L'expression théorique du courant de court-circuit est donnée par :

$$i_{11} = \left(\frac{V_m}{N_1 \omega} - \frac{V_m}{L_s \omega}\right) \sin(\omega t + \alpha)\, e^{-\beta t} - \frac{V_m}{N_1 \omega} \sin\alpha\, e^{-\beta_1 t}$$

Connaissant la valeur du paramètre α, on choisit un temps t_1 sur le graphe $i_{11}(t)$ de façon que $\sin(\omega t_1 + \alpha) = 0$ à cette valeur de t_1 correspond un courant $i_{11}(t_1)$ donc on a

$$i_{11}(t_1) = -\frac{V_m}{N_1 \omega} \sin\alpha\, e^{-\beta_1 t_1}$$

On refait la même chose pour un autre temps t_2, donc $i_{11}(t_2) = -\dfrac{V_m}{N_1 \omega} \sin\alpha\, e^{-\beta_1 t_2}$

à partir des deux équations précédentes on détermine la valeur de $N_1 \omega$ et β_1 connaissant V_m.

Connaissant $N_1 \omega$ et β_1 on peut déterminer facilement la valeur de β et $\mathcal{L}_\Delta \omega$.

Il existe une méthode largement répandue de résolution de ce problème dite des moindres carrés, elle consiste en ce qui suit.

Considérons la somme des carrés des différences entre les valeurs expérimentales $i_{11}(t_i)$ et celle de la fonction $i_{11}(t, a, b, \beta, \beta_1)$ aux points correspondant

$$S(a, \beta, \beta_1, b) = \sum_{i=1}^{n} \left[i_{11}(t_i) - i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1) \right]^2$$

avec $a = \dfrac{V_m}{N_1 \omega}$, $b = \dfrac{V_m}{\mathcal{L}_\Delta \omega}$,

$$i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1) = (a-b) \sin(\omega t_i + \alpha) e^{-\beta t_i} - a \sin \alpha \, e^{-\beta_1 t_i}$$

$i_{11}(t_i)$ est la valeur du courant mesurée à l'instant t_i

Choisissons les paramètres a, b, β et β_1 de manière que cette somme ait la plus petite valeur possible.

c.a.d $S(a, b, \beta, \beta_1) = \min$.

le problème se ramène ainsi à trouver les valeurs des paramètres a, b, β et β_1 pour lesquelles $S(a, b, \beta, \beta_1)$ admet un minimum. donc ces paramètres doivent vérifier le système d'équation suivant.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^{n} \left[i_{11}(t_i) - i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1) \right] \dfrac{\partial i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1)}{\partial a} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^{n} \left[i_{11}(t_i) - i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1) \right] \dfrac{\partial i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1)}{\partial b} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n} \left[i_{11}(t_i) - i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1) \right] \dfrac{\partial i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1)}{\partial \beta} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^{n} \left[i_{11}(t_i) - i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1) \right] \dfrac{\partial i_{11}(t_i, a, b, \beta, \beta_1)}{\partial \beta_1} = 0 \end{cases}$$

III-3-2 Ouverture du stator

On suppose qu'on a les mêmes conditions initiales que dans l'exemple du court-circuit du stator. cad le glissement avant la deconnection est nul.
Dans la représentation selon deux axes (Voir Figure 2 page 31) Cela signifie que les bobinages fictifs d et q sont racordés aux sources de tensions V_{1d} et V_{1q} dont les Valeurs initiales V_{1d0} et V_{1q0} sont données par le système (14).
d'aprés le systeme (12) on a

$$\begin{cases} V_{1d} = \left[-R_s - pLd(p)\right] i_{1d} - Ld(p)\,\omega\, i_{1q} \\ V_{1q} = Ld(p)\,\omega\, i_{1d} + \left[-R_s - pLd(p)\right] i_{1q} \end{cases}$$

en negligeant la resistance R_s de l'enroulement statorique et en résolvant le systeme on trouve

$$\begin{cases} i_{1d} = \dfrac{-pV_{1d} + V_{1q}\omega}{Ld(p)\left(p^2+\omega^2\right)} \\ i_{1q} = \dfrac{-pV_{1q} - \omega V_{1d}}{Ld(p)\left(p^2+\omega^2\right)} \end{cases}$$

Au moment de l'ouverture de l'interrupteur K, on suppose que i_{1d0} et i_{1q0} existent toujours mais à cet instant on applique un systeme operationnelle i'_{1d0} et i'_{1q0} égal et opposé à i_{1d0} et i_{1q0}.

$$\begin{cases} 0 = -pV'_{1d}(p) + \omega V'_{1q}(p) \\ \dfrac{i_{1q0}}{p} = \dfrac{\omega}{Ld(p)\left(p^2+\omega^2\right)} V'_{1d}(p) + \dfrac{pV'_{1q}(p)}{Ld(p)\left(p^2+\omega^2\right)} \end{cases}$$

avec $V'_{1d}(t) = V_{1d}(t) - V_{1d0}$, $V'_{1q}(t) = V_{1q}(t) - V_{1q0}$

La résolution de ce systeme donne $V_{1d}(t)$ et $V_{1q}(t)$ en supposant que $\beta_1 \beta_0 \ll \omega$ on a

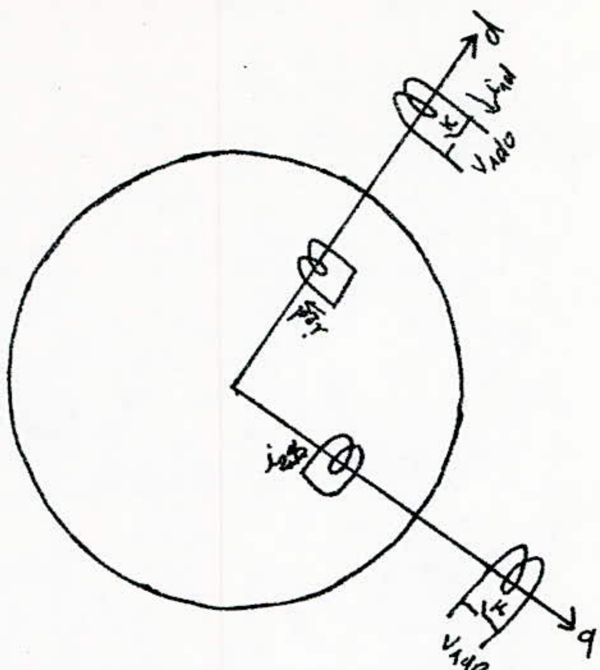


Fig III - 1 Situation préalable à la mise en court-circuit d'une Machine asynchrone à vide

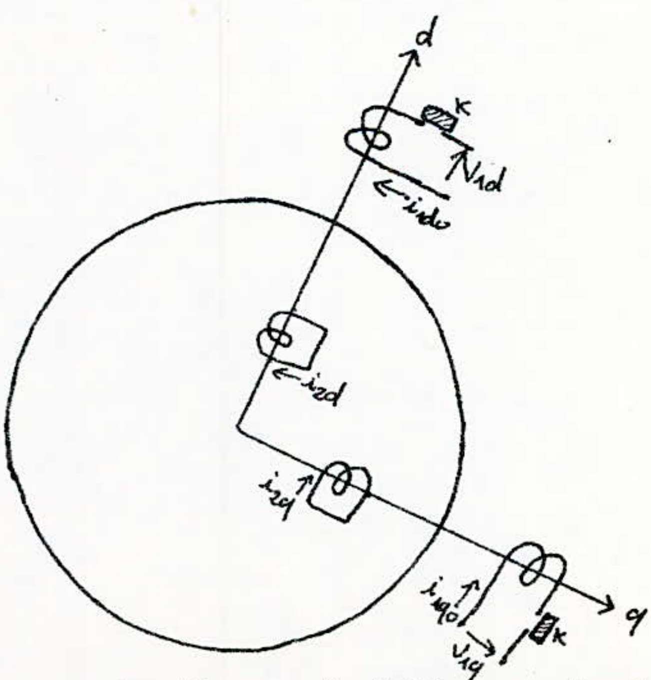


Fig III . 2 . situation préalable au declenchement d'une machine asynchrone à vide

$$\begin{cases} V_{1d}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m \left(\frac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s}\right) e^{-\beta_o t} \\ V_{1q}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m \frac{N_1}{\mathcal{L}_s} \left(\frac{\beta_o - \beta}{\omega}\right) e^{-\beta_o t} \neq 0 \end{cases}$$

passage aux composantes reelles

d'aprés (1)b on a $V_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m \left(\frac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s}\right) e^{-\beta_o t} \cos\theta_s$

avec $\theta_s = \omega t + \alpha$

$$\begin{cases} V_{11} = V_m \frac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s} \cos(\omega t + \alpha)\, e^{-\beta_o t} \\ V_{12} = V_m \frac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s} \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-\beta_o t} \\ V_{13} = V_m \frac{\mathcal{L}_s - N_1}{\mathcal{L}_s} \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{4\pi}{3}\right) e^{-\beta_o t} \end{cases} \quad (19)$$

- Interprétation

On constate que les tensions des trois phases statoriques subissent à l'instant initial une discontinuité de valeur relative $\frac{N_1}{\mathcal{L}_s}$ puis s'eteint avec une constante de temps du rotor (stator ouvert). cette discontinuité provient du fait que seul l'enroulement rotorique emprisonne le flux initial.

- Application de l'essai ouverture du stator.

l'intérêt de cet essai est la determination de la constante de temps $T_o = \frac{1}{\beta_o}$

- Determination de T_o

L'intersection de la tengante à la courbe (enveloppe suppercieur) avec l'axe des temps au point $t = 0$ nous donne la valeur de T_o (Voir graphe IV-6 page 59)

III-3-3 Démarrage

Le moteur, primitivement à l'arrêt, est supposé alimenté à l'instant $t=0$ par une tension triphasée de pulsation ω et de valeur efficace $\frac{V_m}{\sqrt{2}}$ (ω, V_m sont des constantes)

Les équations des tensions selon les axes d et q sont données par (7)a et (7)b

$$\begin{cases} V_{1d} = -R_s i_{1d} - \phi_{1q}\dfrac{d\theta_s}{dt} - \dfrac{d\phi_{1d}}{dt} \\ V_{1q} = -R_s i_{1q} + \phi_{1d}\dfrac{d\theta_s}{dt} - \dfrac{d\phi_{1q}}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = R_R i_{2d} + \phi_{2q}\dfrac{d\theta_R}{dt} + \dfrac{d\phi_{2d}}{dt} \\ 0 = R_R i_{2q} - \phi_{2d}\dfrac{d\theta_R}{dt} + \dfrac{d\phi_{2q}}{dt} \end{cases}$$

en choisissant un referentiel lié au champ tournant on a alors

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega \quad , \theta_s = \omega t + \alpha'$$

puisque α' etant arbitraire on le prend egal à $\alpha + \frac{\pi}{2}$

$$V_{1d} = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, V_m \cos(\omega t + \alpha - \theta_s) = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, V_m \cos(\omega t + \alpha - \omega t - \alpha - \tfrac{\pi}{2})$$

$$V_{1q} = -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\, V_m \sin(\omega t + \alpha - \theta_s) = -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\, V_m \sin(\omega t + \alpha - \omega t - \alpha - \tfrac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{1d} = 0 \\ V_{1q} = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, V_m \end{cases}$$

Les systèmes (7)a et (7)b s'ecrivent :

$$\begin{cases} 0 = R_s i_{1d} + \omega\phi_{1q} + \dfrac{d\phi_{1d}}{dt} \\ \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, V_m = -R_s i_{1q} + \omega\phi_{1d} - \dfrac{d\phi_{1q}}{dt} \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} 0 = R_R i_{2d} + g\omega\phi_{2q} + \dfrac{d\phi_{2d}}{dt} \\ 0 = R_R i_{2q} - g\omega\phi_{2d} + \dfrac{d\phi_{2q}}{dt} \end{cases}$$

- Régime transitoire au demarrage

à l'application de la tension se produit un regime transitoire d'établissement du flux et des courants.

Supposons tout d'abord qu'il soit de durée suffisamment faible pour que la vitesse n'ait pas le temps de varier sensiblement. Nous posons $g=1$ pendant cette première phase (constantes de temps electriques << devant la constante de temps mecanique). En négligeant la chute ohmique rotorique ($R_R i_{ed} = R_R i_{eq} = 0$) le système (7) b s'écrit

$$\begin{cases} \dfrac{d\phi_{ed}}{dt} + g\omega\,\phi_{eq} = 0 \\ \dfrac{d\phi_{eq}}{dt} - g\omega\,\phi_{ed} = 0 \end{cases} \Rightarrow \phi_{ed} = \phi_{eq} = 0$$

$$\phi_{ed} = L_R i_{ed} + M i_{1d} = 0 \Rightarrow i_{ed} = -\frac{M}{L_R} i_{1d}$$

$$\phi_{eq} = L_R i_{eq} + M i_{1q} = 0 \Rightarrow i_{eq} = -\frac{M}{L_R} i_{1q}$$

On déduit donc

$$\begin{cases} \phi_{1d} = N_1 i_{1d} & \Rightarrow i_{1d} = \dfrac{\phi_{1d}}{N_1} \\ \phi_{1q} = N_1 i_{1q} & \Rightarrow i_{1q} = \dfrac{\phi_{1q}}{N_1} \end{cases}$$

en remplaçant i_{1d} et i_{1q} par leurs expressions dans (20) on obtient

$$\begin{cases} \dfrac{R_S}{N_1}\phi_{1d} + \omega\,\phi_{1q} + \dfrac{d}{dt}\phi_{1d} = 0 \\ \dfrac{R_S}{N_1}\phi_{1q} - \omega\,\phi_{1d} + \dfrac{d\phi_{1q}}{dt} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\,V_m \end{cases}$$

en appliquant la transformé de Laplace pour ce système tout en tenant compte que le flux initial dans ces enroulements est nul.

$$\begin{cases} \beta_1 \phi'_{1d} + \omega\,\phi'_{1q} + p\,\phi'_{1d} = 0 \\ \beta_1 \phi'_{1q} - \omega\,\phi'_{1d} + p\,\phi'_{1q} = -\sqrt{\frac{3}{2}}\,\dfrac{V_m}{p} \end{cases}$$

On déduit donc

$$\phi_{1d}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}}\,V_m \cdot \frac{1}{\beta_1^2+\omega^2}\left[\omega - (\beta_1 \sin\omega t + \omega\cos\omega t)\,e^{-\beta_1 t}\right]$$

$$\phi_{1q}(t) = -V_m\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{\beta_1^2+\omega^2}\left[\beta_1 + e^{-\beta_1 t}(-\beta_1\cos\omega t + \omega\sin\omega t)\right]$$

en tenant compte que $\beta_1 << \omega$

$$\begin{cases} \Phi_{1d}(t) = \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{\omega}\left(1 - \cos\omega t\, e^{-\beta_1 t}\right) \\ \Phi_{1q}(t) = -\dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{\omega}\sin\omega t\, e^{-\beta_1 t} \end{cases} \quad (21)$$

On deduit donc

$$\begin{cases} i_{1d}(t) = \dfrac{\Phi_{1d}(t)}{N_1} = \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{N_1 \omega}\left(1 - \cos\omega t\, e^{-\beta_1 t}\right) \\ i_{1q}(t) = \dfrac{\Phi_{1q}(t)}{N_1} = -\dfrac{\sqrt{3/2}\, V_m}{N_1 \omega}\sin\omega t\, e^{-\beta_1 t} \end{cases}$$

de même pour les grandeurs rotoriques

$$\begin{cases} i_{2d}(t) = -\dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, \mathcal{M}\, V_m}{\mathcal{L}_R N_1 \omega}\left(1 - \cos\omega t\, e^{-\beta_1 t}\right) \\ i_{2q}(t) = \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, \mathcal{M}\, V_m}{\mathcal{L}_R N_1 \omega}\sin\omega t\, e^{-\beta_1 t} \end{cases}$$

en passant aux grandeurs reelles par la transformée inverse de park, on obtient

$$\begin{cases} i_{11} = \dfrac{V_M}{N_1 \omega}\left[-\sin(\omega t + \alpha) + \sin\alpha\, e^{-\beta_1 t}\right] \\ i_{12} = \dfrac{V_M}{N_1 \omega}\left[-\sin\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)e^{-\beta_1 t}\right] \\ i_{13} = \dfrac{V_M}{N_1 \omega}\left[-\sin\left(\omega t + \alpha - \frac{4\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)e^{-\beta_1 t}\right] \end{cases} \quad (21)a$$

$$\begin{cases} i_{21} = \dfrac{V_M \mathcal{M}}{\mathcal{L}_R N_1 \omega}\left[\sin(\omega t + \alpha) - \sin\alpha\, e^{-\beta_1 t}\right] \\ i_{22} = \dfrac{V_M \mathcal{M}}{\mathcal{L}_R N_1 \omega}\left[\sin\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)e^{-\beta_1 t}\right] \\ i_{23} = \dfrac{V_m \mathcal{M}}{\mathcal{L}_R N_1 \omega}\left[\sin\left(\omega t + \alpha - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)e^{-\beta_1 t}\right] \end{cases} \quad (21)b$$

- Interprétation

Le terme decroissant $e^{-\beta_1 t}$ correspond donc classiquement au respect de la continuité du flux à l'instant de l'enclenchement. Il s'éteint rapidement mais sa présence donne lieu à des courants tres elevés, d'autant plus que le regime est alors fortement saturé.

- Remarque : Nous avons supposé que la vitesse reste nulle pendant le regime transitoire d'etablissement du flux. Le calcul devient plus compliqué lorsqu'on veut tenir compte de la variation de vitesse intervenant pendant cette période. Elle peut n'être pas negligeable lorsque l'inertie des masses tournantes et le coefficient d'amortissement β_1 sont faibles (constante de temps mecanique n'est pas très elevée devant β_1^{-1})

- Interêt de l'essai

A partir de cet essai on peut determiner β_1 et $N_1 W$. Il nous donne aussi un certain apperçu sur l'ordre de grandeur du courant de demarrage du moteur asynchrone à rotor court-circuité.

- Etude de la montée en vitesse

Une fois que le regime transitoire s'éteint on peut déduire de l'expression (20):

$$\begin{cases} \phi_{1d}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}}\,\frac{V_m}{\omega} \\ \phi_{1q}(t) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \phi_{1d} = L_s i_{1d} + M i_{2d} \\ \phi_{1q} = L_s i_{1q} + M i_{2q} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{1d} = \dfrac{\phi_{1d} - M i_{2d}}{L_s} \\ i_{1q} = -\dfrac{M}{L_s} i_{2q} \end{cases}$$

l'expression (7)b s'ecrit alors :

$$\begin{cases} 0 = R_R i_{2d} + g\omega N_2 i_{2q} + N_2 \dfrac{d i_{2d}}{dt} \\ \sqrt{\frac{3}{2}}\,\dfrac{V_m g}{L_s} = R_R i_{2q} - g\omega N_2 i_{2d} + N_2 \dfrac{d i_{2q}}{dt} \end{cases}$$

d'autre part l'equation mécanique nous donne

$$C_m - \Gamma_{em} = J\frac{d\Omega}{dt}$$

$$\Omega = \frac{(1-g)\omega}{P_1}$$

J étant le moment d'inertie de la masse tournante

Γ_{em} : couple electromagnétique

C_m : couple mécanique

Ω : Vitesse de rotation

pour simplier nous supposons que $C_m = 0$

$$\Gamma_{em} = - \frac{J\omega}{P_1} \frac{dg}{dt}$$

$$\Gamma_{em} = P_1 (\phi_{1d}\, i_{1q} - \phi_{1q}\, i_{1d}) = P_1 \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{\omega} \left(- \frac{M}{L_s} i_{2q} \right)$$

d'où on a le système suivant

$$\begin{cases} R_R\, i_{2d} + g\omega N_e\, i_{2q} + N_e \dfrac{d i_{2d}}{dt} = 0 \\ R_R\, i_{2q} - g\omega N_e\, i_{2d} + N_e \dfrac{d i_{2q}}{dt} = \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m g}{L_s} \quad (22) \\ \sqrt{\frac{3}{2}}\, \dfrac{P_1 V_m}{L_s \omega} M\, i_{2q} = - \dfrac{J\omega}{P_1} \dfrac{dg}{dt} \end{cases}$$

On aboutit à un système d'équations différentielles non linéaire dont les variables (i_{2d}, i_{2q} et g).

- ce système non linéaire est du troisième ordre, n'a pas de solution analytique mais il peut être aisément résolu par voie numérique.

J étant le moment d'inertie de la masse tournante

Γ_{em} : couple electromagnétique

C_m : couple mécanique

Ω : Vitesse de rotation

pour simplier nous supposons que $C_m = 0$

$$\Gamma_{em} = -\frac{J\omega}{P_1}\frac{dg}{dt}$$

$$\Gamma_{em} = P_1(\phi_{1d}\, i_{1q} - \phi_{1q}\, i_{1d}) = P_1 \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m}{\omega}\left(-\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{L}_s}\, i_{eq}\right)$$

d'où on a le système suivant

$$\begin{cases} R_R\, i_{ed} + g\omega N_e\, i_{eq} + N_e \dfrac{d\, i_{ed}}{dt} = 0 \\ R_R\, i_{eq} - g\omega N_e\, i_{ed} + N_e \dfrac{d\, i_{eq}}{dt} = \dfrac{\sqrt{\frac{3}{2}}\, V_m g}{\mathcal{L}_s} \quad (22) \\ \sqrt{\frac{3}{2}}\, \dfrac{P_1 V_m}{\mathcal{L}_s \omega}\, \mathcal{M}\, i_{eq} = -\dfrac{J\omega}{P_1}\dfrac{dg}{dt} \end{cases}$$

On aboutit à un système d'équations différentielles non linéaire dont les variables (i_{ed}, i_{eq} et g).

- ce système non linéaire est du troisième ordre, n'a pas de solution analytique mais il peut être aisément résolu par voie numérique.

IV ANALYSE EXPERIMENTALE

plaque signalitique

Type : LEROY puissance : 7ch

stator montage étoile 380V $I = 10,8A$

triangle 220V $I = 18,8A$

Vitesse : $N = 1435$ tr/min ; $\cos\varphi = 0,85$

Le rendement $= \eta = 85\%$; fréquence $= f = 50Hz$

rotor bobiné : montage étoile.

IV-1 Identification de la machine.

IV-1-1 Mesure des résistances (schema de montage page 42)

Elle se fait à chaud. On prendra la moyenne des mesures effectuées.

- Les éssais ont donné :

a) stator : Les valeurs sont données sur le tableau (2) de la page 39.

$$R_s = \frac{\sum_1^n Ri}{n} = 0,75\,\Omega.$$

b) rotor : Les valeurs sont donneés sur le tableau (1) de la page 39.

$$R_R = \frac{\sum_1^n Ri}{n} = 0,12\,\Omega.$$

IV-1-2 Mesure des inductances cycliques et le coefficient de dispersion

a) Inductance cyclique statorique.

On alimente le stator tout en laissant le rotor ouvert, On relève la tension entre la phase et le neutre du stator ainsi que le courant qui circule.

l'éssai a donné : $V_{10} = 225\,V$, $I_{10} = 5,4\,A$

$$L_s\omega = \frac{V_{10}}{I_{10}} = 41,66\,\Omega \Rightarrow L_s = 0,133\,H.$$

rotor

U(V)	2,50	2,20	1,7	1,3
I(A)	10,75	9	7,50	4,50
$R=\frac{U}{I}(\Omega)$	0,11	0,12	0,11	0,14

Tableau 1

stator

U(V)	8,60	7,50	6,30	5
I(A)	11,50	10	8,50	6,50
$R=\frac{U}{I}(\Omega)$	0,74	0,75	0,74	0,76

Tableau 2

Remarque :- Le rotor étant en étoile sans neutre donc la mesure de L_{RW} en monophasé est impossible, pour sa détermination on utilisera une méthode qui est décrite dans le paragraphe (c).

- En faisant varier la position du rotor par rapport au stator On remarque que la plage de variation du courant est négligeable

b) Mesure du coefficient de dispersion σ

La valeur de σ peut être determiner par deux methodes

b-1 par connaissance de rapport de transformation

Le rotor étant ouvert, On alimente le stator sous sa tension nominale et on relève la tension U_2 du rotor

l'essai a donné :

$V_{10} = 225\,V$ $\qquad$ $U_{10} = 380\,V$

$U_2 = 110\,V$

d'où $K_1 = \frac{U_2}{U_{10}} = \frac{110}{380} = 0,2895$

Le stator étant ouvert, on alimente le rotor sous une tension superieure de 7 à 8% de la valeur trouvée précédemment ($U_2 = 110\,V$) et on relève U'_1 aux bornes du stator

l'essai a donné :

$U'_2 = 119\,V$

$U'_1 = 364\,V$

d'où : $K_2 = \frac{U'_1}{U'_2} = \frac{364}{119} = 3,06$

σ est donné par la relation suivante

$\sigma = 1 - K_1 K_2 = 0,114$

b-2 : Methode de Dreyfus.

Le moteur tourne à vide, on coupe une phase statorique et on mesure la tension entre la phase coupée et le point neutre.

l'essai a donné : $U_m = 380\,V$, $V = 195\,V$

V etant la tension entre la phase coupée et le neutre

σ est donné par la relation suivante

$$\sigma = \frac{U - \sqrt{3}\,V}{U + \sqrt{3}\,V} = 0,1126$$

remarque : les deux methodes ont donnés presque une même valeur

c) Détermination de $\mathcal{L}_R \omega$

La connaissance de $\mathcal{L}_S \omega$, K_1 et K_2 permet de determiner la valeur de $\mathcal{L}_R \omega$. en effet :

$$1 - \sigma = K_1 K_2 = \frac{\mathcal{M}^2}{\mathcal{L}_R \mathcal{L}_S} = \frac{\mathcal{M}^2 \mathcal{L}_R}{\mathcal{L}_R^2 \mathcal{L}_S} = K_2^2 \frac{\mathcal{L}_R \omega}{\mathcal{L}_S \omega}$$

d'où $\mathcal{L}_R \omega = \frac{K_1}{K_2} \mathcal{L}_S \omega$

$$\mathcal{L}_R \omega = 3,95\,\Omega \Rightarrow \mathcal{L}_R = 12,6\,mH$$

d) Determination de $\mathcal{M}$.

$$\mathcal{M} = \sqrt{K_1 K_2 \mathcal{L}_S \mathcal{L}_R} = 0,04\,H$$

e) determination de N_1, N_2, β_0, β, β_1 et β_0'

$N_1 = \sigma \mathcal{L}_S = 0,0152\,H$; $N_2 = \sigma \mathcal{L}_R = 1,43\,mH$

$\beta_0 = 9,52\ (s^{-1})$; $\beta_0' = 5,64\ (s^{-1})$

$\beta = 84,03\ (s^{-1})$; $\beta_1 = 49,26\ (s^{-1})$

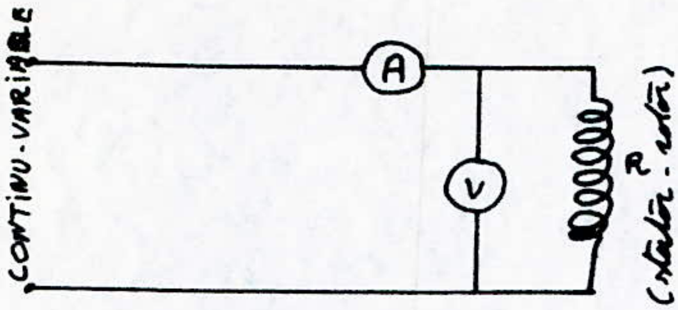


Fig a Mesure des resistances

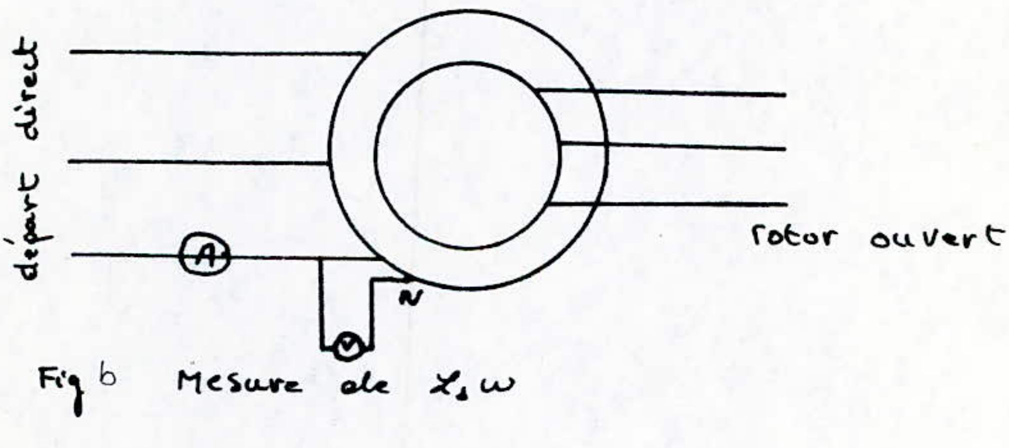


Fig b Mesure de $\mathcal{L}_s \omega$

IV_2 Mise en court-circuit du stator

IV-2-1 Montage :

Le schema du montage est représenté par la figure(1) page(49)

IV-2-2 Mode opératoire.

On alimente la machine par un système de tensions triphasé équilibré et à l'instant $t=0$ (prise comme origine des temps) On court-circuite les trois phases du stator.

On visualise la tension et le courant d'une phase statorique sur un oscilloscope à mémoire.
On relève la variation du courant en fonction du temps deux essais ont été fait.

IV-2-3 Determination du paramètre λ.

a) essai N° 1 :

L'essai 1 a été fait sous une tension 143,75V (tension simple max). Le courant d'une phase statorique avant le court-circuit est de 3,3 A (I_{max}).
à l'instant du court-circuit la valeur de la tension est de $V = -43{,}5\ V$.

Comme $V = V_m \cos(18t + \lambda)$ (t en ms)
or l'instant du court-circuit correspond à l'origine des temps ($t=0$).

donc $V = -43{,}5 = 143{,}75 \cos \lambda$

$$\lambda = \pm 108°$$

à cet instant la tension tend à passer vers sa valeur max négative donc $\lambda = +108°$

L'expression théorique de l'équation donnant la variation du courant en fonction du temps est donnée par:

$$i_{11} = \frac{V_m}{N_1 W}\left[\frac{L_s - N_1}{L_s}\sin(\omega t + \lambda)\,e^{-\beta t} - \sin\lambda\, e^{-\beta_1 t}\right]$$

en remplaçant les paramètres par leurs valeurs i_{11} s'écrit :

$$i_{11}(t) = 26{,}7\sin(18t + 108)\,e^{-0{,}084t} - 29{,}7\,e^{-0{,}049t}$$

$i_{11}(t)$ est exprimé en (A) et t en [ms].

b) essai N° 2

$V_{max} = 145{,}5$ $\qquad V = 138{,}1 \qquad \cos\lambda = \frac{V}{V_m} = -\frac{138{,}1}{145{,}5}$

$$\lambda = \pm 18{,}4^\circ$$

à cet instant la tension tend à passer vers sa valeur max positive donc $\lambda = -18{,}4^\circ$

alors : $i_{11} = 27\sin(18t - 18{,}4^\circ)\,e^{-0{,}084t} + 9{,}64\,e^{-0{,}049t}$

IV-2-4 : Tableaux des résultats.

Le tableau de l'essai 1 voir page 47

" " " l'essai 2 " page 48

Le tracé des courbes est donné sur la page 50 pour l'essai 1 et page 51 pour l'essai 2

IV-2-5 Détermination des paramètres de la machine.

en utilisant la methode decrite au III-3-1 (Determination des paramètres en utilisant l'essai en court-circuit) on trouve pour l'essai 1 : $\beta_1 = 0{,}061\,[ms]^{-1}$; $N_1 = 0{,}0109H$

$$L_s = 0{,}136\,H \quad ; \quad \beta = 0{,}0257\,[ms]^{-1}$$

β_1, L_s, N_1 et β sont les valeurs moyennes. on a utilisé la 1ère methode décrite.

Signalons que dans l'essai 2 le paramètre λ est faible alors on peut negliger le terme $\sin\lambda\, e^{-\beta_1 t}$ devant le 1er terme de $i_{11}(t)$

donc l'intersection de la tangente à l'enveloppe supperieure au point $i_{11} = i_{11\,max}$ avec l'axe des temps nous donne la valeur de $T = 35ms \Rightarrow \beta = 0{,}0286 (ms)^{-1}$ (Voir Figure IV-2 page 51)

IV-3 Démarrage.

IV-3-1 Montage.

Le schema du montage est represente sur la Figure 3 page 60

IV-3-2 Mode operatoire.

Le rotor est initialement en court-circuit, le stator est ouvert. A l'instant $t=0$ on branche la machine sur le reseau.

On visualise sur un oscilloscope à mémoire la Variation du courant dans une phase statorique en fonction du temps ($i_{11}(t)$).

deux essais ont été fait.

un essai sous une tension nominal (220V)

un essai sous une tension reduite (107V)

IV-3-3 Determination du paramètre α.

Les phénomènes qui ont lieu sont qualitativement les même que lors d'un court-circuit brusque d'un transformateur. le paramètre α correspond à l'angle de court-circuit. du schema equivalent page (19) on deduit que $\alpha = 68°$. L'expression theorique de l'équation donnant la Variation du courant en fonction du temps est donnée par: $i_{11} = \frac{V_m}{N_1 \omega}\left(-\sin(\omega t + \alpha) + \sin\alpha \, e^{-\beta_1 t}\right)$

en remplaçant V_m, $N_1\omega$, α et β_1 par leurs valeurs on trouve

$$\begin{cases} i_{11} = -48{,}16 \sin(18t+68) + 35{,}8\, e^{-0{,}049t} & \text{(essai 1)} \\ i_{11} = -22{,}4 \sin(18t+68) + 20{,}77\, e^{-0{,}049t} & \text{(essai 2)} \end{cases}$$

IV-3-4 Tableaux des résultats.

Le Tableau de l'essai 1 voir page (54)
" " " " 2 " " (55)
Le tracé des courbes : Voir page (56) pour l'essai 1 et page (57) pour l'essai 2.

IV-4 Ouverture du stator

IV-4-1 Montage (Voir Figure 2 page 60)

IV-4-2 Mode operatoire

Le moteur etant alimenté par un système de tensions sinusoïdales equilibrées ($V_m = 195V$) à l'instant $t = 0$ on sépare la machine du reseau. On relève la tension simple en fonction du temps.

IV-4-3 Détermination du paramètre λ.

en visualisant la tension et le courant à la fois sur un oscilloscope à mémoire, à l'instant d'ouverture le courant s'annule et on relève la tension correspondante à cet instant. d'où la determination de λ.

l'essai a donné $\lambda = 0$

l'expression théorique de l'équation donnant la variation de la tension en fonction du temps est donnée par

$$V = 172,71 \cos 18t \, e^{-0,00952\,t} \; (V) \quad t \text{ en ms.}$$

IV-4-4 Determination de To.

L'intersection de la tangente à l'enveloppe de la coube pratique au point $t = 0$ avec l'axe des temps nous donne un point A. Le temps entre l'origine et le point A nous donne la valeur de T_o.

$$T_o = 96 \text{ ms} \Rightarrow B_o = 10,41 \ s^{-1}$$

court-circuit du stator

t (ms)	0	2	3	9	15,2	18,7	22	27	31,2
i_{11} (A)	-3,2	-10,4	-19,25	-25,6	-15,4	-5,65	-2,15	-5,6	-8,25
t	35	37,7	42	44	46,7	49,5	53	59,5	∞
i_{11}	-5,85	-3,3	-1,7	-3	-1,05	-1,9	-1,4	-0,35	0

Tabeau des Valeurs pratiques de l'essai 1

t (ms)	0	2	3	7	7,5	9	15,2	18,7	19
i_{11} (A)	-3,3	-12,75	-18,36	-32,6	-32,54	-31	-10,88	-5,95	-5,9
t	19,5	22	26,8	27	31,2	35	40,5	42	44
i_{11}	-5,91	-7,29	-9,88	-9,87	-7,7	-4,72	-3,15	-3,2	-3,32
t	45	46,7	49,5	53	59,5	80	100	120	∞
i_{11}	-3,35	-3,03	-2,95	-2,23	-1,37	-0,53	-0,2	-0,079	0

Tableau des Valeurs théoriques correspondant à l'essai 1

Court-circuit du stator

t (ms)	0	1,5	1,8	2,5	3,0	6,0	10,0	12,0	16,0
i_{11} (A)	1,1	3,15	4,65	19,45	22,8	24,5	9,75	-4,25	-16
t	20,0	28,0	33,0	39,0	42,5	48,5	54,5	∞	
i_{11}	-3,35	9,55	4	-1,7	-0,25	1,5	0,5	0	

Tableau des relevés expérimentaux de l'essai 2

t (ms)	0	1	1,5	1,8	2,5	3	6	10	12
i_{11} (A)	1,1	9	12,51	14,44	18,32	20,53	23,49	9,58	2,37
t	16	20	28	33	39	42,5	48,5	54,5	80
i_{11}	-2,64	2	4,53	0,93	0,82	1,54	1,22	0,42	0,18
t	5	15,5	24,5	36	44,5	63,5	70	100	∞
i_{11}	24,37	-2,73	5,96	0,33	1,66	0,52	0,336	0,069	0

Tableau des valeurs calculées de l'essai 2

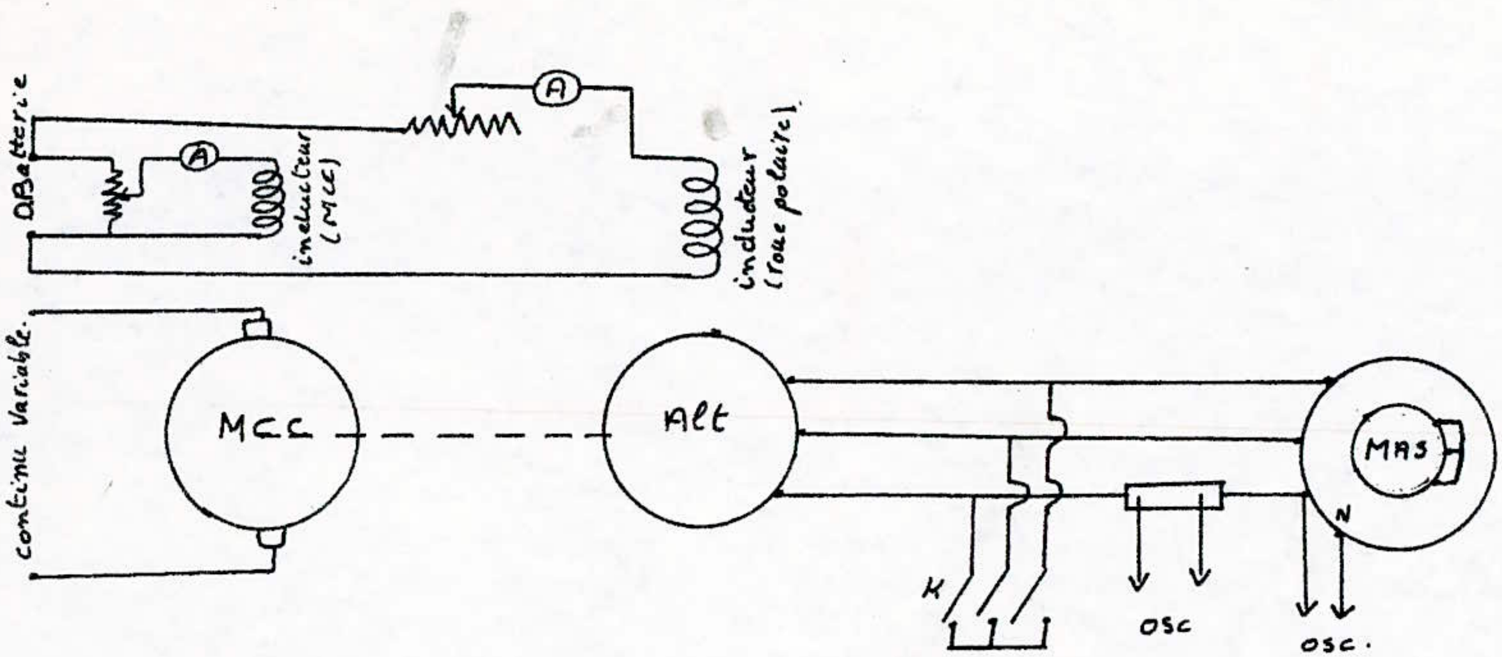
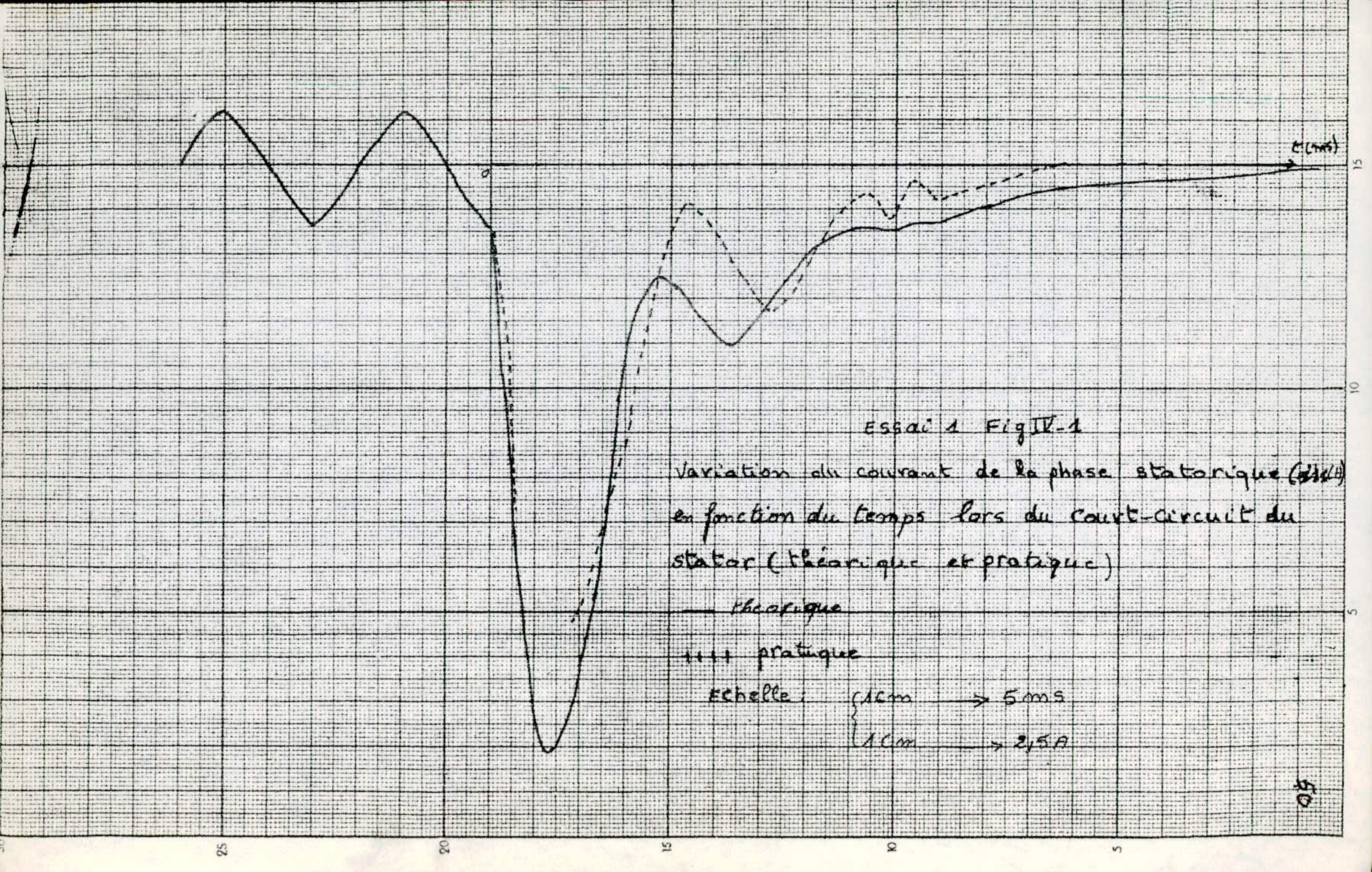


Fig. 1. Court-circuit du stator.



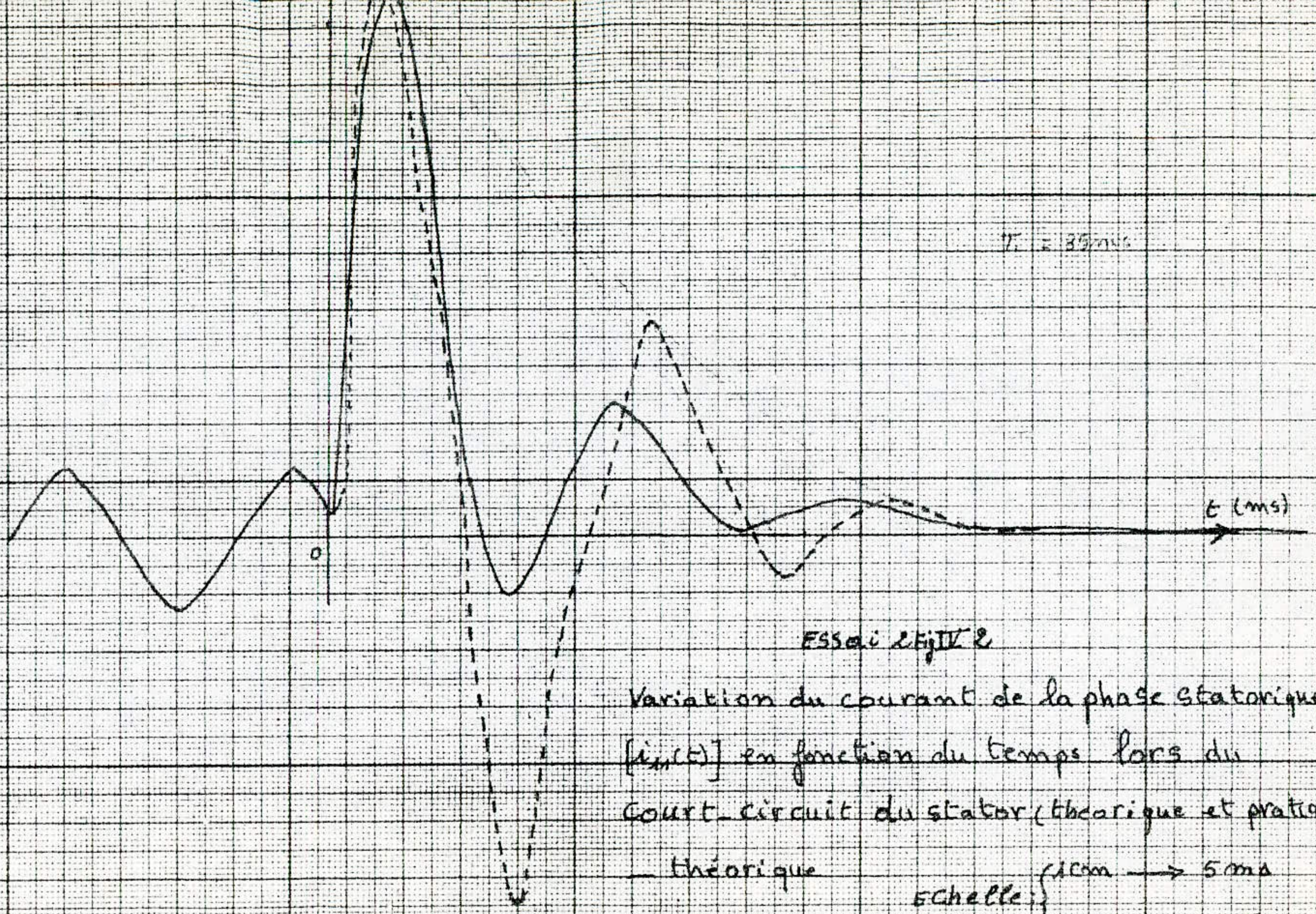
Essai 1 Fig IV-1

Variation du courant de la phase statorique (A) en fonction du temps lors du court-circuit du stator (théorique et pratique)

— théorique

++++ pratique

Echelle : $\begin{cases} 1\,cm \rightarrow 5\,ms \\ 1\,cm \rightarrow 2{,}5\,A \end{cases}$



Essai 2 Fig IV 2

Variation du courant de la phase statorique $[i_{s1}(t)]$ en fonction du temps lors du court-circuit du stator (théorique et pratique)

— théorique

--- pratique

Echelle : { 1 cm → 5 ms ; 1 cm → 2,5 A }

- couple electromagnetique.

l'expression temporelle du couple juste aprés le court-circuit est donnée par:

$$\Gamma_{em} = \frac{3}{2}(1-\sigma)\,p_1\,\frac{V_m^2}{N_1\,\omega^2}\,\sin(\omega t)\,e^{-(\beta_1+\beta)t} \quad ((28)\cdot\text{page } 27)$$

pour une tension nominale Γ_{em} s'écrit:

$$\Gamma_{em} = 172{,}28\,\sin 18t\; e^{-0{,}133\,t} \quad (M.N) \qquad t \text{ en ms.}$$

t (ms)	2	4	6	10	14
Γ_{em} (MN)	77,57	96,14	73,64	0	-25,35
t	24	34	44	54	∞
Γ_{em}	6,68	-1,76	0,46	-0,122	0

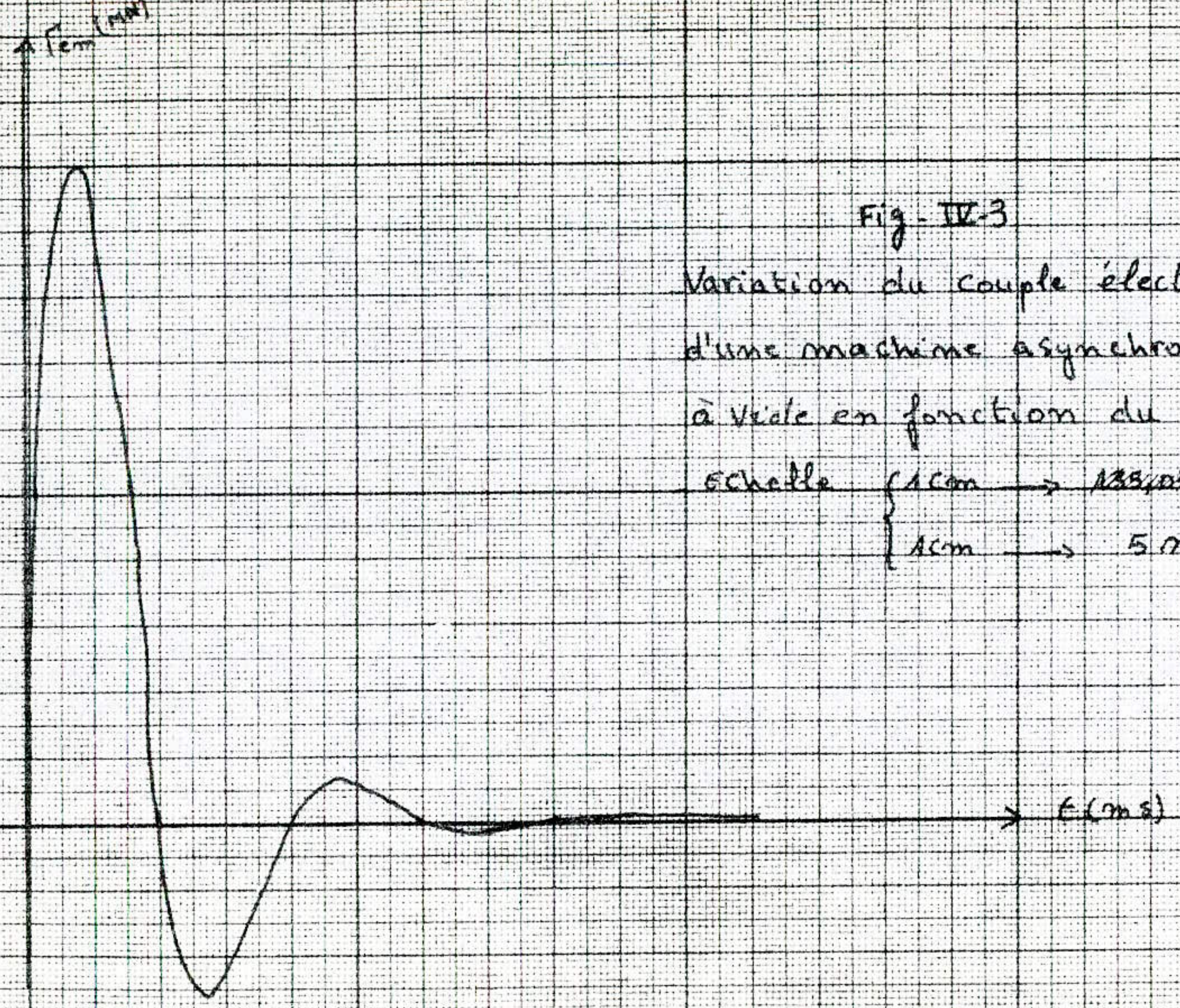


Fig - IV-3

Variation du couple électromagnétique (Γem) d'une machine asynchrone lors du court-circuit à vide en fonction du temps

échelle $\begin{cases} 1cm \longrightarrow \cancel{135,03\ mN}\ 9,61\ MN \\ 1cm \longrightarrow 5\ ms \end{cases}$

Démarrage

t (ms)	0	5	15	25	35	45	55	65	75
i_{11} (A)	0	42,5	-29,5	37,5	-28,5	40,5	-29	39	-28,5
t	85	95	105	115	125	135	145	155	165
i_{11}	38	-29	34,75	-31,75	31	-31,25	32,75	-27,5	34,25
t	175	185	195	205	215	225	235	245	255
i_{11}	-28,5	29,5	-28,5	25,5	-25,75	21,75	-23,25	20	-20,25
t	265	275	285	295					
i_{11}	17,5	-15,5	11,25						

Tableau des relevées expérimentaux de l'essai 1

t (ms)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
i_{11} (A)	0	16,95	72	39,41	-27,89	-4,92	54,91	26,07	-38,36
t	45	50	55	60	65	70	75	80	85
i_{11}	-13,11	48,5	21,05	-42,3	-16,2	46,1	19,17	-43,76	-17,34
t	90	95	100	105	110	115	120	130	140
i_{11}	45,2	18,46	-44,32	-17,78	44,85	18,2	-44,53	44,73	-44,6

Tableau des valeurs calculées de l'essai 1

Démarrage

t(ms)	0	5,8	15,4	25,6	35,6	45	55,6	65	75,4
i_{11}(A)	0	-16,6	21,45	-20,25	19,3	-19,75	19,9	-19,85	20,05
t	85,4	95,5							
i_{11}	-21,35	20,7							

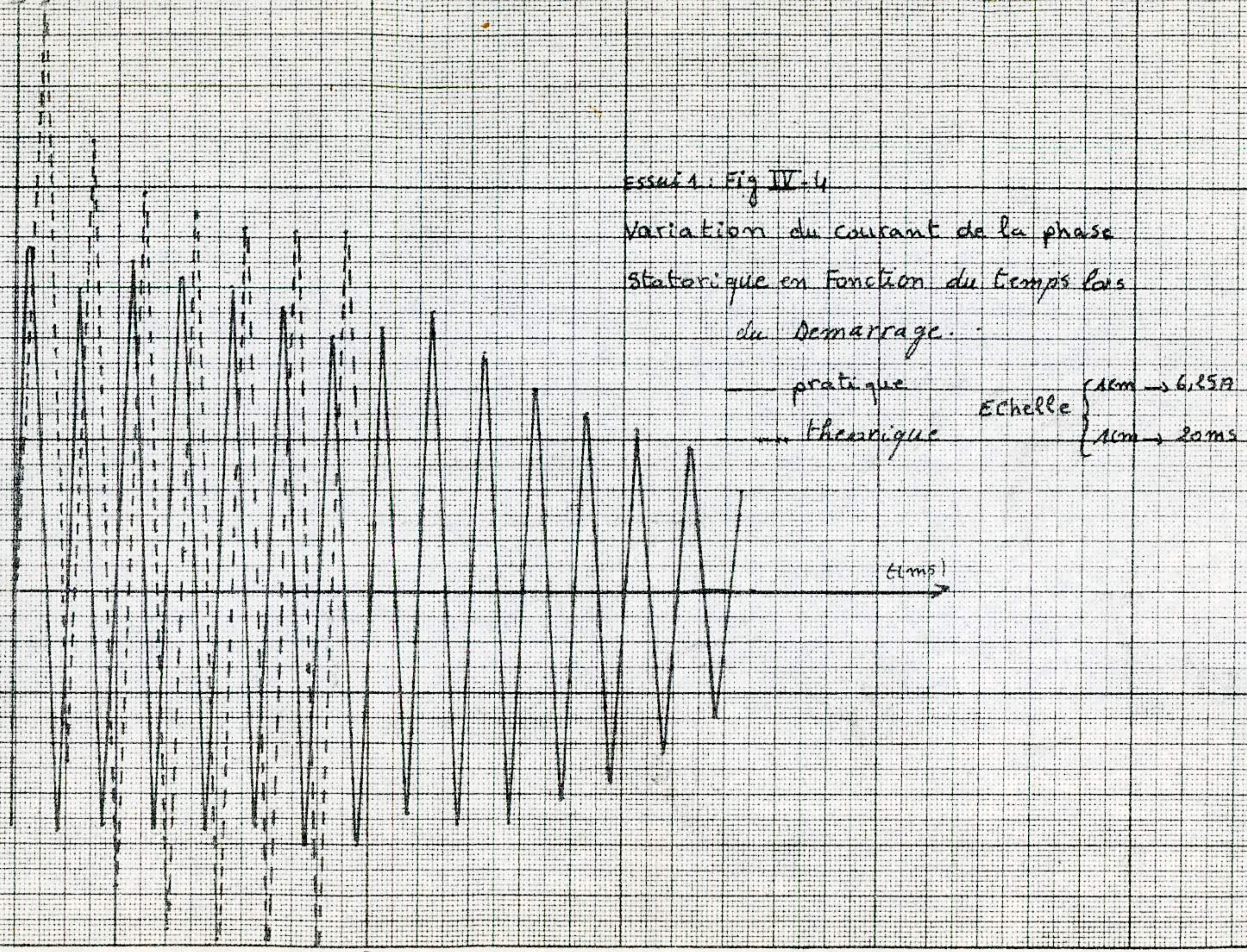
Tableau des relevés expérémentaux de l'essai 2

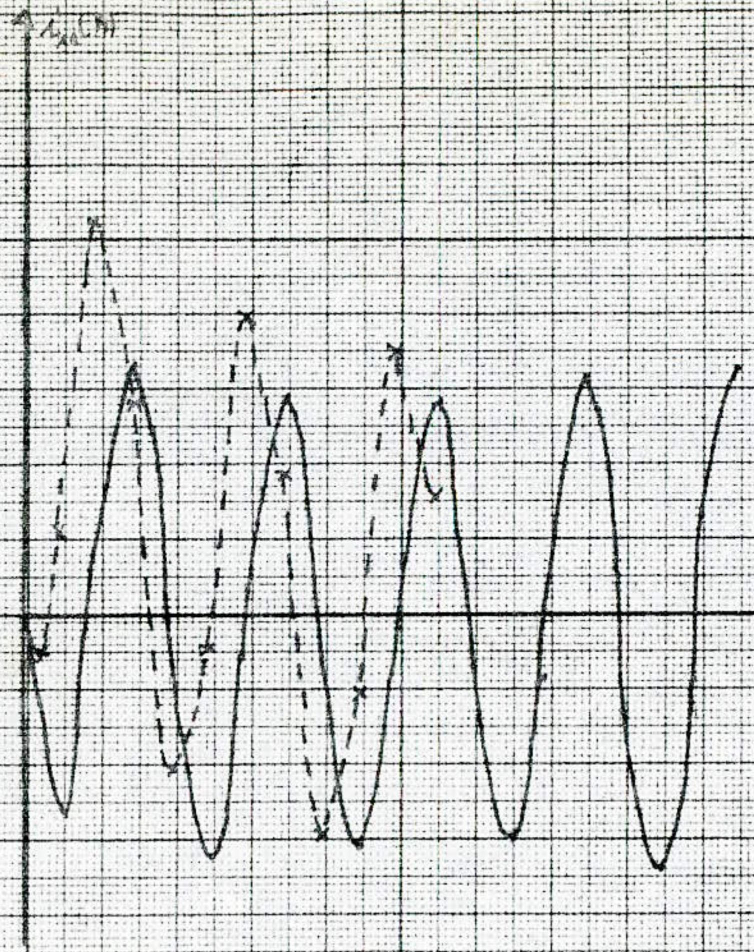
t(ms)	0	1	2,5	5	10	15	20	25	30
i_{11}(A)	0	-2,56	-2,24	7,86	33,49	18,34	-12,97	-2,28	25,54
t	35	40	45	50	55				
i_{11}	12,12	-17,84	-6,1	22,56	9,79				

Tableau des valeurs calculées de l'essai 2.

Essai 1 : Fig IV-4

Variation du courant de la phase statorique en fonction du temps lors du Demarrage.





Essai 2: Fig IV-5

Variation du courant de la phase statorique en fonction du temps lors du démarrage

t(ms)

——— pratique

-x-x- theorique

Echelle { 1cm → 6,25A ; 1cm → 20ms }

ouverture du stator

t (ms)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
V_m (V)	190	-187,5	158	-158	138	-147	124	-115	90
t	90	100	110	120	130	140	150	160	170
V	-101	77,5	-78,5	64,5	-68	50,5	-57,5	36	-43,5
t	180	190	200	210	220	230	240	250	260
V	34	-30	22,5	-21	14,5	-14	8	-9,5	-

Tableau des relevées expérimentaux

t (ms)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
V (V)	172,71	-157	142,7	-129,8	118	-107,3	97,55	-88,7	80,64
t	90	100	110	120	130	140	150	160	170
V	-73,3	66,66	-60,6	55,1	-50,1	45,55	-41,4	37,65	-34,23
t	180	190	200	210	220	230	240	250	260
V	31,12	-28,3	+25,72	-23,40	21,26	-19,33	+17,58	-16	14,53

Tableau des valeurs calculées

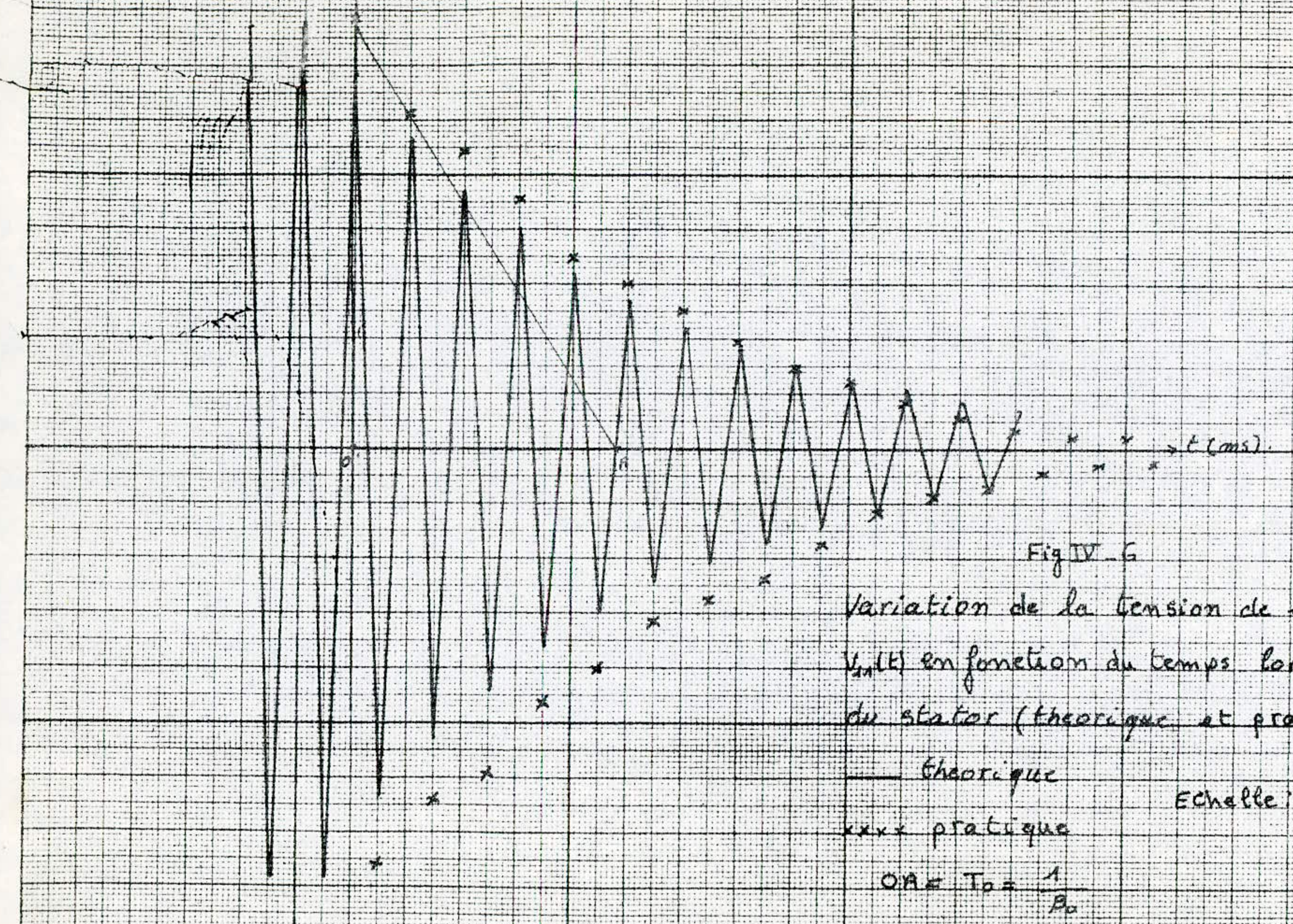


Fig IV_6

Variation de la tension de la phase statorique $V_{11}(t)$ en fonction du temps lors de l'ouverture du stator (théorique et pratique)

—— théorique

xxxx pratique

$OA = T_0 = \frac{1}{\beta_0}$

Echelle : { 1 cm → 25 V ; 1 cm → 20 ms }

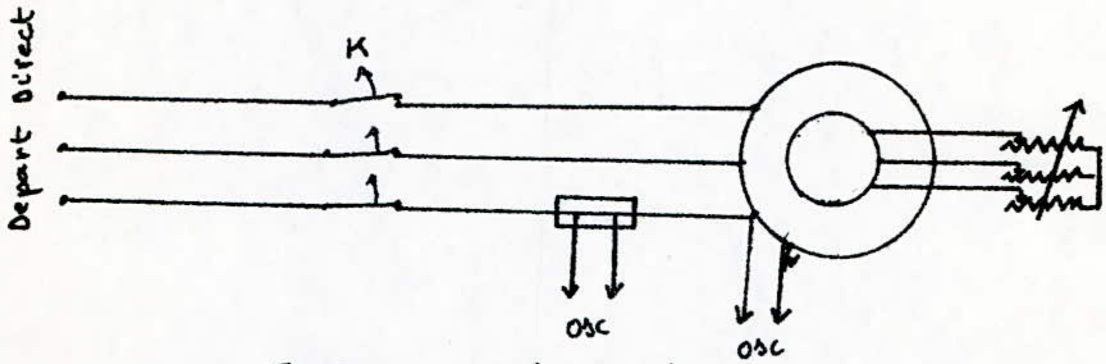


Fig 2 - ouverture du stator

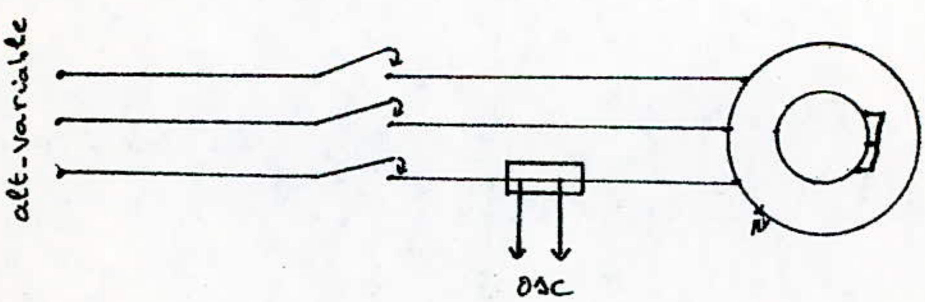


Fig 3 : Démarrage.

CONCLUSION

En moyennant certaines hypothèses simplificatrices nous avons pu simplifier le modèle mathématique du moteur. Ce qui nous a permis à partir de la transformation de Park d'aboutir à une matrice impédance reduite à coefficients constants.

Cette étude nous a permis de determiner certains paramètres de la machine.

En comparant les divers régimes transitoires étudiés on a constaté une correspondance des formes d'ondes calculées pour les courants et la tension à celles expérimentalement relevées, ce qui justifie la validité de nos hypothèses. Tant les calculs que les relevés expérimentales montrent que les courants et le couple présentent en debut du régime transitoire des pointes importantes par rapport aux formes d'ondes en régime établi.

Nous souhaitons que ce travail puisse être approfondi par d'autres étudiants.

Bibliographie.

- Régimes transitoires des machines tournantes electriques. par

  philippe Barret

- Introduction à l'électrotechnique approfondie. par

  Jacques Lesenne

  Francis Notelet

  Guy Séguier

- Etude globale des régimes transitoires des courants et du couple du moteur asynchrone triphasé. par:

  F. Notelet.

- Machines electriques Tome II. par:

  A. IVANOV - SMOLENSKI

- Machines electriques Tome II - par:

  M. Kostenko et L. protrouski.

- projet de Fin d'études de Mahmoudi-MO et HAMOUDA-A.