

6/78

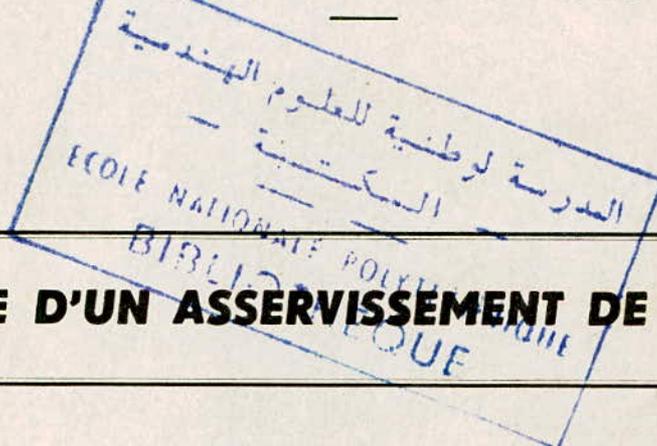
2er



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRICITE

PROJET DE FIN D'ETUDES



ETUDE D'UN ASSERVISSEMENT DE VITESSE.

Proposé par :

L. ZEBROWSKY

Etudié par :

- BOUTOUABA M.
- MAHMOUDI F.

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRICITE

PROJET DE FIN D'ETUDES

ETUDE D'UN ASSERVISSEMENT DE VITESSE.

Proposé par :

L. ZEBROWSKY

Etudié par :

- BOUTOUABA M.

- MAHMOUDI F.

PROMOTION JANVIER 1978

-- // M E R C I E M E N T S --
-----oOo-----

Nous remercions l'ensemble des Enseignants de l'Ecole Nationale Polytechnique qui ont participé à notre formation.

Nous remercions particulièrement Monsieur ZEGROWSKY, Maître de Conférence et Professeur à l'E.N.P.A qui nous a efficacement aidé tout au long de notre étude.

Sa grande expérience dans le domaine des asservissements nous a été très bénéfique. Nous le prions de trouver ici l'expression de notre sincère reconnaissance.

Nous remercions par la même, tous ceux qui ont contribué à l'élaboration de cet ouvrage.

BOUTOUABA . M.

MAHMOUDI . F.

Je dédie cette thèse à tous mes parents, à
surtout mon frère et à ma mère.

BOUTOUABA.

Je dédie cette Thèse à mes parents et mes amis.

MAHMOUDI. F.

P REMIERE **P** ARTIE.

INTRODUCTION

-----o00o-----

-o- // INTRODUCTION -o-
-----oo00oo-----

Le but de notre étude est de concevoir un système de commande de vitesse. On se propose de donner à la vitesse de rotation de l'arbre d'un servomoteur une valeur proportionnelle à celle d'une tension de commande engendrée par un potentiomètre.

Nous étudierons dans une première partie les éléments constituant ce servomécanisme : le potentiomètre d'entrée, la génératrice tachymétrique le réducteur dont on fixera la valeur.

Nous entamerons ensuite l'étude du système asservi en deux parties, la première dans laquelle on étudiera le système par des méthodes linéaires d'études des systèmes asservis (dans cette partie il ne sera pas tenu compte du seuil et de la saturation qui affecte la réponse du servomoteur). La deuxième partie étudiera l'influence de la caractéristique non linéaire du moteur sur les performances du système établies dans l'étude linéaire, on introduira la notion de gain complexe équivalent pour étudier la stabilité du système. Manque de moteur et de génératrice tachymétrique, nous ferons une simulation électronique du moteur et de la génératrice, une réalisation pratique clôturera l'ensemble de l'étude. Mais auparavant une petite étude théorique sur les courants porteurs et les systèmes échantillonnés nous permettra de donner une idée plus générale que celle donnée par l'étude de notre servomécanisme à courant continu. Plus en détail, notre étude sera faite de la sorte :

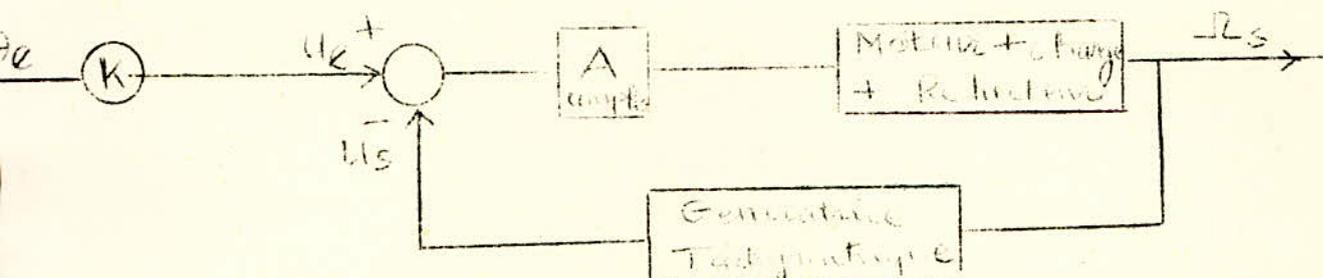
1° PARTIE : ETUDE DES ELEMENTS CONSTITUANTS :

- a) - Le Potentiomètre d'entrée :
Résolution, linéarité, bruit, puissance, ordre de grandeur de sa valeur en ohm pour que sa réponse ne soit pas perturbée par le circuit de charge.
- b) - La génératrice tachymétrique :
Etude du fonctionnement de la génératrice tachymétrique à courant continu, caractéristique statique, zone de linéarité, seuil, bruit affectant la réponse, étude dynamique.
- c) - Le Réducteur Mécanique de Vitesse :
Critère de fixation de la valeur de la réduction.

.../...

2° PARTIE : ETUDE DU SYSTEME ASSERVI LINEAIRE :

partant d'un moteur dont les caractéristiques sont connues (et donnés plus loin) d'autre part le schéma de principe de base du système étant le suivant.



Nous étudierons d'abord le système sans considérer le gain des amplis ($A = 1$) nous tracerons la fonction de transfert en boucle ouverte dans les plans classiques connus, plan de Bode, de Nyquist, de Black, plan des racines ; ceci dans l'étude de la stabilité de la fonction de base non corrigée (moteur chargé avec réduction de vitesse plus la génératrice tachymétrique de retour uniquement), nous ferons également une étude de la fonction de transfert en boucle fermée.

De cette première étude nous retiendrons, la très faible précision et le manque de la rapidité du système ceux sont là les deux inconvénients auxquels il faudra remédier par des corrections appropriées.

Nous placerons pour cela un correcteur intégral pour la précision et un correcteur d'avance de phase pour améliorer la rapidité de notre système d'origine.

La valeur de la précision à laquelle on doit aboutir ne nous est pas imposée nous ferons donc deux études, une première où la précision est considérablement augmentée et où on se heurtera au compromis gain-bande passant des amplis ; une deuxième étude donnera une précision satisfaisante aux normes générales d'asservissement. On conclurera cette étude par une méthode de détermination de la réponse temporelle du système.

3° PARTIE : ETUDE DE LA NON - LINEARITE :

Nous introduirons le seuil et la saturation dans la caractéristique statique de réponse du servomoteur.

Nous ferons une étude de la stabilité du système en introduisant le gain équivalent traduisant la non linéarité et la remplaçant dans l'écriture des fonctions de transfert des différents organes constituants.

Nous ferons ensuite une compensation en gain.

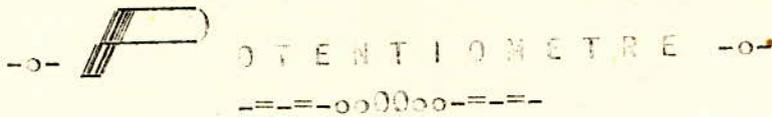
La troisième et la quatrième partie seront réservées, à l'étude des systèmes à courants porteurs et des
.../...

3
systèmes échantillonnées.

La simulation et la réalisation pratique de l'assevisssement de vitesse au courant continu clôtureront l'ensemble de l'étude.

- () E J X I E I E () A R T I E -

U - G A T I E T . D U . J I T T E I C I E
A T T E I I . D E . V I T E T T E /



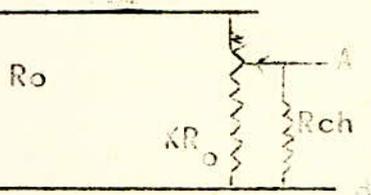
1- APPLICATIONS :

- 1°) - Dans un asservissement de position, une paire de potentiomètre sert à mesurer la différence de position entre l'arbre de commande et l'arbre commandé et à traduire cette différence sous forme d'une tension dont l'amplitude et la polarité indiquent la grandeur et le signe du signal de correction.
- 2°) - Dans le cas de l'asservissement de vitesse, nous utiliserons un seul potentiomètre qui nous permettra de faire varier de façon discrète notre commande.
- 3°) - Suivant la façon dont ils ont été bobinés, les potentiomètres donne une fonction lineaire ou une fonction quelconque, sinus, cosinus ou autres du déplacement angulaire de l'axe.

2- CARACTERISTIQUES :

- Les potentiomètres de précision normalement utilisés comporte de 60 à 300 tours par centimètre de Mandrin.
- Le couple nécessaire pour faire tourner l'axe d'environ 75 à environ 750 g.cm la lavande 150 g.cm étant normale. Il existe des potentiomètres miniatures fonctionnant avec un couple aussi faible que $2 \cdot 10^{-2}$ g.cm. Un potentiomètre de ce modèle ne s'utilise que dans les cas où la commande ne peut fournir qu'un couple très faible sous peine d'abaïsser la précision du signal de commande.
- Frottements dûes au déplacement du curseur sur l'enroulement et éventuellement aux paliers s'ils sont mal établis.
- La résistance totale de potentiomètres varie d'environ 25 ohms à 1 k . Dans la plupart des applications aux servo mécanismes, elle est de quelques milliers d'ohm.
- La puissance dissipée varie de 1 à 10 Watts environ. Les potentiomètres sont généralement prévues très prudemment avec un coefficient de dissipation de 0,1 Watt / par cm² de surface d'enroulement en raison du fait que toute variation de résistance par échauffement dûe au passage du courant entrainerait une perte de linéarité du potentiomètre.

- Ce fait limite la tension applicable à un potentiomètre d'où limitation du nombre de Volts par degré de déplacement de l'arbre. La tension est de l'ordre de 4 à 20 Volts d'où un gradum de 0,01 à 0,05 Volts/ degré. Il est donc nécessaire d'utiliser un amplificateur à gain élevé.
- Un potentiomètre de grande résistance est nécessaire pour supporter une tension élevée à ses bornes et délivrer un gradient de tension important. Toutefois si une résistance de charge vient se placer entre le curseur et l'une des extrémités du potentiomètre, ce potentiomètre cesse d'être linéaire. Cet effet peut-être calculé comme suit :



Supposons R_{ch} finie On a :

la résistance équivalente entre le curseur et la masse est de :

$$R_{eq} = \frac{R_{ch} \cdot KR_0}{R_{ch} + KR_0}$$

la fraction de la tension d'excitation du potentiomètre recueillie aux bornes A et B est :

$$K \left(\frac{R_{ch}}{R_{ch} + KR_0 - K^2 R_0} \right)$$

au lieu de K .

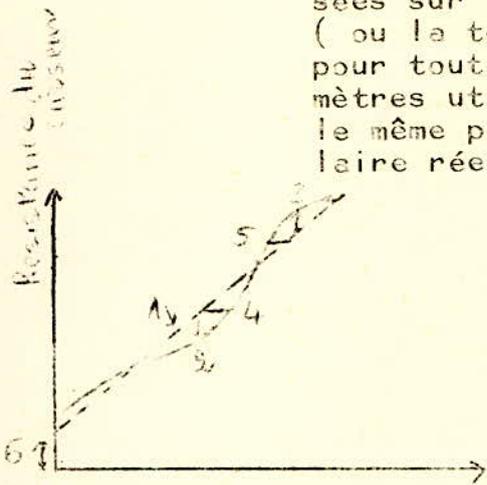
Pour éviter ce phénomène on doit charger le potentiomètre par R_{ch} très grande.

4 - TOLÉRANCE DE LINÉARITÉ :

- La tolérance de linéarité d'un potentiomètre est la mesure de la précision avec laquelle la résistance peut-être considérée comme variant linéairement avec l'angle de rotation (s'il s'agit d'un potentiomètre intentionnellement non linéaire, on considère alors la précision avec laquelle la fct désirée est reproduite).
- La définition la plus courante de linéarité est l'écart en pourcentage de la résistance totale mesurée entre la courbe réelle de variation de la tension prélevée sur le curseur, en fonction du déplacement angulaire de l'axe, et la droite de meilleure approximation de

cette courbe : c'est la linéarité normale ou indépendante.

- Bien que les spécifications de linéarité soient basées sur le pourcentage d'écart entre la résistance (ou la tension recueillie) et sa valeur correcte pour tout angle de rotation de l'axe, les potentiomètres utilisés dans les servo mécanismes auraient le même pourcentage d'écart entre la position angulaire réelle de l'axe et sa valeur idéale.



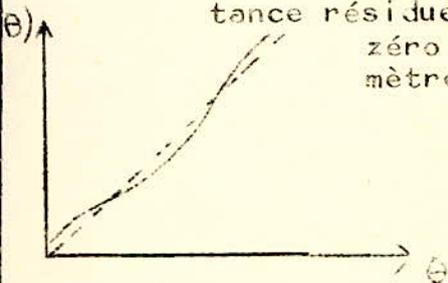
1. Droite de meilleure approximation
2. 3 Respectivement écart maximum de résistance négatif et positif.
4. 5 Écart en déplacement angulaire.
- 6 Résistance résiduelle du potentiomètre.

déplacement angulaire de l'axe.

Courbe exagérée mettant en évidence la définition (en l'absence de toute charge sur l'enroulement.)

- Si un potentiomètre a une tolérance de 0,1% et un enroulement de 350° environ, la marge d'erreur sera 0,7°. L'écart maximum de position de l'arbre par rapport à l'approximation linéaire de la courbe de la résistance en fonction de l'angle sera 0,35°.

- Pour certaines applications on a besoin d'une résistance résiduelle potentiométrique, on l'appelle linéarité depuis zéro condition souvent imposée pour les potentiomètres des dispositifs calculateurs.



La droite de meilleur approximation passe dans ce cas par l'origine.

Dans ces deux cas la résistance totale du potentiomètre n'est pas prise en considération dans l'évaluation de la tolérance de linéarité du potentiomètre.

LINEARITE DINMIQUE ABSOLUE :

- La droite de meilleure approximation est tracée entre l'origine ($\theta = 0, R = 0$) et l'écart totale pour la résistance totale du potentiomètre. Et tout écart pour une valeur du déplacement angulaire de l'axe doit être inférieure à une certaine tolérance.

.../...

de l'insensibilité - Les potentiomètres linéaires de précision ont une tolérance de l'ordre de 1%. On en fabrique normalement dont la tolérance descend à 0,1 % et même 0,01 %. La précision d'un tel potentiomètre dépend de l'uniformité de la résistance du fil, de la forme et de la surface du mandrin sur lequel il est bobiné, de l'uniformité d'espacement des spires, de la forme et de la largeur du curseur, de l'excentricité entre l'axe et le mandrin, ainsi que du jeu entre l'axe et le curseur.

5. - INSENSIBILITE :

- L'insensibilité ou résolution d'un potentiomètre est la variation minimum de résistance de sortie (par rotation de l'axe), exprimée en pourcentage de la résistance totale du potentiomètre elle est fonction du nombre de tours de fil par centimètre d'enroulement et du diamètre de la piste circulaire au curseur mobile.

Théoriquement, l'insensibilité est égal au rapport, exprimé en pourcentage, entre l'espacement angulaire des spires et la course totale du curseur.

Il arrive souvent qu'elle soit peu inférieure, à cause de l'effet d'interpolation du contact mobile lorsqu'il deux spires à la fois.

- L'insensibilité du potentiomètre impose une limite supérieure à la précision qu'on peut en obtenir.

Par exemple, si l'insensibilité est de 0,1 %, la meilleure précision que l'on peut obtenir avec le potentiomètre est de 0,05 % et elle est normalement encore inférieure.

Un type de potentiomètre où l'insensibilité est nulle est le potentiomètre continu où l'enroulement est constitué par un seul fil, à haute résistance. Le curseur se déplace sur le fil qui constitue son propre mandrin.

Bien que la résistance d'un tel potentiomètre soit limitée par la résistivité du fil, il est possible d'en construire dont la résistance atteint 1500 Ω , avec une précision de $\pm 0,03\%$ pour les modèles à rotation de 30 tours.

- Il est souhaitable qu'un potentiomètre ait une résistance élevée, faute de quoi les servomécanismes à gain élevé peuvent avoir tendance à " pomper " entre les spires du potentiomètre, à la poursuite d'une valeur de tension qui n'existe pas sur la surface de contact.

.../...

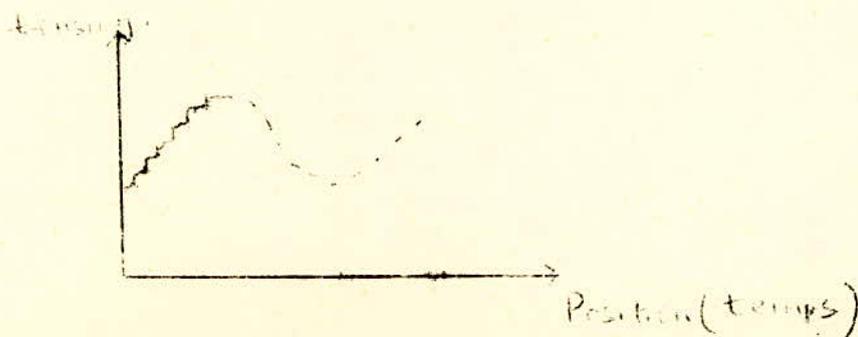
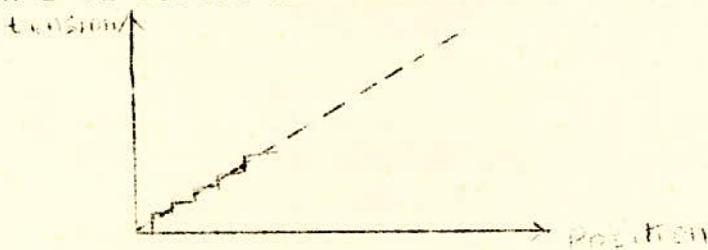
6 - DURÉE DE VIE :

- La durée de vie de la plupart des potentiomètres de précision est de l'ordre de 1 million de fonctionnement durant lesquels aucune des caractéristiques mécaniques ou électriques ne s'écarte de sa marge de tolérance de plus de 50 % de celle-ci.

7 - BRUIT :

- Le bruit dans un potentiomètre est signe de l'apparition de tensions parasites, indésirables. Les tensions parasites qui se manifestent à la sortie des potentiomètres utilisés dans les servomécanismes peuvent avoir plusieurs origines.
- Par exemple, dans un potentiomètre bobine ordinaire, le fait que la résolution est finie occasionne l'apparition d'une tension en échelon sur le curseur lorsque l'axe est en rotation. Cette discontinuité de la tension de sortie peut-être préjudiciable au fonctionnement, à rotation dans le cas où la stabilisation est assuré par un réseau d'avance de phase, car un tel réseau tend alors à transmettre la tension de bruit avec un affaiblissement moindre que la tension du signal

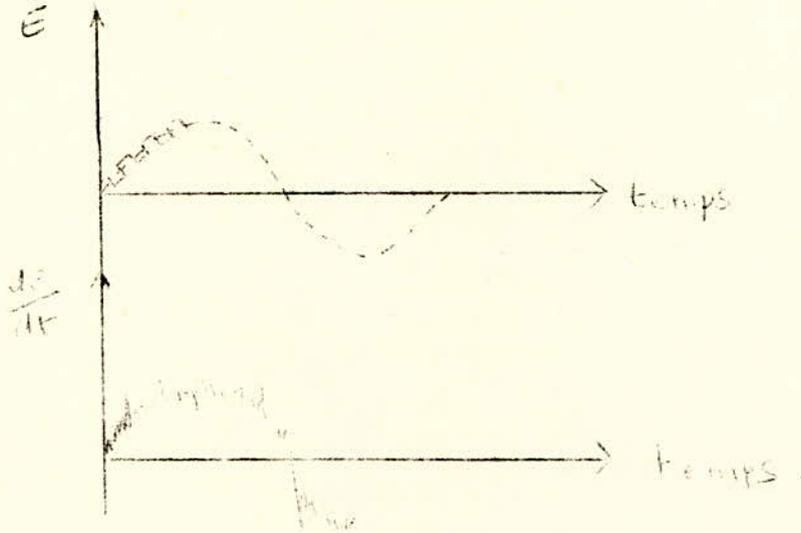
Si la résolution est assez élevée, le potentiomètre donne une tension de sortie en escalier assez accentuée suivant le degré de résolution (d'espacement entre les spires), la tension à la sortie aura la forme suivante :



On définit le bruit du potentiomètre comme l'erreur quadratique moyenne entre $\theta_e(x)$ tension d'entrée et $\theta_s(x)$

$$b^2 = \frac{1}{X} \int_0^X (\theta_e(x) - \theta_s(x))^2 dx$$

Si le potentiomètre est suivi d'un circuit différentiateur, le bruit est encore plus accentué.



- Si les conditions de précision statique et de bande passante nécessitent l'introduction dans la chaîne de réseaux correcteurs à retard de phase (intégrateur) et à avance de phase (dérivateur) il est préférable de placer l'intégrateur en amont du dérivateur.

Mais pour des considérations d'adaptation d'impédance il est plus simple d'adapter avec un réseau dérivateur en amont

donc compromis.

LA GÉNÉRATRICE TACHYMÉTRIQUE (À COURANT CONTINU)

Dans un asservissement de vitesse, on utilise dans la boucle de retour un traducteur de la vitesse en tension afin de comparer cette tension à la commande en tension. La génératrice tachymétrique est généralement ce traducteur.

GÉNÉRALITÉS ET CLASSIFICATION :

La génératrice tachymétrique est une micromachine (machine électrique dont la puissance varie de quelques fractions de Watt à 750 W environ) fonctionnant en génératrice et servant à transformer la vitesse de rotation en tension électrique proportionnel,

donc dans un cas idéal, nous avons

$$U = K\omega$$

U : tension de sortie de la génératrice tachymétrique.

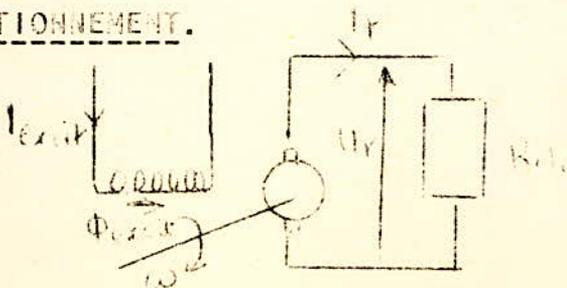
ω : Vitesse de rotation (signal d'entrée).

La génératrice tachymétrique doit répondre aux exigences suivantes

- 1°) - erreur d'amplitude minimale par laquelle on entend l'écart que présente la courbe de sortie par rapport à la caractéristique linéaire.
- 2°) - Gain d'amplification maximal
- 3°) - Faible moment d'inertie du rotor
- 4°) - Faible constante de temps électro magnétique.

- La valeur de l'erreur d'amplitude ϵ_u est déterminée comme différence entre la tension de sortie correspondant à une vitesse de rotation donnée en présence d'une caractéristique de sortie idéale, et de la tension de sortie réelle.

FONCTIONNEMENT.



Les génératrices tachymétriques à courant continu représentent des machines électriques à collecteur à courant continu à excitation indépendante par électro-aimant ou par aimant permanent.

ϕ de l'inducteur étant constant, la fem induite dans l'induit est proportionnelle à la vitesse de rotation de l'induit.

$$E = K_e \omega$$

à vide cette relation traduit la caractéristique de sortie de la génératrice tachymétrique.

En connectant la génératrice aux bornes d'un appareil ou d'un dispositif à résistance d'entrée finie un courant circule dans les enroulements d'induit.

En supposant ϕ constant (en ne tenant pas compte de la réaction d'induit) (de l'inducteur).

$$\text{nous avons : } U_r = E_r - R_{cr} I_r$$

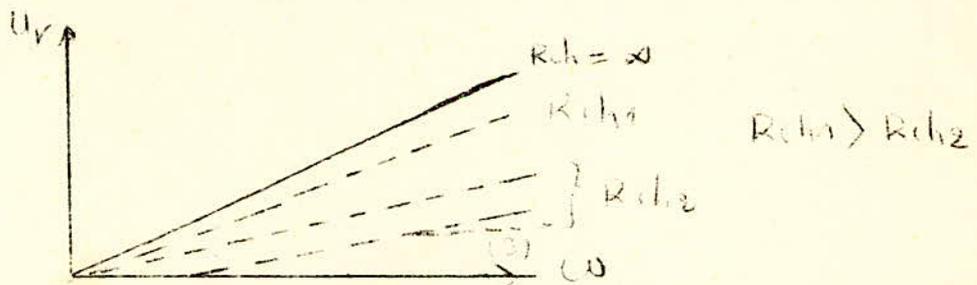
R_{cr} : résistance d'induit (égale à la somme de la résistance de l'enroulement d'induit et de la résistance du contact à balai.)

I_r : courant d'induit

dans ce cas nous avons (avec $I = U_r / R_{ch}$)

$$U_r = K_e \omega / (1 + R_{cr} / R_{ch})$$

Cette relation traduit la linéarité de la caractéristique de sortie d'une génératrice tachymétrique à courant continu dans le cas où le flux d'excitation et la résistance du contact à balais sont constants.



la caractéristique de sortie s'écarte de la caractéristique linéaire ; pour les raisons suivantes :

- 1°) Lorsque la génératrice tachymétrique débite sur un appareil, le courant d'induit crée un champ magnétique et provoque ainsi un effet démagnétisant on a :

$$\phi_{ch} = \phi - \Delta \phi_{dmg}$$

$\Delta \phi_{dmg}$ est la variation du flux due à l'action démagnétisante de la réaction d'induit, variation proportionnelle au courant d'induit ; ϕ est le flux en marche à vide.

Il s'ensuit que lors du fonctionnement en charge, la f.e.m. d'induit $E_{v, ch}$ n'est pas une grande constante pour une vitesse de rotation donnée de l'induit : elle dépend de la valeur de la charge et s'exprime comme suit :

$$E_{r, ch} = k_w \phi_{ch}$$

$$= k_w (\phi - \Delta\phi_{d, mg})$$

$$E_{r, ch} = k_w \phi - k_w \Delta\phi_{d, mg}$$

$$E_{r, ch} = k_E w - k k_{d, mg} \omega l_v$$

$$\Delta\phi_{d, mg} = k_{d, mg} l_v$$

Lorsque la génératrice tachymétrique fonctionne en charge, il faut considérer constante non pas la résistance du contact à balai, mais la chute de tension U_{b1} dans ce contact.

Cela correspond au caractère de la dépendance qui existe entre la résistance du graphite dont sont faits les balais et la densité de courant dans ces derniers.

Dans ce cas, la tension aux bornes de l'induit de la génératrice tachymétrique est :

$$U_r = E_{r, ch} - U_{b1} - R_r I_r$$

$$U_r = \frac{k_E w - U_{b1}}{1 + \frac{K K_{d, mg} w + R_v}{R_{ch}}}$$

$$E_{r, ch} = k_E w - K K_{d, mg} w l_v$$

L'expression ci-dessus représente l'équation de la caractéristique de sortie de la génératrice tachymétrique à courant continu compte tenu de l'action démagnétisante de la réaction d'induit et de la constance de la chute de tension dans le contact à balai. L'examen de l'expression montre que :

1°) - la caractéristique de sortie n'est pas linéaire

2°) - La caractéristique de sortie ne part pas de zéro car à une faible vitesse de rotation de l'induit (U_{b1}) ceci signifie que la génératrice tachymétrique possède une zone morte wZ_m , cad une gamme de vitesse dans laquelle la tension de sortie est nulle.

L'expression de l'erreur d'amplitude est (pour $U_{b1} = 0$)

$$\Delta u = \frac{u_{r \text{ ideale}} - u_r}{u_r \text{ ideale}} = \frac{1}{1 + \frac{R_v + R_{ch}}{k k_d m g w}}$$

Δu est appelée erreur calculée

Pour améliorer la linéarité, il convient de charger la génératrice tachymétrique d'une résistance de charge extérieure aussi grande que possible et d'utiliser une gamme de vitesse de rotation réduite car dans ce cas la réaction d'induit est insignifiante.

- Un haut degré des caractéristiques présentent les génératrices tachymétriques utilisant des machines à courant continu à rotors cylindriques ou à disques, car, la réaction d'induit de ce type est moins prononcée ($k_d m g$ diminue).

- La zône est sensiblement réduite dans les génératrices tachymétriques à courant continu munies de balais métalliques rechargés d'argent par brasure aux endroits de contact avec le collecteur et dont la caractéristique tension-courant est linéaire.

- La zône diminue avec l'augmentation du gain d'amplification.

$$\Delta \omega_{z.m} = \frac{U_{b1}}{K}$$

Gain statique d'amplification de la génératrice.

$$K = \frac{dU_v}{dw} = \frac{K_E \left(1 + \frac{R_r}{R_{ch}} \right) + U_{b1} \frac{k k_d m g}{R_{ch}}}{\left(1 + \frac{R_r + k k_d m g w}{R_{ch}} \right)^2}$$

dans le cas où on a : $k_d m g = 0$ - (cad dans le cas où l'on peut négliger la réaction démagnétisante de l'induit).

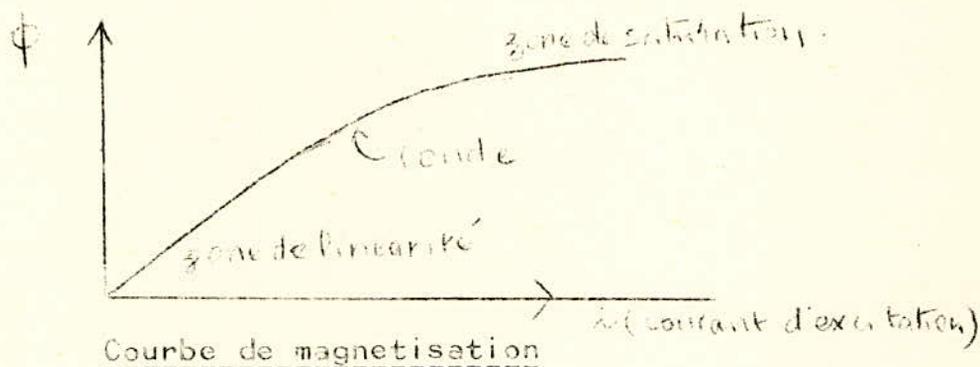
$$K = \frac{dU_v}{dw} = \frac{K_E}{1 + R_r / R_{ch}}$$

K est dans ce cas déterminé par les paramètres géométriques de la machine, la tension d'excitation de l'inducteur et augmente avec l'accroissement de la charge R_{ch} .

Pour les génératrices tachymétriques à courant continu dont $R_{ch} \gg R_r$, le gain statique d'amplification

$$K = 3 \text{ à } 100 \text{ mv / tr / mn.}$$

- Les génératrices tachymétriques à courant continu à excitation par électro-aimant peuvent présenter une erreur de température due à l'échauffement de l'enroulement inducteur, à l'accroissement de sa résistance du courant d'excitation, ce qui entraîne, en fin de compte, la diminution du flux d'excitation et de la tension de sortie une telle erreur peut également apparaître en cas de variations de la tension secteur alimentant l'enroulement d'excitation.
- Pour éviter les variations du flux d'excitation par suite des phénomènes énumérés plus haut, le circuit magnétique de la génératrice tachymétrique est réalisé avec un haut degré de saturation, ce qui fait que le point de fonctionnement sur la courbe de magnétisation est placé au dessus du coude où, même les variations les plus importantes du courant d'excitation n'entraîneront qu'une faible variation du flux inducteur.



- Cette méthode n'est pas applicable dans le cas où K doit subir des réglages à partir du courant d'excitation (par variation de K_E).

Dans ce cas, le circuit magnétique de la génératrice tachymétrique est non saturé, tandis que l'erreur de température est diminuée à l'aide des shunts magnétiques thermosensibles dont la réluctance augmente avec la température.

température croît flux diminue mais la réluctance augmente entraînant les lignes de champ à se fermer plus à travers l'induit compensant la chute de flux et le rétablissement de la fem à sa valeur initiale.

- la génératrice tachymétrique dont l'excitation est assurée par des aimants permanents est exempte d'erreurs provoquées par les variations de flux magnétique. Mais le réglage de K est impossible à réaliser. L'avantage essentiel est qu'elle n'a pas besoin de source d'alimentation.

- Les génératrices tachymétriques à courant ^{continu} présentent un autre inconvénient :

d'asymétrie de la tension de sortie : principalement due à l'imperfection technologique de calage des balais sur la ligne neutre géométrique.

Pour une même vitesse, dans un sens de rotation ou dans l'autre, le courant dans l'induit change de sens ainsi que la composante longitudinale du flux d'induit qui, une fois renforce le flux de l'inducteur et dans l'autre le diminue.

La valeur de l'asymétrie est donnée par l'expression

$$A = \frac{U_{rh} - U_{ra}}{0,5 (U_{rh} + U_{ra})} \times 100 \%$$

PULSATIONS DE LA TENSION DE SORTIE :

- Pulsations d'induits : causés par les variations de la réductance donc du flux magnétique lors d'un tour complet de l'induit. Ces variations peuvent être provoqués par l'ellipticité ou l'excentricité de l'induit ou bien par l'anisotropie magnétique du matériau dont il est fabriqué.

La fréquence des pulsations d'induit dans une machine bipolaire,

$$f_r = w/\pi$$

- Pulsations de dentures : lié à la variation de la valeur et du caractère de répartition du flux magnétique sous chaque pôle à cause d'une configuration dentée de la surface du rotor. La fréquence des pulsations de denture est :

$$f_d = \frac{Zw}{2\pi} \text{ où } Z \text{ est le nombre de dents sur la surface du rotor.}$$

Les pulsations d'induit et de denture ne font pas leur apparition si la génératrice tachymétrique est à induit amagnétique cylindrique ou à induit à disque.

Pulsations de collecteur : Principalement engendrées par une variation périodique du nombre de sections dans les branches parallèles de l'enroulement d'induit à cause du court-circuitage d'une partie de ces sections au cours de la commutation et par la vibration des balais sur le collecteur la fréquence des pulsations de collecteur :

$$f_c = K_c w / 2\pi$$

K_c : nb de lames de collecteur.

Les pulsations de denture et de collecteur de la tension de sortie sont des pulsations à haute fréquence qui se prêtent facilement au lissage des filtres LC.

Les pulsations d'induit sont de fréquences plus basses et leur influence néfaste, se fait surtout sentir lorsque la génératrice tachymétrique utilisée dans un système de régulation automatique fonctionne dans la gamme des faibles vitesses où la période des pulsations devient commensurable avec la constante de temps de l'élément exécutif.

L'amplitude des pulsations des génératrices tachymétriques de précision atteint 0,1 à 1% de la tension moyenne.

Avantage des génératrices tachymétriques à courant continu :

- Haut degré de linéarité de la caractéristique de sortie.
- Absence d'erreurs de phase.

Inconvénients :

- Contact glissant balais - collecteur qui fait sensiblement baisser la fiabilité de la machine.

- Nécessité d'utiliser les filtres contre les parasites à fréquences radio électrique et pour le lissage des pulsations de la tension de sortie.

- Construction compliquée et prix relativement élevé.

Evaluation de la précision des génératrices tachymétriques à courant continu :

- La non-linéarité de la caractéristique de sortie.
- Assymétrie de la tension de sortie.

- La non linéarité est donnée par le rapport de la différence de la tension de sortie mesurée à une vitesse de rotation donnée et la tension calculée suivant la caractéristique linéaire étalon, à la tension à vitesse de rotation nominale.

La caractéristique étalon représente une droite qui passe par l'origine des coordonnées et par le point de vitesse nominale de la caractéristique expérimentale.

- La symétrie de la tension de sortie est calculée comme le rapport de la différence des tensions de sortie, mesurée lors de la rotation nominale dans l'un et l'autre sens, à la demi somme de ces tensions.

- La classe de précision des génératrices tachymétriques est déterminée par le pi des paramètres dans la gamme des vitesses entre 0,1 . En fonction de la classe de précision, la tolérance de non-linéarité de la caractéristique de sortie se situe dans la plage de 0,05 à 1,0 %, la tolérance d'asymétrie s'échelonnant entre 0,2 et 2,0 %.

CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DES GENERATRICES TACHYMETRIQUE
A COURANT CONTINU.

L'Etude des propriétés dynamiques de la génératrice tachymétrique à courant continu lors des processus transitoires sera faite sans tenir compte de la réaction d'induit de la chute de tension dans le contact à balais.

L'équation d'équilibre entre la f.e.m et les tensions dans le circuit d'induit est :

$$E - e_r = i_r (R_{ch} + R_r) + L_r \frac{di_r}{dt}$$

i_r : valeur instantanée du courant d'induit

L_r : inductance de l'enroulement d'induit.

$$E_r = K_e \omega$$

$$e_r = \frac{U_r}{R_{ch}}$$

$$\frac{U_r}{\omega} = \frac{K}{1 + T_{em} \omega}$$

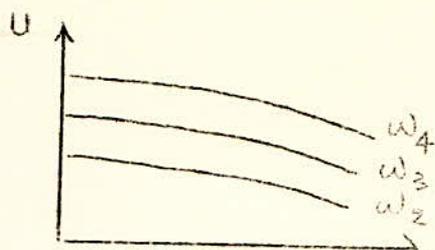
T_{em} est le temps électromagnétique.
 avec $T_{em} = \frac{L_r}{R_r + R_{ch}}$

La génératrice tachymétrique doit effectuer une différentiation sans distorsion, la constante de temps doit être réduite au minimum pour que la généralité puisse être considéré comme un réseau différentiateur pratiquement dans inertie

T_{em} peut être rendu faible en utilisant des g.t. à cc à rotor (induit) amagnétique cylindrique ou à rotor à disques dont l'inductance est insignifiante.

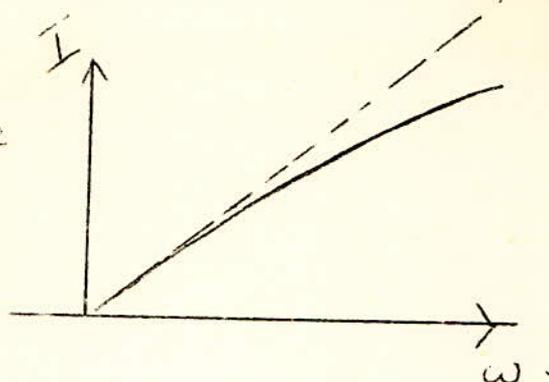
- Les pièces tournantes des génératrices tachymétriques créent un moment d'inertie additionnel pour le servo-moteur aux arbres desquels elles sont complées.

Pour cette raison, afin de réduire la valeur de la constante de temps électro-mécanique du système servomoteur génératrice et d'augmenter sa rapidité de réponse, il est à utiliser les génératrices tachymétriques à rotor cylindrique ou à disques dont le moment d'inertie est insinifiant.

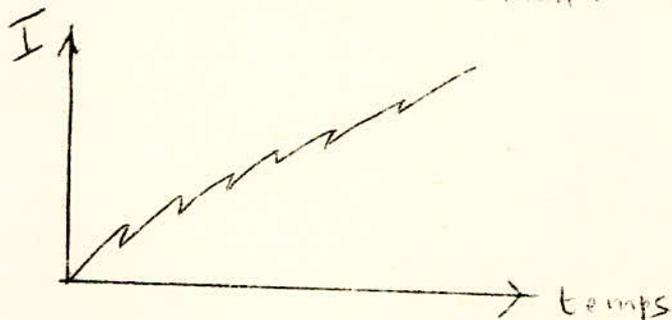


$$\omega_4 > \omega_3 > \omega_2$$

loi de variation de la tension de sortie en fct du courant débité pour différentes valeurs de la vitesse de rotation.



courant débité pour ω variante.



ondulations s'ajoutant au courant moyen débité par la génératrice.

Ce bruit est dû bien sûr aux lames de collecteurs (qui doivent être nombreuses). Ce bruit qui se superpose au signal peut aux basses vitesses rendre inutilisable.

Une autre cause de bruit est l'anisotropie mécanique (nécessité d'un usinage précis) et l'anisotropie électrique (nécessité d'un décalage convenable des paquets de tôles).

Les génératrices à courant continu ont des f.e.m de quelques dizaines de Volt par 1000 tr/mn et une vitesse maximale de 10.000 tr/mn environ.

Elles peuvent débiter quelques dizaines de mA, la linéarité est de 0,5 à 1% à charge constante et le bruit inférieur à 0,5 %.

Elles doivent être monté directement sur l'arbre du moteur.

Caractéristiques des génératrices tachymétriques à courant continu. (Suite) :

- Comporte un aimant permanent qui crée le flux d'excitation et n'a donc pas besoin d'une source extérieure d'alimentation

- Sa tension de sortie étant en courant continu, est prélevée par des balais et le frottement appréciable dû à ceux ci est un désavantage pour son utilisation. Ce couple de frottement est de l'ordre de 75 g.cm, ce qui peut représenter un pourcentage notable du couple de frottement du moteur, dans le cas usuel où celui-ci se trouve directement accompli à la génératrice tachymétrique.

- Les génératrices à courant continu ont normalement une sensibilité plus élevée que celles à courant alternatif : elle est de l'ordre de 2V pour 100 tr/mn

- La résistance de sortie est de l'ordre de 300Ω , mais ceci n'est pas ordinairement un avantage marqué, puisqu'on ne demande pas de puissance au signal de sortie, et qu'il est normalement appliqué à un circuit d'impédance élevée.

- Il n'y a aucune tension résiduelle quand l'arbre est immobile (à l'inverse des génératrices à courant alternatif).

- Mais il existe une ondulation résiduelle quand l'arbre est en mouvement, en raison du fait que la tension en signal est redressée par les lames du collecteur et les balais. Des types usuels de gêne ont 9 ou 18 lames au collecteur, d'autant moins que la machine est plus petite bien que, pour réduire la tension résiduelle il est souhaitable d'augmenter ce nombre.

- Pour une machine fournissant 20 V à 1.000 tr/mn l'ondulation résiduelle est de 0,5 V efficace.

- Cette tension résiduelle ne présente pas d'inconvénients pour la plupart des applications aux servomécanismes, sauf pour les intégrateurs où les systèmes à vitesse de rotation très lente.

- Les rebondissements des balais aux grandes vitesses ont également une source de tension parasites.

- La transmittance en régime transitoire est assez voisine pour les génératrices ~~alternatives~~ ^{à courant continu} que pour les génératrices alternatives et se rapproche beaucoup de 6 dB/oct.

- Il ne se pose pas pour ces appareils, de problèmes de transmission où égales des bandes latérales aux fréquences élevées.

- L'un des avantages des génératrices ^{à courant continu} réside dans la possibilité de bloquer, par un filtre passe haut, le signal de la génératrice lorsque la vitesse de rotation est ω , ce qui réduit encore l'erreur de vitesse en poursuite et diminue la bande passante du servomécanisme pour un même couple statique ou pour une même erreur de vitesse.

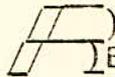
- II MICROMOTEURS ELECTRIQUES -

Les moteurs associés à des montages d'automatisme présentent une puissance mécanique nominale comprise entre des fractions centièmes du Watt et environ 750 W.

La conception de l'induit, les moteurs à collecteur à courant continu se divisent en trois types : induit en tambour induit cylindrique amagnétique et à induit à disque.

Les Principales exigences imposées aux servo-moteurs sont :

- 1°) - Stabilité statique et linéarité des caractéristiques mécaniques dans toute la gamme de vitesse de travail.
- 2°) - Vitesse du rotor variant linéairement en fonction du signal de commande électrique et vaste étendue de régulation de vitesse.
- 3°) - Absence d'emballement spontané (le phénomène d'emballement spontané consiste en ce que le moteur continue de développer le couple et le rotor poursuit en l'absence du signal de commande.
- 4°) - Grande rapidité de réponse.
- 5°) - Faible puissance de commande pour une grande puissance mécanique disponible sur l'arbre cad un gain en puissance élevé (cette exigence est due à la puissance limitée des sources de signaux de commande qui sont essentiellement électronique.

-  REDUCTEUR MECANIQUE -

Le réducteur est un élément très important dans la réalisation d'un servomécanisme, il nous permet l'utilisation des moteurs à grande vitesse et bénéficiers de leur faible inertie.

Nous exposerons dans ce qui suit un critère de détermination du facteur de réduction :

Le couple moteur est donné par la relation suivante ;

$$C_m = J_m \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + f_m \frac{d\theta_m}{dt} + C$$

où C désigne le couple transmis par l'engrenage côté moteur. Sur l'autre côté sortie ou recueille donc un couple $X C$ puisque le rapport de réduction est $\alpha = \frac{\theta_m}{\theta_s}$

$$\alpha C = J_c \frac{d^2 \theta_c}{dt^2} + f_c \frac{d\theta_c}{dt}$$

Si on ramène tout sur l'arbre moteur (élimination de C et θ_c) on obtient :

$$C_m = (J_m + J_c/\alpha^2) \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + (f_m + \frac{f_c}{\alpha^2}) \frac{d\theta_m}{dt}$$

relation qu'on peut écrire

$$C_m = J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + f \frac{d\theta_m}{dt} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} J = J_m + J_c/\alpha^2 \\ f = f_m + f_c/\alpha^2 \end{cases}$$

On peut également tout ramener sur l'arbre de sortie

$$C_m = (\alpha J_m + \frac{J_c}{\alpha}) \frac{d^2 \theta_s}{dt^2} + (\alpha f_m + \frac{f_c}{\alpha}) \frac{d\theta_s}{dt}$$

Supposons les couples de frottement négligeables ; l'accélération de la charge est alors :

$$\frac{d^2 \theta_s}{dt^2} = \frac{C_m}{\alpha J_m + J_c/\alpha}$$

Cette accélération est maximale pour $\alpha = \sqrt{\frac{J_c}{J_m}}$

La valeur du maximum est :

$$\left(\frac{d^2 \theta_s}{dt^2} \right) = \frac{C_m}{2 \sqrt{J_m J_c}}$$

Le rapport de réduction ainsi trouvé est indépendant du couple fourni, on en conclut que cette adaptation est valable quelle que soit la forme des caractéristiques couple vitesse du moteur.

De plus la puissance P_c transmise à la charge est égale à la moitié de la puissance P_m fournie par le moteur: c'est à dire que l'énergie d'accélération est équirépartie entre les deux inerties.

En effet .

$$P_c = \bar{J}_c \frac{d^2\theta_s}{dt^2} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} = \frac{\bar{J}_c}{\bar{J}_m \alpha + \bar{J}_c} \cdot \omega_m \Omega_m = \frac{\bar{J}_c}{\bar{J}_m \alpha^2 + \bar{J}_c} P_m$$

La valeur du coefficient de transfert $\frac{\bar{J}_c}{\bar{J}_m \alpha^2 + \bar{J}_c}$ est égale à 0,5 pour

$$\alpha = \sqrt{\frac{\bar{J}_c}{\bar{J}_m}}$$

TROISIÈME PARTIE

---o---

ETUDE

LINEAIRE DU

SISTÈME ALGÈBRE

II - ETUDE LINEAIRE DU SYSTEME ASSERVI :

INTRODUCTION :

L'étude nous entamons dans cette partie, de notre système d'asservissement de vitesse par les méthodes du système asservi linéaire. Dans cette partie, le moteur et la génératrice tachymétrique seront considérés comme des éléments linéaires, il ne sera pas tenu compte du seuil et de la saturation qui affectent les réponses de ces deux éléments. Une deuxième partie viendra compléter et mettra en évidence l'influence de ces deux facteurs sur les performances de notre système considérée d'abord comme linéaire, cette seconde partie traitera le système par des méthodes non linéaires.

Nous parlerons avant de commencer l'étude des moteurs à courant continu en général ; nous serons brefs sur ce dernier point vu que le choix du moteur n'est pas notre but principal ; et nous entamerons juste après étude de la manière suivante :

1. Etude de la fonction de transfert du moteur avec la génératrice tachymétrique de retour après avoir transformé notre système réel à retour tachymétrique en un système d'étude à retour unitaire.

Nous ferons les tracés dans les plans de Bode, Nyquist et Black, nous estimerons la stabilité du système par les marges de phase et de gain.

Nous calculerons la précision du système et ferons les corrections nécessaires en tenant compte du dilemme stabilité précision dans une deuxième étape donc :

2. Corrections

LES MOTEURS A COURANT CONTINU - GENERALITES :

Les moteurs à courant continu ont nécessairement un bobinage rotorique ce qui leur donne une inertie qui est normalement supérieur à celle des moteurs alternatifs à cage d'écurieil.

Il possèdent un frottement aux balais.

L'effet des variations de champ dûe aux encoches revêt la même importance que dans le cas des moteurs alternatifs.

La commutation pose également des problèmes et, dans les gros moteurs, on fait usage de pôles de commutation pour l'améliorer.

La bonne tenue du collecteur est particulièrement difficile à obtenir, du fait qu'un servomoteur

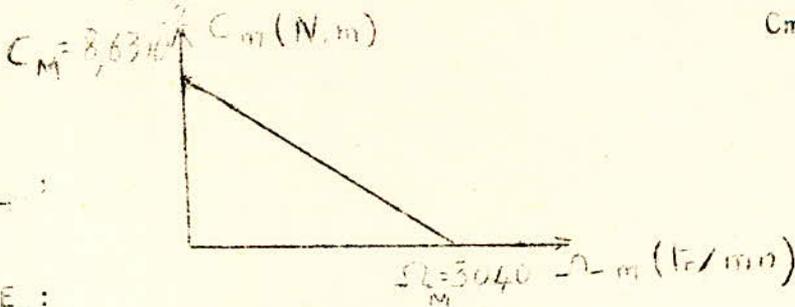
...../....

fonctionne la plupart du temps dans les conditions de démarrage et que les balais doivent alors écouler un courant important vers les lames d'un collecteur presque immobile. Les balais nécessitent donc une surveillance et un entretien attentifs ; les étincelles qu'ils produisent peuvent également être la source de parasites radio-électriques.

Les inducteurs des servomoteurs travaillent normalement bien au dessous du coude de saturation de leur courbe de magnétisation, quelque soit la puissance du moteur ; ceci est nécessaire pour éviter que la sensibilité en couple ne soit affectée par les variations de la tension inductrice, et a également pour effet d'augmenter cette sensibilité en valeur absolue. Si le champ inducteur est produit par un aimant permanent il est nécessaire de compenser correctement la réaction d'induit pour éviter la des aimantations de l'inducteur lors des brusques changement de signe du courant de commande (l'utilisation d'aimants permanents comme inducteurs est déconseillé de ce fait).
L'hystérésis et les courants de FOUCAULT n'ont généralement que des effets négligeables.

/// CARACTERISTIQUE DU SERVOMOTEUR UTILISE :

<u>CLASSE</u> :	Moteur à courant continu	(3 balais
	Puissance maximale continue:	10 W
	Résistance de l'induit :	14 Ω
	Inductance de l'enroulement d'induit :	252 · 10 ⁻³ H
	Inertie du moteur :	118 · 10 ⁻⁷ Kg m ²
	Frottement du moteur :	3,3 · 10 ⁻⁴ N.s
		C _m (N.m)



TYPE :

- Excitation séparée
- Nombre de pôles : 2
- Nombre de voies d'enroulement : 2
- Nombre d'encoches : 9

CARACTERISTIQUES ELECTRIQUES /

Inducteur :

Tension :	27 V	Flux à vide par pôle:	62,10 ⁻⁵ Wb
Intensité:	0,63 A	Résistance de l'enroulement:	37 Ω

Induit :

Intensité au démarrage : 1,7 A
 Résistance de l'enroulement 14 Ω

I.1 - FONCTION DE TRANSFERT :

Nous déterminerons d'abord les facteurs K_c et K_e qui seront respectivement le couple moteur par ampère de courant dans l'induit et le facteur de proportionnalité entre la force contre électro-motrice du moteur et la vitesse de rotation de l'arbre du moteur.

$$K_e = \frac{f_{cem} \text{ du moteur (em)}}{\text{Vitesse de rotation de l'arbre du moteur}}$$

$$K_c = \frac{\text{Couple moteur}}{\text{Courant dans l'induit (} i_e \text{)}}$$

Pour déterminer K_e et K_c nous reviendrons à la courbe caractéristique donnant C_m le couple du moteur en fonction de Ω la vitesse de rotation de l'arbre du moteur.

En régime permanent nous avons

$$U_e = r \cdot i_e + E_m$$

où r est la résistance de l'enroulement d'induit E_m la force contre électro motrice du moteur, U_e la tension de commande de l'induit et i_e le courant circulant dans les enroulements d'induits.

nous avons également :

$$C_m = K_c i_e$$

où C_m est le couple moteur

$$C_m = K_c \left(\frac{U_e - E_m}{r} \right) = \frac{K_c}{r} U_e - \frac{K_c E_m}{r} \quad \Omega \cdot m$$

$C_M = \frac{K_c U_e}{r}$ représente donc le couple au blocage (pour une vitesse de rotation Ω_M , nulle) pour une tension de commande U_e donnée.

$\Omega_M = \frac{U_e}{K_e}$ représente la vitesse à vide (pour un couple moteur C_m nul).

.../...

$$A.N : R = 1,2 \text{ m} ; C_1 = 8,33 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} ; \Omega_M = 3040 \text{ tr/mn} \\ = 318 \text{ rad/s}$$

$$\text{d'où : } K_e = 0,23 \cdot 10^{-2} \text{ V/rad/s} \\ K_c = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.m. r}^{-1}$$

I . 1.1 - EQUATIONS DE FONCTIONNEMENTS :

Nous écrirons directement nos équations en écritures Laplacienne.

$$U_e(p) = (r + ip) i_e(p) + K_e \int (p) \quad \text{I est l'inductance de l'enroulement d'induit.}$$

$$C_m(p) = K_c i_e(p)$$

On a d'autre part :

$$C(p) = (Jp + f) \ddot{\theta}_m(p) \text{ nous prendrons } C(p) = C_m(p)$$

J est l'inertie totale ramenée au moteur et f est également le frottement total du moteur et de la charge.

si J_m et f_m sont respectivement l'inertie et le frottement du moteur,

J_c et f_c sont respectivement l'inertie et le frottement de la charge,

et si α est le facteur de réduction estimé dans l'étude du réducteur à la valeur $(J_c / J_m)^{1/2}$,

Nous pouvons écrire :

$$J = J_m + J_c / \alpha^2 \\ \text{et } f = f_m + f_c / \alpha^2.$$

Les données concernant la charge sont les suivantes :

$$\text{inertie de la charge : } J_c = 10 J_m$$

$$\text{Frottement de la charge : } 10 f_m \leq f_c \leq 100 f_m$$

Plus exactement, les frottements dues à la charge varient dans toute la plage/.

$$(10 f_m, 100 f_m)$$

$$\alpha^2 = J_c / J_m = 10$$

$$J = 2 \text{ Jm}$$

f varie dans la plage (2 fm, 11fm)

$$\text{Numériquement : } J = 235 \cdot 10^{-7} \text{ Kg m}^2 \quad 6,6 \cdot 10^{-4} \text{Ns} \leq f \leq 36,3 \cdot 10^{-4} \quad (\text{N.S})$$

des équations écrites précédemment nous tirons :

$$C(p) = (Jp + f) \Omega_m(p) = Kc \left(\frac{U_e(p) - K_e \Omega_m(p)}{r + lp} \right)$$

$$(Jp + f) (r + lp) \Omega_m(p) = Kc U_e(p) - K_e Kc \Omega_m(p)$$

$$(Jp + f) (r + lp) \Omega_m(p) + K_e Kc \Omega_m(p) = Kc U_e(p)$$

$$((Jp + f) (r + lp) + K_e Kc) \Omega_m(p) = Kc U_e(p)$$

Nous savons qu'entre la vitesse de rotation de l'arbre du moteur et la vitesse de la charge existe la relation :

$$\Omega_m(p) = \alpha \Omega_c(p)$$

D'où notre fonction de transfert :

$$T_c(p) = \frac{\Omega_s(p)}{U_e(p)} = \frac{Kc / \alpha}{Jlp^2 + (Jr + fl)p + (K_e Kc + rf)}$$

Nous mettrons notre fonction de transfert sous la forme :

$$T(p) = \frac{k}{p^2 / \omega_n^2 + \frac{2Z}{\omega_n} p + 1}$$

C'est une forme classique qui nous permettra d'exploiter les diagrammes déjà tracés pour des fonctions du second ordre de ce type.

Pour nous k , ω_n^2 et $\frac{2Z}{\omega_n}$ ont les valeurs suivantes

$$k = \frac{Kc}{\alpha (rf + K_e Kc)} ; \quad \omega_n^2 = \frac{rf + K_e Kc}{Jl}$$

$$\text{et} \quad \frac{2Z}{\omega_n} = \frac{Jr + fl}{rf + K_e Kc}$$

I .1.2 - VARIATION DE k, ω_n^2 et Z EN FONCTION DU FROTTEMENT
(VOIR REPRESENTATION FIGURE 12).

I .1.2.1.- TABLEAU DE VALEURS :

f (N.S)	$6,6 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	$36,3 \cdot 10^{-4}$
ω_n^2 (rad/s) ²	2193	2993	5357	7701	9184
ω_n (rad/s)	46,8	54,7	73,1	87,8	95,8
Z	0,891	0,895	0,939	1,041	1,091
k	1,49	1,10	0,51	0,43	0,36

ω_n^2 est une droite de pente positive $r/|j|$ et d'ordonnée à l'origine $\frac{KeKc}{|j|}$.

Il est donc plus facile de tracer ω_n^2 en fonction du frottement f que ω_n en fonction de f , nous déduirons donc les valeurs de ω_n de la droite donnant ω_n^2 .

I.1.2.2. - CONCLUSIONS :

Quand le frottement décrit la plage ($6,6 \cdot 10^{-4}$ N.s),
 $36,3 \cdot 10^{-4}$ (N.s))

Nous remarquons :

$Z < 1$	pour	$f < 25,5 \cdot 10^{-4}$	N.S.
$Z = 1$	pour	$f = 25,5 \cdot 10^{-4}$	N.S.
$Z > 1$	pour	$f > 25,5 \cdot 10^{-4}$	N.S.

Le gain statique k diminue quand f augmente, donc la précision du système diminue quand augmente le frottement.

Echelle: f : 1 carreau equivaut à $2 \cdot 10^{-4}$ N.s
 ω_n^2 : " " " 500 (rad/s)²
 Z : " " " 0,05
 K : " " " 0,1 MKSA

Courbes de variation de Z, ω_n^2, K en fonction du frottement f .

Z, ω_n^2, K

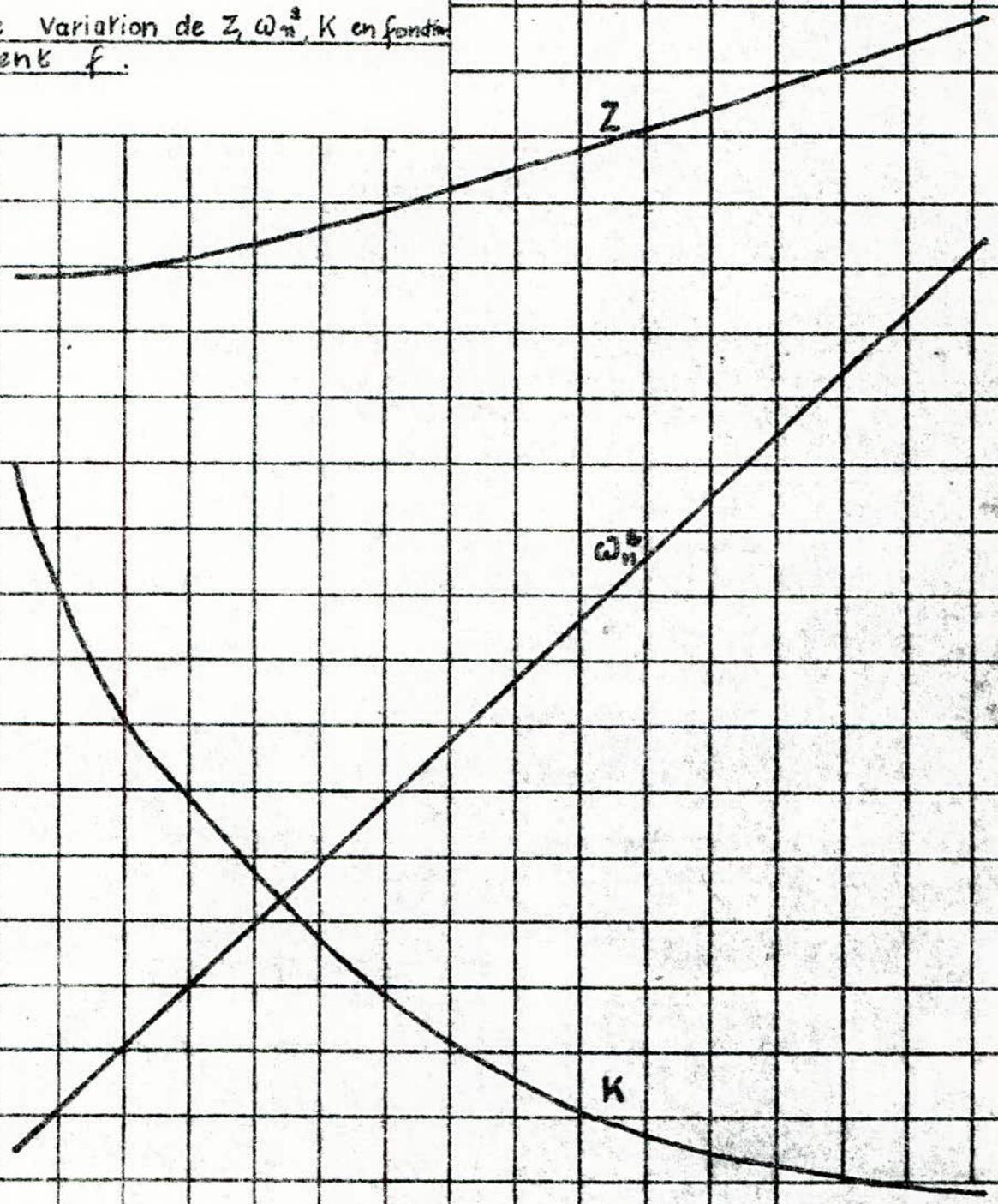


Fig 1.2.

2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38

40

ωn^2 augmente avec f , la bande passante augmente donc quand le frottement augmente dans la plage considérée.

Dans la zone des frottements $0,610^{-4}$ N.s, $25,5 \cdot 10^{-4}$ N.s c'est à dire où Z appartient au domaine $0,891, 1$ ou encore la région où le polynôme caractéristique

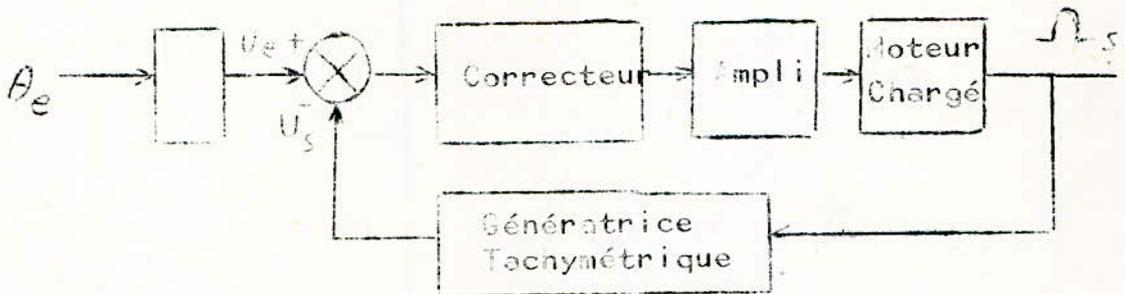
$\frac{p^2}{L} + \frac{2z}{\omega n} \cdot p + 1 = 0$ admet deux racines imaginaires à parties réelles négatives ou encore la zone de la réponse oscillatoire du système (bien que dans cette zone les oscillations n'apparaissent pratiquement plus) nous pouvons dire que :

On gagne en rapidité puisque ωn augmente et on perd en précision puisque k diminue par contre dans la deuxième zone

$25,5 \cdot 10^{-4}$ N.s, $36,3 \cdot 10^{-4}$ N.s on est en présence d'un régime aperiodique de plus en plus lent donc on perd aussi bien en rapidité qu'en précision.

I. 1.3. - COURBES DE BODE (VOIR COURBES TRACES EN FIGURE 1.3. ET 1.3.)

Notre système a le schéma fonctionnel suivant :



Nous allons d'abord considérer la fonction de transfert de l'ensemble correcteur préampli-ampli de puissance égal à l'unité.

De plus, la génératrice tachymétrique a une fonction de transfert de la forme $\frac{K_a}{1 + T_a p}$ avec $T_a = \frac{L_a}{r + R_{ch}}$

L, r, R_{ch} étant respectivement l'inductance de l'enroulement d'induit, la résistance de ce même enroulement et la résistance de charge.

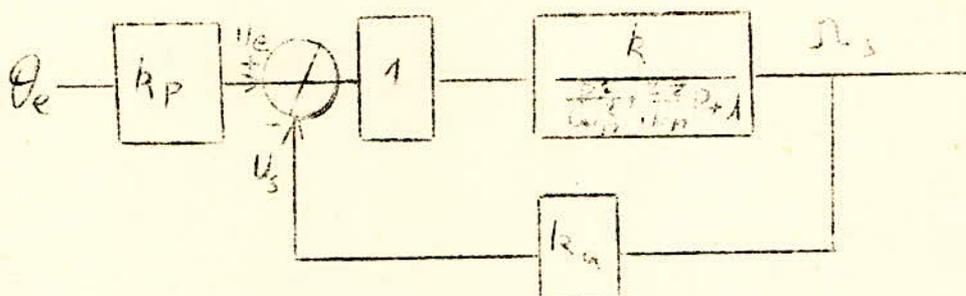
Nous prendrons un comparateur de grande impédance d'entrée (de l'ordre du Megohm) d'où R_{ch} est très grande devant r et la constante T_a devient :

$$T_a = \frac{L}{R_{ch}} \quad L \text{ étant de l'ordre du millihenry}$$

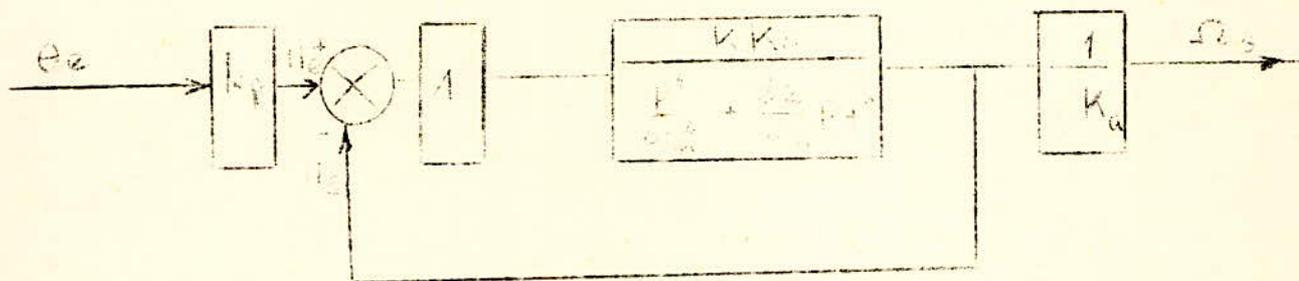
Nous aurons une constante de temps T_a de l'ordre de la nanoseconde ou au maximum de la microseconde ce qui nous donne une fréquence de coupure de l'ordre de la GHz ou au minimum de la Megahertz donc l'influence de la génératrice tachymétrique se réduit tout simplement à la multiplication du gain statique k du moteur par k_a .

La génératrice tachymétrique que nous avons choisi possède un facteur de proportionnalité entre sa tension de sortie et la vitesse de rotation de son arbre de $0,191 \text{ V} \cdot \text{s} / \text{rad}$ correspondant à $0,020 \text{ V} / \text{tr} \cdot \text{mn}$ et donnant 20 V pour $1000 \text{ tr} \cdot \text{mn}$.

En remplaçant les éléments constitutifs par leur fonction de transfert, notre schéma fonctionnel devient :



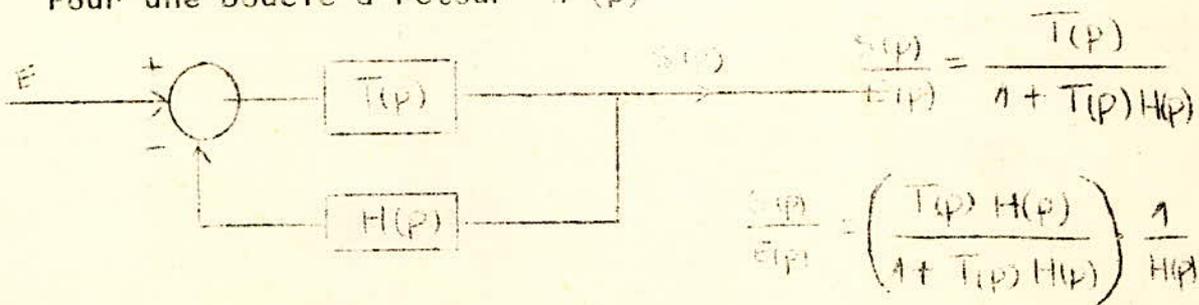
Nous transformons ce schéma de la manière suivante :



Il est beaucoup plus facile d'étudier une boucle fermée à retour unitaire qu'une fonction de transfert à retour non unitaire.

La loi théorique nous permettant de faire ce passage est la suivante :

Pour une boucle à retour $1(p)$



La fonction de transfert entre parenthèse est celle d'une boucle fermée à retour unitaire.

Notre fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$T(p) = \frac{K K_a}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2z}{\omega_n} p + 1}$$

Pour l'étude sur toute la plage balayée par les frottements, nous prendrons $f = 6,6 \cdot 10^{-4}$ n.s qui constitue le minimum de la plage et pour lequel nous avons $Z = 0,891$ ($Z < 1$)
 $f = 25,5 \cdot 10^{-4}$ n.s correspond au cas critique $Z = 1$
 et $f = 36,3 \cdot 10^{-4}$ n.s qui constitue l'extrémité supérieur de la plage et correspond à $Z = 1,091$ ($Z > 1$). De cette façon nous aurons montré les trois régimes de fonctionnement de notre système.

Premier cas : $f = 6,6 \cdot 10^{-4}$ n.s $Z = 0,891$

$$T(p) = \frac{0,285}{\frac{p^2}{2193} + 0,037 p + 1}$$

ω/ω_n	0	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	100
ϕ degré	0	-6	-13	-37	-90	-129	-145	-170	-176

DEUXIEME CAS : $T(p) = \frac{0,09}{(1+p/81,55)^2}$ Il est facile de la tracer en utilisant les courbes de Bode des systèmes du premier ordre déjà tracées.

TROISIEME CAS : $f = 36,3 \cdot 10^{-4}$ n.s, $Z = 1,09$

$$T(p) = \frac{6,87 \cdot 10^{-2}}{(1+p/146) (1+p/62,8)}$$

Même remarque que précédemment.

Nous allons reprendre le calcul des racines qui nous a permis de mettre les deux dernières fonctions sous une forme simple à tracer dans le diagramme de Bode en uti-

lisant les diagrammes déjà tracés des amplitudes et phase d'un système du premier ordre quelconque.

$$T(p) = \frac{K K_a}{p^2 / \omega_n^2 + \frac{2Z}{\omega_n} p + 1} \quad \text{Nous allons résoudre l'équation suivante.}$$

$$\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2Z}{\omega_n} p + 1 = 0 \quad (1)$$

Le discriminant réduit est $\Delta' = \omega_n^2 (Z^2 - 1)$

dans le cas où $Z > 1$ c'est à dire pour nous le troisième cas les racines sont $P_{1,2} = -Z\omega_n \pm \omega_n (Z^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$

$$\text{d'où } T(p) = \frac{K K_a}{\left(1 + \frac{p}{\omega_n (Z - (Z^2 - 1)^{\frac{1}{2}})} \right) \left(1 + \frac{p}{\omega_n (Z + (Z^2 - 1)^{\frac{1}{2}})} \right)}$$

dans le cas où $Z = 1$ c'est à dire pour nous, le second cas, nous avons :

$\Delta' = 0$ et l'équation (1) admet une racine double $-\omega_n$
d'où donc :

$$T(p) = \frac{K K_a}{\left(1 + p/\omega_n \right)^2}$$

K₁ K₂

Fonction representee: $i(p) = \frac{K_1 K_2}{\omega_n^2 + \frac{2Z_n}{\omega_n} p + 1}$

$K_0 = 0,191 \text{ V/(rad/s)}$

$i = 1, 2, 3$

$i = 1 \quad K_1 = 1,49 \quad \omega_1 = 46,8 \text{ rad/s} \quad Z_1 = 0,28$

$i = 2 \quad K_2 = 0,48 \quad \omega_2 = 81,5 \text{ rad/s} \quad Z_2 = 1$

$i = 3 \quad K_3 = 0,36 \quad \omega_3 = 95,8 \text{ rad/s} \quad Z_3 = 1,0$

A : amplitude.

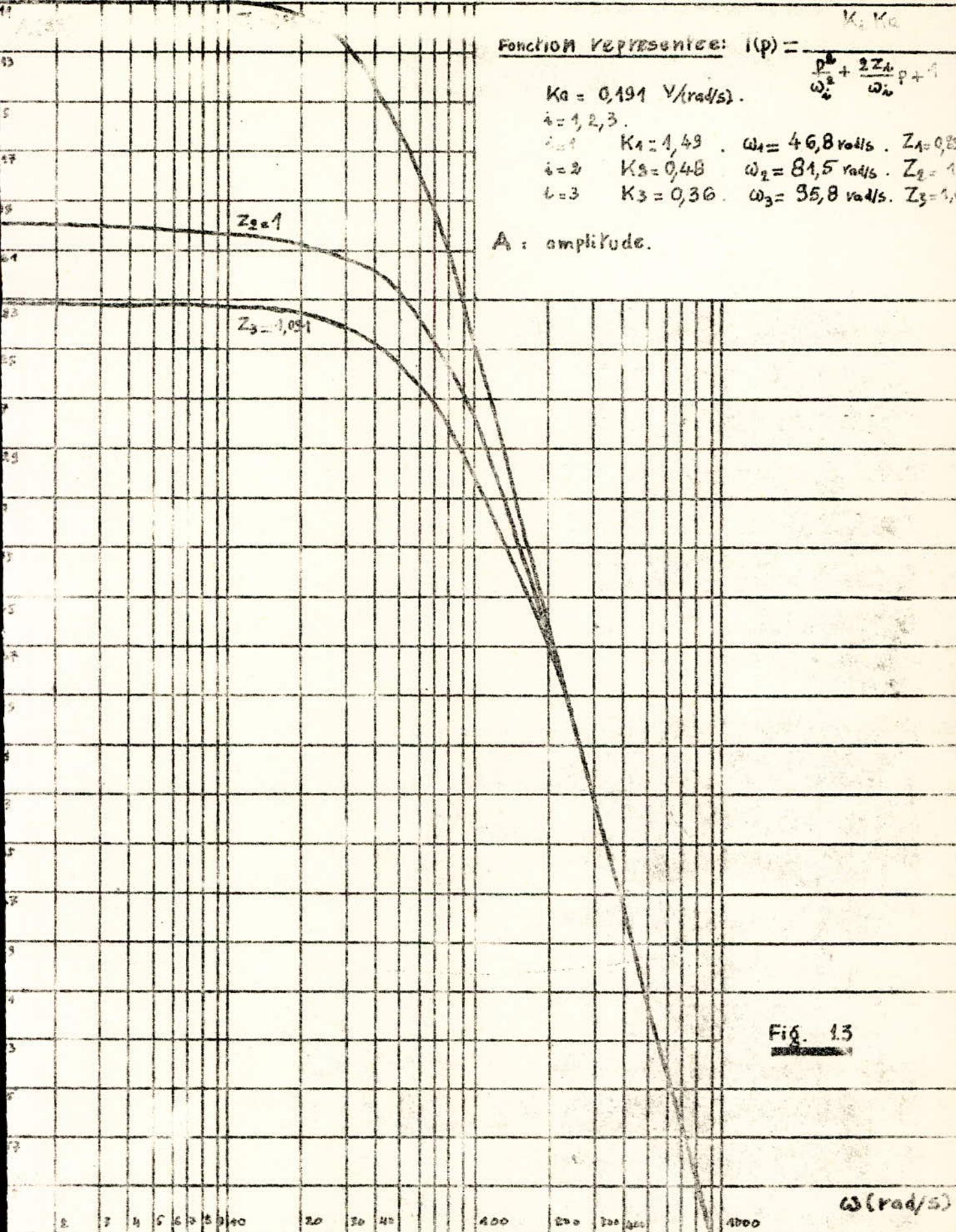


Fig. 13

ω (rad/s)

Tracé dans le plan de Bode de la phase
de la fonction:

$$T(p) = \frac{K_a K_i}{\frac{p^2}{\omega_i^2} + \frac{2Z_i}{\omega_i} p + 1}$$

$K_a = 0,191$ V/vaks.
 $i = 1, 2, 3.$

$i = 1$	$K_1 = 1,49$	$\omega_1 = 46,8$	$Z_1 = 0,891$
$i = 2$	$K_2 = 0,48$	$\omega_2 = 81,5$	$Z_2 = 1$
$i = 3$	$K_3 = 0,36$	$\omega_3 = 95,8$	$Z_3 = 1,091$

ϕ (degré)

$Z_3 = 1,091$
 $Z_2 = 1$
 $Z_1 = 0,891$

Fig 13'

ω (rad/s).

2 3 4 5 6 7 8 10 20 30 100 200 300 400 1000 2000 3000 4000

1.1.4. -o- Z/RACE DANS LE PLAN DE BLACK (Voir Fig 1.4.) -o-

ω (rad/s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200
A (dB) $Z=0,891$	-	-11,1	-11,7	-13	-14,6	-15,6	-18,4	-19,8	-21,4	-23,7	-25	-30,2
ϕ (degré) $Z=1$	0	-13	-29	-44	-55	-65	-105	-113	-118	-123	-127	-151
A (dB)	-20	-20,4	-20,9	-21,4	-22	-22,8	-24	-25	-25,8	-27	-28	-34,6
ϕ (degré)	0	-13	-28	-40	-52	-65	-74	-81	-88	-96	-102	-135
A (dB) $Z=1,091$	-23,25	-23,4	-23,6	-24,2	-25	-25,8	-26,6	-27,6	-28,4	-29,5	-30,4	-35,2
ϕ (degré)	0	-12	-25	-36	-45	-53	-61	-68	-75	-85	-90	-122

- TABLEAU 1.4. -

300	400	500	600	700	800	900	1000
- 43,2	- 47,6	- 51,4	- 54,4	- 56,8	- 59	- 62,4	- 63,6
- 162	-167	- 171	- 172	- 173	-174	- 175	- 176
- 43,3	- 47,6	- 51,4	- 54,4	- 56,8	- 59	- 62,4	- 63,6
- 149	-157	- 162	- 165	- 167	- 168,5	- 170	- 171
- 43,4	- 47,6	- 51,4	- 54,4	- 56,8	- 59	- 62,4	- 63,6
- 138	- 149	- 156	- 162	- 166	- 168,5	- 170	- 171

- TABLEAU 1.4. (SUITE)

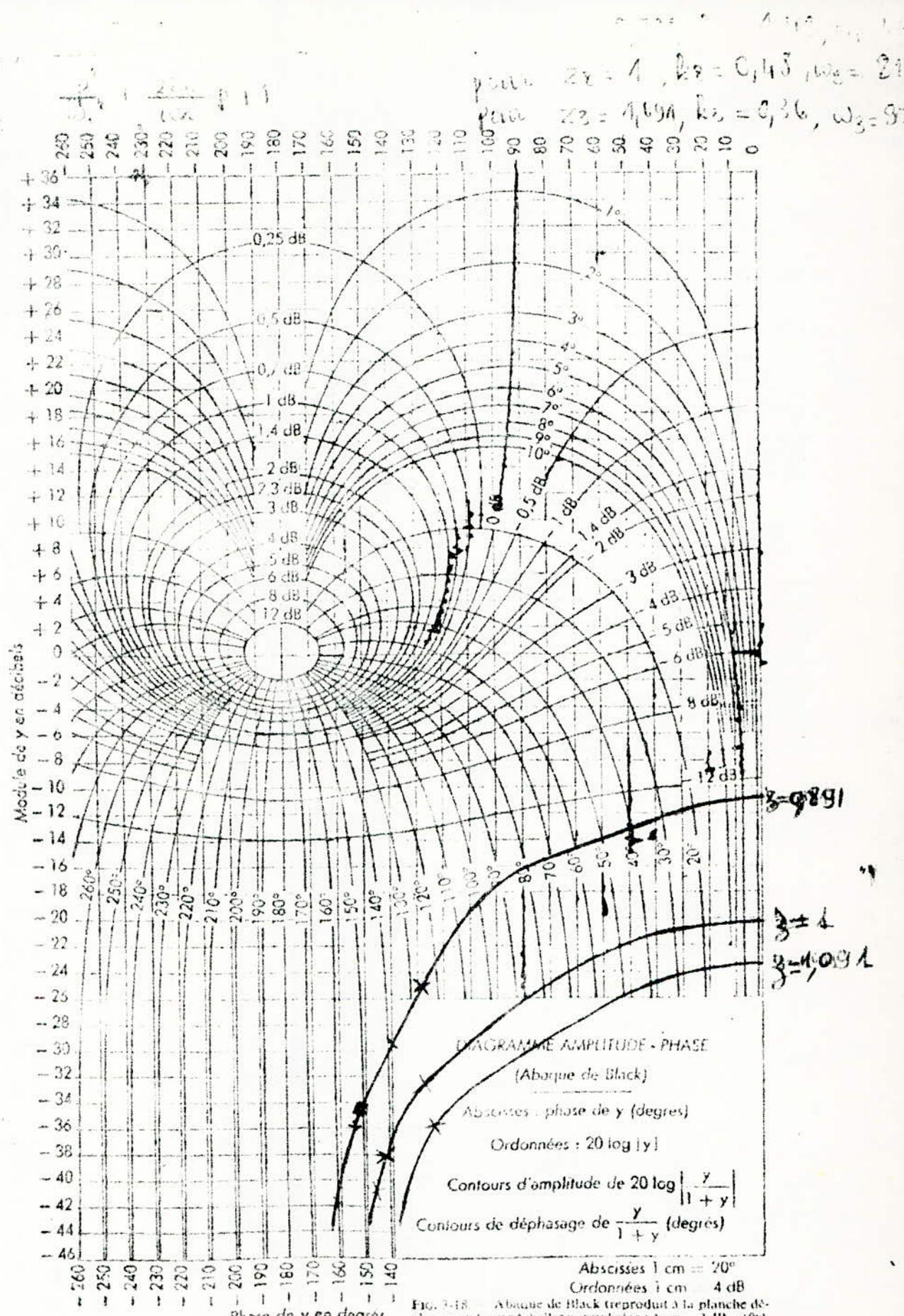


FIG. 3-18 — Abaque de Black (reproduit à la planche de planche n° 1 avec échelles normalisées : 1 cm = 2 dB - 10°).

Fig 1.4

I .1.5. - TRACE DANS LE PLAN DE NYQUIST (Voir figure 1.5.)

ω (rad/s)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300
$z=0,891$ A_1	0,282	0,279	0,26	0,224	0,187	0,148	0,12	0,1024	0,0852	0,0653	0,0563	0,0195	0,0195
ϕ_1 (degré)	0	-13	-29	-44	-65	-95	-105	-113	-118	-123	-127	-151	-160
$z=1$ A_2	0,099	0,095	0,090	0,085	0,079	0,073	0,056	0,051	0,045	0,04	0,019	0,019	0,019
ϕ_2 (degré)	0	-13	-23	-40	-52	-65	-74	-81	-88	-96	-102	-135	-140
$z=1,001$ A_3	0,069	0,068	0,066	0,062	0,056	0,051	0,046	0,042	0,038	0,034	0,030	0,017	0,017
ϕ (degré)	0	-12	-25	-36	-45	-53	-61	-68	-75	-85	-90	-122	-122

- TABLEAU 1.5. -

Trace dans le plan de Nyquist de:

$$T(s) = \frac{K_0 K_1}{s^2 + 2 \cdot Z_0 s + 1}$$

$K_0 = 0,494 \text{ rad/s}$

$i=1 \quad K_1 = 1,49 \quad \omega_1 = 46,8 \text{ rad/s} \quad Z_1 = 1$

$i=1,2,3 \quad i=2 \quad K_2 = 0,48 \quad \omega_2 = 89,5 \quad Z_2 = 1$

$i=3 \quad K_3 = 0,36 \quad \omega_3 = 95,8 \quad Z_3 = 1$

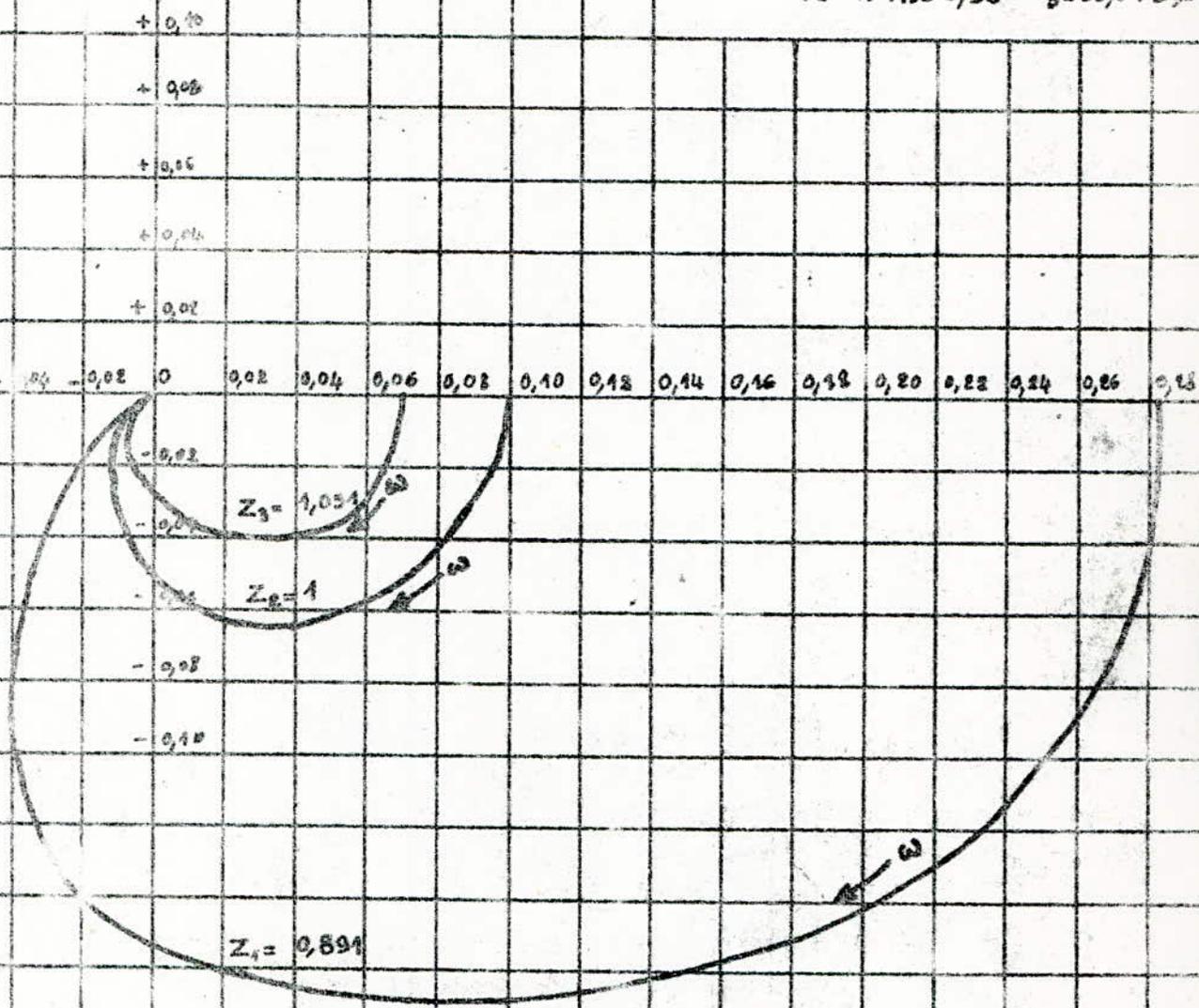
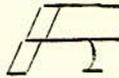


Fig 1.5.

I.1.6 -  REPRESENTATION DES POLES DE T (p) (voir figure 1.6.)

(.s)	$6,6 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$14 \cdot 10^{-4}$	$16 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	$25,5 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	$36,3 \cdot 10^{-4}$
d/s	46,8	54,7	58,7	62,9	65,4	73,1	81,5	87,8	95,8
	0,891	0,895	0,905	0,915	0,93	0,959	1	1,041	1,091
n d/s	41,6	49	53	57,5	61,6	70	81,5	91,5	104,2
$\frac{1-z^2}{2}$ $\frac{1-z^4}{2}$	21,2	24,4	24,9	25,6	24,4	20,6	0	24,8	41,8
$\frac{\omega_{17}}{\sqrt{2^2-4}}$							-81,5	-116,3	-146
$\frac{\omega_{17}}{\sqrt{2^2-4}}$							-81,5	-65,7	-62,4
$\frac{T(s)}{\sqrt{1-z^2}}$	0,296	0,258	0,253	0,245	0,258	0,305			

-TABLEAU 1.6. -

Représentation des pôles de la fonction:

$$T(p) = \frac{K_i K_a}{\prod_{i=1}^n \omega_i^2 + 2 \frac{Z_i}{\omega_i} p + 1}$$

$\omega_n = 0,191 \text{ rad/s}$

$i = 1, 2, 3$

- $i = 1 \quad K_1 = 1,09 \quad \omega_1 = 46,8 \text{ rad/s} \quad Z_1 = 0,891$
- $i = 2 \quad K_2 = 0,28 \quad \omega_2 = 81,5 \text{ rad/s} \quad Z_2 = 1$
- $i = 3 \quad K_3 = 0,36 \quad \omega_3 = 95,8 \text{ rad/s} \quad Z_3 = 1,091$

-160 -150 -140 -130 -120 -110 -100 -90 -80 -70 -60 -50 -40 -30 -20 -10

+90
+80
+70
+60
+50
+40
+30
+20
+10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90

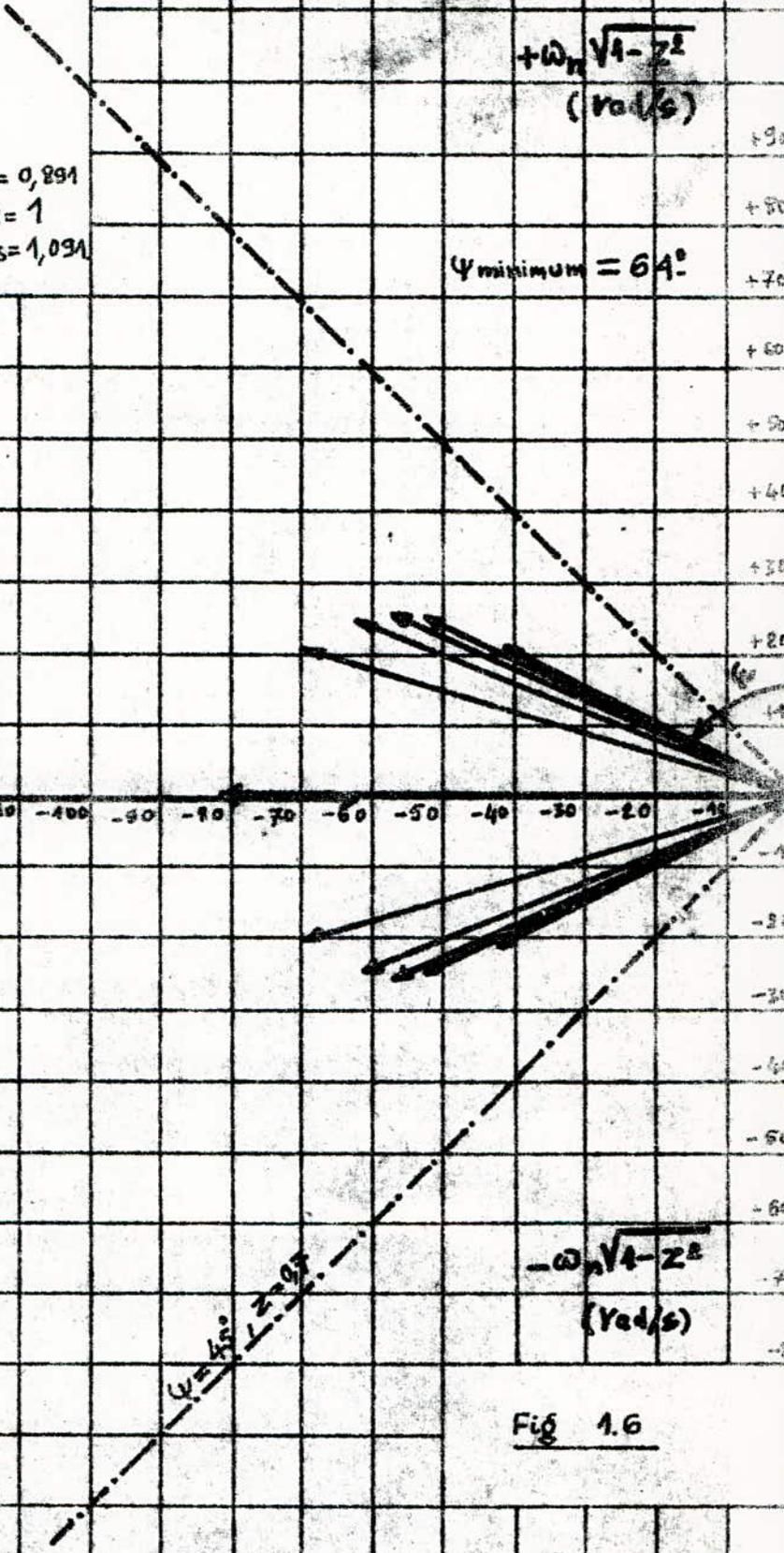


Fig 1.6

I. 17 - FUNCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE FERMEE :

Dans notre cas la fonction de transfert en boucle ouverte est de la forme : $T(p) = \frac{k}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2z}{\omega_n} p + 1}$ le système a été transformé en une boucle à retour unitaire donc si nous appelons $F(p)$ la fonction de transfert en boucle fermée, nous avons :

$$F(p) = \frac{T(p)}{1+T(p)} = \frac{k}{\frac{p^2}{\omega_n'^2} + \frac{2z'}{\omega_n'} p + 1}$$

avec $\omega_n' = \omega_n (1+k)^{1/2}$
 $k = \frac{k}{1+k}$, $z' = \frac{z}{(1+k)^{1/2}}$

ω_n (s)	$6,610^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-4}$	$14 \cdot 10^{-4}$	$16 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	$25,5 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	$36,3 \cdot 10^{-4}$
ζ	0,891	0,895	0,905	0,915	0,93	0,959	1	1,041	1,091
deur	1,49	1,10	0,98	0,87	0,77	0,61	0,48	0,43	0,36
ω_n = 9,49	0,285	0,21	0,187	0,161	0,147	0,1165	0,092	0,082	0,069
ω_n (s)	46,8	54,7	58,7	62,9	66,4	73,1	81,5	87,8	95,8
ζ	0,221	0,174	0,158	0,139	0,128	0,103	0,084	0,076	0,064
ω_n rad/s	53	60,3	64	67,7	71	77	85	91,5	99
ζ	0,785	0,813	0,83	0,845	0,87	0,91	0,96	1	1,05
ω_n rad/s	41,6	49	53	57,2	61,7	70	81,5	91,5	104

$\frac{\omega'_n \sqrt{1-z'^2}}{\omega'_n \sqrt{z'^2-1}}$	32,6	35,2	35,6	35,8	34,8	31,8	24	0	31,3
Racine 1	-41,6 -j32,6	-49 -j35,2	-53 -j35,6	-57,2 -j35,8	-61,7 -j34,8	-70 -j31,8	-81,5 -j24	-91,5	-135,3
Racine 2	-41,6 +j32,6	-49 +j35,2	-53 +j35,6	-57,2 +j35,8	-61,7 +j34,8	-70 +j31,8	-81,5 +j24	-91,5	-72,7
$\frac{2 \pi}{\omega'_n \sqrt{1-z'^2}}$	0,195	0,179	0,177	0,176	0,181	0,198	0,253		
$\frac{K \omega'_n}{\sqrt{1-z'^2}}$	19	18	18,2	17,8	18,4	19,2	24,9		
Réponse impulsionnelle $f(t) = \frac{1}{ka} \frac{z^{-ka}}{F(p)}$ ces valeurs ne contiennent pas $1/ka$.	$19e^{-41,6t} \text{ sim } 32,6 t$	$18e^{-49t} \text{ sim } 35,2 t$	$18,2 e^{-53t} \text{ sim } 35,6 t$	$17,8 e^{-57t} \text{ sim } 35,8 t$	$18,4e^{-61,7 t} \text{ sim } 34,8t$	$19,2e^{-70t} \text{ sim } 31,8 t$	$24,9 e^{-81,5t} \text{ sim } 24 t$	$63,5 t e^{-91,5 t}$	$10 (e^{-72,7t} - e^{-135,3t})$

-TABLEAU 1.7. -

La réponse impulsionnelle figurant dans le tableau a été calculée sur $F(p)$ et non pas $\frac{1}{ka} F(p)$

I.1.8. REPONSE TEMPORELLE DU SYSTEME.

I.1.8.1. REPONSE A UNE IMPULSION :

La fonction de transfert en boucle fermé est de la forme $F(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2Z'}{\omega_n'} p + 1}$

$$F(p) = \frac{K \omega_n'^2}{p^2 + 2Z' \omega_n' p + \omega_n'^2}$$

Pour le cas $Z' < 1$ nous avons $p^2 + 2Z' \omega_n' p + \omega_n'^2 = (p-p_1)(p-p_2)$
avec $p_1 = -Z' \omega_n' - j \omega_n' (1-Z'^2)^{\frac{1}{2}}$
 $p_2 = -Z' \omega_n' + j \omega_n' (1-Z'^2)^{\frac{1}{2}}$

Nous considérons la réponse à l'impulsion $\delta(t)$ (telle que $\delta(p) = 1$) d'où $S(p) = F(p)$ (la fonction de transfert est dans tous les cas la réponse à l'impulsion unitaire.)

$$\text{Nous avons } F(p) = \frac{K \omega_n'^2}{p^2 + 2Z' \omega_n' p + \omega_n'^2} = \frac{K \omega_n'^2}{(p-p_1)(p-p_2)} =$$

$$\frac{A}{p-p_1} + \frac{B}{p-p_2}$$

$$\text{Avec } A = (F(p) (p-p_1))_{p=p_1} = \frac{K \omega_n'^2}{p_1-p_2}$$

$$B = (F(p) (p-p_2))_{p=p_2} = \frac{K \omega_n'^2}{p_2-p_1} = -A$$

$$S(p) = F(p) = \frac{K \omega_n'^2}{p_1-p_2} \left(\frac{1}{p-p_1} - \frac{1}{p-p_2} \right)$$

$$p_1-p_2 = -2j \omega_n' (1-Z'^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$S(t) = \frac{K \omega_n'^2}{-2j \omega_n' (1-Z'^2)^{\frac{1}{2}}} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$$

$$e^{p_1 t} - e^{p_2 t} = e^{(-Z' \omega_n' - j \omega_n' (1-Z'^2)^{\frac{1}{2}}) t}$$

$$- e^{(-Z' \omega_n' + j \omega_n' (1-Z'^2)^{\frac{1}{2}}) t}$$

$$= e^{-Z' \omega_n' t} (e^{-j \omega_n' (1-Z'^2)^{\frac{1}{2}} t}$$

$$- e^{+j \omega_n' (1-Z'^2)^{\frac{1}{2}} t}$$

$$= e^{-z' w' n t} (-2j \sin w' n (1-z'^2)^{\frac{1}{2}} t)$$

$$s(t) = \frac{K w' n^2}{-2j w' n (1-z'^2)^{\frac{1}{2}}} e^{-z' w' n t} (-2j \sin w' n (1-z'^2)^{\frac{1}{2}} t)$$

$$s(t) = \frac{K w' n}{(1-z'^2)^{\frac{1}{2}}} e^{-z' w' n t} \sin w' n (1-z'^2)^{\frac{1}{2}} t$$

La réponse à l'impulsion est donc une sinusoïde de pulsation $w' n (1-z'^2)^{\frac{1}{2}}$ enveloppée par une exponentielle amortie $e^{-z' w' n t}$ dont la constante de temps est :

$$T1 = \frac{1}{z' w' n}$$

Dans le cas où $z' = 1$

Nous avons $p^2 + 2z' w' n p + w' n^2 = (p-p1)^2$ avec $p1 = -w' n$

$$p^2 + 2 z' w' n p + w' n^2 = (p+w' n)^2$$

$$d'où s(p) = F(p) = \frac{K w' n^2}{(p+w' n)^2} \text{ et } S(t) = K w' n^2 t e^{-w' n t}$$

Dans le cas où $z' > 1$

Nous avons $p^2 + 2 z' w' n p + w' n^2 = (p-p1) (p-p2)$

$$p1 = -z' w' n - w' n (1-z'^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$p2 = -z' w' n + w' n (1-z'^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$s(p) = F(p) = \frac{K w' n^2}{(p-p1) (p-p2)}$$

$$s(t) = \frac{K w' n^2}{(p1-p2)} (e^{p1 t} - e^{p2 t})$$

$$s(t) = \frac{K w' n}{(z'^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} e^{-z' w' n t} \text{sh} (w' n (z'^2 - 1)^{\frac{1}{2}} t)$$

I . 1.8.2. : REPONSE A UN ECHELON UNITAIRE :

$$E(p) = 1/p \quad S(p) = \frac{F(p)}{p} \text{ cette relation montre que}$$

la réponse à l'échelon unité peut être obtenue par intégration à partir de la réponse à l'impulsion déterminée précédemment, mais pour éviter des erreurs dues aux valeurs aux limites, nous déterminerons cette réponse par le procédé précédent.

Cas où $Z' < 1$:

$$p^2 + 2 Z' w' n p + w' n^2 = (p-p_1)(p-p_2)$$

$$p_1 = -z' w' n - j w' n (1 - z'^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$p_2 = -z' w' n + j w' n (1 - z'^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$S(p) = \frac{1}{p} \frac{\kappa w' n^2}{(p-p_1)(p-p_2)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p-p_1} + \frac{C}{p-p_2}$$

$$A = (p S(p))_{p=0} = \frac{\kappa w' n^2}{(-p_1)(-p_2)} = \frac{\kappa w' n^2}{p_1 p_2} = \kappa$$

$$B = ((p-p_1) S(p))_{p=p_1} = \frac{\kappa w' n^2}{p_1 (p_1 - p_2)}$$

$$C = ((p-p_2) S(p))_{p=p_2} = \frac{\kappa w' n^2}{p_2 (p_2 - p_1)}$$

$$S(p) = \frac{\kappa}{p} + \frac{\kappa w' n^2 / p_1 (p_1 - p_2)}{p - p_1} + \frac{\kappa w' n^2 / p_2 (p_2 - p_1)}{p - p_2}$$

$$S(p) = \frac{\kappa}{p} + \frac{\kappa w' n^2}{p_2 p_1 (p_1 - p_2)} \left(\frac{p_2}{p - p_1} - \frac{p_1}{p - p_2} \right)$$

$$S(t) = \kappa \cdot h(t) + \frac{\kappa}{\cos \varphi} e^{-z' w' n t} \cos (w' n (1 - z'^2)^{\frac{1}{2}} t + \varphi + \pi)$$

$$h(t) \text{ est l'échelon unitaire. avec } \operatorname{tg} \varphi = \frac{z'}{(1 - z'^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\cos \varphi = (1 - z'^2)^{\frac{1}{2}}$$

cas où $Z' = 1$

$$p^2 + Z' w'n p + w'n^2 = (p - p_1)^2$$

$$p_1 = -w'n$$

$$p^2 + 2Z'w'np + w'n^2 = (p + w'n)^2$$

$$S(p) = \frac{F(p)}{p} = \frac{kw'n^2}{p(p+w'n)^2} \equiv \frac{k}{p(1+\frac{p}{w'n})^2} \text{ on pose } T = \frac{1}{w'n}$$

$$S(t) = k \left(1 - \frac{T+t}{T} e^{-t/T} \right)$$

cas où $Z' > 1$

$$p^2 + 2Z'w'np + w'n^2 = (p - p_1)(p - p_2)$$

$$p_1 = -Z'w'n - w'n (Z'^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$$

$$p_2 = -Z'w'n + w'n (Z'^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$$

$$S(p) = \frac{F(p)}{p} = \frac{kw'n^2}{p(p-p_1)(p-p_2)} =$$

$$\frac{k}{p} + \frac{k}{2w'n (Z'^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{p_1}{p-p_2} - \frac{p_2}{p-p_1} \right)$$

$$S(t) = k u(t) + \frac{k}{2w'n(z'^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} (P_1 e^{p_2 t} - P_2 e^{p_1 t})$$

I .1.9. // CONCLUSIONS :

1.9.a) Notre système admet une marge de gain infinie et une grande marge de phase nettement supérieure aux valeurs assurant une bonne stabilité (Marge de gain égale à 12 dB et Marge de phase de 45° chiffré le degré d'une assez bonne stabilité).

1.9.b) Dans notre cas le gain en basse fréquence (gain statique) est faible, la précision en dépend et est de ce fait mauvaise.

L'erreur permanente est donnée par la relation :

$$\mathcal{E}(\infty) = e(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{-s(0)}{p} \mathcal{E}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{\mathcal{E}(p)}{1 + T(p)}$$

pour une entrée échelon unité $\mathcal{E}(p) = \frac{1}{p}$

$$\mathcal{E}(\infty) = \frac{1}{1 + T(0)}$$

L'erreur permanente est pour nous grande :

pour $Z = 0,891$, $K = 0,285$ on a : $\mathcal{E}(\infty) = 0,79$

pour $Z = 1$ $K = 0,092$ $\mathcal{E}(\infty) = 0,92$

pour $Z = 1,091$ $K = 0,069$ $\mathcal{E}(\infty) = 0,93$

1.1.9.c Notre système n'est pas rapide.

1.1.9 d) Nous utiliserons donc un correcteur intégral en basse fréquence pour augmenter le gain statique et un correcteur par avance de phase pour essayer d'augmenter les fréquences de résonances et donc la rapidité du système.

1.1.9 e) Nous procéderons à un réglage ($\delta = 2,3\text{dB}$) avant la correction

I .1.10. // CARACTERISTIQUES D'UN BON SERVOMECHANISME :

De manière générale on considère comme bon un asservissement qui :

- est stable
- possède un gain en boucle ouverte élevé.
- a une fréquence de résonance élevée.

C'est surtout à ces deux dernières propriétés que nous devons remédier pour améliorer les performances de notre système.

I .1.10.a) TABILITE :

Elle doit être maintenue malgré des fluctuations, ou des variations systématiques des conditions d'emploi (e.g : présence de retards parasites, variations des conditions d'alimentation d'un servomoteur, variation de vitesse....)

Marge de phase de 45 à 50°, marge de gain de 10 à 15 dB.

Facteur de résonance Q de 1,3 environ (soit 2,3 dB)

Il faut voir dans ces chiffres un ordre de grandeur : ils n'ont qu'une valeur relative et doivent être adaptés au problème.

Ainsi on pourra être amené à prescrire une plus grande marge de gain ou une plus grande marge de phase.

Pour la régulation, un asservissement est d'autant plus raide, moins sensible aux perturbations que son gain en boucle ouverte est élevé.

I.1.10.b) REQUENCE DE RESONANCE ELEVEE - LARGE BANDE PASSANTE

C'est une façon de chiffrer la rapidité du système.

On sait en effet que la fréquence propre mesure la rapidité de réponse du système.

L'intérêt d'une haute fréquence est en effet tempéré de résonance par les considérations suivantes :

D'abord et surtout, il convient de rappeler que les fonctions de transfert des éléments d'un système asservi sont en général définis dans une bande de fréquence (0, F).

Si la fréquence propre du système asservi est de l'ordre de F, les expressions des fonctions de transfert risquent de n'être plus valides pour les conditions dans lesquels le système travaille.

ex : les fonctions de transfert d'un avion sont rarement sûres au delà de 1,5 Hz.

Ensuite, de considérations de bruit de fond conduisent à éviter de trop fortes augmentations de la bande passante. Elles ne jouent du reste qu'à titre de deuxième approximation quand il s'agit de réglages de servomécanismes.

Enfin, il arrive exceptionnellement que la rapidité de réponse de certains systèmes ne croisse pas avec la fréquence de résonance.

I.1.10c) - **R**APIDITE :

La condition que le système soit suffisamment rapide s'exprime en stipulant que le temps de réponse soit, suffisamment court.

Le temps de réponse est défini comme le temps au bout duquel la réponse du système atteint à 5% près sa valeur finale pour une excitation unitaire. C'est le temps après lequel le système ne s'écarte pas de plus de $\pm 5\%$ de son état permanent.

Quand un phénomène transitoire est oscillant, sa durée peut aussi être caractérisé par la période des oscillations transitoires, à condition que l'on connaisse leur amortissement ou taux de croissance en amplitude. La fréquence des oscillation transitoires est appelé la fréquence propre du système.

Le temps de réponse est un moyen de chiffrer la durée du régime transitoire. Mathématiquement parlant, cette durée est infinie cependant en pratique, on considère que le régime transitoire est terminé quand il a décru jusqu'à un pourcentage suffisamment faible de son amplitude initiale.

Les valeurs usuelles de ce pourcentage sont 5% et plus rarement 2%.

Notant que, outre le gain en boucle ouverte et l'amortissement, la fréquence de résonance constitue un troisième critère important des asservissements, et mesure approximativement la rapidité du régime transitoire.

REMARQUE :

La fréquence propre est un moyen de caractériser la rapidité de réponse souvent plus commode que le temps de réponse. Mais son application est moins générale, car :

a) On peut parler de fréquence propre que dans le cas des oscillations. Sont donc exclus les systèmes à réponse apériodique.

b) La fréquence propre n'est une mesure de la rapidité de réponse que lorsqu'on compare deux systèmes possédant à peu près le même degré d'amortissement.

c) ζ étant réglé à la valeur optimum, la fréquence élevée est donc un critère de rapidité assez général en matière de système de commande.

I. 2.1. - COMPENSATION :

Les deux principaux types de compensation susceptibles de reculer les limites du compromis stabilité - précision et que nous utiliserons tous les deux pour corriger notre fonction de transfert en boucle ouverte sont les suivants :

I. 2.1.a) - VANCE - DE - PHASE :

- à précision égale, augmenter l'amortissement.
Ce réseau correcteur a pour tâche essentielle de joindre à la phase négative du système, une phase positive au voisinage de la résonance afin de maintenir la fonction de transfert en boucle ouverte à une marge de gain et phase convenable du point critique - 1 (0 dB, - 180°).

Une propriété très intéressante de ce réseau avanceur de phase est celle d'augmenter la fréquence de résonance et donc la rapidité du système c'est donc pour cette propriété que sera utilisé dans notre système un réseau de ce type.

Ce réseau est donc placé au voisinage de la résonance ou plus exactement pour nous le maximum de phase introduit sera placé à la résonance la plus élevée quand le frottement varie pour $f \approx f_{\text{maximum}} = 36,3 \cdot 10^{-4}$ N.s.
nous avons $\omega r = 300$ rad/s.)

Ce réseau possède un effet très nuisible puisqu'il diminue le gain en basse fréquence et affecte donc la précision. On compensera cette chute par le gain des amplis.

La fonction de transfert du réseau possédant ces propriétés est :

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{1 + a \tau_a p}{1 + \tau_a p}$$

I.2.1.b) - COMPENSATION - INTEGRAL :

- à amortissement égal, augmenter la précision.
Notre système ne possède pas d'intégration, notre gain en boucle ouverte est faible et il est encore affaibli par le facteur de proportionalité tension de sortie - vitesse de rotation de l'arbre de la génératrice tachymétrique de retour, la précision de notre système est de ce fait très mauvaise.

Nous devons donc augmenter considérablement le gain statique de la boucle ouverte et nous essayerons de laisser le même gain en haute fréquence afin de ne pas affecter la stabilité.

Le réseau de compensation intégrale possède un effet secondaire nuisible, qui est l'adjonction d'une phase négative dans la région de fréquences où il opère. Cet effet a tendance à diminuer les fréquences de résonance et donc la rapidité du système d'où la nécessité d'utilisation d'un réseau avance de phase pour y remédier.

Du fait de cet effet secondaire nuisible, nous ferons très attention à l'emplacement d'un tel réseau dans la zone des fréquences.

Au voisinage de la plus petite résonance ($\omega_r = 100$ rad/s) nous maintiendrons uniquement une phase résiduelle de 5° .

La fonction de transfert du réseau intégral étant :

$$\frac{1 + \tau_i p}{1 + b \tau_i p} \text{ avec } b > 1$$

Le déphasage du réseau au voisinage de ω_r est :

$$-\arctg b \tau_i \omega_r + \arctg \tau_i \omega_r = \varphi_0$$

avec $\varphi_0 = -5^\circ$

b est assez grand, donc $\arctg b \tau_i \omega_r = \pi / 2$.

$$\arctg \tau_i \omega_r = \pi / 2 - 5^\circ = 85^\circ$$

$$\tau_i \omega_r = \operatorname{tg} 85^\circ = 11,43$$

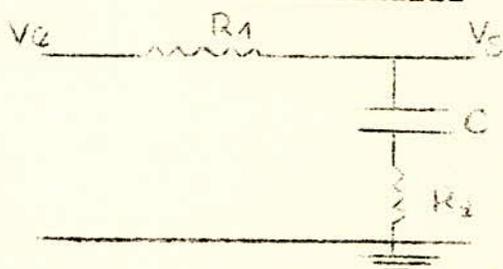
$$\omega_r = 100 \text{ rad/s}$$

$$\tau_i = 0,11 \text{ s}$$

Nous prendrons τ_i égale à 0,1 seconde

I.2.10.c - RÉALISATION À L'AIDE DE RESEAUX PASSIFS :

Réseau intégral :



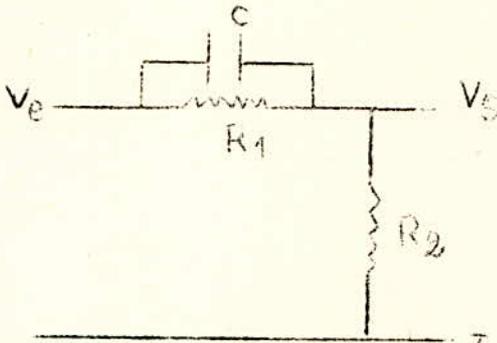
$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1 + R_2 C p}{1 + (R_1 + R_2) C p}$$

$$\tau_i = R_2 C$$

$$b = 1 + R_1 / R_2$$

L'impédance d'entrée du circuit doit être grande.

Réseau avance de phase :



$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + R_1 C p}{1 + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) C p}$$

$$\tau_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$$

$$a = 1 + R_1/R_2$$

L'impédance d'entrée du circuit de charge doit dans ce cas également être très grande.

La réalisation des correcteurs à l'aide de circuits actifs fera l'objet de la simulation.

I.2.10.d. - // - FFET SUR LES BRUITS :

Nous savons que le réseau avanceur de phase amplifie les bruits parasites par contre le réseau intégral possède l'avantage d'avoir un effet heureux sur les bruits de fond parasites présents dans le signal d'écart $\xi(t)$.

De ce fait nous placerons d'abord le réseau intégral à la sortie du comparateur puis le préampli à grande impédance d'entrée, ensuite nous placerons le réseau avanceur de phase qui sera chargé par l'amplificateur de puissance à porte impédance d'entrée.

I.2.2. - //) REGLAGE DU GAIN :

Nous réglerons le gain de la fonction de transfert en boucle ouverte en agissant sur le gain des amplificateurs dont il n'a pas été question jusqu'à présent.

Nous avons vu que $w'n = wn (1+k)^{\frac{1}{2}}$ et $Z' = \frac{Z}{(1+k)^{\frac{1}{2}}}$

w' et Z' sont respectivement la pulsation propre, et le facteur d'amortissement en boucle fermée définie précédemment.

...../...

Donc plus k (k étant le gain de la boucle ouverte) augmente plus $w'n$ augmente et donc la bande passante et la rapidité du système, c'est donc là un effet bénéfique produit par l'augmentation du gain k .

Mais pour Z' , plus k augmente, plus Z' diminue et avec lui l'amortissement du système ; la durée du régime transitoire augmente.

Ce compromis sera levé par le réglage optimum

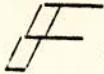
$Q = 2,3$ dB (ou encore $1,2 \leq Q \leq 1,5$ et sa valeur en décibel $1,6 \leq Q \leq 3,5$)

R REMARQUE IMPORTANTE :

Pour nous $F(0)$ est différent de zéro décibel, nous ne recherchons donc pas la tangence avec le contour 2,3 dB (sur l'abaque de Black) mais avec pour chaque courbe ($Q + F(0)$) dB.

Z	F(0)	F(jw _p)	F(jwc)	Marge de Gain.	Marge des am gain.	Gain plis. A (dB)	A	w _p (rad/s)	w _c (rad/s)
,891	-1,2	1,4	-7,2	∞	45°	25	17,8	100	220
	-2,1	0,25	-8,1	∞	60	31	35,5	190	260
,091	-1,4	1	-7,4	∞	52	37	71	220	320

-TABLEAU 2.2.1. -

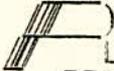
-o-  ONCTIONS DE TRANSFERT APRES LE PREMIER REGLAGE DE GAIN -o-

-----ooo000ooo-----

		W	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Z=0,891	A1 (dB)	14	13,9	13,3	12	10,4	8,4	6,6	5,2	3,6	1,3	0	-9,2	-18,2	-22,6	-26,4	-29,4	-31,8	-34	-37,4	-38,6	
	φ1 (degré)	0	-13	-29	-44	-65	-95	-105	-113	-118	-123	-127	-151	-162	-167	-171	-172	-173	-174	-175	-175	
	τ2 (dt)	10,8	10,6	10,1	9,6	9	8,2	7	6	5,2	4	3	-3,6	-12,3	-16,6	-20,4	-23,4	-25,8	-28	-31,4	-32,6	
	φ2 (degré)	0	-13	-28	-40	-52	-65	-74	-81	-88	-96	-102	-135	-149	-157	-162	-165	-167	-168	-170	-171	
Z=1,091	A3 (dB)	13,7	13,6	13,4	12,8	12	11,2	10,4	9,4	8,6	7,5	6,6	1,8	-6,4	-10,6	-14,4	-17,4	-19,8	-22	-25,4	-26,6	
	φ3 (degré)	0	-12	-25	-36	-45	-53	-61	-68	-75	-85	-90	-122	-138	-149	-156	-162	-166	-168	-170	-171	

-TABLEAU 2.2.2. -

I.2. 3-  CORRECTION INTEGRAL : (Voir représentation de l'amplitude et de la phase du correcteur en fig. 2.3.).

I.2. 3.1. -  LACEMENT DU CORRECTEUR :

Nous allons d'abord essayer d'augmenter considérablement le gain en utilisant un correcteur intégral réalisable en circuit actif.

$$\frac{1 + 0,1 p}{1 + 10 p} \quad \text{avec } \tau_i = 0,1s \text{ et } b = 100 \text{ (cette valeur est un peu exagérée pour un circuit passif où } b \text{ est maximum égal à } 10 \text{ en général.)}$$

et nous multiplierons le gain précédent des amplificateurs par 100.

La fonction de transfert corrigée est donnée par le tableau suivant :

Z	W	0,1	1	2	3	4	5	6
0,891	A ₁ (dB)	51	34	28	24,5	22,5	21	19,8
	∅ ₁ (degré)	-45	-80	-80	-76	-72,5	-68,5	-65
1	A ₂ (dB)	47	30	24	21	19	17	15
	∅ ₂ (degré)	-45	-80	-80	-76	-72,5	-68,5	-65
1,091	A ₃ (dB)	50,7	37,7	27,7	24,2	20,7	19,5	18,7
	∅ ₃ (degré)	-45	-80	-80	-76	-72,5	-68,5	-65

-TABLEAU 2.3.1. -

W	7	8	9	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	
Z=0,891 A ₁	19	18,2	17,3	16,9	14,3	12,4	10,6	8,6	6,7	5,2	3,6	1,3	0,2	-9,2	-18,2	-22,6	-26,4	-29,4	-31,8	-34	-37,4	-38,6	-40,1
ϕ_1	-63	-60	-58	-58	-55	-62	-78	-106	-114	-121	-125	-129	-132	-153	-163	-168	-172	-173	-174	-175	-176	-177	-177
Z=1 A ₂	15,8	15	14	13,8	11,1	10	9,2	8,4	7,1	6	5,2	4	3	-3,6	-12,3	-14,6	-19,4	-21,4	-25,8	-26	-29,4	-30,6	-32,1
ϕ_2	-63	-60	-58	-58	-53	-58	-65	-76	-82	-89	-95	102	-107	-137	-150	-158	-163	-166	-168	-170	-171	-172	-172
Z=1,091 A ₃	18,7	17,9	17	16,6	14,4	13,2	12,2	11,4	10,5	9,4	8,6	7,5	6,6	1,8	-6,4	-10,6	-14,4	-17,4	-19,8	-22	-25,4	-26,6	-28,1
ϕ_3	-63	-60	-57	-57	-51	-54	-58	-64	-70	-76	-82	-91	-95	-124	-139	-150	-155	-163	-167	-170	-171	-172	-172

(VOIR LE TRACE DANS LE PLAN DE BLACK EN FIGURE 2.3.1.)

TABLEAU 2.3.1. -

A(%)

Diagrammes amplitude et phase du
Correcteur Intégral

$$100 \cdot \frac{1 + 0,1p}{1 + 10p}$$

A : amplitude

ϕ : phase

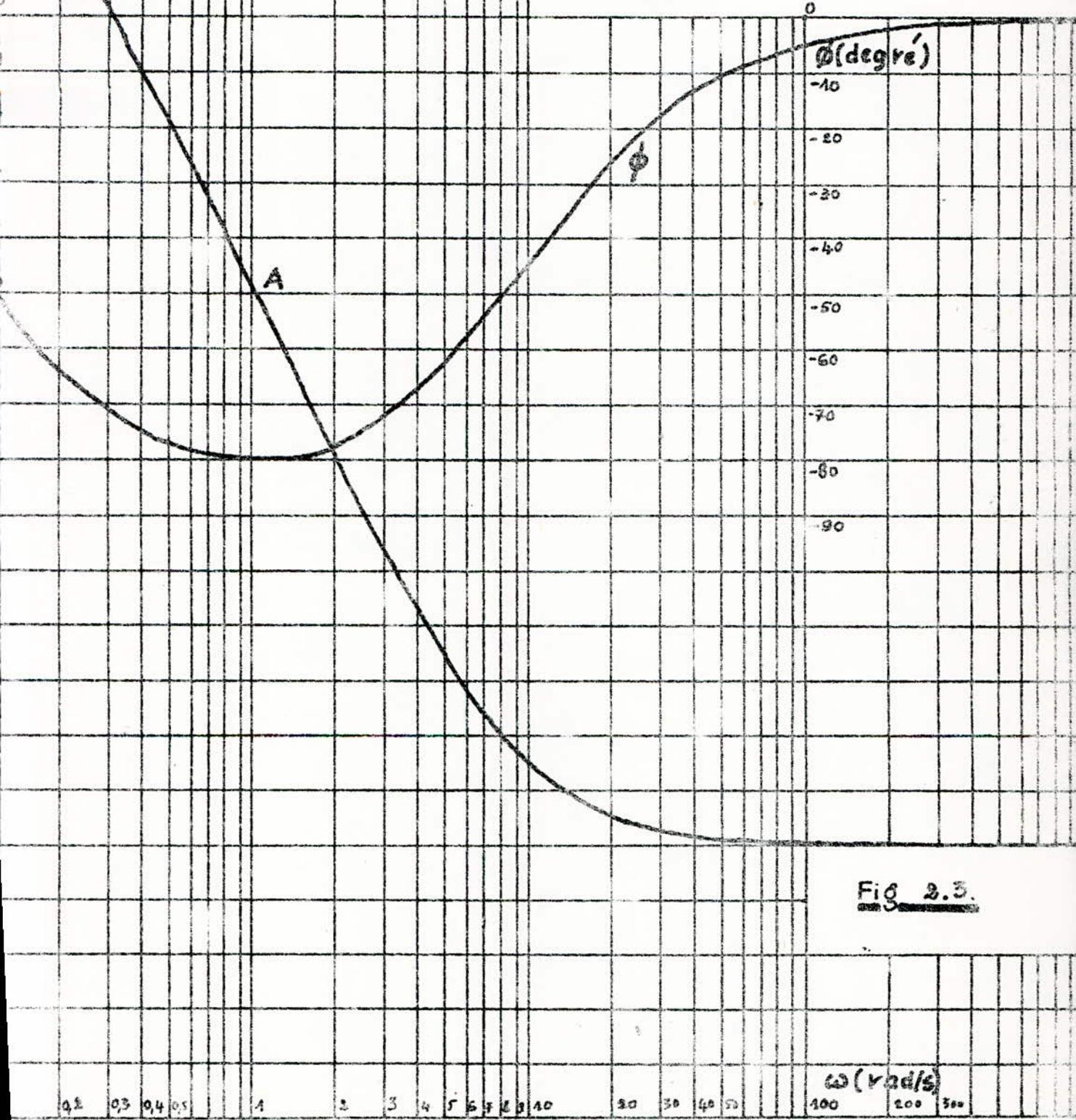


Fig 2.3.

ω (rad/s)

0.1 0.2 0.4 0.5 1 2 3 4 5 6 8 10 20 30 40 50 100 200 300

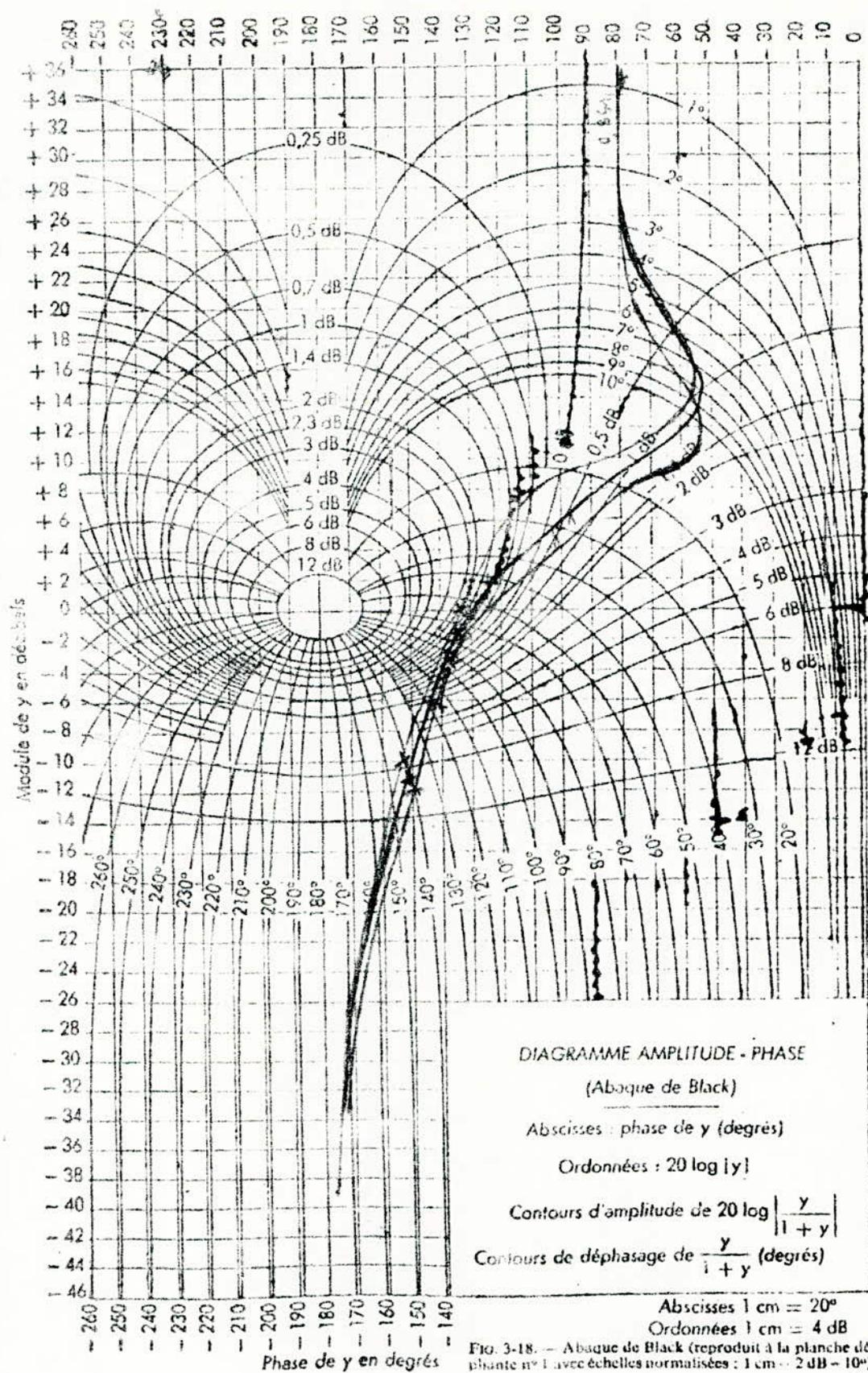


FIG. 3-18. — Aboque de Black (reproduit à la planche de-
 planté n° 1 avec échelles normalisées : 1 cm = 2 dB - 10°).

fig 2.3.1

Resonance
 Inductance

I.2. 3.2 - CONCLUSION :

Le gain statique a été considérablement augmenté par les deux opérations précédentes : réglage optimum de gain et correction intégral.

Nous effectuons un nouveau réglage de gain mais cette fois-
notre contour $F(j\omega)$ est le contour 2,3 dB car $F(0)$ est
très voisin de zéro décibel et donc $F(j\omega) = 0$

Z	A	ω_r (rad/s)	ω_c (rad/s)	Nouveau Réglage (dB)
0,891	1990	100	170	1
1	5000	170	200	3,5
1,091	4660	140	240	3,5

TABLEAU 2.3.2.

pour $Z = 0,891$ nous avons $T(0) = 355$ l'erreur permanente
est égale à $2,8 \cdot 10^{-3}$. Le temps de réponse est $t_r = \frac{11}{\omega_c}$

d'où $t_r = 18,5$ ms

pour $Z = 1$ nous avons $T(0) = 224$ d'où $\xi(\infty) = 4,4 \cdot 10^{-3}$
et le temps de réponse est $t_r = 15,7$ ms.

pour $Z = 1,091$ nous avons $T(0) = 343$ l'erreur permanente
 $\xi(\infty) = 2,9 \cdot 10^{-3}$, le temps de réponse est dans ce cas
égale à $t_r = 13$ ms.

Donc les performances de ce système sont assez bonnes, mais souvent les applications on peut chercher à augmenter la rapidité pour cela nous avons placé le correcteur avance de phase suivant :

$$1/3 \frac{1 + 3p/300}{1 + p/300}$$

I.2.14.- CORRECTEUR AVANCE DE PHASE :

La fonction de transfert est représentée en amplitude et phase en figure 2.4.1.)

Le choix du correcteur avance de phase tiendra compte de l'effet secondaire nuisible introduit par ce correcteur c'est à dire le facteur $\frac{1}{10}$ (atténuation du gain et affectation par la même occasion du gain en boucle ouverte et donc de la précision) pour compenser cette atténuation, nous devons augmenter le gain de nos amplificateurs et si le facteur a est assez élevé nous risquons d'avoir un très fort gain et être limité par le compromis gain-bande passante des amplificateurs électroniques utilisés dans la simulation. Donc notre choix est déjà limité par ce compromis.

Le deuxième facteur est la constante de temps τ_a qui définira avec a la zone d'influence de ce correcteur.

Notre propre choix sera fait en tenant compte surtout de la fonction de transfert en boucle ouverte (de son aspect). Nous placerons le maximum de phase introduit par ce correcteur au voisinage de la résonance la plus élevée.

Lorsque le frottement f décrit sa plage de variation la pulsation de résonance varie de 100 rad/s à 300 rad/s.

Nous utiliserons un seul correcteur pour toute la zone de variation des frottements. Le maximum de phase du correcteur sera placé au voisinage de $\omega_r=300$ rad/s c'est à dire la pulsation maximale de toute la zone de variation.

Mais seulement comme nous l'avons déjà dit précédemment ce maximum de phase introduit par le correcteur augmente avec a (et avec lui la rapidité du système) et nous serons donc limité par le compromis gain-bande passante.

Lorsque le correcteur avance de phase est placé pour remédier à la déstabilisation du système une étude théorique exact basé sur le point de coupure de l'axe réel négatif sur le plan de Nyquist par le lieu de transfert en boucle ouverte (Méthode de Kvo).

Pour nous le placement tiendra beaucoup plus des tracés des fonctions de transfert de notre système en boucle ouverte, et de l'ensemble des courbes d'amplitude et surtout de phase des correcteurs avec différentes valeurs de a .

Reseau correcteur par avance de phase.

$$\frac{1}{3} \frac{1 + 3P/300}{1 + P/300}$$

A : amplitude.
 ϕ : phase.

ϕ (degré)

A (dB)

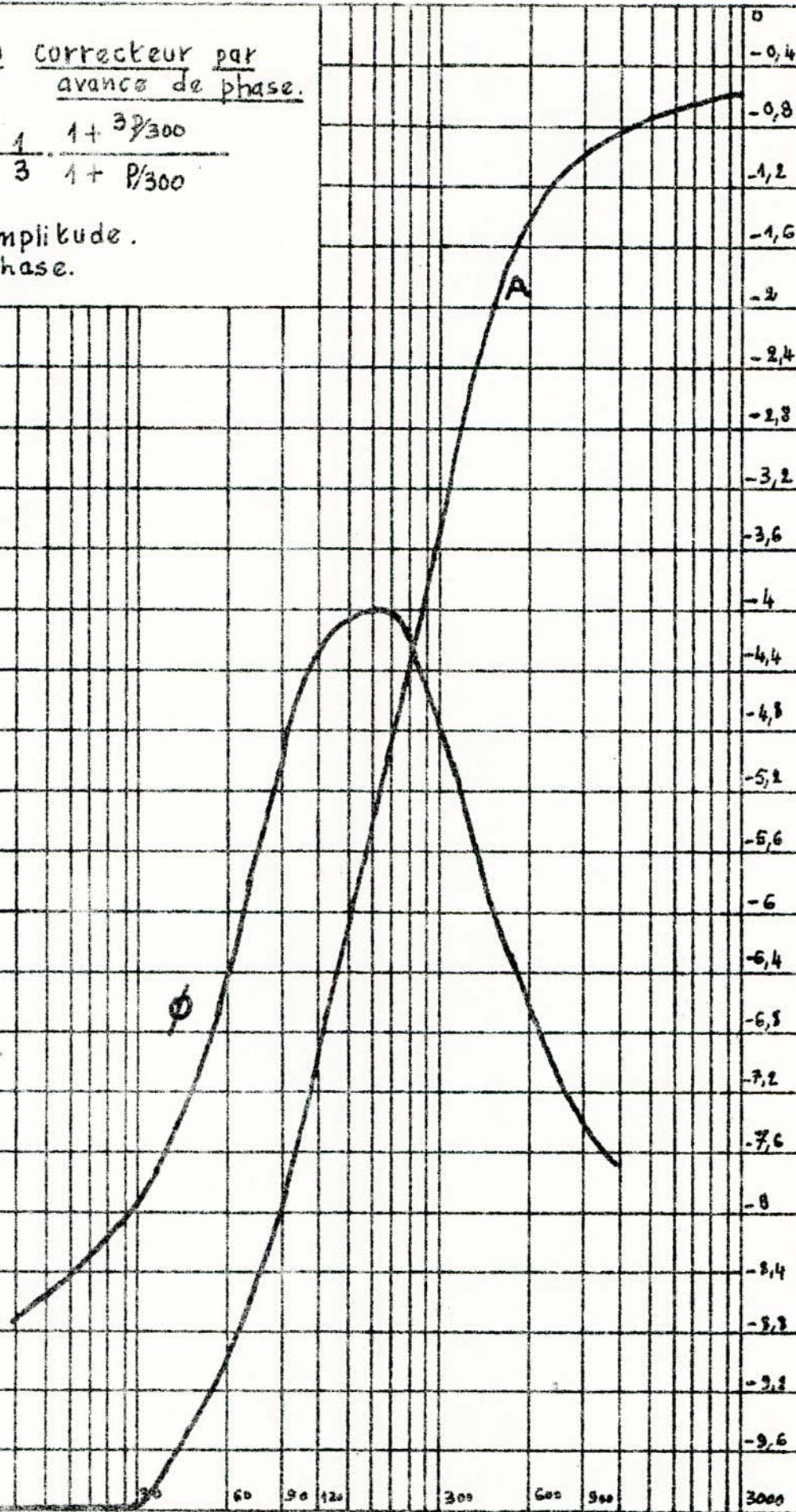


Fig 2.4.1.

ω (rad/s).

Nous avons choisi finalement le correcteur suivant :

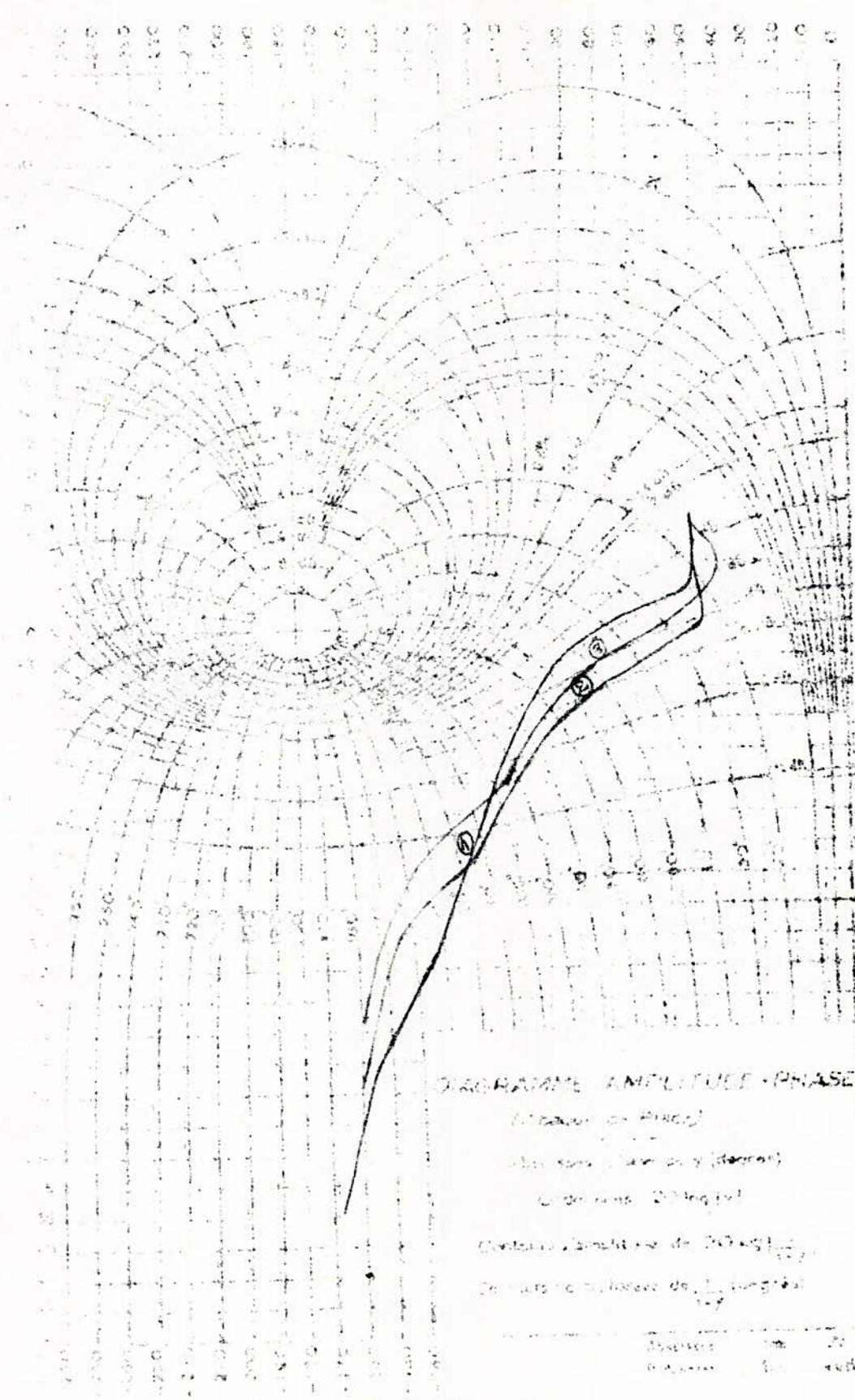
$$\frac{1}{3} \frac{1 + 3p/300}{1 + P/300}$$

Le correcteur est un correcteur de phase en avance. Il est caractérisé par une courbe de phase qui est en avance sur la courbe de gain. La courbe de gain est en avance sur la courbe de phase. La courbe de phase est en avance sur la courbe de gain.

-o- ONCTIONS DE TRANSFERT CORRIGE RESEAU INTEGRAL ET AVANCE DE PHASE :

W rad/s	10	30	60	90	100	200	300	600	900	1000	
A1 (dB)	6,9	2,4	-2,7	-6,7	-7	-14	-21,6	-28,4	-36,4	-37,7	Z=0,891
Ø 1 degré	-52	-52	-96	-104	-105	-123	-137	-156	-163	-165	
A2	3,8	0	-1,9	-4	-4	-8,4	-15,7	-20	-28,4	-29,7	Z=1
Ø 2	-52	-48	-65	-73	-80	-107	-124	-149	-158	-160	
A3	6,6	3,2	1,5	0,5	-0,4	-3	-9,8	-16,4	-24,4	-25,7	Z=1,091
Ø 3	-51	-44	-52	-66	-68	-96	-113	-146	-156	-160,4	

Voir la représentation dans le plan de Black en figure 2.4.1.



(1=3)

- ① : 0,85A
- ② : 1
- ③ : 1,09A

XX

fig 2.4.2

PROGRAMME AMPLITUDE-PHASE

(Moyenne de Phase)
 Amplitude (en dB)
 Déphasage (en degrés)
 Courbes d'amplitude de 20 log |G|
 Courbes de phase de $\frac{1}{2} \arg G$

Amplitude	en	dB
Déphasage	en	degrés

Z.	Nouveau Réglage en dB	A gain (dB)	ω_R (rad/s)	ω_C (rad/s)
0,891	20	20.000	250	620
1	11	17.700	350	800
1,091	10	14.000	420	800

Tableau 2.4.3.

Les paramètres qui nous intéressent sont la précision et la rapidité :

pour $Z = 0,891$ $\epsilon(\infty) = 1,75 \cdot 10^{-4}$ $tr = 5 \text{ ms}$

pour $Z = 1$ $\epsilon(\infty) = 6,13 \cdot 10^{-4}$ $tr = 3,9 \text{ ms}$

pour $Z = 1,091$ $\epsilon(\infty) = 10^{-3}$ $tr = 3,9 \text{ ms}$

La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$T(p) = A_i \left(\frac{1+0,1p}{1+10p} \right) \left(\frac{1}{3} \frac{1 + 3p/300}{1 + p/300} \right) \left(\frac{K_i}{\frac{p^2}{\omega_i^2} + \frac{2Z_i p}{\omega_i} + 1} \right)$$

Les valeurs de A_i , K_i , ω_i et Z_i varient avec le frottement :

pour $f = 6,6 \cdot 10^{-4}$ N.s nous avons $A_1 = 20.000$ $K_1 = 0,285$ $\omega_1 = 46,8 \text{ (rad/s)}$
 et $Z_1 = 0,891$

pour $f = 25,5 \cdot 10^{-4}$ N.s nous avons $A_2 = 17.700$ $K_2 = 0,0892$ $\omega_2 = 81,55 \text{ (rad/s)}$ -
 $Z_2 = 1$

pour $f = 36 \cdot 10^{-4}$ N.s nous avons $A_3 = 14.000$ $K_3 = 0,069$ $\omega_3 = 95,8 \text{ (rad/s)}$
 $Z_3 = 1,091$

1.2.5 - Correction intégrale avec $b = 10$.

Suivant les applications que l'on veut faire de notre asservissement de vitesse, les correcteurs changent. On peut avoir besoin d'une très bonne précision et d'une bonne rapidité, dans ce cas nous serons obligés de réaliser la fonction précédente.

Maintenant, on peut avoir besoin d'une bonne rapidité du système mais uniquement d'une précision satisfaisant aux normes d'une bonne réponse, et non aussi que celle déterminée précédemment dans ce cas on peut utiliser un correcteur intégral du type $\frac{1 + 0,1p}{1 + p}$ et le gain des amplis sera uniquement multipliés par 10.

Nous avons dans ce cas $b = 10$ et ce correcteur est aussi bien réalisable en circuit passif qu'en circuit actif.

- TABLEAU DE VALEURS DU RESEAU : 10. $\frac{1 + 0,1p}{1 + p}$ (représenté en figure 2.5.1.)

ω (rad/s)	0,1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20
λ (dB)	20	17	13	10,5	8,5	7	5,8	5	4,3	3,5	3	1
ϕ degré	-5	-40	-56	-54	-52	-50	-48	-45	-43	-40	-25	-18

TABLEAU 2.5.1.

ω rad/s)	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500
λ (dB)	0,6	0,4	0,25	0,2	0,1	0,1	0,1	0	0	0	0	0
ϕ degré)	-13	-10	-8	-7	-6	-6	-5	-2	-1	-1	-1	-1

TABLEAU 2.5.1. (SUITE)

Courbes de Bode du Correcteur-Intégral

Fonction représentée:

$$10 \cdot \frac{1 + 0,1p}{1 + p}$$

A: amplitude.
φ: phase.

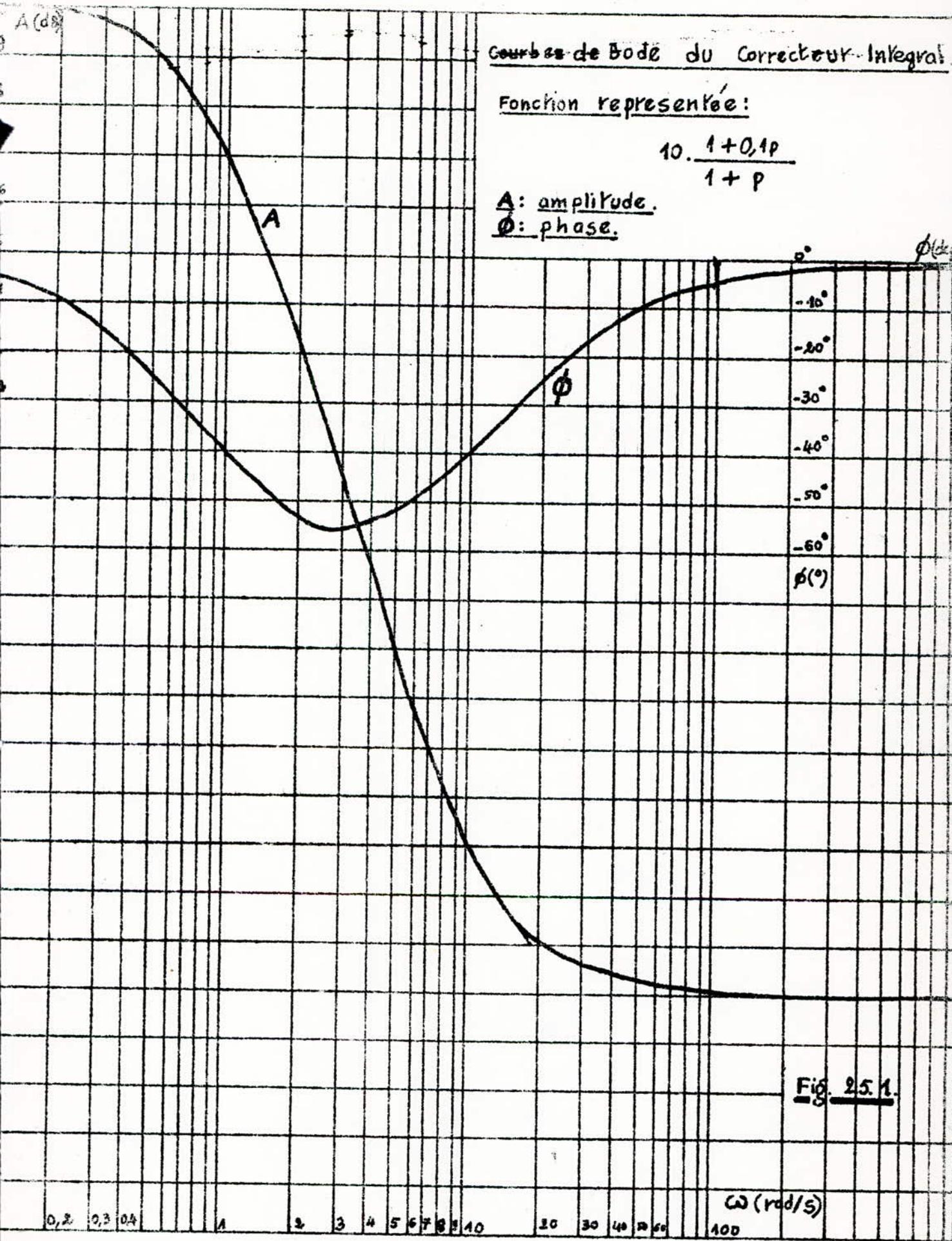


Fig. 25.1.

0,2 0,3 0,4 1 2 3 4 5 6 7 8 10 20 30 40 50 60 100 ω (rad/s)

-o- TABLEAUX DE VALEURS APRES LE PREMIER REGLAGE OPTIMUM FAIT EN 2.2. -o-

Z	Y	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
2	11	14	13,9	13,3	12,4	10,4	8,4	6,6	5,2	3,6	1,3	0	-19,2	-18,2	-22,6	-26,4	-29,4	-31,8	-34	-37,4	-38,6
	12	10,9	10,9	10,1	9,6	9	8,2	7	6	5,2	4	3	-3,6	-12,3	-16,6	-20,4	-23,4	-25,8	-28	-31,4	-32,6
0,591	11	0	-13	-29	-44	-65	-95	-105	-113	-118	-123	-127	-151	-162	-167	-171	-172	-173	-174	-175	-176
	12	0	-13	-28	-40	-52	-65	-74	-81	-88	-96	102	-135	-149	-157	-162	-165	-167	-169	-170	-171
1	13	13,7	13,6	13,4	12,8	12	11,2	10,0	9,4	8,6	7,5	6,6	1,8	-6,4	-10,6	-14,4	-17,8	-19,8	-22	-25,4	-26,6
	13	0	-12	-25	-36	-45	-53	-61	-68	-75	-85	-90	-122	-138	-149	-156	-162	-166	-169	-170	-171
1,091	13	0	-12	-25	-36	-45	-53	-61	-68	-75	-85	-90	-122	-138	-149	-156	-162	-166	-169	-170	-171

-TABLEAU 2.5.2.-

Les performances du système après ce premier réglage sont :
 Pour $Z = 0,891$, la marge de phase est de 53° , la marge de gain, infinie, l'erreur permanente $\mathcal{E}(\infty) = 0,16$, le temps de réponse $t_r = 14,2$ ms.

Pour $Z = 1$, la marge de phase est voisine de 60° , la marge de gain est infinie, l'erreur $\mathcal{E}(\infty) = 0,22$, le temps de réponse $t_r = 12$ ms.

Pour $Z = 1,091$, la marge de phase est de l'ordre de 50° , la marge de gain est infinie, l'erreur permanente $\mathcal{E}(\infty) = 0,17$, le temps de réponse $t_r = 9,8$ ms.

Les fonctions de transfert égale à :

$$T(p) = K_i \frac{K_i}{\frac{p^2}{\omega_i^2} + \frac{2 Z_i}{\omega_i} p + 1}$$

Avec pour les trois cas :

$Z_1 = 0,891$	$\omega_1 = 46,8$ rad/s	$K_1 = 0,285$	$A_1 = 17,8$
$Z_2 = 1$	$\omega_2 = 81,5$ rad/s	$K_2 = 0,092$	$A_2 = 35,5$
$Z_3 = 1,091$	$\omega_3 = 95,8$ rad/s	$K_3 = 0,069$	$A_3 = 71$

Nous plaçons maintenant le correcteur intégral $10 \cdot \frac{1 + 0,1p}{1 + p}$

et nous effectuons ensuite un nouveau réglage, de gain de 1 dB pour $Z = 0,891$, de 3 dB pour $Z = 1$ et de 2 dB pour $Z=1,091$

-//- ONCTION DE TRANSFERT CORRIGEE PAR LE RESEAU INTEGRAL (b = 10) -

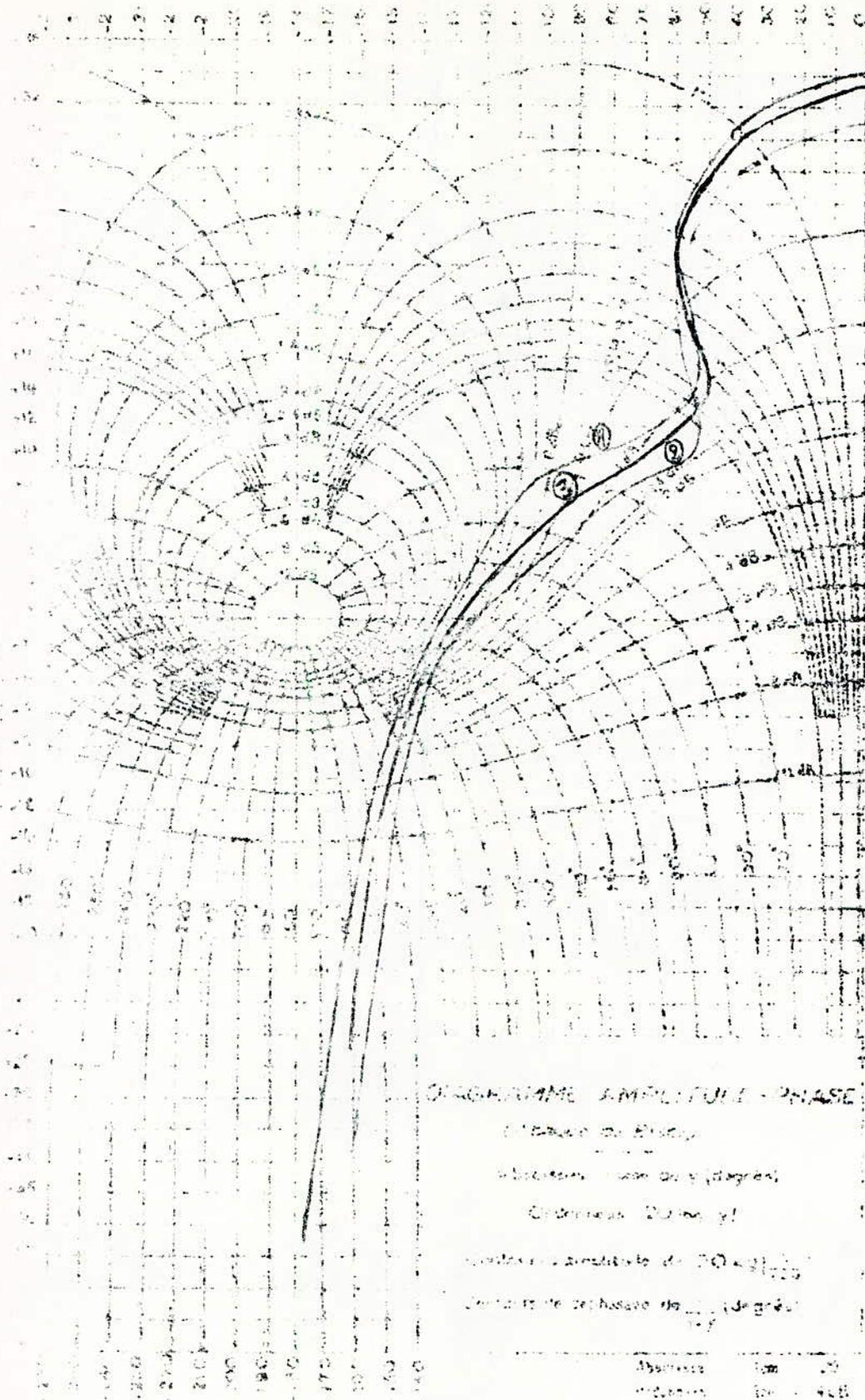
z	ω (rad/s)	0,1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,891	A1	35	32	28	25,5	23,5	22	20,8	20	19,3	18,5	18
	ϕ 1	-5	-40	-55	-60	-60	-58	-57	-56	-55	-54	-53
1	A2	33,9	30,8	26,8	23,3	22,3	20,8	19,6	18,8	18,1	17,3	16,8
	ϕ 2	-5	-40	-55	-60	-60	-58	-57	-56	-55	-54	-53
1,091	A3	35,7	32,7	28,7	26,2	24,2	22,7	21,5	20,7	20	19,2	18,7
	ϕ 3	-5	-40	-55	-60	-60	-58	-57	-56	-55	-53	-52

-TABLEAU 2.5. 2. -

20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
15,3	13,6	11,8	9,6	7,8	6,3	4,7	2,4	1	-8,2	-17,2	-21,6	-25,4	-28,4	-30,6	-33	-35,6	-37,6
-54	-62	-78	-105	-113	-120	-124	-129	-132	-153	-163	-168	-172	-173	-174	-175	-176	-177
14,1	13,2	12,4	11,4	10,2	9,1	8,3	7,1	6	-0,6	-9,3	-13,6	-17,4	-20,4	-22,8	-25	-28,4	-29,6
-53	-58	-65	-75	-82	-88	-94	-102	-107	-137	-150	-158	-163	-166	-168	-170	-171	-172
16,4	15,4	14,4	13,4	12,6	11,5	10,7	9,6	8,6	3,8	-4,4	-8,6	-12,4	-15,4	-17,8	-20	-23,4	-24,6
-50	-54	-58	-63	-69	-75	-81	-91	-95	-124	-139	-150	-157	-163	-167	-170	-171	-172

-TABLEAU 2.5.2. (SUITE) -

$1 + p \dots 22i \dots$



avec correction intégral

$$\frac{1 + 0,1 p}{1 + p}$$

$k = 10$

$k_a = 0,191 \text{ V/mach}$

~~$\frac{p}{1+p}$~~

$z_1 = 1$
 $A_2 = 35,5, k_2 = 0,48$
 $\omega_2 = 81,5 \text{ (rad/s)}$

$z_3 = 1,091$
 $A_3 = 71, k_3 = 9,36$
 $\omega_3 = 95,8 \text{ (rad/s)}$

ORGANIGRAMME AMPLITUDE - PHASE

- Ordinateur en dB
- Abcisse en rad/s
- Ordinateur en degré
- Constante de gain de 20 dB/decade
- Constante de phase de 90 degré/decade

Abcisse	1cm	10
Ordinateur	1cm	20dB

Fig 2 5^x 2

Les fonctions de transfert en boucle ouverte sont maintenant:

$$r(p) = A_i \cdot 10 \cdot \left(\frac{1 + 0,1 p}{1 + p} \right) \frac{K_i}{\frac{p^2}{w_i^2} + \frac{2 Z_i}{w_i} p + 1}$$

Pour $Z_1 = 0,891$ $A_1 = 19,9 \approx 20$ $w_1 = 46,8$ rad/s $K_1 = 0,285$

La marge de phase est de 40° , la marge de gain est infinie
l'erreur permanente $\varepsilon(\infty) = 0,017$, la pulsation de résonance est $\omega_R = 100$ rad/s, la pulsation de coupure $\omega_C = 100$ rad/s
le temps de réponse $t_p = 15,7$ ms

Pour $Z_2 = 1$, $A_2 = 50$ $w_2 = 81,5$ rad/s $K_2 = 0,092$
la marge de phase est de 50° , la marge de gain est infinie,
l'erreur permanente est $\varepsilon(\infty) = 0,019$, la pulsation de résonance est $\omega_R = 200$ rad/s la pulsation de coupure est $\omega_C = 300$ rad/s, le temps de réponse est : $t_r = 10,4$ ms.

Pour $Z_3 = 1,091$ $A_3 = 89,5$ $w_3 = 95,8$ rad/s $K_3 = 0,069$
la marge de phase est de 50° la marge de gain est infinie,
l'erreur permanente est $\varepsilon(\infty) = 0,016$, la pulsation de résonance est $\omega_R = 250$ rad/s, la pulsation de coupure est $\omega_C = 400$ rad/s
le temps de réponse est $t_r = 7,8$ ms.

TABLEAU DE VALEURS DU RESEAU AVANCE DE PHASE $\frac{1}{3} \frac{1 + 3 \cdot P/300}{1 + P/300}$

ω (Rad/s)	10	30	50	90	100	200	300	500	900	1000
A (dB)	-10	-10	-9	-8	-7,4	-5	-3,4	-1,4	-1	-0,9
ϕ degré	6	10	18	25	28	30	26	17	13	12

- TABLEAU DE VALEURS APRES CORRECTION AVANCE DE PHASE ET REGLAGE OPTIMUM DE 20 dB POUR $z=0,891$ -

DE 14 dB POUR $z = 1$, DE 14 dB POUR $z = 1,091$.

z	ω	0,1 (rad, s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,891	β_1	45	42	38	35,5	33,5	32	30,8	30	29,3	28,5	28
	β_1				-55			-52			-48,4	-47
1	β_2	41,8	38,8	36,8	32,3	30,3	28,8	27,5	26,8	26,1	25,3	24,8
	β_2				-55			-52			-48,4	-47
1,091	β_3	39,7	35,7	32	30,2	28,2	26,7	25,5	24,7	24	23,2	22,7
	β_3											-45

	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
	25,3	23,6	22,2	20,4	18,8	17,8	16,4	14,4	13,6	6,8	-0,6	-3,8	-7	-9,8	-12	-14,1	-17,4	-19,5
	-52				-95			-104	-104	-123	-137			-156			-163	-165
	22,1	21,2	20,8	20	19,2	18,5	17,9	17,1	16,6	12,4	5,3	2,4	-1,2	-3,8	-5,9	-8	-9	-11,3
-65-	-48				-64			-77	-79	-107	-124			-149			-158	-160
	20,4	19,4	18,8	18	17,6	16,8	16,3	15,6	15,2	12,8	6,2	3,4	0	2,8	-5	-7	-10,4	-11,5
	-44				-51			-66	-67	-94	-113			-146			-158	-160

-TABLEAU 2.5.3. (SUITE) -

Zone des hautes fréquences dans le plan de Nyquist

$$T(p) = A_i \frac{(1 + 0,1p)}{(1 + p)} \left(\frac{1}{3} \frac{1 + 3p/300}{1 + p/300} \right) \frac{0,191 K_i}{\frac{p}{\omega_i} + \frac{2Z_i}{\omega_i} p + 1}$$

$i=1$ $A_1 = 3000$, $K_1 = 1,49$, $\omega_1 = 46,8$, $Z_1 = 0,599$
 $i=2$ $A_2 = 4000$, $K_2 = 0,48$, $\omega_2 = 81,5$, $Z_2 = 1$
 $i=3$ $A_3 = 4475$, $K_3 = 0,36$, $\omega_3 = 95,8$, $Z_3 = 1,00$

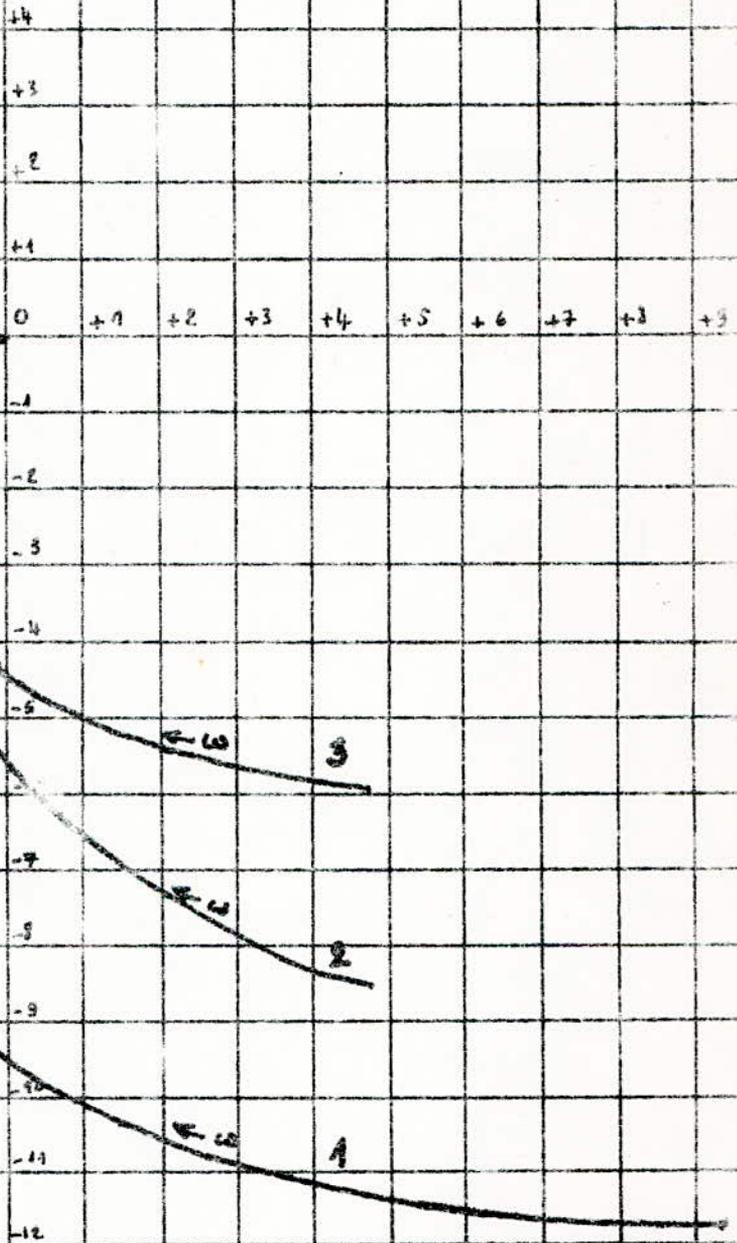
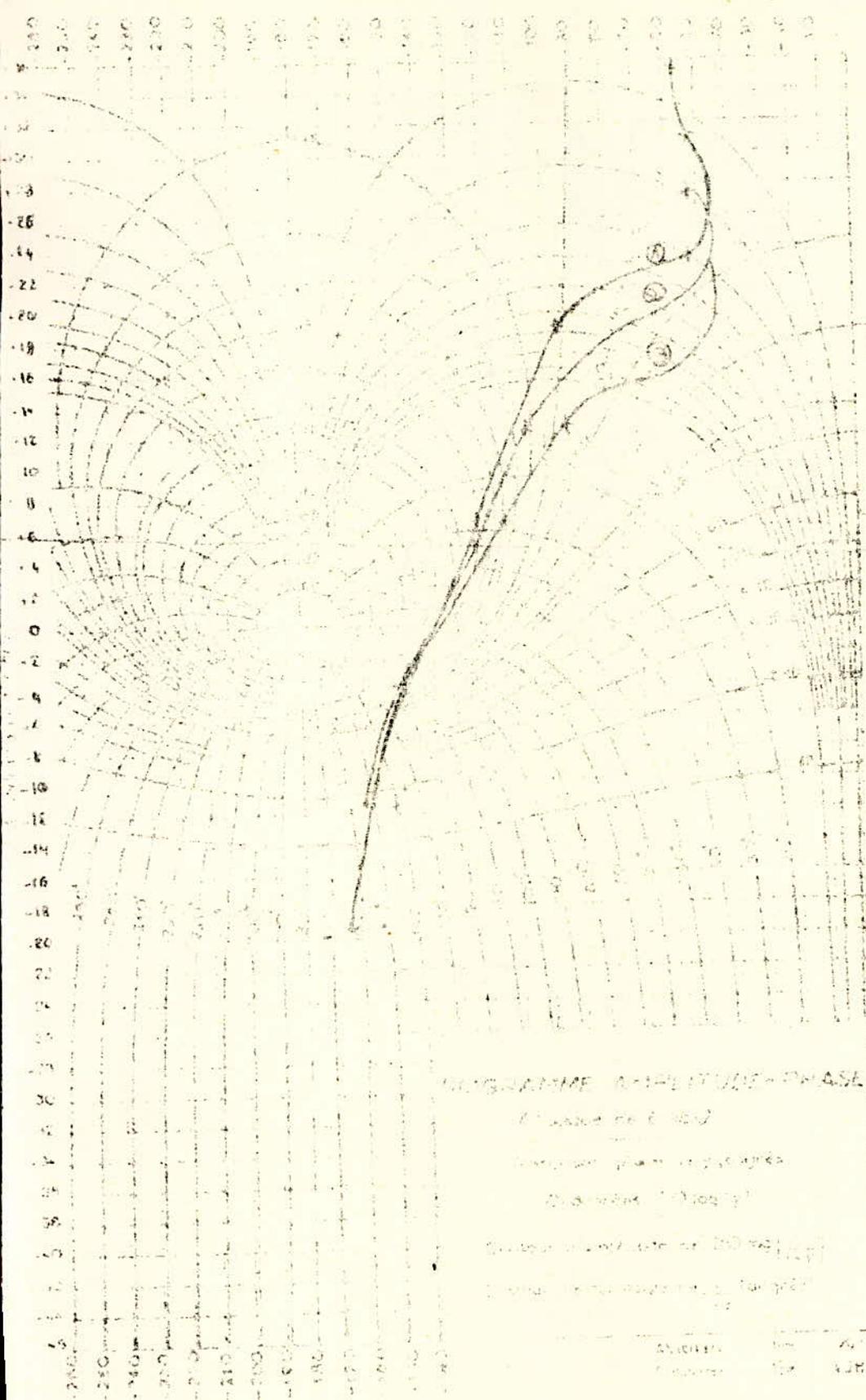


Fig. 2.6'

$$K(p) = A_1 \left(\frac{1 + pT_1}{1 + pT_2} \right) \left(\frac{1 + pT_3}{1 + pT_4} \right) \left(\frac{1 + pT_5}{1 + pT_6} \right)$$



fonction de transfert
de la sous-ensemble

①

$$k_1 = 1,49 \quad A_1 = 2000$$

$$\omega_{c1} = 40,8 \text{ rad/s}$$

$$z_1 = 0,849$$

②

$$k_2 = 0,48 \quad A_2 = 4000$$

$$\omega_{c2} = 89,55 \text{ rad/s}$$

$$z_2 = 1$$

~~3~~ ③

$$k_3 = 0,36 \quad A_3 = 4471$$

(24500)

$$\omega_{c3} = 93,8 \text{ rad/s}$$

$$z_3 = 1,049$$

DIAGRAMME AMPLITUDE-PHASE
 Classe de 1. 1972
 Composant pour les exercices
 du cours "Automatique"
 Exercice n° 10 (sur 20 points)
 Durée : 1 heure (hors temps de copie)

Amplitude	Phase	A_i	A_i'
100	0	1	1

fig. 2.6'

Page n° 1 sur 2

La fonction de transfert en boucle ouverte est maintenant :

$$T(p) = A_i \left(10 \frac{1+0,1p}{1+p} \right) \left(\frac{1}{3} \frac{1+3p/300}{1+p/300} \right) \frac{K_i}{\frac{p^2}{w_i^2} + 2 \frac{z_i}{w_i} p + 1}$$

$$z_1 = 0,891; \quad w_1 = 46,8 \text{ rad/s}, \quad K_1 = 0,285 \quad A_1 = 200$$

La marge de phase est de 50° , la marge est infinie l'erreur permanente est $\varepsilon(\infty) = 0,56 \cdot 10^{-2}$, la pulsation de résonance est $w_r = 300 \text{ rad/s}$, la pulsation de coupure est $w_c = 600 \text{ rad/s}$, le temps de réponse est $t_r = 5,2 \text{ ms}$.

$$z_2 = 1, \quad w_2 = 81,5, \quad K_2 = 0,092, \quad A_2 = 400,$$

La marge de phase est voisine de 50° , la marge de gain est infinie. L'erreur permanente est $\varepsilon(\infty) = 0,79 \cdot 10^{-2}$, la pulsation de résonance est $w_r = 450 \text{ rad/s}$, la pulsation de coupure est $w_c = 900 \text{ rad/s}$, le temps de réponse $t_r = 3,5 \text{ ms}$

$$z_3 = 1,091, \quad w_3 = 95,8 \text{ rad/s}, \quad K_3 = 0,059, \quad A_3 = 448$$

La marge de phase est voisine de 50° , la marge de gain est infinie. L'erreur permanente est $\varepsilon(\infty) = 0,01$. La pulsation de résonance est $w_r = 500 \text{ rad/s}$, la pulsation de coupure est $w_c = 900 \text{ rad/s}$ le temps de réponse est $t_r = 3,5 \text{ ms}$.

La fonction de transfert en boucle ouverte corrigée de cette manière est représentée en figure 2.6 et 2.6' sur le plan de Black, sur le plan de Nyquist nous avons représenté uniquement la zone des hautes fréquences pour montrer surtout la marge de phase et de gain.

I.3. - RÉPONSE TEMPORELLE A UN ECHELON UNITE :

Nous avons étudié la correction avec deux types de correcteur intégral une première fois avec $b = 100$ où nous avons grandement amélioré la précision et une deuxième fois avec $b = 10$ où la précision était convenable.

Nous chercherons les réponses temporelles du système pour le premier cas uniquement.

Nous avons une fonction de transfert en boucle ouverte du type.

$$T(p) = A_i \left(10 \frac{1+0,1p}{1+0,1b \frac{p}{2}} \right) \left(\frac{1}{3} \frac{1+3p/300}{1+p/300} \right) \left(\frac{K_i \quad K_a}{\frac{p^2}{w_i^2} + 2 \frac{z_i}{w_i} p + 1} \right)$$

$$b_{1,2} = 10,100$$

Nous procédons de la manière suivante pour déterminer la réponse temporelle du système.

Une fois la fonction de transfert en boucle fermée déterminée, nous chercherons les zéros du dénominateur et effectuerons ensuite une décomposition en éléments simple.

Le dénominateur de $F(p)$ nous obtenons pour tous les cas un polynôme quatrième degré en p que nous résoudrons par la méthode de Graeffe que nous exposons dans ce qui suit.

I; a.1- III) (C) METHODE DE GRAEFFE POUR LA RESOLUTION DES OPERATIONS ALGEBRIQUES :

PRINCIPE, RACINES REELLES :

Cette méthode consiste essentiellement, étant donnée une équation algébrique à former une nouvelle équation dont les racines soient égales à une puissance élevée des racines de l'équation initiale.

Cette nouvelle équation dont les racines sont séparées par de larges intervalles, peut être résolue immédiatement.

Considérons l'équation :

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n = 0 \quad (A_1)$$

et supposons tout d'abord que toutes les racines soient réelles et différents. Soient a, b, c, d etc les racines changées de signe, classés dans l'ordre des valeurs absolues décroissantes. Les relations entre les coefficients et les racines nous permettent de mettre l'équation (A1) sous la forme.

$$x^n + (\sum a) x^{n-1} + (\sum a^2 b) x^{n-2} + (\sum a^3 b c) x^{n-3} + \dots + a^n = 0$$

L'équation dont les racines sont égales à la puissance des racines cherchées, m étant pair s'écrit :

$$x^n + (\sum a^m) x^{n-1} + (\sum a^m b^m) x^{n-2} + (\sum a^m b^m c^m) x^{n-3} + \dots + (a^m b^m c^m \dots) = 0$$

Si m est suffisamment grand, on peut remplacer chaque somme par son premier terme et écrire finalement

$$(A2) \quad x^n + a^m x^{n-1} + a^m b^m x^{n-2} + a^m b^m c^m x^{n-3} + \dots + (a^m b^m c^m \dots) = 0$$

Pratiquement, on commence par former l'équation dont les racines sont les carrés de l'équation donnée (E1). On forme ensuite l'équation E_2 dont les racines sont les carrés de celle de E_1 , c'est à dire les puissances quatrième de celles de E_1 . On forme de même les équations E_3, E_4, E_5, \dots

L'équation E_2 s'écrit :

$$x^n + (a_n^2 - 2a_2) x^{n-1} + (a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_4) x^{n-2} + (a_3^2 - 2a_2 a_4 + 2a_1 a_5 - 2a_6) x^{n-3} + (a_4^2 - 2a_3 a_5 + 2a_6 a_8 - 2a_1 a_7 + 2a_8) x^{n-4} + \dots = 0$$

On obtient le coefficient d'une puissance quelconque de x en ajoutant au carré du coefficient de la même puissance de l'équation originale les doubles produits des coefficients des termes situés de part et d'autre et à égale distance du terme considéré, ces produits étant affecté alternativement du signe + et du signe - .

Les coefficients des équations successives se calculent facilement sous forme tabulaire. On s'arrêtera lorsque les doubles produits deviendront négligeables devant les carrés.

Si l'on s'arrête à l'équation E_m il suffit d'identifier les coefficients de cette équation avec ceux de l'équation (A2) pour obtenir de proche en proche les valeurs absolues de toutes les racines. Le signe s'obtient par substitution de l'équation initiale.

RACINES COMPLEXES :

La présence d'un couple de racines complexes se traduit par celle d'un terme en cosinus qui se manifeste par la fluctuation du signe de l'un des coefficients au fur et à mesure de la formation des équations successives. Les doubles produits correspondant ne tendent pas vers zéro.

Par exemple, dans notre cas, nous avons une équation algébrique d'ordre 4.

S'il y a fluctuation du terme en x^3 nous prendrons l'équation suivante.

$$x^4 + (2r^m \cos m\varphi) x^3 + r^{2m} x^2 + r^{2m} a^m x + r^{2m} a^m b^m = 0$$

S'il y a fluctuation du terme en x^3 et du terme en x , il y a présence de deux couples de racines complexes et nous prendrons l'équation :

$$x^4 + 2r_1^m \cos m\varphi_1 x^3 + r_1^{2m} x^2 + 2r_1^m r_2^m \cos m\varphi_2 x + r_1^{2m} r_2^{2m} = 0$$

Dans le premier cas, nous déterminerons r, a et b en valeur absolue ensuite pour avoir les parties réelles et imaginaires du couple de racines complexes $u \pm jv$ nous utiliserons le résultat suivant :

$$2u + a + b = -a \quad 1 \quad a \text{ et } b \text{ étant les racines et non les racines changés de signe.}$$

a_1 est le coefficient de X^3 dans l'équation initiale en X^4 pour nous, ensuite, on détermine V par la relation suivante.

$$A \quad V = \pm (r^2 - V^2)^{1/2}$$

Dans le second cas nous déterminerons r_1 et r_2 ensuite nous utiliserons les relations entre les racines (somme, produit, somme des produits deux à deux ...etc) et les coefficients de l'équation originale.

On a en ce qui nous concerne, c'est à dire pour un ordre quatre(4)

$$X^4 + X^3 \sum_i a_i + X^2 \sum_{i \neq j} a_i a_j + X \sum_{\substack{i, j, k \\ i \neq j \neq k}} a_i a_j a_k + a_1 a_2 a_3 a_4 = 0$$

Les a_i sont dans ce cas les racines changées de signe.

I .3.2. - RESOLUTION DE NOS RACINES :

Nous appliquerons étape par étape la méthode de Graeffe pour le premier cas, pour les autres nous donnerons uniquement les résultats.

$b=100$ pour le correcteur intégral

fonction de transfert en boucle pour $Z = 1$

$$T(P) = \frac{1900 (1 + 10^{-2} p)(1 + 0,1 p)}{(1 + 3,3 \cdot 10^{-3} p)(1 + 10 p)(4,56 \cdot 10^{-4} p^2 + 3,8 \cdot 10^{-2} p + 1)}$$

$$\bar{F}(P) = \frac{T(P)}{1 + T(P)} \quad \text{en réalité nous avons } \frac{1}{k_a} \frac{T(P)}{1 + T(P)}$$

Mais nous laisserons k_a en réserve du moment que ce facteur k_a est un traducteur de la vitesse en tension.

$$\bar{F}(P) = \frac{1900 (1 + 10^{-2} p)(1 + 0,1 p)}{(1 + 3,3 \cdot 10^{-3} p)(1 + 10 p)(4,56 \cdot 10^{-4} p^2 + 3,8 \cdot 10^{-2} p + 1) + 1900 (1 + 10^{-2} p)(1 + 0,1 p)}$$

$$\bar{F}(P) = \frac{1900 (1 + 10^{-2} p)(1 + 0,1 p)}{1,5 \cdot 10^{-5} (p^4 + 3,8 \cdot 10^2 p^3 + 1,52 \cdot 10^5 p^2 + 1,46 \cdot 10^7 p + 1,26 \cdot 10^8)}$$

Nous résolvons maintenant

$$p^4 + 3,8 \cdot 10^2 p^3 + 1,52 \cdot 10^5 p^2 + 1,46 \cdot 10^7 p + 1,26 \cdot 10^8 = 0$$

par la méthode de graeffe.

Pour celà, on détermine les coefficients des équations dont les racines sont des puissances paires de celle de notre équation.

Comme il a été dit précédemment, les coefficients sont déterminés de la manière suivante pour E_2 , par ex :

$$\begin{aligned} a_1^2 - 2a_2 \\ a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_4 \\ a_3^2 - 2a_2 a_4 + 2a_1 a_5 - 2a_6 \end{aligned}$$

E. S. B.

$$x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4 = 0$$

et on s'arrête lorsque les doubles produits de coefficients deviennent négligeables devant les carrés.

$$p^4 + 3,810^2 p^3 + 1,52 \cdot 10^5 p^2 + 1,46 \cdot 10^7 p + 1,26 \cdot 10^8 = 0$$

	p^4	p^3	p^2	p	1
E1	1	$3,810^2$	$1,52 \cdot 10^5$	$1,46 \cdot 10^7$	$1,26 \cdot 10^8$
E2	1	$-1,6 \cdot 10^5$	$12,15 \cdot 10^9$	$17,47 \cdot 10^{13}$	$1,58 \cdot 10^6$
E4	1	$1,3 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{20}$	$2,96 \cdot 10^{28}$	$2,510^{32}$
E8	1	$-3,98 \cdot 10^{20}$	$3,99 \cdot 10^{40}$	$8,76 \cdot 10^{56}$	$6,25 \cdot 10^{64}$
E16	1	$-7,710^{40}$	$15,92 \cdot 10^{80}$	$76,72 \cdot 10^{112}$	$39,1 \cdot 10^{128}$

Il y a fluctuation du terme en p^3 notre équation E_m (avec $m = 16$) est donc :

$$p^4 + 2r^m \cos m\varphi p^3 + r^{2m} p^2 + a^m r^{2m} p + a^m b^m r^{2m} = 0$$

par identification nous avons :

$$\begin{aligned} r^{32} &= 15,92 \cdot 10^{80} \\ a^{16} r^{32} &= 76,72 \cdot 10^{112} \\ a^{16} b^{16} r^{32} &= 39,1 \cdot 10^{128} \end{aligned}$$

r, a, b sont très facilement déduits de ces trois relations.

on tire

$$r = 344, a = 110, b = 9,55 \quad a \text{ et } b \text{ sont les valeurs absolues des racines réelles.}$$

déterminons u la partie réelle des racines imaginaires
la somme des racines :

$$2u - 110 - 9,55 = -380$$

$$\text{d'où } u = -130,225$$

la partie imaginaire est $v = \pm (r^2 - u^2)^{\frac{1}{2}}$ d'où $v = \pm 318,38$

donc $F(p)$ se met sous la forme :

$$F(p) = \frac{1900 (1 + 10^{-2} p) (1 + 0,1 p)}{1,5 \cdot 10^{-5} (p + 110) (p + 9,55) (p + 130,225 + j318,38) (p + 130,225 - j318,38)}$$

nous laisserons comme nous l'avons déjà dit le terme $1/ka$ comme traducteur tension vitesse.

La réponse à un échelon unité est :

$$S(p) = \frac{F(p)}{p}$$

On fait ensuite notre décomposition de la manière suivante :

$$S(p) = \frac{A}{p} + \frac{B}{p + 110} + \frac{C}{p + 9,55} + \frac{D}{(p + 130,225 + j318,38)} + \frac{E}{(p + 130,225 - j318,38)}$$

$$\text{Avec } A = (pS(p))_{p=0} \quad B = ((p+110)S(p))_{p=-110}$$

$$C = ((p+9,55)S(p))_{p=9,55} \quad D = ((p+130,225+j318,38)S(p))_{p=-130,225-j318,38}$$

la solution est donc pour $Z = 0,891$

$$\frac{\Omega(t)}{\Omega(1)} = 1 + 0,140 e^{-110t} - 0,046 e^{-9,55t} + 1,118 e^{-130,225t} \sin(318,38t + 214^\circ)$$

$\Omega(1)$ étant la vitesse correspondante à un volt en entrée, i

le facteur de traduction étant bien sûr $k_a = 0,191V/rad/s$.

pour $Z = 1,091$ la solution est :

$$\frac{r(t)}{r(1)} = 1 - 0,036 e^{-0,94,5t} - 0,219 e^{-7,87t} - 0,938 e^{-203,81t} \sin(279,81t + 90,8)$$

Pour $Z = 1$

$$\frac{r(t)}{r(1)} = 1 + 0,66 e^{-232,6t} \cos(331,5t + 62,6) - 1,86 e^{-0,33t} \cos(25,77t + 45,5)$$

Il y a dans ce dernier cas deux couples de racines imaginaires.

CONCLUSION :

Nous pouvons dire que lorsqu'on a quatrième degré il faudra se contenter des résultats de la réponse en fréquence
 erreur permanente = $1/1 + T(0)$, temps de réponse
 $t_r = 11 / \omega_c$ où ω_c est la pulsation de coupure en rad/s etc, ...
 ceci car les calculs sont très lents et les risques d'erreur nombreux. -

/// VARIÉTÉ /// ARTIE
--o--

ETUDE

DE LA NON-LINEARITE

II - ETUDE DE LA NON LINEARITE :

Nous avons dans la première partie considéré notre système linéaire et étudié ce système suivant les méthodes d'études des " systèmes linéaires ".

La réponse du moteur et de la génératrice tachymétrique est affecté d'un seuil et d'une saturation et nous devons donc utiliser des méthodes d'études de cette non linéarité pour pouvoir estimer l'influence du seuil et de la saturation sur les performances de notre système.

Nous aborderons l'étude par le rappel de quelques généralités sur les asservissements non linéaire.

II.1. - GENERALITES :

Dans le cas où l'on peut considérer notre système comme linéaire, nous bénéficions des propriétés suivantes :

Homogénéité :

Si toutes les excitations agissant sur notre système sont multipliés par un même facteur constant, les réponses correspondantes se trouvent multipliées par ce même facteur constant.

Superposition :

Si plusieurs excitation agissent simultanément sur notre système, leur effet est identique à la superposition des effets produits par chacune d'elles agissant séparément.

Notre système étant atteint de non-linéarité, nous ne bénéficions d'aucune de ces propriétés.

En particulier si une excitation sinusoïdale est appliquée à un organe non linéaire, la réponse périodique qui en résulte contient en général, outre une composante fondamentale de même fréquence une composante continue et des harmoniques de fréquences multiples de la fondamentale.

Si un organe non linéaire est soumis à l'action simultanée de deux ou plusieurs signaux sinusoidaux, la réponse contient des composantes de mêmes fréquences que celles de l'excitation, des harmoniques de ces fréquences et des composantes d'intermodulation dont les fréquences sont des combinaisons linéaires des fréquences d'excitation.

En général, les non linéarités peuvent-être accidentelles, lorsqu'elles représentent les imperfections d'un système matériel par rapport à son modèle linéaire, ou fondamentales, lorsqu'elles sont introduites intentionnellement dans le système en vue de modifier son comportement ou qu'elles résultent de sa nature même.

Parmi les premières; il y a les saturations, les seuils de fonctionnement ou insensibilités, l'hystérésis de machines électriques, la résolution finie des potentiomètres etc..

Parmi les secondes, on classe généralement les gains et amortissements variables par action progressive ou par échelons, l'emploi des relais et contacteurs réalisant des actions par tout ou rien. On peut dans certains cas linéariser un organe non linéaire en vue de lui appliquer les méthodes d'études des systèmes linéaires.

Dans le cas d'une non-linéarité accidentelle, la linéarisation est une opération purement mathématique, qui consiste à remplacer l'organe non linéaire par un modèle linéaire valable dans un domaine de fonctionnement donné.

Pour une non linéarité fondamentale ou contraire, la linéarisation est une opération matérielle qui consiste à superposer à la commande d'un signal de balayage périodique.

On peut distinguer également les non-linéarités indépendantes du temps, selon que la relation non linéaire considérée met en jeu les seules variables d'entrée et de sortie, à l'exclusion de leur dérivées, ou qu'elles fait également intervenir ces dernières.

Contrairement à ce que nous avons vu en système linéaires, la stabilité des systèmes non linéaires est susceptible de dépendre de la nature des signaux qui leur sont appliqués.

Les systèmes non linéaires sont susceptibles de présenter des régimes d'oscillation auto-entretenuës, dites oscillation limites ou cycles limites caractérisés par une fréquence et une amplitude bien déterminée.

II.2. - METHODES D'ETUDES :

On peut classer les méthodes permettant l'étude de systèmes non linéaires en méthodes exactes et approchées.

Parmi les méthodes approchées, la plus intéressante et la plus répandue est la théorie des systèmes non linéaires filtrés, qui consiste essentiellement à négliger les harmoniques engendrés par les organes non linéaire en régime sinusoidal.

Une généralisation de cette méthode, fondée sur l'étude du comportement des organes non linéaires en régime doublement, harmonique, permet de rendre compte de certains phénomènes tel que la résonance non linéaire, la naissance d'oscillations de fréquence sous rapport avec la fréquence d'excitation et les oscillations sous-harmoniques.

Parmi les méthodes exactes, la méthode du plan de phase permet d'effectuer le traitement exact des systèmes non linéaires du second ordre.

II.3. - SYSTEMES SEPARABLES FILTRES : GAIN COMPLEXE EQUIVALENT.

II.3.1. : Systèmes séparables filtrés :

Systèmes non linéaires dits filtrés dans lesquels les harmoniques engendrés par les non linéarités peuvent être négligés, ce qui permet de définir un rapport de transmission complexe entre un signal d'entrée et un signal de sortie.

Ce rapport de transmission est ici fonction, non seulement de la fréquence mais encore de l'amplitude du signal de sortie.

Systèmes dits séparables dans lesquels on peut distinguer une partie linéaire définie par sa transmittance et une partie non-linéaire définie par une relation indépendante du temps entre ses grandeurs d'entrée et de sortie, à laquelle on peut attacher un gain complexe équivalent fonction uniquement de l'amplitude du signal d'entrée.

II.3.2. - Gain Complexe Equivalent :

a) Définition : Si on considère un système constitué par un organe non linéaire de caractéristique $y = f(x)$ et par un élément linéaire de transmittance $L(j\omega) = Ge^{j\phi}$

Si $x = X \sin \omega t = X \sin \theta$; $y(t)$ est une fonction périodique de même fréquence angulaire ω , sa décomposition en série de Fourier donne $y(t) = Y_0 + \sum_{n \geq 1} Y_n \sin(n\theta + \phi_n)$.

Les amplitudes et les phases de la fondamentale et des harmoniques, ainsi que la valeur moyenne Y_0 , sont des fonctions de l'amplitude X du signal d'entrée, mais sont indépendantes de la pulsation ω .

La partie linéaire fait subir à chacune des composantes de $y(t)$ une variation d'amplitude et un déphasage supplémentaire donnés par les valeurs de G et de ϕ à la fréquence correspondante.

$$Z(t) = G(0) Y_0 + \sum_{n \geq 1} G(n\omega) Y_n \sin(n\omega t + \phi_n + \phi(n\omega))$$

Le système est dit filtré d'où :

$$Z(t) = G(0) Y_0 + G(\omega) Y_1 \sin(\omega t + \phi_1 + \phi(\omega))$$

Dans ces conditions l'organe non linéaire peut être caractérisé par la seule connaissance du rapport d'amplitude $Y_1(X) / X$.

et du déphasage $\phi_1(X)$ relatifs à la fondamentale,

tous deux fonction de X et indépendante de W, ou encore par un gain complexe équivalent N (X) tel que :

$$N(X) = \frac{Y_1(X)}{X} e^{j \phi_1(X)}$$

b) Calcul du Gain Equivalent :

Méthode de Tsytkin :

La composante en phase A de la fondamentale s'obtient en intégrant le produit $f(X \sin \theta) \sin \theta$ sur une période quelconque.

Nous avons dans notre cas une caractéristique non linéaire à symétrie impaire univoque

$$A = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(x \sin \theta) \sin \theta d\theta$$

On fait un changement de variable $x = X \sin \theta$

$$dx = X \cos \theta d\theta$$

$$A = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{f(x) \cdot dx/X}{(1 - (x/X)^2)^{1/2}}$$

Cette intégrale peut-être évaluée au moyen de la formule de quadrature approchée suivante :

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{F(y)}{(1-y^2)^{1/2}} dy = \frac{1}{6} (F(1) + F(-1) + 2F(1/2) + 2F(-1/2)) + R$$

En remplaçant F (y) par $f(x) \cdot x/X$, et en négligeant le reste il vient :

$$N(X) = \frac{2}{3X} (f(X) + f(X/2))$$

Si l'on désire une grande précision, on peut utiliser la formule:

$$N(X) = \frac{1}{3X} (f(X) + f(X/2) + \sqrt{3} f(\sqrt{3} X/2))$$

II.4. STABILITE DES SYSTEMES ASSERVIS NON LINEAIRES :

On sait d'après le critère du revers qu'un asservissement linéaire de fonction de transfert en boucle ouverte $KG(p) = S/\varepsilon$ est stable si le lieu de Nyquist, parcouru dans le sens des fréquences croissantes, laisse à sa gauche le point critique -1 , en ce cas le système reviendra à son régime définitif après une perturbation.

Au contraire, si le point -1 est à droite du lieu $KG(p)$ le système est instable et présente des oscillations dont l'amplitude croit exponentiellement avec le temps.

Dans le cas d'une fonction de transfert généralisé (en non-linéaire) $S/\varepsilon = T(p) \cdot N(\varepsilon)$

Pour chaque valeur de l'erreur ε , le lieu de transfert $T(p) \cdot N(\varepsilon)$ tracé dans le plan de Nyquist doit laisser le point critique -1 à sa gauche

Pour la valeur ε_0 de ε réalisant la condition $T(j\omega_0) N(\varepsilon_0) = -1$ le système est juste oscillant, c'est à dire qu'une fois amorcée une oscillation d'amplitude et de fréquence ω_0 (telle que $T(j\omega_0) = -\frac{1}{N(\varepsilon_0)}$) peut persister indéfiniment.

La condition $T(j\omega) \cdot N(\varepsilon) = -1$ peut se traduire par les deux relations suivantes, puisque dans notre cas, la fonction non linéaire de l'ensemble amplificateur-moteur présente une symétrie impaire et elle est univoque (sans hystéresis) donc $N(\varepsilon)$ est réel et nous avons :

$$T(j\omega) N(\varepsilon) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1) |T(j\omega)| = 1/N(\varepsilon) \\ 2) \text{Arg} T(j\omega) = (2k+1)\pi \end{cases}$$

L'interprétation de cette condition :

La relation 2 considéré dans le plan de Bode, par exemple nous donne la pulsation d'auto-oscillation ensuite, toujours dans le même plan on détermine

$|T(j\omega)|$ qui par la première relation nous donne
 $N(\varepsilon) = \frac{1}{T(j\omega)}$ d'où nous tirons ε_1 en revenant
à la relation liant ε_1 et $N(\varepsilon_1)$ la détermination graphique est la plus simple.

II) NOTION DE LIEU CRITIQUE :

Au lieu de tracer dans le plan de Nyquist, le lieu de transfert généralisé en boucle ouverte $T(p)N(\varepsilon)$ et lui appliquer le critère du revers pour la stabilité.

On peut toujours tracer dans le plan Nyquist un lieu indépendant de l'amplitude de l'excitation, $T(p)$ et tracer ensuite sur l'axe réel négatif le lieu $-1/N(\varepsilon)$ décrivant son rotege de variation la condition $(P)N(\varepsilon)=-1$ devient $T(p) = \frac{-1}{N(\varepsilon)}$

et l'interprétation de la condition devient :

- pour toutes valeurs de ε telle que $-\frac{1}{N(\varepsilon)}$ se trouve à droite du lieu de Nyquist de $T(p)$ il y a instabilité du système.

- Auto-oscillation pour ε_1 telle que $T(p) = -1/N(\varepsilon_1)$

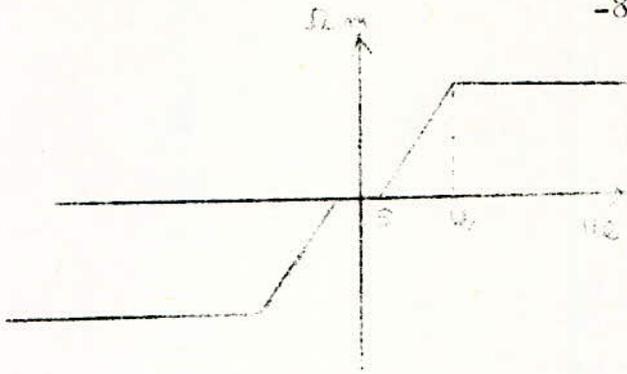
- Pour toutes les valeurs de ε telle que $-1/N(\varepsilon)$ se trouve à gauche de $T(p)$ il y a stabilité du système.

Donc à la notion de point critique -1 dans l'étude linéaire correspond $-1/N(\varepsilon)$ dans le cas non linéaire.

II.3. - ETUDE NON LINEAIRE DE NOTRE SYSTEME :

Nous allons maintenant essayer d'appliquer ce qui a été dit précédemment à notre propre système.

La caractéristique de transfert non linéaire du moteur est pour nous du type suivant :



Cette caractéristique met en évidence un seuil S avant lequel le moteur ne donne pas de réponse et une saturation en vitesse apparaissant pour la tension nominale.

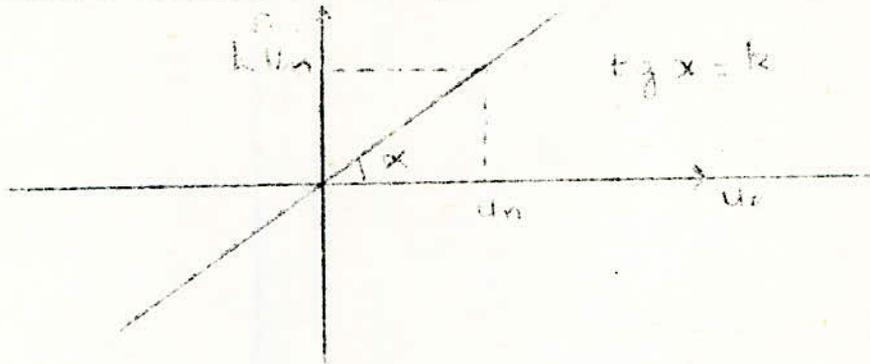
Donc quelque soit la tension u_e , supérieure à u_n , la vitesse de rotation de l'arbre du moteur est toujours égale à celle donnée par la tension u_n à l'entrée.

Nous commencerons par calculer le gain équivalent par la méthode de Tsytkin.

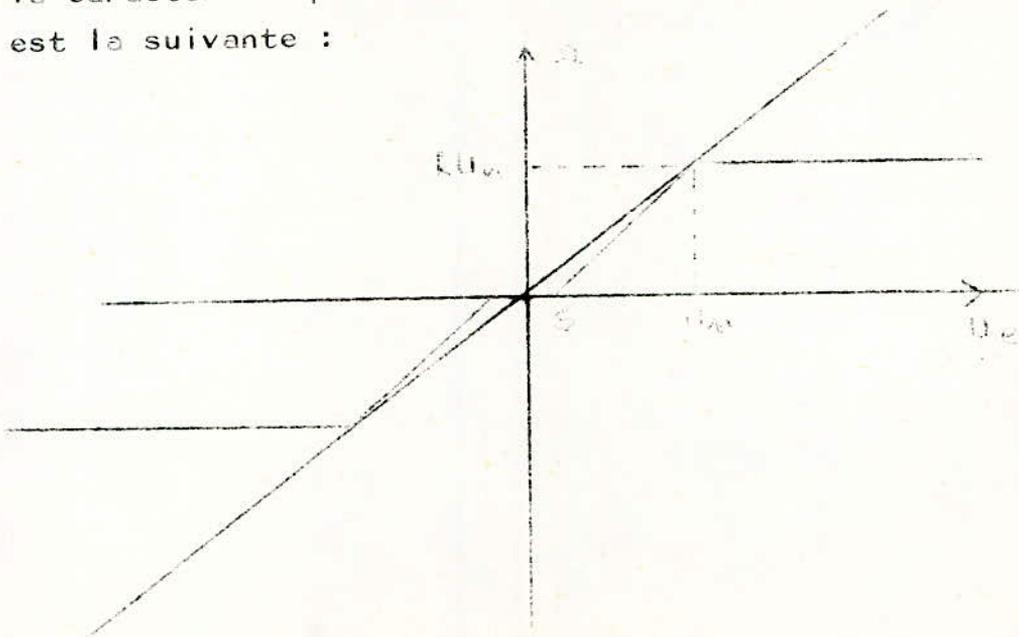
L'étude de la stabilité sera faite de la manière suivante :

la fonction du moteur en linéaire était : $\frac{k}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2z}{\omega_n} p + 1}$

donc en linéaire la caractéristique statique est la suivante.



la caractéristique non linéaire dont nous calculerons le $N(x)$ est la suivante :

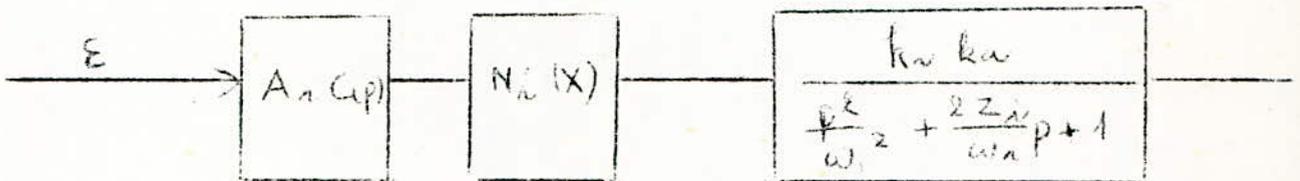


nous prendrons donc trois caractéristiques pour les trois k du moteur (nous avons tracé dans l'étude linéaire du système, trois fonctions de transfert pour ($k=1,49$ $f=0,6 \cdot 10^{-3}$ N.s), pour ($k=0,48$, $f=25,5 \cdot 10^{-3}$ N.s) et pour ($k = 0,36$, $f=36,3 \cdot 10^{-3}$ N.s) f étant le frottement).

Nous prendrons également pour les trois caractéristiques trois seuils.

$$S_1 = 5\% U_n \quad S_2 = 10\% U_n \quad S_3 = 15\% U_n$$

Nous disposerons notre schéma d'étude en boucle ouverte de la manière suivante :



k_a étant le facteur introduit par la tachymétrie ($U_s = k_a \omega_s$) A_i et $N_i(X)$ sont respectivement le gain des amplificateurs et le gain équivalent à la non linéarité statique du cas correspondant. $C(p)$ étant la fonction de transfert des correcteurs.

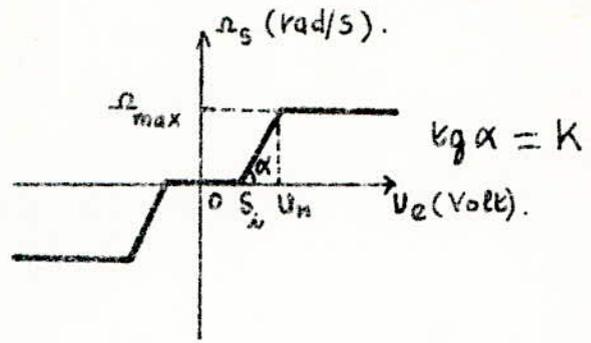
Nous pouvons éliminer le k_i du linéaire et le remplacer pour le non linéaire par $N_i(X)$ seulement il est plus pratique de travailler avec la fonction de transfert linéaire $T(p)$ complète et la multiplier, pour tenir compte de la non linéarité, par $N_i(X)$ - N linéaire N linéaire étant la valeur en décibel de k_i .

Pour l'étude de la stabilité, les valeurs de \mathcal{E} dont dépendent les valeurs de X seront choisies de la manière suivante : la fonction de transfert $A_i C(p)$ pour les trois cas présente un maximum d'amplification pour $\omega = 0$ rad/s et un minimum d'amplification pour $\omega = 30$ rad/s et le choix sera fait en fonction de cette remarque. Nous prendrons une valeur de \mathcal{E} pour laquelle $A_i C(p)$ donne $1,2 U_n$ (pour nous $U_n = 20V$) au voisinage de $\omega = 0,1$ rad/s et une valeur de \mathcal{E} pour laquelle $A_i C(p)$ donne une valeur très voisine du seuil pour $\omega = 30$ rad/s.

-o- TABLEAU DE VALEURS DE $N_i(X)$ Diagramme en figure 11.5a. et 11.5.a' -o-

X (Volt)	1	2	4	6	8	10	14	18	20	22	24	28	30	40	50
$N_1(X) \text{ dB}$ $S_1 = 1V$	$-\infty$	-0,63	-3,51	-2,27	-1,58	-1,24	-0,87	-0,67	-0,6	-1,12	-1,58	-2,36	-2,69	-3,97	-5,91
$N_1(X) \text{ dB}$ $S = 1V, K = 154$	$-\infty$	-5,72	0,3	1,63	2,29	2,6	3,03	3,24	3,31	2,78	2,32	1,55	1,21	-0,06	-2
$N_2(X) \text{ dB}$ $S_2 = 2V$	$-\infty$	$-\infty$	-9,63	-5,11	-3,61	-2,69	-1,84	-1,39	-1,24	-1,74	-2,18	-2,92	-3,24	-4,44	-6,37
$N_2(X) \text{ dB}$ $K_2 = -5,16$	$-\infty$	$-\infty$	-15,01	-10,57	-8,99	-8,16	-7,39	-6,85	-6,71	-7,20	-7,65	-8,38	-8,71	-9,89	-11,84
$N_3(X) \text{ dB}$ $S_3 = 3V$	$-\infty$	$-\infty$	-15,56	-9,63	-5,02	-4,44	-2,92	-2,18	-1,94	-2,41	-2,83	-3,52	-3,82	-4,93	-6,87
$N_3(X) \text{ dB}$ $K_3 = -7,16$	$-\infty$	$-\infty$	-23,05	-17,09	-13,48	-11,89	-10,38	-9,65	-9,40	-9,88	-10,29	-10,99	-11,28	-12,49	-14,34

- TABLEAU 11.5. a. -



Representation du rapport Gain équivalent sur
penne pour la caractéristique représentée
ci-dessus.

kg/K (dB)

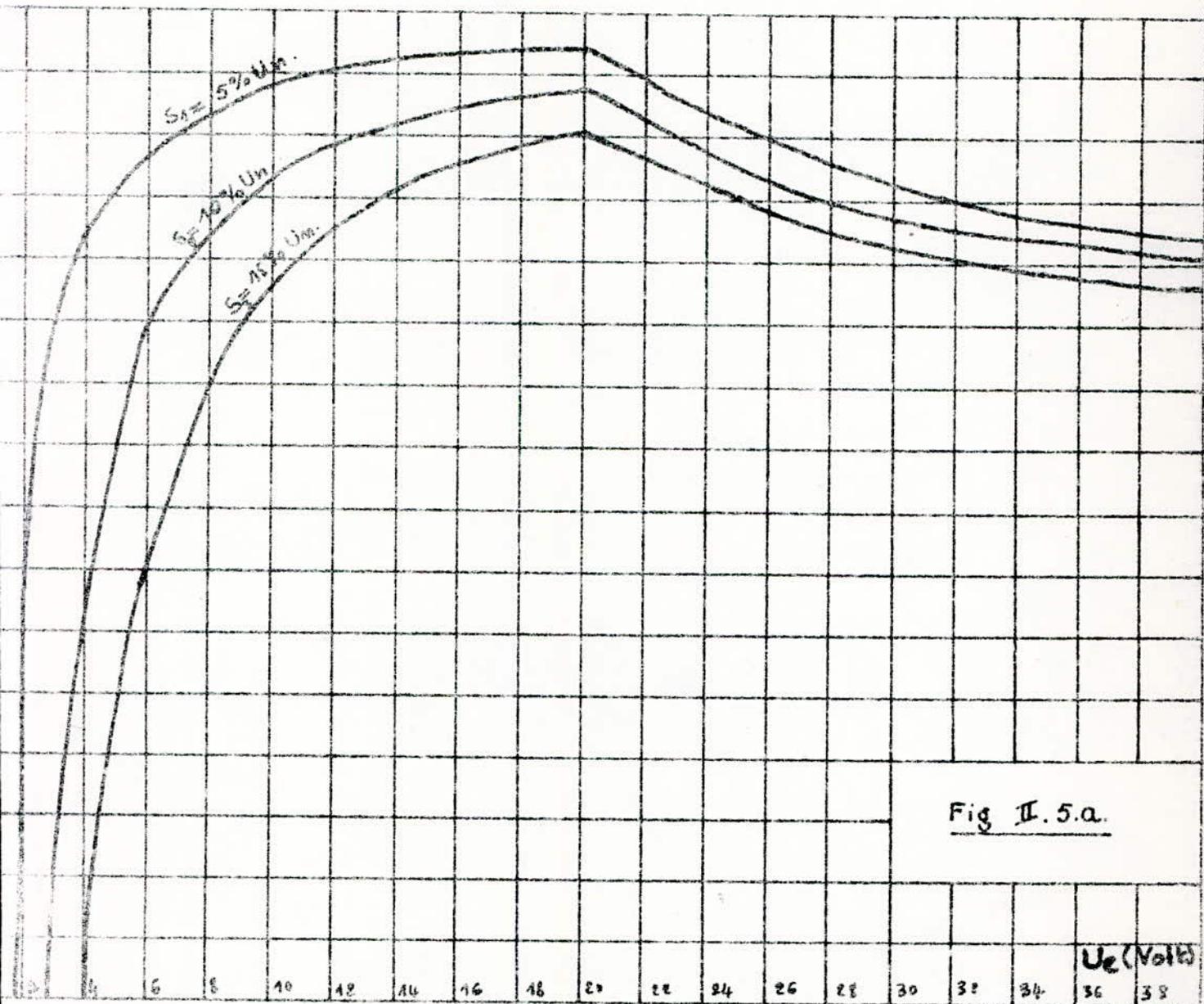
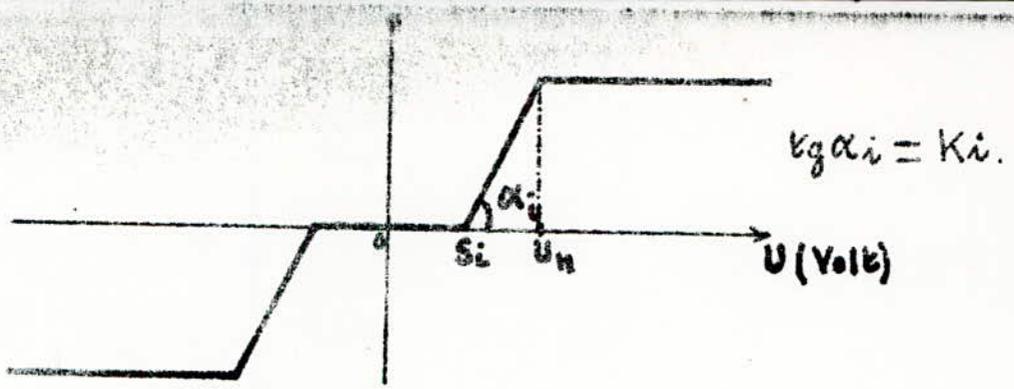
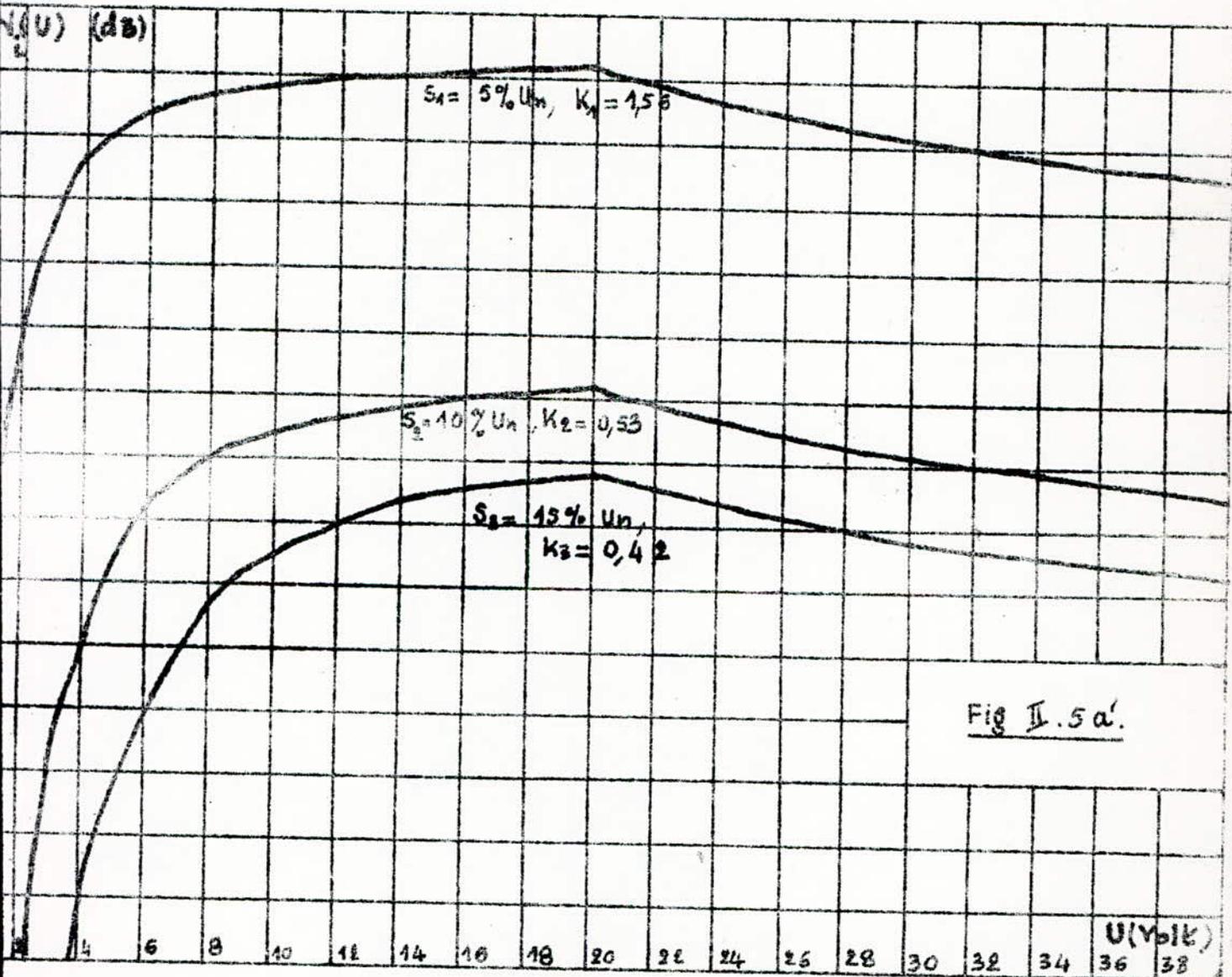


Fig II. 5.a.

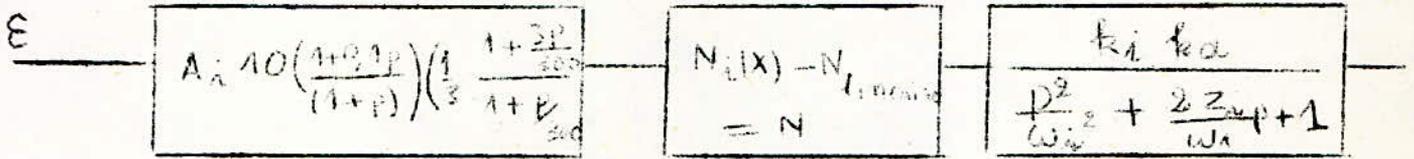
U_e (V)



Représentation du gain équivalent à la
caractéristique représentée
ci-dessus.



Nous représentons notre schéma fonctionnel d'étude, à nouveau, mais plus complet.



$A_1 = 200$, $N_1(X)$ est donné par le tableau précédent, $k_1 = 1,49$, $w_1 = 46,8$ rad/s. $Z_1 = 0,891$

$A_2 = 400$, $N_2(X)$ est également sur le tableau précédent, $k_2 = 0,48$, $w_2 = 81,5$ rad/s $Z_2 = 1$

$A_3 = 448$, $N_3(X)$ sur le tableau, $k_3 = 0,36$, $w_3 = 95,8$ rad/s $Z_3 = 1,091$

-//- AMPLITUDE DU CORRECTEUR C(p) (Sa fonction de transfert est représenté dans le plan de s_0 de en figure 11.5.b.)

rad/s	0,1	0,5	1	3	10	20	30	40	50	60	70	80
C(p) (dB)	10	9	7	0,3	-7	-9	-9,4	-9,3	9,2	-8,9	-8,6	-8,2

TABLEAU 11. 5 b.

W rad/s	90	100	200	300	400	500	600	800	1000
C(p) (dB)	-7,7	-7,4	-5	-3,4	-2,5	-1,9	-1,4	1,1	-0,9

TABLEAU 11. 5 b (Suite)

Diagrammes de Bode.

Fonction représentée:

$$\frac{10}{3} \frac{1 + 3j\omega_{300}}{1 + j\omega_{300}} \frac{1 + 0.1j\omega_{300}}{1 + j\omega_{300}}$$

A : amplitude
 ϕ : phase

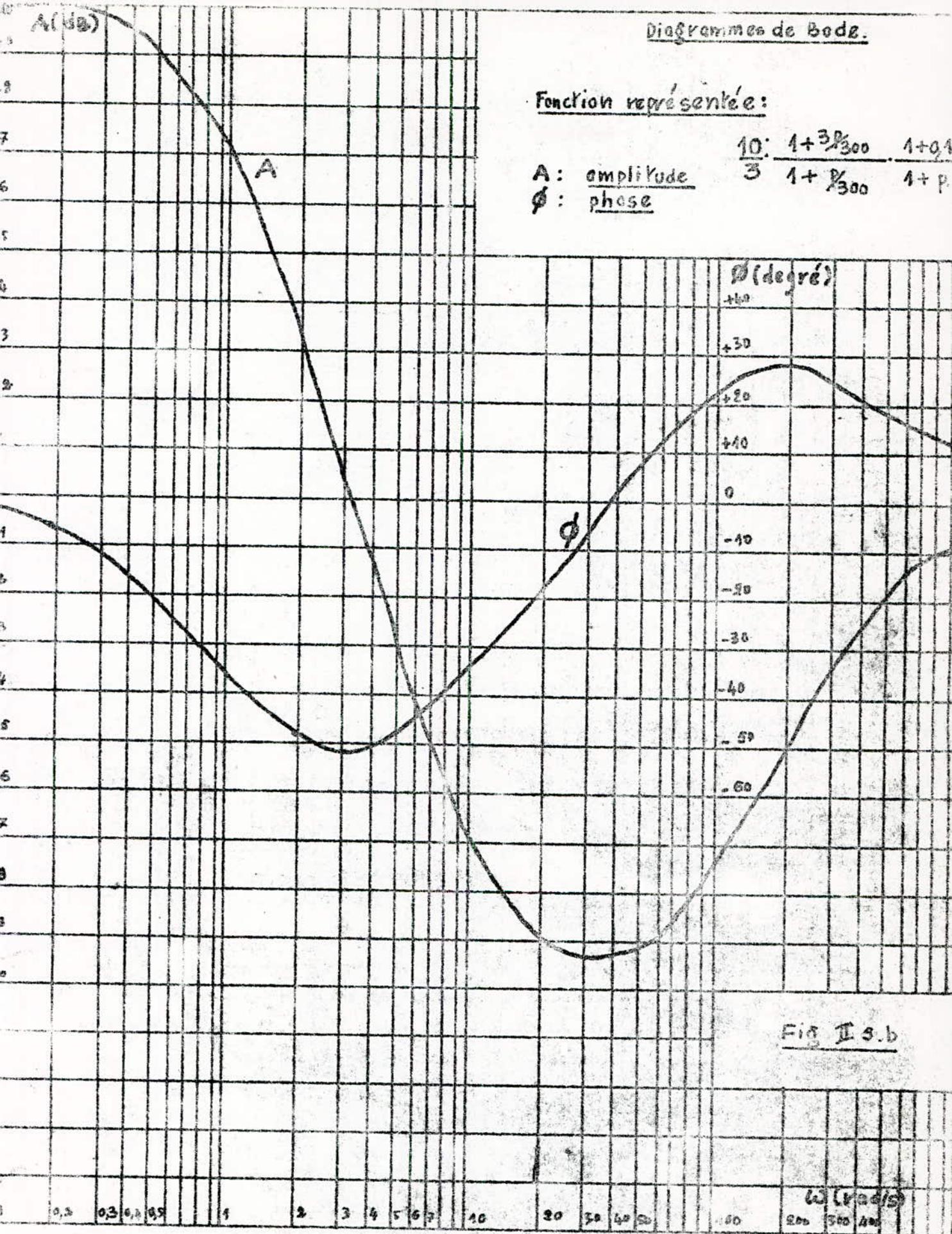


FIG II 5.b

ω (rad/s)
 200 300 400

CAS Z = 0,891

N Linéaire = 1,56 dB

 $\xi = 20,65 \text{ mV}$ $\varepsilon = -33,69 \text{ dB}$ donnant $1,4 \text{ V}$ $\omega = 30 \text{ rad/s}$.

$f_{\text{rad/s}}$	0,1	1	3	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300
A_{dB}	56,02	55,02	53,02	46,32	39,02	37,02	36,62	36,72	36,82	37,12	37,42	37,42	38,62	41,02	42,62
S_{dB}	22,32	19,32	12,62	5,32	3,32	2,92	3,02	3,12	3,42	3,72	4,12	4,62	4,92	7,32	8,92
V_{V}	13,06	9,25	4,27	1,84	1,46	1,4	1,41	1,43	1,48	1,53	1,60	1,70	1,76	2,32	2,79
$N_{\text{A.G}}$	3	2,6	0,7	-6,7	-7	-8,1	-8,1	-9	-8,6	-8,4	-8,1	-7	-6,8	-3,4	-1,8
N_{V}	-0,90	-1,31	-3,21	-4,58	-10,9	-12,01	-12,01	-12,90	-12,51	-12,31	-12,01	-10,91	-10,71	-7,31	-5,71
N_{dB}	44,09	40,90	32,29	23,42	14,39	11,59	10,19	7,54	6,29	5,49	4,45	3,49	2,89	0,51	6,31
ϕ_{deg}			-55			-56			-52				-104		
$N_{\text{T(m)}}$	150,14	112,08	41,16	14,82	5,24	3,79	3,23	2,38	2,06	1,86	1,67	1,49	-1,39	0,94	0,48

Cas 1. $Z = 0,891$ $\xi = 63,24$ ($\xi = 23,97$ dB) donnant 40 V à $\omega = 0,1$ rad/s

ω	0,1	1	3	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400
E_{A_1} (dB)	32,74	29,24	22,34	15,04	13,04	12,64	12,74	12,84	13,14	13,44	13,84	14,34	14,64	17,04	18,64	19,44
E_{A_2} (dB)	4,1	8,32	13,09	5,65	4,48	4,28	4,33	4,38	4,54	4,69	4,92	5,21	5,39	7,11	8,55	9,37
N_{A_1}	10	1,4	3	1,2	0,8	0,7	0,72	0,8	0,95	1,9	1,3	1,4	1,5	2,1	2,4	2,5
N_{A_2}			"													
N_{A_3} (dB)	3,97	-2,51	-0,91	-2,71	-3,99	-3,21	-3,19	-3,11	-2,95	-2,81	-2,61	-2,51	-2,31	-1,31	-1,51	-1,31
N_{A_4} (dB)	25	44	35,5	28	25,3	23,6	22,2	20,45	18,8	17,8	16,46	14,4	13,5	6,8	-1,06	-3,8
N_{A_5} (dB)			-56			-52			-95			-104	-104	-123	-137	
N_{A_6} (dB)	3,97	9,49	34,59	25,29	21,89	20,39	19,01	17,34	15,84	14,99	13,79	11,89	11,29	4,99	-2,11	-5,11
N_{A_7} (dB)	12,59	9,37	53,64	18,27	12,43	10,46	8,92	7,36	6,19	5,6	4,89	3,93	3,56	1,77	0,78	0,55

Cas $Z = 0,891$ $\varepsilon = 37,94$ mv $(\varepsilon = 28,42$ dB)donnant 24 V à $W = 0,1$

	0,1	1	3	10	20	30	40	50	50	70	80	90	100	200	300	400
α	7,60	24,60	17,90	10,60	8,60	8,20	8,30	8,40	8,70	9,00	9,40	9,90	10,20	12,60	14,20	15,00
β	24,00	15,95	7,85	3,39	2,69	2,57	2,60	2,63	2,72	2,82	1,95	3,12	3,23	4,26	5,14	5,62
γ	2,35	3,2	2,35	-0,6	-2,4	-2,5	-2,4	-2,5	-2	-1,8	-1,7	-1,4	-1	0,6	1,4	1,6
δ	-1,55	-0,71	-1,55	-4,51	-6,31	-6,41	-6,31	-6,41	-5,40	-5,71	-5,41	-5,31	-4,90	-3,31	-2,51	-2,31
ϵ	43,7	41,29	38,70	23,49	18,99	17,19	15,89	14,04	12,89	12,09	11,05	9,09	8,69	3,49	-3,11	-6,11
ζ			-56			-52			-95			-104	-104	-123	-137	
η	148,606	116,01	48,64	14,94	8,90	7,23	6,23	5,03	4,41	4,02	3,56	2,84	2,72	1,49	0,69	0,49

Diagramme de Nyquist dans la zone de
hautes fréquences de lieu de transfert
non linéaire pour $Z = 0,891$.

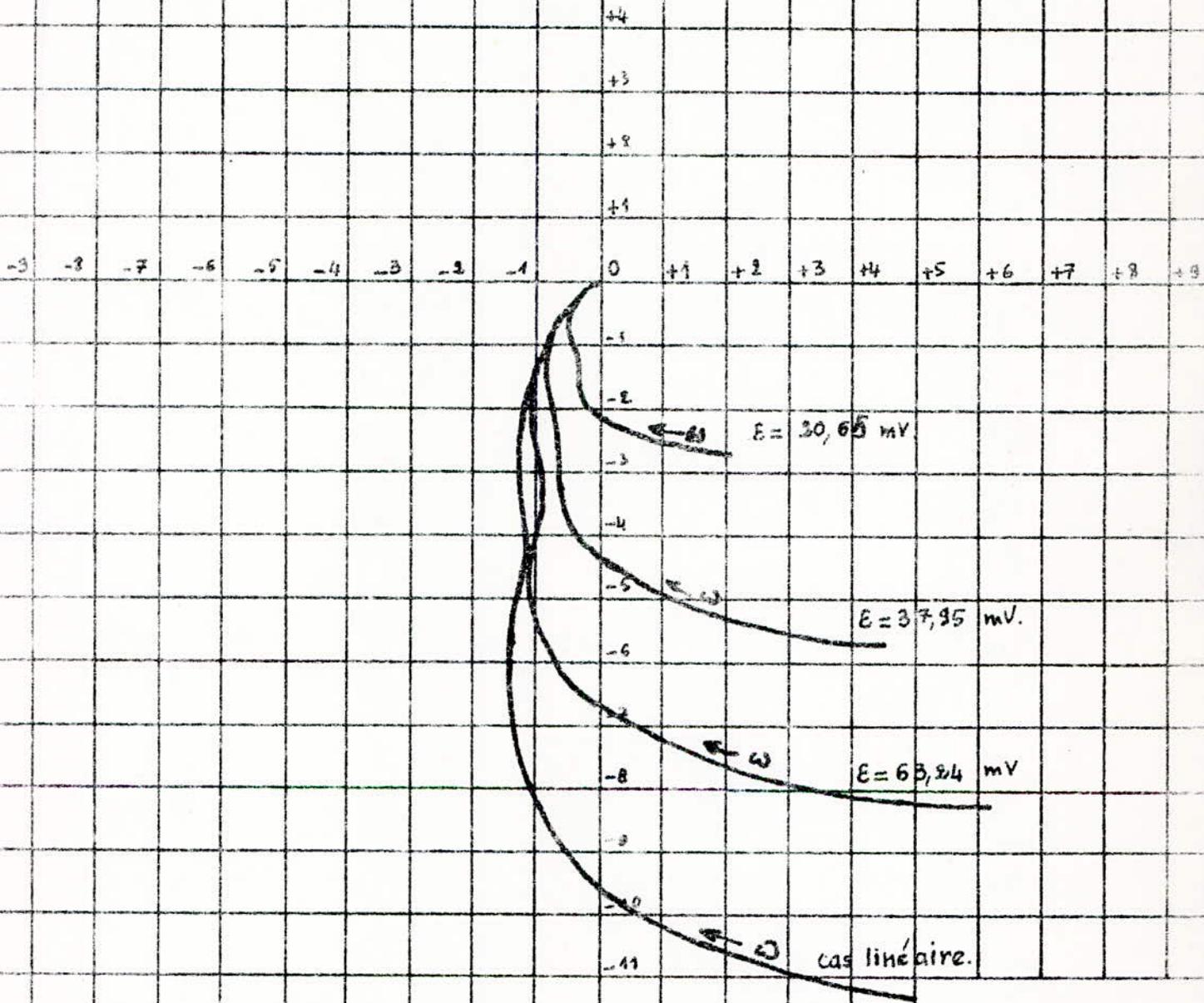


Fig II.5.c.

11.5 d Cas 2 : $Z = 1$

N linéaire = - 5,43,16 $\epsilon = 18,97$ wV ($\epsilon = - 34,44$ dB) donc

rot/s	0,1	1	3	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400
	62,00	59,04	52,36	45,04	43,04	42,64	42,74	42,84	43,14	43,44	43,84	43,34	44,64	47,04	48,54	49,44
	27,50	24,50	17,90	10,50	8,50	8,20	8,30	8,40	8,70	9	9,40	9,90	10,20	12,50	14,20	15
	20	17	7,85	3,39	2,69	2,57	2,50	2,53	2,72	2,82	2,95	3,13	3,24	4,20	5,13	5,63
	-7,7	-7	-7	-18,4	-20	-21	-21	-20,5	-20,4	-19,4	-18,8	-17,8	-17,2	-14	-12	-11
	-2,24	-1,54	-3,5	-11,14	-14,54	-15,54	-15,5	-15,14	-14,94	-13,9	-13,3	-12,34	-11,74	-8,54	-6,54	-5,54
	41,91	38,8	32,3	34,0	22,1	21,2	20,8	20	19,2	18,5	17,9	17,1	16,5	12,4	5,3	2,4
			-36	-47		-48			-64			-77	-79	-107	-124	
	39,37	37,20	28,73	13,65	7,56	5,65	5,26	4,91	4,26	4,55	4,55	4,75	4,85	3,85	-1,24	-3,16
				6,82	2,39	1,92	1,83	1,76	1,63	1,69	1,59	1,73	1,75	1,55	0,80	0,59

Diagramme de Nyquist dans la zone des hautes fréquences, dans le cas non linéaire pour $Z=1$.

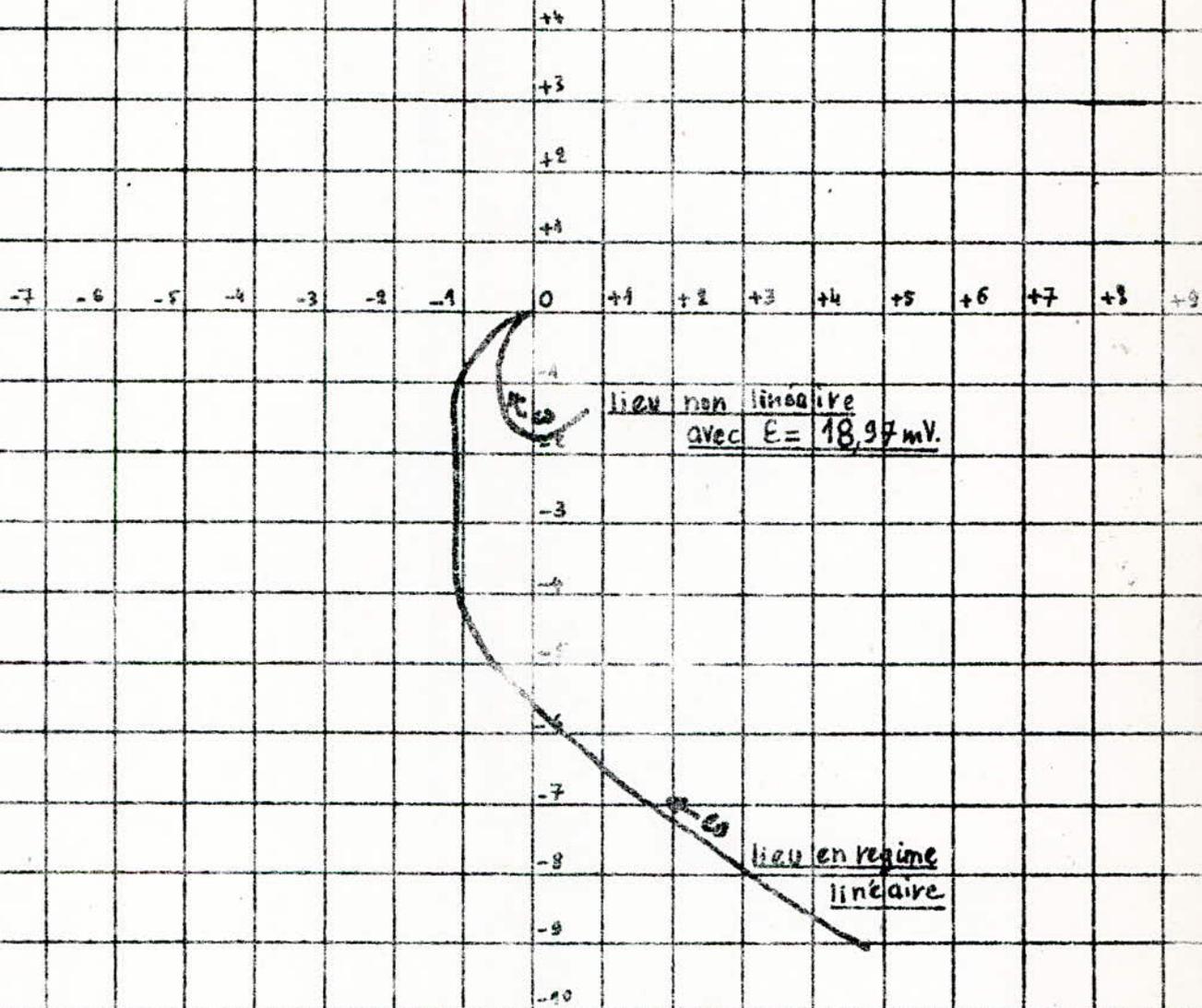


Fig II. 5. d

11.5.e Cas $Z = 1,091$ N linéaire = -7,46 dB $\varepsilon = 27,69$ wv $\varepsilon = -31,15$ dB donnant 4

f A (Hz)	0,1	1	3	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400
$A_{(f)}$ (dB)	63,01	50,01	57,31	45,01	44,01	43,71	43,81	43,81	44,11	44,41	44,81	45,31	45,61	48,01	49,61	50,41
$A_{(f)}$ (dB)	31,86	28,86	22,16	14,36	12,86	12,46	12,56	12,66	12,96	13,26	13,66	14,16	14,46	16,86	18,46	19,26
$V_{(f)}$ (V)	39,19	27,74	12,83	5,53	4,49	4,29	4,24	4,29	4,44	4,60	4,82	5,10	5,28	6,97	8,32	9,18
$N_{(f)}$ (dB)	-13,4	-11	-10,8	-18	-21,4	-22,2	-21,9	-21,8	-21,2	-20,3	-19,8	-19,2	-18,7	-15,2	-13,2	-12,6
$N_{(f)}$ = N	-5,93	-3,53	-3,33	-10,53	-13,93	-14,73	-14,43	-14,33	-13,73	-13,13	-12,33	-11,73	-67	-94	-113	
$\Pi_{(f)}$ (dB)	39,74	36,74	30,24	22,74	20,40	19,40	18,80	18,95	17,60	16,80	16,30	15,60	3,96	5,06	0,46	-1,73
ϕ degré				-56		-44			-51			-66	1,57	1,79	1,05	0,81
$N_{(f)}$ (dB)	33,80	33,20	25,97	12,20	6,46	4,66	4,36	3,71	3,86	3,66	3,96	3,86				
$N_{(f)}$	48,99	45,72	22,15	4,07	2,10	1,71	1,65	1,53	1,56	-1,52	-1,57	1,56	1,57	1,79	1,05	0,81

TABLEAU 11.5.e -

Diagramme de Nyquist dans la zone des hautes fréquences du lieu de transfert non linéaire pour le cas $Z=1,091$.

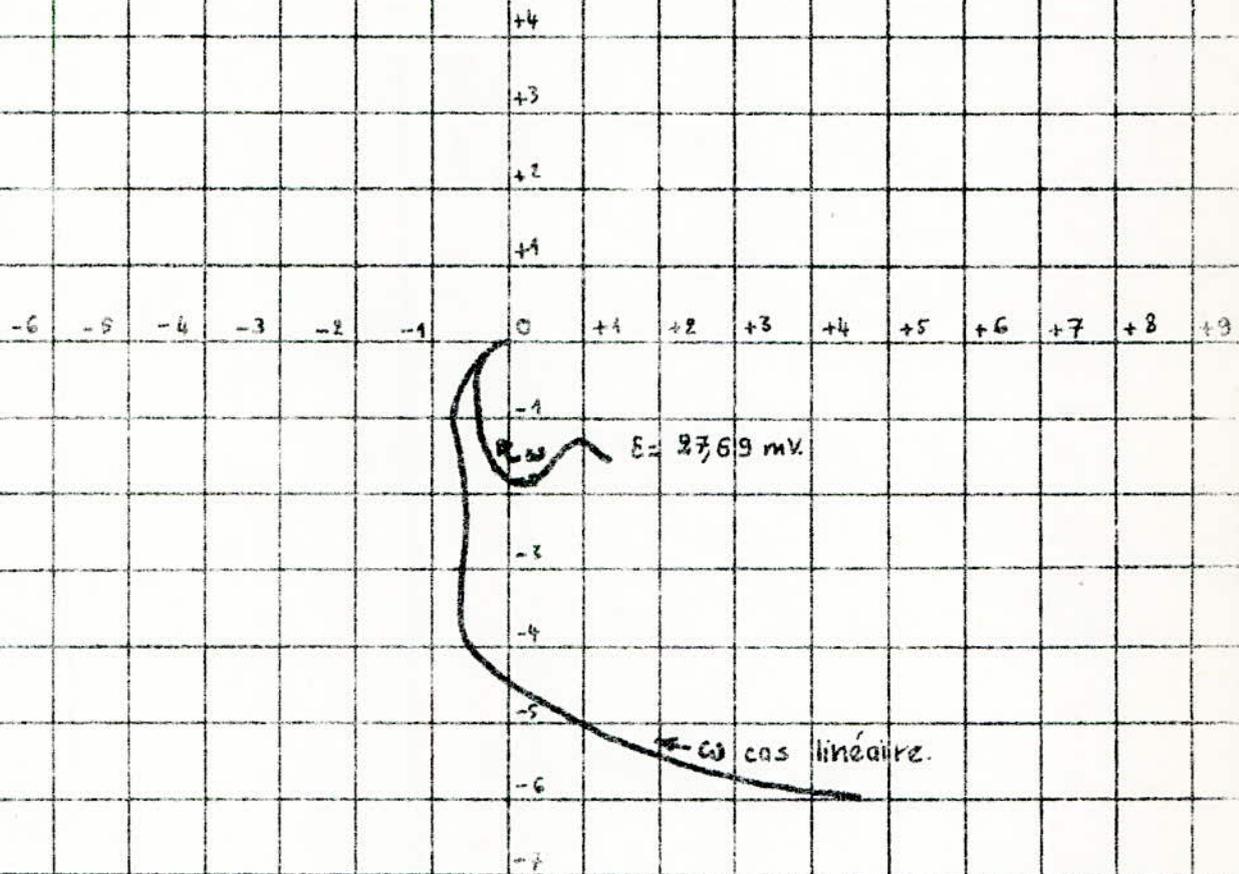


Fig II.5.e

11 - 6 - ETUDE DE LA STABILITE PAR LA NOTION DE LIEU CRITIQUE -

Pour celà, nous dressons d'abord, les tableaux donnant $1/N_i(X)$ (pour $i=1,2,3$) et nous tracerons ensuite pour chaque cas les lieux de transfert en boucle ouverte en régime linéaire, et les lieux critiques, $N_i(X)$ avec X décrivant la bande $(0, \infty)$ nos tableaux vont jusqu'à la valeur 50 Volt pour X le reste sera déduit.

X (Volt)	1	2	4	6	8	10	14	18	20	22	24	28	30	40	50
$N_1(X)$	0	0,52	1,03	1,21	1,30	1,35	1,42	1,45	1,45	1,37	1,31	1,19	1,13	0,99	0,79
$1/N_1(X)$		1,92	0,96	0,83	0,77	0,74	0,71	0,69	0,68	0,73	0,76	0,84	0,87	1,01	1,26
$N_2(X)$	0	0	0,18	0,29	0,35	0,39	0,43	0,45	0,45	0,44	0,41	0,38	0,36	0,32	0,26
$1/N_2(X)$			5,53	3,37	2,8	2,56	2,32	2,20	2,15	2,29	2,41	2,52	2,73	3,12	3,91
$N_3(X)$	0	0	0,07	0,14	0,21	0,25	0,30	0,33	0,34	0,32	0,31	0,28	0,27	0,24	0,19
$1/N_3(X)$			14,22	7,15	4,72	4	3,3	3,04	2,95	3,12	3,27	3,54	3,56	4,17	5,21

TABEAU 11. 6 -

Diagramme de Nyquist dans la zone des hautes frequences.

$$T(p) = 4475 \left(\frac{1+0,1p}{1+p} \right) \left(\frac{1}{3} \frac{1+3p/300}{1+p/500} \right) \frac{0,131 R_3}{\omega_3^2 + \frac{223}{\omega_3} p + \omega_3^2}$$

$$z_3 = 1,091, \quad \omega_3 = 95,8 \text{ rad/s}, \quad R_3 = 0,36.$$

$$N_3(e) \text{ pour } S_3 = 3V \text{ et } K_3 = -7,46 \text{ dB.}$$

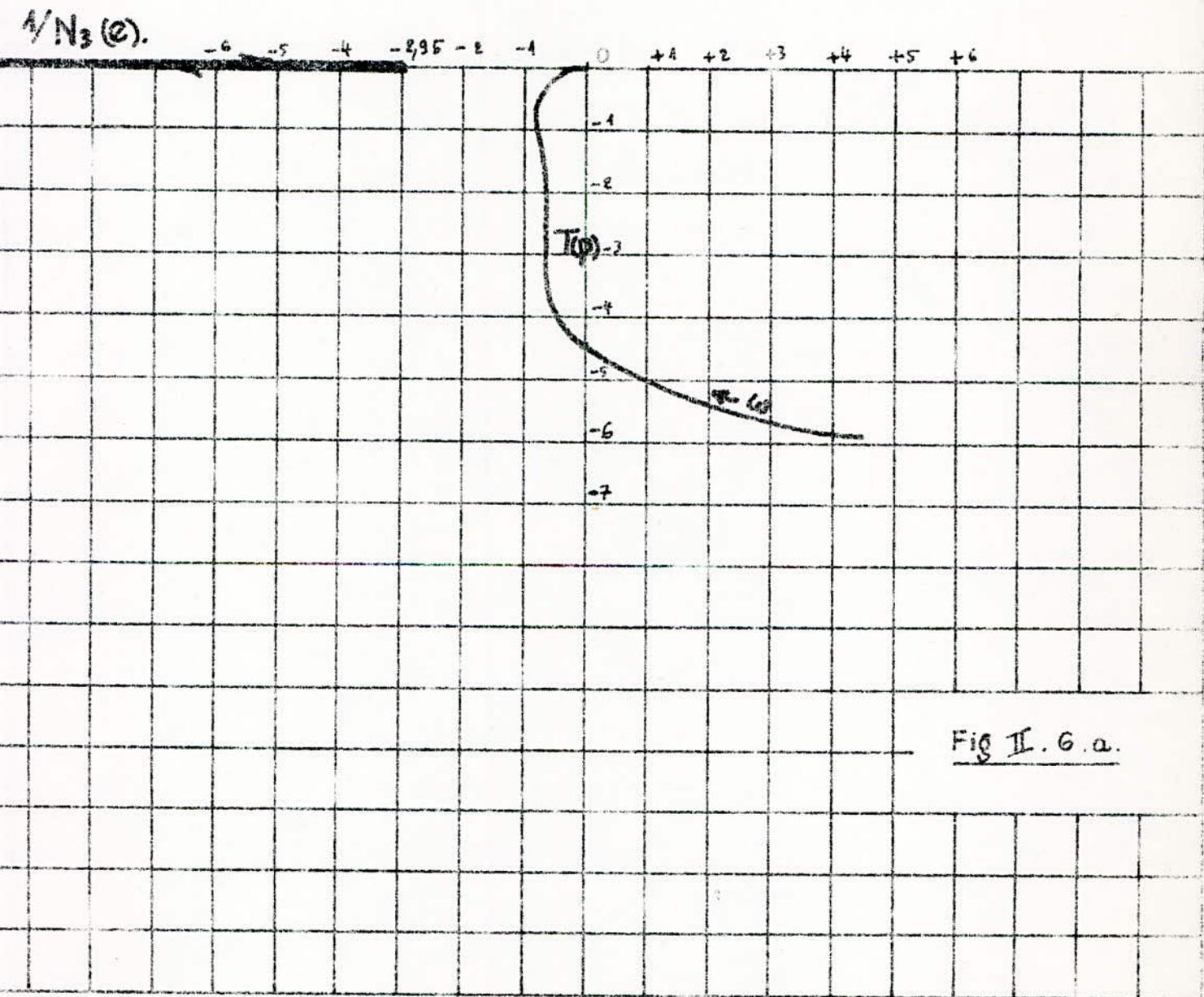
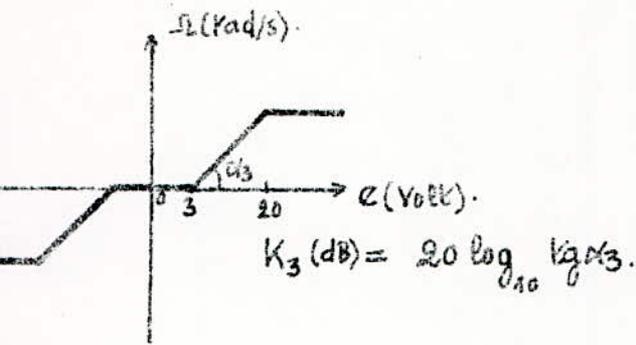
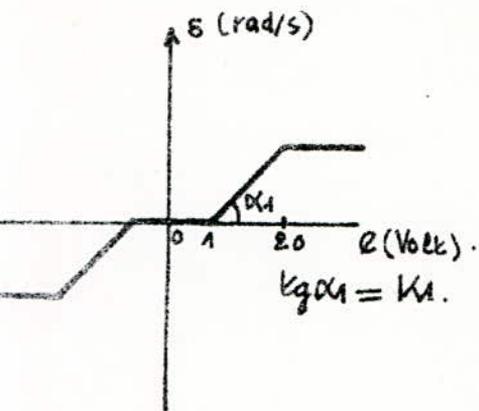


Fig II. 6. a.

Diagramme de Nyquist dans la zone des hautes fréquences.



$$T(p) = 2000 \frac{(1+0,1p)}{1+p} \left(\frac{1}{3} \frac{1+3p/300}{1+p/300} \right) \frac{0,191 k_1}{\frac{p^2}{\omega_1^2} + \frac{2Z_1}{\omega_1} p + 1}$$

$Z_1 = 0,891$, $\omega_1 = 46,8$ rads, $k_1 = 1,49$.

$N_1(s)$ pour $S_1 = 1V$ et $K_1 = 1,57$ dB.

$1/N_1(s)$

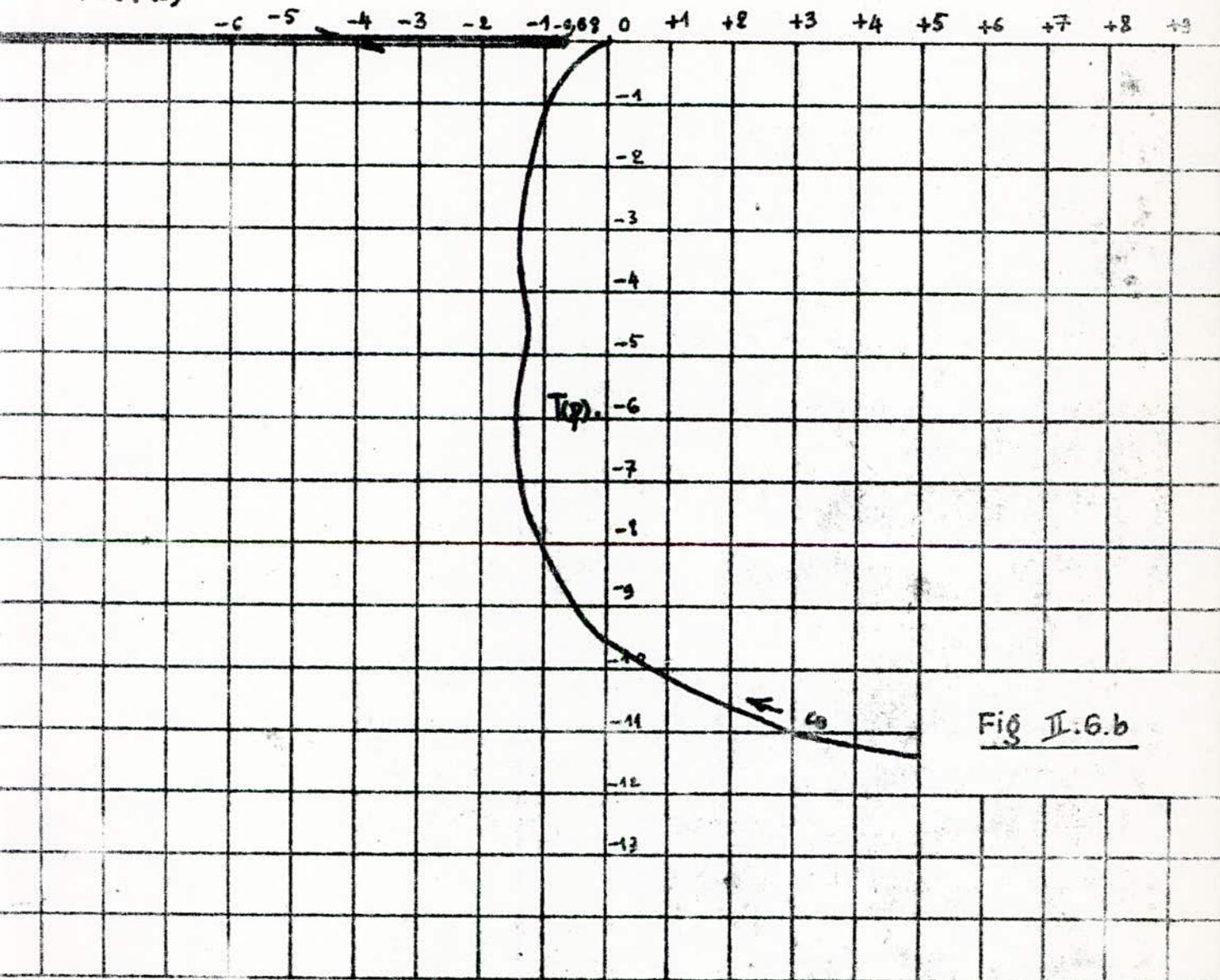


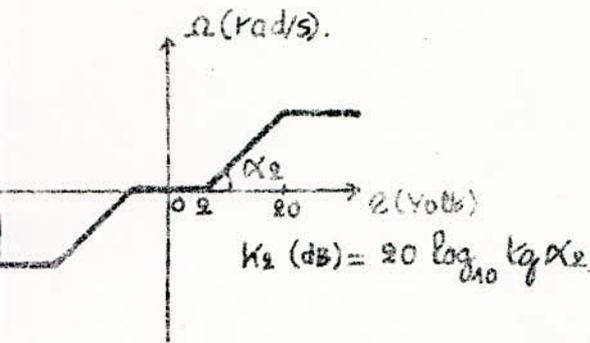
Fig II.6.b

Diagramme de Nyquist dans la zone des hautes fréquences.

$$T(p) = 4000 \cdot \frac{(1+0,1p)}{1+p} \left(\frac{1}{3} \frac{1+3p/300}{1+p/300} \right) \cdot \frac{0,191 K_2}{\frac{p^2}{\omega_2^2} + \frac{2Z_2 p}{\omega_2}}$$

$$K_2 = 0,48 \quad , \quad \omega_2 = 81,5 \text{ rad/s} \quad , \quad Z_2 = 1$$

$$N_2(e) \text{ pour } S_e = 2V \text{ et } K_2 = -5,46 \text{ dB.}$$



$1/N_2(e)$

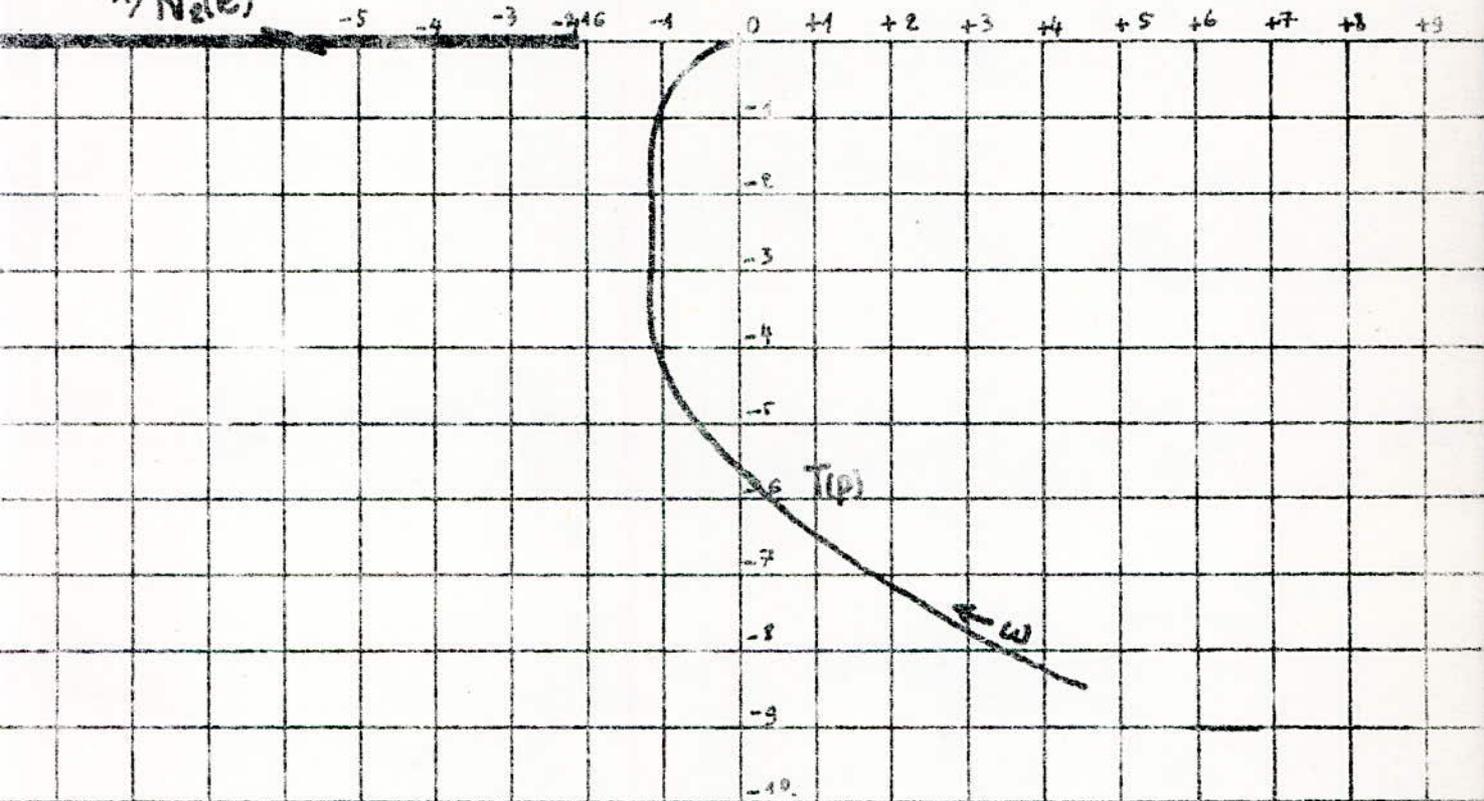


Fig II. 6.c.

CONCLUSIONS :

Nous avons déjà signalé, avant d'entamer l'étude de la non-linéarité, que pour nous le gain équivalent était réel.

La non linéarité diminue le gain, donc affecte la précision et le facteur d'amortissement, un nouveau réglage optimum est nécessaire.

Une première étude faite à l'aide de valeurs de l'amplitude de l'erreur sortant du comparateur (puisque l'étude de la stabilité en non linéaire en dépend) et représentant assez bien la plage de variation de nos tensions. Montre que pour des valeurs de ξ faibles le gain diminue nettement, pour d'assez grandes valeurs, le gain diminue faiblement.

Une deuxième étude faite à l'aide de la notion de lieu critique $1/\mu(X)$, montre que les plus faibles marges de phase est de gain sont obtenues pour $X = 20$ Volts, X étant la grandeur obtenue à partir de ξ après corrections et amplification.

- **INGENIEUR** // **ARTIE** -

COUCHANTS

POUTEURS

III . SYSTEMES A COURANT PORTEUR : -----oo0oo-----

III.1. INTRODUCTION :

Dans un servomécanisme à courant continu comme le notre, pour résoudre des problèmes posés par des organes à courant continu tels que les problèmes de dérive des amplificateurs à courant continu à fort gain, on peut avoir recours à l'utilisation de systèmes à courants porteurs.

Nous exposerons dans cette partie les éléments nécessaires à l'utilisation de ces systèmes à courant porteur dans un servomécanisme à courant continu :

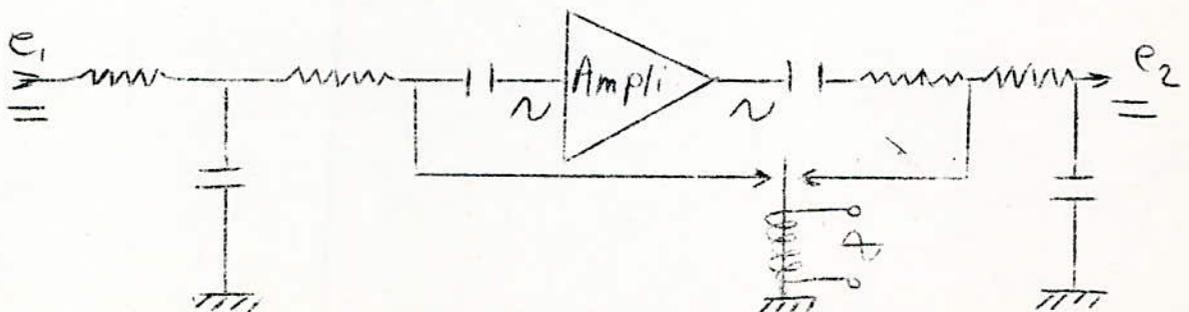
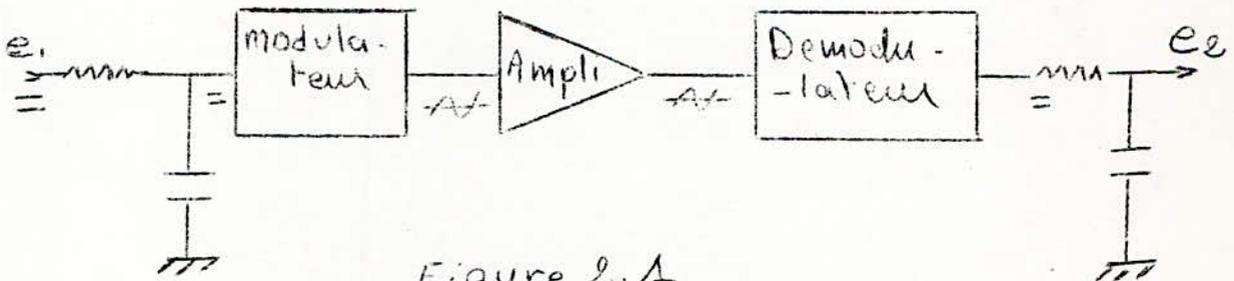
Modulateurs - Démodulateurs - Filtrés.

En dernière partie, nous étudierons une méthode de transposition de fréquence permettant l'utilisation d'organe à courant continu dans les servomécanismes à courant alternatif (tels que les correcteurs).

III.2. AMPLIFICATEUR A COURANT CONTINU A DERIVE COMPENSEE :

La principale difficulté de l'amplification des courants continus, c'est à dire non modulés, réside dans le déplacement du zéro appelé dérive.

La dérive est généralement rapportée à l'entrée et s'exprime par la quantité dont il faut décaler la tension d'entrée par rapport au zéro pour ramener la sortie au zéro.



Les difficultés relatives à la dérive peuvent-être éliminées si le signal à amplifier est tout d'abord modulé au moyen d'un modulateur virtuellement sans dérive tel qu'un modulateur découpeur à contacts vibrants (dont nous verrons plus loin le fonctionnement) le signal modulé étant amplifié en courant alternatif, puis démodulé également sans dérive.

Les opérations de modulations et démodulation peuvent-être confiées à un vibreur unique.

La bande passante est limitée pratiquement au dixième de la fréquence porteuse.
À l'entrée, un filtre passe bas élimine les fréquences élevées du signal à moduler, qui ne sauraient moduler convenablement la porteuse.

À la sortie, le signal démodulé par découpage est filtré par un second filtre passe-bas.

Il est possible d'allier la faible dérive des amplificateurs à découpeur à la large bande passante des amplificateurs continus classiques au moyen du schéma suivant :

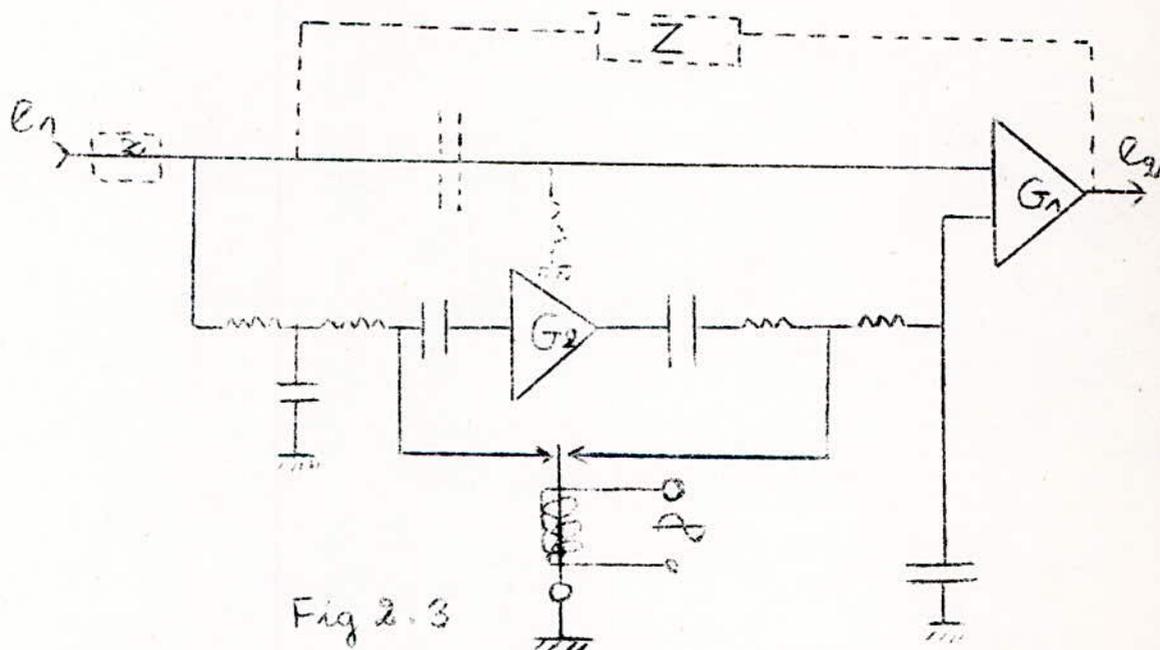


Fig 2.3

Les impédances Z et X représentées en traits interrompus sont les impédances qui caractérisent les amplificateurs opérationnels.

Le signal continu à amplifier est appliqué à un amplificateur à courant continu ordinaire de gain G_1 , d'une part directement, d'autre part par l'intermédiaire d'un amplificateur à découpeur de gain G_2 .

Les fréquences élevées du signal d'entrée ne sont pas transmises par le filtre passe-bas disposé à l'entrée de l'amplificateur à découpeur et ne sont donc amplifiées que par l'amplificateur à courant continu avec le gain :

$$G_{HF} = G_1.$$

Au contraire les fréquences basses y compris la composante continu, sont amplifiées, d'une part par l'amplificateur à courant continu seul, mais surtout par les deux amplificateurs en cascade avec le gain :

$$G_{BF} = G_1 (1 + G_2)$$

Ainsi, pour les basses fréquences, l'amplificateur à découpeur joue le rôle d'un étage d'entrée de gain G_2 et de très faible dérive.

La dérive de l'amplificateur à courant continu rapportée à l'entrée se trouve ainsi divisée par un facteur égal au gain G_2 de l'amplificateur à découpeur.

Les causes de dérive qui subsistent sont :

- le bruit et la dérive du découpeur, de l'ordre de quelques microvolts.
- le courant d'entrée de l'amplificateur à courant continu, qui produit dans la résistance d'entrée une tension d'erreur dont une partie se trouve transmise à l'entrée de l'amplificateur à découpeur.

Cette dernière cause de dérive peut-être éliminée, moyennant certaines précautions, en interdisant à la composante continu l'entrée directe dans l'amplificateur continu, au moyen d'un filtre passe-haut représenté en trait interrompu sur la figure précédente, le gain aux basses fréquences est alors égal $G_1 G_2$.

III. 3. SYSTEMES MIXTES :

Du point de vue technologique, les systèmes à courant continu et à courant porteur présentent chacun des avantages et des inconvénients.

1°) - Les amplificateurs électroniques à courant alternatif, sont d'une construction beaucoup plus simple et d'un fonctionnement plus sûr que les amplificateurs à courant continu. Le principal inconvénient de ces derniers est le phénomène de dérive ou du déplacement du zéro, d'autant plus gênants et difficile à corriger que le gain est plus élevé.

2°) - Les réseaux correcteurs électriques à courant continu sont plus facile à calculer et à mettre en oeuvre que les réseaux équivalents à courant porteur.

De plus l'emploi des réseaux correcteurs suppose que la fréquence porteuse présente une stabilité suffisante, ce qui n'est pas toujours le cas en pratique.

3°) - La valeur de la fréquence porteuse fixe une limite supérieure aux performances dynamiques que l'on peut espérer d'un servomécanisme à courant porteur. Ainsi avec une porteuse de 50 Hz, on ne peut guère en pratique transmettre des fréquences supérieures à 15 Hz ce qui correspond à un temps de réponse de 1/30 de seconde. Toutefois l'emploi d'une porteuse à 400 Hz permet d'obtenir des bandes passantes aussi larges que cela est nécessaire dans le domaine des servomécanismes.

4°) - En raison de leur mauvais facteur de puissance (de l'ordre de 10 à 20 %) les moteurs biphasés à induction couramment employés dans les systèmes à courant porteurs ne constituent une solution valable que pour les faibles puissances.

Les considérations ci-dessus expliquent que l'on ait souvent intérêt à mettre en oeuvre des systèmes mixtes comportant des organes à courant continu et des organes à courant porteur.

L'existence des systèmes mixtes explique l'importance des modulateurs et démodulateurs d'amplitude dans la technologie des servomécanismes.

On distingue trois catégories principales des modulateurs et démodulateurs d'amplitude.

1°) - Modulateurs et Démodulateurs à contact :

On peut utiliser à cet effet, soit des modulateurs à lame vibrante spécialement conçus à cet effet, soit des relais polarisés.

Il existe des modulateurs à lame vibrante capables de travailler à 400 Hz, fréquence des réseaux en usage à bord des avions.

Ce type de modulateur présente le double avantage d'une grande simplicité et de l'absence de dérive.

2°) - Modulateurs et Démodulateurs électroniques :

Ils constituent essentiellement la transposition électronique des modulateurs et démodulateurs à contacts et mettent en oeuvre, soit des diodes, soit des transistors.

3°) - Modulateurs Magnétiques :

On sait que le principe des amplificateurs magnétiques ou Transducteurs consiste en une variation d'impédance d'un circuit à courant alternatif sous l'effet des variations du courant continu parcourant l'enroulement de commande d'une auto-induction à saturation.

Ce dispositif qui comprend de très nombreuses variantes, constitue du même coup un modulateur.

Il se caractérise par une grande robustesse, comparable à celle d'un transformateur.

III.4. - TRANSMISSION DES INFORMATIONS - SYSTEME DE MODULATION :

Les chaînes d'action et de réaction d'un système asservi ont essentiellement pour rôle de transmettre des actions et des informations entre l'entrée et la sortie du système.

Toutes les méthodes de modulation utilisées dans les télécommunications peuvent donc être mise en oeuvre, tout au moins dans les systèmes asservis comportant des organes électriques et électroniques.

Redressement - rémodulation - Filtrage.

III.4.1. : PROBLEMES ET DEFINITIONS :

L'information dans notre système se " propage " sous forme de courant continu. Mais pour faciliter le transport et l'amplification en puissance de cette information on peut-être amené à superposer au signal pur contenant l'information, un autre signal non porteur d'information. Par exemple, afin de s'affranchir des dérives des amplificateurs à courant continu, on préfère utiliser un courant alternatif (courant porteur) modulé par la variable continue (signal pur) représentant le phénomène ; l'amplification est alors beaucoup plus simple.

Le but de ce paragraphe est d'étudier comment on peut " sortir " l'information du signal " convoyeur ".

Les principaux cas à envisager sont les suivants :

- a) courant alternatif de fréquence fixe, modulé en amplitude, l'amplitude de la variable continue contenant l'information étant inférieure ou égale

à l'amplitude du courant alternatif porteur (taux de modulation entre 0 et 100 %, 100 % étant exclu). C'est le cas des amplificateurs à courant alternatif dans les servomécanismes à courant continu. Un système modulateur est placé en amont de l'amplificateur.

- b) Courant alternatif de fréquence fixe, modulé en amplitude, la variation de la variable continue contenant l'information étant égale au double de l'amplitude du courant alternatif porteur.
En fait, tout se passe du point de vue mathématique, comme s'il y avait changement de phase de la porteuse lorsque la tension continue (tension modulatrice) change de signe.
- c) Courant alternatif d'amplitude constante ou peu variable, modulé en fréquence par le signal utile.
- d) Courant alternatif d'amplitude constante ou peu variable, modulé en phase par le signal utile.
On rencontre souvent de tels courants dans des servomécanismes assurant le synchronisme de pièces en mouvement de rotation.
- e) Courant pulsé (impulsions de courant de forme quelconque, revêtant un certain caractère de périodicité ou non).

Deux cas sont à considérer :

- e₁) Les impulsions de sortie sont de polarité quelconque (en général elles sont alternativement positives ou négatives).
C'est le cas du relais vibrant, du relais simple.
- e₂) Les impulsions de courant sont toujours de même signe.
- f) Courant quasi-périodique de valeur quadratique moyenne fonction du signal de commande.

Les organes permettant d'extraire l'information utile ne sont pas les mêmes dans ces différents cas ; ils s'appellent :

- Redresseurs (ou Détecteurs) dans les cas (a) (f) et éventuellement (e₁) ce sont essentiellement des organes à caractéristiques non linéaires ayant une résistance directe négligeable par rapport à leur résistance inverse.

- Démodulateurs (ou redresseur de phase) dans le cas (b) . Ceux sont des organes qui possèdent deux entrées : l'une pour le courant modulé, l'autre pour le courant porteur de référence.
- Discriminateurs, dans les cas (c) et (d) . Ceux sont encore des organes à deux entrées assez voisins des démodulateurs mais dans lesquels on trouve des circuits accordés sur la fréquence de référence.
- Réseaux intégrateurs dans les cas (e) et éventuellement dans le cas (f) . L'intégration avec constante de temps revient à prendre la valeur moyenne pendant un intervalle de temps de l'ordre de la constante de temps du réseau.

Ces organes donnent tous, en plus de la modulation (signal utile) plus ou moins déformée (distorsion), de courants résiduels tels que composante continue, composante alternative à la fréquence du courant porteur, etc...
Il y a lieu d'éliminer ces courants résiduels : c'est le but du filtrage.

III.4.2. - REDRESSEURS. :

a) L'utilisation d'un seul élément non linéaire correspond au redressement d'une seule alternance. Ce cas correspond à une mauvaise extraction du signal utile. Absence de signal pendant une alternance, nécessité de filtrer énergiquement.

Un tel dispositif est rarement utilisé en système asservi.

b) Par contre l'utilisation de deux redresseurs est fréquente : elle nécessite que le circuit amont ait un point milieu.

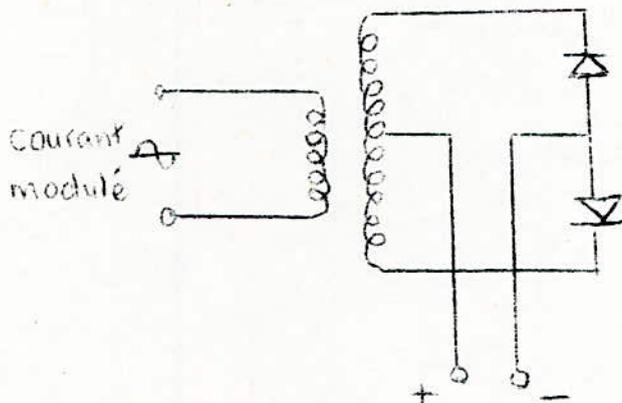
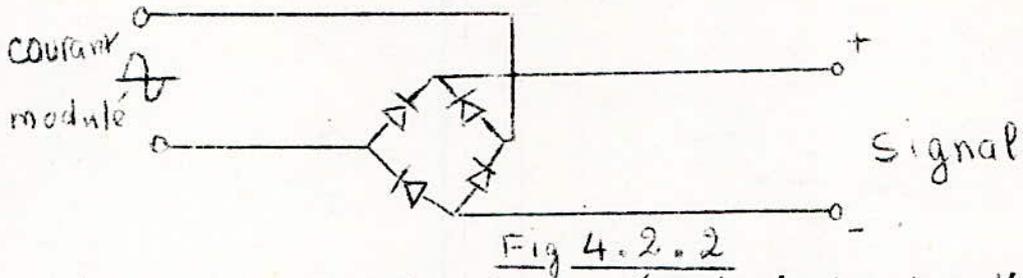


Fig 4.2.1

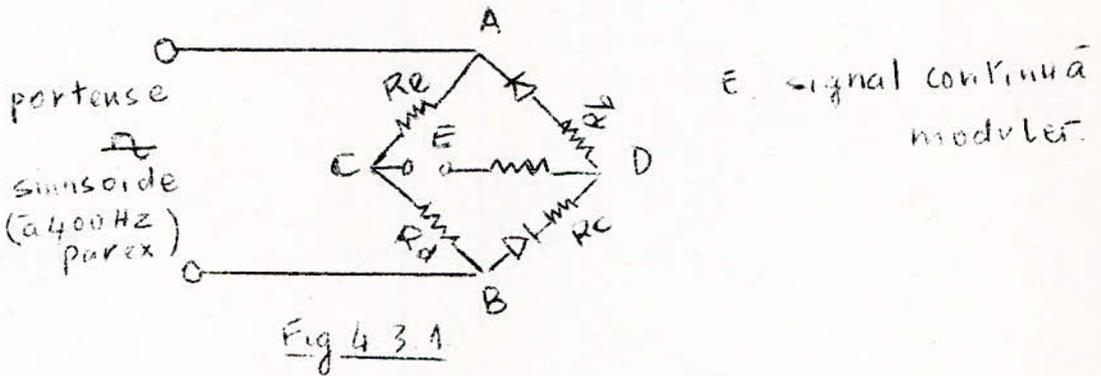
c) Si le circuit amont ne possède pas de point milieu, on obtient le même résultat par l'emploi de quatre redresseurs montés en pont :



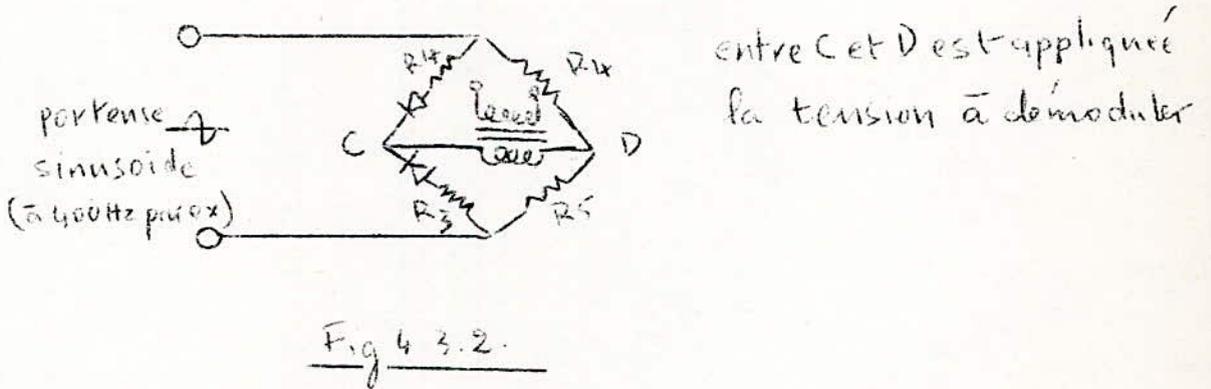
d) Lorsque la tension inverse (qui n'est autre d'ailleurs que l'amplitude de la tension du signal porteur) est supérieure à la tension inverse que peut supporter un élément redresseur, on peut utiliser plusieurs redresseurs élémentaires en cascade.

III. 4.3- DEMODULATEURS (OU REDRESSEUR DE PHASE)

a) Modulateur en anneau :



b) Démodulateur en anneau.

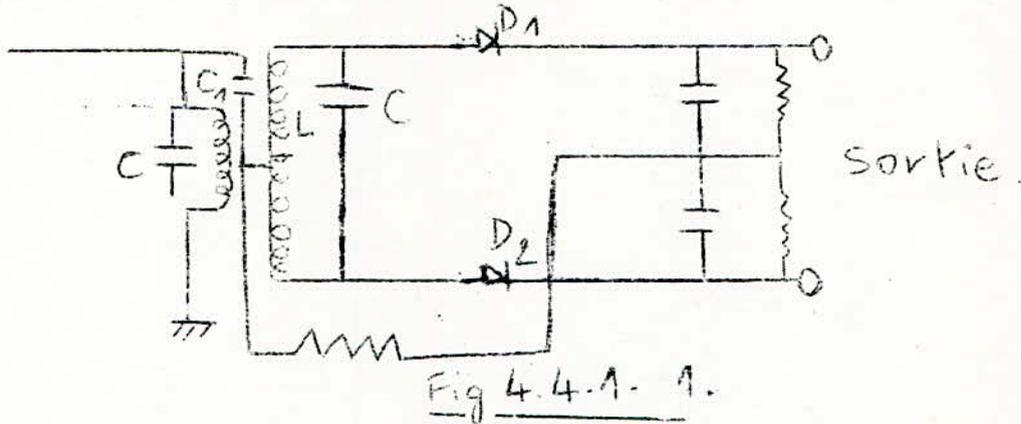


III 4.4. - DISCRIMINATEURS :

III 4.4.1- DISCRIMINATEUR DE FREQUENCE :

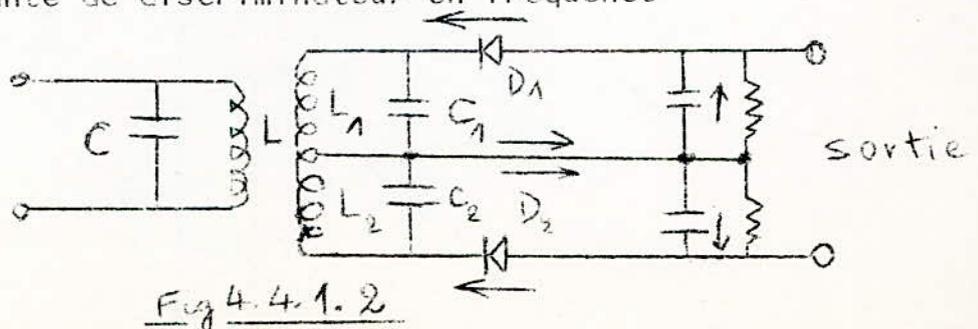
Il s'agit d'extraire l'information contenue dans un courant alternatif modulé en fréquence (fréquence porteuse f_0 ; variation de fréquence $\pm \Delta f$).
Il va de soi que cette modulation n'a pas de sens que si le signal porteur est bien stable en fréquence ; sinon le discriminateur est incapable de différencier une modulation volontaire d'un glissement de fréquence de la porteuse.

Les discriminations de fréquence sont fondés sur la courbe de réponse d'un circuit oscillant accordé (sur la porteuse) pour des fréquences voisines de la porteuse.



Sur la figure, le circuit LC est accordé sur la fréquence porteuse f_0 : il est excité par le circuit amont qui en général constitue la charge d'un circuit écrêteur afin que l'amplitude du courant modulé soit constante.
L'inductance du circuit LC est attaquée en son milieu par la tension de l'étage amont : les tensions dans les deux circuits accordés sont donc déphasés de $\pi/2$. Sur toute la plage $f_0 \pm \Delta f$ Cette tension se mélange dans l'inductance avec elle produite par induction pour la fréquence centrale f_0 on vérifie que les deux composantes induites dans les deux parties de la bobine sont opposées et perpendiculaires à la composante apportée par la capacité C_1 : la tension de sortie est nulle. Si la fréquence du courant varie les deux composantes opposées ne sont plus perpendiculaires à la composante apportée par la capacité C_1 et la résultante est détectée par les diodes D_1 et D_2 .

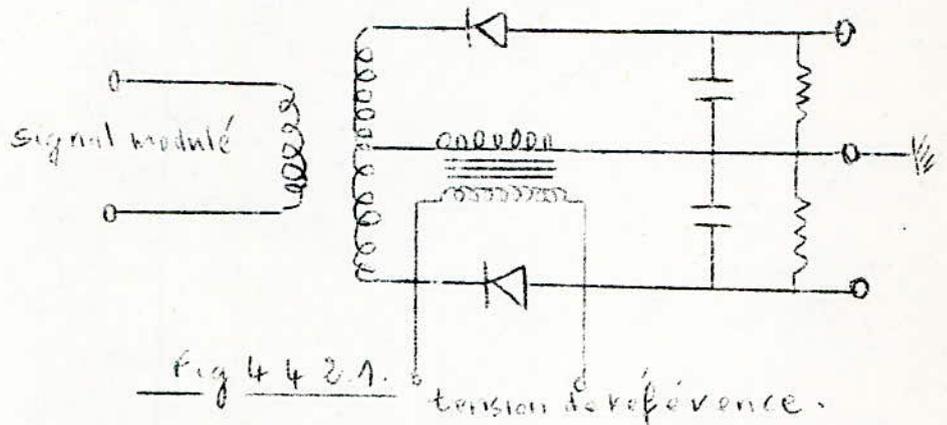
Une variante de discriminateur en fréquence



Le circuit accordé LC à facteur de surtension faible est couplé à deux circuits L1 C1 et L2C2 accordés sur deux fréquences f_1 et f_2 équidistant de la fréquence centrale f_0 avec :

$$f_1 > f_0 - \Delta f \quad f_2 < f_0 + \Delta f$$

III.4.4.2. - DISCRIMINATEUR DE PHASE :



Il s'agit ici d'extraire l'information du signal modulé en phase, donc à fréquence constante. Le principe de discrimination nécessite ici que le signal de référence (porteuse) soit directement injecté dans le circuit secondaire et, de ce fait, la stabilité en fréquence n'est pas rigoureusement nécessaire.

III.4.5. - //() MODULATEURS ET DEMODULATEURS A DECOUPEURS :

III.4.5.1 - DECOUPEUR A VIBREUR :

Pour les fréquences porteuses en usage dans les servomécanismes (50 ou 400 HZ) on utilise fréquemment pour les opérations de modulation et démodulation, des découpeurs électromécaniques, appelés " Choppers " par les anglo-saxons.

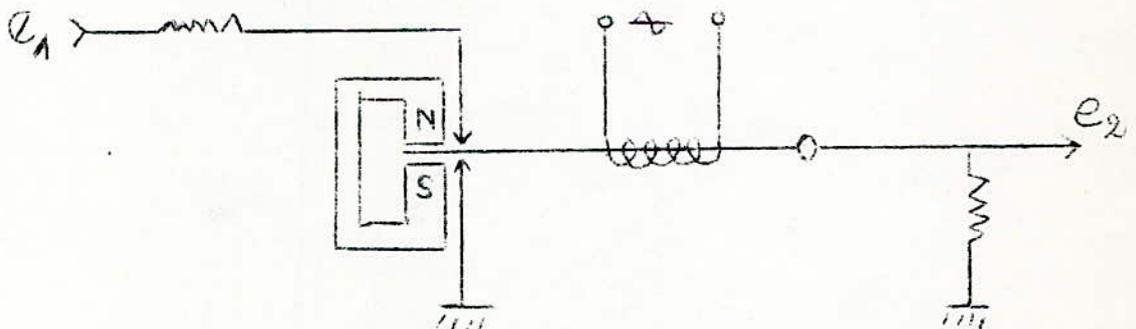


Fig.451 Modulateur et Démodulateur à découpeur à vibreur.

L'armature mobile est le siège d'une polarisation magnétique alternative à la fréquence porteuse et son extrémitée est donc attirée alternativement par le pôle N et le pôle S de l'aimant permanent. Le système est conçu de telle sorte que le temps de transit de l'armature soit faible devant le temps de contact.

La figure 451.2 explique le fonctionnement du montage de la figure 451.1 en modulateur pour un signal d'entrée décroissant, d'abord positif puis négatif (2).

Le signal de sortie se confond avec le signal d'entrée une alternance sur deux de la porteuse, il est nul pendant les autres alternances (b).

Il est en phase avec la porteuse (e) tant que le signal d'entrée devient négatif.

En prenant la fondamentale de ce signal, par exemple au moyen d'un transformateur accordé, on obtient la forme caractéristique d'un signal modulé en amplitude à 100 % avec suppression de la porteuse (c).

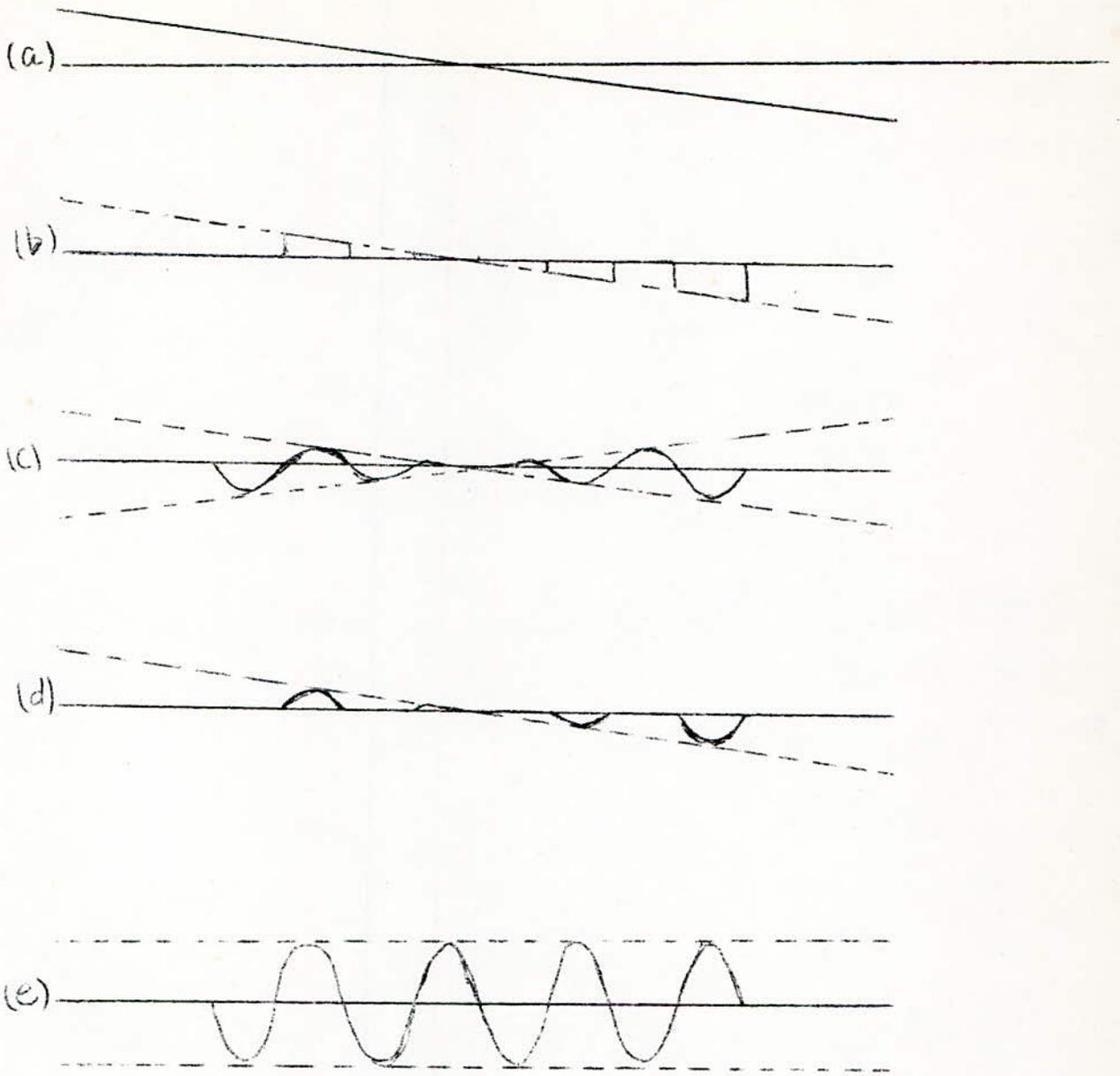
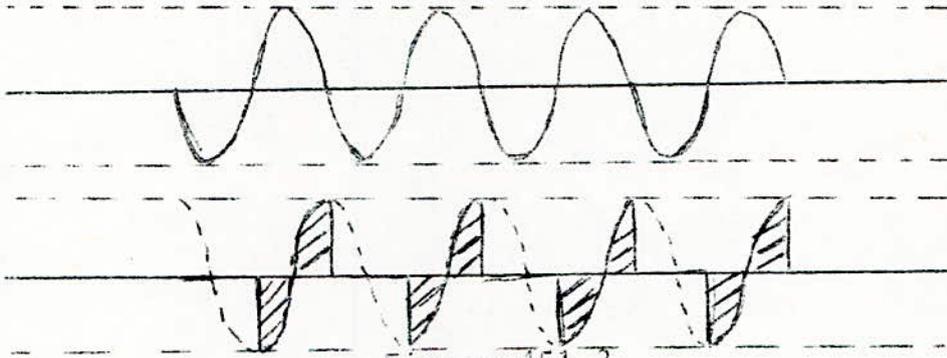


Figure 451.2. FONCTIONNEMENT DU SYSTEME DE LA FIGURE

Montrons maintenant que le circuit de la figure 451.1 fonctionne également bien en démodulateur. Pour cela, appliquons un signal de la forme (b) de la figure 451.2 à l'entrée. On obtient le signal (d) dont la valeur moyenne, obtenue au moyen d'un filtre passe-bas, reproduit la forme du signal de modulation initial (a).

En outre, il est facile de voir que ce démodulateur donne un signal de sortie nul pour une composante du signal modulé en quadrature avec la porteuse.



Dans le cas général où le signal modulé est déphasé d'un angle φ en arrière par rapport à la porteuse, le signal de sortie est proportionnel à $\cos \varphi$.

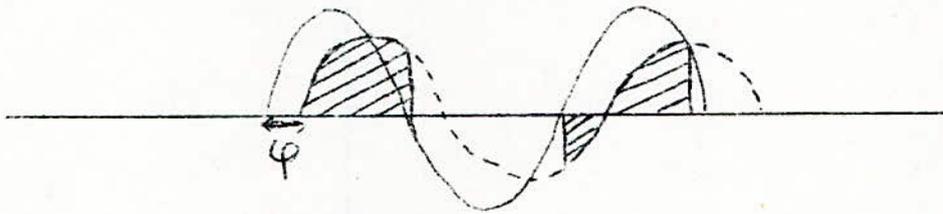


Figure 451.4.

En effet la valeur moyenne du signal modulé pendant une alternance positive de la porteuse est proportionnelle à :

$$\frac{K}{2\pi} \int_{-\varphi}^{-\varphi+\pi} \sin \theta d\theta = \frac{K}{\pi} \cos \varphi$$

Ce circuit est donc un démodulateur de phase.

Comme application de cette dernière propriété : si un signal périodique représente par son amplitude S et sa phase φ le module et l'orientation d'une certaine grandeur physique vectorielle, on peut extraire ses deux composantes $S \cos \varphi$ et $S \sin \varphi$ au moyen de deux démodulateurs alimentés respectivement par la porteuse et par un signal en quadrature avec elle. La porteuse joue donc essentiellement le rôle d'un signal de référence.

Le montage de la figure 451.5. permet de moduler un signal symétrique par rapport à la masse (a) ou encore d'obtenir sous forme modulée la différence entre deux signaux d'entrée (b).

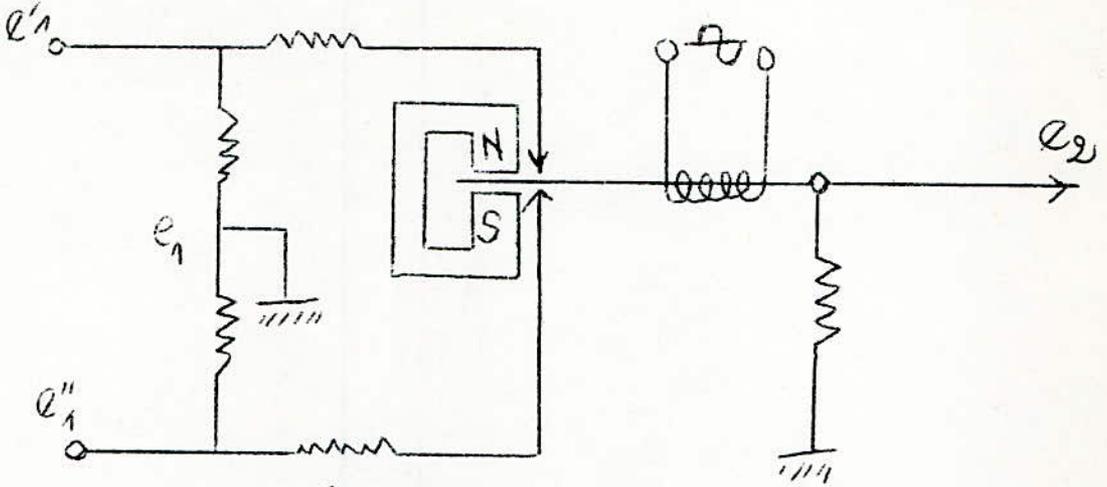


Fig 451.5

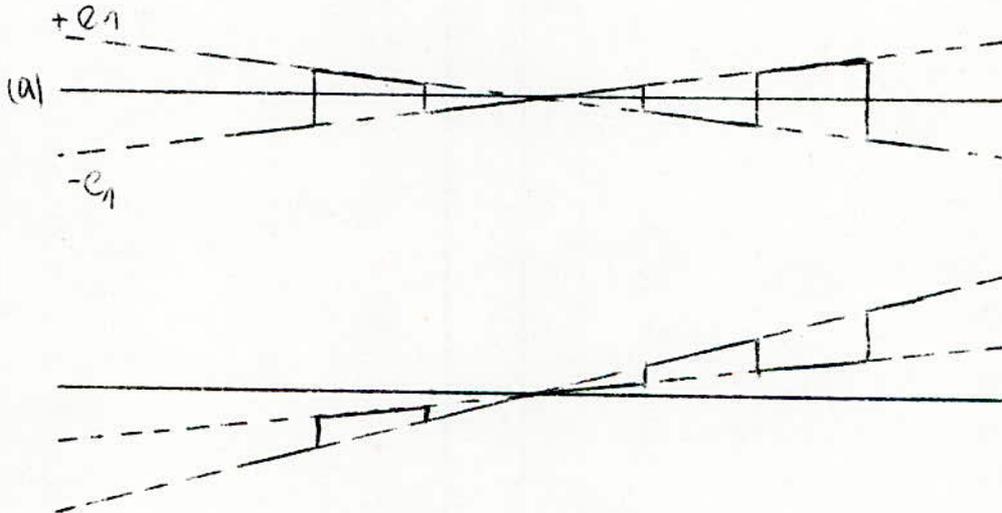


Fig 451.6

Le principale avantage des modulateurs et démodulateurs à découpeurs mécaniques est l'absence quasi totale de dérive.

III.4.5.2. - DECOUPEUR A DIODES :

La figure 4.5.2.1 constitue l'analogie électronique du découpeur mécanique étudié ci-dessus si le secondaire du transformateur est bien symétrique, les bornes de sortie sont virtuellement court-circuitées pendant les alternances de la porteuse pendant lesquelles les diodes sont conductrices.

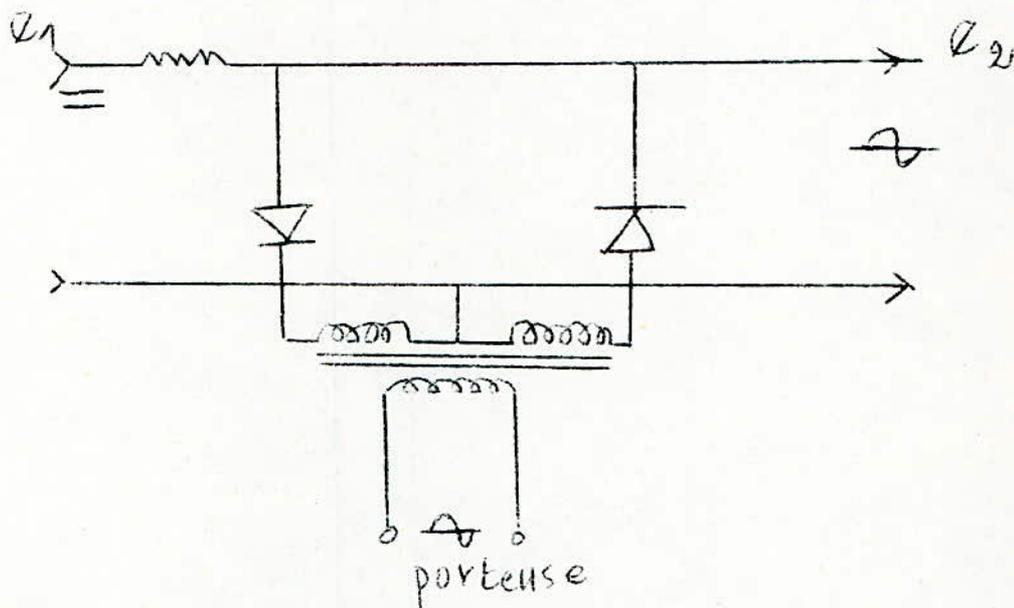
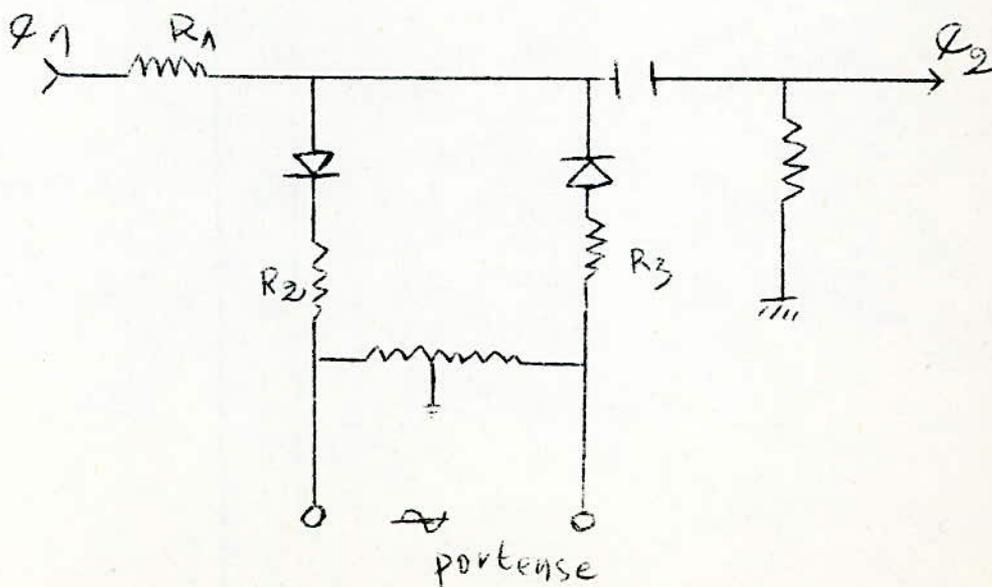


Figure 4.5.2.1- Modulateur-Démodulateur à découpeur à diodes.



On peut avantageusement utiliser des diodes au germanium ou, mieux au silicium.

La résistance R_1 , qui limite le débit de la source doit être faible devant les résistances inverses des diodes.

La source ne débitant que pendant la moitié du temps la résistance d'entrée, effective est de $2 R_1$.

Avec des diodes au Silicium, on atteint des résistances d'entrée de 1 Mégohm.

Les résistances directes des diodes étant faible devant R_2 et R_3 , l'effet des diodes sur l'équilibre du système ou, autrement dit, sur la dérive du zéro, est du second ordre, on obtient facilement une stabilité de $100 \mu V/h$.

III.4.5.3. - MODULATEUR-DEMODULATEUR EN ANNEAU :

L'équivalent électronique du découpeur symétrique de la figure 451.5 est le montage en pont, appelé encore montage en anneau de la figure 453.1.

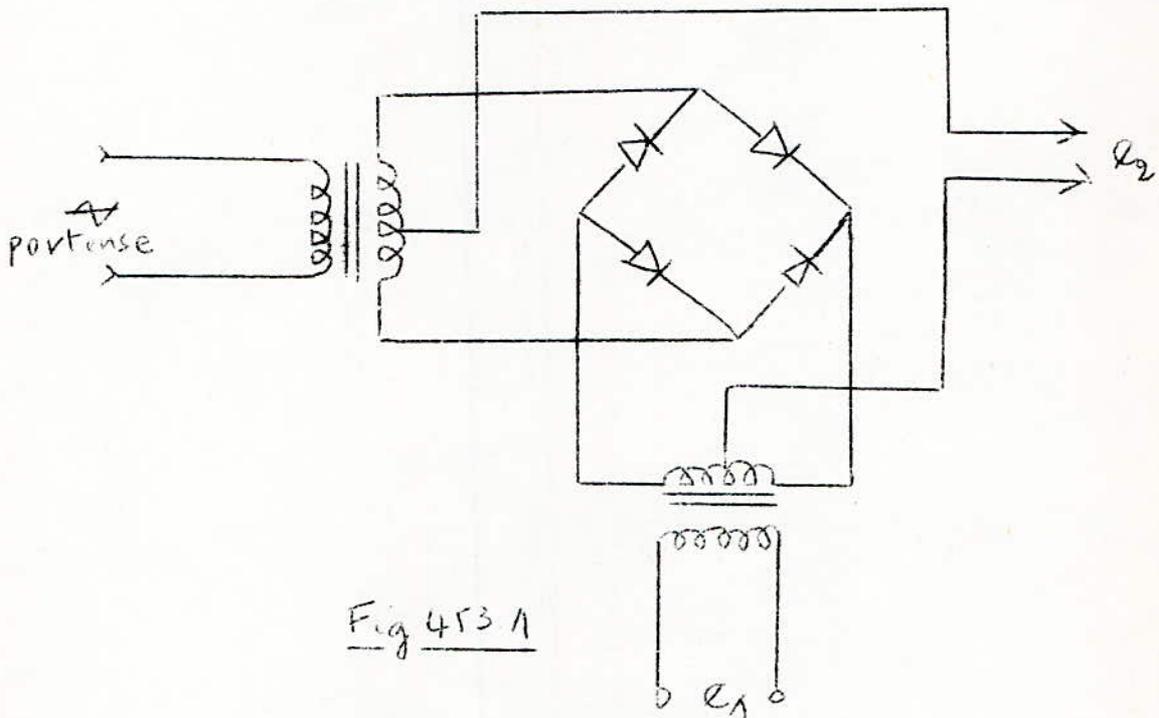


Fig 453.1

III.4.6. - FILTRES :

L'utilisation de filtres électroniques usuels est très possibles, exemple :

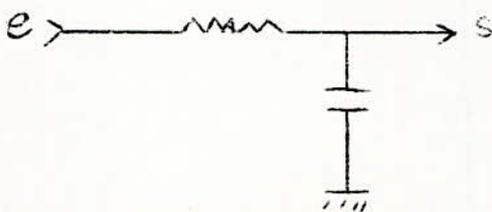


Figure 46.1. passe bas

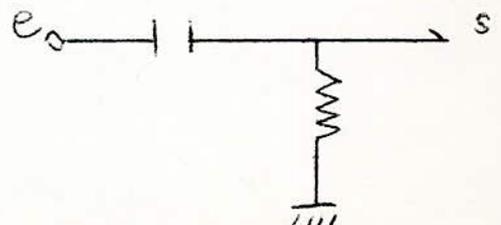
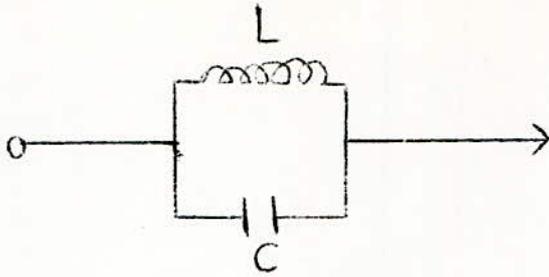


Figure 2. passe haut.



on évite généralement l'utilisation de self dans les servomécanismes.

Figure 46.3. accordé sur $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

III. 5. - C/SAGE DES COURANTS PORTEURS EN ALTERNATIF :

Il est nécessaire d'examiner les procédés qui permettent de corriger la transmittance en courant alternatif.

- Une première méthode consiste à faire usage des correcteurs à courant continu, en démodulant le signal en amont du correcteur et en le remodulant en aval, au moyen de modulateurs et démodulateurs. Cette méthode est parfois la seule possible, par exemple, s'il s'agit d'effectuer une correction par retard de phase à très basse fréquence, en présence d'une porteuse peu stable.
- Une autre méthode s'appuie sur un théorème de transposition de fréquence qui permet, soit de transformer un correcteur à courant continu en correcteur à courant alternatif, soit de définir la forme de la transmittance à donner à un quadripôle électrique pour lui faire jouer le rôle d'un correcteur à courant porteur.

III. 5.1. - TRANSPOSITION DE FREQUENCE :

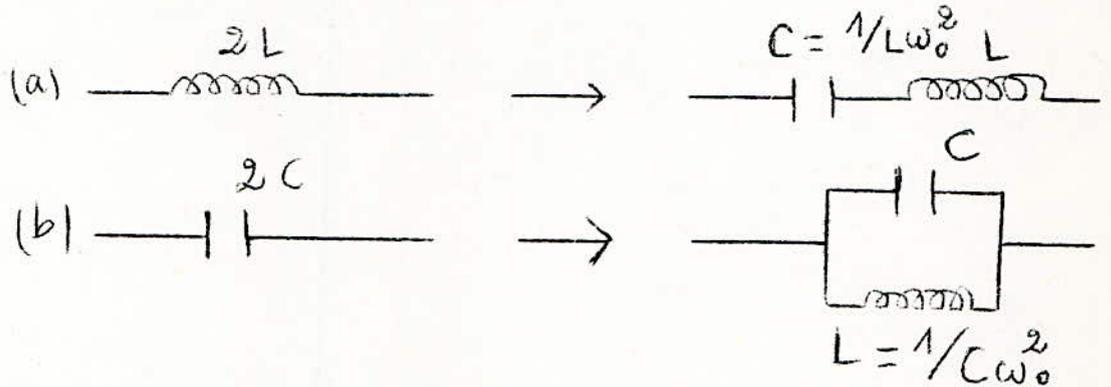
Le type de modulation d'amplitude le plus couramment utilisé en système asservis consiste à multiplier une porteuse $A_0 \cos \omega t$ par le signal de modulation à transmettre $f(t)$; on obtient le signal modulé : $A_0 \cos \omega t f(t)$. Dans le cas particulier où $f(t) = a_0 \cos \omega_1 t$ le signal est alors :

$$A_0 \cos \omega t a_0 \cos \omega_1 t = A_0 a_0 [\cos(\omega + \omega_1)t + \cos(\omega - \omega_1)t]$$

L'effet de la modulation de la porteuse de pulsation ω par un signal harmonique de pulsation ω_1 est de donner naissance à deux signaux sinusoïdaux de pulsations $(\omega \pm \omega_1)$. ω_1 doit être inférieur à ω , sa limite théorique est la moitié de la pulsation porteuse, sa limite pratique de tiers ou le quart.

Cherchons maintenant si, connaissant un réseau correcteur en courant continu, il est possible d'en déduire un réseau ayant sur les composantes $(\omega_0 \pm \omega)$ de la porteuse de pulsation ω_0 , modulé à la pulsation ω , le même effet que le réseau en courant continu, sur la pulsation ω .

En d'autres termes, cherchons s'il existe deux réseaux ayant même impédance aux pulsations ω , d'une part, $(\omega_0 \pm \omega)$ d'autre part.



$$\omega = \frac{\omega_0}{2} \left(\frac{u}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{u} \right)$$

$$p = \frac{\omega_0}{2} \left(\frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p} \right)$$

$$p = j\omega \quad P = ju$$

u étant la pulsation courante relative au signal modulé.

Théorème de transposition de fréquence.

Montrons que les deux dipôles de la figure x a ont approximativement même impédance le premier à la pulsation ω , le second aux pulsations $(\omega_0 \pm \omega)$ si ω est petit devant ω_0 . L'auto-inductance $2L$ a pour impédance à la pulsation.

$$z = 2Lj\omega$$

Le circuit résonnant série a pour impédance à la pulsation de :

$$\begin{aligned} Z &= jL u + \frac{L\omega_0^2}{ju} \\ &= jL \left(u - \frac{\omega_0^2}{u} \right) \\ &= jL \frac{(u - \omega_0)(u + \omega_0)}{u} \end{aligned}$$

Si u est voisin de w_0 , cette expression s'écrit approximativement :

$$Z = 2 L j (u - w_0)$$

Soit encore en prenant comme nouvelle origine la porteuse :

$$Z = 2 L j w'$$

La transformée envisagée ci-dessus est donc possible, au moins pour des fréquences de modulation suffisamment faibles devant la fréquence porteuse.

en égalant z et Z nous obtenons la formule de transformation suivante :

$$w = \frac{1}{2} \left(u - \frac{w_0^2}{u} \right)$$

Soit, sous une forme plus symétrique :

$$w = \frac{w_0}{2} \left(\frac{u}{w_0} - \frac{w_0}{u} \right)$$

Posons $p = ju$ et $P = jw_0$

La formule de transformation devient :

$$p = \frac{w_0}{2} \left(\frac{P}{w_0} + \frac{w_0}{p} \right)$$

En réalité, en raison de l'approximation faite w' ne peut être exactement égal à w_0 . L'erreur commise peut être évaluée en remplaçant u par sa valeur dans la formule de transformation :

$$u = w_0 + w'$$

$$\text{Posons } \frac{u}{w_0} = 1 + \alpha \text{ avec } \alpha = \frac{w'}{w_0}$$

$$\text{d'où } \frac{w_0}{u} = \frac{1}{1 + \alpha} = 1 - \alpha + \alpha^2$$

$$w = \frac{w_0}{2} \left(1 + 2\alpha - \alpha^2 \right)$$

$$w = w_0 - \frac{w_0}{2} \left(\frac{w'}{w_0} \right)^2$$

Le terme correctif est négligeable de la fréquence de la porteuse. Il est donc facile de déduire des réseaux R,C déjà rencontrés des réseaux R,L,C ayant les mêmes effet en courant porteur.

III. 5.2. - QUELQUES FILTRES A COURANT PORTEUR :

On préfère souvent dans les bandes de fréquences des systèmes asservis industriels, utiliser des réseaux correcteurs constitués uniquement par des résistances et des condensateurs. La formule de transformation va nous permettre de savoir quelle forme de transmittance il convient de rechercher.

III. 5.2.1 - TRANSMITTANCE DES FILTRES D'AVANCE DE PHASE A COURANT PORTEUR :

Considérons un réseau d'avance de phase de transmittance :

$$F(p) = \frac{p + w_1}{p + w_2} \quad \text{avec } w_1 < w_2$$

Appliquons lui la formule de translation de fréquence :

$$F(p) = \frac{p^2 + 2w_1 p + w_1^2}{p^2 + 2w_2 p + w_2^2} = \frac{(p/w_1 + \frac{w_1}{p}) + 2w_1/w_1}{(p/w_2 + \frac{w_2}{p}) + 2w_2/w_2}$$

On recherchera donc des réseaux doués de transmittance se présentant sous la forme du quotient de deux trinômes du second degré ; w_1 devant être nécessairement être inférieur à w_2 , les racines du numérateur sont toujours complexes conjuguées :

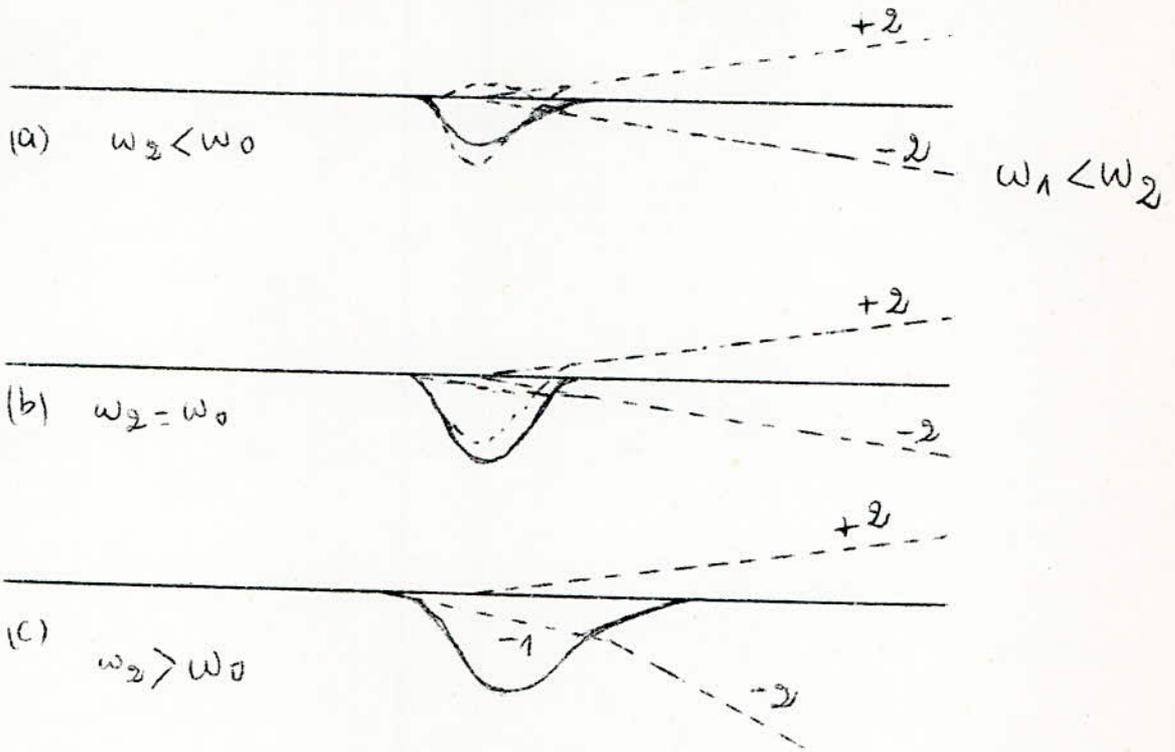
$$p = -w_1 \pm j \sqrt{w_2^2 - w_1^2} \simeq -w_1 \pm jw_2$$

Son amortissement réduit s'écrit :

$$\zeta = \frac{w_1}{w_2}$$

Comme nous l'avons vu plus haut, le gain et la phase de $F(p)$ ne peuvent se déduire de $F(p)$ par translation de w_0 le long de l'axe de fréquences qu'au voisinage de la fréquence porteuse.

Figure 521.1. - CONSTRUCTION DE LA COURBE DE GAIN D'UN CORRECTEUR
D'AVANCE DE PHASE A COURANT PORTEUR :



L'Etude de ce filtre a permis de voir l'application
du théorème de transposition de fréquence.

- **ARTI** SCIENTIFICI - **ARTIE** -

INTELLIGENT

ECHARTILLONNE

IV. SYSTEMES ECHANTILLONNES OU A PRELEVEMENTS :

IV.1. - INTRODUCTION :

On peut avoir besoin d'utiliser une chaîne de transmission fermée d'une manière intermittente, à une certaine cadence de répétition pour deux raisons principales :

- processus fonctionnant par impulsion
- Transmission de plusieurs signaux sur la même voie, en affectant à chacun d'eux une fraction de la période de répétition (τ)



Fig 1.1

Les impulsions de période T et de durée τ relatives au signal $x(t)$ constituent des échantillons de cette fonction, le signal échantillonné est désigné par $x^*(t)$.

L'échantillonneur peut-être considéré idéalement comme un interrupteur à fonctionnement périodique. La durée τ des impulsions est négligeable devant leur période T .

IV.2. POSITION D'ECHANTILLONNAGE

(Voir fin de chapitre)

IV.3. - ANALYSE HARMONIQUE DES SYSTEMES ECHANTILLONNES :

3.1. - TRANSFORMEE EN P D'UN SIGNAL ECHANTILLONNE :

On peut considérer le signal échantillonné $x^*(t)$ comme résultant de la modulation d'amplitude par le signal $x(t)$ du train d'impulsion de durée τ de période T et d'amplitude l'unité. Si la durée τ est négligeable devant la période T , ce train d'impulsions rectangulaires peut être assimilé à un train d'impulsions idéales, toutes identiques à $\delta(t)$ désignant l'impulsion de Dirac ou impulsion unité

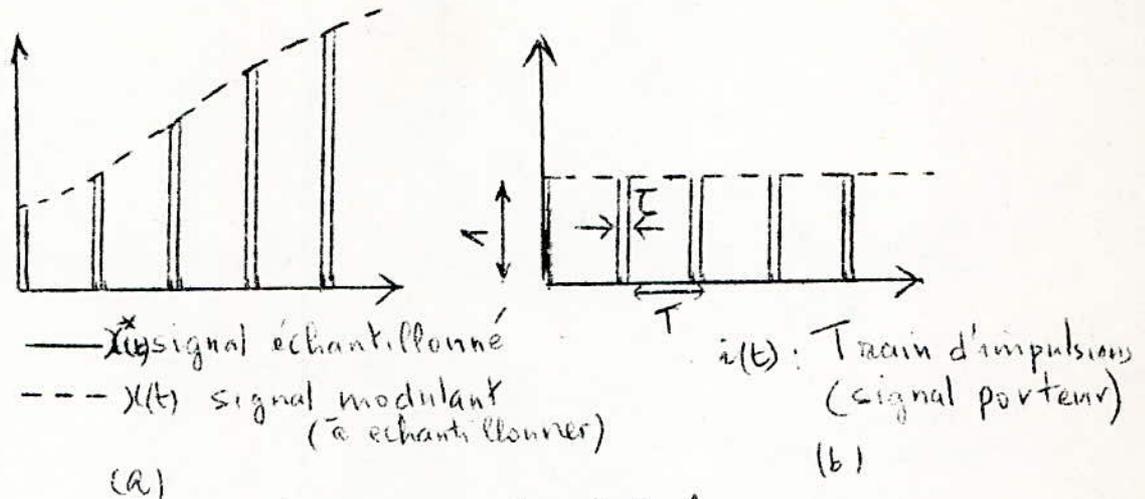


Fig 3.1.1

Si nous désignons par Ω la pulsation correspondante à la période T ($\Omega = 2\pi/T$), nous pouvons écrire notre train d'impulsions sous la forme de son développement en série de Fourier sous forme complexe :

$$i(t) = \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\Omega t} \quad (3)$$

Le signal à échantillonner $x(t)$ peut toujours être considéré comme résultant de la superposition de signaux exponentiels de la forme : $x(t) = A e^{pt}$ (4)
 Le signal échantillonné, moyennant les deux relations précédentes, peut s'écrire :

$$x^*(t) = (A e^{pt}) \left(\frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\Omega t} \right) \quad (5)$$

$$x^*(t) = \frac{A\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{(p+jn\Omega)t}$$

On peut en conclure que la transformée en p du signal échantillonné $x^*(t)$ s'écrit :

$$X^*(p) = \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(p + jn\Omega) \quad (6)$$

Cette expression devient, dans le cas particulier harmonique,

$$X^*(j\omega) = \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(j\omega + jn\Omega) \quad (7)$$

- On sait que la modulation d'amplitude d'un signal de pulsation $n\Omega$ par un signal de pulsation w génère deux bandes latérales de pulsations $(w+n\Omega)$ et $(w-n\Omega)$.
- D'après la relation (3) le spectre de fréquence du train d'impulsions considéré contient une infinité de raies de fréquence $n\Omega$ et d'énergie $\frac{\tau}{T}$
- De ces deux dernières remarques et de la relation (7), il en résulte que le spectre de fréquence du signal échantillonné et la superposition du spectre du signal non échantillonné ($n=0$) et de ce même spectre décalé de $n\Omega$ le long de l'échelle des fréquences, comme l'indique la figure 2.1.2. (a) ; Ces spectres décalés sont souvent désignés sous le nom de signaux complémentaires.

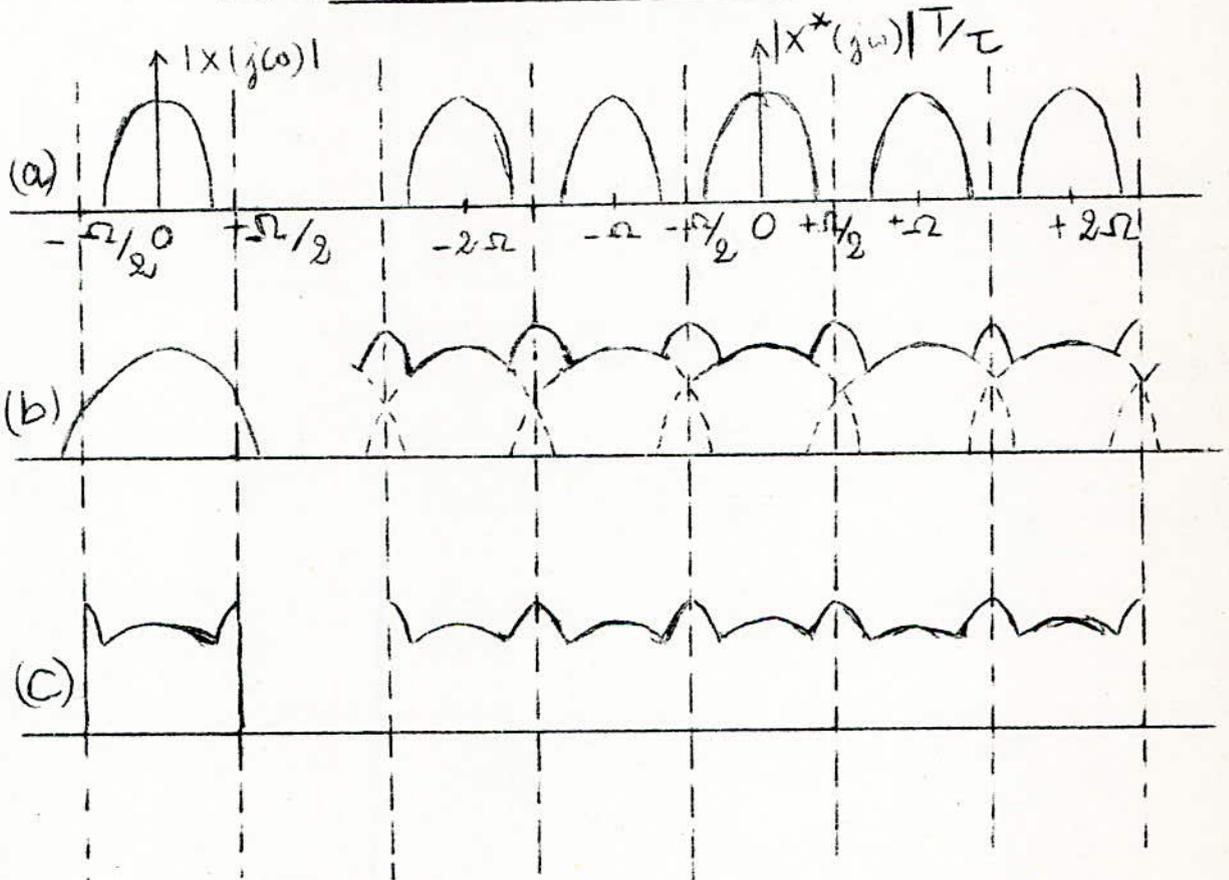


Fig 3.1.2

Dans le cas de la figure 2.1.2 (a), le signal initial peut être extrait du signal échantillonné au moyen d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure $\Omega/2$ ce résultat est en lien direct avec le théorème d'échantillonnage de Shannon.

Dans le cas où les spectres élémentaires se recouvrent, leurs composantes communes donnent naissance à des signaux qui n'existent pas dans le signal original ainsi les signaux (b) et (c) qui sont différents donnent naissance à deux spectres de fréquences identiques.

Pour ces deux derniers cas (b) et (c) il est donc nécessaire d'augmenter la fréquence d'échantillonnage.

Un signal entaché de bruit destiné à être échantillonné, doit subir un préfiltrage, afin d'éliminer de son spectre les pulsations supérieures à $\Omega/2$.

Bien remarquer que dans le cas de l'échantillonnage et comme le montre la figure 2.1.2 (a) il y a existence d'un spectre central identique au spectre du signal à échantillonner, ce qui nous permet la simple utilisation d'un filtrage pour reconstituer le signal.

Comme nous l'avons déjà signalé précédemment, nous allons exposer le théorème de Shannon, et revenir sur l'échantillonnage d'un signal $x(t)$.

3.2. - FILTRAGE :

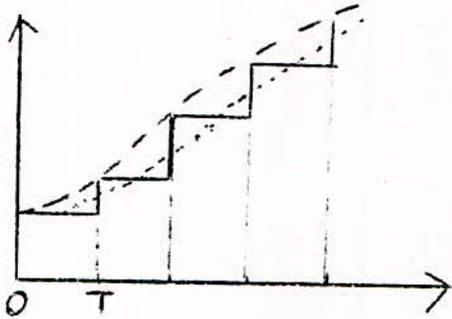
3.2.1. - GENERALITES CONCERNANT LE FILTRAGE :

Comme nous l'avons vu plus haut, les signaux complémentaires doivent être éliminés par un filtre passe-bas. Cette restitution ne saurait de toutes manières être parfaite, car il est impossible de construire un filtre doué d'un affaiblissement nul pour toutes les fréquences inférieure à $\Omega/2$ et d'un affaiblissement infini pour les fréquences supérieure à cette valeur.

Dans le cas particulier où l'organe de sortie se comporte lui-même comme un filtre passe dans cet organe peut lui-même effectuer le filtrage. Il faudra dans ce cas faire attention au niveau de saturation de l'étage de sortie. Dans le cas où ce niveau est dépassé par l'amplitude des impulsions il faudra effectuer un filtrage en amont de l'amplificateur de puissance.

3.2.2. - CIRCUIT DE BLOCAGE OU DE MEMOIRE :

Le filtre le plus simple est constitué par un circuit de blocage ou de mémoire, qui conserve l'amplitude de chaque impulsion jusqu'à l'impulsion suivante. On obtient ainsi un signal en escalier (figure 2.4.2.1). Cette fonction peut être remplie approximativement par un condensateur chargé à la valeur de crête de chaque impulsion à travers une diode et déchargé ensuite exponentiellement à travers une résistance.



--- signal x continu
— signal de sortie du bloqueur.
..... Valeur moyenne.

Figure 3.2.2.1.

Ce type de bloqueur est un élément linéaire, dont la transmittance s'obtient facilement à partir de sa réponse impulsionnelle représentée en fig. 242.2 (a)

La figure 242.2 (b) constitue une représentation équivalente de la réponse.

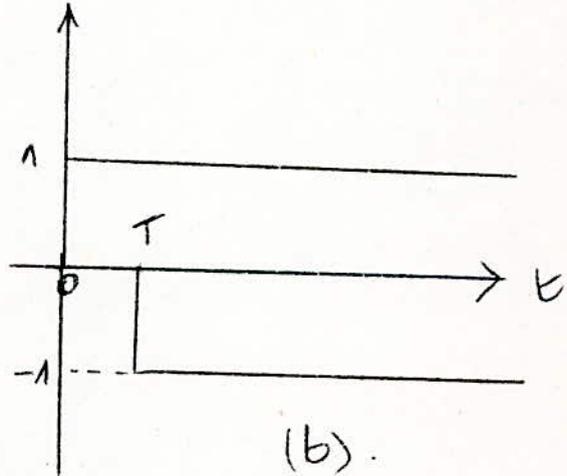
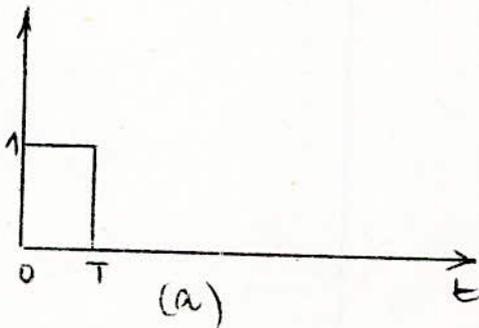


Figure 322.2.

La réponse est donc $s(t) = \int_{-\infty}^t u(t) - u(t-T)$ en écriture Laplacienne $S(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-Tp} = \frac{1}{p} (1 - e^{-Tp})$

La réponse harmonique s'obtient en remplaçant p par $j\omega$.

$$s(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega}$$

Avec les formules suivantes :

$$e^{-j\omega T} = \cos \omega T - j \sin \omega T$$

$$1 - \cos \omega T = 2 \sin^2 (\omega T/2)$$

$$\sin \omega T = 2 \sin (\omega T/2) \cos (\omega T/2)$$

$$S(j\omega) \text{ devient : } s(j\omega) = T \frac{\sin (\omega T/2)}{\omega T/2} e^{-j\omega T/2}$$

a) Courbes de gain et de phase :

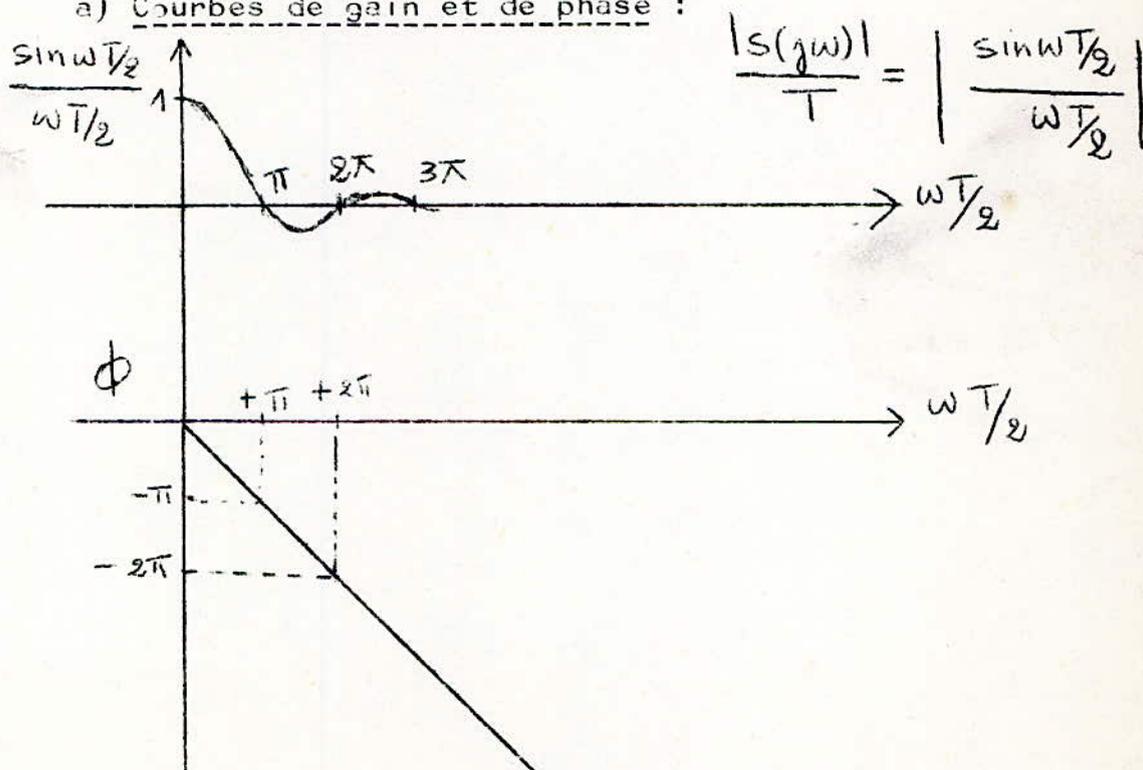


Figure 322.3.

La propriété dominante du bloqueur est son déphasage $-\omega T/2$, qui complique le problème de la stabilisation dans le cas où il fait partie d'une boucle d'asservissement.

b) Comparaison des courbes de gain et de phase du bloqueur parfait et d'un bloqueur exponentiel de constante de temps égal à la période de répétition.

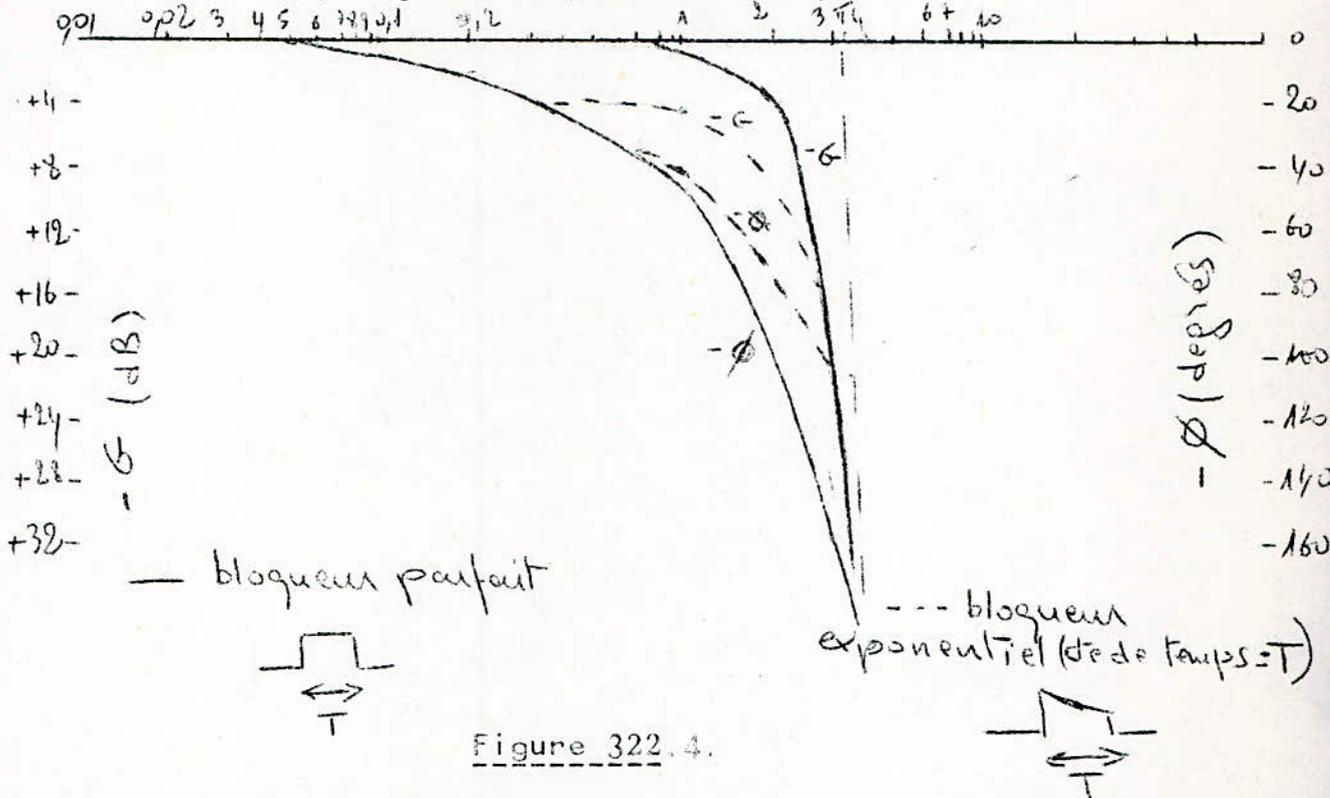


Figure 322.4.

Si l'on tient compte de la valeur moyenne représentée en figure 242.1 nous pouvons considérer le système échantillonneur-bloqueur la figure 242.5(a) comme un élément retardateur de $T/2$ représenté en figure 242.5 (b).

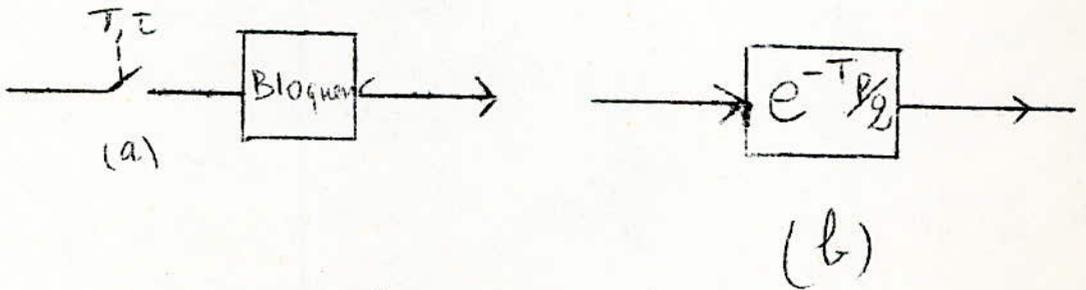


Fig 322.5

4. TRANSFORMÉE DU SIGNAL DE SORTIE D'UN SYSTEME ECHANTILLONNE.

4.1. - CHAÎNE OUVERTE :

Dans le cas où un échantillonneur et un élément linéaire de transmittance $F(p)$ constituent une chaîne ouverte, l'ordre de ces deux éléments est très important. Donc deux cas peuvent se présenter :

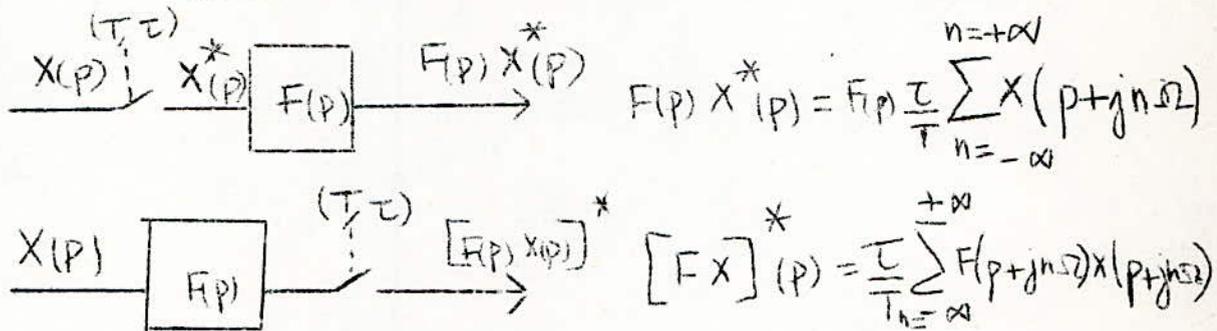
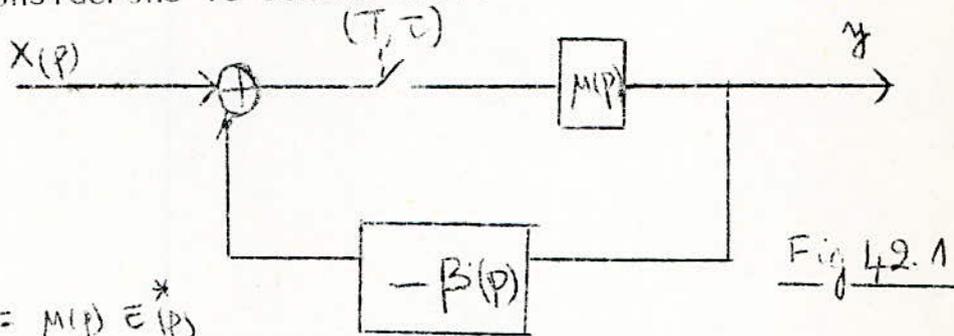


Fig 4.1.1

4.2. - BOUCLE SIMPLE :

Considérons le schéma suivant :



$Y(p) = M(p) E^*(p)$

$E(p) = X(p) - B(p) M(p) E^*(p)$ en appliquant l'opération d'échantillonnage à $E(p)$ nous obtenons: $E^*(p) = X^*(p) - M B^*(p) E^*(p)$
 d'où $E^*(p) = \frac{X^*(p)}{1 + M B^*(p)}$ et $Y(p) = \frac{M(p) \cdot X^*(p)}{1 + M B^*(p)}$

Il existe des tables donnant les transformées en p du signal de sortie pour différents systèmes couramment utilisés.

Naslin " Les régimes variables dans les systèmes linéaires et non linéaire ".

Page 274, table extraite de RAGAZZINI et ZADEH, "The analysis of sampled-data systems " AIEE Trans, vol 71, Part II, Page 228, 1952.

4.3. - ANALYSE HARMONIQUE DE LA STABILITE D'UNE BOUCLE ECHANTILLONNEE :

4.3.1. - ABAQUE POUR LE CALCUL DU GAIN ET DE LA PHASE D'UNE SOMME DE TRANSMITTANCE :

La réponse fréquentielle d'une somme de transmittance peut être faite dans le plan polaire. Toutefois, il est souvent plus commode de réaliser cette opération en faisant la somme des parties réelles et des parties imaginaires en faisant usage de l'abaque de la figure 4.3.1.1.

L'abaque est constitué par un double réseau de courbes le long desquelles les parties réelles et imaginaires sont constantes. Les courbes des parties réelles sont tracées en traits continus, celle des parties imaginaires en traits interrompus. En désignant par Re et Im les parties réelles et imaginaires.

$$Re = G \cos \phi$$

$$Im = G \sin \phi$$

Ces courbes ont pour équations :

$$G = \frac{Re}{\cos \phi} \quad \text{et} \quad G = \frac{Im}{\sin \phi}$$

Elles ont toutes la même forme. Il suffit de tracer par exemple la courbe $G = 1/\sin \phi$ correspondant à $Im = 1$ et de lui faire subir une translation parallèlement à l'axe des gains, puis de déphaser le réseau ainsi obtenu de $\pi/2$. Les signes de Re et de Im dans les divers quadrants sont indiqués en haut et en bas, ainsi que les échelles de phase correspondantes.

Il est à noter que cet Abaque est établi dans le plan de Black à la même échelle d'où le fait qu'elle peut être facilement utilisé à la construction de l'Abaque de Black.

4.3.2. - ETUDE DE LA STABILITE :

Revenons au système de la figure 4.2.1 dont la transformée du signal de sortie est donnée par :

$$Y(p) = \frac{P(p) \cdot X^*(p)}{1 + P \beta^*(p)}$$

Les pôles de $Y(p)$ sont les racines de l'équation.

$$1 + P \beta^*(p) = 0$$

La stabilité peut donc être discutée à la manière habituelle, en remplaçant simplement la transmittance en boucle ouverte $\gamma(p)\beta(p)$, valable pour un système continu, par la transmittance échantillonnée

On désignera pour simplifier l'écriture $\gamma(p)\beta(p)$ par $T(p)$ et $T^*(p)$.

En régime permanent harmonique nous avons :

Nous remarquons qu'il suffit de calculer $T^*(j\omega)$ pour les valeurs de ω comprises entre 0 et $\Omega/2$.
En effet, nous avons d'une part, la barre supérieure désignant ici les quantités complexes conjuguées :

$$T^*(-j\omega) = \overline{T^*(j\omega)}$$

D'autre part, en vertu de la périodicité de $T^*(j\omega)$:

$$T^*(-j\omega) = T^*(j\Omega - j\omega)$$

Les valeurs de $T^*(j\omega)$ pour deux valeurs de ω équidistantes de $\Omega/2$ est nécessairement réel, ce que montre également la substitution de $\Omega/2$ à ω dans l'expression de $T^*(j\omega)$:

$$\frac{T}{T} T^*(j\Omega/2) = T(j\Omega/2) + T(3j\Omega/2) + T(5j\Omega/2) + T(-j\Omega/2) + T(-3j\Omega/2) + T(-5j\Omega/2) + \dots$$

La fonction $T^*(j\omega)$ peut se calculer sous la forme d'une somme de vecteurs dans le plan polaire. Mais il est beaucoup plus simple de travailler dans le plan de Black, en faisant usage de l'échelle de la figure 4.3.1.1.

Nous présentons dans ce qui suit une échelle très pratique pour la représentation de $T^*(j\omega)$ dans le plan de Black.

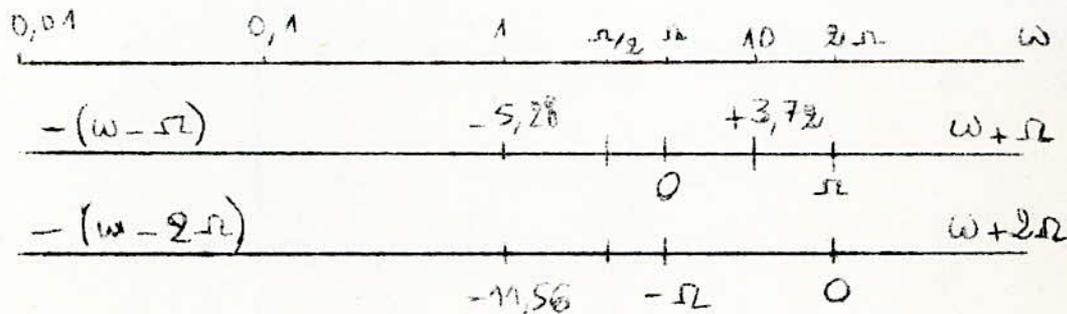


Figure 4.3.2.1.

Pour chaque valeur de w comprise entre 0 et $\pi/2$, ces échelles étant superposées dans le plan de Bode où sont tracées les courbes donnant le gain et la phase de $T(p)$, nous placerons la valeur w sur chaque échelle et nous obtiendrons $w + 1$, $w + 2$, $w + 3$ nous placerons également $-w$ et nous obtiendrons, $-(w-1)$, $-(w-2)$, $-(w-3)$...seulement pour ces dernières valeurs on sera obligé de changer le signe des parties imaginaires obtenu sur l'Abaque 3.3.1.1. obtenu par ces différents points avant de faire les sommes des parties réelles et imaginaires pour avoir $T^*(j\omega)$ et ceci du fait de la remarque citée déjà plus haut :

$$T^*(j\omega) = T^*(-j\omega)$$

CONCLUSION :

- nous avons étudié cette méthode de la transformée en p permettant l'étude des systèmes à prélèvements et bien adaptée à l'étude de leur stabilité. Il existe d'autres méthodes, d'études des systèmes échantillonnés, entre autres la transformée en E qui est bien adaptée à l'étude des régimes transitoires.

IV.2.- NOTIONS D'ECHANTILLONNAGE :

2.1.- ECHANTILLONNAGE D'UN SIGNAL $x(t)$ QUELCONQUE.

Nous supposons que la durée de l'échantillonnage est infiniment petite, que la période est T et que l'échantillonnage est obtenu à l'aide d'une série d'impulsion de Dirac, qui, se manifestant aux instants de prélèvement, sont modulés en amplitude par la fonction $x(t)$ - la fonction échantillonnée $x^*(t)$ peut s'écrire :

$$x^*(t) = x(0)\delta(t) + x(T)\delta(t-T) + \dots + x(nT)\delta(t-nT) + \dots \quad (1)$$

En écriture Laplacienne :

Avec $\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$ et le retard T se traduisant par e^{-pT}

$$X^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \cdot e^{-nTp} \quad (2)$$

IV.2.2. - THEOREME DE SHANNON :

Si la fonction $x(t)$ est à bande limitée $(-w, +w)$ on ne perd pas d'information en l'échantillonnant à une période inférieure ou égale à :

$$\frac{\pi}{w} \left(T \leq \frac{1}{2} \frac{2\pi}{w} \right)$$

2.3. CHOIX DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE :

L'intervalle de temps T ou période d'échantillonnage doit être inférieur à la plus petite constante de temps non négligeable du système étudié.

La théorie harmonique des systèmes linéaires apporte des moyens simples pour déterminer la valeur approchée du temps, de réponse, mesuré par exemple par le temps de montée de la réponse indicielle lui-même lié à la fréquence de coupure par la relation simple $t_r w_{co} = \pi$

t_r : temps de réponse.

w_{co} : fréquence de coupure.

Nous obtiendrons des résultats satisfaisants si nous donnons à T une valeur comprise entre le cinquième et le dixième du temps de réponse.

- SEPTIEME // ARTIE -

INDICATION

ELECTRONIQUE

DU S.F. DE VITEITE



REALISATION DE LA MAQUETTE

D'ASSERVISSEMENT DE

VITESSE .



PLAN GENERAL DE L'ETUDE

- I - INTRODUCTION
- II - COMPAREUR
- III - AMPLIFICATEUR
- IV - FILTRES ACTIFS
- V - MODELE DYNAMIQUE DU MOTEUR
- VI - CORRECTEURS
- VII - PARTIE NON LINEAIRE DU MOTEUR
- VIII- CONCLUSION

I) - Introduction :

Il s'agit de réaliser un modèle électronique de l'asservissement de vitesse étudié plus haut; Nous proposons le schéma synoptique suivant.

(voir figure II)

II REALISATION DU COMPAREUR

Le comparateur sera utilisé à l'entrée principale de l'asservissement de vitesse et par la correction Tachimétrique. L'amplificateur opérationnel est un comparateur de très haute performances, pour résoudre les problèmes d'adaptation pour les différents éléments de la chaîne d'asservissement.

III AMPLIFICATEUR DE DIFFERENCE

(figure III Amplificateur de différence.)

On a la relation =(voir figure III)

$$V_s = - \frac{R_{cf}}{R_1} V_1 + \frac{R_3}{R_2} \frac{1 + R_{cf}/R_1}{1 + R_3/R_2} V_2$$

Pour $\frac{R_{cf}}{R_1} = \frac{R_3}{R_2}$ d'où $V_s = \frac{R_{cf}}{R_1} (V_2 - V_1)$

Le gain en boucle fermée de l'amplificateur.

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_{cf}}{R_1} \quad \text{avec } V_e = V_2 - V_1$$

L'inconvénient de ce montage est que les impédances d'entrées sont relativement faibles et aussi dissymétriques.

Pour l'entrée V_1 on a R_1 et pour l'entrée

V_2 on a $R_2 + R_3$

$$V_1 = R_1 I_1$$

et $V_2 = (R_2 + R_3) I_2$

pour annuler la dérivée en courant nous prenons

$$R_2 = R_1 \quad \text{et} \quad R_3 = R_{cf}$$

II2 LE CHOIX DU MONTAGE

Afin d'obtenir une impédance d'entrée plus élevée notre choix s'est porté sur le montage suivant

(- - -)
Fig. II2 . Comparateur.

Décomposons le montage (Fig. II3)

Fig. II3 le premier étage du comparateur

$$\text{Pour } R_2 = R_1 = R_4 = R_5 = R_6 = R_0$$

$$\text{et } R_3 = R_7 = R_0/2$$

$$V_2 = R_0 I_2 + (Z_i + R_0/2) (I_2 - I'_2) \quad (1)$$

$$V'_3 = -R_0 I'_2 + (Z_i + R_0/2) (I_2 - I'_2) \quad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow V_2 + V'_3 = (2Z_i + R_0) (I_2 - I'_2)$$

$$\text{d'où } I_2 - I'_2 = \frac{V_2 + V'_3}{2Z_i + R_0} \neq 0 \text{ car } Z_i \text{ élevée}$$

$$\text{d'où } I_2 \approx I'_2 \text{ et } V'_3 = -V_2$$

La fig.II2 devient (VOIR la Fig.II4)

fig. N° II4 le deuxième étage.

$$V_1 = R_0 I_1 + \left(Z_i + \frac{R_0}{2} \right) i$$

$$-V_2 = R_0 I_2 + \left(Z_i + \frac{R_0}{2} \right) i$$

i très faible devant I_1 et I_2 car

$$V_1 = R_0 I_1 + \left(Z_i + R_0/2 \right) i \quad (1)$$

$$\text{et } \varepsilon = -Z_i i \quad (2) \text{ d'où}$$

$$V_1 = R_0 I_1 + (R_0 + R_S) (I_1 - i) + G_0 \varepsilon$$

$$V_1 = (2R_0 + R_S) I_1 - (R_0 + R_S + G_0 Z_i) i \quad (3)$$

De (1) et (3) on a :

$$I_1 = \frac{(Z_i + R_0/2) + (R_0 + R_S + G_0 Z_i) i}{R_0 + R_S} \quad (4)$$

$$I_1 = \frac{Z_i (1 + G_0) + \frac{3}{2} R_0 + R_S}{R_0 + R_S} \quad (5)$$

Comme Z_i et R_o sont grands

$$I \approx \frac{Z_i G_o}{R_o} i$$

d'où $I_1 \approx i$

1) le point m (masse virtuelle)

2) le courant nul à l'entrée de l'amplificateur opérationnel non saturé.

dans la suite des calculs, nous appliquerons les résultats précédents.

donc $i = 0$

La fig. II5 nous donne

$$V_1 = R_o I_1 \quad V_3 = -R_o I_1 \quad \text{d'où } V_3 = -V_1$$

le gain égal à un

La fig. II4 nous donne

$$1) V_1 = R_o I_1$$

$$2) -V_2 = R_o I_2$$

$$3) V_3 = -R_o (I_1 + I_2)$$

$$(1) + (2) \quad V_1 - V_2 = R_o (I_1 + I_2) \quad (4)$$

$$\boxed{V_3 = V_2 - V_1}$$

La figure II est donc un comparateur de tension

II2a - Impédances d'entrée

figure II 2 a

Pour l'entrée (1)

$$Z_{e1} = \frac{V_1}{I_1}$$

pour $I_2 = 0$ circuit ouvert on a :

$$V_1 = R_o I_1 + (Z_i + R_o/2) i \quad \text{et } \varepsilon = -Z_i i$$

$$V_1 = R_o I_1 + (R_o + R_s) (I_1 - i) + G_o \varepsilon$$

$$V_1 = (2R_o + R_s) I_1 - (R_o + R_s + G_o Z_i) i$$

$$i = \frac{V_1 - R_o I_1}{Z_i + R_o/2} = - \frac{V_1 - (2R_o + R_s) I_1}{(R_o + R_s + G_o Z_i)}$$

$$V_1 \left(\frac{1}{z_i + R_0/2} + \frac{1}{R_0 + R_s + G_0 z_i} \right) = \left[\frac{R_0}{z_i + \frac{R_0}{2}} + \frac{2R_0 + R_s}{R_s + R_s + G_0 z_i} \right] I_1$$

$$\text{d'où (1)} \quad \frac{V_1}{I_1} = \frac{R_0(R_0 + R_s + G_0 z_i) + (z_i + \frac{R_0}{2})(2R_s + R_s)}{\frac{3}{2} R_0 + R_s + z_i(1 + G_0)}$$

$z_i \gg R_0$ et R_s

$$\text{de (1) on a : } \frac{R_0 G_0 z_i + 2R_0 z_i}{G_0 z_i} = R_0 + \frac{2R_0}{G_0}$$

finalement nous avons

$$Z_{e1} = Z_{e2} \# R_0$$

II2b IMPEDANCE DE SORTIE

$$\frac{1}{Z_s} = \frac{I_1}{V_s} + \frac{I_2}{V_s} = \frac{I_s}{V_s} \quad \text{Fig. II6}$$

$$\text{or } V_s = G_0 \varepsilon + R_s I_2 \quad \text{mais } \varepsilon \# -\frac{R_0/2}{3R_0/2} V_s$$

$$V_s = -\frac{G_0}{3} V_s + R_s I_2 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{I_2}{V_s} \# \frac{G_0}{3R_s} \quad \frac{1}{Z_s} = \frac{2}{3R_0} + \frac{G_0}{3R_s}$$

$$\text{d'où } Z_s = \frac{3R_0 R_s}{2R_s + R_0 G_0} \approx \frac{3R_s}{G_0}$$

alors on a :

$$Z_s \approx \frac{3R_s}{G_0}$$

extrêmement faible

II3 ETUDE DYNAMIQUE

(Voir fig. II7)

L'étude du premier étage (fig. II8)

$$V_2 = R_1 I_2 - \varepsilon \quad \text{or} \quad V'_S = G_0 \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{V'_S}{G_0}$$

$$(1) \quad V_2 = R_1 I_2 - \frac{V'_S}{G_0}$$

$$V'_S = -R_2 I_2 + \varepsilon = -R_2 I_2 + \frac{V'_S}{G_0} \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} V_2 + \frac{V'_S}{G_0} = R_1 I_2 \\ V'_S - \frac{V'_S}{G_0} = -R_2 I_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} V_2 + \frac{V'_S}{G_0} \\ V'_S - \frac{V'_S}{G_0} \end{array} = -\frac{R_1}{R_2}$$

En divisant numérateur et dénominateur par V_2
nous obtenons:

$$\frac{1 + \frac{G_0}{G_0}}{G \left(1 - \frac{1}{G_0} \right)} = -\frac{R_1}{R_2} = -\beta$$

d'où

$$G = -\frac{G_0}{1 + \beta G_0}$$

Avec $\beta = \frac{R_1}{R_2}$

et $G(\omega) = -\frac{G_0(\omega)}{1 + \beta G_0(\omega)}$

Avec $\beta = \frac{R_1}{R_2}$

pour $R_1 = R_2 = R_0 \Rightarrow$

$$\beta = 1$$

D'où l'approximation: la fonction de transfert du système comparateur est du premier ordre.

d'où

$$G = - \frac{G_0}{1 + Z_{df}}$$

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \quad \text{et} \quad R_7 = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}$$

Les deux amplificateurs attaqués sur l'entrée avec inversion le déséquilibre est minimal avec la présence de R4 et R7 qui relie l'entrée sans inversion.

C3, C4 ; C5 et C6 évitent les couplages entre étages pour l'impédance commune de source d'alimentation.

{ D1, D2, D4, D5 } protègent les amplificateurs contre les surtensions négatives et positives à l'entrée (-)

Tension d'alimentation régulée (± 15 V)

avec Dz1 et Dz2

CONDITION DE STABILITE

$1 + \beta G_0(w)$ ne doit pas s'annuler, cela signifie que la somme des déphasages donnée par l'amplificateur et le réseau de contre réaction est égale ou inférieure à -180° et la contre réaction se meut en réaction

La fonction de transfert du comparateur :
pour un amplificateur opérationnel

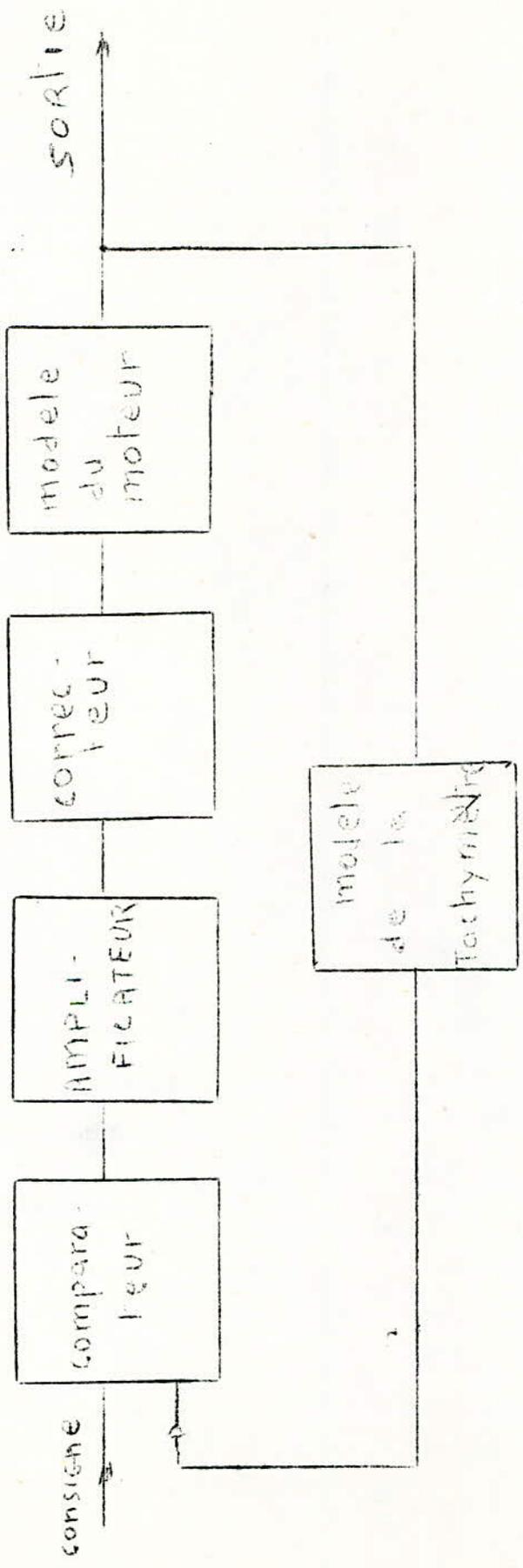
$$G = \frac{G_0}{1 + \tau_0 p} \quad \text{du premier ordre}$$

Le comparateur en comporte deux en cascade
d'où la fonction de transfert.

$$F(p) = \frac{G_0^2}{(1 + \tau_0 p)^2} \quad \text{est élevée du deuxième ordre}$$

SCHEMA PROPOSE

Un moyen simple pour compenser le courant de décalage à l'entrée d'un amplificateur opérationnel consiste à créer aux bornes de R_4 une chute de tension dû au courant de décalage de valeur égale à la tension d'Offset:



schema synoptique de la maquette
figure I 1

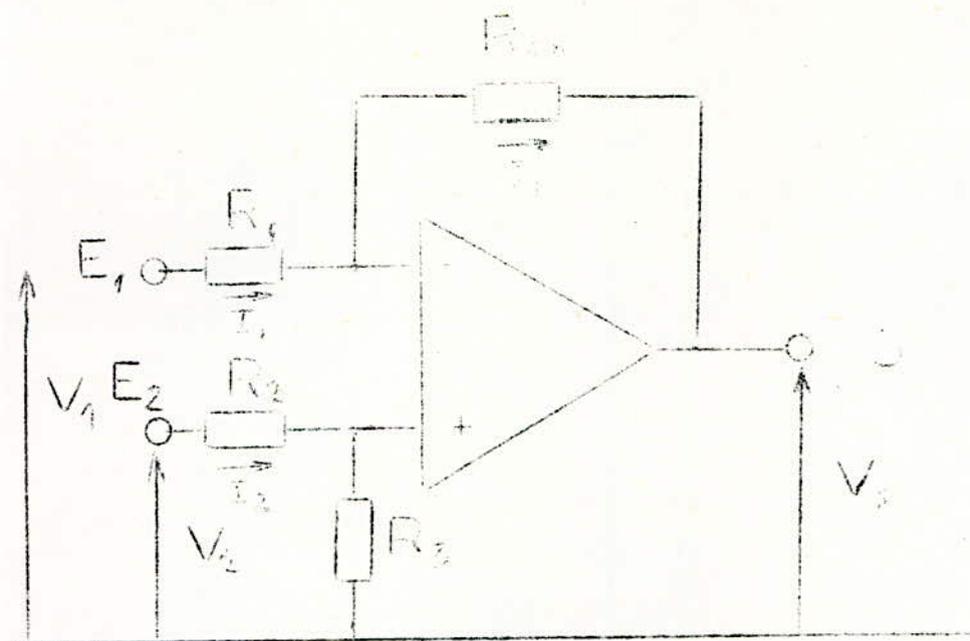


FIGURE II 1 Amplificateur de difference

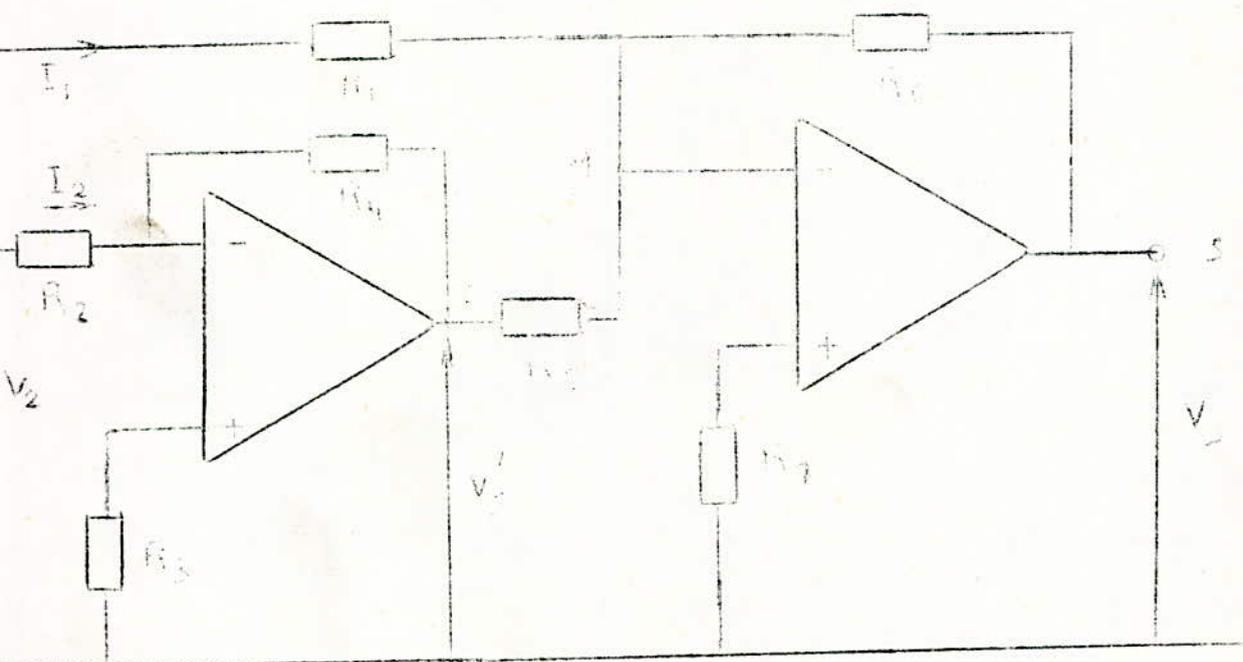


FIGURE II 2 le comparateur

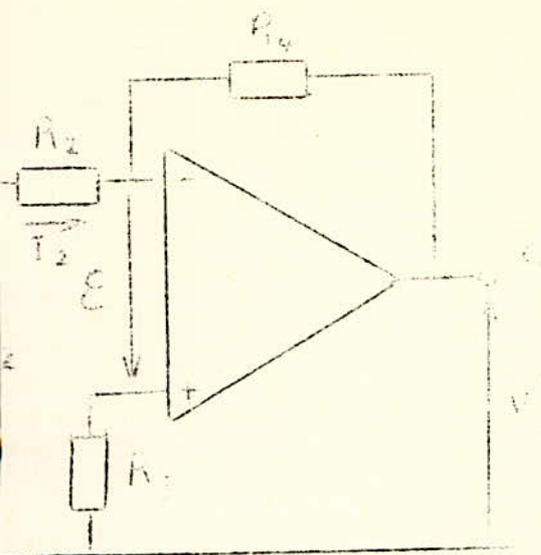


Fig II 3 Premier etage du comparateur

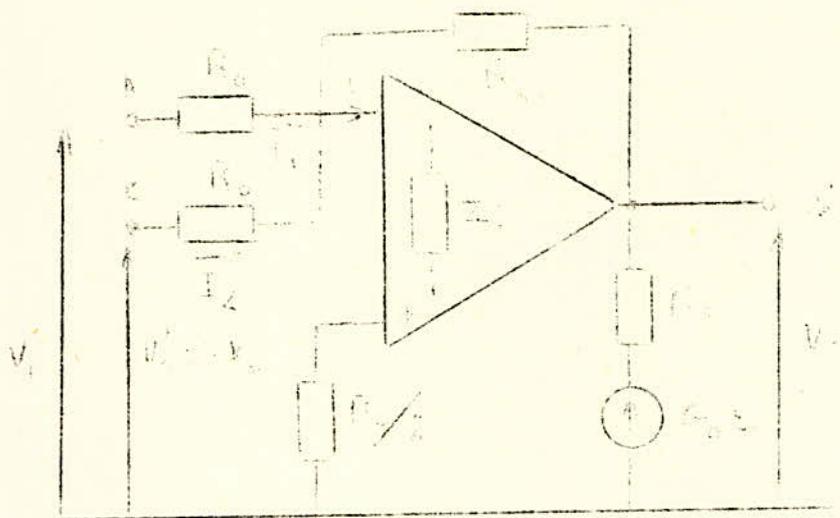


Fig II 4 le deuxieme etage

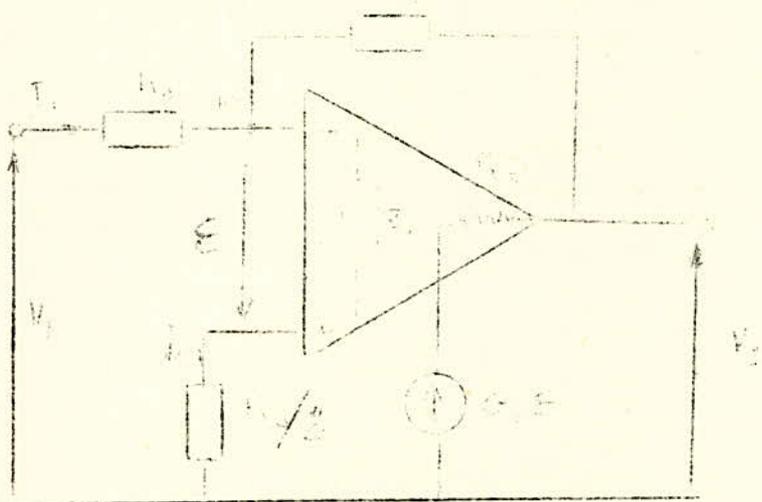


Fig II 5

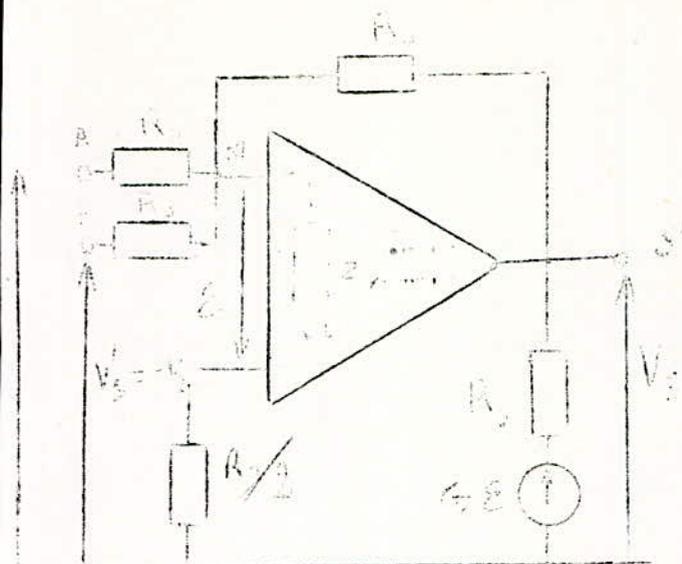


Figure II 2 a

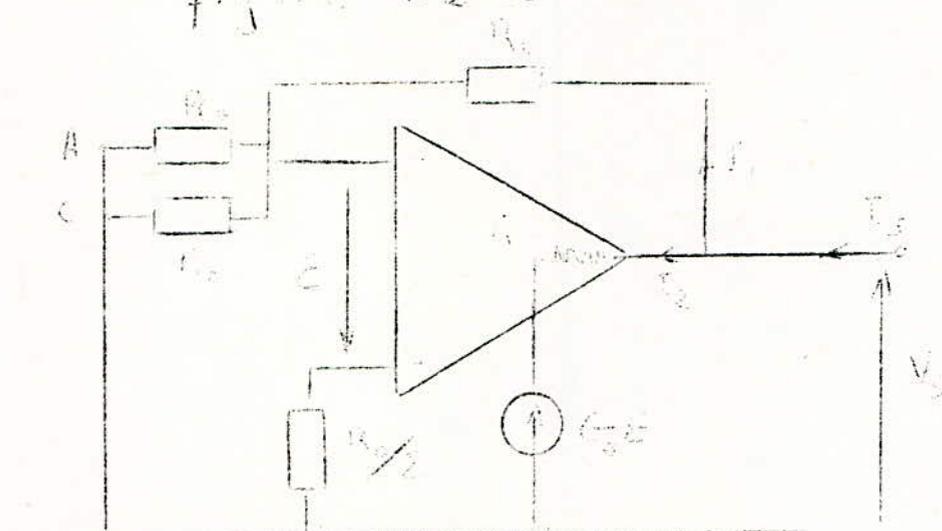


Figure II 6 Impedance de sortie

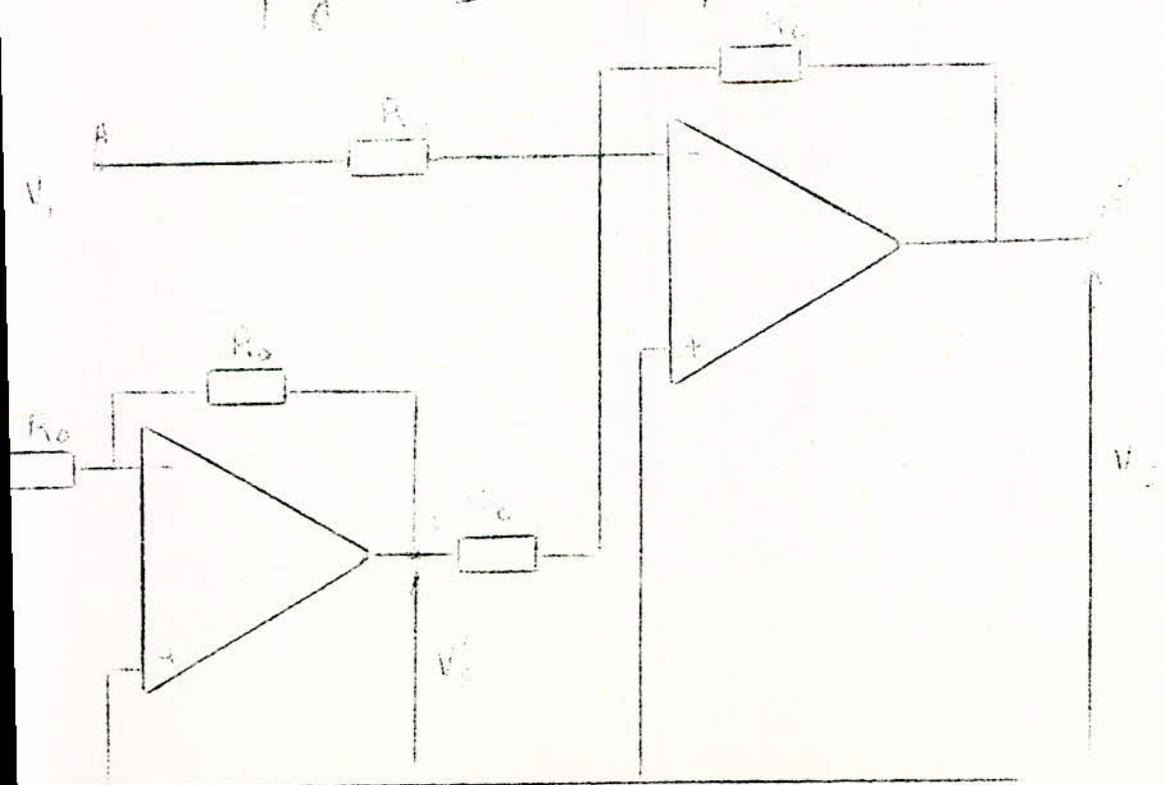


Figure II 7 Etude dynamique

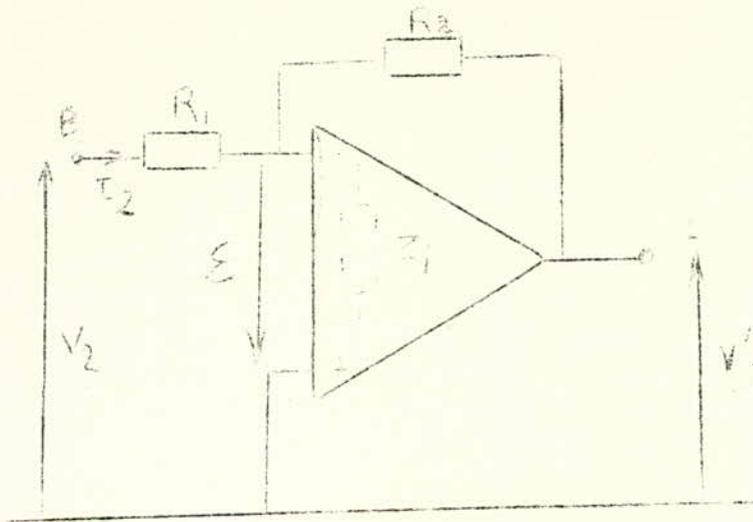
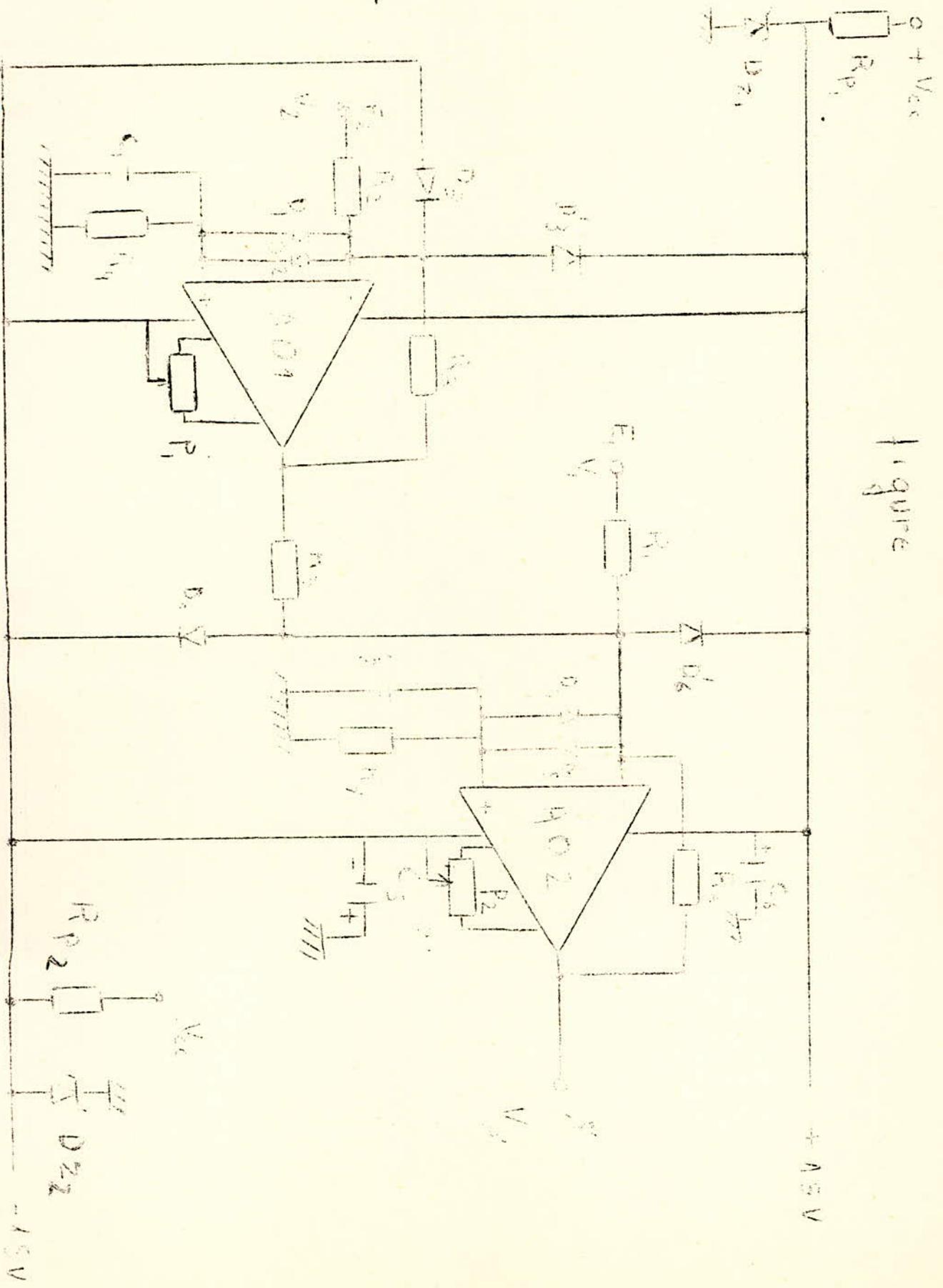


Figure II 8 étude du 1^{er} étage

Schema definitif du Comparateur avec ses protections



Figure

III - REALISATION DE L'AMPLIFICATEUR A GAIN VARIABLE

Schéma de principe fig. III₁

Le montage possède deux potentiomètres permettant le réglage du gain par P6 de (0,1) et par P7 (dessus de 1)

Calcul du gain du montage en boucle fermée

Les équations électriques sont :

$$V_e = -R_6 I_e$$

$$V_s = R_7 I_e + R_8 I_1 \quad (1)$$

$$V_s = R_7 I_1 + y (I_1 - I_e) \quad (2)$$

de (1) et (2) nous tirons

$$I_e = \frac{y}{(R_8 + y)R_7 + R_8 y} \quad (3)$$

d'autre part nous avons

$$V_e = -R_6 I_e$$

$$\text{d'où } \frac{V_e}{R_6} = - \frac{y V_s}{R_8 y + (R_8 + y)R_7}$$

$$\text{d'où } \boxed{\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_8 y + (y + R_8)R_7}{y R_6}}$$

si $y \rightarrow \infty$ G va tendre vers l'infini.

pour $y = P7$ et $R_7 = R_8 = P7 = R_0$

nous avons $G = 1$ pour :

$$R_8 P7 + (P7 + P8) R_7 = P7 R_6$$

$$3R_0^2 = R_6 R_0 \Rightarrow R_6 = 3R_0$$

nous prenons $R_0 = 100k\Omega$ d'où $R_6 = 300k\Omega$

Remarque: $x = 0$ nous obtenons $G = 0$ car on injecte la masse à l'entrée

Le choix de P6 est telle que $-I_e$ est très petit devant I_e

Calcul de l'impédance d'entrée au montage:

Nous avons: $V_e = Z_e I_1$
 Or $V_e = R_6 I_1$ $\implies Z_e = R_6 = R_0 = 100 \text{ K}\Omega$

$Z_e = R_0 = 100 \text{ K}\Omega$

Impédance de sortie

Une fois que nous aurons mis à la masse le schéma de la figure

III 1 devient: voir figure III 2

Posons $X = \left[\frac{R_0 + x(P_6 - x)}{P_6} \right] // (Z_i + R_0 / 2)$

$Y = (R_0 + X) // y$

$Z = R_0 + Y$

or $Z_i \gg R_0$ et X, Y et Z deviennent:

$X = \frac{R_0 Z_i}{R_0 + Z_i}$, $Y = \frac{(R_0 + X)y}{R_0 + X + y}$

$\epsilon = \frac{XV}{X + R_0}$ et $V = \frac{yV_s}{R_0 + P_7} \implies \epsilon = \frac{X}{X + R_0} \frac{yV_s}{R_0 + P_7}$

$\epsilon = \frac{yX}{2R_0(X + R_0)} V_s$

Le schéma de la figure III 2 devient: figure III 3

$1 = \frac{I_1}{V_s} = \frac{I_1}{V_s} + \frac{I_2}{V_s} = \frac{I_s}{V_s} \implies \frac{1}{Z_s} = \frac{1}{2R_0} + \frac{I_1}{V_s}$

d'autre part $V_s = R_s I_1 - G_0 \frac{yX}{2R_0(X + R_0)} V_s$

$V_s \left(\frac{2R_0(X + R_0) + G_0 y X}{2R_0(X + R_0)} \right) = R_s I_1$

$\frac{I_1}{V_s} = \frac{1}{R_s} + \frac{G_0 y X}{2R_0 R_s (X + R_0)} \implies \frac{1}{Z_s} = \frac{1}{2R_0} + \frac{1}{R_s} + \frac{G_0 y X}{2R_0 R_s (X + R_0)}$

d'où $\frac{1}{Z_s} = \frac{G_0 y X}{2R_0 R_s (R_0 + X)} \implies Z_s = \frac{2R_0 R_s (R_0 + Z_i)}{R_0 + Z_i}$

$Z_s \approx \frac{2R_0 R_s (2R_0 Z_i)}{G_0 y R_0 Z_i} \approx \frac{4R_0 R_s}{y G_0}$ elle est faible

* Calcul de la fonction de transfert de l'amplificateur à gain variable

Voire figure III 3

nous supposons que $i \ll I_e$ mais ε n'est plus négligeable devant V_e
Dans ces conditions nous pouvons écrire

$$V_e = R_6 I_e - \varepsilon \quad (1) \quad \text{et} \quad V_s = G_0 \varepsilon$$

$$\text{de (1)} \quad R_6 I_e = V_e + \varepsilon = V_e + \frac{V_s}{G_0} \quad (2)$$

d'autre part nous avons

$$V_s = R_7 I_2 + R_8 I_1 - \varepsilon \Rightarrow V_s + \frac{V_s}{G_0} = R_7 I_2 + R_8 I_1$$

d'où nous tirons

$$I_1 = \frac{V_s}{R_8} \left(1 + \frac{1}{G_0} \right) - \frac{R_7}{R_8} I_2 \quad (3)$$

$$\text{et } V_s \simeq R_8 I_1 + y (I_1 - I_2) = (R_8 + y) I_1 - y I_2$$

$$I_1 = \frac{V_s + y I_2}{R_8 + y} \quad (4)$$

De (3) et (4) nous tirons

$$V_s \left[\frac{1+G_0}{G_0 R_8} - \frac{1}{R_8+y} \right] = \left[\frac{y}{R_8+y} + \frac{R_7}{R_8} \right] I_2 \Rightarrow$$

$$V_s \frac{R_8 + (1+G_0)y}{G_0 R_8 (R_8+y)} = \frac{y R_8 + R_7 (R_8+y)}{(y+R_8) R_8} I_2$$

Comme G_0 est élevé

$$V_s (R_8 + y G_0) \approx G_0 (y R_8 + R_7 (R_8 + y)) I_2$$

$$\text{d'où } \frac{V_s (R_8 + y G_0)}{G_0} = \frac{G_0 (y R_8 + R_7 (R_8 + y))}{R_8} \quad (5)$$

$$\text{Posons } \frac{V_e + \frac{V_s}{G_0}}{G_0} = \frac{R_6}{R_8} = \beta$$

et (5) devient

$$\frac{V_s (R_8 + y G_0)}{V_e + \frac{V_s}{G_0}} = \beta = \frac{G_0 (R_8 + y G_0)}{1 + G_0 / G_0}$$

$$G \left(\frac{R_8}{G_0} - (R_8 + y G_0) \right) = -\beta$$

d'où finalement nous obtenons l'expression du gain en boucle fermé de l'amplificateur à gain variable

$$G \equiv \frac{V_s}{V_e} = \frac{\beta / (R_8 + y G_0)}{1 + \frac{\beta}{G_0 (R_8 + y G_0)}}$$

En régime dynamique G devient:

$$G(\omega) = \frac{\beta}{1 + \tau \omega}$$

Remarques:

Aux fréquences basses et très basses la fonction de transfert de l'amplificateur à gain variable est identique à une constante $G = K_v$

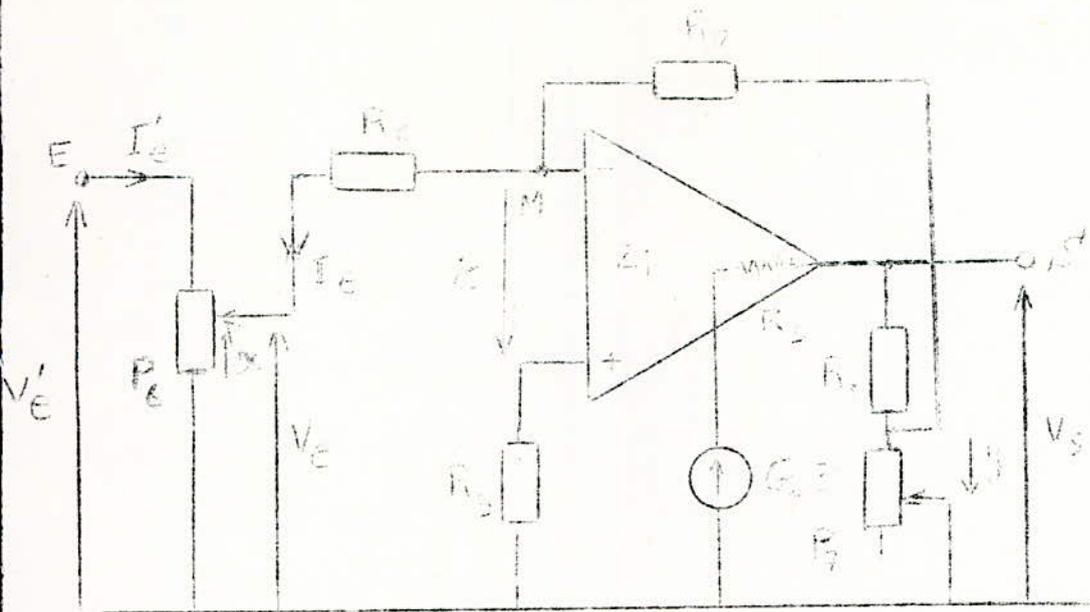


Figure III 1 Amplificateur

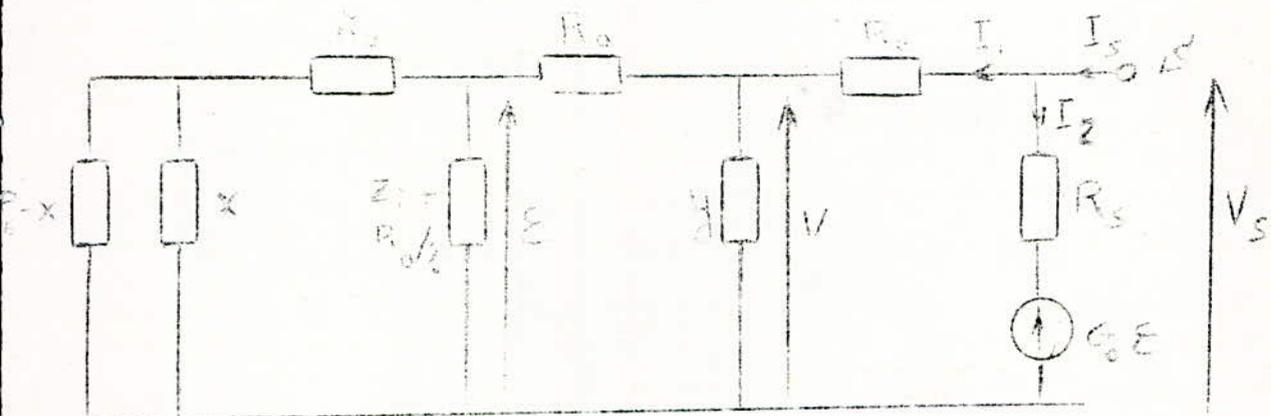


Figure III 2 (Impedance de sortie)

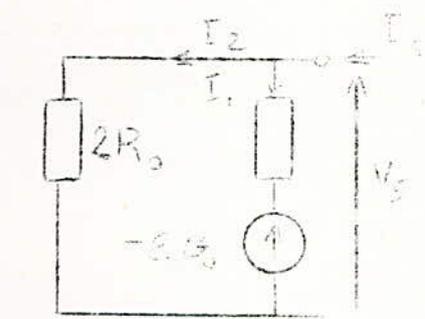


Figure III 2 bis

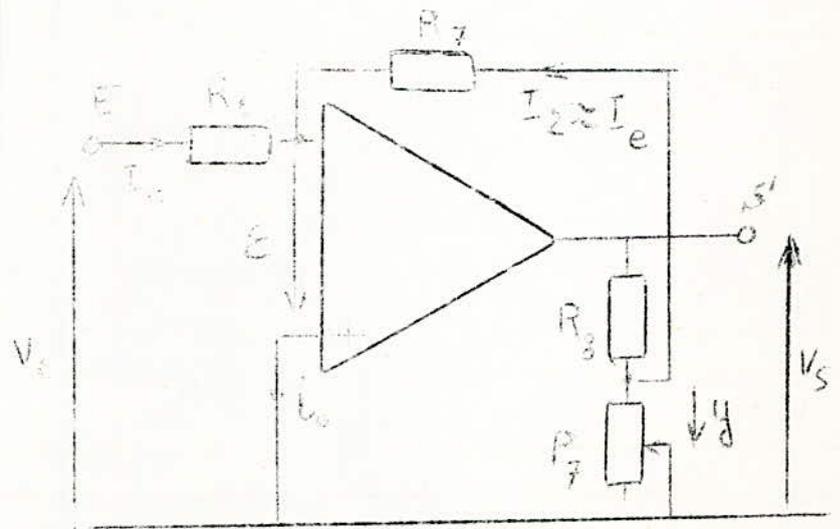


Figure III 3

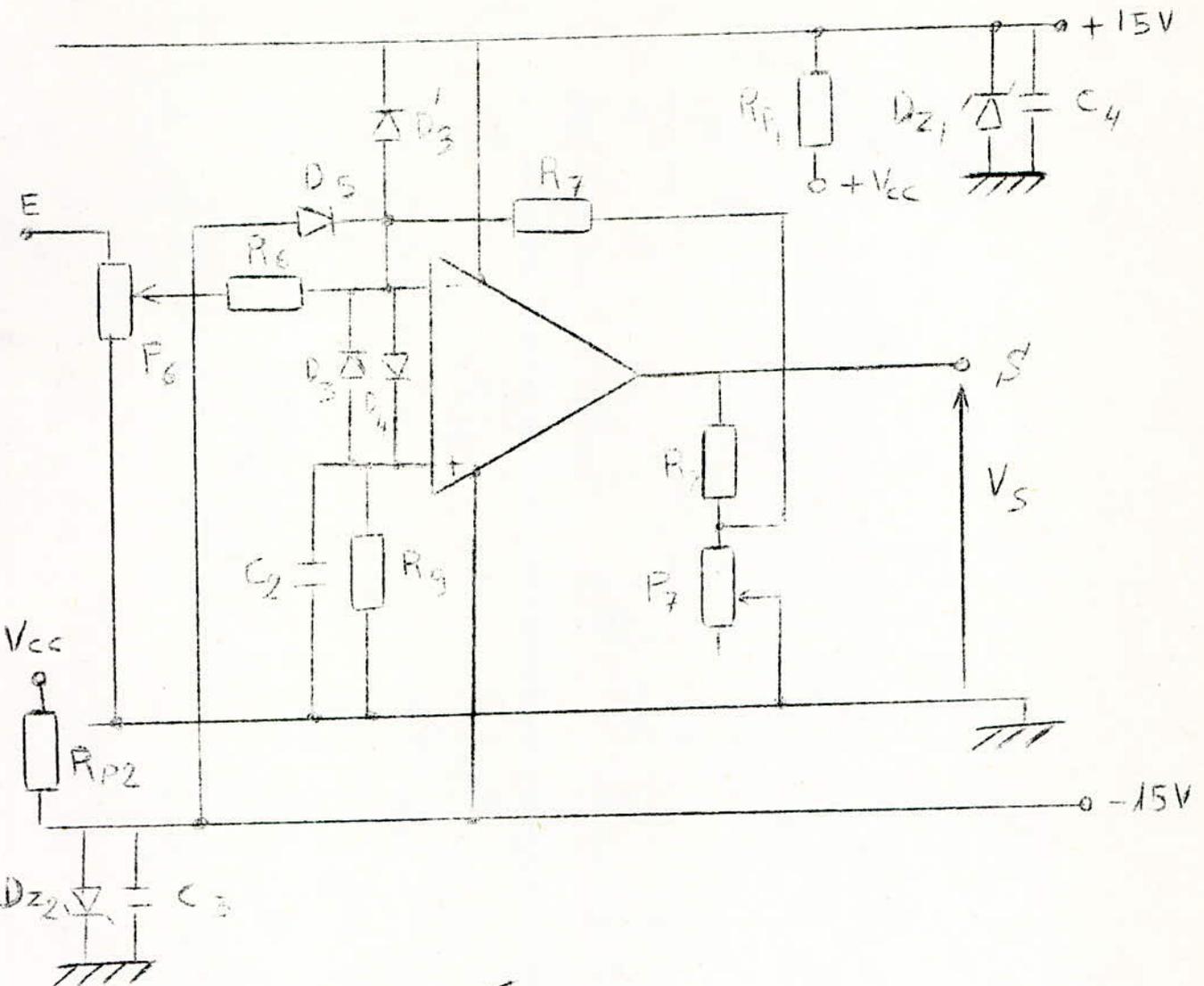


figure III 4

Schema definitif de l'amplificateur à gain variable

R4 potentiomètre pour l'annulation de la tension d'offset
Dz₁ Dz₂ diodes Zener régulatrices de tension qui assurent
en même temps le découplage en basses fréquences.
C3, C4 Capacités non chimiques de découplage en hautes
fréquences.
D4, D3 protègent l'amplificateur opérationnel contre
les surtensions introduites aux entrées.

1 Introduction :

Il s'agit de réaliser les divers fonctions de transfert que nous avons traitées dans l'étude théorique .

2 Définition des circuits actifs:

Sommairement, un circuit actif est un quadripôle qui établit une relation linéaire entre une information en entrée (tension) et une information en sortie. Cette relation linéaire est elle même fonction du temps (réponse impulsionnelle) ou de la fréquence du signal d'entrée (harmonique) elle s'effectue avec une puissance de sortie éventuellement supérieure à la puissance d'entrée. Les seuls composants passifs utilisés sont des résistances et des capacités.

3 Comparaison circuits actifs-circuits passifs.

Contrairement aux filtres passifs, les filtres actifs n'utilisent pas d'inductances, cette différence permet plusieurs remarques.

- L'absence d'inductance implique une bonne homogénéité dimensionnelle entre les composants du filtre et donc réduit considérablement le encombrement du dispositif une capacité réelle se rapproche beaucoup plus d'une capacité idéale (C.A.D. une $\tan \delta$ tangente D nulle). Ce n'est pas le cas avec une inductance réelle d'une inductance idéale (ayant un coefficient de surtension infini).
- Une résistance ou une capacité peut donc être considérée comme un élément idéal dans la gamme des fréquences de fonctionnement des amplificateurs opérationnels et ce sans commettre d'erreurs significatives ceci n'est pas le cas pour une inductance surtout aux basses fréquences.
- Donc tout les calculs étant effectués avec des éléments passifs supposés parfaits, la réponse mesurée sur un circuit actif aura par conséquent tout chance d'être plus proche du gabarit théorique que la réponse d'un filtre passif mettant en œuvre la même fonction de transfert.
- La difficulté et le coût de réalisation d'une inductance à tolérance étroite implique la nécessité d'un réglage du filtre passif, un tel réglage demande du temps et du matériel, donc une augmentation du prix de revient du montage. Cet inconvénient n'existe pas avec les filtres actifs pour lesquels résistances et capacités peuvent être spécifiées à tolérance étroite pour une augmentation moindre.
- L'absence d'inductance élimine les problèmes de couplages et les conséquences des variations de la self en température (déplacement du point de curie en fonction de la température).
- Les filtres actifs sont caractérisés par une haute impédance d'entrée, une sortie à basse impédance, la possibilité de gain en tension dans la bande transmise, une relative facilité de l'étude et l'absence d'interaction entre les paramètres.

Cependant les filtres actifs n'ont pas que des avantages par rapport aux circuits passifs.

- La nécessité d'une ou deux tensions d'alimentation avec la consommation que cela implique , les amplificateurs opérationnels à très faible consommation propre apportent cependant une réponse à ce genre de problème Le circuit actif fournisseur potentiel d'énergie, doit tout de même bien empreinter cette énergie quelque part.
- Un autre inconvénient des filtres actifs est lié à la limitation de la

dynamique du signal en sortie du côté des grandes valeurs d'amplitude, c'est la saturation des étages de sortie des amplificateurs. Operationnels qui introduit la limitation supérieure. La limitation inférieure est atteinte avec les bruits du dispositif : Il s'agit soit du bruit thermique généré par les résistances du montage, soit du bruit intrinsèque des amplificateurs opérationnels. La dynamique en sortie du filtre correspond au rapport de la tension maximale (VOH) & la tension minimale (VOL) caractérisant un fonctionnement linéaire du réseau (voir figure IV.1) Ce rapport atteint au moins 80 dB (10⁴) avec des circuits alimentés sous 15 V ce sans précautions particulière. Une étude plus poussée avec des composants à faible bruit et un réseau de compensation en fréquence optimisé pour l'amplificateur opérationnel permettrait une dynamique de 110 - 120 dB.

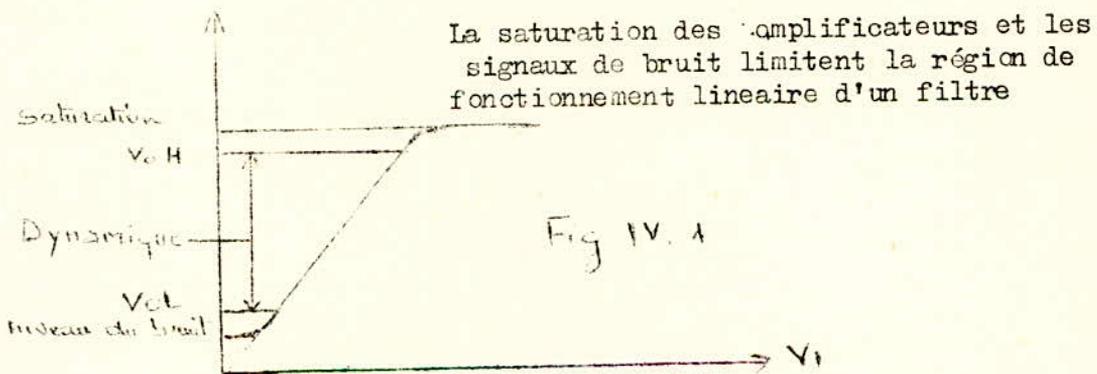
La sensibilité.

Le filtre passif est un circuit stable. En effet quelle que soit la qualité des composants L et C le coefficient de surtension restera toujours de valeur finie. Ceci n'est pas le cas des filtres actifs dans lesquels une petite variation dans la valeur d'un composant passif peut entraîner un important déplacement des pôles pouvant aller jusqu'à l'oscillation du montage : c'est le problème de la sensibilité.

La sensibilité d'un filtre est le rapport de la variation relative d'un paramètre à la variation relative de la valeur du composant qui lui a donné naissance.

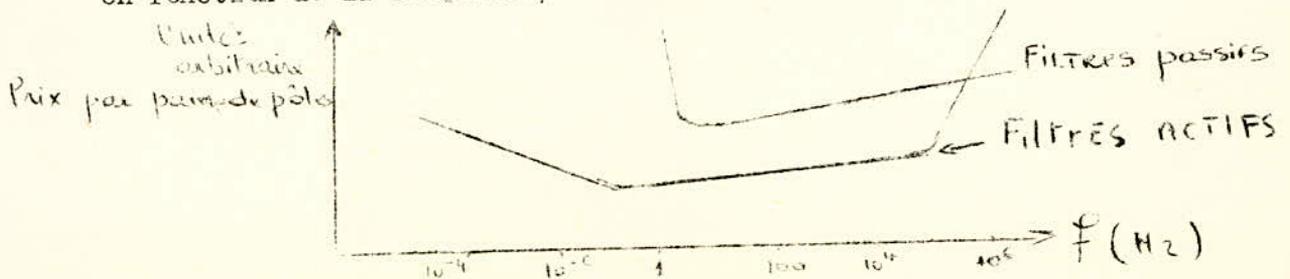
La sensibilité se note par $S_C^P = \frac{dP}{P} \frac{C}{dC}$

Dans un filtre actif, la sensibilité dépend en premier lieu du montage utilisé



4 : Domaine d'utilisation des filtres actifs.

Ce domaine est d'abord celui des amplificateurs opérationnels c'est à dire de circuits fonctionnant à relativement basses fréquences une utilisation aux fréquences extrêmement basses, ou, au contraire, aux fréquences élevées, conduit nécessairement à une caractérisation différente (donc à un coût différent des composants devant réaliser la fonction. C'est pourquoi la figure (IV 2) donne le tracé des coûts comparés de deux réseaux l'un actif et l'autre passif, chacun d'eux mettant en oeuvre la même fonction de transfert et de voir ensuite quelles sont les limitations en fonction de la fréquence, de l'une et de l'autre technologie.



Comparaison filtres passifs- filtres actifs(en fonction de la bande passante, la fréquence, le prix relatif)

Le domaine d'applications des filtres actifs est extrêmement étendu et par leurs caractéristiques particulières, leur faible encombrement, leur possibilité de fonctionner au plus basses fréquences, il peut s'utiliser dans un domaine plus vaste que ne l'est les filtres passifs basses fréquences.

c'est un problème que le filtre actif peut résoudre avec simplicité et au moindre coût.

V : Modele du Moteur.

V I La fonction Passe-Bas .

Un réseau est défini par une fonction de transfert passe-bas de second ordre lorsque le rapport tension de sortie V_0 sur tension d'entrée V_1 , suit une relation de la forme.

$$\frac{V_0}{V_1} = A \frac{1}{1 + 2\zeta \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Dans cette relation, p exprime la pulsation dans le plan complexe (soit $j\omega$ en régime sinusoïdal) ω_0 la pulsation caractéristique ou pulsation de second ordre et le coefficient d'amortissement ζ . Ce dernier paramètre peut être exprimé sous la forme d'un coefficient de surtension Q .

Enfin, à représenté le modèle du transfert pour une pulsation très inférieure à ω_0 . A et ω_0 étant fixés, la courbe de réponse du réseau sera fonction de la valeur du coefficient d'amortissement et représentera une remontée (Peaking) d'autant plus importante que celui-ci sera plus faible que la valeur de ζ l'asymptote de toutes les courbes du réseau sera caractérisée par une décroissance de 12dB par octave à partir de la caractéristique.

De même la réponse phase fréquence et la réponse impulsionnelle seront fonction du coefficient d'amortissement: cette dernière montrera une suroscillation (Overshoot) d'autant plus marquée que l'amortissement est réduit ou ce qui revient au même d'autant plus marquée que la tension est importante.

Cette fonction de second ordre peut être mise en oeuvre aussi bien par des techniques passives, réseau RC ou RLC.

Fig. VI réseau passif RLC passe-bas d'ordre 2

Dans le circuit de la figure V 1 les tensions en entrée et en sortie vérifient une relation .

$$V_0 = V_1 \frac{1}{1 + RCp + LCp^2}$$

Cette relation peut se mettre sous la forme conventionnelle qui fait apparaître ζ et ω_0 Il vient alors.

$$V_0 = V_1 \frac{1}{1 + R\sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{LC}p + LCp^2}$$

On en déduit aisément par identification

$$A = 1$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La résistance série agit directement sur le coefficient d'amortissement, une valeur réduite de R permettra donc des amortissements réduits donc des surtensions importantes.

V 2 RESEAU PASSE-BAS

$$F(p) = \frac{A}{1 + 2\zeta \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}} = \frac{F_2(p)}{F_1(p)}$$

La fonction de transfert à synthétiser dans ce cas a une forme

$$F(P) = - \frac{F_2(P)}{F_1(P)}$$

Pour réaliser $F_2(P)$ nous choisissons le réseau suivant.

Figure V. 2. 1

Un tel schéma V.2.1 nous donne une impédance de transfert en court-circuit de la forme.

$$A \left(\frac{1 + T_2 P}{1 + T_1 P + T_1 T_2 P^2} \right)$$

Avec $A = 2 R_2$

$R_2 = A/2$

$T_1 = 2 R_2 C_2 \quad \text{ou}$

$C_1 = 4 T_2 / A$

$T_2 = \frac{R_2 C_1}{2}$

$C_2 = T_1 / A$

Fig. V. 2. 2.

Filtre passe bas : synthèse de $F_2(P)$ (figure V.2.2) Ce transfert diffère de $F(P)$ au numérateur notamment ; le réseau $F_1(p)$ devra donc être tel qu'il élimine le numérateur de $F_2(p)$.
Si nous prenons le quadripôle suivant (figure V.2.3)

Fig. V. 2. 3

L'impédance en court circuit est de la forme :

$$A \left(1 + PT \right) \quad \text{avec} \quad \frac{A}{T} = \frac{2R}{2} = \frac{R_1 C}{2}$$

d'où le schéma final G_2 (figure V.2.4)

F

Figure V-2-4

Filtre passe bas : synthèse de $F_1(P)$
et le transfert global sera donné par la relation

$$F(P) = - \frac{F_2(P)}{F_1(P)} = - \frac{2 R_2 (1 + P T_2)}{1 + P T_1 + T_1 T_2 P^2} \cdot \frac{1}{2 R_1 (1 + P T_2)}$$

Avec $T = \frac{R_1 C}{2}$

$$F(P) = - \frac{2 R_2}{2 R_1} \cdot \frac{\left(1 + \frac{R_2 C_1}{2} P \right)}{\left(1 + 2 R_2 C_2 P + R_2^2 C_1 C_2 P^2 \right) \left(1 + \frac{R_1 C}{2} P \right)}$$

on
conditions :

$$1) - k_1 = \frac{R_2}{R_1}$$

$$2) - R_2 C_1 = R_1 C_2$$

$$3) - \omega_c = \frac{1}{R_2 \sqrt{L_1 C_2}}$$

$$4) - \gamma = \sqrt{\frac{C_2}{L_1}}$$

Dans ces conditions.

$$F(p) = - \frac{k}{1 + 2 \frac{\gamma}{\omega_c} p + \frac{p^2}{\omega_c^2}}$$

C'est la fonction de transfert du moteur
Démonstration des impédances de transfert en court circuit
(figure V.2.5)

$$Z = \frac{N}{I}$$

$$① \quad i = \frac{V_1}{R_2}$$

$$② \quad - \frac{N_1}{R} = \frac{N_1}{Z_c} + \frac{N_1 + N}{R} \Rightarrow$$

$$Z \Rightarrow - \frac{N}{R} = N_1 \left(\frac{2}{R} + \frac{1}{Z_c} \right) = N_1 \frac{(2 + R C_p)}{R}$$

$$\text{D'où} \quad N_1 = - \frac{N}{2 + R C_p}$$

$$\text{Dans 1-)} \quad i = \frac{N}{R(2 + R C_p)}$$

$$\frac{N}{I} = 2R \left(1 + \frac{R C_p}{2} p \right) = A(1 + T_p)$$

$$Z = A(1 + T_p)$$

Pour le reseau suivant : figure(V.2.6)

$$1-) \quad i = \frac{N'}{Z_{c2}} - \frac{N_i}{R}$$

$$2-) \quad -\frac{N_i}{R} = \frac{N_i}{Z_{c1}} + \frac{N_i + N'}{R} \Rightarrow$$

$$-\frac{N'}{R} = N_i \left(\frac{1}{Z_{c1}} + \frac{2}{R} \right) = N_i \frac{Rc_1 p + 2}{R}$$

$$\frac{N'}{R} = -\frac{N_i}{R} (Rc_1 p + 2)$$

$$-\frac{N_i}{R} = \frac{N'}{R(Rc_1 p + 2)}$$

Dans (1)

$$i = N' \left[c_2 p + \frac{1}{R(Rc_1 p + 2)} \right]$$

$$Z = \frac{N'}{i} = \frac{R(Rc_1 p + 2)}{Rc_2 p(Rc_1 p + 2) + 1}$$

$$Z = \frac{2R(Rc_1/2 p + 1)}{1 + (2Rc_2)p + (2Rc_2 \frac{Rc_1}{2})p^2}$$

VI Les Correcteurs

Le correcteurs Avance de phase doit être de la forme .

$$F_1(p) = \frac{1}{3} \frac{1 + 3/300 p}{1 + p/300}$$

Et le correcteur Intégral :

$$F_2(p) = \frac{1 + 0,1 p}{1 + p}$$

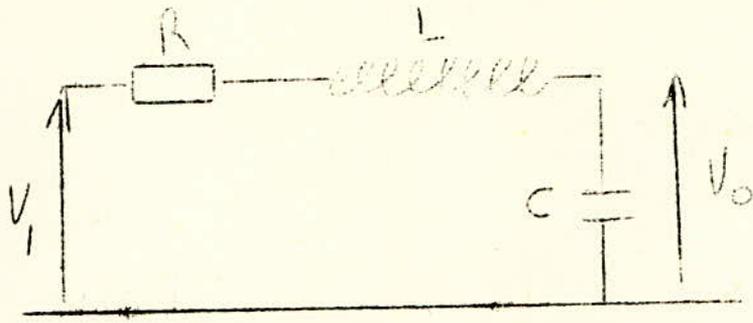
L'ensemble des deux correcteurs peut s'écrire de manière suivante

$$F(p) = \frac{1}{3} \frac{1 + 3/300 p}{1 + p/300} \cdot \frac{1 + 0,1 p}{1 + p}$$

V3 Calcul du modèle moteur

Tableau donnant les éléments passifs en fonction des données du moteur.

f	$6,6 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	$25,5 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	$36,3 \cdot 10^{-4}$
ξ	0,891	0,895	0,959	1	1,041	1,091
k	1,49	1,1	0,61	0,48	0,43	0,36
W_n	46,8	54,7	73,1	81,55	87,9	95,8
R_1 Ω	$100 \cdot 10^3$	10^5	10^5	10^5	10^5	10^5
R_2 Ω	$1,49 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^5$	$0,61 \cdot 10^5$	$0,48 \cdot 10^5$	$0,43 \cdot 10^5$	$0,36 \cdot 10^5$
$k R_1$						
$C_1 F$ $\frac{1}{\omega R_2}$	$1,61 \cdot 10^{-7}$	$1,65 \cdot 10^{-7}$	$2,36 \cdot 10^{-7}$	$2,55 \cdot 10^{-7}$	$2,54 \cdot 10^{-7}$	$2,66 \cdot 10^{-7}$
$C_2 F$ $\sum 2C_1$	$1,28 \cdot 10^{-7}$	$1,49 \cdot 10^{-7}$	$2,15 \cdot 10^{-7}$	$2,55 \cdot 10^{-7}$	$2,75 \cdot 10^{-7}$	$3,17 \cdot 10^{-7}$
$C F$ $k C_1$	$2,4 \cdot 10^{-7}$	$2,05 \cdot 10^{-7}$	$1,43 \cdot 10^{-7}$	$1,22 \cdot 10^{-7}$	$1,09 \cdot 10^{-7}$	$9,58 \cdot 10^{-7}$



Reseau passif RLC passif bas d'ordre 2

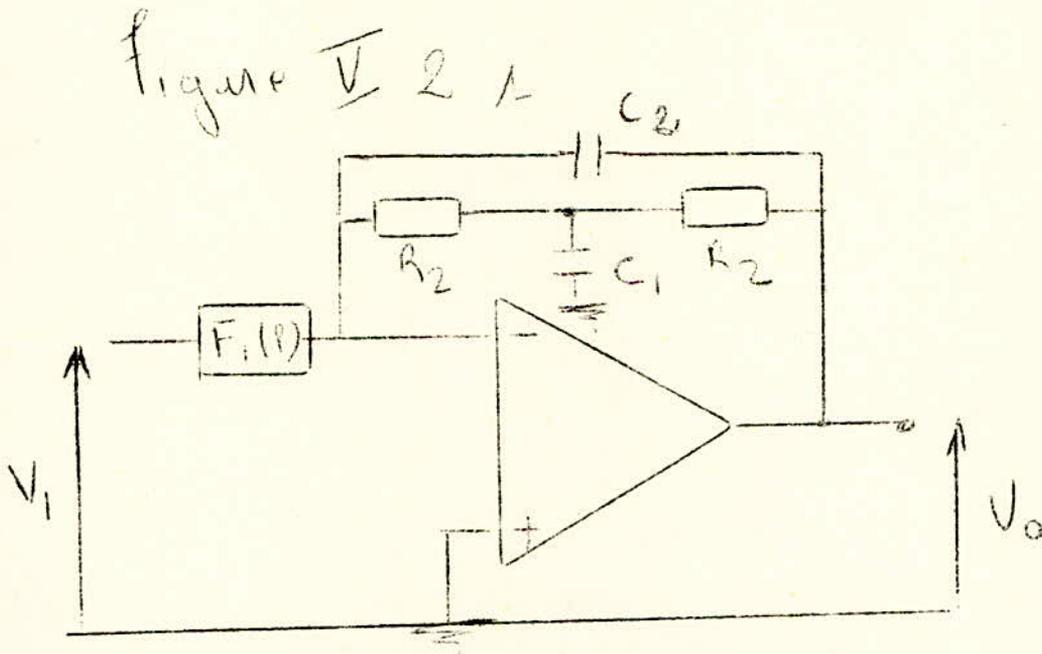
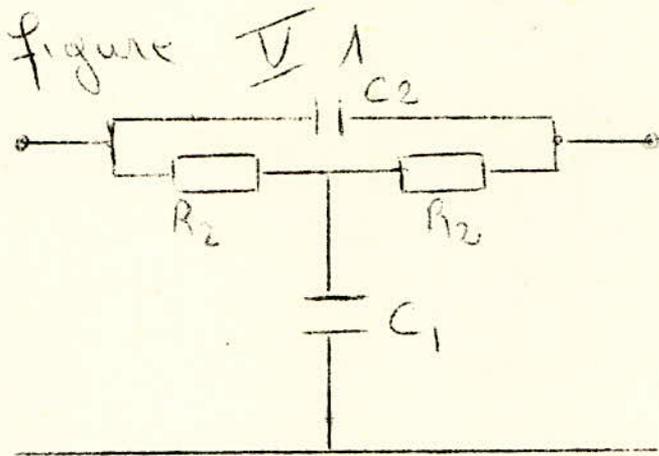


figure V 2 2

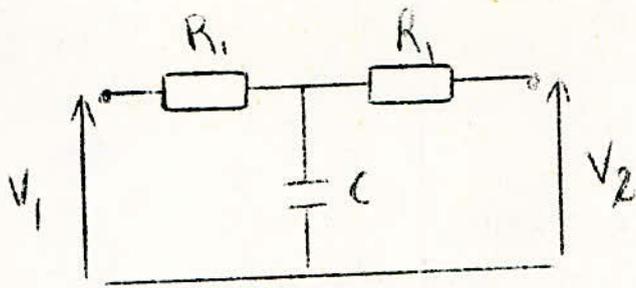


figure V.2.3

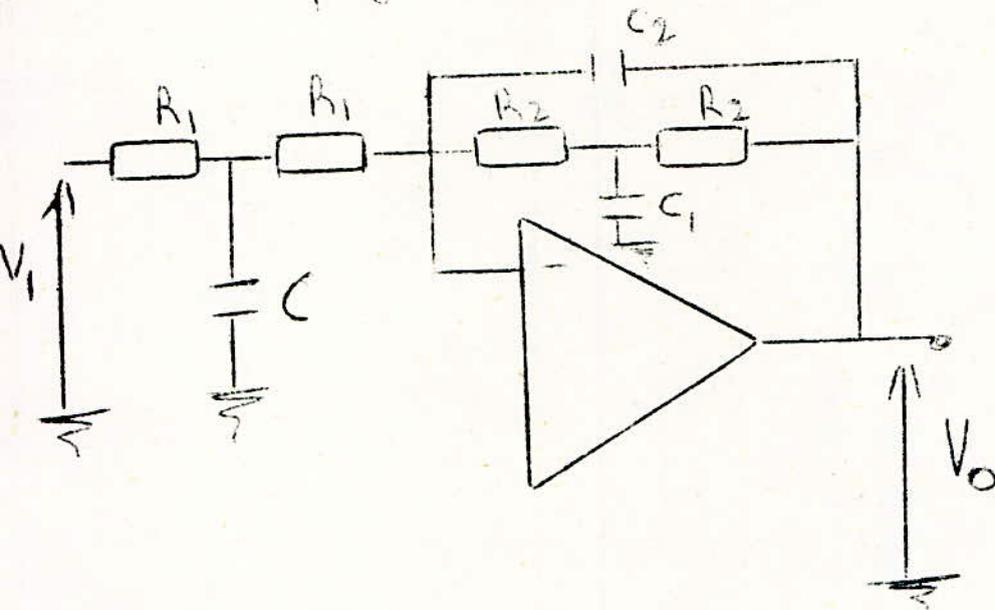


figure V.2.4

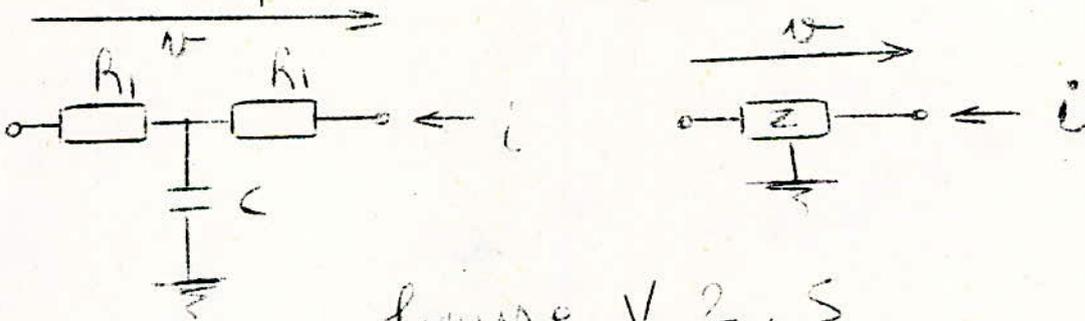


figure V.2.5

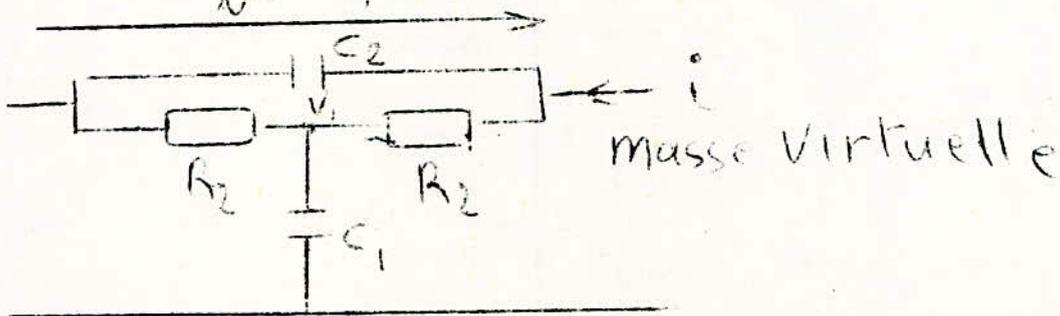


figure (V.2.6)

VI les Correcteurs

le correcteur avance de phase dont l'expression de la forme

$$F_1(P) = \frac{1}{3} \frac{1 + \frac{3}{300} P}{1 + \frac{1}{300} P}$$

ET le correcteur intégral

$$F_2(P) = \frac{1 + 0,1 P}{1 + P}$$

l'ensemble des deux correcteurs s'écrit

$$F(P) = \frac{1}{3} \frac{1 + \frac{3}{300} P}{1 + \frac{1}{300} P} \frac{1 + 0,1 P}{1 + P}$$

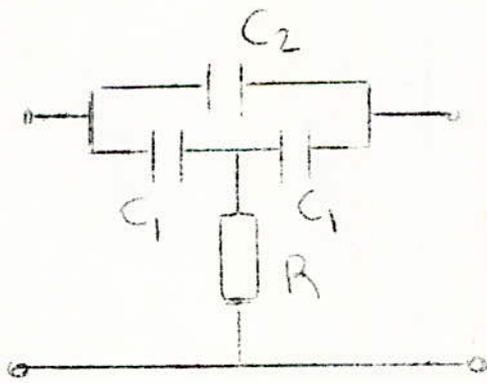


figure VI 1

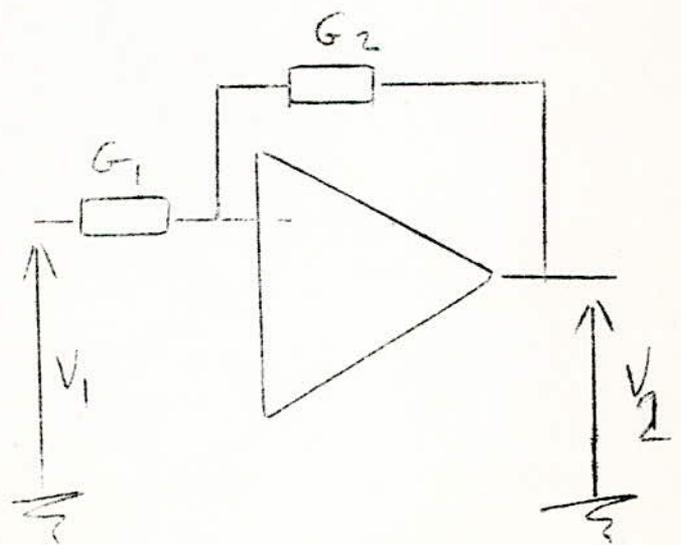
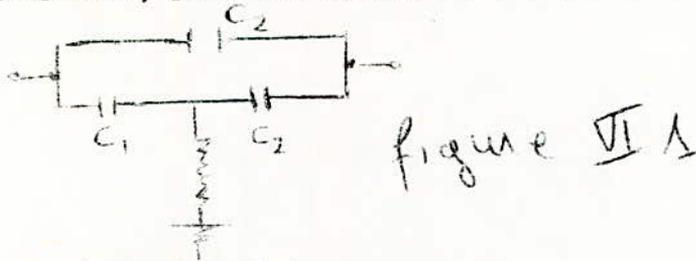


figure VI 2

Nous proposons, pour la réalisation, les schémas suivant ; figure VI₁



l'impédance de transfert de ce réseau

$$G = \frac{1}{PB} \left(\frac{1 + POT}{1 + PT} \right) \quad \text{avec } \theta < 1$$

$$B = C_2$$

$$T = RC_1 \left(\frac{2C_2 + C_1}{C_2} \right) \quad \text{et } \theta = \frac{2C_2}{2C_2 + C_1}$$

Figure VI₂

Dans le cas de la figure VI₂ nous avons les relations suivantes :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{G_2}{G_1} = \frac{B_1}{B_2} \frac{(1 + P\theta_2 T_2)(1 + PT_1)}{(1 + PT_2)(1 + P\theta_1 T_1)}$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} T_1 = \frac{3}{300} \\ \theta_1 = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} T_2 = 1 \\ \theta_2 = 0,1 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow C_1' = 3C_2$$

$$T_2 = R'C_1 \left(\frac{2C_2' + C_1'}{C_2'} \right)$$

$$\theta_2 = \frac{2C_2'}{2C_2' + C_1'} \Rightarrow$$

$$\theta_2 = 0,1 \Rightarrow C_1' = 18C_2'$$

$$\textcircled{2} \quad T_2 = 1 \Rightarrow T_2 = 20 R'C_1$$

$$\text{pour } R' = 10^5 \Omega$$

$$C_1 = 0,5 \text{ pF}$$

$$C_2 = \frac{0,5}{18} = 2,78 \cdot 10^{-8} \text{ F}$$

$$C_2 = 9,267 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$\theta_1 = \frac{2C_2}{2C_2 + C_1} = \frac{1}{3}$$

$$C_1 = 8C_2 = 8 \cdot 9,267$$

$$C_1 = 74,14 \text{ nF}$$

$$T_1 = R C_1 \left(\frac{2C_2 + C_1}{C_2} \right) = \frac{3}{300}$$

$$T_1 = R C_1 \cdot 10 = \frac{1}{100}$$

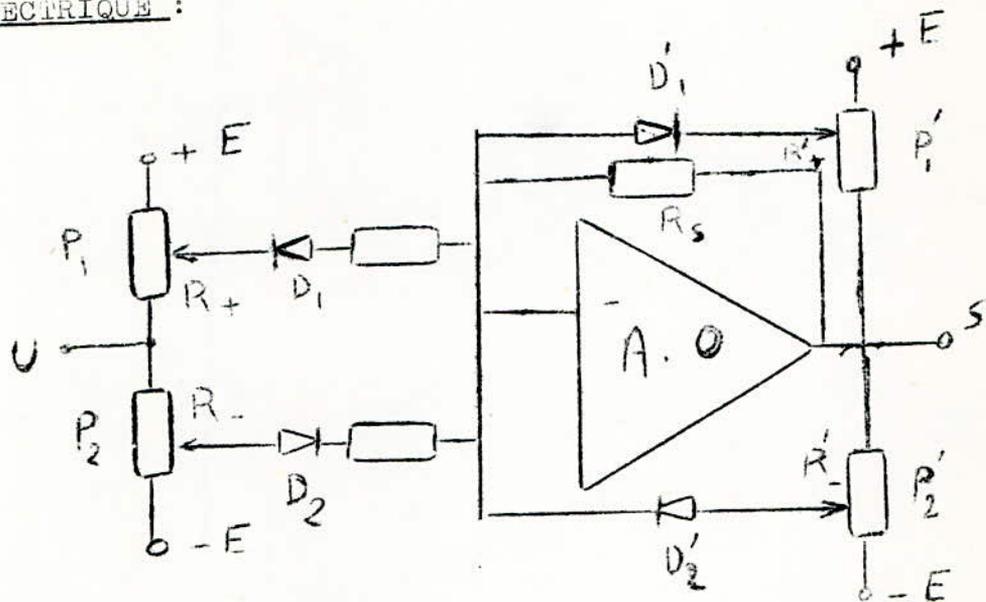
$$R = 13,49 \text{ k}\Omega$$

VII MODELE NON LINEAIRE DU MOTEUR: SEUIL ET SATURATION

I INTRODUCTION

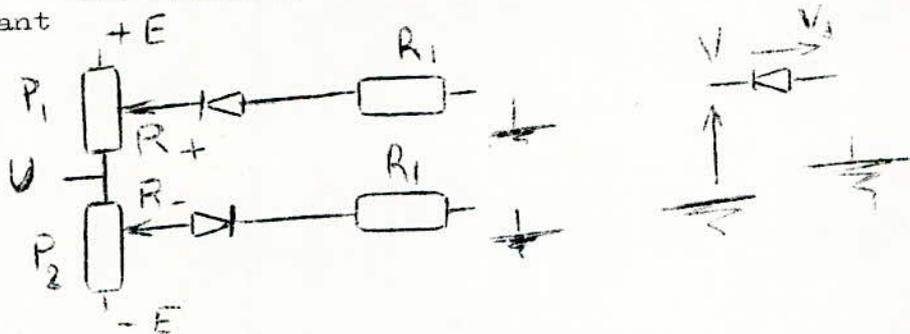
Le but de cette partie est d'étudier un montage donnant en sortie la caractéristique non linéaire du moteur

II SCHEMA ELECTRIQUE :



1 Seuil:

Les diodes D_1 et D_2 bloquées, nous avons le schéma suivant



$V + V_d = 0$ (la diode D_1 commence à conduire) pour
 $V = U + \frac{(E - U)R_+}{P_1} = \frac{U(P_1 - R_+)}{P_1} + ER_+$

$$V + V_d = 0$$

$$V = V_1 = - \left(\frac{ER_+ + V_d}{P_1} \right) \frac{P_1}{P_1 - R_+} \quad (1)$$

de même pour la diode D_2 , nous avons:

$$V = V_2 = \left(\frac{ER_- + V_d}{P_2} \right) \frac{P_2}{P_2 - R_-} \quad (2)$$

$$(3) \quad \boxed{V_s = -\alpha U - \delta_1}$$

c'est une droite

$$\text{avec } \alpha = \frac{R_s}{R_{T1} + R_1} \left[\frac{P_1 - R_+}{P_1} \right]$$

$$\text{et } \delta_1 = \frac{R_s}{R_{T1} + R_1} \left(\frac{E R_+}{P_1} + V_d \right)$$

de même par analogie

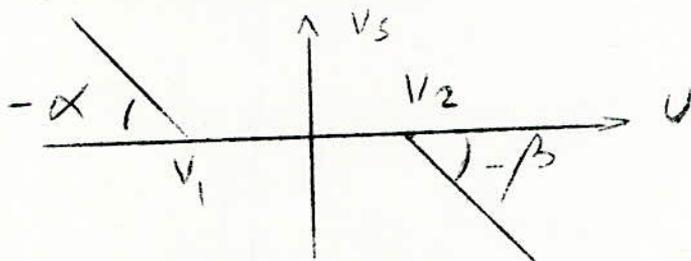
$$(4) \quad \boxed{V_s = -\beta U + \delta_2}$$

$$\text{avec } \beta = \frac{R_s}{R_{T2} + R_1} \frac{P_2 - R_-}{P_2}$$

$$R_{T2} = \frac{(P_2 - R_-) R_-}{P_2}$$

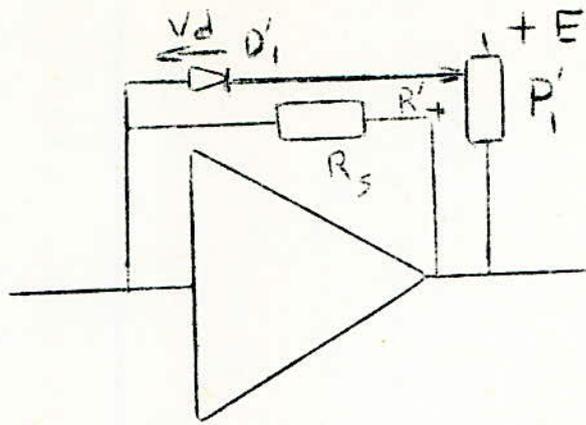
$$\delta_2 = \frac{R_s}{R_{T2} + R_1} \left(\frac{E R_-}{P_2} + V_d \right)$$

nous avons donc la caractéristique



3 saturation

pour $V_s < 0$ nous avons le schéma suivant :



D'_1 conduit quand :

$$\frac{(E - V_s) R'_+}{P'_1} + V_s = -V_d$$

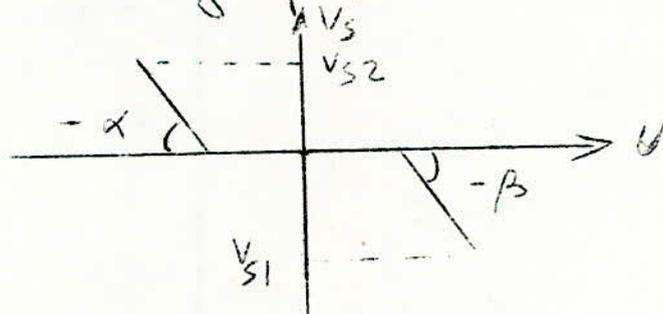
$$V_s (P'_1 - R'_+) = -V_d P'_1 - E R'_+$$

$$V_s = V_{s1} = \frac{P'_1 V_d + E R'_+}{P'_1 - R'_+} \quad (5)$$

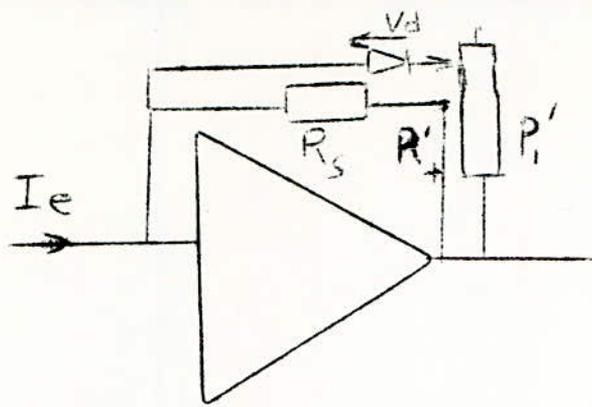
de même pour $V_s > 0$

$$V_s = V_{s2} = \frac{P'_2 V_d + E R'_-}{P'_2 - R'_-} \quad (6)$$

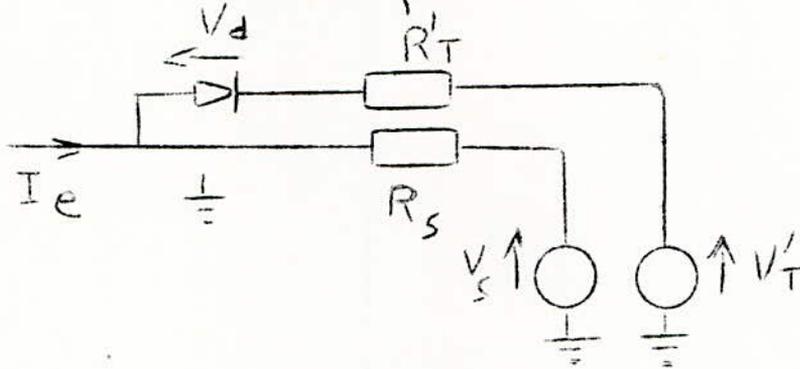
d'où le graphique



4 - Pente de la saturation



le schema equivalent



$$(1) \quad I_e = -\frac{V_s}{R_s} - \frac{V'_T + V_d}{R'_T}$$

$$V'_T = \frac{(E - V_s) R'_+ + V_s}{P'_+} = \frac{V_s (P'_+ - R'_+) + E R'_+}{P'_+}$$

$$\text{et } R'_T = \frac{(P'_+ - R'_+) R'_+}{P'_+}$$

comme I_e est aussi egal à :

$$(2) \quad I_e = \frac{1}{R_1 + R_{T1}} \left[\frac{V (P_1 - R_+)}{P_1} + V_d + \frac{E R_+}{P_1} \right]$$

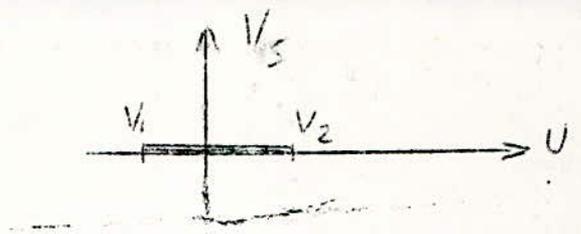
de l'egalite' (1) et (2) on tire apres derivation

$$\boxed{\frac{dV_s}{dV} = -\frac{(P_1 - R_+) R_s R'_+}{P_1 (R_1 + R_{T1}) (R'_+ + R_s)}} \quad (17)$$

Par analogie

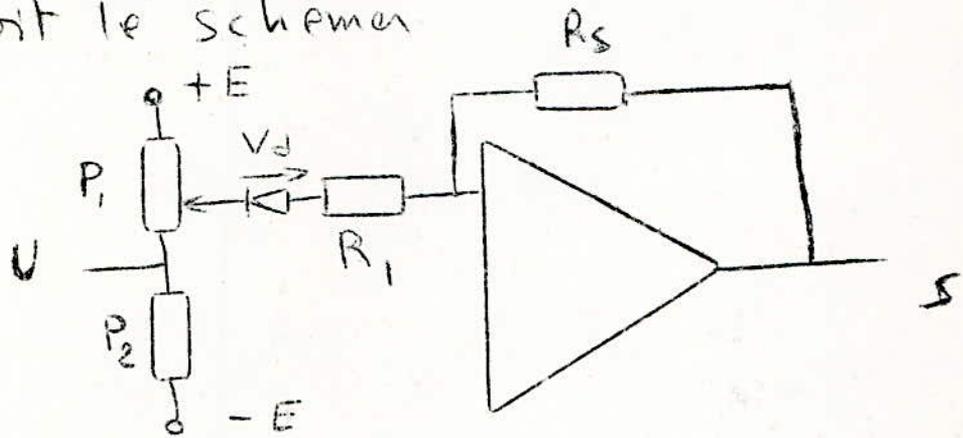
$$\boxed{\frac{dV_s}{dV} = -\frac{(P_2 - R_-) R_s R'_-}{P_2 (R_2 + R_{T2}) (R'_- + R_s)}} \quad (18)$$

d'où le graphique

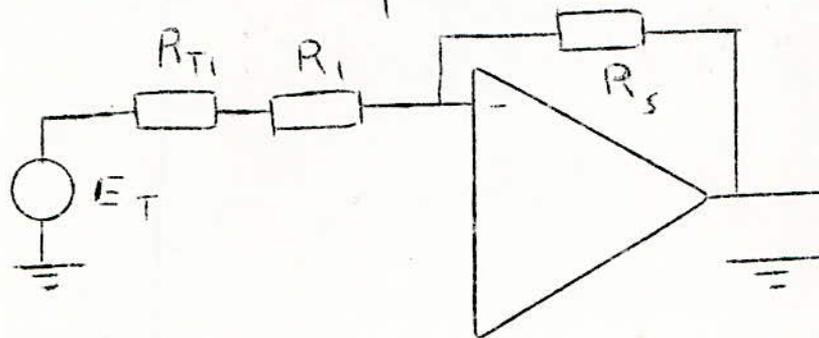


2. Zone linéaire

Soit le schéma



et le schéma équivalent



$$\text{avec } E_T = U + \frac{(E-U)R_+}{P_1} + V_d = \frac{U(P_1 - R_+) + ER_+}{P_1} + V_d$$

$$\text{et } R_{T1} = (R_+ \parallel (P_1 - R_+)) = \frac{R_+(P_1 - R_+)}{P_1}$$

$$\frac{V_s}{E_T} = - \frac{R_s}{R_{T1} + R_1}$$

$$V_s = - \frac{R_s}{R_{T1} + R_1} \left[\frac{P_1 - R_+}{P_1} \right] U - \frac{R_s}{R_{T1} + R_1} \left(\frac{ER_+}{P_1} + V_d \right)$$

III Synthèse et simplification

l'équation (1)

$$U = U_1 = - \left(\frac{ER_+}{P_1} + V_d \right) \frac{P_1}{P_1 - R_+}$$

Pour les diodes de commutation $V_d \approx 0$

on obtient (1') $V = V_1 = - \frac{ER_+}{P_1 - R_+}$

de même pour

$$(2') \quad V = V_2 = \frac{ER_-}{P_2 - R_-}$$

$$(3) \quad V_s = - \frac{R_s}{R_{T1} + R_1} \left[\frac{P_1 - R_+}{P_1} \right] - \delta_1$$

Pour $R_+ \ll P_1$ $R_{T1} = \frac{R_+ (P_1 - R_+)}{P_1} \approx R_+$

$$(3') \quad V_s = - \frac{R_s}{R_1 + R_+} = - \frac{R_s}{R_1} \quad \text{avec } R_+ \ll R_1$$

$$(4') \quad V_s = - \frac{R_s}{R_1 + R_-} = - \frac{R_s}{R_1} \quad R_- \ll R_1$$

$$(5') \quad V_{s1} = - \frac{ER'_+}{P'_1 - R'_+} \quad \text{car } V_d \approx 0$$

$$(6') \quad V_{s2} = \frac{ER'_-}{P'_2 - R'_-}$$

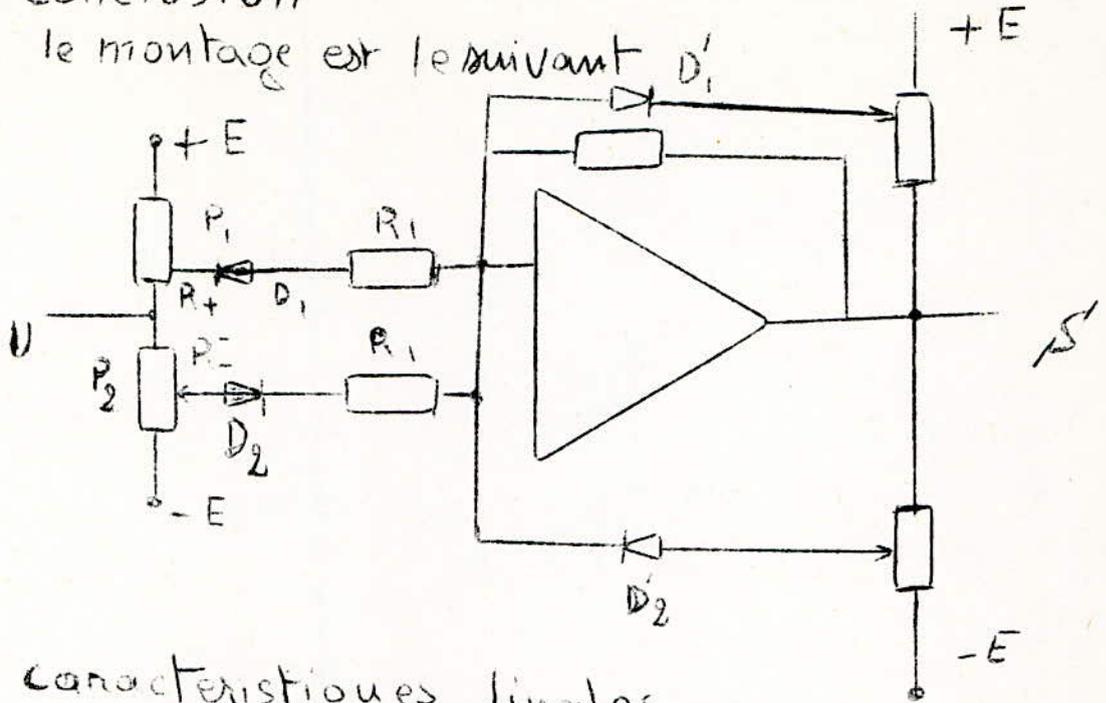
$$(7') \quad \frac{dV_s}{dU} = - \frac{R'_+}{R_1} \quad R'_+ \ll R_s$$

$R_+ \ll R_1$

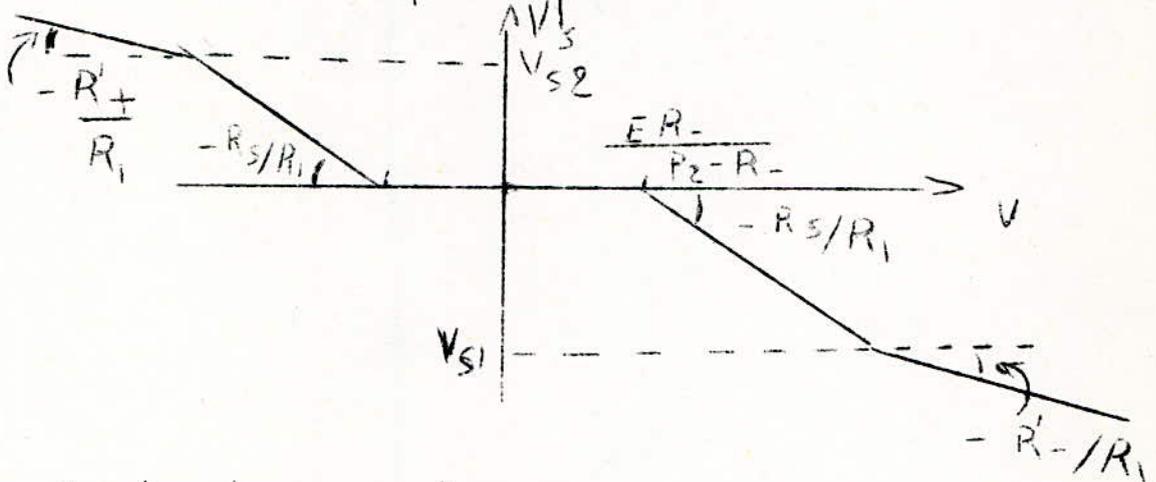
$$(8') \quad \frac{dV_s}{dU} = - \frac{R'_-}{R_1}$$

conclusion

le montage est le suivant



caractéristiques finales



Application pratique

$$R_1 = R_5 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$P_1 = P_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$P'_1 = P'_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$E = \pm 15 \text{ V} \quad V_{s\text{max}} = \pm 14 \text{ V}$$

	seuil	$R_+ \text{ ou } R_-$	saturation R_H
5%	0,7 V	440 Ω	9,7 k Ω
10%	1,4 V	875 Ω	4,57 k Ω
15%	2,1 V	1,310 k Ω	4,42 k Ω
95%	13,3		
90%	12,6		
85%	11,9		

- III - QUITIEME PARTIE -

III - ANNEXE : III - AMPLIFICATEUR -

III - DE PUISSANCE.

AMPLIFICATEUR DE PUISSANCE.

Dans notre cas, nous n'avons pas besoin d'un amplificateur de puissance, parce que le moteur sera présenté par son modèle électronique ; et l'énergie demandée ne nécessite pas l'apport d'un amplificateur de puissance néanmoins, nous ferons l'étude de l'amplificateur de puissance pour une éventuelle utilisation ultérieure.

1. SCHEMA DE PRINCIPE :

Il s'agit d'un amplificateur de puissance symétrique classe B utilisant un amplificateur opérationnel (voir figure A 1).

1.1. CHOIX DU MONTAGE :

L'utilisation de deux éléments amplificateurs au lieu d'un seul permet de doubler la puissance de sortie. Ceci est intéressant, si on ne dispose pas de transistors pouvant produire une telle puissance de sortie, mais la plus importante justification de tels montages reste dans les avantages apportés par la possibilité de polariser les transistors en classe B ou AB et ceci même en basse fréquence qui est notre cas.

Ces avantages sont de plusieurs ordres :

- amélioration du rendement,
- Réduction de la distorsion par harmonique deux,
- linéarisation des caractéristiques résultantes par un choix judicieux du point de fonctionnement en classe AB.

1.2. FONCTIONNEMENT :

L'amplificateur opérationnel fonctionne en amplificateur inverseur et pilote deux étages de puissance à éléments discrets. La contre-réaction, prise à la sortie permet d'obtenir un amplificateur opérationnel de puissance.

Le montage de puissance est du type collecteur commun, c'est à dire que d'une part son gain en courant est élevé et que son gain en tension est pratiquement égal à l'unité ($A_v = 1$) d'autre part sa résistance d'entrée est élevée et que sa résistance de sortie est faible.

La fréquence de coupure est élevée.
 La partie de puissance de l'ampli est parfaitement symétrique par construction, mais son fonctionnement est dissymétrique puisque les deux paires de transistors montés en montage DARLINGTON sont existées en apposition de phase.

Lorsqu'on applique un signal sinusoïdal, chacune des deux paires de transistors débite alternativement pendant une demi-période; Cependant la charge placée à la sortie du montage et la masse est concernée par chacune des demies-sinusoïdes de phase opposée et finalement tout se passe comme si elle "voyait" une sinusoïde entière (Propriété de classe A). La distorsion de raccordement est éliminée grâce à l'adjonction d'un condensateur de quelques pico-Farads (PF) en contre-réaction).

Nous pouvons considérer donc la partie ampli de puissance comme un seul transistor travaillant en classe A. (Voir figure A.2)

Il faut remarquer qu'il n'y a équivalence qu'au point de vue fonctionnement.

Vues les caractéristiques de la partie de puissance, nous pouvons la considérer comme étant "boite" de fonction de transfert égale à l'unité :

$$\text{car } \frac{V_s}{V} = 1$$

Le montage complet devient alors : figure A.3.
 La présence de la capacité C ; élimine la distorsion mais modifie sensiblement la fonction de transfert du montage global comme nous allons le voir

1.3. /// FONCTION DE TRANSFERT DE L'AMPLI OPERATIONNEL :

Nous vous déjà démontré ce résultat :

$$G(w) = \frac{-G_o(w)}{1 + \beta G_o(w)}$$

Pour l'amplificateur opérationnel, sa fonction de transfert est :

$$\frac{V}{V_i} = G = \frac{-G_o}{1 + \beta G_o}$$

Calculons $Z_{cR} = R_2 // C$

$$Z_{cR} = \frac{R_2 \frac{1}{Cp}}{\frac{R_2+1}{Cp}} = \frac{R_2}{1 + R_2 Cp} = \frac{R_2}{1 + \beta}$$

1.4. - FONCTION DE TRANSFERT DU MONTAGE ENTIER :

Voir figure A.4.

D'après la figure A.4 nous avons $V = V_s$

$$V_e = R_1 \bar{I}_e - \{ \Rightarrow \bar{I}_e = \frac{V_e + \xi}{R_1} = \frac{V_e + V_s/G}{R_1} \quad (1)$$

$$\text{Car } G = \frac{U_s}{V_s} = \frac{-G_0}{1 + \tau_0 p}$$

De plus :

$$V_s = -Z_{cR} \bar{I}_e - \xi \Rightarrow \bar{I}_e = \frac{V_s + V_s/G}{Z_{cR}} \quad (2)$$

$$\text{D'où } \frac{V_e + V_s/G}{R_1} = - \frac{V_s (1 + G)}{G Z_{cR}}$$

$$\frac{V_e}{R_1} = \left(-\frac{1}{G R_1} + \frac{G}{G Z_{cR}} + \frac{1}{G Z_{cR}} \right) V_s \Rightarrow$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{-Z_{cR} G}{Z_{cR} + (1+G) R_1} \quad (3)$$

Si nous remplaçons :

$$G = \frac{-G_0}{1 + \tau_0 p} \text{ et } Z_{cR} = \frac{R_2}{1 + \tau_0 p} \text{ dans (3)}$$

Nous aurons si nous posons $R_1 = R_2 = R_0$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{-R_0 G_0}{R_0 + R_0 (1+G_0) + \left[R_0 \tau_0 + R_0 (\tau + \tau_0) + R_0 \tau_0 \tau p + R_0 \tau_0 \tau_0 p^2 \right]}$$

D'où finalement :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{-1}{1 + 1 + \left(\frac{2\tau_0 + \tau}{G_0} + \tau \right) p + \tau \tau_0 p^2}$$

$$\frac{V_s}{V_e} \neq \frac{-1}{1 + \left(\tau + \frac{\tau \tau_0 + \tau_0}{G_0} \right) p + \frac{\tau_0 \tau p^2}{G_0}}$$

Car G_0 est élevé

D'où l'expression de la fonction de transfert de d'ampli de puissance :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{-1}{1 + \left(\tau + \frac{2\tau_0 + \tau}{G_0} \right) p + \frac{\tau\tau_0}{G_0} p^2}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Avec $K = 1$ gain statique

$$z = \frac{1}{2} (2\tau_0 + \tau G_0) \sqrt{\frac{1}{G_0 \tau_0 \tau}} \quad \text{coefficient d'amortissement}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_0}{\tau_0 \tau}}$$

Pulsation propre du système non amorti.

$$\tau_0 = \frac{1}{\omega_c}$$

Amplificateur opérationnel

$$\tau = R_2 C$$

Contre réaction

1.5. STABILITE DU MONTAGE EN BOUCLE FERMEE :

$R_0 = R_1$ résistance d'entrée

(Voir figure A.5.)

L'ensemble de l'amplificateur de puissance est un système asservi du deuxième ordre, toujours stable.

* Effet de la capacité C de contre-réaction sur la tension de sortie lors de la commutation des transistors.

Voir Figure A.6.

1.6. ALCUL DE L'IMPEDANCE D'ENTREE DU MONTAGE :

(Figure A.7.)

En basse fréquence Z_{CR} devient :

$$|Z_{CR}| = \frac{R_2}{\sqrt{1 + R_2^2 C^2 \omega^2}} \quad \# \quad R_2 \quad \omega \text{ petit} \quad C \approx \mu F$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -Z_i (\bar{I}_e - \bar{I}_2) \quad R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \\ V_e &= R_3 \bar{I}_e - \mathcal{E} = (R_3 + Z_i) \bar{I}_2 - Z_i \bar{I}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_e &= R_3 \bar{I}_e + (R_3 + R_s) \bar{I}_2 - G_0 \mathcal{E} \\ &= (R_3 + G_0 Z_i) \bar{I}_e + (R_3 + R_s - G_0 Z_i) \bar{I}_2 \end{aligned}$$

$$V_{R_2} = V_{ZCR} = -\mathcal{E} - R_s \bar{I}_2 - G_0 \mathcal{E}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{-\mathcal{E}(1 + G_0) - R_s \bar{I}_2}{R_2}$$

$$\frac{V_{R_2} + R_s \bar{I}_2}{R_2} = \frac{-\mathcal{E}(1 + G_0)}{R_2}$$

$$\frac{R_2 + R_s}{R_s} \bar{I}_2 = -\frac{\mathcal{E}(1 + G_0)}{R_2} \Rightarrow \bar{I}_2 = \frac{-\mathcal{E}(1 + G_0)}{R_s + R_2}$$

$$\bar{I}_2 \neq -\frac{\mathcal{E}(G_0 + 1)}{R_2} \quad \text{car } R_2 \gg R_s$$

D'où le schéma équivalent côté entrée (figure A.8)

$$D'où \quad Z_e \neq R_3 + \frac{R_2}{G_0} \neq R_3$$

1.7 - ALCUL DE L'IMPEDANCE DE SORTIE DU MONTAGE Z_s .

Le schéma de la figure 49 devient en mettant E l'entrée à la masse et en prenant le schéma équivalent des transistors.

Nous avons choisi après triage des transistors à peu près identiques :

$$\begin{aligned} R_{b1} &= R_{b2} \\ h_{11}^{(1)} (\text{PNP}) &= h_{11}^{(1)} (\text{NPN}) & \rho_1 &= h_{22}^{(1)-1} = \infty \\ h_{11}^{(2)} (\text{PNP}) &= h_{11}^{(2)} (\text{NPN}) & \rho_2 &= h_{22}^{(2)-1} = \infty \end{aligned}$$

L'impédance vue des points A et B le reste du montage étant isolé est :

$$R_T = \frac{R_b + h_{11}^{(1)} + h_{22}^{(2)}}{2} \quad \text{car les deux branches}$$

(CD et EF) sont identiques.

La figure A9 devient figure A10.

$$\text{Posons } X = R_0 + \frac{R_0 Z_i}{R_0 + Z_i} = R_0 + Y$$

$$\text{or } \frac{1}{Z_s} = \frac{I_1}{V_s} + \frac{I_2}{V_s} = \frac{I_s}{V_s} = \frac{I_1}{V_s} + \frac{1}{X} \quad \text{et}$$

$$V_s = (R_T + R_s) I_1 + G_0 \varepsilon$$

$$-\varepsilon = \frac{Y}{Y + R_0} V_s \Rightarrow V_s \left(\frac{Y(1 + G_0) + R_0}{Y + R_0} \right) = (R_s + R_T) I_1$$

$$\text{d'où } \frac{I_1}{V_s} = \frac{1}{R_s + R_T} \cdot \frac{Y(1 + G_0) + R_0}{Y + R_0} \neq \frac{Y G_0}{(R_s + R_T)(Y + R_0)}$$

$$\text{et } \frac{1}{Z_s} = \frac{1}{X} + \frac{1}{R_s + R_T} \cdot \frac{Y G_0}{(Y + R_0)}$$

$$= \frac{(R_s + R_T)(Y + R_0) + G_0 Y X}{X(R_s + R_T)(Y + R_0)}$$

$$\text{d'où } Z_s = \frac{X(R_s + R_T)(Y + R_0)}{(R_s + R_T)(Y + R_0) + X Y G_0}$$

$$Z_s = \frac{\left(R_0 + \frac{R_0 Z_i}{R_0 + Z_i} \right) (R_s + R_T) \left(\frac{R_0 Z_i}{R_0 + Z_i} + R_0 \right)}{(R_s + R_T) \left(\frac{R_0 Z_i}{R_0 + Z_i} + R_0 \right) + X \frac{R_0 Z_i G_0}{R_0 + Z_i}}$$

$Z_i \gg R_0$

$$\text{d'où } Z_s \approx \frac{1}{\frac{1}{2} R_0 + G_0 / \varepsilon (R_s + R_T)}$$

$$Z_s \approx \frac{\varepsilon (R_s + R_T)}{G_0} \quad \text{Elle est faible}$$

1.8 - /// ALCUL DU GAIN EN COURANT DE L'AMPLI DE PUISSANCE :

$$i_b = i_{b3} \quad , \quad i_{b6} = (1 + \beta_3) i_{b3}$$

$$i_{e6} = (\beta_6 + 1) i_{b6} = (1 + \beta_3)(1 + \beta_6) i_{b3}$$

$$\text{d'où } i_e \approx \beta_3 \beta_6 i_b$$

2. - /// ALCUL DE LA PUISSANCE DE L'AMPLI DE PUISSANCE

Nous ne rentrons pas dans les détails, le montage ne peut fournir qu'une tension inférieure à la tension de saturation des amplificateurs opérationnels et les chûtes de tension produites dans les diverses résistances.

La charge de l'amplificateur de puissance est la plupart du temps un moteur de résistance d'induit d'où la puissance :

$$P = \frac{V^2}{r}$$

Le courant moteur max: non répétitif

$$I_{\max} = \frac{V}{r} \text{ et le courant fournit par}$$

l'amplificateur opérationnel

$$i_b = \frac{I M'}{\beta}$$

3. - /// () MONTAGE DE PROTECTION CONTRE LES SURINTENSITES ET COURTS CIRCUITS PRODUITS A LA SORTIE DE L'AMPLI DE PUISSANCE ET AU NIVEAU DE LA CHARGE

(Voir figure A.12.)

a) Fonctionnement :

Les transistors T_2 et T_4 sont au "Si" tension de seuil 0,6 V.

En fonctionnement normal la différence de potentiel aux bornes des résistances R_{b1} et R_{b2} , en série dans les bases des Darlington, est insuffisante pour débloquent les transistors T_2 et T_4 (car au départ

ces transistors sont à l'état bloqué) le circuit de protection n'agit pas.

Si par contre une surcharge se produit dans l'étage de puissance (si un court circuit se produit au niveau de la charge et la masse), l'augmentation des courants dans les Darlington se repercute sur le courant de base qui croit, la d.d.p aux bornes de R_{b1} et R_{b2} augmente et devient suffisante pour débloquer les transistors de protection T_2 et T_4 leur faible résistance shunte le courant de base des Darlington qui diminue ainsi la puissance de sortie se trouve limitée bien au dessus de la puissance nominale de l'amplificateur. Pour remettre en marche l'amplificateur, il faudra couper l'alimentation au niveau de l'entrée principal E pour bloquer à nouveau les transistors de protection T_2 et T_4 . Il faudra aussi diminuer la charge à sa plus faible valeur (cette charge est un moteur) le seuil d'action du circuit de protection est réglé par les résistances ajustables P_1 et P_2 .

4 - SCHEMA DEFINITIF DE L'AMPLIFICATEUR DE PUISSANCE

- C_1 évite les oscillations en HF
- D_1 D_2 Protègent l'entrée contre les surtensions différentielles.
- P_5 permet de régler le gain en boucle fermée à l'unité
- P_3 permet d'annuler la tension ω ~~set~~.

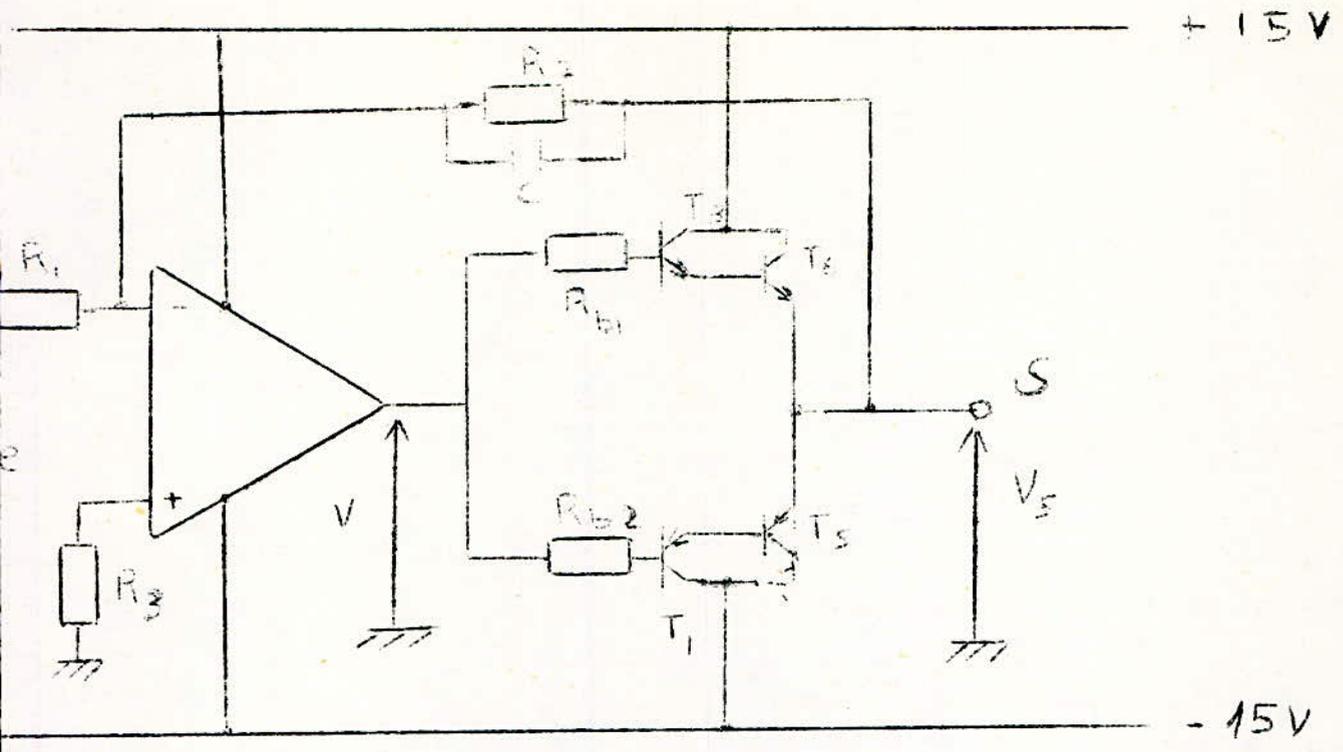


Figure A1

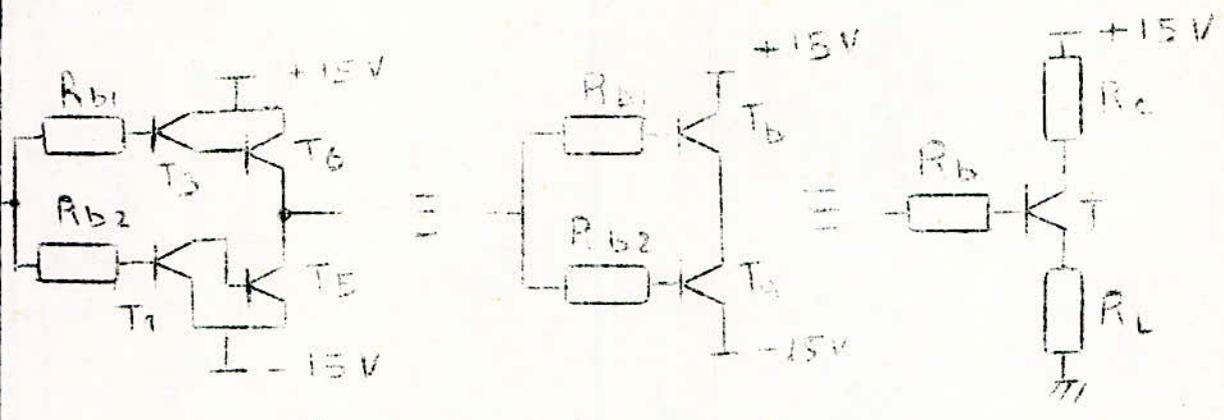


Figure A2

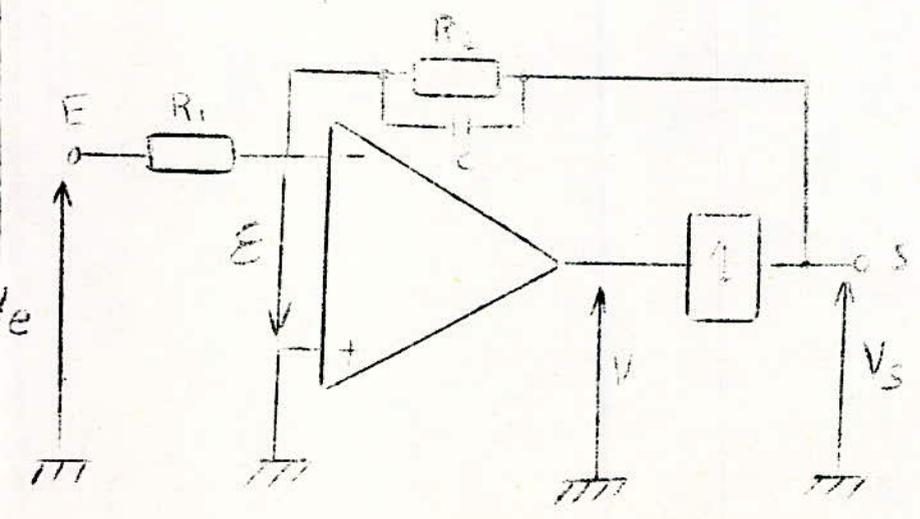


Figure A3

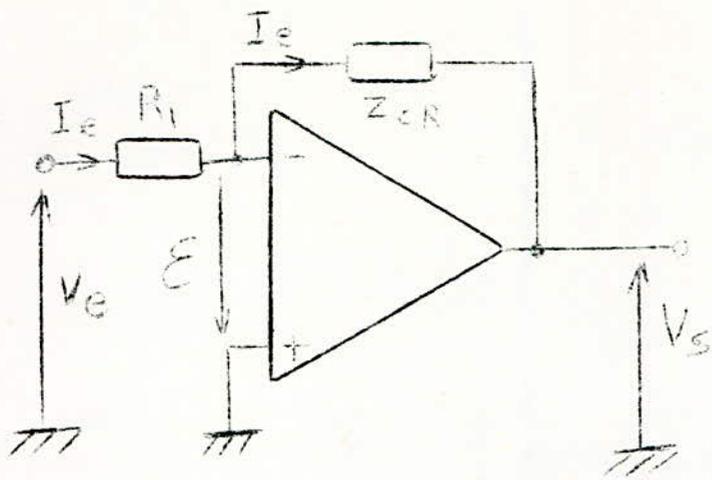


figure A4

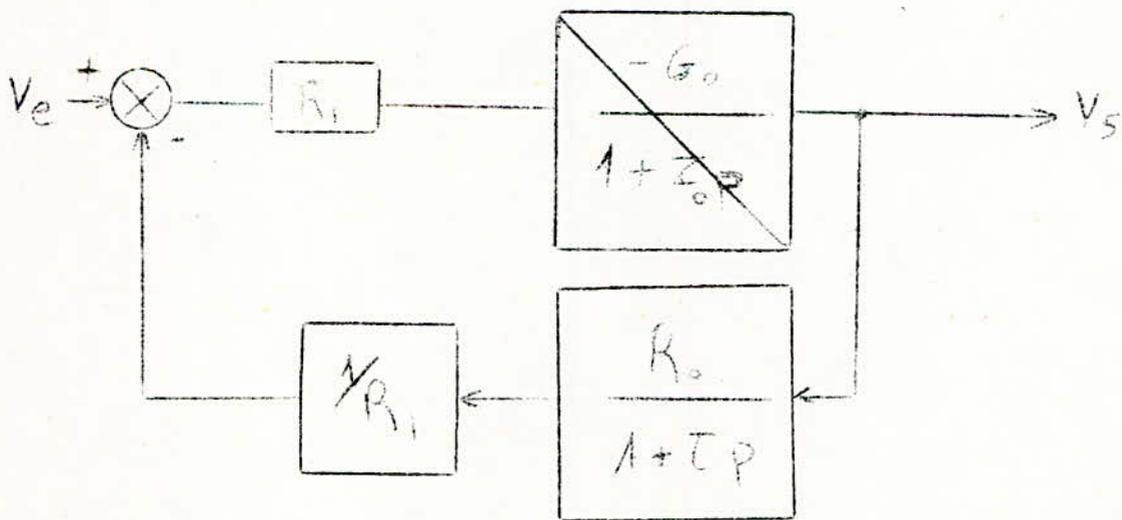
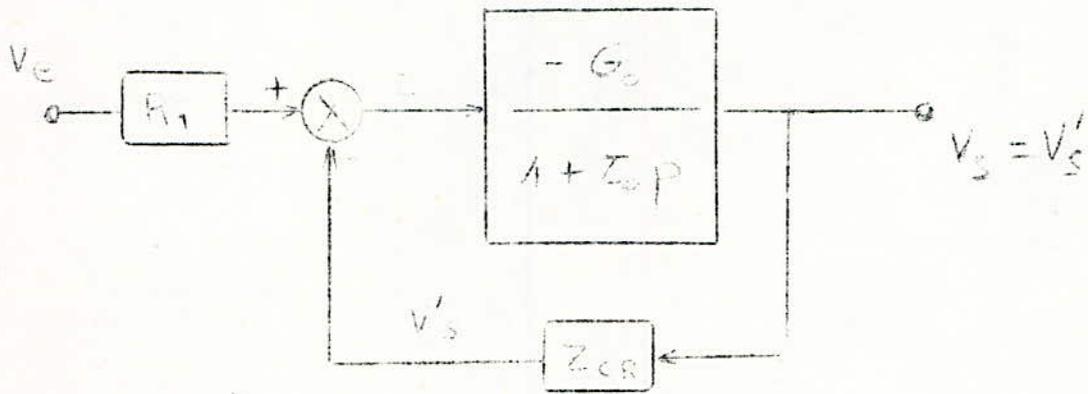
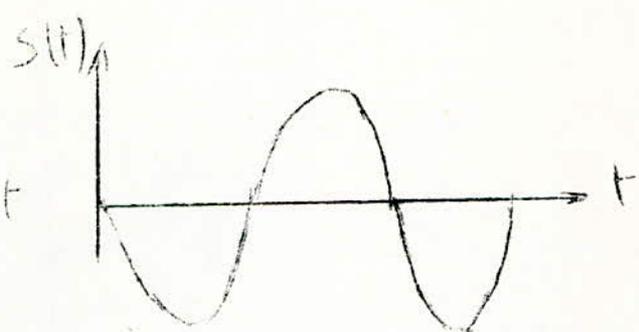
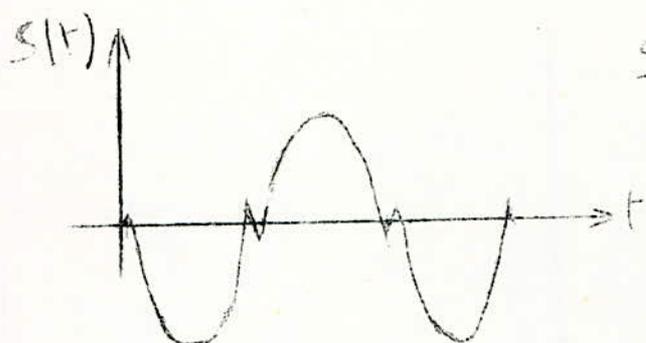
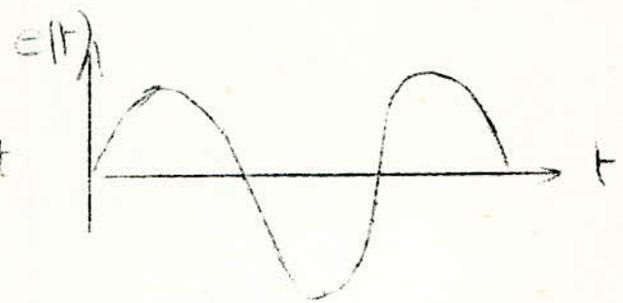
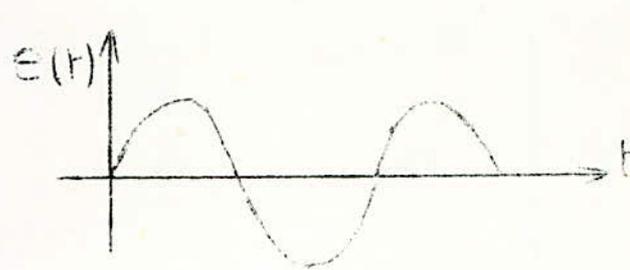


figure A5



Sans C

Avec C

figure A 6

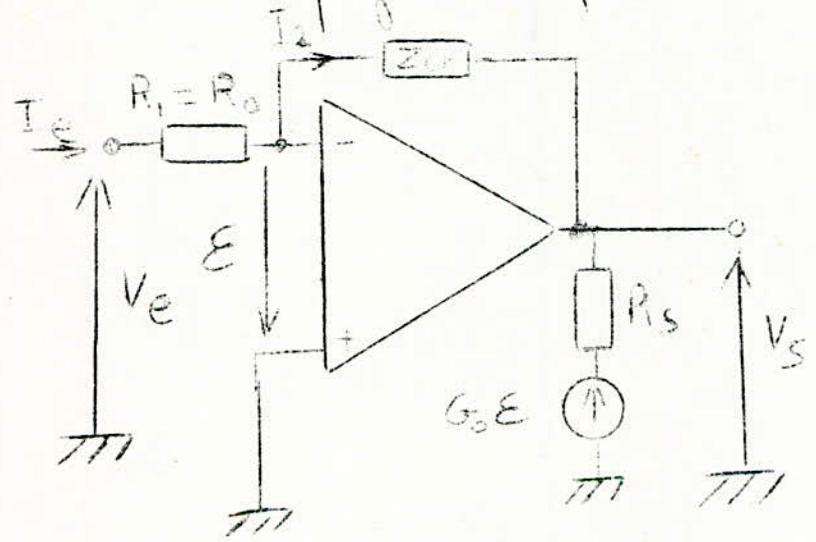


figure A 7

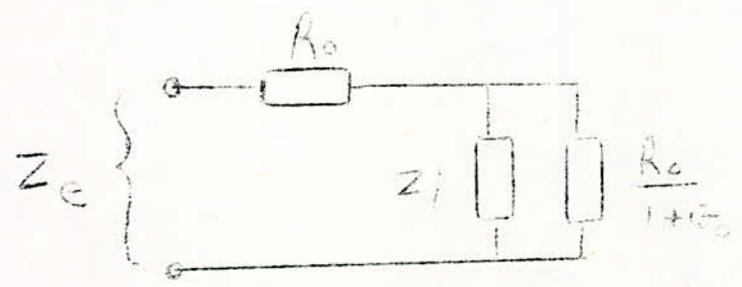


figure A 8

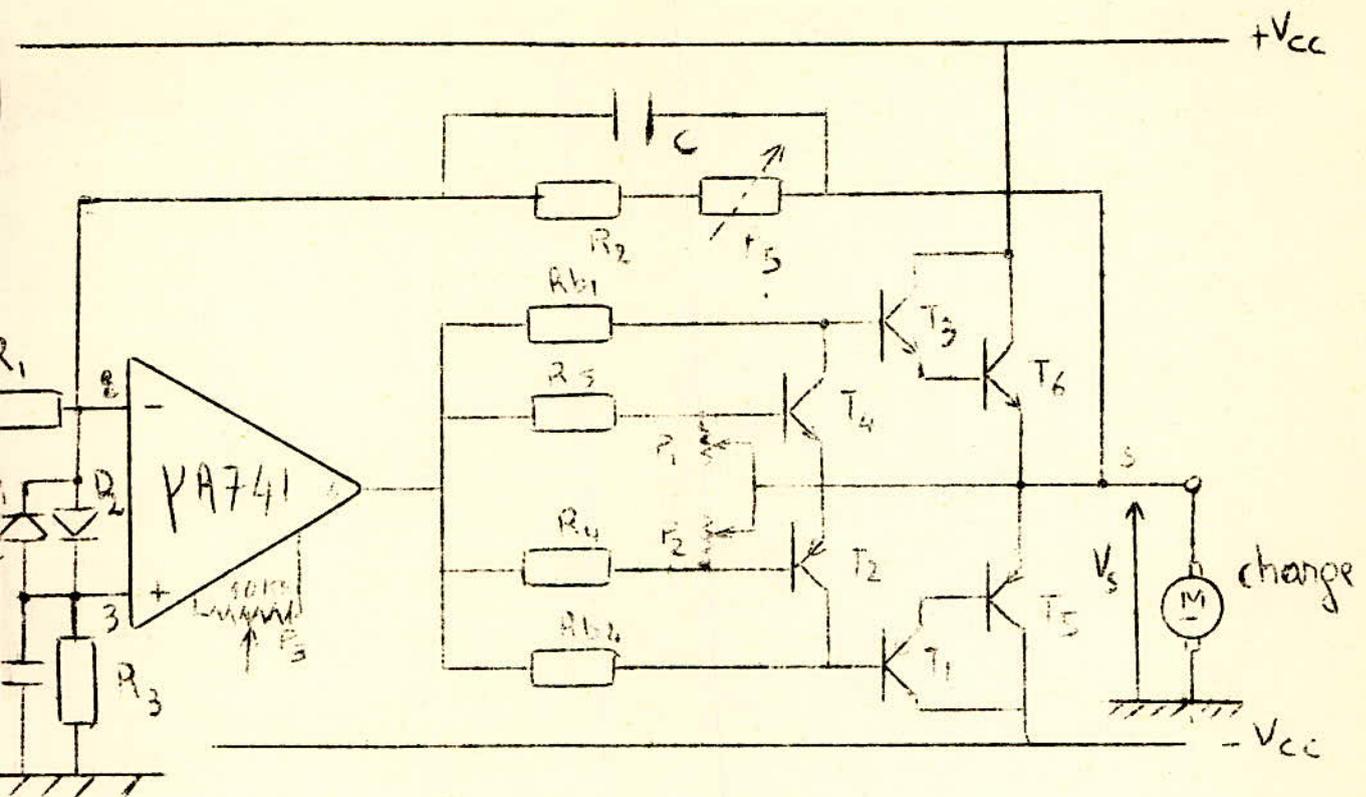


FIGURE A13
 Schema définitif de l'amplificateur de puissance

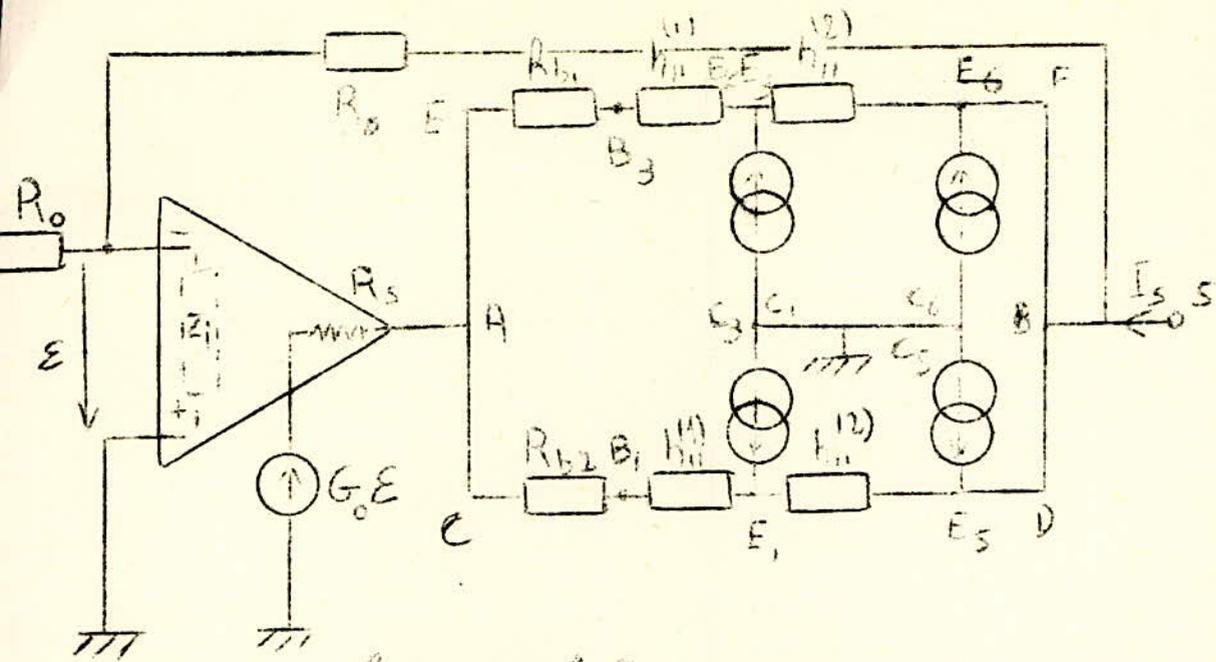


figure A9

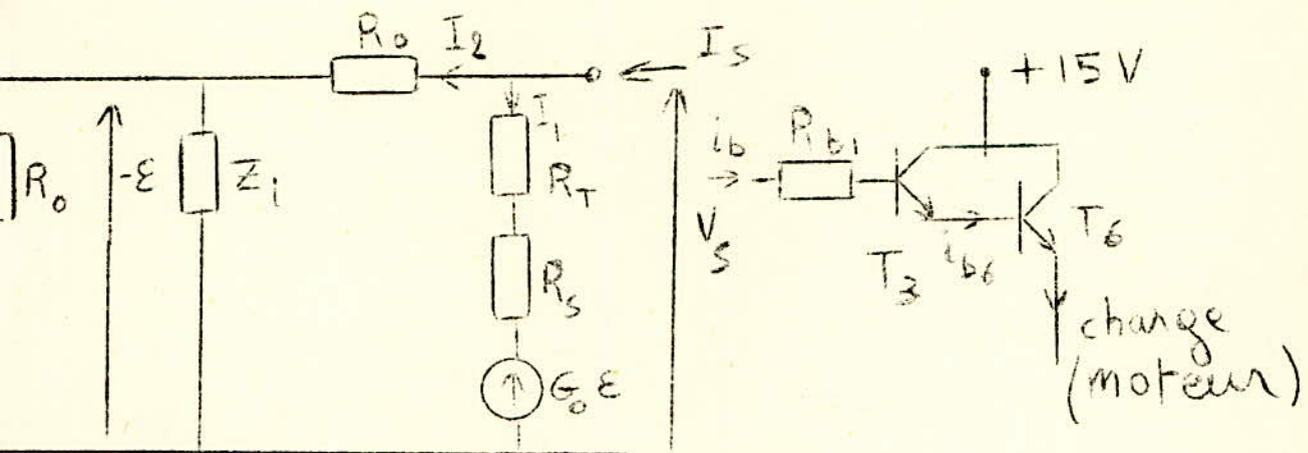


figure A.10

figure A11

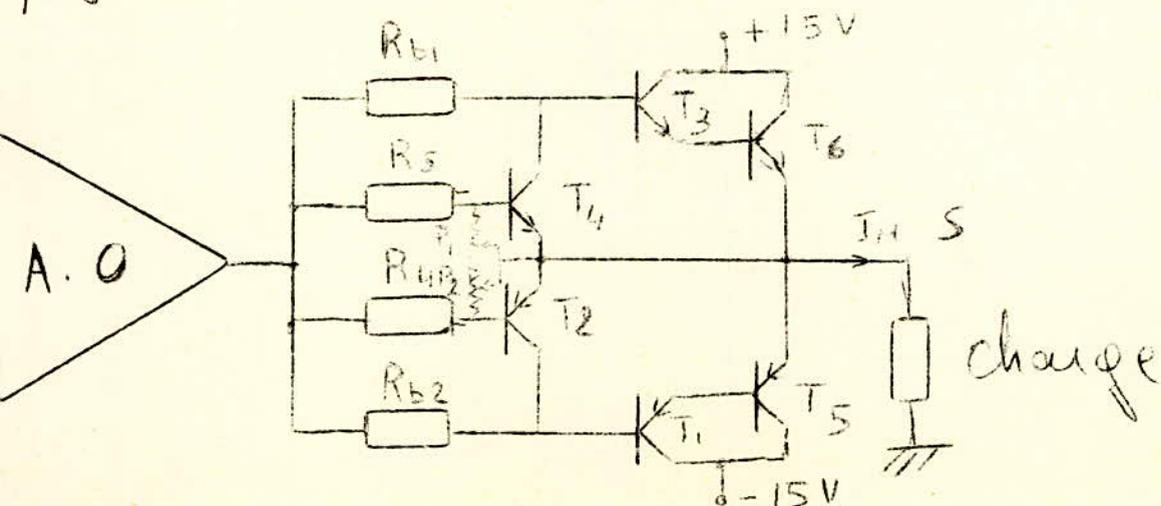


FIGURE A12

-o-  O N C L U S I O N -o-

- Le Choix des organes constituant le servomécanisme est très important.

R E D U C T E U R :

- Le réducteur mécanique nous permet de bénéficier de l'utilisation de moteur à grande vitesse d'où une faible inertie et une grande précision.

La fixation de la valeur de réduction a nécessité l'utilisation d'un critère ; accélération maximale au démarrage pour l'organe moteur.

Nous avons finalement fixé la réduction à la valeur $\alpha = (JC/JM)^{1/2}$.

P O T E N T I O M E T R E :

La variable d'entrée, ou commande, est fixée par un potentiomètre linéaire de précision ayant une bonne tolérance de linéarité (à titre indicatif : Les potentiomètres linéaires de précision ont une tolérance de linéarité de l'ordre de 1% on en fabrique normalement dont la tolérance descend à 0,1 % et même 0,01% - ref : Ahrendt, la pratique des servomécanismes.)

- Le potentiomètre joint également d'une bonne résolution, qui est la source essentielle du bruit qui affecte la réponse.
- Le potentiomètre est chargé par une impédance très supérieure à sa propre valeur pour ne pas perturber sa réponse.

G E N E R A T R I C E T A C H Y M E T R I Q U E :

- La génératrice tachymétrique utilisée comme élément traducteur de la vitesse en tension (donnant à ses bornes de sortie une tension proportionnelle à la vitesse de rotation de son arbre possède une caractéristique de sortie avec seuil et saturation, de plus en plus accentués lorsque l'impédance d'entrée du circuit de charge devient de plus en plus faible.

Nous obtenons une caractéristique de sortie linéaire en plaçant à la sortie de la génératrice tachymétrique un comparateur à très grande impédance d'entrée, nous obtenons par la même occasion une constante de temps très faible qui nous permet de bénéficier lors du régime dynamique de la génératrice tachymétrique (réponse en fréquence) d'une grande zone de fréquence dans laquelle, notre génératrice ne se manifeste que par son

facteur multiplicatif k_a , tel que $U_s = k_a \Omega_s$
où U_s est sa tension de sortie et Ω_s la vitesse de rotation de son arbre.

ETUDE LINEAIRE :

L'Etude de cet asservissement a mis en évidence l'importance de deux éléments, gain statique en boucle ouverte et fréquence de coupure en boucle fermée, dans l'obtention de performances satisfaisant aux critères d'un bon asservissement fonctionnant en suiveur et en régulateur.

Ces deux éléments se traduisent par la précision (mesurée par l'erreur permanente $\xi(\infty) = e(\infty) - s(\infty)$, différence entre la valeur d'entrée et la valeur de sortie après un temps pratiquement assez grand pour permettre au système d'atteindre son état permanent.) et la rapidité de la réponse (mesurée par le temps de réponse, inversement proportionnel à la fréquence de coupure - $t_r = \frac{1}{2f_c}$ - temps au bout duquel le système atteint à $\pm 5\%$, son état permanent).

Nous avons débuté l'étude (étude par des méthodes linéaires d'étude des systèmes asservis en premier lieu, donc on ne tenant pas compte de la non-linéarité essentiellement constituée par le seuil et la saturation qui affecte la réponse du servomoteur utilisée), par l'étude de la fonction de moteur chargé, avec la génératrice tachymétrique de retour :

Le moteur choisi possède une assez grande vitesse 1000 tr/mn, une faible inertie et un faible frottement donc donnant une réponse avec une assez bonne précision.

Seulement, l'adjonction de la charge augmente l'inertie et le frottement ($J_{charge} = 10 J_{moteur}$, $10 f_{moteur} \leq f_{frottement} \leq 100 f_{moteur}$), et diminue donc la précision de plus le temps de réponse est de l'ordre de 15 milliseconde.

Il a donc été nécessaire de faire d'abord un réglage optimum de gain (augmentant ainsi le gain et fixant l'amortissement en réglant le facteur de résonance Q à 2,3 dB) et en plaçant ensuite un correcteur intégral pour augmenter grandement le gain en basse fréquence et un correcteur avance de phase pour augmenter le temps de réponse.

Une première étude avec un réseau intégral du type $\frac{1 + 0,1 p}{1 + 10 p}$ (réalisable en circuit actif, un peu

exagéré pour les réseaux passifs) et un réseau de avance de phase $\frac{1}{3} \frac{1 + 3P/300}{1 + P/300}$

nous permettra de pousser la précision, mais avec des valeurs du gain des amplificateurs de l'ordre de 10.000 donc lui aussi assez poussé.

Notons que l'amplificateur opérationnel nous permet d'avoir cet ordre de grandeur du gain. Une deuxième étude avec cette fois-ci un correcteur intégral facilement réalisable à la fois en circuit passif et en circuit actif, $\frac{1 + 0,1 p}{1 + p}$

et le même circuit avance de phase que dans la précédente étude, $\frac{1}{3} \frac{1 + 3P/300}{1 + P/300}$ nous permet l'obtention

d'une précision pas très poussée comme la précédente mais satisfaisant aux normes d'un bon servomécanisme avec des gains peu élevés, de l'ordre de 5.000.

Nous signalons que les différents résultats des deux études sont donnés dans les conclusions partielles.

Lorsque le frottement total ramené au moteur varie dans la plage (2 f moteur, 11 f moteur), notre système d'asservissement de vitesse donne un ensemble de courbe de réponse que l'on pourrait corriger par des correcteurs à constantes de temps variables en fonction du frottement. Pour une valeur donnée f du frottement, nous afficherons les constantes de temps correspondantes pour les correcteurs.

Nous avons préféré corriger l'ensemble des réponses obtenues lorsque le frottement f varie par les mêmes correcteurs intégral et avance de phase.

Pour le réseau intégral, nous limiterons son influence à la plus basse fréquence de résonance ($\omega_r = 100 \text{ rad/s}$) de l'ensemble des fréquences de résonance obtenues pour f variable, son effet secondaire nuisible c'est à dire sa phase sera limitée à 5 degré à cette même fréquence et son gain sera de 0 décibels (pour cette valeur nous tenons compte du gain des amplificateurs donc de la fonction totale de correction intégrale $10 \cdot \frac{1 + 0,1 p}{1 + p}$).

Par contre pour le réseau avance de phase, le maximum de phase positive amenée par ce correcteur sera placé au voisinage de la fréquence de résonance la plus élevée ($\omega_r = 300 \text{ rad/s}$).

Nous obtenons de cette manière de corriger de bonnes performances du système pour l'ensemble de la plage décrite par le frottement (2 f moteur, 11 f moteur) sans avoir à faire varier les constantes de temps des correcteurs.

ETUDE NON LINEAIRE :

L'Etude de la non linéarité (seuil et saturation) par la méthode du premier harmonique en traduisant cette non linéarité par un gain équivalent réel, nous diminue le gain statique et même l'amortissement donc af-

fecte la rapidité et la précision du système, on remédie par un nouveau réglage optimum de gain à l'aide des amplificateurs.

S I M U L A T I O N :

- La simulation sera faite à l'aide d'amplificateurs opérationnels or nous savons que ces amplificateurs à courants continus ont pour problème essentiel celui de la dérive, pour y remédier il est possible d'amplifier en courant alternatif avec l'usage de courants porteurs.

C O U R A N T S P O R T E U R S :

- Le courant continu modulant sera porté par une sinusoïde (de fréquence 50 HZ ou 400 HZ , généralement) sera amplifié par un amplificateur à courant alternatif, à la sortie de l'ampli, une démodulation et un filtrage nous restitue notre signal continu qui continue sa propagation le long de la chaîne d'asservissement.

Le méthode de modulation essentiellement utilisé est la modulation d'amplitude sans porteuse.

Les systèmes de modulation, démodulation et filtrage sont ceux que l'on utilise couramment en radio électricité.

Outre le problème de dérive, les amplificateurs à courants alternatifs possède le grand avantage d'être de construction facile par rapport aux amplificateurs à courant continu.

Le système global étudié permet de donner à la vitesse de rotation de l'arbre d'un servomoteur de faible puissance 10 Watts, une valeur proportionnelle à une tension de commande fixée à l'entrée par un potentiomètre.

-- BIBLIOGRAPHIE --

---oo000---

- Pierre NASLIN : Technologie et Calcul Pratique des Systèmes asservis DUNOD 1968.
- Pierre NASLIN : Les régimes variables dans les systèmes linéaires et non linéaires DUNOD 1962.
- J. CH. GILLE, P. DECAULNE . M. PELEGRIN :
Théorie et Calcul des Asservissements linéaires
DUNOD 1971.
- J. CH. GILLE, P. DECAULNE, M. PELEGRIN.
Méthodes d'étude des systèmes asservis non-
linéaires DUNOD 1967.
- W. R. AHRENDT : La pratique des servomécanismes Librairie Poly-
technique CH. BERANGER, 1959.
- J. F. GAZIN . : Manuel d'application CJL Tome 3 Thomson CSF 1974.
- R. DAMAYE : L'amplificateur opérationnel
Editions Radio PARIS 1974.