

12/76

UNIVERSITE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

207

DEPARTEMENT ELECTRICITE
 المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
 المكتبة

 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
 BIBLIOTHEQUE

THESE DE FIN D'ETUDES

INGENIORAT EN ELECTRONIQUE

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
 المكتبة
 SIMULATION ANALOGIQUE
 DES EQUATIONS CINETIQUES
 DU REACTEUR POINT

1^{ère} Partie: NEUTRONIQUE / 2

Proposée par :

M. KACIMI

A. ZAOUI

Etudiée par :

F. YUCEF ETOUMI

N. BOUGUECHAL

* 1976 *

VII. - EQUATIONS CINETIQUES DU REACTEUR POINT

I.	INTRODUCTION	1
II.	CINETIQUE DU REACTEUR ABSTRACTION FAITE DES NEUTRONS RETARDES	2
III.	CINETIQUE DU REACTEUR COMPTE TENU DES NEUTRONS RETARDES	6
III.1	GENERALITES	6
III.2	- EQUATIONS CINETIQUES DU REACTEUR COMPTE TENU DES NEUTRONS RETARDES	7
III.3	- EQUATIONS CINETIQUES REDUITES	12
	a. THEORIE A UN GROUPE	12
	b. CAS REEL: THEORIE A 6 GROUPE DE NEUTRONS RETARDES	15
IV.	PERIODE DU REACTEUR ET REACTIVITE	15
IV.1	- LA REACTIVITE	15
IV.2	- PERIODE DU REACTEUR	17
IV.3	- UNITE DE REACTIVITE	23
V.	RESOLUTION DES EQUATIONS CINETIQUES DANS QUELQUES CAS SIMPLES	24
V.1	- REPONSE D'UN REACTEUR A UN ECHELON DE REACTIVITE	25
V.2	- REPONSE D'UN REACTEUR A UNE RAMPE DE REACTIVITE	32

VII. EQUATIONS CINÉTIQUES DU REACTEUR POINT

=====

I. INTRODUCTION.

La cinétique du réacteur est l'étude de la variation de la population neutronique quand on change la valeur du facteur de multiplication effectif. Tous les autres paramètres physiques introduits dans les chapitres précédents tels que λ_i , β_i , λ , β , f , ... sont supposés connus et parfaitement stables.

On se place dans le cadre de la théorie à une vitesse. L'équation de diffusion s'écrit :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\Delta\phi - \Sigma_a\phi + S$$

ϕ représente la densité des neutrons dans la gamme d'énergie où ont lieu la plupart des fissions, c'est à dire le groupe thermique puisque nous ne nous intéressons qu'aux réacteurs thermiques. S est le terme source et représente les neutrons qui par ralentissement arrivent dans ce groupe.

Pour une approche de l'étude réelle et dans une première étape nous négligerons les neutrons retardés.

Nous ferons ensuite une étude plus détaillée, compte tenu des neutrons retardés dans le cadre de la théorie à 1 groupe d'abord et à 6 groupes ensuite, ce qui nous permettra d'établir les équations cinétiques du réacteur. Deux paramètres importants, la réactivité et la période, qui sont d'une importance capitale pendant le fonctionnement du réacteur, seront définis et leur influence précisée.

Finalement, nous ferons une approche de résolution des équations cinétiques dans 2 cas "simples" d'injection d'un échelon ou d'une rampe de réactivité. Cette résolution nous permettra d'obtenir l'allure de certaines courbes d'évolution neutronique et de constater la complexité des calculs nécessaires même dans ces cas simples.

II. CINETIQUE DU REACTEUR ABSTRACTION FAITE DES NEUTRONS RETARDES.

Nous admettrons, dans un premier stade, que tous les neutrons sont émis instantanément lors de la fission.

Compte tenu du fait que :

$$\phi = nv \quad (\text{VII.1})$$

v étant la vitesse moyenne des neutrons,

L'équation de diffusion en régime variable

$$D\Delta\phi - \Sigma_a \cdot \phi + S = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (\text{VII.2})$$

s'écrit :

$$D\Delta\phi - \Sigma_a \cdot \phi + S = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VII.3})$$

Dans un milieu théoriquement infini. La disparition de $\Sigma_a \cdot \phi$ neutrons entraîne la création de $K_\infty \cdot \Sigma_a \cdot \phi$ neutrons par cm^3 et par seconde. Pour un milieu fini, ce nombre sera tempéré par la probabilité anti-fuite de ralentissement.

La grandeur τ est l'âge de Fermi, elle peut être définie par :

$$\tau = \frac{1}{6} \bar{r}^2 \quad (\text{VII.4})$$

\bar{r} étant la distance moyenne parcourue par le neutron depuis le point où il naît, jusqu'au point où son énergie devient égale à E (énergie thermique).

$\sqrt{\tau}$ est la longueur de ralentissement.

Le terme source est donc :

$$S = K_\infty \cdot \Sigma_a \cdot \phi \cdot e^{-B^2\tau} \quad (\text{VII.5})$$

Compte tenu de ce résultat l'équation de diffusion (VII.3) devient

$$D \cdot \Delta\phi - \Sigma_a \cdot \phi + K_\infty \cdot \Sigma_a \cdot \phi \cdot e^{-B^2\tau} = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VII.6})$$

Soit encore :

$$D \cdot \Delta \phi + (K_{\infty} \cdot e^{-B^2 \tau} - 1) \cdot \Sigma_a \cdot \phi = \frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VII.7})$$

d'où en divisant les deux membres par Σ_a .

$$\frac{D}{\Sigma_a} \cdot \Delta \phi + (K_{\infty} \cdot e^{-B^2 \tau} - 1) \cdot \phi = \frac{1}{\Sigma_a \cdot v} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VII.8})$$

Le terme $\frac{D}{\Sigma_a}$ est égal au carré de la longueur de diffusion thermique, soit :

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} \quad (\text{VII.9})$$

La grandeur $\frac{1}{v \cdot \Sigma_a}$ est, par définition, la durée de vie moyenne des neutrons thermiques dans un milieu infini ayant la même composition que le réacteur. Elle est notée θ_{∞} , et désigne plus précisément le temps qui s'écoule en moyenne entre la naissance d'un neutron par fission et sa disparition ; on obtient donc :

$$L^2 \cdot \Delta \phi + (K_{\infty} \cdot e^{-B^2 \tau} - 1) \cdot \phi = \theta_{\infty} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VII.10})$$

avec

$$\theta_{\infty} = \frac{1}{v \cdot \Sigma_a} = \frac{\lambda}{v} \quad (\text{VII.11})$$

Pour résoudre une telle équation, on suppose que la solution $\phi(r, t)$ peut se mettre sous la forme d'un produit de deux fonctions dont l'une $\phi(r)$ ne dépend que des coordonnées et l'autre $T(t)$ ne dépend que du temps, de sorte que :

$$\phi(r, t) = \phi(r) \cdot T(t) \quad (\text{VII.12})$$

On tire alors, compte tenu de (VII.10) :

$$L^2 \cdot \frac{\Delta \phi(r)}{\phi(r)} + K_{\infty} \cdot e^{-B^2 \tau} - 1 = \frac{\theta_{\infty}}{T(t)} \cdot \frac{dT(t)}{dt} \quad (\text{VII.13})$$

Si le réacteur est proche de la criticité, la distribution spatiale $\phi(r)$ du flux obéit en première approximation à l'équation du régime permanent :

$$\Delta\phi(r) + B^2\phi(r) = 0 \quad (\text{VII. 14})$$

En remplaçant $\Delta\phi$ par $-B^2\phi$ dans l'équation (VII.13) et en divisant les deux membres par $1 + L^2B^2$ on obtient

$$\frac{K_\infty}{1 + L^2 B^2} e^{-B^2\tau} - 1 = \frac{\theta_\infty}{1 + L^2 B^2} \cdot \frac{1}{T(t)} \frac{dT}{dt} \quad (\text{VII.15})$$

Les termes $\frac{1}{1 + L^2 B^2}$ et $e^{-B^2\tau}$ sont appelés probabilité anti-fuite au niveau thermique et anti-fuite en cours de ralentissement respectivement. On peut donc dire que le produit des deux probabilités caractérise la probabilité totale anti-fuite.

Nous avons déjà défini au chapitre V une grandeur P appelée probabilité anti-fuite par la relation :

$$K_{\text{eff}} = K_\infty \cdot P \quad (\text{VII.16})$$

On pourra donc poser :

$$P = \frac{1}{1 + L^2 B^2} \cdot e^{-B^2\tau} \quad (\text{VII.17})$$

On déduit alors la relation :

$$K_{\text{eff}} = K_\infty \cdot \frac{e^{-B^2\tau}}{1 + L^2 B^2} \quad (\text{VII.18})$$

La grandeur $\frac{\theta_\infty}{1 + L^2 B^2}$ qui apparaît dans l'équation (VII.15)

est égale par définition à la valeur moyenne de la durée de vie des neutrons dans le réacteur compte tenu de leur probabilité anti fuite à l'état thermique .

Elle est notée θ

$$\theta = \frac{\theta_{\infty}}{1 + L^2 B^2} \quad (\text{VII.19})$$

Compte tenu des équations (VII.18) ; (VII.19) la relation (VII.15) devient :

$$K_{\text{eff}} - 1 = \frac{\theta}{T(t)} \frac{dT(t)}{dt} \quad (\text{VII.20})$$

Equation dont la solution est

$$T(t) = A. \exp \left\{ (K_{\text{eff}} - 1) \frac{t}{\theta} \right\} \quad (\text{VI.21})$$

On définit un facteur de multiplication exédentaire δK égal à :

$$\delta k = K_{\text{eff}} - 1 \quad (\text{VII.22})$$

Dans ce cas compte tenu de (VII.21) et (VII.22) la relation (VII.12) devient :

$$\phi(r,t) = A. \phi(r). \exp \left(\frac{\delta K t}{\theta} \right) \quad (\text{VII.23})$$

En introduisant la distribution $\phi_0(r)$ du flux avant la perturbation δK

$$\phi_0(r) = A. \phi(r) \quad (\text{VII.24})$$

La relation (VII.23) devient :

$$\Phi(r,t) = \Phi_0(r) \exp\left(\frac{\delta K t}{\theta}\right) \quad (\text{VII.25})$$

Cette fonction dont la courbe de variation est représentée par la figure (VII.1), exprime une évolution exponentielle du flux neutronique, avec la période :

$$T = \frac{\theta}{\delta K} \quad (\text{VII.26})$$

Le réacteur ne s'écartant pas beaucoup du régime critique, δK est donc faible ($\approx 10^{-2}$); θ durée de vie des neutrons est de l'ordre de 10^{-3} s. Il s'ensuit que T est de l'ordre de 0,1s ce qui veut dire qu'en une seconde le flux initial se trouve multiplié par $e^{10} \approx 2.10^4$.

Une telle vitesse de variation rendrait le contrôle du réacteur impossible. Il ne faut cependant pas oublier que ce résultat n'est pas rigoureux puisque nous n'avons pas tenu compte des neutrons retardés.

III. CINETIQUE DU REACTEUR COMPTE TENU DES NEUTRONS RETARDES.

III.1. GENERALITES.

C'est grâce aux neutrons retardés que le contrôle du réacteur peut être rendu possible. En effet, la durée de vie moyenne de ces neutrons émis lors des transmutations de certains produits de fission instables, est beaucoup plus importante que celle des neutrons prompts qui sont émis immédiatement après la fission. Cette durée inclut le retard à leur émission, retard qui peut aller d'une seconde à plusieurs dizaines de secondes. Malgré leur faible pourcentage, ils jouent un rôle très important dans le contrôle du réacteur dont ils contribuent à augmenter la période.

Désignons par t_i la durée de vie moyenne d'un précurseur du groupe i , ce qui signifie que chaque neutron de ce groupe apparaît au bout du temps moyen t_i après fission.

Soit β_i la fraction du nombre total de neutrons de fis-

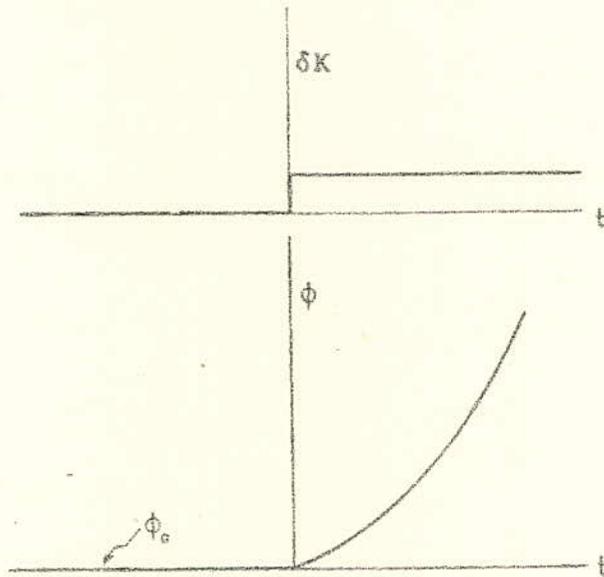


FIG. VII.1. Variation du flux neutronique consécutive à l'injection d'un échelon positif de réactivité dans le cadre de la théorie simplifiée sans neutrons retardés

sion dans le $i^{\text{ème}}$ groupe retardé. Le retard moyen pour ce groupe est :

$$\beta_i t_i \quad (\text{VII.27})$$

Le retard moyen pour l'ensemble des groupes de neutrons retardés est donc :

$$\sum_i \beta_i t_i \quad i = 1 \text{ à } 6 \quad (\text{VII.28})$$

La durée de vie moyenne des neutrons thermiques dans le réacteur, s'en trouve allongée et devient :

$$\theta = \sum_i \beta_i t_i + \theta \quad (\text{VII.29})$$

Les très faibles valeurs des coefficients β_i sont tempérées par des durées t_i importantes.

On trouve généralement $\sum_i \beta_i t_i = 0,1 \text{ s}$; $\theta = 10^{-3} \text{ s}$ compte tenu du fait que $\delta K = 10^{-2}$ la relation (VII.26) donne la période moyenne du réacteur

$$\bar{T} = \frac{\theta}{\delta K} = 10 \text{ s.} \quad (\text{VII.30})$$

Il faut donc 10 s pour que le flux initial soit multiplié par e. Le contrôle de réacteur est alors possible

III. 2 EQUATIONS CINETIQUES DU REACTEUR COMPTE TENU DES NEUTRONS RETARDES .

Si l'on désire obtenir les équations de diffusion en présence des neutrons retardés il suffira d'explicitier le terme source S contenu dans l'équation de diffusion (VII.3). Ce coefficient S possède deux origines .

- Les créations de neutrons prompts
- Les libérations de neutrons retardés.

Le nombre de neutrons thermiques absorbés dans le réacteur par centimètre cube et par seconde est :

$$\Sigma_a \cdot \phi \quad (\text{VII.30})$$

Dans un milieu infini la vitesse de production des neutrons de fission, incluant neutrons prompts et retardés est :

$$n_f = \frac{K_\infty}{p} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi \quad (\text{VII.31})$$

p étant la probabilité antitrappe de résonance

En effet, si $\Sigma_a \cdot \Phi$ neutrons sont absorbés à l'état thermiques, n_f neutrons de fission d'énergie élevée E sont créés. Ces neutrons atteignent l'énergie thermique avec la probabilité p (antitrappe de résonance).

Le nombre de neutrons qui arrivent à l'énergie thermique sans être capturés est donc :

$$n_f \cdot p$$

Or, on sait que lorsque $\Sigma_a \cdot \Phi$ neutrons sont absorbés, $K_\infty \cdot \Sigma_a \cdot \Phi$ neutrons (prompts et retardés) atteignent effectivement le niveau thermique.

On peut donc, de ce fait, déduire le nombre de neutrons de fission à l'état E , soit :

$$n_f \cdot p = K_\infty \cdot \Sigma_a \cdot \Phi$$

d'où :

$$n_f = \frac{K_\infty \cdot \Sigma_a \cdot \Phi}{p} \quad (\text{VII.31 bis.})$$

Si β_i représente le pourcentage de neutrons retardés dans le groupe i et β le pourcentage total de ces neutrons :

$$\beta = \sum_i \beta_i \quad (\text{VII.32})$$

la fraction de neutrons émis promptement est :

$$1 - \beta \quad (\text{VII.33})$$

En milieu infini le nombre de neutron prompts qui atteignent le niveau thermique par cm^3 et par s, est donc, compte tenu de la probabilité antitrappe de résonance

$$p (1 - \beta) \cdot \frac{K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi}{p} = (1 - \beta) K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi \quad (\text{VII.34})$$

Dans un réacteur de dimensions finies, il faut tenir compte de la probabilité antifuite $e^{-B^2 \tau}$ qui tempère le nombre de neutrons prompts. Le terme exprimant la contribution des neutrons prompts est donc égal à

$$(1 - \beta) K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \Phi \cdot e^{-B^2 \tau} \quad (\text{VII.35})$$

Nous allons à présent nous attacher à déterminer le nombre de neutrons retardés émis par la totalité des précurseurs. Nous désignerons par C_i la concentration du précurseur i . Si ce dernier se désintègre avec la constante radioactive λ_i , sa vitesse de décomposition sera :

$$\lambda_i \cdot c_i \quad (\text{VII.36})$$

Cette grandeur est égale à la vitesse de formation des neutrons retardés dans le groupe i . Il s'ensuit que le nombre de neutrons retardés émis par la totalité des précurseurs est :

$$\sum_i \lambda_i \cdot c_i \quad (\text{VII.37})$$

Compte tenu des pertes en cours de ralentissement caractérisées par la probabilité antifuite de ralentissement $e^{-B^2 \tau}$ et par la probabilité antitrappe de résonance p le nombre de neutrons retardés émis devient :

$$p \cdot e^{-B^2 \tau} \sum_i \lambda_i \cdot c_i \quad (\text{VII.38})$$

Compte tenu des résultats (VII.34) et (VII.38) le terme source contenu dans l'équation de diffusion (VII.3) devient :

$$S = (1-\beta) \cdot K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \phi \cdot e^{-B^2\tau} + p \cdot e^{-B^2\tau} \cdot \sum_i \lambda_i \cdot C_i \quad (\text{VII.39})$$

Le premier terme du second membre donne la contribution des neutrons prompts alors que le deuxième représente la contribution des neutrons retardés.

La relation (VII.39) permet d'écrire l'équation de la diffusion sous la forme :

$$D \cdot \Delta \phi - \Sigma_a \cdot \phi + (1 - \beta) K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \phi \cdot e^{-B^2\tau} + p \cdot e^{-B^2\tau} \cdot \sum_i \lambda_i \cdot C_i = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VII.40})$$

Cette relation devient après division par Σ_a et compte tenu des relations (VII.9) et (VII.11)

$$L^2 \cdot \Delta \phi - \phi + (1 - \beta) K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot e^{-B^2\tau} + \frac{p}{\Sigma_a} \cdot e^{-B^2\tau} \cdot \sum_i \lambda_i \cdot C_i = \theta_{\infty} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VII.41})$$

La relation (VII.3) donne le nombre n_f de neutrons de fission incluant neutrons prompts et retardés. β_i étant la fraction des neutrons retardés du groupe i le nombre $\beta_i n_f$ représente le nombre de neutrons "latents" du groupe i , c'est à dire des neutrons qui sont "stockés" pendant le temps t_i , durée de vie des précurseurs correspondants. $\beta_i n_f$ est donc la vitesse de création des neutrons "latents" du groupe i , ou, ce qui revient au même, la vitesse de création des précurseurs du groupe i soit :

$$\beta_i \cdot \frac{K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot \phi}{p} \quad (\text{VII.42})$$

Les précurseurs, ainsi créés, se décomposent par radioactivité, avec la vitesse de désintégration $\lambda_i C_i$: ce qui nous permet d'explicitement la vitesse d'évolution $\frac{\partial C_i}{\partial t}$ des précurseurs. Il suffira de faire le bilan des créations et des pertes par unité de volume et de temps

$$\frac{\partial c_i(t)}{\partial t} = \beta_i \cdot \frac{K_\infty}{P} \cdot \Sigma_a \cdot \phi - \lambda_i c_i \quad (\text{VII.43})$$

Le premier terme du second membre représente la création alors que le deuxième correspond aux pertes.

En conclusion si l'on se limite à six groupes de précurseurs les équations cinétiques régissant le fonctionnement du réacteur sont au nombre de sept.

$$L^2 \Delta \phi - \phi = (1 - \beta) K_\infty \phi e^{-B^2 \tau} + \frac{P}{\Sigma_a} e^{-B^2 \tau} \sum_i \lambda_i c_i = \theta_\infty \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{VII.44})$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\lambda_i c_i + \beta_i \frac{K_\infty}{P} \Sigma_a \phi$$

Notre travail se limite à l'étude d'un réacteur idéalisé dit réacteur point pour lequel l'évolution relative de la densité des neutrons et la concentration des précurseurs sont indépendantes de l'espace. Les fonctions que nous aurons à étudier dépendent d'une seule variable : le temps puisque le réacteur est assimilé à un point. On pourra donc remplacer dans toutes les équations l'opérateur $\frac{\partial}{\partial t}$ par $\frac{d}{dt}$ ce qui nous donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} L^2 \Delta \phi - \phi + (1 - \beta) e^{-B^2 \tau} K_\infty \phi + \frac{P}{\Sigma_a} e^{-B^2 \tau} \sum_i \lambda_i c_i = \theta_\infty \frac{d\phi}{dt} \\ \frac{dc_i}{dt} = -\lambda_i c_i + \beta_i \frac{K_\infty}{P} \Sigma_a \phi \end{array} \right. \quad (\text{VII.45})$$

$$i = 1, 2, \dots, 6.$$

La figure VII.2 donne le mécanisme que l'on vient de décrire et qui a abouti aux équations cinétiques du réacteur.

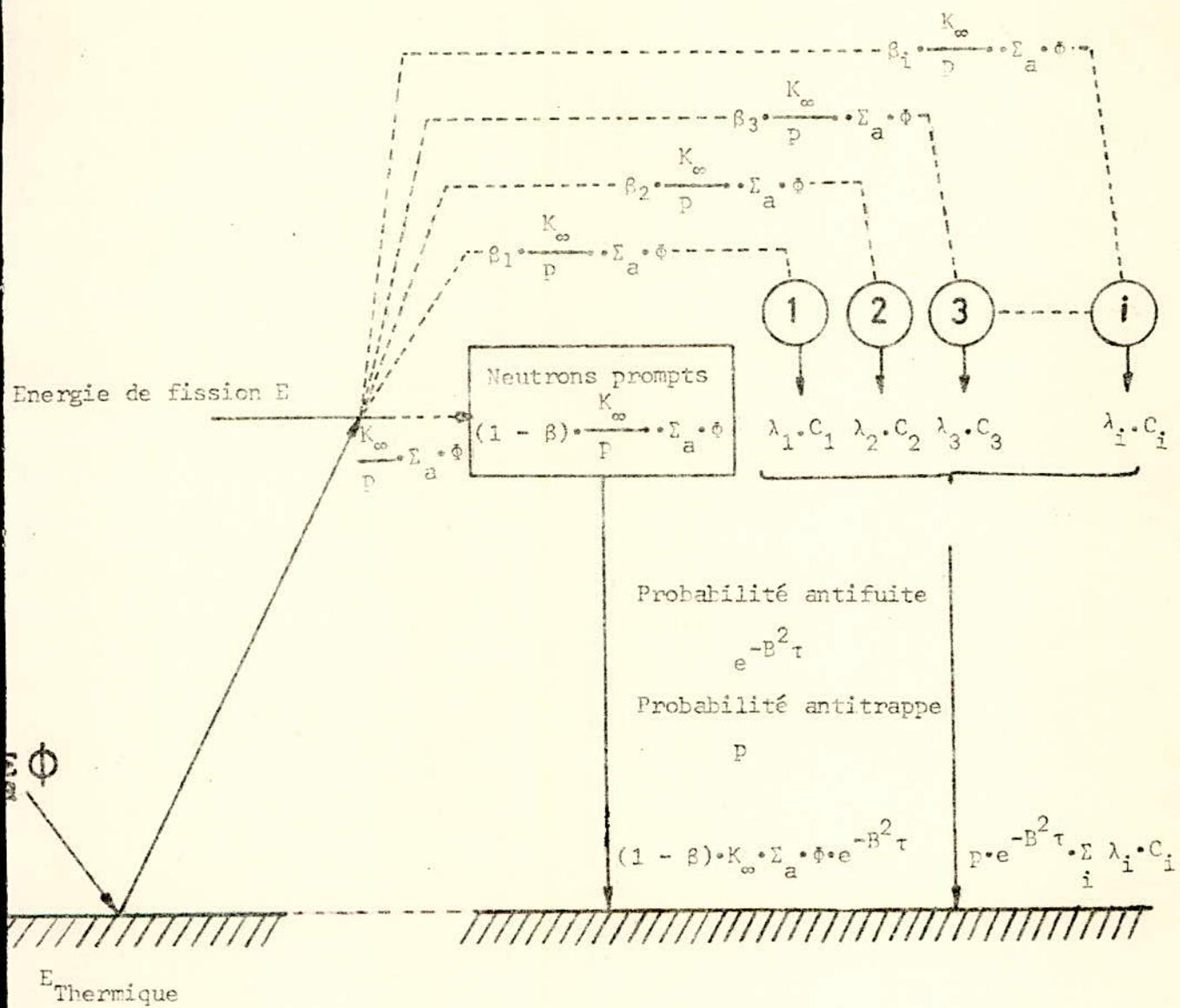


FIG. VII. 2.

Cycle des neutrons prompts et retardés dans un réacteur mettant en évidence le "réservoir de stockage" que constituent les précurseurs.

III.3. EQUATIONS CINETIQUES REDUITES.

a. THEORIE A UN GROUPE.

La théorie à un groupe consiste à rassembler les neutrons retardés en un seul groupe convenablement choisi.

On adopte pour le précurseur équivalent une durée de vie égal à la moyenne des durées de tous les groupes.

Bien que les résultats obtenus dans le cadre de cette approximation ne soient pas satisfaisants, elle est cependant souvent adoptée car elle permet de se faire une idée grossière sur le fonctionnement du réacteur.

Pour obtenir les équations relatives à cette théorie il suffit de reprendre le système d'équations cinétiques (VII.45) dans lesquelles on fera $i = 1$. Le système se réduit alors aux deux équations suivantes.

$$L^2 \Delta^2 c - c (1 - \beta) \cdot K_{\infty} \cdot c \cdot e^{-B^2 \tau} + \frac{P \cdot e^{-B^2 \tau}}{\Sigma_a} \cdot \lambda c = \theta_{\infty} \cdot \frac{dc}{dt}$$

$$\frac{dc}{dt} = \beta \cdot \frac{K_{\infty} \cdot \Sigma_c \cdot c}{P} - \lambda c \quad (\text{VII.46})$$

β et λ étant des grandeurs définis plus haut.

En supposant que le réacteur ne s'éloigne pas trop de l'état critique, le flux neutronique obéit en première approximation (VII.14). Compte tenu de (VII.14) le système (VII.46) devient.

$$-L^2 \cdot B^2 \cdot c - c + (1 - \beta) \cdot K_{\infty} \cdot c \cdot e^{-B^2 \tau} + \frac{P \cdot e^{-B^2 \tau}}{\Sigma_a} \cdot \lambda \cdot c = \theta_{\infty} \cdot \frac{dc}{dt}$$

$$\frac{dc}{dt} = \beta \cdot \frac{K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot c}{P} - \lambda c \quad (\text{VII.47})$$

Sachant que $\rho = n.r$, v constante, on tire :

$$-(1 + L^2 B^2) n.v + (1 - \beta). K_{\infty}. e^{-B^2 \tau} n.v + \frac{p.e^{-B^2 \tau}}{\Sigma_a} \lambda.c = \theta_{\infty}.v. \frac{dn}{dt}$$

$$\frac{dc}{dt} = \beta \frac{K_{\infty} \cdot \Sigma_a}{p} \cdot n.v - \lambda.c \quad (\text{VII.48})$$

Division la première équation du système précédent par $(1 + L^2 B^2) v$, on obtient :

$$-n + (1 - \beta) \frac{K_{\infty} \cdot e^{-B^2 \tau}}{1 + L^2 B^2} \cdot n + \frac{p.e^{-B^2 \tau} \lambda.c}{(1 + L^2 B^2) \Sigma_a \cdot v} = \frac{\theta_{\infty}}{1 + L^2 B^2} \frac{dn}{dt} \quad (\text{VII.49})$$

On reconnaît les paramètres K_{eff} et θ définis respectivement par les relations (VII.18) et (VII.19).

On définit une grandeur :

$$c' = c.p e^{-B^2 \tau} \quad (\text{VII.50})$$

appelée concentration modifiée qui tient compte des pertes de neutrons en cours de ralentissement. Ce paramètre c' permet d'écrire l'équation (VII.49) sous la forme :

$$-n + (1 - \beta) n. K_{\text{eff}} + \theta \lambda c' = \theta \frac{dn}{dt} \quad (\text{VII.51})$$

relation que l'on peut écrire en divisant par θ

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(1 - \beta)}{\theta} n. K_{\text{eff}} - \frac{n}{\theta} + \lambda c' \quad (\text{VII.52})$$

compte tenu de la relation (VII.50) l'équation (VII.48) relative à la variation de la concentration des précurseurs peut s'écrire après multiplication des deux membres par $p.e^{-B^2 \tau}$ sous la forme :

$$\frac{dc'}{dt} = \beta \cdot K_{\infty} \cdot \Sigma_a \cdot n \cdot v \cdot e^{-B^2\tau} - \lambda c' \quad (\text{VII.53}).$$

Les relations (VII.52) et (VII.53) peuvent se mettre sous une forme simple si l'on tient compte des relations (VII.18) et (VII.19) que nous rappelons pour mémoire

$$\theta = \frac{G_{\infty}}{1 + L^2 B^2} = \frac{1}{(1 + L^2 B^2) \Sigma_a v} \quad (\text{VII.18})$$

$$K_{\text{eff}} = K_{\infty} \frac{e^{-B^2\tau}}{1 + L^2 B^2} \quad (\text{VII.19})$$

La relation (VII.18) donne :

$$\Sigma_a \cdot v = \frac{1}{(1 + L^2 B^2) \theta} \quad (\text{VII.54})$$

de même la relation (VII.19) donne :

$$K_{\infty} e^{-B^2\tau} = (1 + L^2 B^2) K_{\text{eff}} \quad (\text{VII.55})$$

Faisons le produit des relations (VII.54) et (VII.55). Après simplification par $(1 + L^2 B^2)$, on obtient :

$$K_{\infty} e^{-B^2\tau} \Sigma_a v = \frac{K_{\text{eff}}}{\theta}.$$

$K_{\infty} \cdot e^{-B^2\tau} \cdot \Sigma_a \cdot v$ est justement le premier coefficient du second membre de l'équation (VII.53).

D'autre part, on sait que :

$$\delta K_{\text{eff}} = K_{\text{eff}} - 1$$

Reportons ces deux résultats respectivement dans (VII.53) et (VII.52), on obtient finalement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn}{dt} = \frac{\delta K_{\text{eff}} - \beta K_{\text{eff}}}{\theta} n + \lambda c' \\ \frac{dc'}{dt} = \beta n \cdot \frac{K_{\text{eff}}}{\theta} - \lambda c' \end{array} \right. \quad (\text{VII.56})$$

b. Cas réel : Théorie à 6 groupes de neutrons

Le raisonnement fait précédemment peut être repris dans la théorie à six groupes. Il suffira de définir pour chaque groupe une concentration modifiée conformément à la relation (VII.50). On obtient alors les équations suivantes, qui régissent le fonctionnement du réacteur

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\delta K_{\text{eff}} - \beta K_{\text{eff}}}{\theta} n + \sum_i \lambda_i c'_i \quad (\text{VII.57})$$

$$\frac{dc'_i}{dt} = \frac{K_{\text{eff}} - \beta_i}{\theta} n - \lambda_i c'_i$$

$$i = 1, \dots, 6$$

IV. PERIODE DU REACTEUR ET REACTIVITE.

IV.1. LA REACTIVITE.

La réactivité est une caractéristique fondamentale du réacteur

Elle est définie comme le rapport entre le facteur de multiplication excédentaire δK_{eff} et le facteur de multiplication effectif K_{eff} :

$$\rho = \frac{\delta K_{\text{eff}}}{K_{\text{eff}}} = \frac{K_{\text{eff}} - 1}{K_{\text{eff}}} \quad (\text{VII.58})$$

On voit que la réactivité traduit l'écart au régime critique. En particulier, pour le régime juste critique c'est à dire pour $K_{\text{eff}}=1$ la réactivité est nulle.

Selon la valeur de ρ on définit trois régimes de fonctionnement du réacteur

$\rho > 0$; $K_{\text{eff}} > 1$: Réacteur surcritique

$\rho < 0$; $K_{\text{eff}} < 1$: Réacteur souscritique

$\rho = 0$; $K_{\text{eff}} = 1$: Réacteur critique.

Dans notre cas, le réacteur ne s'écarte jamais beaucoup de l'état critique donc on pourra admettre que

$$K_{\text{eff}} \approx 1 \quad (\text{VII.59})$$

La réactivité prend alors la forme simplifiée

$$\rho = K_{\text{eff}} - 1 \approx \delta K \quad (\text{VII.60})$$

L'introduction de ce paramètre dans les équations (VII.57) nous permet d'écrire :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\theta} n + \sum_i \lambda_i \cdot c_i' \quad (\text{VII.61})$$

$$\frac{dc_i'}{dt} = \frac{\beta_i \cdot n}{\theta} - \lambda_i \cdot c_i'$$

IV.2 PERIODE.

On suppose d'une part qu'à l'instant initial le réacteur est dans un état d'équilibre au sens de la thermodynamique, c'est à dire que la densité de neutrons évolue suffisamment lentement pour qu'il y ait non seulement une répartition spatiale constante mais aussi un état d'équilibre asymptotique entre la population des neutrons et celle des précurseurs ce qui veut dire que l'on peut écrire :

$$\begin{aligned} n(r,t) &\simeq n(t) \\ c_i(r,t) &\simeq c_i(t) \end{aligned} \quad (\text{VII.62})$$

$$\frac{n(t)}{c_i(t)} = \text{constante}$$

On pose généralement :

$$\begin{aligned} n(t) &= n_0 \cdot e^{\omega t} \\ c_i(t) &= c_{i0} \cdot e^{\omega t} \end{aligned} \quad (\text{VII.63})$$

n_0 et c_{i0} représentent respectivement la densité neutronique et la concentration des précurseurs du groupe i à l'instant $t = 0$.

La grandeur :

$$T = \frac{1}{\omega} \quad (\text{VII.64})$$

est appelée période du réacteur.

Si l'on reporte les expressions (VII.63) dans la deuxième relations (VII.61) on obtient

$$\omega c'_{io} e^{\omega t} = \frac{\beta_i}{\theta} \cdot n_o \cdot e^{\omega t} - \lambda_i c'_{io} e^{\omega t}$$

Soit

$$\frac{c'_{io}}{n_o} = \frac{\beta_i}{\theta (\omega + \lambda_i)} \quad (\text{VII.65})$$

Ce résultat combiné aux égalités (II.62) permet d'écrire la première relation de l'équation (VII.61) sous la forme suivante

$$\omega \cdot n_o e^{\omega t} = \frac{\rho - \beta}{\theta} n_o e^{\omega t} + \sum_i \frac{n_o \beta_i \lambda_i e^{\omega t}}{\theta (\omega + \lambda_i)} \quad (\text{VII.66})$$

relation qui donne :

$$\omega = \frac{\rho - \beta}{\theta} + \sum_i \frac{\beta_i \lambda_i}{\theta (\omega + \lambda_i)} \quad (\text{VII.67})$$

d'où l'on tire l'expression de l'activité ρ

$$\rho = \omega \theta + \beta - \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{\omega + \lambda_i} \quad (\text{VII.68})$$

comme

$$\beta = \sum_i \beta_i \quad (\text{VII.69})$$

Il vient finalement

$$\rho = \omega \theta + \sum_i \frac{\omega \beta_i}{\omega + \lambda_i} \quad (\text{VII.70})$$

$i = 1, \dots, 6.$

Cette équation est connue sous le nom d'équation de Nordheim. Elle est aussi dénommée l'équation Inhour. Elle montre que la réactivité est une fonction de la période T du réacteur.

Une telle équation est une équation algébrique de degré 7. à chaque valeur de réactivité correspondent 7 valeurs de ω . la courbe $\rho = \rho(\omega)$ admet six asymptotes d'équations :

$$\omega = -\lambda_i \quad i = 1, \dots, 6 \quad (\text{VII.71})$$

et une asymptote oblique Δ , d'équation :

$$\rho = \omega\theta + \beta \quad (\text{VII.72})$$

La résolution de l'équation de Nordheim est très complexe. On fait généralement une résolution graphique qui peut faire l'objet d'un programme sur ordinateur.

La figure VII.3 ci-contre donne l'allure des courbes $\rho(\omega)$ dans le cas où $i = 6$.

L'intersection de cette courbe avec la parallèle à l'axe ω d'abscisse ρ_0 donne les sept solutions mathématiquement possibles. Pour une réactivité positive, seule la plus grande des racines est positive, les autres sont négatives.

Remarquons au passage que seule la partie

$$\rho \leq 1$$

de cette courbe possède une signification physique.

Le flux de neutrons en chaque point du réacteur, est donc la superposition des 7 solutions particulières correspondantes.

$$n = A_0 e^{\omega_0 t} + A_1 e^{\omega_1 t} + \dots + A_6 e^{\omega_6 t} \quad (\text{VII.72})$$

Les grandeurs A_0, A_1, A_6 sont imposées par les conditions initiales du réacteur en régime permanent.

$\omega_0, \omega_1, \omega_6$ sont les sept racines de l'équation (VII.70)

Dans le cas réel d'un réacteur à ^{235}U , les figures V. II. 4. a-b représentent respectivement la courbe de Nordheim, et les coefficients A_i en fonction de la pulsation ω_i . Et la Fig. VII.5 représente les variations de ρ en fonction de T pour différentes valeurs de θ .

a. ρ positif

On obtient 6 racines négatives et une racine positive.

La solution étant toujours de la forme (VII.73) les termes à exposants négatifs, représentent des transitoires amorties très rapidement. Ainsi au bout d'un temps relativement court il ne subsiste que le terme :

$$n = A_0 e^{\omega_0 t} \quad (\text{VII.74})$$

b; ρ positif et supérieur à 3.

Pour

$$\rho \gg \beta \quad (\text{VII.75})$$

La grandeur ω est aussi élevée par continuité alors que λ_i est négligeable devant ω .

Il s'ensuit que :

$$\omega \ll \lambda_i \quad (\text{VII.76})$$

ce qui entraîne :

$$\omega + \lambda_i \approx \omega \quad (\text{VII.77})$$

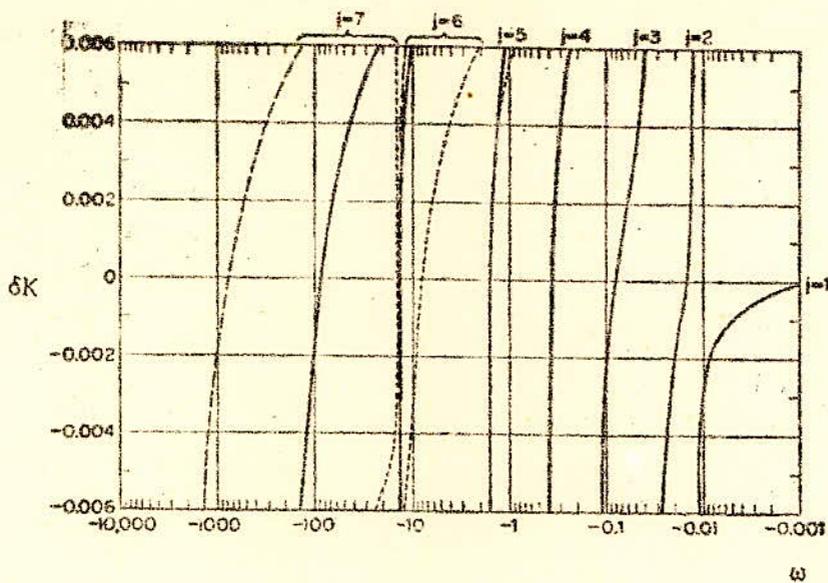


FIG. VII.4a.

Courbe de Nordheim dans le cas d'un réacteur à ^{235}U .

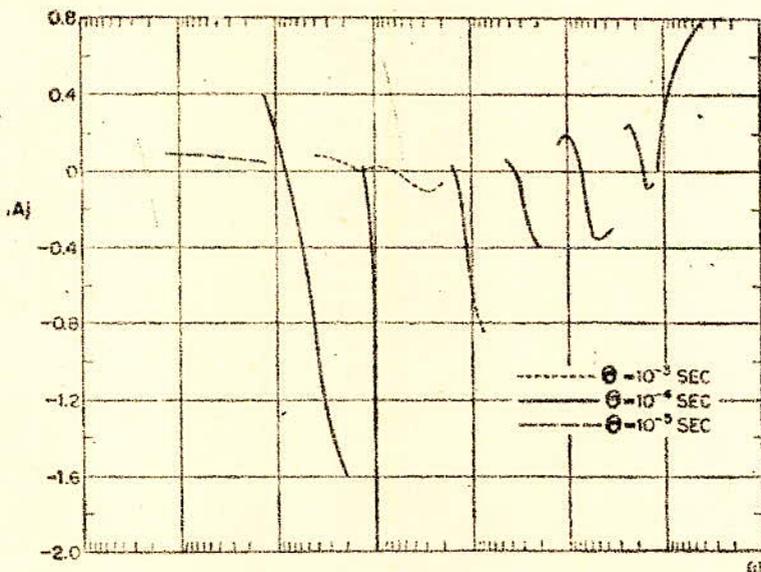


FIG. VII.4b.

Variation des coefficients A_i en fonction de la pulsation.

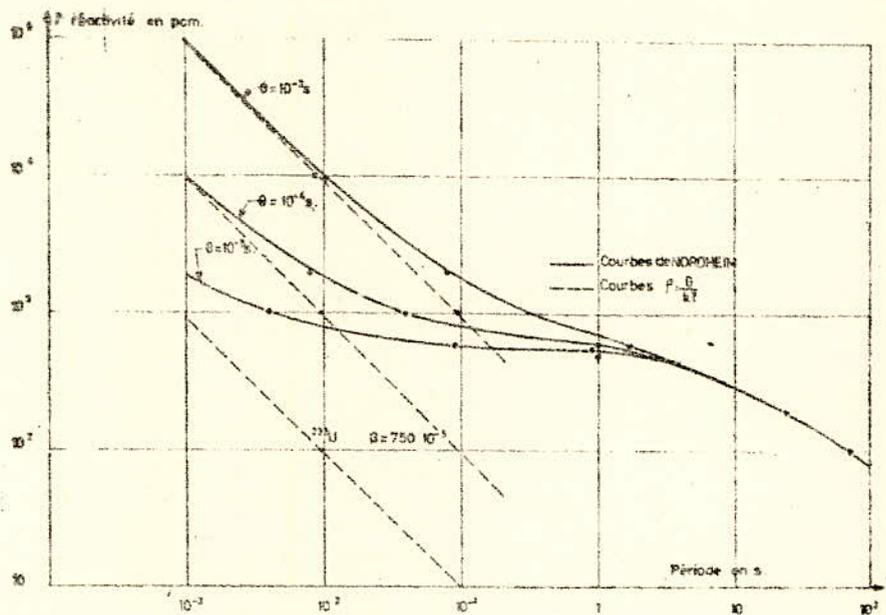


FIG. VII.5. Variation de la réactivité en fonction de la période $T=1/\omega$, pour différentes valeurs de la durée de vie moyenne θ .

L'équation de Nordheim devient alors :

$$\rho = \omega \cdot \theta + \beta$$

d'où l'on déduit la période :

$$T = \frac{1}{\omega} = \frac{\theta}{\rho - \beta} \quad (\text{VII.78})$$

Ainsi, quand $\rho > \beta$, la contribution des neutrons retardés est pratiquement négligeable, l'évolution du réacteur est alors régie par les neutrons prompts. On conclue que le réacteur est critique prompt et que sa période est extrêmement courte, le réacteur n'est plus dutout gouvernable.

c. Réactivité nulle.

Lorsque la réactivité est nulle on dit que le réacteur est critique. La seule solution acceptable physiquement est alors $\omega = 0$ qui correspond à une période infinie. Le réacteur, dans ce cas, est parfaitement stable. C'est le cas idéal.

d. $0 < \rho < \beta$

Par raison de continuité, la seule partie acceptable est la branche de courbe passant par l'origine. ω est lui aussi petit. Dans ces conditions, on peut négliger ω devant λ_i au dénominateur de l'équation (VII.70). On aura alors :

$$\rho = \omega \cdot \theta + \sum_i \frac{\beta_i \omega}{\lambda_i} \quad (\text{VII.80})$$

comme

$$\sum_i \frac{\beta_i}{\lambda_i} = \beta / \lambda \quad (\text{VII.81})$$

On en déduit que :

$$\rho = \omega\theta + \frac{\beta\omega}{\lambda} \quad (\text{VII.82})$$

d'où :

$$\omega = \frac{\rho}{\theta + \beta/\lambda} \quad (\text{VII.82})$$

On peut montrer que

$$\theta \ll \frac{\beta}{\lambda} \quad (\text{VII.83})$$

On conclut que ω est beaucoup plus petit qu'il ne l'aurait été sans les neutrons retardés. Le réacteur est donc beaucoup plus stable.

Ainsi, malgré leur faible quantité, les neutrons retardés arrivent à réguler le réacteur quand $\rho < \beta$. L'évolution du réacteur est régie par les neutrons retardés.

e. Réactivité négative.

Dans le cas où la réactivité ρ est négative les sept racines sont négatives. Le réacteur est sous-critique ($K_{\text{eff}} < 1$). Son évolution est régie par la racine la plus importante, c'est à dire, celle comprise entre 0 et $-\lambda_1$, ce sont donc les neutrons retardés du précurseur dont la constante radioactive λ_i est la plus faible qui commandent le comportement du réacteur.

f. Valeurs intermédiaires de réactivité.

Dans le cas où la réactivité possède des valeurs intermédiaires on ne peut pas faire d'approximation. La résolution exacte de l'équation de Nordheim sera donc nécessaire pour déterminer la contribution exacte de chaque précurseur.

CONCLUSION GENERALE.

Pour $\rho < \beta$, les périodes sont relativement grandes

et pratiquement indépendantes de θ . Le réacteur est contrôlable.

Pour $\rho > \beta$, les périodes sont faibles. Le réacteur s'emballé, il est ingouvernable.

On a donc intérêt à maintenir une réactivité très inférieure à β .

7.6. Unité de réactivité.

LE DOLLAR : Unité très utilisée par les américains, le dollar est par définition la réactivité $\rho = \beta$, β dépendant du combustible.

$$\frac{\rho}{\beta} = 1 \text{ dollar} \quad (\text{VII.83})$$

Le pcm.

ρ étant une grandeur sans dimension, on l'exprime en "pcm" (pour cent mille = 10^{-5})

$$1 \text{ dollar} = 10^5 \text{ pcm} \quad (\text{VII.84})$$

L'Inhour.

L'Inhour est la réactivité qui confère au réacteur une période d'une heure.

On part de l'équation :

$$\rho = \theta\omega + \sum_i \frac{\beta_i \omega}{\lambda_i + \omega} \quad (\text{VII.85})$$

avec

$$T = \frac{1}{\omega} \quad (\text{VII.86})$$

on a :

$$\rho = \frac{\theta}{T} + \sum_i \frac{\beta_i}{1 + T \lambda_i} \quad (\text{VII.87})$$

$$T = 1 \text{ Heure} = 3600 \text{ s} \quad \rho = \text{inhour}$$

Ce qui donne :

$$1 \text{ inhour} = \frac{\theta}{3600} + \sum_i \frac{\beta_i}{1 + 3600 \lambda_i} \quad (\text{VII.88})$$

La réactivité en unités inhour notée ρ_{in} , d'un réacteur de période T seconde on déduit, en divisant membre à membre les relations (VII.87) et (VII.88).

$$\rho_{\text{in}} = \frac{\frac{\theta}{T} + \sum_i \frac{\beta_i}{1 + T \lambda_i}}{\frac{\theta}{3600} + \sum_i \frac{\beta_i}{1 + 3600 \lambda_i}} \quad (\text{VII.89})$$

λ_i est exprimée en secondes.

V. RESOLUTION DES EQUATIONS CINETIQUES DANS QUELQUES CAS SIMPLES.

Le système régissant le fonctionnement du réacteur est :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\theta} n + \sum_i \lambda_i c_i \quad (\text{VII.61})$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{\beta_i n}{\theta} - \lambda_i c_i \quad i = 1, \dots, 6$$

La résolution exacte des sept équations est ^{im}possible on tente d'une résolution approchée du système pour une certaine variation de réactivité, tous les autres coefficients étant supposés parfaitement stables.

On suppose que le réacteur est stable pour $t < 0$, c'est à dire $\rho = 0$, et on calcule l'évolution des neutrons et les concentrations des précurseurs pour une certaine injection de réactivité.

VI. RESOLUTION DES EQUATIONS CINETIQUES POUR UN ECHELON DE REACTIVITE

L'insertion d'un échelon de réactivité équivaut à une variation brusquée de la réactivité. Ceci a pour effet la modification de l'équilibre asymptotique relatif existant initialement entre la densité des neutrons et celle des précurseurs.

Nous nous proposons dans un premier stade de résoudre les équations cinétiques dans le cadre de la théorie à un groupe

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\theta} n + \lambda c \quad (\text{VII.90})$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\beta \cdot n}{\theta} - \lambda c$$

Des artifices mathématiques nous permettent de réduire ce système de deux équations différentielles à une seule équation de degré 2. Il suffit pour cela de tirer c puis $\frac{dc}{dt}$ de la première équation (VII.90). On reporte ensuite ces deux quantités dans la deuxième équation (VII.90).

Ce qui donne :

$$\lambda c = \frac{dn}{dt} - \frac{\rho - \beta}{\theta} \cdot n \quad (\text{VII.91})$$

d'où

$$\frac{dc}{dt} = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{d^2n}{dt^2} - \frac{\rho - \beta}{\theta} \frac{dn}{dt} \right] \quad (\text{VII.92})$$

Portons (VII.92) dans la deuxième équation (VII.90)

On obtient :

$$\frac{d^2n}{dt^2} + \frac{\beta + \lambda\theta - \rho}{\theta} \cdot \frac{dn}{dt} - \frac{\rho \cdot \lambda}{\theta} n = 0 \quad (\text{VII.93})$$

Equation du second ordre dont la solution est de la forme :

$$n = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t}$$

A_1 et A_2 sont deux constantes qui peuvent être déterminées à partir des conditions initiales.

ω_1 et ω_2 sont solutions de l'équation caractéristique :

$$\omega^2 + \frac{\beta + \lambda\theta - \rho}{\theta} \omega - \frac{\lambda\rho}{\theta} = 0 \quad (\text{VII.94})$$

donc

$$\omega_{1,2} = \frac{\beta + \lambda\theta - \rho \pm \sqrt{(\beta + \lambda\theta - \rho)^2 + 4\rho\lambda}}{2\theta} \quad (\text{VII.95})$$

La concentration des précurseurs est solution de l'équation différentielle à second membre variable suivante :

$$\frac{dc}{dt} + \lambda c = \frac{\beta n}{\theta} = \frac{\beta}{\theta} (A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t}) \quad (\text{VII.96})$$

cherchons une solution de la forme :

$$c(t) = A(t) e^{-\lambda t} \quad (\text{VII.97})$$

il vient

$$\frac{dc}{dt} = -\lambda A e^{-\lambda t} + e^{-\lambda t} \frac{dA}{dt} \quad (\text{VII.98})$$

Portons (VII.96) et (VII.98) dans (VII.96), il vient :

$$-\lambda e^{-\lambda t} A + e^{-\lambda t} \frac{dA}{dt} + \lambda A(t) e^{-\lambda t} = \frac{\beta}{\theta} (A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t}) \quad (\text{VII.99})$$

ou encore,

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\beta}{\theta} e^{\lambda t} (A_2 e^{\omega_2 t} + A_1 e^{\omega_1 t}) \quad (\text{VII.100})$$

d'où après intégration :

$$A(t) = \frac{B}{\theta} \left[\frac{A_1 e^{(\omega_1 + \lambda)t}}{\omega_1 + \lambda} + \frac{A_2 e^{(\omega_2 + \lambda)t}}{\omega_2 + \lambda} \right] + B \quad (\text{VII.101})$$

B est une constante qui peut être déterminée à partir des conditions initiales

Les relations (VII.101) et (VII.97) donnent :

$$c = B e^{-\lambda t} + \frac{B}{\theta} \left(\frac{A_1 e^{\omega_1 t}}{\lambda + \omega_1} + \frac{A_2 e^{\omega_2 t}}{\lambda + \omega_2} \right) \quad (\text{VII.102})$$

En définitive, les solutions du système VII.90 ont la forme suivante :

$$n = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t} \quad (\text{VII.103})$$

$$c = B e^{-\lambda t} + \frac{B}{\theta} \left(\frac{A_1 e^{\omega_1 t}}{\lambda + \omega_1} + \frac{A_2 e^{\omega_2 t}}{\lambda + \omega_2} \right) \quad (\text{VII.104})$$

ρ étant nul pour $t < 0$ on en déduit que si l'on introduit un échelon de réactivité à l'instant $t = 0$ la grandeur $\frac{dn}{dt}$ est forcément discontinue. n et c étant continues on a :

$$\left[\frac{dn}{dt} \right]_{t=0^+} - \left[\frac{dn}{dt} \right]_{t=0^-} = \{ \rho(0^+) - \rho(0^-) \} \frac{n_0}{\theta} \quad (\text{VII.105})$$

Or pour $t = 0^-$, le réacteur est stable donc

$$\rho(0^-) = 0 \quad (\text{VII.106})$$

$\rho(0^+) = \rho = \text{constant}$ entraîne :

$$\left[\frac{dn}{dt} \right]_{t=0^+} = 0 \quad (\text{VII.107})$$

La relation (VII.105) donne compte tenu de (VII.106) et (VII.107) :

$$\left[- \frac{dn}{dt} \right]_{t=0^-} = \frac{\rho n_0}{\theta} \quad (\text{VII.108})$$

La relation (VII.103) donne

$$\frac{dn}{dt} = \omega_1 A_1 e^{\omega_1 t} + \omega_2 A_2 e^{\omega_2 t} \quad (\text{VII.109})$$

Les relations (VII.103) et (VII.109) donnent pour $t = 0$

$$n_0 = A_1 + A_2 \quad (\text{VII.110})$$

$$\frac{\rho n_0}{\theta} = \omega_1 A_1 + A_2 \omega_2 \quad (\text{VII.111})$$

d'où l'on trouve

$$A_1 = \frac{n_0 (\rho/\theta - \omega_2)}{\omega_1 - \omega_2} \quad (\text{VII.112})$$

$$A_2 = \frac{n_0 (\omega_1 - \rho/\theta)}{\omega_1 - \omega_2} \quad (\text{VII.113})$$

Les relations (112) et (VII.13) combinées avec (VII.10) donnent

$$n = \frac{n_0}{\omega_1 - \omega_2} \left[\left(\frac{\rho}{\theta} - \omega_2 \right) e^{-\omega_1 t} + \left(\omega_1 - \frac{\rho}{\theta} \right) e^{\omega_2 t} \right] \quad (\text{VII.114})$$

Pour $t = 0$ on a :

$$\frac{dc}{dt}(0) = 0 \quad (\text{VII.115})$$

La deuxième équation du système (VII.90) donne pour $t = 0$

$$0 = \beta \frac{n_0}{\theta} - \lambda c_0 \quad (\text{VII.116})$$

La relation (VII.104) devient pour $t = 0$

$$c_0 = B + \frac{B}{\theta} \left(\frac{A_1}{\lambda + \omega_1} + \frac{A_2}{\lambda + \omega_2} \right) \quad (\text{VII.117})$$

La valeur de B est obtenue en confrontant (VII.116) et (VII.117)

$$B = \frac{\beta n_0}{\lambda \theta} - \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{A_1}{\lambda + \omega_1} + \frac{A_2}{\lambda + \omega_2} \right) \quad (\text{VII.118})$$

A_1 et A_2 étant connus, on déduit B

En résumé la solution du système (VII.90) est :

$$n = \frac{n_0}{\omega_1 - \omega_2} \left[\left(\frac{\rho}{\theta} - \omega_2 \right) e^{\omega_1 t} + \left(\omega_1 - \frac{\rho}{\theta} \right) e^{\omega_2 t} \right] \quad (\text{VII.119})$$

$$c = \left[\frac{n_0 B}{\lambda \theta} - \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{A_1}{\omega_1 + \lambda} + \frac{A_2}{\omega_2 + \lambda} \right) \right] e^{-\lambda t} + \quad (\text{VII.120})$$

$$\frac{\beta}{\theta} \left[\frac{A_1}{\omega_1 + \lambda} e^{\omega_1 t} + \frac{A_2}{\omega_2 + \lambda} e^{\omega_2 t} \right]$$

Cette solution est exacte dans le cadre de la théorie à un groupe de neutrons retardés.

Les figures (VII.6 et 7) représentent l'évolution de neutrons et celle de la concentration des précurseurs respectivement pour $\rho > \beta$ et $\rho < \beta$

La figure (VII.8), quand à elle, donne la réponse d'un réacteur pour différentes réactivités.

Les valeurs de A_1 et A_2 sont données par (VII.112) et (VII.113). Si l'on suppose que $\lambda \theta^2 < \rho < \beta$ (VII.121)

La grandeur n peut se mettre sous la forme :

$$n = n_0 \left(\frac{\beta}{\beta - \rho} e^{\frac{\rho \lambda}{\beta - \rho} t} - \frac{\rho}{\beta - \rho} e^{-\frac{\beta - \rho}{\theta} t} \right) \quad (\text{VII.122})$$

Le premier terme du second membre évolue avec une période assez longue

$$T = \frac{\beta - \rho}{\lambda \cdot \rho} \approx \frac{\beta}{\lambda \rho} \quad (\text{VII.123})$$

Le second terme est une exponentielle décroissante qui s'amortit très vite avec une période :

$$T' = \frac{1}{\omega_2} = \frac{\theta}{\beta - \rho} \approx \frac{\theta}{\beta} \quad (\text{VII.124})$$

extrêmement faible.

De ce fait la densité neutronique augmente très rapidement d'abord puis se réduit ensuite au terme exponentiel positif.

Cette variation brusque est dénommée "prompt jump". La figure (VII.9.a) donne un exemple de "prompt jump".

On pourra donc considérer que dès que l'on

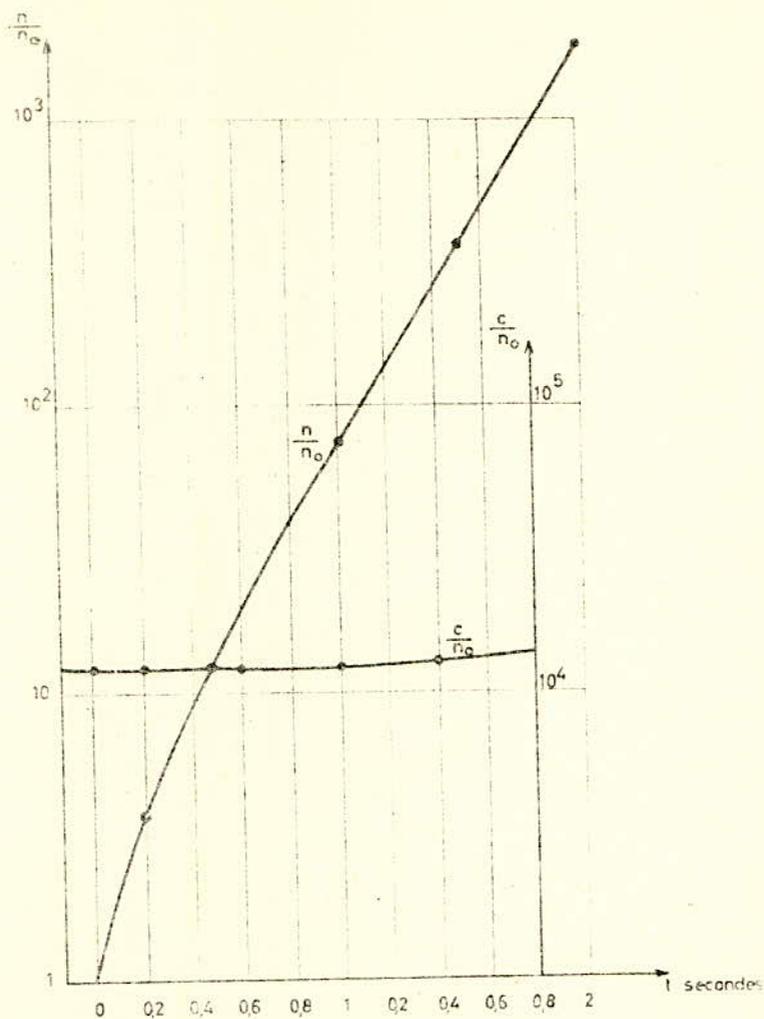


FIG. VII.6. Evolutions de la puissance et de la contribution des neutrons retardés dans le cas d'un saut de réactivité $\delta K > \beta$.

$$\delta K = 1,5 \cdot \beta \quad \theta = 10^{-3} \text{ s} \quad \lambda = 7,7 \cdot 10^{-2}$$

On constate que la contribution des neutrons retardés est négligeable et qu'au début de l'excursion C conserve pratiquement une valeur constante.

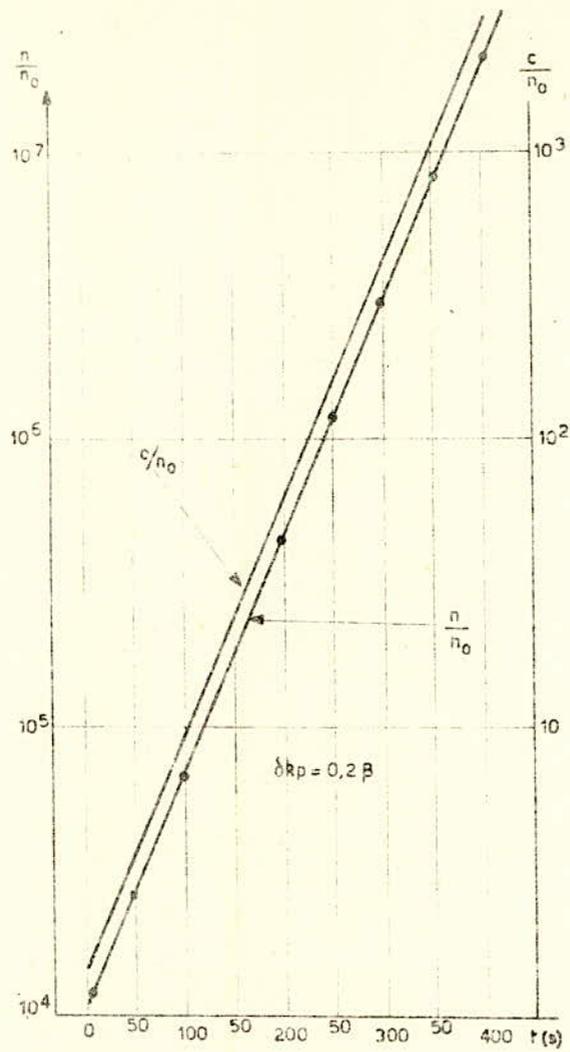


FIG. VII.7. Evolutions de la puissance et de la contribution des neutrons retardés dans le cas d'un saut de réactivité $\delta k \ll \beta$.

$$\beta = 640 \text{ pcm} \quad \theta = 10^{-3} \text{ s} \quad \lambda = 7,7 \cdot 10^{-2}$$

La contribution des neutrons retardés est importante; leur évolution est parallèle à celle de la puissance.

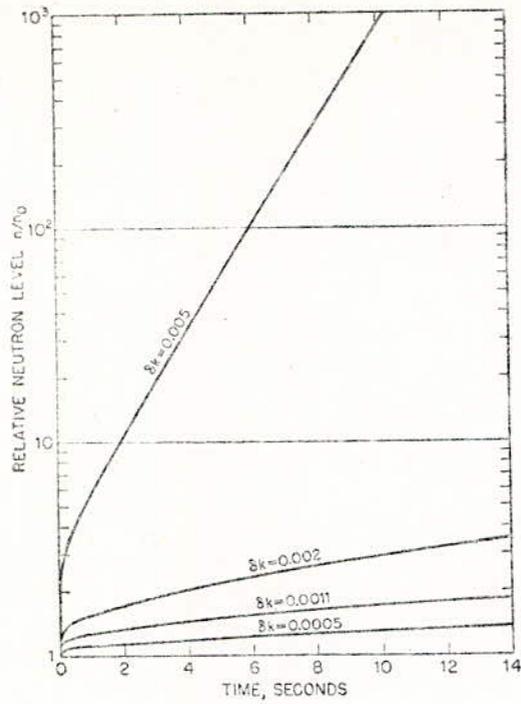


FIG. VII.8a.

Variation de la densité neutronique relative en fonction du temps pour différents échelons positifs de réactivité, avec $\theta = 10^{-4}$ s.

Echelle : 20s par division.

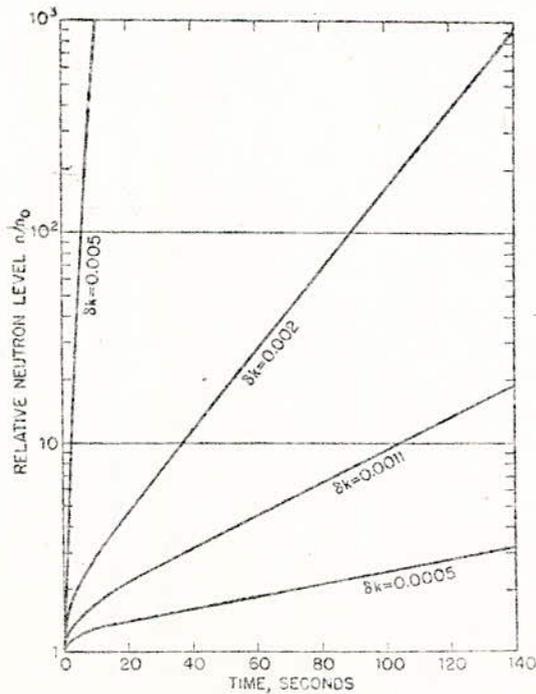


FIG. VII.8b.

Mêmes courbes que précédemment avec une échelle dilatée $\times 10$

2s par division.

introduit un échelon de réactivité la grandeur n se réduit à

$$n = n_0 \cdot \frac{\beta}{\beta - \rho} e^{\frac{\beta \lambda t}{\beta - \rho}} \quad (\text{VII.125})$$

ce qui donne pour $t = 0$

$$n = n_0 \frac{\beta}{\beta - \rho} \quad (\text{VII.126})$$

D'où l'augmentation de la densité neutronique

$$\Delta n = n_{\text{or}} - n_0 = \frac{n_0 \beta}{\beta - \rho} - n_0 \left[\frac{\beta}{\beta - \rho} - \frac{\rho}{\beta - \rho} \right] \quad (\text{VII.127})$$

soit

$$\Delta n = \frac{n_0 \rho}{\beta - \rho}$$

De même que l'on a définie un prompt jump pour un échelon de réactivité positif on peut définir un "prompt drop" pour un échelon de réactivité négatif. La figure (VII.9.b) donne un exemple de prompt drop

Pour un saut de réactivité ρ négatif, et inférieur à β , tout ce qui a été dit pour l'échelon positif de réactivité est très facilement transposable. Les figures (VII.10. a-b) donnent la réponse d'un réacteur pour différents sauts négatifs

La situation est différente dans le cas où ρ est très fortement négatif, la théorie à un groupe n'est plus valable puisque son domaine de validité se limite au voisinage de l'origine. Il faut donc résoudre le système d'équations couplées dans le cadre de la théorie à 6 groupes.

L'équation inhout permet de déterminer la 7^è solution, donnée par l'asymptote, qui est la plus négative et qui représente un transitoire. Elle est responsable du prompt drop très important.

On obtient

$$\omega_7 = \frac{\rho - \beta}{\theta} \quad (\text{VII.130})$$

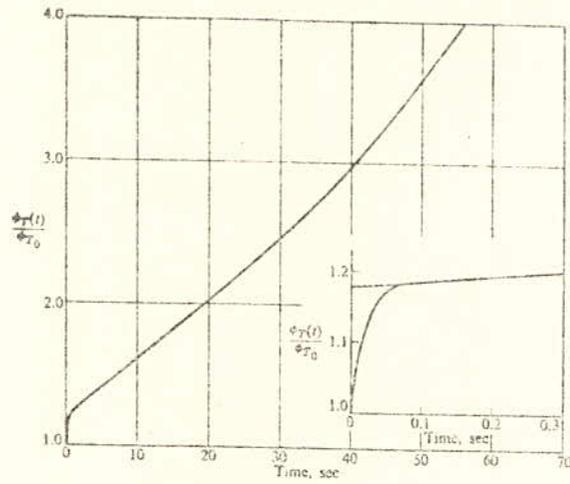


FIG. VII.9a.

Réponse d'un réacteur thermique, modéré à l'eau légère, à un échelon positif de réactivité de 100pcm . Exemple de prompt jump.

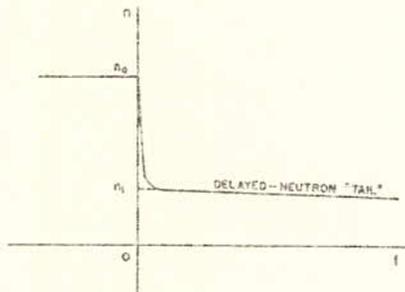


FIG. VII.9b.

Réponse à un échelon négatif, exemple de prompt drop.

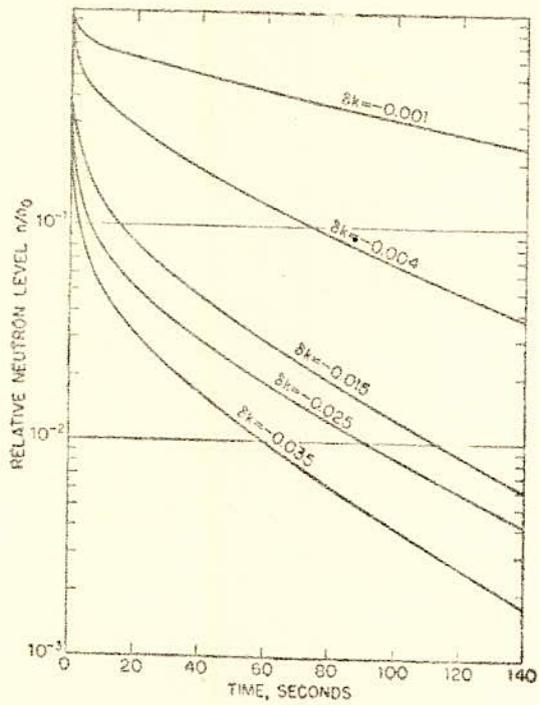


FIG. VII.10a. Réponse d'un réacteur à différents sauts négatifs de réactivité.

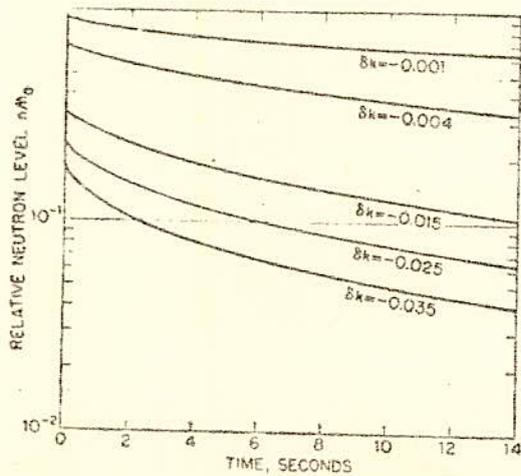


FIG. VII.10b. Mêmes courbes avec une échelle $\times 10$.

$$A_7 = n_0 \left(1 - \frac{\beta}{1 - K_{ekk}} \right) \quad (\text{VII.131})$$

On démontre que A_7 représente exactement le prompt
ir op.

V.2. RESOLUTION DES EQUATIONS CINETIQUES POUR UNE RAMPE DE REACTIVITE.

La réponse du réacteur à une rampe de réactivité caractérise en fait la réponse du réacteur lorsque les barres de contrôle ou de pilotage se déplacent à l'intérieur du coeur à vitesse constante, on a alors :

$$\rho = at \quad (\text{VII.132})$$

t en secondes est le temps

a est exprimée en pcm/s.

L'étude mathématique de la réponse à une rampe est difficile et nécessite dans la pratique un calcul machine.

Néanmoins on peut faire quelques hypothèses simplificatrices pour avoir une première approximation.

La première hypothèse simplificatrice consiste à supposer que la concentration des précurseurs reste constante durant tout le temps où ρ change.

Ce qui signifie que :

$$\frac{dc_i}{dt} = 0 \quad \text{pour } t > 0$$

L'équation des précurseurs devient :

$$\frac{\beta_i n_0}{\theta} - \lambda_i c_{i0} = \frac{dc_{i0}}{dt} = 0 \quad (\text{VII.133})$$

d'où, on déduit :

$$\frac{\beta_i \cdot n_0}{\theta} = \lambda_i c_{i0} \quad (\text{VII.134})$$

Chaque groupe i se compose comme une source de neutrons dont le taux de production est :

$$\frac{\beta_i \cdot n_0}{\theta}$$

La source pour la totalité des groupes est :

$$\sum_i \lambda_i c_{i0} = \sum_i \frac{\beta_i \cdot n_0}{\theta} = \frac{\beta n_0}{\theta} \quad (\text{VII.135})$$

puisque $\sum_i \beta_i = \beta$

On reporte $\sum_i \lambda_i c_{i0}$ dans l'équation donnant la densité neutronique, n et on remplace ρ par at :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{at - \beta}{\theta} n + \frac{\beta n_0}{\theta}$$

$$\frac{dn}{dt} - \frac{at - \beta}{\theta} n = \frac{\beta n_0}{\theta} \quad (\text{VII.136})$$

Cette équation est une équation différentielle linéaire du premier ordre de la forme :

$$\frac{dy}{dx} + y(x) f(x) = D \quad (\text{VII.137})$$

Elle se résoud en 2 étapes

1- Second membre nul, $D = 0$

$$\frac{dy}{dx} + y(x) f(x) = 0 \rightarrow \frac{dy}{y} = -f(x) dx.$$

$$y(x) = A e^{-\int f(x) dx}$$

2. Second membre non nul, $D \neq 0$.

On fait varier la constante A et après dérivation de $y(x)$, on reporte $\frac{dy}{dx}$ dans l'équation différentielle :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dA}{dt} \cdot e^{-\int f(x) dx} - f(x) A e^{-\int f(x) dx} \quad (\text{VII.138})$$

Cette dérivée reportée dans l'équation différentielle (VII.137) permet d'écrire :

$$\frac{dA}{dt} e^{-\int f(x) dx} - f(x) A e^{-\int f(x) dx} + A f(x) e^{-\int f(x) dx} = D \quad (\text{VII.139})$$

où :

$$\frac{dA}{dt} = D e^{\int f(x) dx}$$

d'où :

$$A = D \int e^{\int f(x) dx} dx + B \quad (\text{VII.140})$$

B étant une équation dépendant des conditions initiales.

Finalement $y(x)$ aura pour expression :

$$y(x) = D e^{-\int f(x) dx} \int e^{\int f(x) dx} dx + B e^{-\int f(x) dx} \quad (\text{VII.141})$$

Pour déterminer l'évolution de la densité neutronique il suffit d'appliquer ce résultat à l'équation (VII.136), en identifiant :

$$y(x) \equiv n$$

$$f(x) \equiv -\frac{\lambda t - \beta}{\theta}$$

$$D \equiv \frac{\beta n_0}{\theta} \quad (\text{VII.142})$$

On déduit :

$$- \int_0^t y \, dt = \frac{at^2 - 2\beta t}{2\theta}$$

d'où l'expression de n :

$$n = \exp\left(\frac{at^2 - 2\beta t}{2\theta}\right) \left[\frac{\beta n_0}{\theta} \int_0^t \exp\left(-\frac{at^2 - 2\beta t}{2\theta}\right) dt + B \right] \quad (\text{VII.143})$$

La détermination de B se fait à l'aide des conditions initiales.

$$n = n_0 = B \quad \text{pour } t = 0$$

$$\frac{n}{n_0} = \exp\left(\frac{at^2 - 2\beta t}{2\theta}\right) \left[\frac{\beta}{\theta} \int_0^t \exp\left(-\frac{at^2 - 2\beta t}{2\theta}\right) dt + 1 \right] \quad (\text{VII.144})$$

$\frac{at^2 - 2\beta t}{2\theta}$ peut s'écrire :

$$\frac{at^2 - 2\beta t}{2\theta} = \left[\sqrt{\frac{a}{2\theta}} t - \frac{\beta}{\sqrt{2\theta \cdot a}} \right]^2 - \frac{\beta^2}{2\theta a} \quad (\text{VII.145})$$

on pose :

$$\alpha = \sqrt{\frac{a}{2\theta}} \quad \gamma = -\frac{\beta}{\sqrt{2\theta a}} \quad (\text{VII.146})$$

$$\frac{at^2 - 2\beta t}{2\theta} = (\alpha t + \gamma)^2 - \gamma^2 \quad (\text{VII.147})$$

On fait un changement de variable :

$$u = \alpha t + \gamma$$

$$du = \alpha dt$$

pour

$$t = 0 \quad u = \gamma$$

On porte ces grandeurs dans (VII.144) :

$$\frac{n}{n_0} = e^{u^2} e^{-\gamma^2} \left[\frac{\beta}{\theta} \frac{e^{\gamma^2}}{\alpha} \int_{\gamma}^{\alpha t + \gamma} e^{-u^2} du + 1 \right] \quad (\text{VII.148})$$

Ces intégrales sont données dans des tables, elles sont connues sous le nom de fonctions erreur et notées erf(x) :

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (\text{VII.149})$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\int_{\gamma}^{\alpha t + \gamma} e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\text{erf}(\alpha t + \gamma) - \text{erf}(\gamma) \right] \quad (\text{VII.150})$$

L'équation (VII.148) s'écrit alors :

$$\frac{n}{n_0} = \frac{\beta}{\theta} e^{u^2} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} [\operatorname{erf}(\alpha t + \gamma) - \operatorname{erf}(\gamma)] + \frac{\theta}{\beta} e^{-\gamma^2} \right\} \quad (\text{VII.151})$$

Ce résultat n'est valable que pour des faibles pentes de la rampe.

α et θ étant faibles, u est donc grand puisqu'il est inversement proportionnel à $\alpha\theta$, de même, γ est grand puisqu'il est inversement proportionnel à $\sqrt{\theta\alpha}$.

On peut donc écrire les limites des fonctions d'erreur

$$\operatorname{erf}(\alpha t + \gamma) = \operatorname{erf}(u) = 1 - \frac{e^{-u^2}}{u\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{1}{2u^2} + \frac{1.3}{(2u^2)^2} - \dots \right) \quad (\text{VII.1})$$

$$\operatorname{erf}(\gamma) = 1 - \frac{e^{-\gamma^2}}{\gamma\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{1}{2\gamma^2} + \dots \right) \quad (\text{VII.153})$$

$$\operatorname{erf}(\alpha t + \gamma) - \operatorname{erf}(\gamma) = \frac{e^{-\gamma^2}}{\gamma\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{1}{2\gamma^2} \right) - \frac{e^{-u^2}}{u\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{1}{2u^2} \right) \quad (\text{VII.})$$

On porte ces résultats dans (VII.151) et après simplification, on aboutit à :

$$\frac{n}{n_0} = \left[\frac{1}{2\gamma^2} e^{u^2 - \gamma^2} + \frac{\gamma}{u} \left(1 - \frac{1}{2u^2} \right) \right] \quad (\text{VII.155})$$

Remarque : Ce calcul est valable, pour les réacteurs rapides dans le cadre de la théorie à un groupe de neutrons rapides.

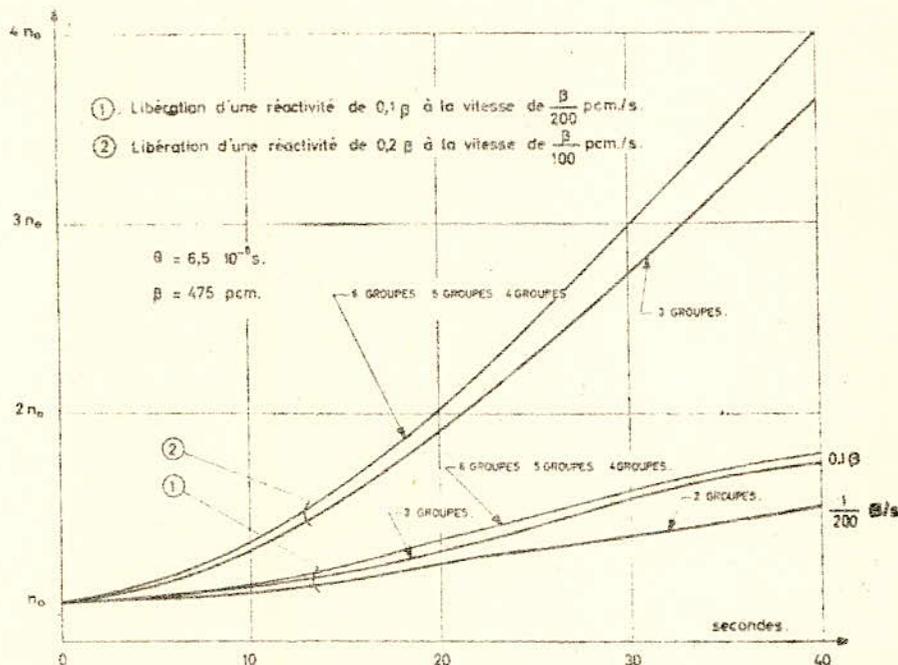
Les figures (VII.11) et (VII.12) donnent les allures des courbes de variation de la densité de neutrons en fonction du temps dans le cas d'une rampe de réactivité. La figure (VII.13) montre la variation de la période T qui leur correspond.

Tous ces calculs nous montrent la complexité de la formulation mathématique des solutions des équations cinétiques du réacteur ce qui rend leur résolution inextricable même avec l'aide d'un ordinateur.

On comprend donc tout l'intérêt des simulateurs analogiques qui permettent de tracer les courbes de réponse aisément instantanément pour n'importe quelle forme de réactivité.

Pour terminer, on illustre ces calculs en donnant (figure VII.14.a.b.c.d.e.f) les enregistrements des réponses obtenues au calculateur analogique Nadac 20 dans le cas de l'approximation d'un groupe de neutrons retardés.

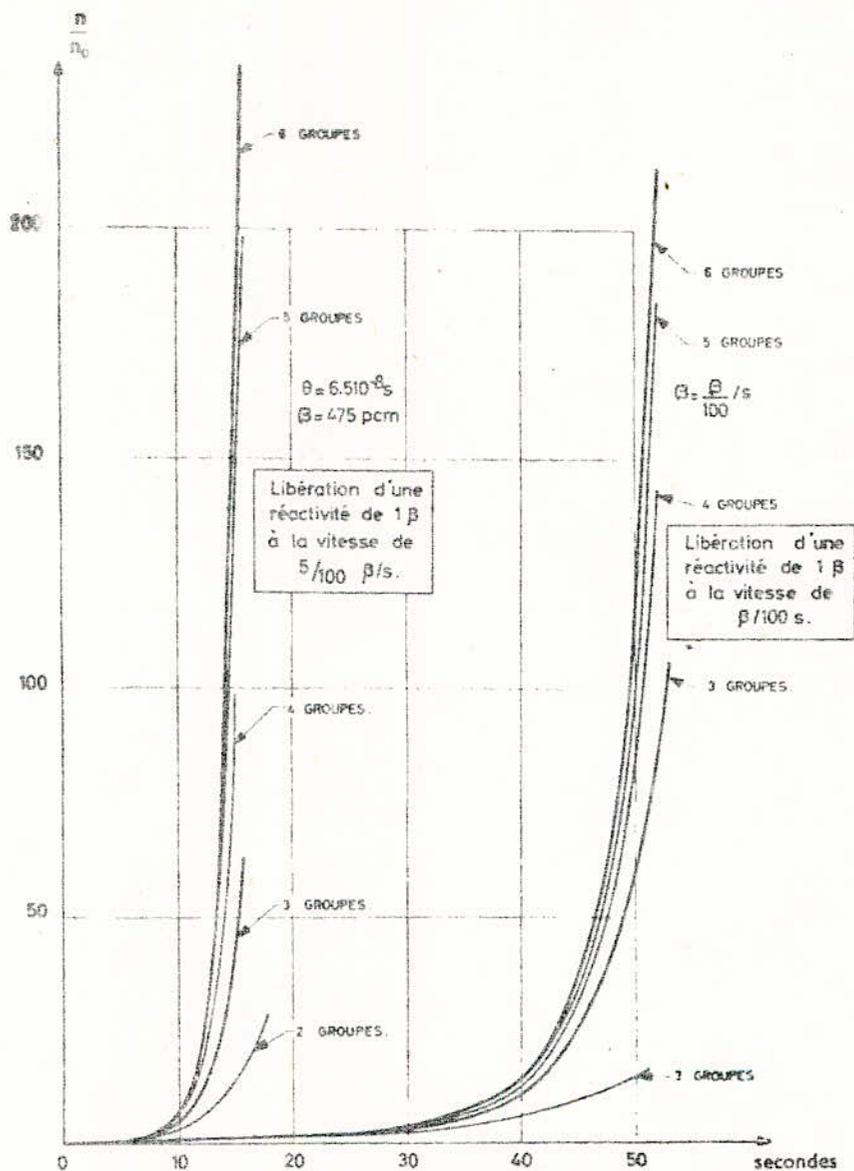
Une dernière série de courbes (figure VII.15), tracée grâce au même calculateur, représente la variation de la densité de neutrons pour différents échelons de réactivité dans le cadre de la théorie à 6 groupes de neutrons retardés.



— Évolution de la puissance dans le cas de variations linéaires de réactivité (résultats de calculs effectués avec 2, 3, 4, 5, 6 groupes de neutrons retardés).

FIG. VII.11.

Dans le cas d'excédents de réactivité limitée à $0,1$ et $0,2\beta$ et pour des vitesses comprises entre $\beta/100$ et $\beta/200$ pcm/s, le nombre de groupes de neutrons retardés choisis influe peu sur la nature de l'évolution de la puissance.



— Évolution de la puissance dans le cas de variations linéaires de réactivité (résultats de calculs effectués avec 2, 3, 4, 5, 6 groupes de neutrons retardés).

FIG. VII.12.

Dans le cas d'excédents de réactivité de l'ordre de β et pour des vitesses de plusieurs $\beta/100 pcm/s$, le nombre de groupes de neutrons retardés choisis influe beaucoup sur la nature de l'évolution de la puissance.

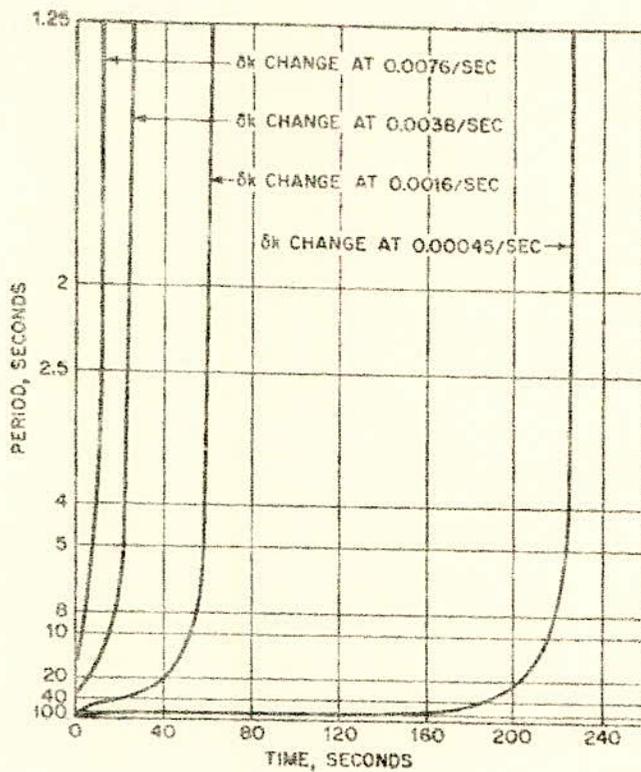


FIG. VII.13. VARIATION DE LA PERIODE D'UN REACTEUR EN FONCTION DU TEMPS POUR DIFFERENTES RAMPES DE REACTIVITE.

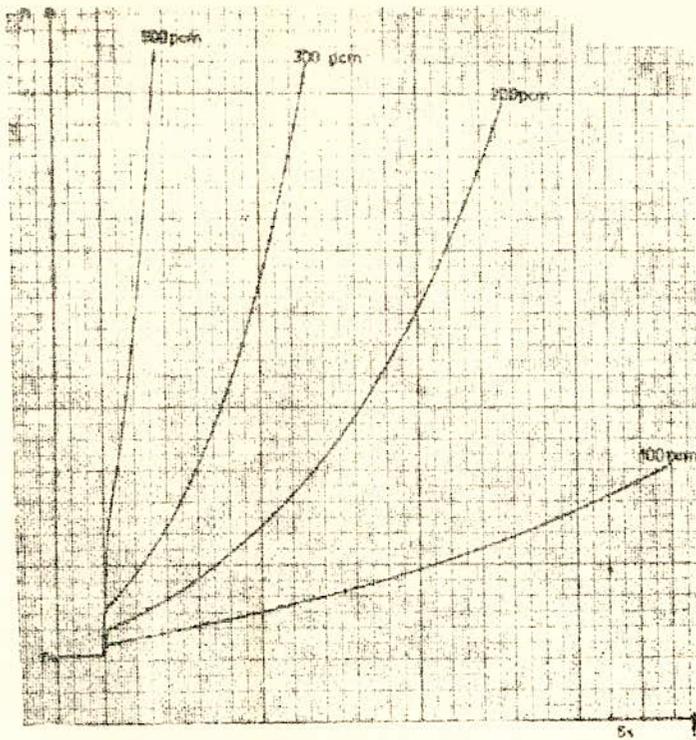


FIG. VII.14a. Variation de la densité neutronique en fonction du temps pour différents échelons positifs de réactivité. (Enregistrements au Nadac 20)

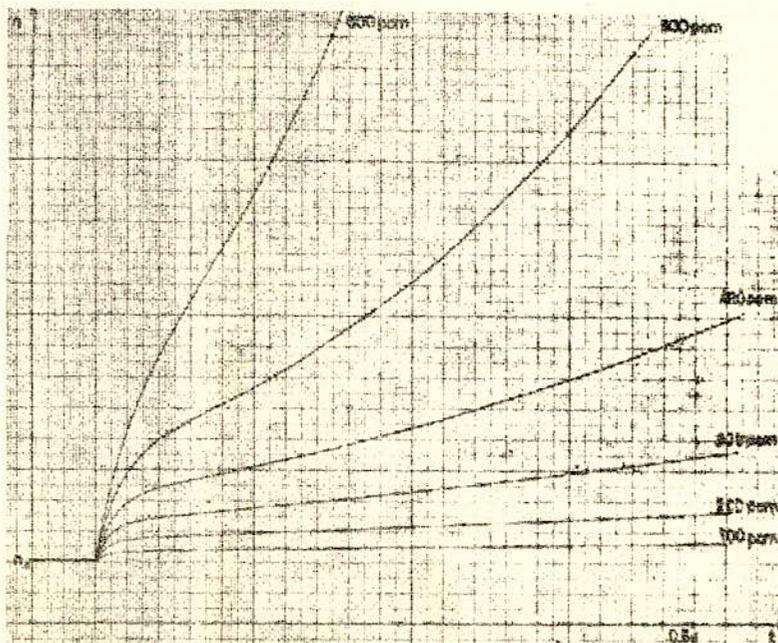


FIG. VII.14b. Début des courbes précédentes. Echelle dilatée x10.

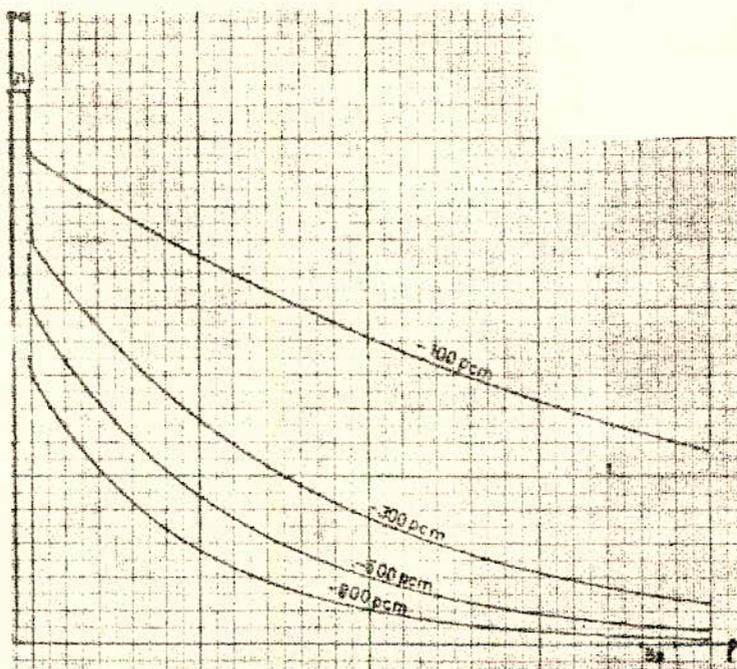


FIG. VII.14d. Variation de n due à différents échelons négatifs. (Réponses du Nadac 20).

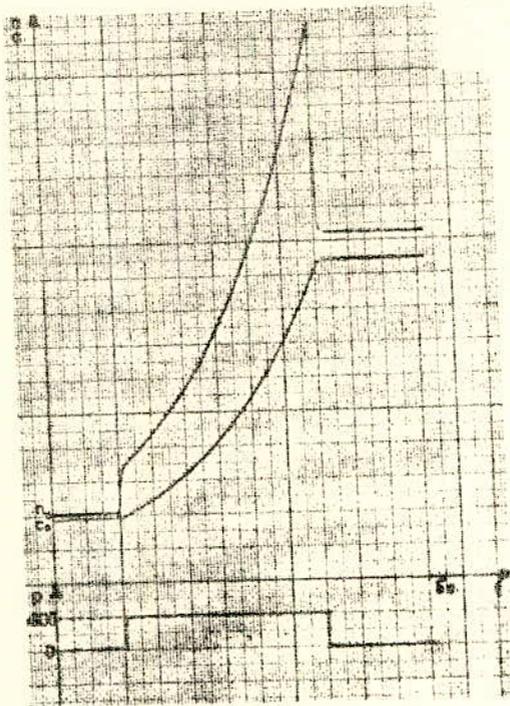


FIG. VII.14c. Variation de n et c pour un créneau de réactivité de 300pcm pendant 1s.

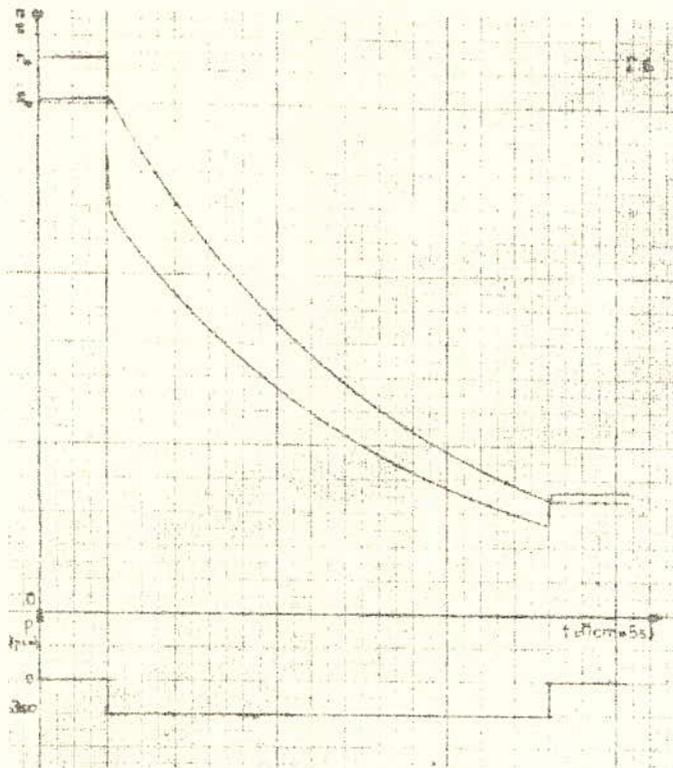


FIG. VII.14e. Variations de ρ et ω pour un créneau de réactivité de -300 pcm pendant 65 s et retour à l'état critique.

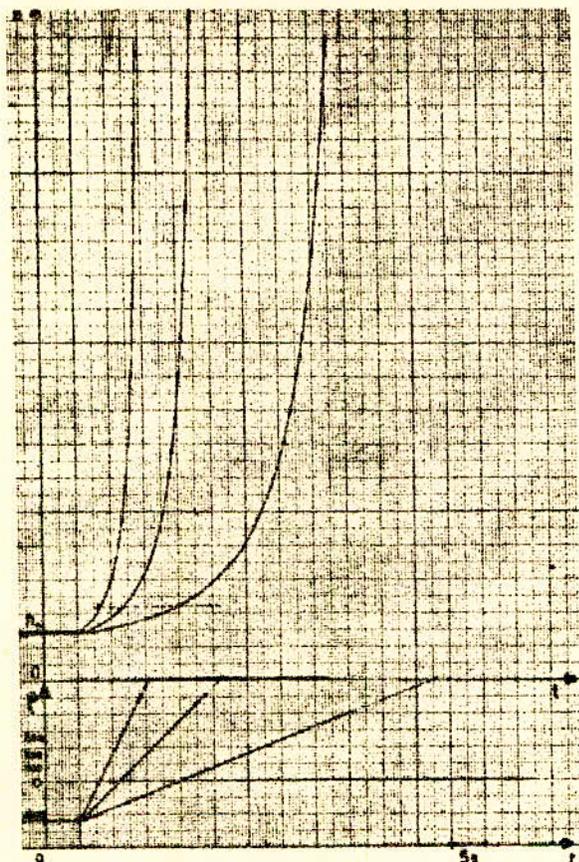


FIG. VII.14f. Enregistrement au Nadac 20 des variations de $n(t)$
pour différentes rampes de réactivité $\rho = -300 + at$.

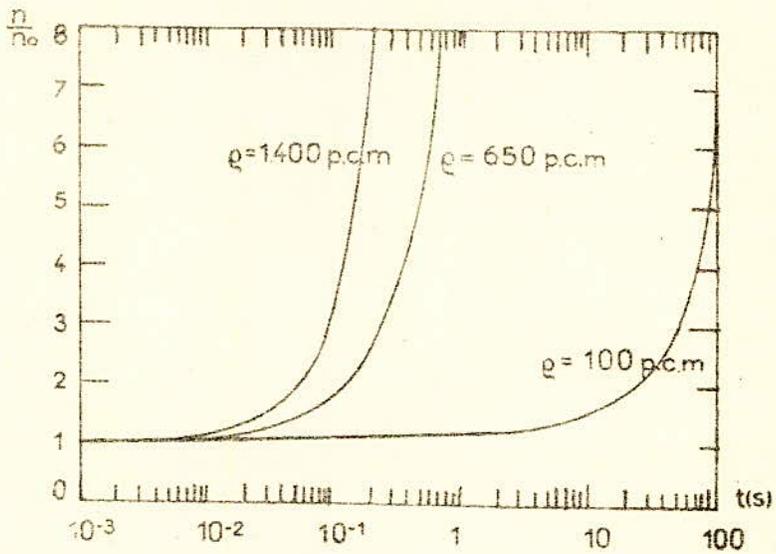


FIG. VII.15. Variation de n/n_0 pour un échelon de réactivité.
 Résultat obtenu avec 5 groupes de neutrons retardés
 (Echelle logarithmique pour le temps)

VIII. DYNAMIQUE DU REACTEUR

I.	INTRODUCTION	I
II.	EFFETS DES POISONS	
II.1.	GENERALITES	
II.2.	EFFETS DU XENON	4
II.2.a	GENERALITES	4
II.2.b	EVOLUTION DE LA CONCENTRATION EN IODE	4
II.2.c	EVOLUTION DE LA CONCENTRATION DU XENON	5
II.2.d	EXPRESSION DE L'ANTIREACTIVITE ρ_X DUE AU XENON	6
II.3.	EFFET DU SAMARIUM	7
II.3.a	GENERALITES	7
II.3.b	EVOLUTION DE LA CONCENTRATION DU SAMARIUM	7
II.4.	CONCLUSION	9
III.	EFFET TEMPERATURE	9
IV.	CONCLUSION.	13

VIII - DYNAMIQUE DU REACTEUR

I. INTRODUCTION

La dynamique a pour objet l'étude de l'évolution neutronique en fonction de la variation de la réactivité. Celle-ci peut être due à plusieurs causes.

Nous nous proposons d'étudier dans le présent chapitre l'effet des "Poisons" et de la température qui sont les deux causes les plus importantes de variation de la réactivité, entrant dans le cadre de la dynamique.

Nous montrerons plus précisément que :

- l'effet des poisons est caractérisé par l'introduction d'une antiréactivité importante, grandeur qui apparaît directement dans les équations cinétiques. Cette grandeur, étant de signe contraire à la réactivité initiale existant dans le réacteur, peut empêcher ce dernier de démarrer s'il est à l'arrêt, ou même l'arrêter s'il est en fonctionnement.

- l'Effet de la température est dû au fait que la réactivité est le produit de plusieurs paramètres dépendant plus ou moins de la température.

Nous caractériserons cet effet par un coefficient de température α_T qui est presque toujours négatif et qui permet de rendre les réacteurs de puissance plus stables.

II. EFFETS DES POISONSII. 1. GENERALITES

Les poisons sont des produits de fission stables ou radioactifs de période plus ou moins longues ayant des sections efficaces d'absorption très élevées pour les neutrons thermiques. La présence de tels produits dans le réacteur conduit à un accroissement des pertes neutroniques, ce qui se traduit par l'introduction d'un terme de réactivité négatif dans les équations cinétiques.

On supposera, dans toute la suite, que l'accumulation des poisons ne modifie que la facteur d'utilisation thermique f à l'exclusion de tous les autres coefficients.

Les effets du Xénon et du Samarium, poisons les plus redoutés, seront étudiés en détail dans la suite.

En l'absence de poisons, la grandeur f est définie par la relation :

$$f = \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{ac} + \Sigma_{am}} \quad (\text{VIII.1})$$

Σ_{am} section efficace macroscopique d'absorption du modérateur, structures. En présence de poisons f devient f' :

$$f' = \frac{\Sigma_{ac}}{\Sigma_{ac} + \Sigma_{am} + \Sigma_{ap}} \quad (\text{VIII. 1bis})$$

Σ_{ap} étant la section efficace macroscopique d'absorption des poisons.

La variation de la réactivité notée ρ_p , due à la présence des poisons dans le réacteur supposé initialement critique ($\rho=0$) ou très proche de cet état, est égale à :

$$\rho_p = \rho' - \rho = \rho' = \frac{K'_{\text{eff}} - 1}{K'_{\text{eff}}} \quad (\text{VIII.2})$$

K'_{eff} étant le facteur de multiplication effectif en présence de poisons. Du fait que l'effet des poisons n'agisse que sur f , on pourra écrire dans le cas d'un milieu infini :

$$K_{\text{eff}} = K_{\infty} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f = 1 \quad (\text{VIII.3})$$

$$K'_{\text{eff}} = K'_{\infty} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f' \quad (\text{VIII.4})$$

ce qui donne :

$$K'_{\text{eff}} = \frac{K'_{\infty}}{K_{\infty}} = \frac{f'}{f} \quad (\text{VIII.5})$$

Compte tenu de la relation (VIII.5), l'expression (VIII.2) devient :

$$\rho_p = \frac{K_{\infty}' - K_{\infty}}{K_{\infty}'} = \frac{f' - f}{f'} \quad (\text{VIII.6})$$

On en déduit que :

$$\rho_p = \frac{\Sigma_{ap}}{\Sigma_{ac} + \Sigma_{am}} \quad (\text{VIII.7})$$

Nous avons montré plus haut que la grandeur ρ_p apparaît dans les équations (VIII.3 et 4) est donnée par la relation :

$$\rho_p = \nu \frac{\Sigma_f}{\Sigma_{ac} + \Sigma_{am}} \quad (\text{VIII.8})$$

ν étant le nombre de neutrons émis par fission.

Compte tenu des relations (VIII.7 et 8) valables dans le cas d'un milieu infini on tire :

$$\rho_p = \frac{\Sigma_{ap} / \Sigma_f}{\nu \cdot \rho \cdot \epsilon} \quad (\text{VIII.9})$$

Cette relation exprime l'antireactivité introduite par la présence des poisons.

Pour déterminer complètement ρ_p , il suffira donc d'explicitier la grandeur Σ_{ap} puisque les autres paramètres sont connus.

C'est ce que nous nous proposons de faire dans la suite aussi bien dans le cas du Xénon que de celui du Samarium.

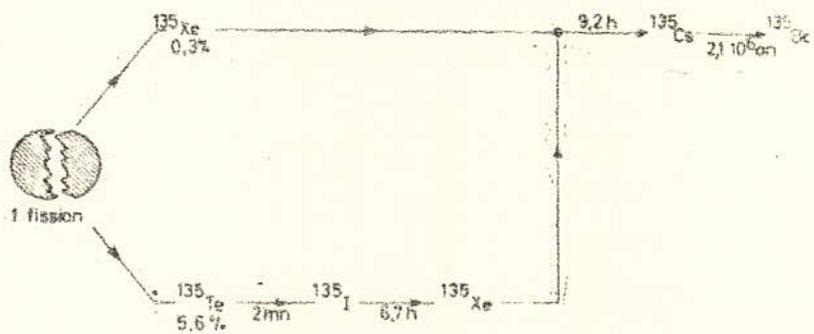


Schéma de formation du xénon

II. 2 EFFETS DU XENON

II. 2. a GENERALITES

Le Xénon 135 dont la section efficace d'absorption pour les neutrons thermiques est de l'ordre de $3,5 \cdot 10^6$ barns peut provenir :

- soit directement à partir de la fission avec un rendement de 0,3 %

- soit par filiation radioactive à partir de l'Iode.

Le schéma ci-contre précise ces deux possibilités.

Pour déterminer l'évolution de la concentration du xénon en fonction du temps, il faudra étudier en premier lieu la loi d'accumulation de l'Iode dans le réacteur en cours de fonctionnement. On fera abstraction de la présence du Tellure, vu sa faible période.

II. 2. b EVOLUTION DE LA CONCENTRATION EN IODE

Nous allons faire le bilan des créations et des pertes de l'Iode. La vitesse de formation de l'Iode est proportionnelle au nombre de fissions thermiques qui ont lieu dans le combustible par seconde :

$$\Sigma_f \cdot \phi \quad (\text{VIII.10})$$

Σ_f étant la section efficace macroscopique de fission du matériau combustible..La vitesse de formation de l'Iode est donc :

$$\gamma_I \cdot \Sigma_f \cdot \phi \quad (\text{VIII.11})$$

$\gamma_I = 5,6 \%$ est le rendement de fission de l'Iode.

L'Iode disparaît :

- soit par désintégration avec la vitesse

$$\lambda_I \cdot I \quad (\text{VIII.12})$$

λ_I étant la constante radioactive de l'Iode.

I la concentration de ce dernier.

- soit par absorption de neutrons thermiques, ce processus est généralement négligeable.

Compte tenu des résultats précédents, la vitesse $\frac{dI}{dt}$ d'évolution de la concentration de l'Iode peut s'écrire :

$$\frac{dI}{dt} = \gamma_I \cdot \Sigma_f \cdot \phi - \lambda_I \cdot I \quad (\text{VIII.13})$$

II. 2. c EVOLUTION DE LA CONCENTRATION DU XENON

Le raisonnement précédent peut être repris pour déterminer l'évolution $\frac{dX}{dt}$ du xénon. Ce dernier est créé :

- soit directement à partir de la fission avec un rendement γ_X de 0,3 % donc avec une vitesse égale à :

$$\gamma_X \cdot \Sigma_f \cdot \phi \quad (\text{VIII.14})$$

- soit à partir de la désintégration radioactive de l'Iode avec une vitesse égale à

$$\lambda_I \cdot I \quad (\text{VIII.15})$$

Le xénon disparaît :

- soit par absorption de neutrons thermiques avec une vitesse :

$$\sigma_{aX} \cdot \phi \cdot X \quad (\text{VIII.16})$$

σ_{aX} étant la section efficace microscopique d'absorption du xénon et X sa concentration.

- soit par désintégration radioactive avec la vitesse :

$$\lambda_X \cdot X \quad (\text{VIII.17})$$

λ_X étant la constante radioactive du xénon.

La vitesse d'évolution de la concentration du xénon est par conséquent donnée par l'expression :

$$\frac{dX}{dt} = (\lambda_I \cdot I + \gamma_X \cdot \Sigma_f \cdot \phi) - (\lambda_X \cdot X + \sigma_{aX} \cdot X \cdot \phi) \quad (\text{VIII.18})$$

II. 2. d EXPRESSION DE L'ANTIREACTIVITE ρ_X DUE AU XENON

Nous nous proposons d'expliciter le terme : Σ_{ap} qui apparaît dans l'expression (VIII.9) afin de déterminer l'antiréactivité due à l'effet Xénon.

L'évolution de la concentration du xénon est régie par les deux équations couplées suivantes :

$$\frac{dI}{dt} = \gamma_I \cdot \Sigma_f \cdot \phi - \lambda_I \cdot I \quad (\text{VIII.19})$$

$$\frac{dX}{dt} = \lambda_I \cdot I + \gamma_X \cdot \Sigma_f \cdot \phi - \lambda_X \cdot X - \sigma_{aX} \cdot X \cdot \phi \quad (\text{VIII.20})$$

A l'équilibre, en fonctionnement permanent du réacteur les concentrations respectives de l'Iode et du Xénon se stabilisent très vite.

$$\frac{dI}{dt} = 0 \text{ donne } I_0 = \frac{\gamma_I \cdot \Sigma_f \cdot \phi_0}{\lambda_I} \quad (\text{VIII.21})$$

$$\frac{dX}{dt} = 0 \text{ donne } X_0 = \frac{\lambda_I \cdot I_0 + \gamma_X \cdot \Sigma_f \cdot \phi_0}{\lambda_X + \sigma_{aX} \cdot \phi_0} \quad (\text{VIII.22})$$

La relation (VIII.22) peut s'écrire compte tenu de (VIII.21) sous la forme :

$$X_0 = \frac{\gamma_I + \gamma_X}{\lambda_X + \sigma_{aX} \cdot \phi_0} \cdot \Sigma_f \cdot \phi_0 \quad (\text{VIII.23})$$

On montre facilement que l'effet des absorptions $\sigma_{aX} \cdot \phi$ l'emporte sur la décroissance radioactive λ_X ; c'est-à-dire que :

$$\sigma_{aX} \cdot \phi \gg \lambda_X \quad (\text{VIII.24})$$

Ce qui donne :

$$X_0 \approx \frac{\gamma_I + \gamma_X}{\sigma_{aX}} \Sigma_f \quad (\text{VIII.25})$$

comme la section macroscopique Σ_{aX} est telle que :

$$\Sigma_{aX} = \sigma_{aX} \cdot X = (\gamma_I + \gamma_X) \Sigma_f \quad (\text{VIII.26})$$

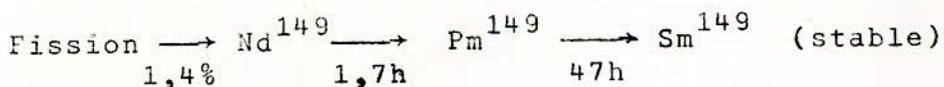
En remplaçant Σ_{ap} par Σ_{aX} ; ρ_p par ρ_X dans l'expression générale (VIII.9) on obtient compte tenu de (VIII.26) :

$$\rho_X = - \frac{\gamma_I + \gamma_X}{\omega \cdot \rho \cdot \epsilon} \quad (\text{VIII.27})$$

II. 3. EFFETS DU SAMARIUM

II.3. a GENERALITES

Le Samarium 149 dont la section efficace d'absorption pour les neutrons thermiques est de l'ordre $5,3 \cdot 10^4$ barns provient de la désintégration radioactive du Néodyme 149 et du Prométhium 149 selon le mécanisme suivant :



Etant donné la faible période du Néodyme par rapport à celle du Prométhium on admettra que le Samarium est issu du Prométhium lui même issu de la fission.

II.3. b EVOLUTION DE LA CONCENTRATION DU SAMARIUM

En reprenant le même raisonnement que celui fait précédemment à propos du xénon et de l'Iode on montrerait que les lois d'évolution du Samarium et du Prométhium sont régies par les relations suivantes.

$$\frac{dP}{dt} = \gamma_p \cdot \Sigma_f \cdot \Phi - \lambda_p \cdot P \quad (\text{VII.28})$$

$$\frac{dS}{dt} = \lambda_P \cdot P - \sigma_{aS} \cdot S \cdot \Phi \quad (\text{VII.29})$$

Expressions dans lesquelles P et S représentent la concentration du Prométhium et celle du Samarium respectivement λ_P et λ_S la constante radioactive du Prométhium et celle du Samarium respectivement

$\gamma_P = 1,4 \%$ est le rendement de fission relatif au Prométhium

σ_{aS} est la section efficace microscopique d'absorption du Samarium.

On a supposé que la section efficace microscopique σ_{aP} du Prométhium est négligeable.

A l'équilibre on a :

$$\frac{dP}{dt} = 0 \rightarrow \lambda_P \cdot P_0 = \gamma_P \cdot \Sigma f \cdot \Phi_0 \quad (\text{VIII.30})$$

$$\frac{dS}{dt} = 0 \rightarrow S_0 = \frac{\lambda_P \cdot P_0}{\sigma_{aS} \cdot \Phi_0} = \frac{\gamma_P \cdot \Sigma f}{\sigma_{aS}} \quad (\text{VIII.31})$$

La relation (VIII.31) donne :

$$\sigma_{aS} \cdot S = \gamma_P \cdot \Sigma \Phi \quad (\text{VIII.32})$$

Comme :

$$\Sigma_{aS} = \sigma_{aS} \cdot S \quad (\text{VIII.33})$$

Il s'ensuit que :

$$\Sigma_{aS} = \gamma_P \cdot \Sigma f \quad (\text{VIII.34})$$

Si l'on désigne par ρ_S l'antiréactivité du Samarium, on pourra tirer d'après les relations (VIII.9) et (VIII.34) :

$$\rho_S = - \frac{\gamma_P}{\nu \cdot p \cdot \epsilon} \quad (\text{VIII.35})$$

II. 4 CONCLUSION

En résumé, les effets du xénon et du Samarium contribuent à l'introduction d'une antiréactivité globale :

$$\rho_F = \rho_X + \rho_P = - \frac{\gamma_I + \gamma_X + \gamma_P}{\nu \cdot p \cdot \epsilon} \quad (\text{VIII.36})$$

III. EFFETS TEMPERATURE

Il existe deux causes essentielles qui font que les variations de la température moyenne du réacteur modifient le facteur de multiplication effectif du coeur.

Il y a d'abord le fait que la température agit sur l'énergie moyenne des neutrons thermiques ce qui entraîne la variation des sections efficaces microscopiques de diffusion (donc du terme L^2) et d'absorption des noyaux lourds puisque celles-ci dépendent de l'énergie des neutrons comme nous l'avons montré au chapitre II.

Il y a ensuite le fait que l'augmentation de la température entraîne la dilatation de l'ensemble et modifie donc les sections efficaces macroscopiques ainsi que les dimensions du coeur et par conséquent le terme B^2 et les fuites.

Nous nous intéresserons dans la suite exclusivement aux variations des coefficients intervenant directement dans les équations cinétiques.

L'expérience montre que :

- θ varie très peu avec T
- λ ; β sont indépendants de T

- K_{eff} dépend étroitement de T .

La température est généralement le résultat d'un équilibre transitoire entre la production de chaleur principalement dans les barreaux combustibles et son évacuation hors du réacteur par le fluide réfrigérant.

La température est donc susceptible de varier soit globalement, soit localement.

La réactivité ρ est le produit de plusieurs paramètres dépendant plus ou moins de la température.

L'effet de cette dernière est caractérisé par un coefficient α_T dit de température défini par la relation :

$$\alpha_T = \frac{d\rho}{dT} \quad (\text{VIII.35})$$

Deux cas sont possible :

Si $\alpha_T < 0$ le réacteur est stable vis-à-vis de la température. Dans ce cas, une augmentation de la température entraîne une diminution de la réactivité donc de la puissance et par la même tend à s'opposer à toute variation de puissance ou de température.

Si $\alpha_T > 0$ le réacteur peut s'emballer. Dans ce cas, l'élévation de la température entraîne une augmentation de la réactivité donc de la puissance et par conséquent de la température.

L'effet est cumulatif. Le réacteur est instable.

Nous allons à présent expliciter le terme α_T en supposant que seules les températures du combustible et du modérateur varient :

Comme :

$$\rho = \frac{K_{\text{eff}} - 1}{K_{\text{eff}}} \quad (\text{VIII.36})$$

Il vient :

$$\alpha_T = \frac{d\rho}{dT} = \frac{1}{K_{\text{eff}}^2} \frac{dK_{\text{eff}}}{dT} \quad (\text{VIII.37})$$

K_{eff} étant généralement proche de l'unité on peut transformer cette expression de manière à faire ressortir la dérivée logarithmique de manière plus commode :

$$\alpha_T = \frac{1}{K_{\text{eff}}} \frac{dK_{\text{eff}}}{dT} \quad (\text{VIII.38})$$

Nous avons montré plus haut que pour un réacteur thermique de dimensions finies :

$$P_1 = \frac{1}{1 + L^2 B^2} \quad (\text{VIII.40})$$

avec :

$$P_2 = e^{-B^2 \tau} \quad (\text{VIII.41})$$

P_1 et P_2 étant respectivement la probabilité antifuite des neutrons au niveau thermique et la probabilité antifuite en cours de ralentissement.

Compte tenu de (VIII.38) ; (VIII.39) il vient :

$$\alpha_T = \frac{1}{K_{\infty}} \frac{dK_{\infty}}{dT} + \frac{1}{P_1} \frac{dP_1}{dT} + \frac{1}{P_2} \frac{dP_2}{dT} \quad (\text{VIII.42})$$

On définit trois facteurs de multiplications partiels :

$$\alpha_T(K_{\infty}) = \frac{1}{K_{\infty}} \frac{dK_{\infty}}{dT} = \frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dT} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} + \frac{1}{f} \frac{df}{dT} + \frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dT} \quad (\text{VIII.43})$$

$$\alpha_T(P_1) = \frac{1}{P_1} \frac{dP_1}{dT} = - \frac{B^2 L^2}{1 + L^2 B^2} \left[\frac{1}{L^2} \frac{dL^2}{dT} + \frac{1}{B^2} \frac{dB^2}{dT} \right] \quad (\text{VIII.44})$$

$$\alpha_T(P_2) = \frac{1}{P_2} \frac{dP_2}{dT} = - \beta^2 \tau \left[\frac{1}{2} \frac{d\tau}{dT} + \frac{1}{B^2} \frac{dB^2}{dT} \right] \quad (\text{VIII.45})$$

On pourra écrire finalement :

$$\alpha_T = \alpha_T(\eta) + \alpha_T(P) + \alpha_T(f) + \alpha_T(\epsilon) + \alpha_T(P_1) + \alpha_T(P_2) \quad (\text{VIII.4})$$

Une étude détaillée des différentes composantes serait extrêmement longue, c'est la raison pour laquelle nous nous contentons de donner les ordres de grandeurs :

$\alpha_T(\eta)$: négatif ou positif faible sauf pour le ^{239}Pu pour lequel il est de $-5 \cdot 10^{-4}$

$\alpha_T(\rho)$: négatif et élevé 10^{-4} à 10^{-3}

$\alpha_T(f)$: positif et faible

$\alpha_T(\epsilon)$: négligeable

$\alpha_T(P_1)$ et $\alpha_T(P_2)$ négatifs et faibles.

Les résultats précédents montrent que $\alpha_T(K_{\text{eff}})$ est généralement négatif. Le tableau suivant donne le coefficient global α_T pour différents réacteurs. Ces coefficients sont naturellement tous négatifs.

R E A C T E U R	COEFFICIENT DE TEMPERATURE $\rho_{cm}/^{\circ}\text{C}$
Hypo (homogène à eau légère)	- 73
CP 5 (hétérogène eau lourde)	- 50
Aircraft Réacteur expériment (sel fondu)	- 16
Bulk Shielding facility (Réacteur piscine à eau)	- 13,5
Uhtrex (haute température hélium graphite combustible réfractaire)	- 08
Calder Hall (Uranium naturel graphite gaz)	- 55,7
P.W.R (Préssurise hétérogène à eau)	- 35
Clémentine (Rapide)	- 01,7

Les figures (VIII.1) et (VIII.2) montrent l'effet de la température sur le fonctionnement du réacteur.

IV. CONCLUSION

En résumé : lors du fonctionnement du réacteur, les poisons et la température provoquent des variations de la réactivité.

L'effet poison est caractérisé par le coefficient de réactivité ρ_p qui est le résultat de l'empoisonnement du réacteur par le xénon et le Samarium.

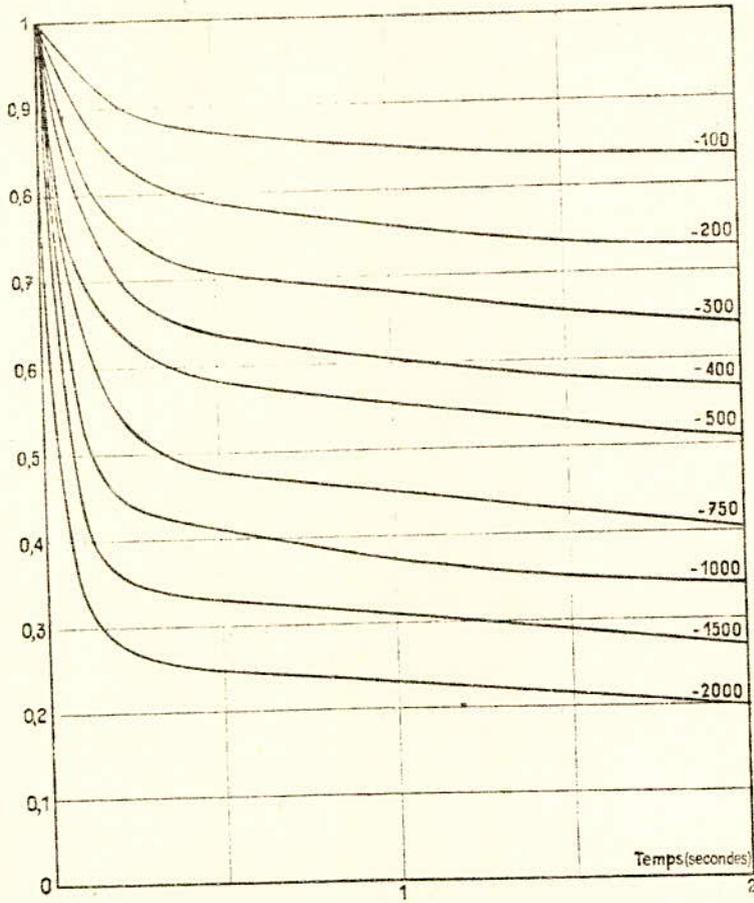


FIG. VIII.2. — Evolution de la puissance à la suite de divers sauts initiaux négatifs de la réactivité. (Coeff. de température : $-1.2 \text{ pcm}/^{\circ}\text{C.}$)

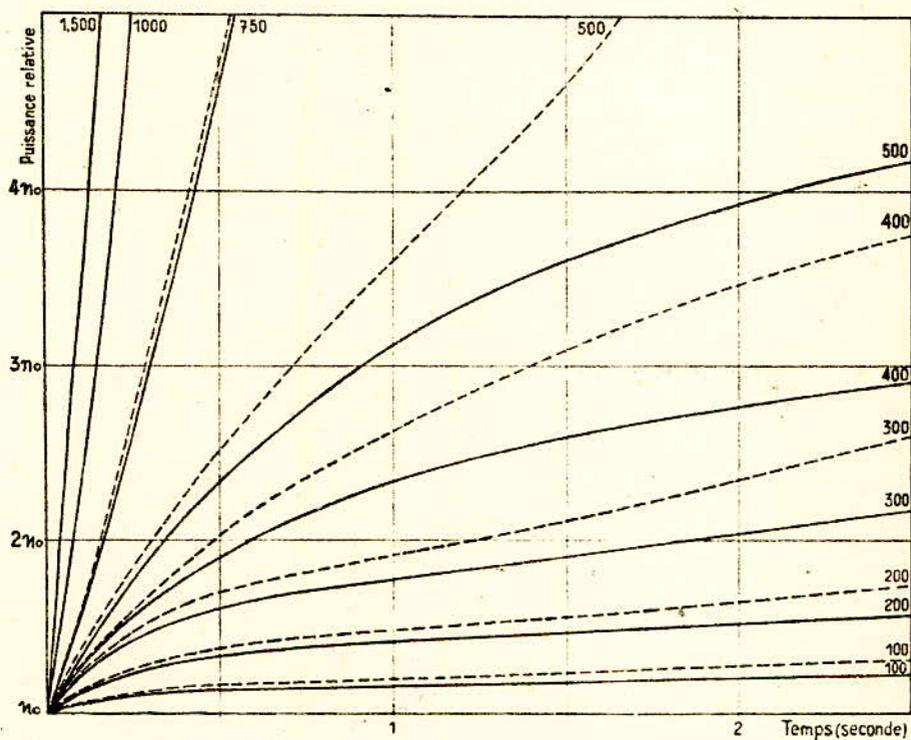


FIG. VIII. 1. — Evolution de la puissance à la suite de divers sauts positifs de la réactivité
 ——— coeff. temp. 1,2 pcm/°C - - - - - coeff. temp. 0 pcm/°C

$$\rho_p = \rho_X + \rho_S = - \frac{\gamma_I + \gamma_X + \gamma_P}{V.P.\epsilon} \quad (\text{VIII.47})$$

L'effet température est caractérisé par le coefficient :

$$\alpha_T = \frac{1}{K_{\text{eff}}} \cdot \frac{dK_{\text{eff}}}{dT} = \frac{d\rho}{dT} \quad (\text{VIII.48})$$

Désignons par ρ_T l'effet de la température sur la réactivité, on en déduit que si au démarrage le réacteur est presque en régime critique donc $\rho_0 \approx 0$ la réactivité après démarrage devient :

$$\rho = \rho_p + \rho_T + \rho_0 \approx \rho_p + \rho_T < 0 \quad (\text{VIII.49})$$

Ce résultat montre la nécessité de prévoir un excès de réactivité au départ pour compenser cette antiréactivité.

C'est précisément le rôle du pilotage et du contrôle qui feront l'objet du chapitre suivant.

IX. - FONCTION DE TRANSFERT ET CONTRÔLE DES REACTEURS

	Page
I. INTRODUCTION	1
II. FONCTION DE TRANSFERT	1
II.1 - CAS GENERAL	1
II.2 - FONCTION DE TRANSFERT SIMPLIFIEE	4
II.3 - FONCTION DE TRANSFERT DES REAC- TEURS DE PUISSANCE	6
III. EFFET POISON	7
IV. EFFET TEMPERATURE	10
V FONCTION DE TRANSFERT COMPTE TENU DES EFFETS POISON ET TEMPERATURE	13
VI. CONTRÔLE DU REACTEUR	14
VI.1 - PILOTAGE	14
VI.2 - COMPENSATION	15
VI.3 - SECURITE	16

IX. FONCTION DE TRANSFERT ET CONTROLE.

I. INTRODUCTION

Les paragraphes précédents nous ont montré que la puissance du réacteur est fonction de la réactivité.

Cette dernière peut varier sous l'effet de causes internes ou externes telles que température, poisons, structure... Une telle variation entraîne nécessairement un changement de la puissance laquelle influe à son tour sur les effets perturbateurs cités plus haut, il convient d'ajouter à ceci, l'effet du contrôle qui peut introduire une réactivité $\Delta\rho$ contrôle, si nécessaire.

Il apparaît alors de ce fait l'existence de boucles de réaction ou de contre réaction agissant sur le fonctionnement du réacteur.

Pour décrire un tel phénomène, il est commode de considérer le réacteur comme un élément d'une chaîne asservie et de traduire les lois physiques qui régissent son comportement sous forme de fonctions de transfert, ainsi chaque perturbation sera traduite par une boucle de retour.

Dans un premier temps, au cours du présent chapitre, nous traduirons le fonctionnement d'un réacteur idéal, faisant abstraction des perturbations, sous forme de fonction de transfert, ensuite on traduira chaque effet séparément. Et de la superposition des différents effets sur le réacteur idéal résultera la fonction de transfert exprimant le comportement réel du réacteur. Dans une dernière étape, nous introduirons le contrôle dont le principal rôle est d'assurer le bon fonctionnement du réacteur.

II. FONCTION DE TRANSFERT

II. 1. CAS GENERAL

L'évolution de la puissance proportionnelle au bilan neutronique est définie par les équations cinétiques :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\theta} n + \sum_i \lambda_i C_i \quad (\text{IX.1})$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i n}{\theta} - \lambda_i C_i \quad (\text{IX.2})$$

Les équations liées au fonctionnement du réacteur n'étant pas linéaires, on définit la fonction de transfert de ce dernier autour d'un point de fonctionnement caractérisé par les grandeurs

$$\rho_0 = \beta K = 0 \quad ; \quad C_i = C_{i0} \quad , \quad n = n_0 \quad (\text{IX.3})$$

Ce point de fonctionnement correspond au régime critique. Les conditions initiales étant :

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_{t=0} = 0 \quad \text{et} \quad \left(\frac{dC_i}{dt}\right)_{t=0} = 0 \quad \longrightarrow \quad C_{i0} = \frac{\beta_i n_0}{\lambda_i \theta} \quad (\text{IX.4})$$

Nous allons étudier l'effet d'une excitation sinusoïdale de réactivité d'amplitude faible et égale à $\Delta\rho$.

L'effet de l'excitation $\Delta\rho$ est de déplacer le point de repos.

$$C_i = C_{i0} + \Delta C_i \quad (\text{IX.5})$$

$$n = n_0 + \Delta n \quad (\text{IX.6})$$

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho = \Delta\rho \quad (\text{IX.7})$$

Les équations (IX.6) et IX.7) transposées dans (IX.1) et (IX.2) donnent :

$$\frac{d}{dt} (n_0 + \Delta n) = \frac{\Delta\rho - \beta}{\theta} (n_0 + \Delta n) + \sum_i \lambda_i (C_{i0} + \Delta C_i) \quad (\text{IX.8})$$

$$\frac{d}{dt} (C_{i0} + \Delta C_i) = \frac{\beta_i}{\theta} (n_0 + \Delta n) - \lambda_i (C_{i0} + \Delta C_i) \quad (\text{IX.9})$$

En négligeant le terme du second ordre $\Delta n \cdot \Delta\rho$ et β devant l'unité et en tenant compte de la relation (IX.4), il vient:

$$\frac{d}{dt} (\Delta n) = \frac{n_0 \Delta \rho}{\theta} - \beta \frac{\Delta n}{\theta} + \sum_i \lambda_i \Delta C_i \quad (\text{IX.10})$$

$$\frac{d}{dt} (\Delta C_i) = \frac{\beta_i \cdot \Delta n}{\theta} - \lambda_i \Delta C_i \quad (\text{IX.11})$$

Remplaçant l'opérateur $\frac{d}{dt}$ par p , on tire

$$p \Delta n = \frac{n_0}{\theta} \Delta \rho - \frac{\beta}{\theta} \Delta n + \sum_i \lambda_i \Delta C_i \quad (\text{IX.12})$$

$$p \Delta C_i = \frac{\beta_i \Delta n}{\theta} - \lambda_i \Delta C_i \quad (\text{IX.13})$$

La relation (IX.13) donne

$$\Delta C_i = \frac{\beta_i / \theta}{p + \lambda_i} \Delta n \quad (\text{IX.14})$$

Expression que l'on porte dans (IX.12) pour avoir :

$$p \Delta n = n_0 \frac{\Delta \rho}{\theta} - \frac{\beta}{\theta} \Delta n + \Delta n \sum_i \frac{\beta_i / \theta}{p + \lambda_i} \lambda_i \quad (\text{IX.15})$$

Sachant que

$$\sum_i \beta_i = \beta \quad (\text{IX.16})$$

il vient

$$\frac{\Delta n}{\Delta \rho} = \frac{n_0}{\theta} \frac{1}{p \left(1 + \frac{1}{\theta} \sum_i \frac{\beta_i}{p + \lambda_i} \right)} \quad (\text{IX.17})$$

expression qui représente la fonction de transfert du réacteur autour du point de repos choisi n_0 . Cette équation montre que la fonction de transfert dépend de n_0 ; donc de la puissance nominale de fonctionnement. Il est alors commode de définir une fonction de transfert normalisée

$$\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} = \frac{1}{p \theta} \frac{1}{1 + \frac{1}{\theta} \sum_i \frac{\beta_i}{p + \lambda_i}} \quad (\text{IX.18})$$

Cette expression montre que le gain $\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho}$ dépend de la durée de vie θ des neutrons dans le réacteur. Les courbes (IX.1; a, b et c) qui explicitent cette dépendance montrent que θ agit énormément sur le gain et le déphasage. Elles montrent que le réacteur se comporte de façon différente selon le domaine de fréquences.

Aux basses fréquences par exemple le réacteur se comporte comme un intégrateur. Ceci s'explique bien puisque lorsque ω est faible on a :

$$p + \lambda_i \approx \lambda_i \quad (\text{IX.19})$$

La relation (IX.18) se simplifie alors pour donner

$$\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} \approx \frac{1}{p \theta} \frac{1}{1 + \frac{1}{\theta} \frac{\beta}{\lambda}} = \frac{1}{p} \cdot \frac{\lambda}{(\theta + \beta)} \quad (\text{IX.20})$$

ce qui correspond bien à une pente de - 6 dB/octave et un déphasage de - 90°.

Aux pulsations élevées par contre on a :

$$p + \lambda_i \neq p \quad (\text{IX.21})$$

de sorte que la relation (IX.18) donne

$$\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} = \frac{1/\beta}{1 + p\theta/\beta} \quad (\text{IX.22})$$

expression qui montre l'existence d'un affaiblissement de 6 dB/octave. Cet effet est dû aux neutrons prompts.

Pour des pulsations moyennes enfin, la fonction de transfert présente un palier plus ou moins important selon la valeur de θ .

II.2. FONCTION DE TRANSFERT SIMPLIFIEE

Dans le cas où l'on ne considère qu'un seul groupe de neutrons retardés l'expression (IX.18) se simplifie pour donner

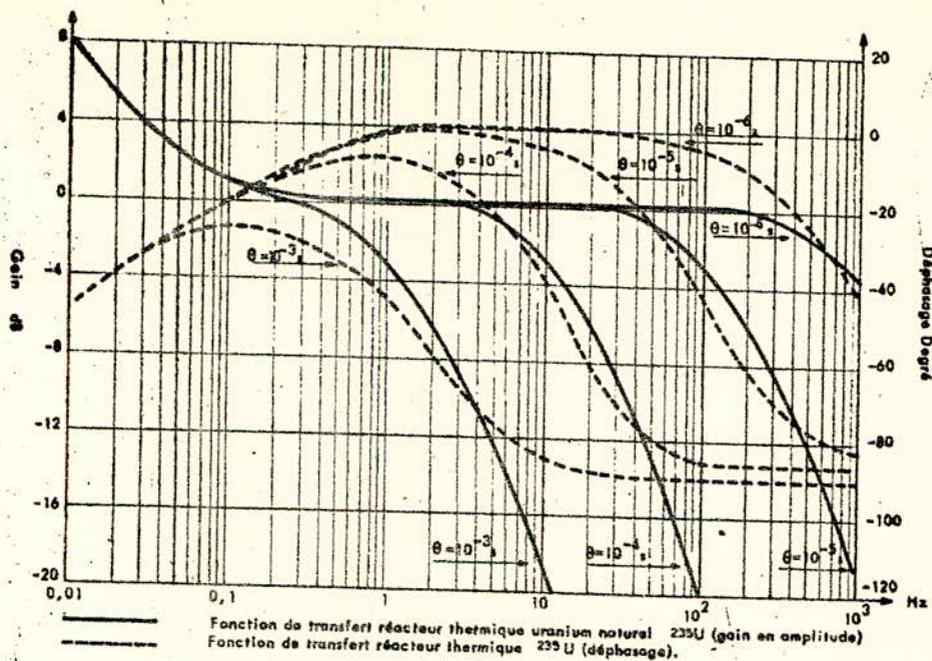


FIG. IX.1a.

Influence de la durée de vie des neutrons θ sur la fonction de transfert d'un réacteur à uranium naturel.

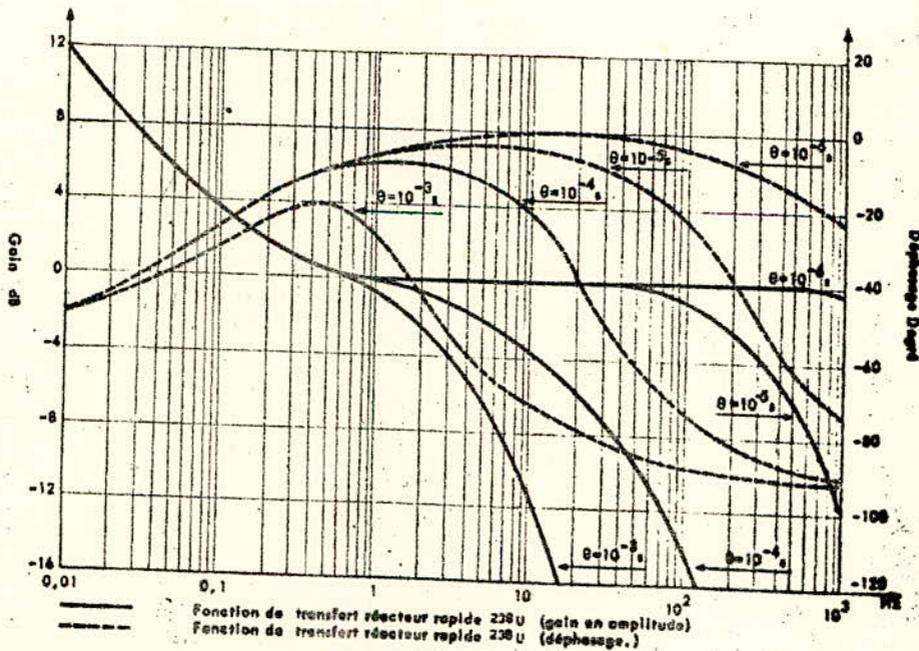


FIG. IX.1b.

Influence de la durée de vie des neutrons θ sur la fonction de transfert d'un réacteur rapide à ^{238}U .

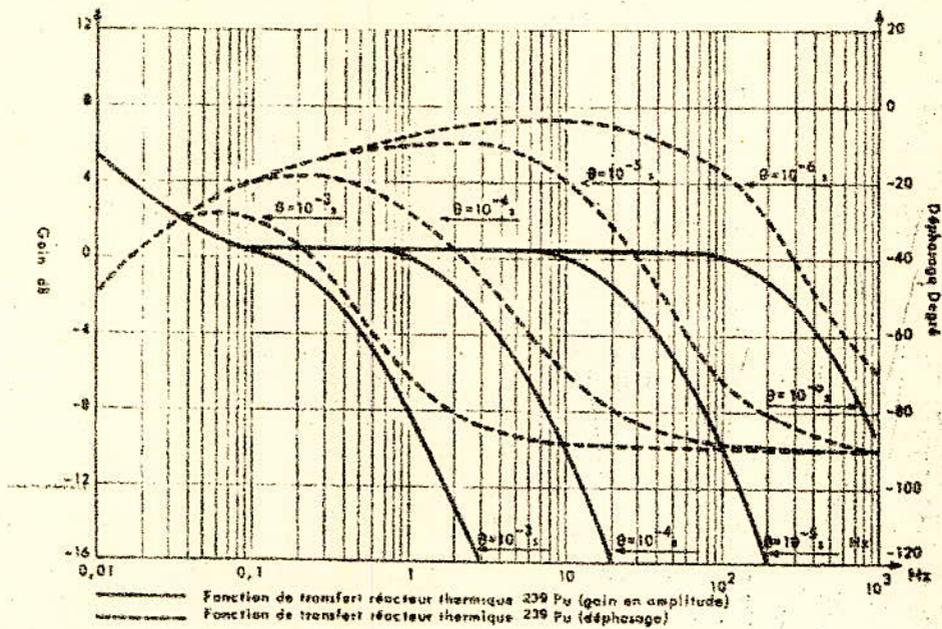


FIG. IX.1c. Influence de la durée de vie θ sur la fonction de transfert d'un réacteur au ²³⁹Pu.

$$\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} = \frac{1}{\theta} \frac{p + \lambda}{p (p + \lambda + \frac{\beta}{\theta})} \quad (\text{IX.23})$$

On peut généralement faire l'approximation

$$\beta \gg \lambda \theta \quad (\text{IX.24})$$

auquel cas

$$\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} \approx \frac{p + \lambda}{p \theta (p + \frac{\beta}{\theta})} \quad (\text{IX.25})$$

Cette expression montre que pour $\lambda < \omega < \frac{\beta}{\theta}$

$$\left| \frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} \right| = \left| \frac{\lambda + j \omega}{j \omega \theta (\frac{\beta}{\theta} + j \omega)} \right| \approx \frac{1}{\beta} \quad (\text{IX.26})$$

Cette expression montre que le gain ne dépend alors plus que de p dans le domaine de fréquences compris entre :

$$\omega_1 = \lambda \quad (\text{IX.27})$$

$$\omega_2 = \frac{\beta}{\theta} \quad (\text{IX.28})$$

Ce résultat montre que le gain sera le même pour tous les réacteurs utilisant le même combustible. Dans le cas où l'on ne considère que les neutrons prompts la fonction de transfert s'obtient en faisant

$$\beta = \lambda \approx 0 \quad (\text{IX.29})$$

ce qui conduit à

$$\left| \frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} \right| = \frac{1}{p \theta} \quad (\text{IX.30})$$

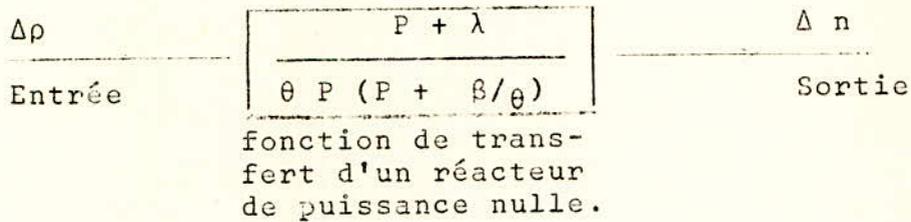
Le réacteur introduit alors un affaiblissement de 6 dB/octave et un déphasage de -90° .

L'expérience montre que les résultats que l'on vient d'établir dans le cas d'un groupe de neutrons retardés restent valables dans le cas général où l'on prend en considération les six groupes. Les figures IX.2 nous en donne une confirmation dans le cas d'un réacteur thermique ^{235}U .

C'est la raison pour laquelle pour des calculs simplifiés les résultats obtenus dans le cadre de la théorie à un seul groupe de neutrons retardés peuvent être largement suffisants.

Les courbes IX.2 montrent que pour des fréquences faibles le gain tend vers l'infini ce qui signifie que le réacteur devient instable.

En conclusion un réacteur de puissance nulle où n'interviennent ni les poisons ni la température peut être représenté par le schéma qui suit :



II.3. FONCTION DE TRANSFERT DES REACTEURS DE PUISSANCE

Les chapitres précédents nous ont permis de montrer que la puissance d'un réacteur est fonction de la réactivité. Or cette grandeur peut varier sous l'effet de deux causes l'une ayant une origine interne l'autre externe.

- Les causes internes principales sont au nombre de deux :

La température et l'effet des poisons.

L'effet de la température se manifeste par l'échauffement des structures du réacteur qui entraîne une variation des différents coefficients de température définis au chapitre précédent.

- Les causes externes sont dues au fait que certains moyens de contrôle du type barre de contrôle, comme l'indique par exemple la figure IX.3, utilisées pour assurer le démarrage du réacteur, la montée en puissance, la régularisation de puissance et l'arrêt d'un réacteur peuvent modifier les structures du coeur.

Le réacteur en fonctionnement peut donc être représenté par le schéma IX.4 qui met en évidence quatre blocs définis chacun par sa fonction de transfert propre.

1. La multiplication neutronique représente la fonction de transfert à puissance nulle.

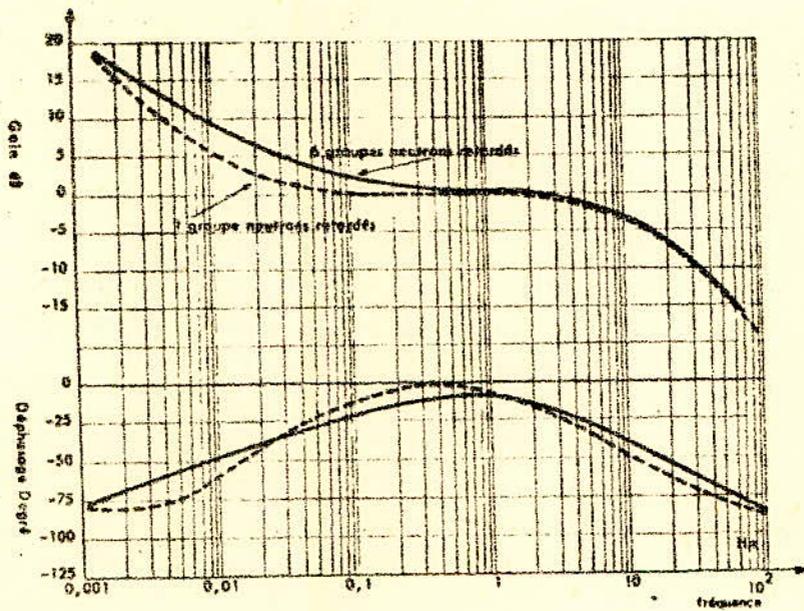


FIG. IX.2.

Fonction de transfert d'un réacteur.

--- Théorie à 1 groupe de neutrons retardés

— Théorie à 6 groupes de neutrons retardés

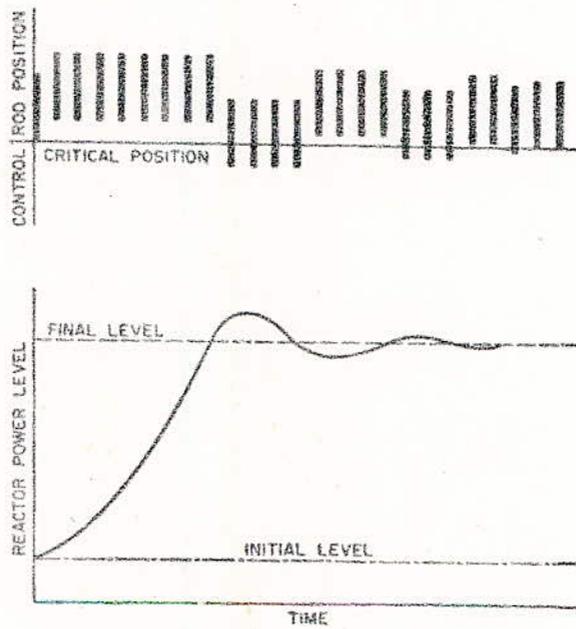
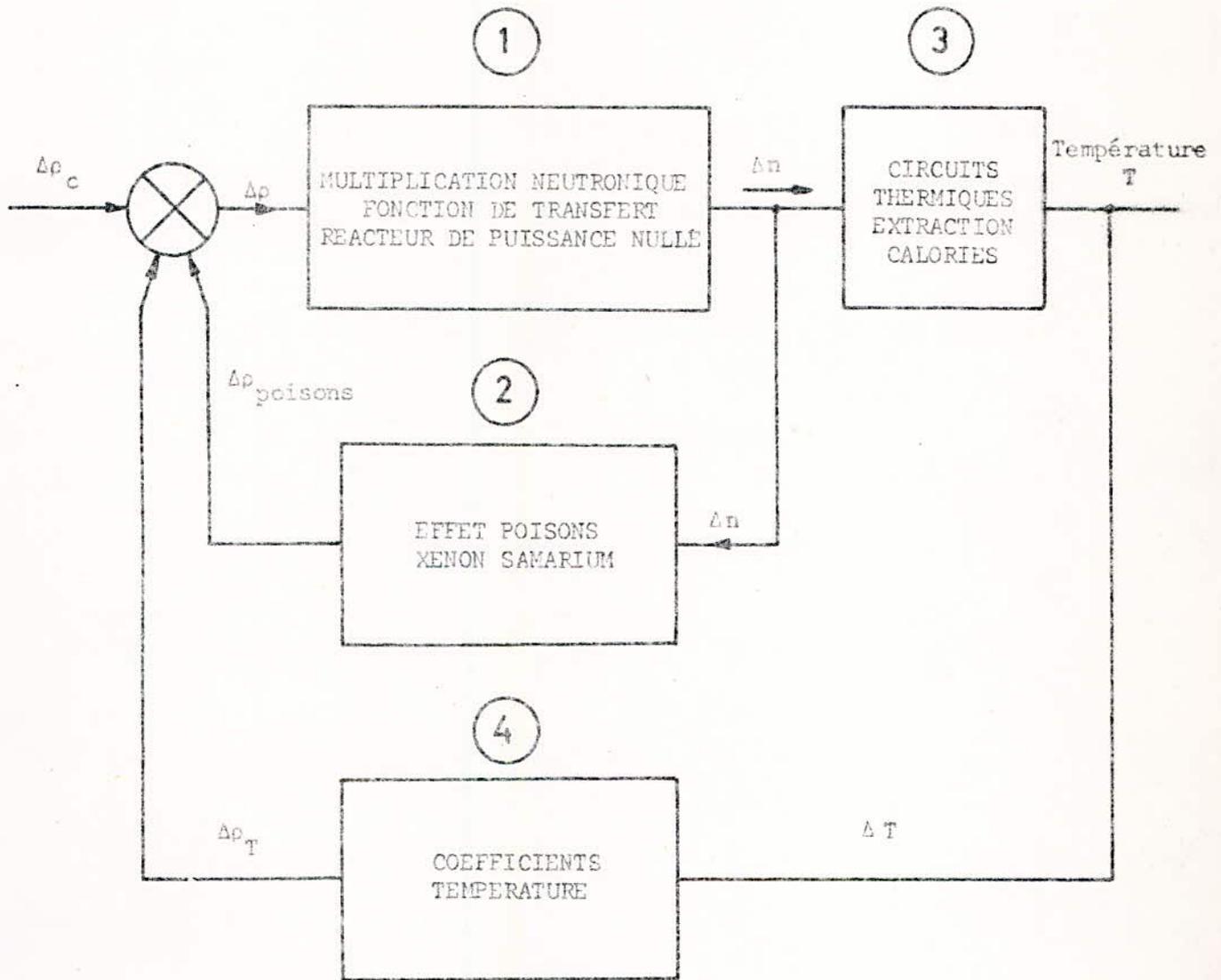


FIG. IX.3. Changement du niveau de puissance d'un réacteur et mouvements correspondants des barres de contrôle. (cas de faibles α_T).



$$\Delta \rho = \Delta \rho_T + \Delta \rho_{\text{poisons}} + \Delta \rho_{\text{contrôle}}$$

FIG. IX.4. FONCTION DE TRANSFERT GLOBALE
D'UN REACTEUR DE PUISSANCE.

- 2 - Le circuit thermique généralement du type échangeur
- 3 - Les effets poisons dont l'entrée est directement liée au flux.
- 4 - L'effet température dont l'entrée est directement liée à la sortie du circuit thermique.

En conclusion, le réacteur peut être considéré comme un élément de boucle fonctionnant au voisinage d'un point de fonctionnement proche de la criticité $\rho \approx 0$ et caractérisé par la grandeur n_0 .

Ce fonctionnement peut être caractérisé par une fonction de transfert $\frac{\Delta n}{\Delta \rho}$.

Les effets poisons, température, contrôle, introduits plus haut peuvent être caractérisés chacun par une réactivité propre de sorte que la réactivité résultante peut s'écrire :

$$\Delta \rho = \Delta \rho_{\text{poisons}} + \Delta \rho_{\text{température}} + \Delta \rho_{\text{contrôle}} \quad (\text{IX.31})$$

La figure IX.5 montre que le domaine d'action des différents effets cités plus haut sont nettement séparés. Il est donc possible d'étudier séparément les effets des différentes perturbations et d'appliquer finalement le principe de superposition.

III. EFFETS POISONS

Pour simplifier les calculs, nous restreindrons notre étude au cas de l'empoisonnement par le xénon seulement. L'étude de l'effet de l'empoisonnement par le Samarium peut être faite de façon similaire.

La figure IX. 6 précise la boucle à considérer.

Nous avons étudié en détail plus haut les effets du xénon sur la réactivité.

Les équations régissant l'évolution du xénon peuvent s'écrire :

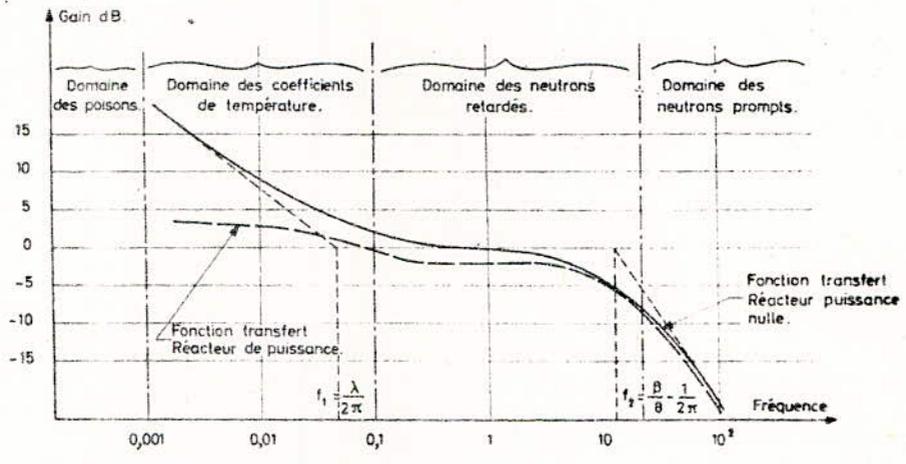
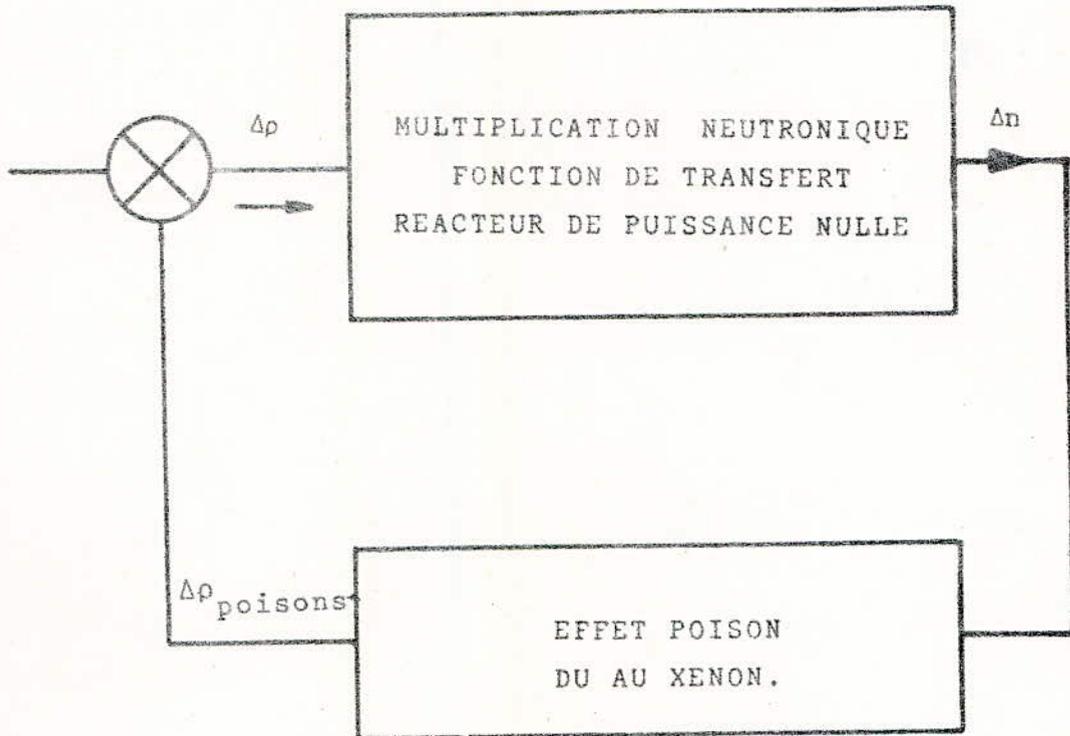


FIG. IX.5. Domaine d'action en fréquence des différents effets qui entrent en jeu pendant le fonctionnement d'un réacteur.



$$\frac{dx}{dt} = \lambda_I i + \gamma_X \phi - \sigma_{ax} x \phi - \lambda_X x \quad (\text{IX.32})$$

$$\frac{di}{dt} = \gamma_I \phi - \lambda_I i \quad (\text{IX.31})$$

Les grandeurs x et i étant des variables réduites, définies par les relations :

$$x = \frac{X}{\Sigma_f} \quad i = \frac{I}{\Sigma_f}$$

La fonction de transfert du bloc "Effets poisons" est définie au voisinage du point de repos :

$$\phi = \phi_0 \quad x = x_0 \quad i = i_0 \quad (\text{IX.33})$$

Les grandeurs x_0 et i_0 étant liées par les équations d'équilibre définies par la relation que nous rappelons ici

$$x_0 = \frac{(\gamma_I + \gamma_X) \phi_0}{\lambda_X + \sigma_{ax} \cdot \phi_0} \quad (\text{IX.34})$$

sous l'effet d'une perturbation supposée sinusoïdale, le point de fonctionnement sera caractérisé par les grandeurs :

$$x = x_0 + \Delta x \quad (\text{IX.35})$$

$$i = i_0 + \Delta i \quad (\text{IX.36})$$

$$\phi = \phi_0 + \Delta \phi \quad (\text{IX.37})$$

Si l'on remplace $\frac{d}{dt}$ par p et si l'on tient compte des relations (IX.35 à 37), les équations (IX.31 et 32) deviennent:

$$P(x_0 + \Delta x) = \lambda_I (i_0 + \Delta i) + \gamma_{ax} (\phi_0 + \Delta \phi) - \sigma_{ax} (x_0 + \Delta x) (\phi_0 + \Delta \phi) - \lambda_X (x_0 + \Delta x) \quad (\text{IX.38})$$

$$P(i_0 + \Delta i) = \gamma_I (\phi_0 + \Delta \phi) - \lambda_I (i_0 + \Delta i) \quad (\text{IX.39})$$

d'où l'on tire la fonction de transfert :

$$\frac{\Delta x}{\Delta \phi} = \frac{\gamma_I \lambda_I + (\gamma_X - \sigma_{aX} x_0)(P + \lambda_I)}{(P + \lambda_X + \sigma_{aX} \phi_0)(P + \lambda_I)} \quad (\text{IX.40})$$

$$\lambda_X = 2,09 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$\gamma_I = 6,1 \cdot 10^{-2}$$

$$\gamma_X = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{aX} = 2,7 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$$

La figure (IX.7) donne l'allure de (Δx) , pour différentes valeurs du flux neutronique initial. $(\Delta \bar{\phi})$

Le fait que ϕ peut être considéré comme étant proportionnel à n en première approximation :

$$\phi = a \cdot n \quad (\text{IX.41})$$

entraîne que :

$$\frac{\Delta x}{\Delta n} = a \frac{\gamma_I \lambda_I + (\gamma_X - \sigma_{aX} x_0)(P + \lambda_I)}{(P + \lambda_X + \phi_{aX} \cdot \phi_0)(P + \lambda_I)} \quad (\text{IX.42})$$

ou encore en introduisant l'antiréactivité du xénon, compte tenu de la valeur réduite de X :

$$\rho = x \cdot \sigma_{aX} \frac{\Sigma_f}{\Sigma_c} \quad (\text{IX.43})$$

On déduit :

$$\Delta \rho = \sigma_{aX} \frac{\Sigma_f}{\Sigma_c} \Delta x \quad (\text{IX.44})$$

Comme on peut écrire :

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta n} = \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta n} \quad (\text{IX.45})$$

Il vient, compte tenu de (IX.44) et (IX.42) :

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta n} = \sigma_{aX} \cdot \frac{\Sigma_f}{\Sigma_c} \cdot a \cdot \frac{\gamma_I \lambda_I + (\gamma_X - \sigma_{aX} x_0)(P + \lambda_I)}{(P + \lambda_X + \sigma_{aX} \phi_0)(P + \lambda_I)} \quad (\text{IX.46})$$

La fonction de transfert de la boucle de retour : "Poison", est ainsi déterminée.

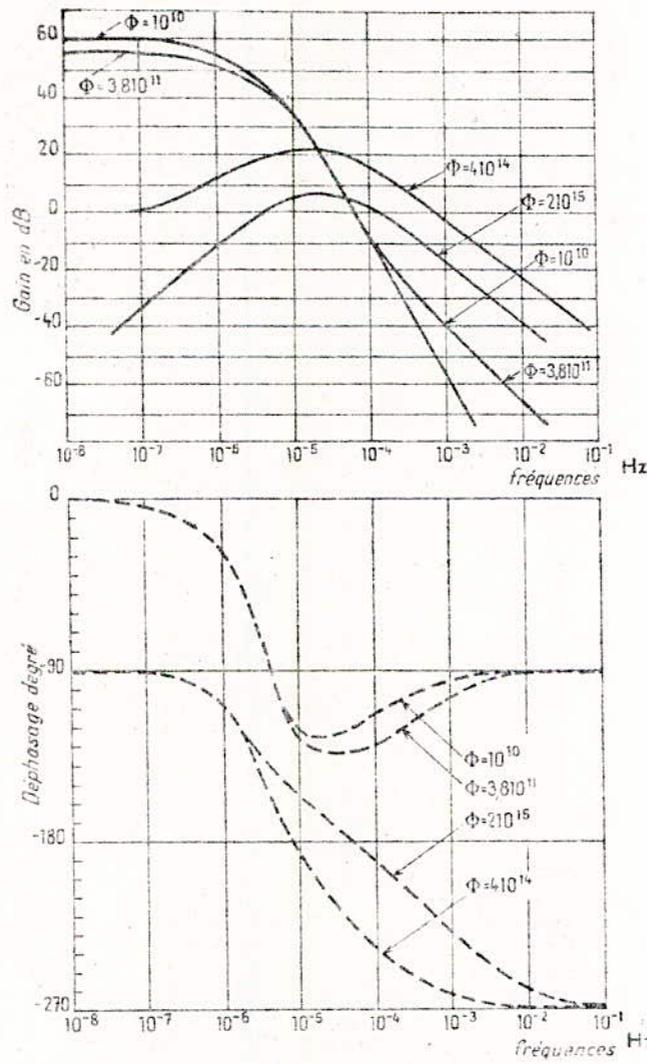


FIG. IX.7 — Gain et déphasage de la fonction de transfert $\frac{\Delta x}{\Delta \Phi}$ en fonction de Φ pour

$$\Phi = 3,8 \cdot 10^{11} \quad x_E = \frac{Y_2}{\sigma_2} \quad \text{à partir de} \quad \Phi = 4 \cdot 10^{14} \quad x_E = \frac{Y_1 \pm Y_2}{\sigma_2}$$

IV. EFFET TEMPERATURE

L'étude de l'effet température schématisée par la figure IX. 8 est extrêmement complexe dans le cas général. C'est la raison pour laquelle, nous limiterons notre étude au cas simple d'un réacteur à uranium enrichi, modéré et refroidi à l'eau légère, dont le schéma général est donné figure IX.9.

L'étude d'un tel bloc sera faite moyennant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

- la température d'entrée T_e est constante
- l'élévation de la température ne sert qu'à échauffer le refroidisseur

- le coefficient de température α sera supposé égal au coefficient α_m du modérateur.

La température moyenne T_m de l'eau est égale à :

$$T_m = \frac{T_s + T_e}{2} \quad (\text{IX.47})$$

Si Q est le débit massique de l'eau du refroidisseur, M la masse d'eau contenue dans le coeur du réacteur, C la chaleur massique du réacteur l'augmentation de la Puissance neutronique contribue à élever la température de ΔT_m selon l'expression :

$$n = Q.C (T_s - T_e) + M C \frac{dT_m}{dt} \quad (\text{IX.48})$$

comme lorsque le réacteur est stable :

$$\frac{dT_m}{dt} = 0 \rightarrow n_0 = Q.C (T_{s_0} - T_e) \quad (\text{IX.49})$$

puisque T_e est supposée constante, on a naturellement d'après (IX.47) :

$$T_{m_0} = \frac{T_{s_0} + T_e}{2} \quad (\text{IX.50})$$

Sous l'effet d'une perturbation quelconque, les grandeurs T_s ; T_m ; n varient autour de leur valeur d'équilibre selon :

$$T_s = T_{s_0} + \Delta T_s \quad (\text{IX.51})$$

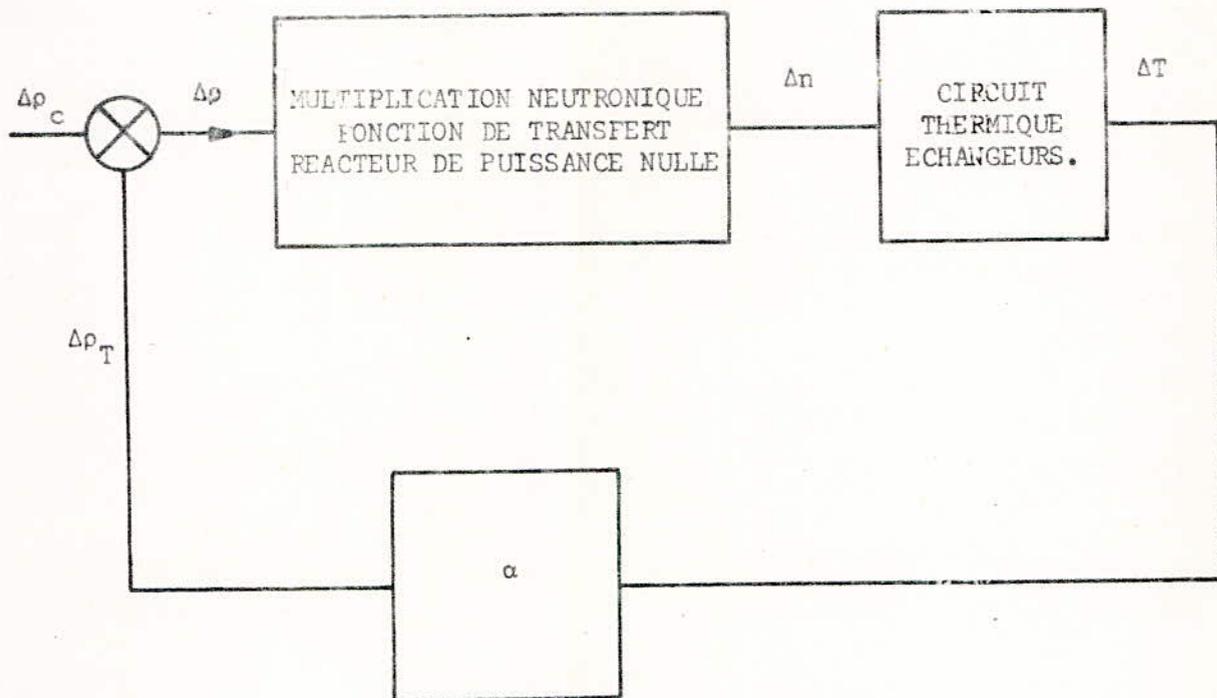


FIG. IX.8. EFFET TEMPERATURE.

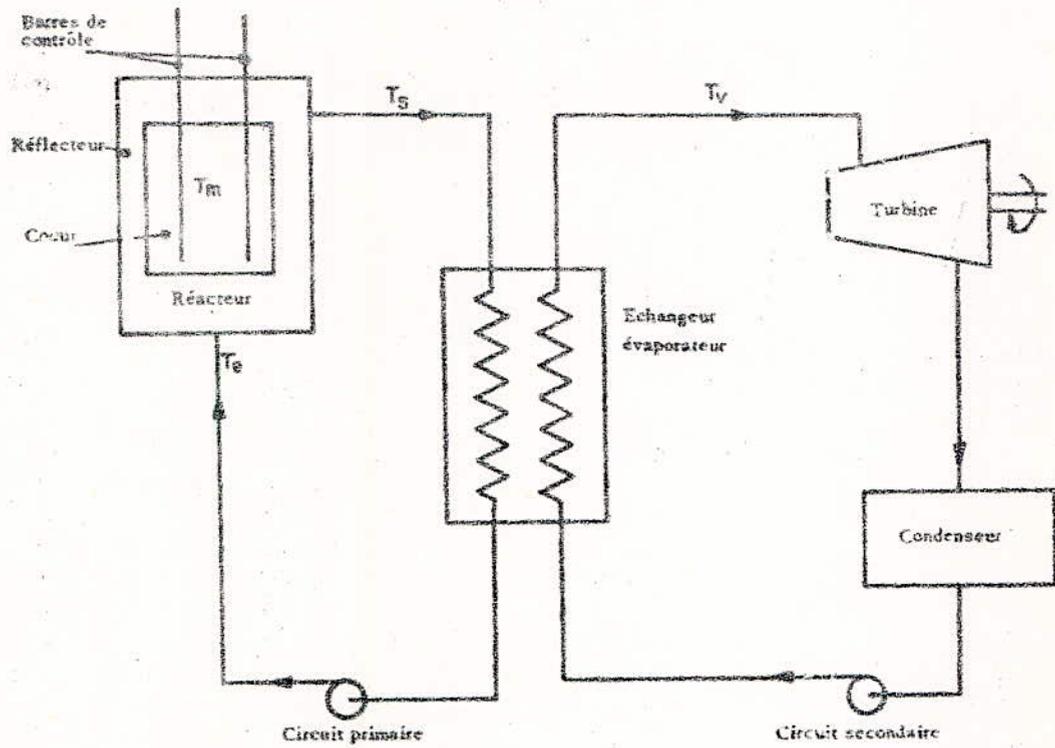


FIG. IX.9.

Schéma de principe simplifié d'un réacteur
avec circuits thermiques et échangeurs

$$T_m = T_{m0} + \Delta T_m \quad (\text{IX.52})$$

$$n = n_0 + \Delta n \quad (\text{IX.53})$$

Compte tenu du fait que le coefficient de température α_m est lié à la réactivité ρ_T par la relation :

$$\alpha_m = \frac{\Delta \rho_T}{\Delta T_m} \quad (\text{IX.54})$$

L'équation (IX.48) devient :

$$n_0 + \Delta n = Q.C (T_s + \Delta T_{s0} - T_e) + M C \frac{d}{dt} (T_{m0} + \Delta T_m) \quad (\text{IX.55})$$

Ce qui donne compte tenu de (IX.51) et (IX.52) :

$$\Delta n = \Delta T_m (p.M.C + 2 Q C) \quad (\text{IX.56})$$

avec

$$p = \frac{d}{dt}$$

Compte tenu des relations (IX.54) et (IX.56), on tire la fonction de transfert du bloc effet température :

$$\frac{\Delta \rho_T}{\Delta n} = \frac{\alpha_m / 2 Q C}{1 + \frac{M}{2 Q} p} \quad (\text{IX.57})$$

fonction qui est de la forme :

$$\frac{\Delta \rho_T}{\Delta n} = \frac{A}{1 + \tau p} \quad (\text{IX.58})$$

avec :

$$A = \alpha_m / 2 Q C \quad (p.c.m / M W) \quad (\text{IX.59})$$

$$\tau = \frac{2 Q}{M} \quad (\text{IX.60})$$

La fonction (IX.58) montre que la bloc effet température agit comme une boucle de réaction si $\alpha_m > 0$ soit comme boucle de contre réaction dans le cas contraire. Une telle boucle est représentée par la figure IX.10.

Compte tenu de la fonction de transfert du réacteur établie en (IX.25)

$$\frac{p + \lambda}{p \theta (p + \beta/\theta)} \quad (\text{IX.61})$$

on peut définir la fonction de transfert globale du réacteur par la relation :

$$\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} = \frac{\frac{p + \lambda}{p \theta (p + \beta/\theta)}}{1 + \frac{p + \lambda}{p \theta (p + \beta/\theta)} \cdot \frac{\alpha_m/2 Q C}{1 + p \frac{M}{2 Q}}} \quad (\text{IX.62})$$

d'où après simplification :

$$\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} = \frac{(p + \lambda) \left(1 + p \frac{M}{2 Q}\right)}{(p + \lambda) \frac{\alpha_m}{2 Q C} + p \theta \left(p + \frac{\beta}{\theta}\right) \left(1 + p \frac{M}{2 Q C}\right)} \quad (\text{IX.63})$$

Une telle fonction de transfert globale dont les diagrammes du gain et de la phase sont représentés sur la figure (IX.12) est schématisée figure (IX.11).

Dans le domaine des basses fréquences ($\omega \rightarrow 0$), le gain tend vers la valeur :

$$\frac{\alpha_m}{2 Q C} \quad (\text{IX.64})$$

Valeur constante quelque soit n_0 . Ainsi une variation de réactivité dans le réacteur entraîne une variation de puissance égale à :

$$\Delta n = \frac{2 Q C}{\alpha_m} n_0 \cdot \Delta \rho \quad (\text{IX.65})$$

Le réacteur se comporte comme un dipôle linéaire, il est stable.

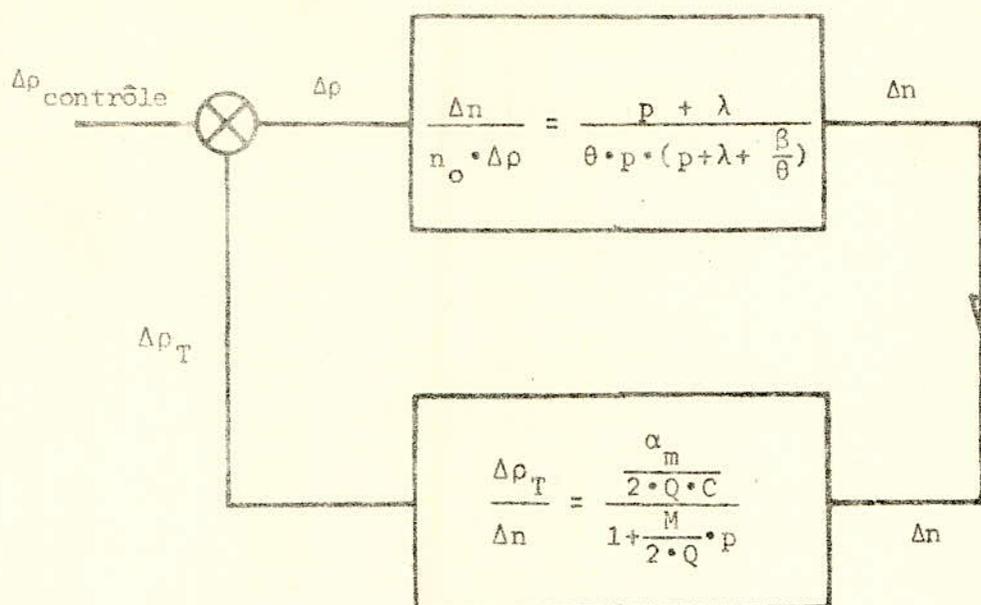


FIG. IX.10. Fonction de transfert d'un réacteur de puissance mettant en évidence la contre-réaction due à l'effet température.

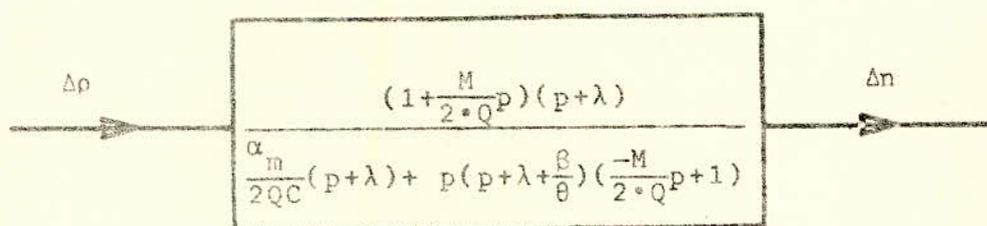


FIG. IX.11. Fonction de transfert d'un réacteur compte tenu de l'effet température.

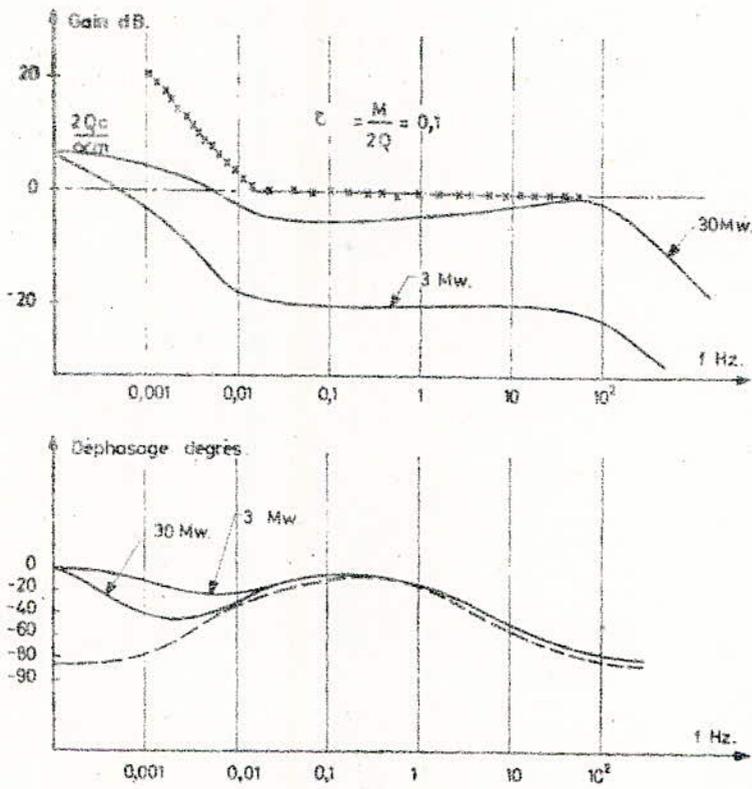


FIG. IX.12. Diagrammes du gain et de la phase de la fonction de transfert globale d'un réacteur de puissance.

Dans le domaine des fréquences élevées, le réacteur se comporte comme s'il n'y avait pas de coefficient de température, en effet, puisque :

$$\frac{\alpha_m}{2 Q C} (p + \lambda) \ll \theta p \left(p + \frac{\beta}{\theta} \right) \left(1 + \frac{M}{2QC} p \right) \quad (\text{IX.66})$$

Ainsi il se comporte comme un réacteur de puissance nulle.

V. FONCTION DE TRANSFERT COMPTE TENU DES EFFETS

POISONS ET TEMPERATURE

Dans le cas où les effets "Poisons" et "Température" coexistent le fonctionnement d'un réacteur à Uranium enrichi, modéré et refroidi à l'eau légère est schématisé par la figure (IX.13).

Si on pose :

$F(p)$: Fonction de transfert d'un réacteur de puissance nulle (IX.67)

$G(p)$: Fonction de transfert du bloc température (IX.68)

$H(p)$: Fonction de transfert des poisons

La fonction de transfert globale du réacteur compte tenu des deux effets est :

$$\frac{F(p)}{1 + \frac{F(p) \cdot G(p)}{1 + \frac{F(p) \cdot H(p)}{1 + F(p) \cdot G(p)}}} \quad (\text{IX.69})$$

ou encore :

$$\frac{F(p)}{1 + F(p) \{ H(p) + G(p) \}} \quad (\text{IX.70})$$

La fonction de transfert globale est longue à écrire. On se contentera alors d'un cas particulier.

Nous avons vu que dans le domaine des fréquences très basses, la fonction de transfert d'un réacteur à Uranium

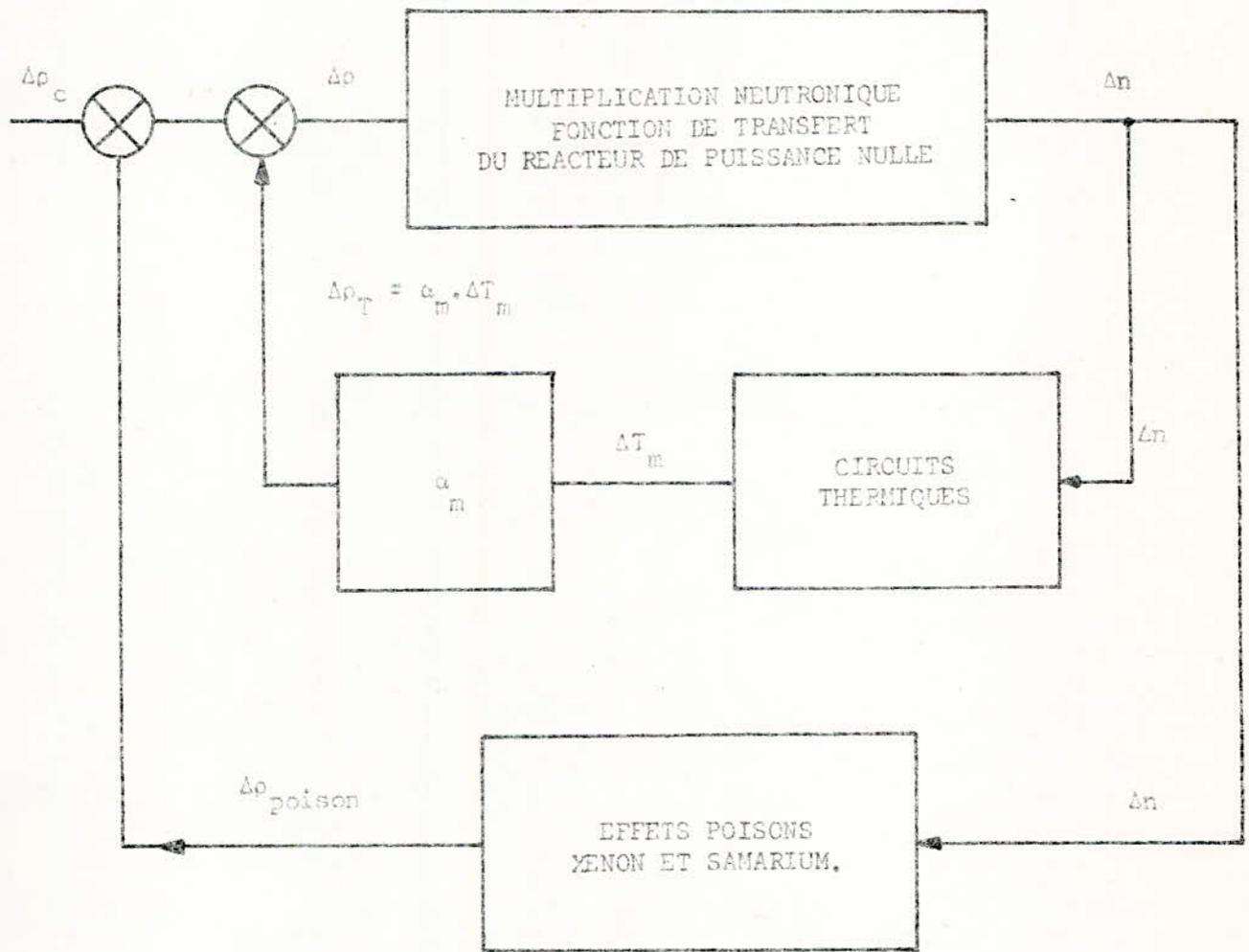


FIG. IX.13. FONCTION DE TRANSFERT DU REACTEUR
 COMPTE TENU DES EFFETS POISON ET TEMPERATURE.

enrichi, modéré et refroidi à l'eau légère, compte tenu seulement de la cinétique et du coefficient de température, se réduit à :

$$\frac{2 Q C}{\alpha_m} \quad (\text{IX.71})$$

Connaissant les définitions (IX.67) et (IX.68) il vient :

$$\frac{F(p)}{1 + F(p) G(p)} = \frac{2 Q C}{\alpha_m} \quad (\text{IX.72})$$

Compte tenu de (IX.46) qui exprime la boucle de retour due à l'effet Xénon, on déduit alors aisément la fonction de transfert globale d'un réacteur en basses fréquences :

$$\frac{\Delta n}{n_0 \Delta \rho} = \frac{\frac{2 Q C}{\alpha_m}}{1 + \frac{2 Q C}{\alpha_m} \cdot a \cdot \sigma_{aX} \cdot \frac{\sum_f}{\sum_c} \cdot \frac{\lambda_I \gamma_I + (\gamma_X - \sigma_{aX} x_0)(p + \lambda_I)}{(p + \lambda_X + \sigma_{aX} \phi_0)(p + \lambda_I)}} \quad (\text{IX.73})$$

VI. CONTROLE DU REACTEUR

Les chapitres précédents nous ont montré que les perturbations qui affectent le fonctionnement du réacteur peuvent conduire à des catastrophes.

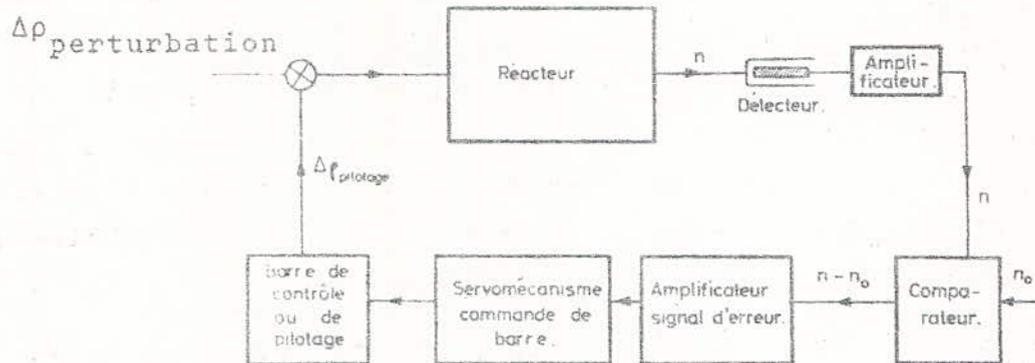
Il est donc impérieux de prévoir un moyen de contrôler le réacteur afin que l'on puisse en assurer le bon fonctionnement dans des conditions absolues de sécurité.

Le contrôle, dans les réacteurs, recouvre trois missions bien distinctes :

- Pilotage, Compensation et Sécurité.

VI.1. PILOTAGE

Le pilotage, sert à maintenir la puissance d'un réacteur à une valeur désirée et ce, quelles que soient les perturbations. Il assure un rôle de régulateur. Par exemple il doit s'opposer à toute cause qui tendrait à augmenter la réactivité au delà d'une valeur fixée au départ.



REPRESENTATION DE LA BOUCLE DE PILOTAGE.

Ce rôle est assuré par des corps très absorbants de neutrons, appelés barres de pilotage. Ces dernières sont composées de produits absorbants tels que Bore, Cadmium.... Lorsqu'on enfonce les barres on augmente la concentration des produits absorbants ce qui assure l'augmentation de l'antiréactivité.

L'effet contraire est obtenu lorsqu'on retire les barres. La figure (IX.14) donne un exemple d'action des barres. Quand à la figure (IX.15), elle représente le schéma de principe d'un réacteur muni d'un dispositif de contrôle.

Le pilotage automatique est réalisé essentiellement grâce à des dispositifs électroniques.

Le détecteur convertit la densité neutronique, existant dans le coeur du réacteur, en une grandeur électrique qui est appliquée à un comparateur, comparée à une grandeur électrique de référence correspondant à la densité de neutrons désirée, donc à la puissance désirée.

La tension d'erreur du comparateur agit sur un système électronique qui commande à son tour les barres de contrôle, afin de les descendre ou de les monter selon que la tension d'erreur est positive ou négative, ou bien si celle ci est nulle, le système en question restera indifférent. La figure ci-contre schématise un système de commande des barres.

VI. 2. COMPENSATION

Pour permettre le démarrage du réacteur, on doit prévoir un excès de matière fissile. Ceci, peut entraîner une augmentation du facteur de multiplication. Il est donc nécessaire de prévoir une masse absorbante appelée poison consommable afin de ramener le facteur de multiplication à une valeur voisine de l'unité. Cette masse doit être prévue de façon à être consommée au fur et à mesure de l'usure du combustible.

L'effet des poisons consommables sur la réactivité est donné figure (IX.16).

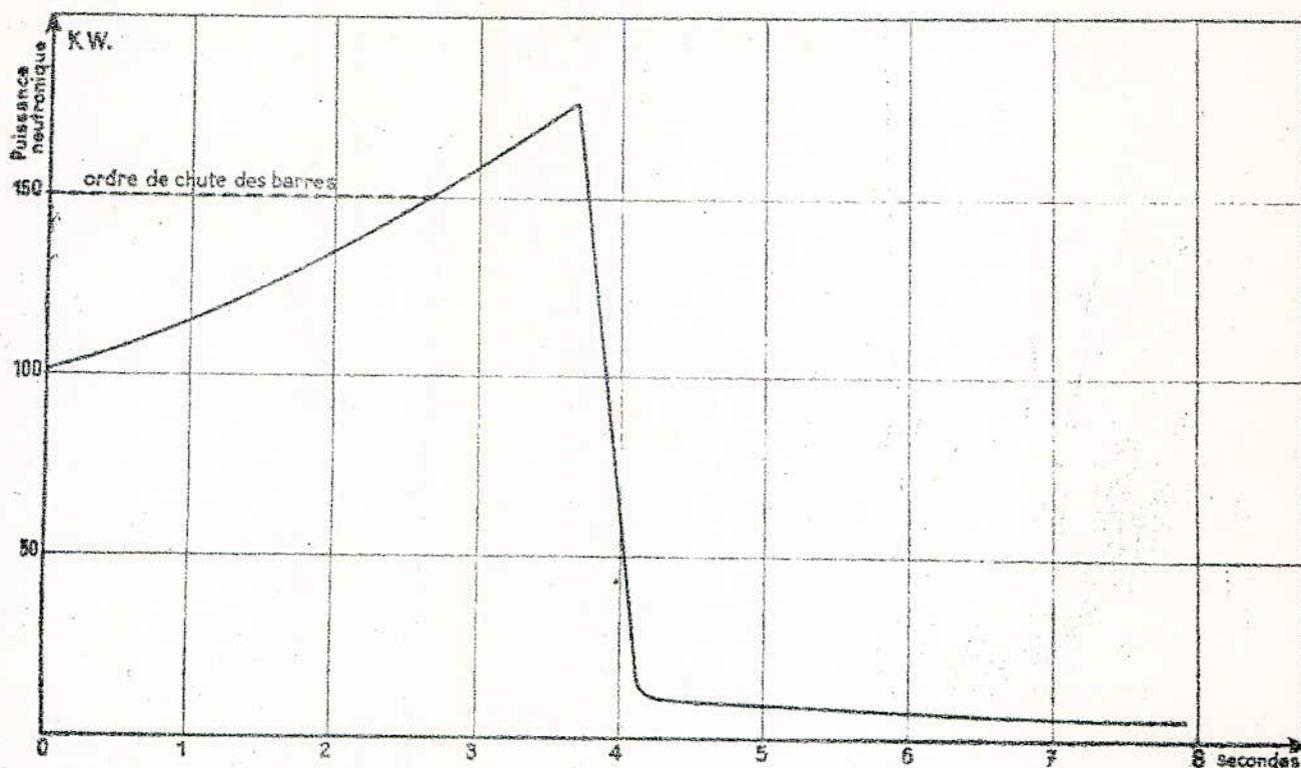


FIG. IX.14. Exemple de mouvements de barres de contrôle au sein d'un réacteur et variation de puissance neutronique correspondante.

- Montée linéaire: 1pcm/s
- Chute de 4000pcm en $2/10^3$ s avec un retard de 1s.

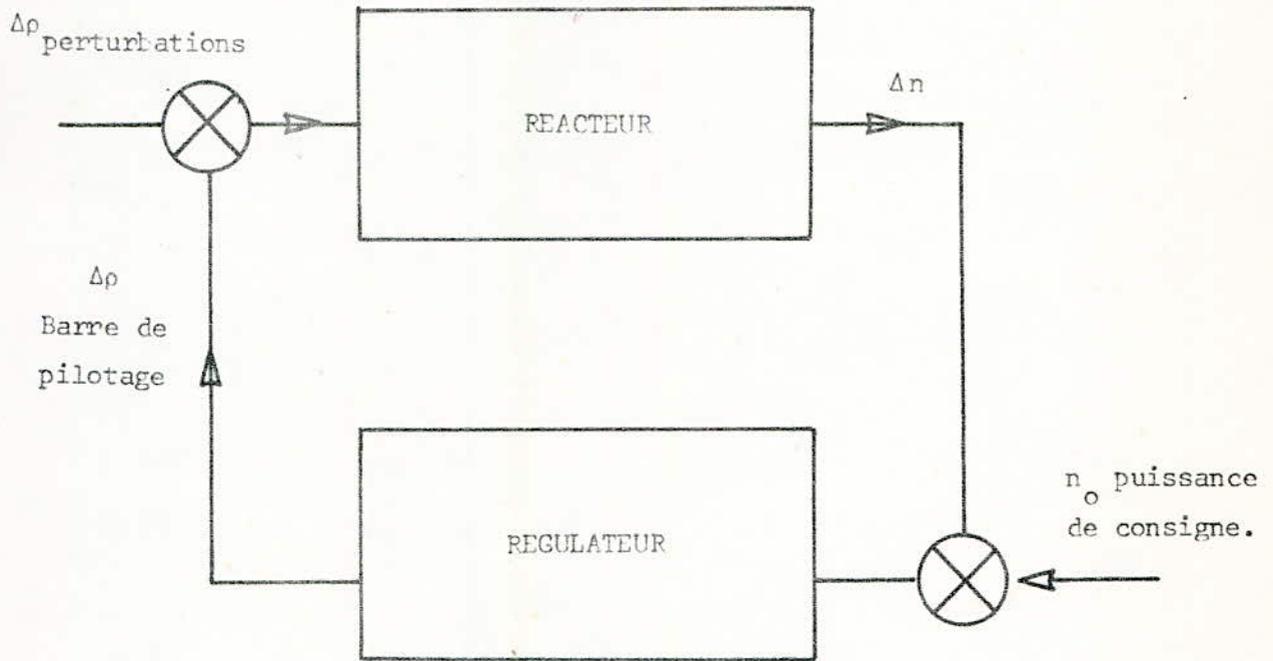
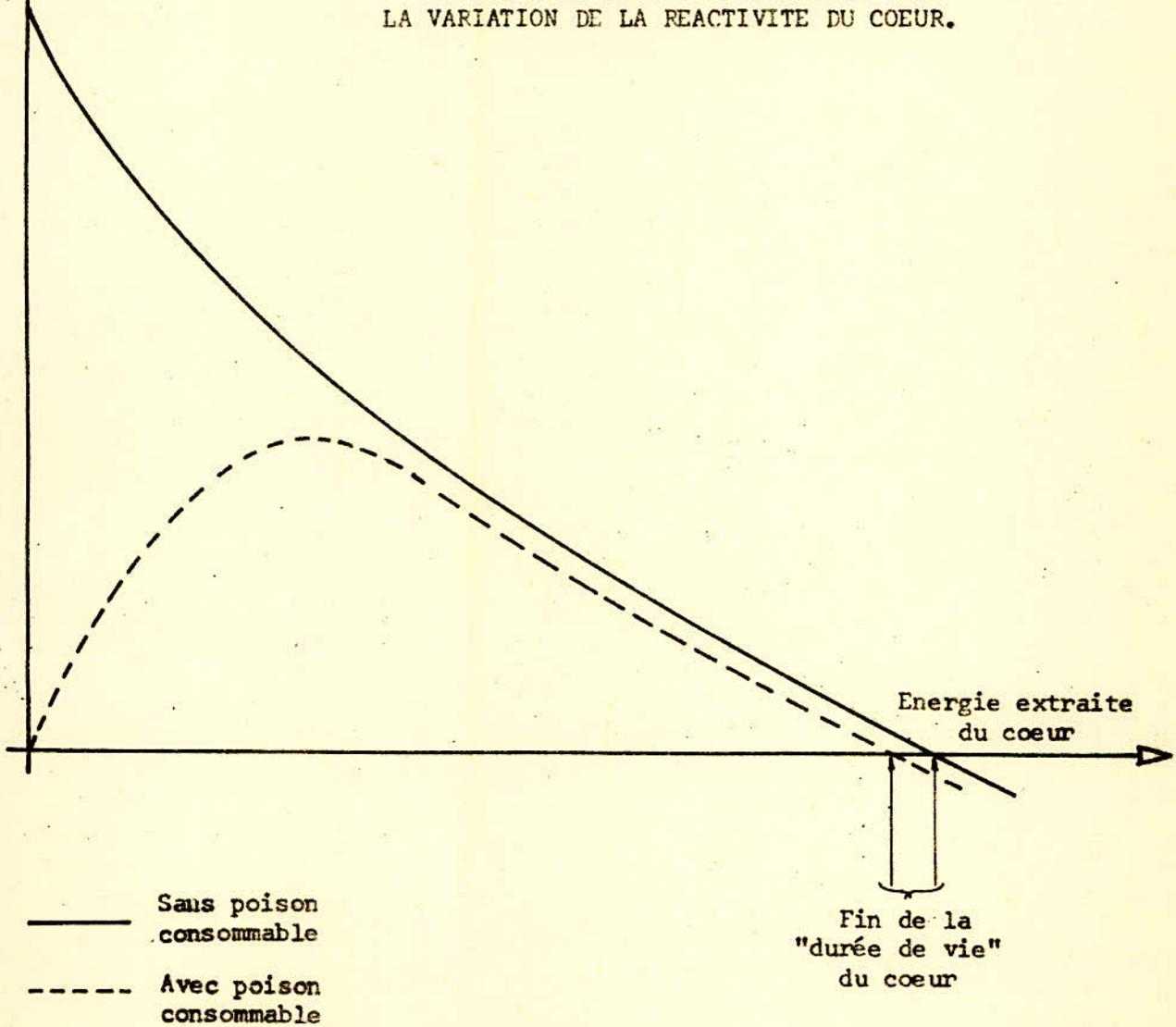


FIG. IX.15. Pilotage automatique des réacteurs à puissance constante.

ρ
REACTIVITE

FIG. IX.16

EFFET D'UN POISON CONSOMMABLE SUR
LA VARIATION DE LA REACTIVITE DU COEUR.



VI.3. SECURITE

Les études de sécurité s'attachent à rendre nul tout risque d'accident, et à écarter tous les dangers.

Seulement et malheureusement quelque soit l'importance des prévisions, et même si le contrôle est très satisfaisant, il y a toujours une probabilité quoique très faible de rupture de gains et des risques d'emballement, qui peuvent avoir des conséquences très graves dans tous les domaines tant sur le plan humain que sur le plan économique.

Les figures (IX.17, 18, 19) illustrent ces phénomènes.

On doit pouvoir injecter une très grande antiréactivité capable d'arrêter instantanément le réacteur ou de diminuer très fortement le flux de neutrons, si la situation l'exige, c'est à dire si l'un des appareils de contrôle (détecteur.....) signale un quelconque accident. Des barres très absorbantes, dites "barres noires", sont prévues à cet effet. Elles sont suspendues au-dessus du réacteur et toujours prêtes à entrer en action.

Le tableau qui suit donne le bilan de réactivité de plusieurs réacteurs dont les objectifs sont différents.

	SILOE Réacteur expérimental, uranium enrichi eau légère (15 MW)	MÉLUSINE II Réacteur expérimental, type piscine, uranium enrichi eau légère (2 MW)	ULYSSE Réacteur expérimental, uranium enrichi eau légère (100 W)	EL 4 Réacteur puissance uranium légèrement enrichi eau lourde (240 MW)	E. D. F. II Réacteur puissance uranium naturel, graphite gaz (800 MW)
Coefficient température combustible				1 000	800
Coefficient température modérateur	200	200	250	650	1 000
Empoisonnement xénon à l'équilibre	3 400	3 400	300	2 800	2 000
Compensation évolution, empoisonnement xénon après arrêt.	800	800			
Empoisonnement samarium	0	0	170	600	
Usure du combustible	2 000	2 000	60		1 300
Manipulation expériences	1 000	1 000	400		
Réserve pour le pilotage	500	500		500	200
Réserve de réactivité, pile vierge.	7 900	7 900	1 180	5 550	4 300
Anti-réactivité, barres de contrôle.	15 300	14 000	4 000	10 000	6 300
Anti-réactivité, barre de contrôle à l'intérieur du cœur	7 400	6 100	2 820	4 450	2 000

— Bilan de réactivité (en p. c. m.)
pour différents types de réacteurs nucléaires.

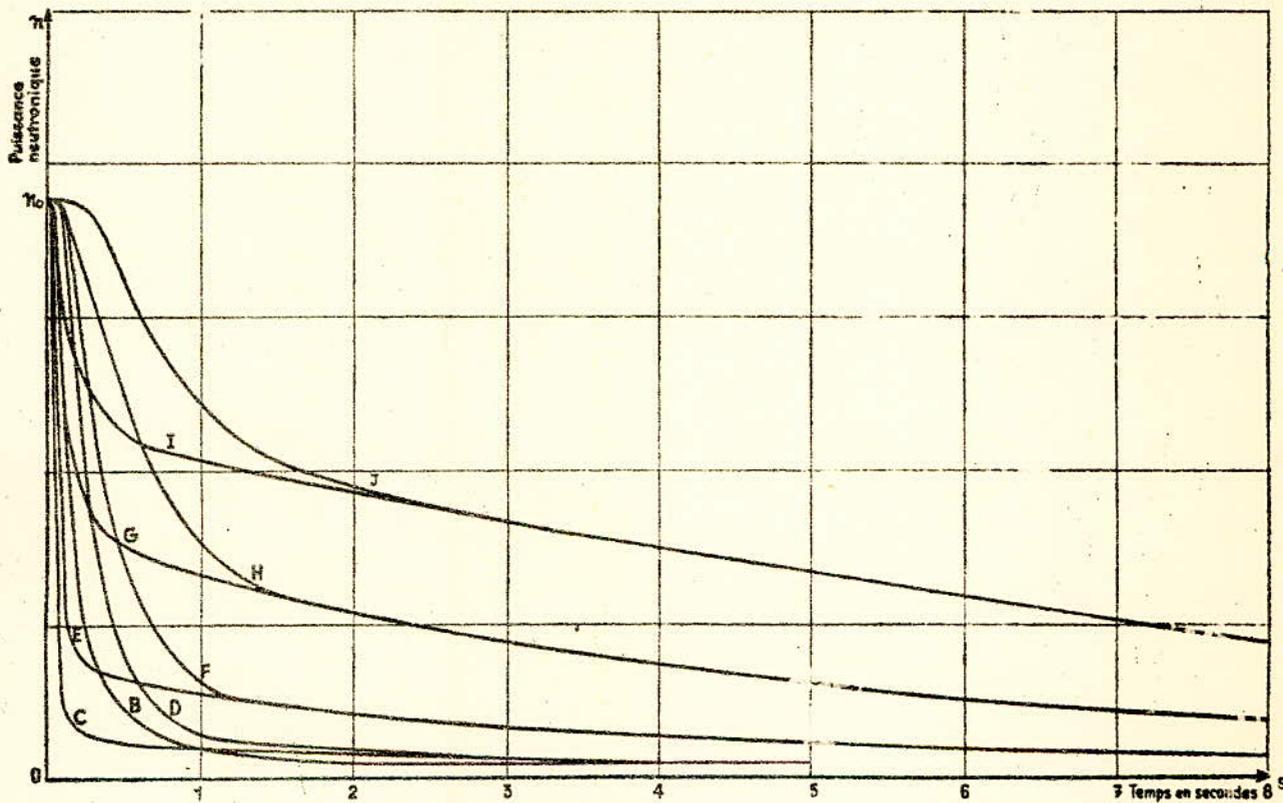


FIG. IX.17. — Accident de réfrigération autour d'un barreau. (E.L.3) γ correspond à $100^\circ/\text{sec}$.
Evolution de la puissance.

Chutes de barres :

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| B - 9000 pcm en 1 seconde | E - 3000 pcm en 0 seconde | H - 1000 pcm en 1 seconde |
| C - 6000 pcm en 0 seconde | F - 3000 pcm en 1 seconde | I - 500 pcm en 0 seconde |
| D - 6000 pcm en 1 seconde | G - 1000 pcm en 0 seconde | J - 500 pcm en 1 seconde |

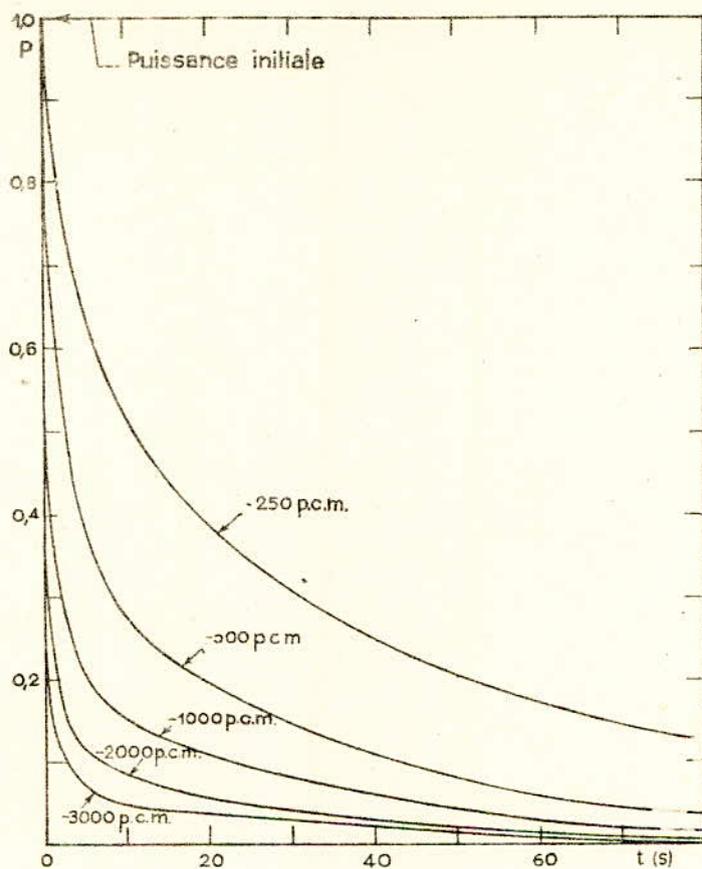


FIG. IX.18. VARIATION DE PUISSANCE CONSECUTIVE A UNE CHUTE INSTANTANEE DE REACTIVITE.

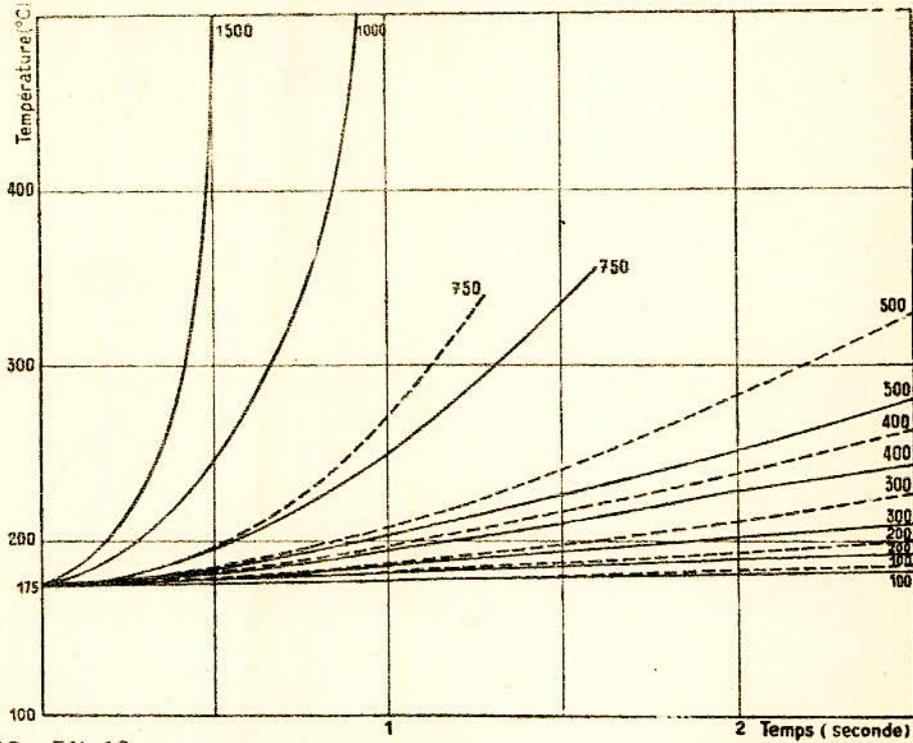


FIG. IX. 19. — Evolution de la température moyenne à la suite de divers sauts positifs de la réactivité.

— Coeff. de température 1,2 pcm/°C

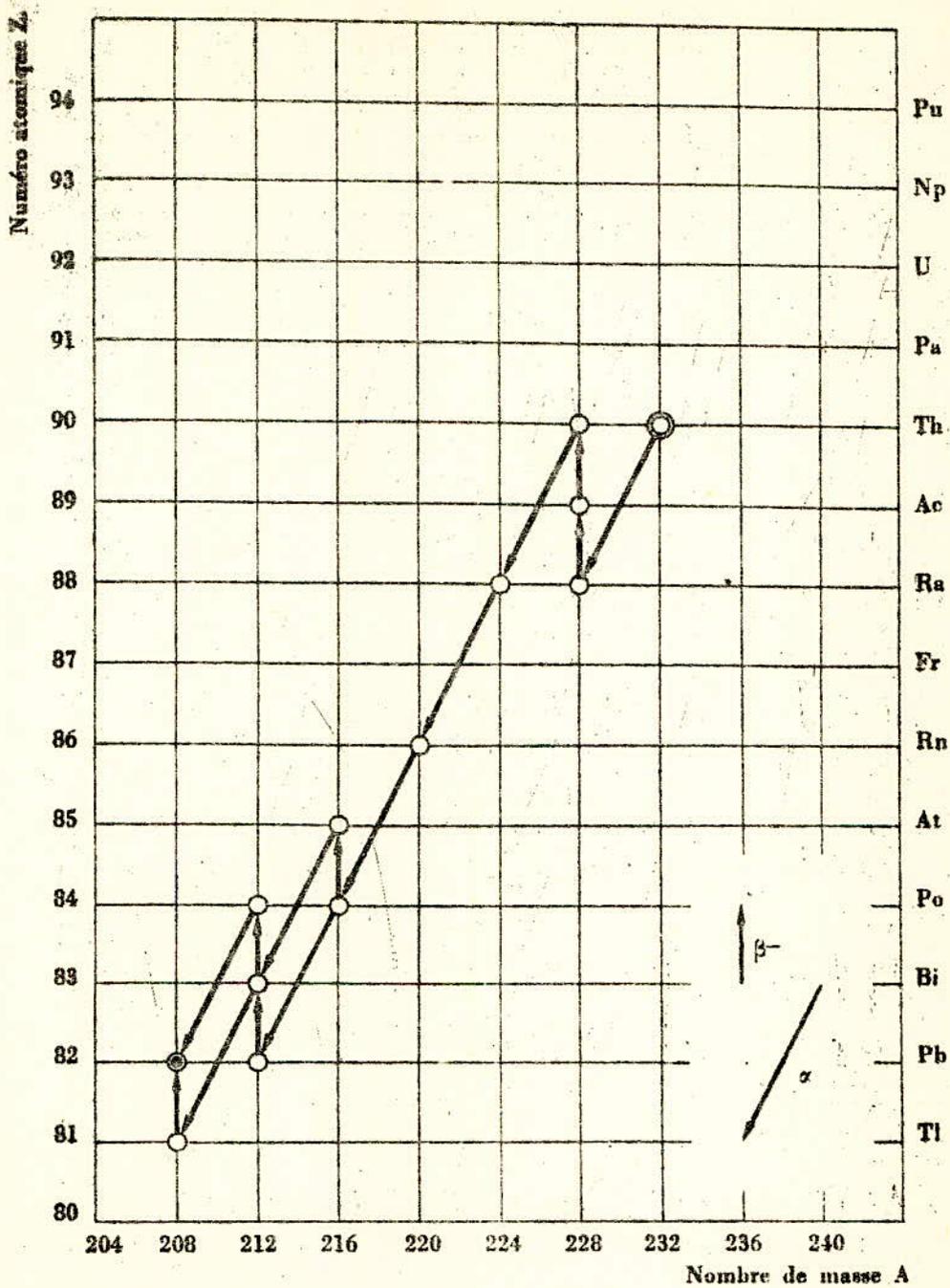
----- Coeff. de température 0 pcm/°C

FAMILLES RADIOACTIVES

— FAMILLE DU THORIUM ($A = 4n$).

Appellation actuelle	Ancienne appellation	Période (1) radioactive	Mode de désintégration	Rapport d'embranchement	
				α	β^-
^{232}Th		$1,39 \times 10^{10}$ a	α		
^{228}Ra	Ms Th I	6,7 a	β^-		
^{228}Ac	Ms Th II	6,13 h	β^-		
^{230}Th	Rd Th	1,90 a	α		
^{224}Ra	Th X	3,64 j	α		
^{220}Rn	Tn	51,5 s	α		
^{218}Po	Th A	158×10^{-3} s	α, β^-	> 99 %	0,014 %
^{218}At		3×10^{-4} s	α		
^{214}Pb	Th B	10,6 h	β^-		
^{214}Bi	Th C	60,5 mn	β^-, α	33,7 %	66,3 %
^{214}Po	Th C'	$0,3 \times 10^{-6}$ s	α		
^{210}Tl	Th C''	3,1 mn	β^-		
^{208}Pb	Th D	Stable	Stable		

(1) a = an — j = jour — h = heure — mn = minute — s = seconde.

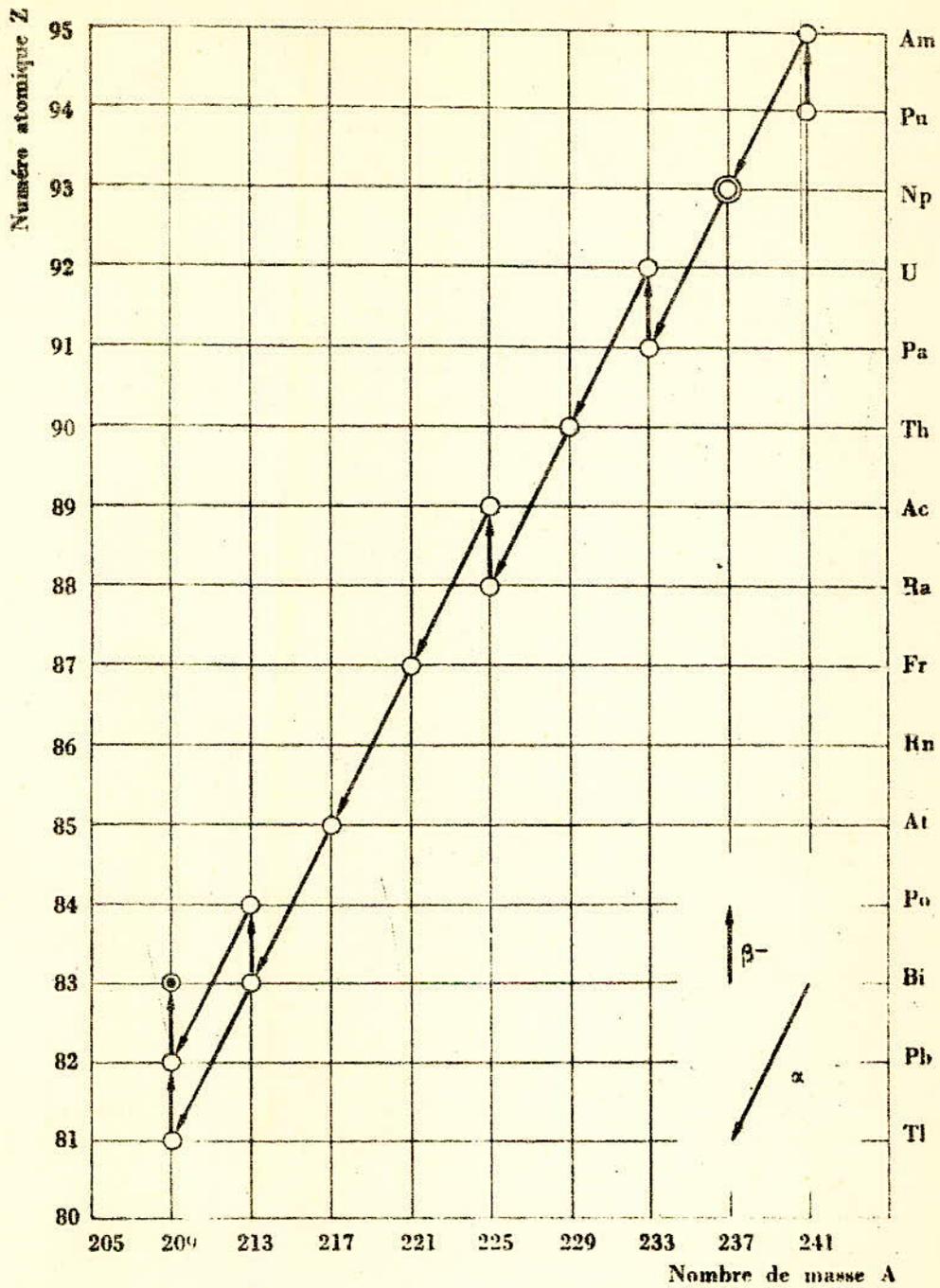


FAMILLE DU THORIUM

— FAMILLE DU NEPTUNIUM ($A = 4n + 1$).

Appellation actuelle	Ancienne appellation	Période (1) radioactive	Mode de désintégration	Rapport d'embranchement	
				α	β^-
^{241}Pu		13 a	β^-		
^{241}Am		458 a	α		
^{237}Np		$2,2 \times 10^6$ a	α		
^{233}Pa		27,4 j	β^-		
^{233}U		$1,62 \times 10^6$ a	α		
^{229}Th		$7,3 \times 10^3$ a	α		
^{225}Ra		14,8 j	β^-		
^{225}Ac		10,0 j	α		
^{223}Fr		4,8 mn	α		
^{217}At		18×10^{-8} s	α		
^{213}Bi		47 mn	β^-, α	4 %	96 %
^{213}Po		4×10^{-6} s	α		
^{209}Tl		2,2 mn	β^-		
^{209}Pb		3,3 h	β^-		
^{209}Bi		Stable	Stable		

(1) a = an — j = jour — h = heure — mn = minute — s = seconde.



FAMILLE DU NEPTUNIUM

— FAMILLE DE L'URANIUM ($A = 4n + 2$).

Appellation actuelle	Ancienne appellation	Période (1) radioactive	Mode de désintégration	Rapport d'embranchement	
				α	β^-
^{238}U	U I	$4,5 \times 10^9$ a	α		
^{234}Th	U X1	24,1 j	β^-		
$^{234}\text{Pa}^m$	U X2	1,17 mn	β^- , TI (2)		> 99 %
^{234}Pa	U Z	6,66 h	β^-		
^{234}U	U II	$2,48 \times 10^5$ a	α		
^{230}Th	Io	8×10^4 a	α		
^{226}Ra	Ra	1622 s	α		
^{222}Rn	Rn	3,823 j	α		
^{218}Po	Ra A	3,05 mn	α , β^-	> 99 %	0,03 %
^{218}At		2 s	α		
^{214}Pb	Ra B	26,8 mn	β^-		
^{214}Bi	Ra C	19,7 mn	β^- , α	0,04 %	> 99 %
^{214}Po	Ra C'	$1,6 \times 10^{-4}$ s	α		
^{214}Tl	Ra C''	1,32 mn	β^-		
^{210}Pb	Ra D	20,4 s	β^-		
^{210}Bi	Ra E	5 j	β^- , α	$1,4 \times 10^{-4}$ %	> 99 %
^{210}Po	Ra F	138,3 j	α		
^{206}Tl	Ra E'	4,2 mn	β^-		
^{206}Pb	Ra G	Stable	Stable		

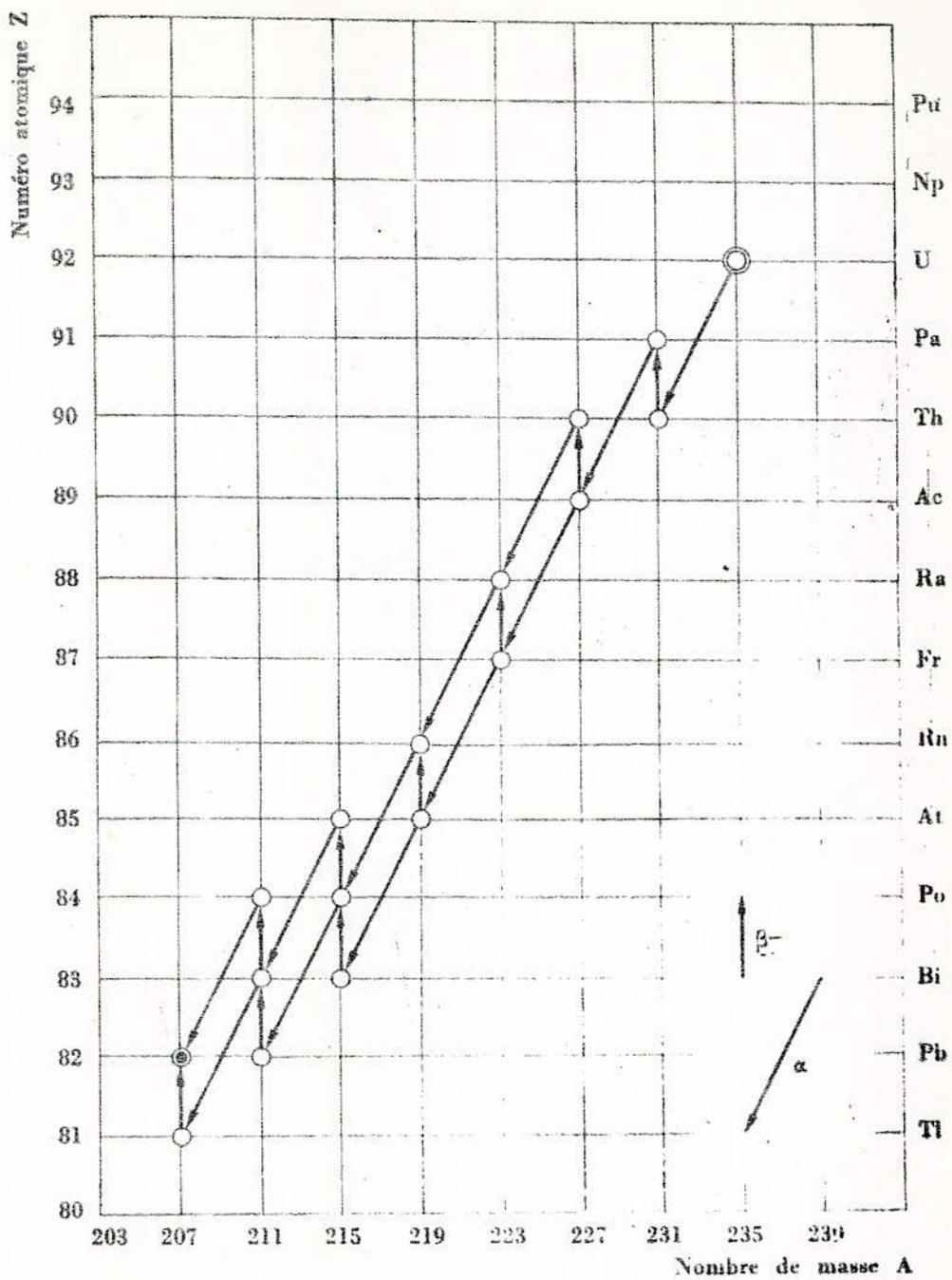
(1) a = an — j = jour — h = heure — mn = minute — s = seconde.

(2) TI = Transition isomérique.

-- FAMILLE DE L'ACTINIUM ($A = 4n + 3$).

Appellation actuelle	Ancienne appellation	Période ⁽¹⁾ radioactive	Mode de désintégration	Rapport d'embranchement	
				α	β^-
²³⁵ U	Ac U	$7,13 \times 10^8$ a	α		
²³¹ Th	U Y	25,6 h	β^-		
²³⁰ Pa		$34,3 \times 10^3$ a	α		
²²⁷ Ac	Ac	21,6 a	β^-, α	1,2 %	98,8 %
²²⁷ Th	Rd Ac	18,2 j	α		
²²³ Fr	Ac K	21 mn	β^-, α	0,004 %	> 99 %
²²³ Ra	Ac X	11,7 j	α		
²¹⁹ At		0,9 mn	α, β^-	97 %	3 %
²¹⁹ Rn	An	3,92 s	α		
²¹⁵ Bi		8 mn	β^-		
²¹⁵ Po	Ac A	$1,83 \times 10^{-3}$ s	α, β^-	> 99 %	5×10^{-4} %
²¹⁵ At		10^{-4} s	α		
²¹¹ Pb	Ac B	36,1 mn	β^-		
²¹¹ Bi	Ac C	2,16 mn	α, β^-	> 99 %	0,32 %
²¹¹ Po	Ac C'	0,52 s	α		
²⁰⁷ Tl	Ac C''	4,79 mn	β^-		
²⁰⁷ Pb	Ac D	Stable	Stable		

(¹) a = an -- j = jour -- h = heure -- mn = minute -- s = seconde.



FAMILLE DE L'ACTINIUM

BIBLIOGRAPHIE

oooooooooooo

- GENIE ATOMIQUE -tome1
Généralités sur la physique nucléaire
La neutronique dans les réacteurs
-tome 2
Electronique et pilotage des réacteurs
- I.N.S.T.N. Cours de génie atomique
Neutronique
- BARJON Physique des réacteurs de puissance
- J.FURET Contrôle et électronique des réacteurs
nucléaires.
- J.SAUTERON Les combustibles nucléaires
- A.BLAQUIERE Théorie de la réaction de fission en
chaîne
- P.BONNET Applications industrielles et militaires
de l'énergie nucléaire.
- A.SORRIAUX Eléments de physique nucléaire et
I.N.S.T.N. subnucléaire.
- M.A.SCHULTZ Control of nuclear reactors and
power plants.
- G.DUPUY Radioactivité
QSJ n°33 Energie nucléaire
- G.PARREINS Les centrales nucléaires. QSJ n°1037.
-