

UNIVERSITE D'ALGER

15/74

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
DEPARTEMENT ELECTROTECHNIQUE

aca

**THESE DE FIN D'ETUDES**



**ETUDE DE LA STABILITE  
DES MACHINES A INDUCTION  
ALIMENTEES A FREQUENCE VARIABLE**

proposé et suivi par : M. P. LE DŒUFF

soutenu par : M. A. TAMAZOUT

président du jury : M. V. STRIAPAN

Membres du jury : ° MM. V. ARTICHEVSKY

R. LE DŒUFF

Jun 1974

UNIVERSITE D'ALGER

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
DEPARTEMENT ELECTROTECHNIQUE

**THESE DE FIN D'ETUDES**

**ETUDE DE LA STABILITE  
DES MACHINES A INDUCTION  
ALIMENTEES A FREQUENCE VARIABLE**

proposé et suivi par : M. R. LE DCEUFF

soutenu par : M. A. TAMAZOUT

président du jury : M. V. STRIAPAN

Membres du jury : ° MM. V. ARTICHEVSKY

R. LE DCEUFF

Juin 1974

J'exprime ma gratitude à Monsieur R. LE DCEUFF qui m'a suivi de près tout le long de cette étude.

Je tiens à remercier Monsieur V. STRILAPAN qui a bien voulu accepter la présidence du jury ainsi que Monsieur V. ARTICHEVSKY qui a bien voulu faire partie du jury.

Qu'il me soit permis aussi de remercier tous les enseignants de l'Ecole Nationale Polytechnique qui ont contribué à ma formation.

## TABIE DES MATIERES

Introduction . . . . .	1
Chapitre I : Mise en équation des machines à induction. . . . .	2
I.1-Description et conventions de signes . . . . .	2
I.2-Équations électriques de fonctionnement . . . . .	3
I.3-Décomposition suivant 2 axes . . . . .	3
I.4-Couple . . . . .	6
I.5-Linearisation des équations . . . . .	6
I.6-Etablissement de l'équation caractéristique . . . . .	8
Chapitre II : Etude de la stabilité . . . . .	13
II.1-Nécessité d'appliquer un critère de stabilité . . . . .	13
II.2-Choix du critère de stabilité . . . . .	13
II.2-Construction des diagrammes de Nyquist . . . . .	13
II.4-Calcul du module et de l'argument de la F.T.B.O. . . . .	14
II.5-Calcul des pôles de la F.T.B.O. . . . .	16
II.6-Méthode de la recherche des points de fonctionnement stables et des points de fonctionnement instables . . . . .	18
Chapitre III : Application à une machine particulière . . . . .	20
III.1-Note sur la variation de la tension en fonction de la fréquence . . . . .	20
III.2-Organigramme de calcul Annexe(I) . . . . .	29
III.3-Programme . . . . . Annexe(II) . . . . .	31
III.4-Valeurs numériques prises pour les paramètres de la machine et résultats obtenus . . . . .	22
III.4.1-Influence du moment d'inertie sur la zone d'instabilité . . . . .	20
III.4.2-Influence de la résistance du circuit rotorique sur la zone d'instabilité . . . . .	27
Conclusion . . . . .	28

## PRINCIPALES NOTATIONS UTILISEES

a,b,c = Ordre de succession des phases

d = axe direct (longitudinal)

q = axe en quadrature (transversal)

} tournant à la vitesse de synchronisme

l'indice s sera relatif au stator

l'indice r sera relatif au rotor

R = résistance d'une phase

l = self de fuite d'une phase

M = mutuelle entre le stator et le rotor

$\omega$  = vitesse de synchronisme

$\Omega$  = vitesse de rotation

V = tension d'alimentation

$\Psi$  = flux d'enroulement

I = intensité du courant

$\theta = (\vec{Oas}, \vec{Od})$

$\Gamma$  = couple utile

J = moment d'inertie du rotor avec le charge

p = opérateur de laplace

$g = \frac{\omega - \Omega}{\omega}$  = glissement relatif

L = l + M = inductance propre d'une phase

$\alpha = \frac{R}{L}$  = constante d'amortissement

$K_s = \frac{M}{L_s}$  = coefficient de fuite au stator

$K_r = \frac{M}{L_r}$  = coefficient de fuite en rotor

$K = \sqrt{K_s K_r}$  = coefficient de couplage entre le stator et le rotor

$g_m = \frac{\alpha_r}{\Omega(1-K^2)}$  = glissement relatif correspondant approximativement au maximum du couple aux faibles glissements.

T = F.T.B.O. = fonction de transfert en boucle ouverte

$\nu$  = variable de Nyquist

$m = -\frac{g_m \Omega^2}{g_m \Gamma}$  = point critique

### Hypothèses simplificatrices

Nous considérons une machine bipolaire avec les hypothèses simplificatrices suivantes

- Saturation négligeable
- Pertes fer négligeables
- Pertes mécaniques négligeables
- Pertes supplémentaires négligeables
- Rapport de transformation de la machine égal à un.

## INTRODUCTION

Dans plusieurs branches de l'industrie, le problème du réglage de la vitesse des moteurs électriques en général et des moteurs asynchrones en particulier est un problème très important.

Si le moteur asynchrone a l'avantage d'être très robuste et relativement peu onéreux, sa vitesse n'est pas facilement réglable. En effet, il existe divers moyens pour faire varier sa vitesse, tel que, le changement du nombre de paire de pôles, la variation de la résistance du circuit rotorique, l'emploi, d'une ou plusieurs machines complémentaires ect.... Mais ces moyens ne sont pas d'abord applicables pour toutes les machines à induction, ensuite le réglage n'est pas progressif ou très limité ou non économique.

Ce problème a été résolu grâce à l'apparition des convertisseurs statiques qui permettent d'obtenir des tensions de fréquence variable [3] cependant des études récentes [1] montrent qu'il ya instabilité pour de faibles vitesses ( basses fréquences).

L'analyse de la stabilité du moteur asynchrone à fréquence variable fait l'objet de notre étude. Cette analyse est faite en employant le critère de stabilité de Nyquist après avoir établi la fonction de transfert en boucle ouverte à partir des équations de fonctionnement de la machine linéarisée par la méthode des " petits déplacements "

Le tracé du lieu de Nyquist et la détermination des zones de stabilité et d'instabilité de la machine sont obtenues à l'aide d'un ordinateur digital .

Les régions de l'instabilité sont établies pour une machine particulière, l'influence de certains de ses paramètres sur la stabilité est mise en évidence.

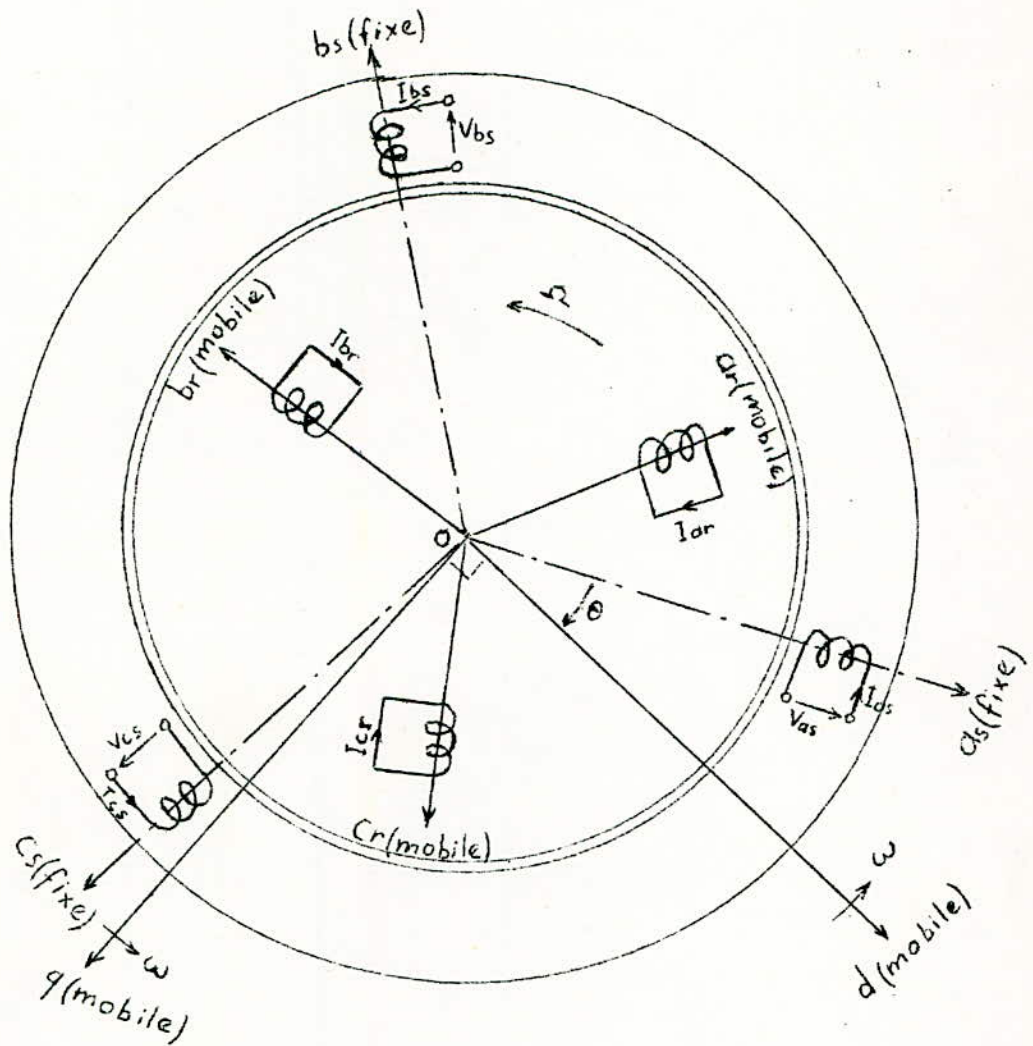
I - MISE en EQUATION des MACHINES à INDUCTION.

Ia 1 Description et Conventions de Signes.

On considère une machine tournante comportant une armature fixe et une armature mobile.

Sur l'armature fixe est placé un bobinage triphasé d'axe :  $Oas, Obs, Ocs$ , c'est ce bobinage qui sera alimenté par le convertisseur statique .

Sur l'armature mobile est également placé un bobinage triphasé d'axe :  $Oar, Obr, Ocr$ . Ce bobinage est en court-circuit sur lui même.



### I - 2 Equations Electriques de fonctionnement

Les équations électriques de fonctionnement des trois enroulements statoriques sont :

$$(1) \quad \begin{cases} V_{as} = p \Psi_{as} + R_s I_{as} \\ V_{bs} = p \Psi_{bs} + R_s I_{bs} \\ V_{cs} = p \Psi_{cs} + R_s I_{cs} \end{cases}$$

Celles des trois enroulements rotoriques sont :

$$(2) \quad \begin{cases} 0 = p \Psi_{ar} + R_r I_{ar} \\ 0 = p \Psi_{br} + R_r I_{br} \\ 0 = p \Psi_{cr} + R_r I_{cr} \end{cases}$$

### I - 3 Decomposition suivant 2 axes (d et q)

Rappel de l'équation de changement de variables :  $A = \{V; \Psi; I\}$

$$\begin{bmatrix} A_a \\ A_b \\ A_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_d \\ A_q \\ A_o \end{bmatrix}$$

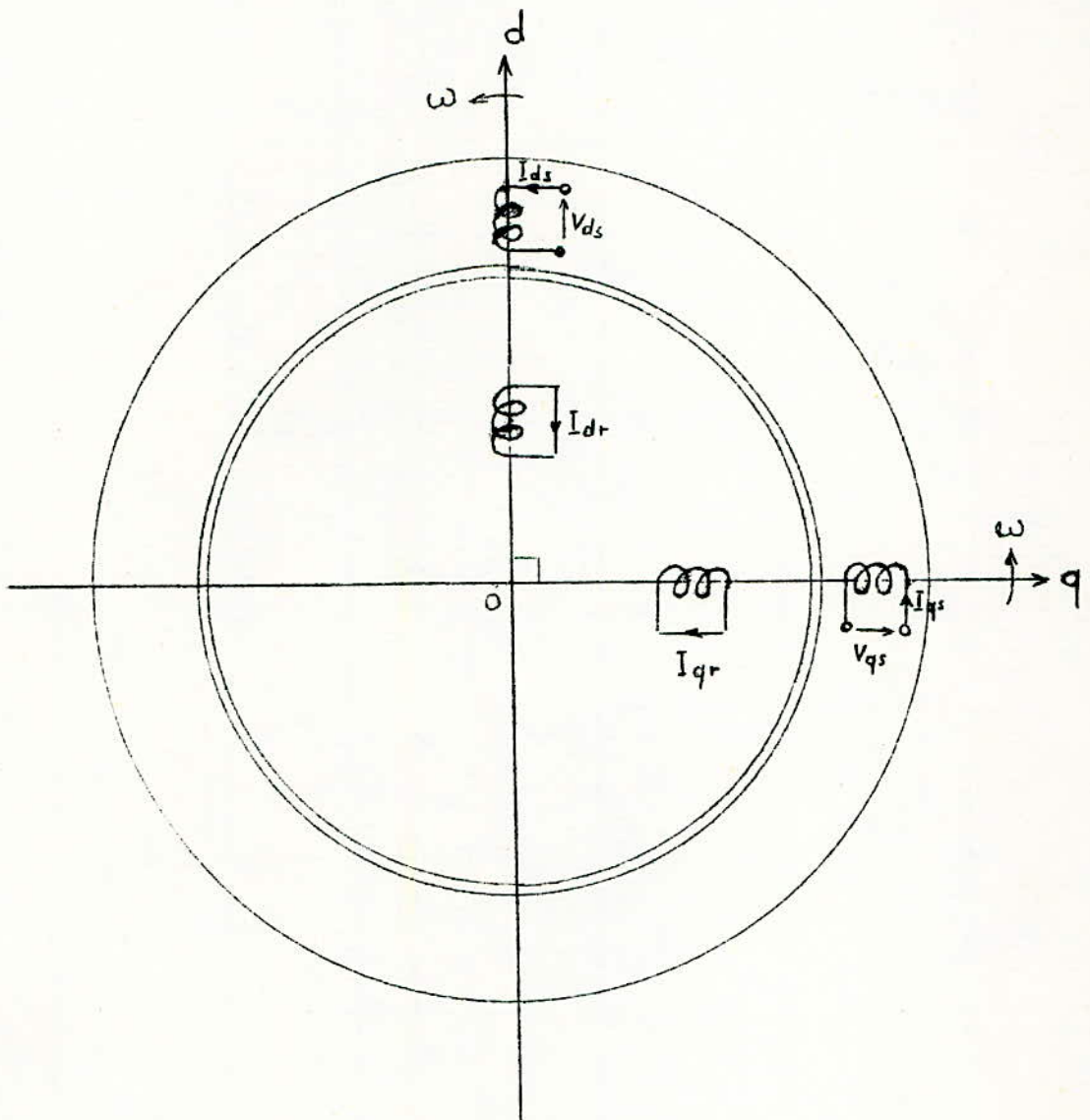
La composante homopolaire  $A^o$  étant nulle dans notre cas, ce changement de variable appliqué aux équations (1) et (2) donne :

$$(3) \quad \begin{cases} V_{ds} = p \Psi_{ds} - \omega \Psi_{qs} + R_s I_{ds} \\ V_{qs} = p \Psi_{qs} + \omega \Psi_{ds} + R_s I_{qs} \end{cases}$$



$$(4) \quad \begin{cases} 0 = p \Psi_{dr} - (\omega - \Omega) \Psi_{qr} + R_r I_{dr} \\ 0 = p \Psi_{qr} + (\omega - \Omega) \Psi_{dr} + R_r I_{qr} \end{cases}$$

Par cette transformation la machine à induction a été transformée en une machine équivalente qui comporte deux enroulements fictifs sur chaque armateur, liés en position à des axes rectangulaires d et q tournant à la vitesse de synchronisme  $\omega$



Les flux des enroulements fictifs sont liés aux courants  $I_d$  et  $I_q$  par les relations suivantes :

$$(5) \quad \begin{cases} \Psi_{ds} = L_s I_{ds} + M I_{dr} \\ \Psi_{qs} = L_s I_{qs} + M I_{qr} \end{cases}$$

$$(6) \quad \begin{cases} \Psi_{dr} = L_r I_{dr} + M I_{ds} \\ \Psi_{qr} = L_r I_{qr} + M I_{qs} \end{cases}$$

En remplaçant les flux par leur expression, les équations (3) et (4) deviennent :

$$V_{ds} = p(L_s I_{ds} + M I_{dr}) - (L_s I_{qs} + M I_{qr}) \omega + R_s I_{ds}$$

$$V_{qs} = p(L_s I_{qs} + M I_{qr}) + (L_s I_{ds} + M I_{dr}) \omega + R_s I_{qs}$$

$$0 = p(L_r I_{dr} + M I_{ds}) - (L_r I_{qr} + M I_{qs})(\omega - \Omega) + R_r I_{dr}$$

$$0 = p(L_r I_{qr} + M I_{qs}) + (L_r I_{dr} + M I_{ds})(\omega - \Omega) + R_r I_{qr}$$

Comme  $g = \frac{\omega - \Omega}{\omega}$ , les équations ci-dessus deviennent encore :

$$(7) \quad \begin{cases} V_{ds} = (R_s + pL_s) I_{ds} - \omega L_s I_{qs} + pM I_{dr} - \omega M I_{qr} \\ V_{qs} = \omega L_s I_{ds} + (R_s + pL_s) I_{qs} + \omega M I_{dr} + pM I_{qr} \\ 0 = pM I_{ds} - g \omega M I_{qs} + (R_r + pL_r) I_{dr} - g \omega L_r I_{qr} \\ 0 = g \omega M I_{ds} + pM I_{qs} + g \omega L_r I_{dr} + (R_r + pL_r) I_{qr} \end{cases}$$

Ce qui peut s'écrire sous forme matricielle.

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega L_s & pM & -\omega M \\ \omega L_s & R_s + pL_s & \omega M & pM \\ pM & -g\omega M & R_r + pL_r & -g\omega L_r \\ g\omega M & pM & g\omega L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix}$$

#### I - 4 Couple

L'expression du couple de charge en grandeur reduite est :

$$(8) \quad \Gamma = M ( I_{qs} I_{dr} - I_{ds} I_{qr} ) - J p \Omega$$

Dans laquelle :

$$M ( I_{qs} I_{dr} - I_{ds} I_{qr} ) = \Gamma_e \quad \text{est le couple electromagnétique}$$

$$J p \Omega = \Gamma_d \quad \text{est le couple dynamique dû à l'inertie du rotor et de la charge qu'il entraîne.}$$

Le système des quatres equations (7) et l'équation (8) constituent un système de cinq equations différentielles non linéaires qui décrivent le fonctionnement de la machine a induction.

#### I.5 Linéarisation des équations

On linéarise les équations en considerant de petits déplacements autour d'un point de fonctionnement. Dans les équations, les termes dérivent ce point de fonctionnement s'éliminent alors dans ces conditions .

$$\Gamma_e + \Delta \Gamma_e = M \left[ ( I_{qs} + \Delta I_{qs} ) ( I_{dr} + \Delta I_{dr} ) - ( I_{ds} + \Delta I_{ds} ) ( I_{qr} + \Delta I_{qr} ) \right]$$

En négligeant les termes du second ordre (  $\Delta \cdot \Delta$  ) on déduit

$$\Delta \Gamma_e = M (I_{qs} \Delta I_{dr} + I_{dr} \Delta I_{qs} - I_{ds} \Delta I_{qr} - I_{qr} \Delta I_{ds})$$

$$\Delta \Gamma_d = J p \Delta \Omega$$

$$\Delta \Gamma = M (-I_{qr} \Delta I_{ds} + I_{dr} \Delta I_{qs} + I_{qs} \Delta I_{dr} - I_{ds} \Delta I_{qr}) - J p \Delta \Omega$$

Le même raisonnement appliqué pour les tensions donne :

$$\Delta V_{ds} = (R_s + p L_s) \Delta I_{ds} - \omega L_s \Delta I_{qs} + p M \Delta I_{dr} - \omega M \Delta I_{qr}$$

$$\Delta V_{qs} = \omega L_s \Delta I_{ds} + (R_s + p L_s) \Delta I_{qs} + \omega M \Delta I_{dr} + p M \Delta I_{qr}$$

$$0 = p M \Delta I_{ds} - g \omega M \Delta I_{qs} + (R_r + p L_r) \Delta I_{dr} - g \omega L_r \Delta I_{qr} + (M I_{qs} + L_r I_{qr}) \Delta \Omega$$

$$0 = g \omega M \Delta I_{ds} + p M \Delta I_{qs} + g \omega L_r \Delta I_{dr} + (R_r + p L_r) \Delta I_{qr} - (M I_{ds} + L_r I_{dr}) \Delta \Omega$$

ce qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$$(9) \quad \begin{bmatrix} \Delta V_{ds} \\ \Delta V_{qs} \\ 0 \\ 0 \\ \Delta \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + p L_s & -\omega L_s & p M & -\omega M & 0 \\ \omega L_s & R_s + p L_s & \omega M & p M & 0 \\ p M & -g \omega M & R_r + p L_r & -g \omega L_r & (M I_{qs} + L_r I_{qr}) \\ g \omega M & p M & g \omega L_r & R_r + p L_r & -(M I_{ds} + L_r I_{dr}) \\ -M I_{qr} & M I_{dr} & M I_{qs} & -M I_{ds} & -J p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{ds} \\ \Delta I_{qs} \\ \Delta I_{dr} \\ \Delta I_{qr} \\ \Delta \Omega \end{bmatrix}$$

I - 6 Etablissement de l'équation caractéristique

La matrice (9) peut s'écrire sous une forme plus concise:

$$\begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & V_1 \\ V_2^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \Omega \end{bmatrix} + P \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0^T & -J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \Omega \end{bmatrix}$$

$0$  représente un vecteur colonne (4x1) nul.

avec :

$$\Delta V^T = [ \Delta V_{ds}, \Delta V_{qs}, 0, 0 ]$$

$$\Delta I^T = [ \Delta I_{ds}, \Delta I_{qs}, \Delta I_{dr}, \Delta I_{qr} ]$$

$$V_1^T = [ 0, 0, (M I_{qs} + L_r I_{qr}), -(M I_{ds} + L_r I_{dr}) ]$$

$$V_2^T = [ -M I_{qs}, M I_{dr}, M I_{qs}, -M I_{ds} ]$$

$$R = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_s & 0 & -\omega M \\ \omega L_s & R_s & \omega M & 0 \\ 0 & -g \omega M & R_r & -g \omega L_r \\ g \omega M & 0 & g \omega L_r & R_r \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_s & 0 & M & 0 \\ 0 & L_s & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix}$$

Les vecteurs colonnes  $V_1$  et  $V_2$  representent des tensions en grandeurs reduites qui se rapportent à un point de fonctionnement.

L'équation différentielle du vecteur-matrice du système linéarisé est :

$$P \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L^{-1}R & -L^{-1}V_1 \\ \frac{1}{J}V_2^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^{-1} & 0 \\ 0^T & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \Gamma \end{bmatrix}$$

Les racines de l'équation caractéristique sont données par les valeurs propres de la matrice A. [1]

$$A = \begin{bmatrix} -L^{-1}R & -L^{-1}V_1 \\ \frac{1}{J}V_2^T & 0 \end{bmatrix}$$

La stabilité locale est assurée si toutes les racines de l'équation caractéristique sont à partie réelle négative.

$$\left| P \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^{-1}R & L^{-1}V_1 \\ -\frac{1}{J} & 0 \end{bmatrix} \right| = 0$$

I est une matrice unité (4x4)

en faisant la somme des deux matrices on obtient :

$$\left| \begin{bmatrix} pI + L^{-1}R & L^{-1}V_1 \\ -\frac{1}{J}V_2^T & P \end{bmatrix} \right| = 0$$

ce qui peut s'écrire aussi :

$$P |pI + L^{-1}R| + \left| \begin{bmatrix} pI + L^{-1}R & L^{-1}V_1 \\ -\frac{1}{J}V_2^T & 0 \end{bmatrix} \right| = 0$$

d'où la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$\frac{\left| \begin{bmatrix} pI + L^{-1}R & L^{-1}V_1 \\ \frac{1}{J}V_2^T & 0 \end{bmatrix} \right|}{P |pI + L^{-1}R|} = -1$$

$$[pI + L^{-1}R] = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_s}{1-k^2} + p & \frac{-\omega(1-gk^2)}{1-k^2} & \frac{-\alpha_r}{1-k^2} k_s & \frac{-\omega(1-g)}{1-k^2} k_s \\ \frac{\omega(1-gk^2)}{1-k^2} & \frac{\alpha_s}{1-k^2} + p & \frac{\omega(1-g)}{1-k^2} k_s & \frac{-\alpha_r}{1-k^2} k_s \\ \frac{-\alpha_s}{1-k^2} k_r & \frac{\omega(1-g)}{1-k^2} k_r & \frac{\alpha_r}{1-k^2} + p & \frac{\omega(k^2-g)}{1-k^2} \\ \frac{-\omega(1-g)}{1-k^2} k_r & \frac{-\alpha_s}{1-k^2} k_r & \frac{-\omega(k^2-g)}{1-k^2} & \frac{\alpha_r}{1-k^2} + p \end{bmatrix}$$

$$L^{-1}V_1 = \begin{bmatrix} \frac{-k_s}{1-k^2} (K_r I_{qs} + I_{qr}) \\ \frac{k_s}{1-k^2} (K_r I_{ds} + I_{dr}) \\ \frac{1}{1-k^2} (K_r I_{qs} + I_{qr}) \\ \frac{-1}{1-k^2} (K_r I_{ds} + I_{dr}) \end{bmatrix}$$

en supposant que  $k_s \approx k_r \approx k \approx 1$  ( fuites magnétiques très faibles )  
la F.T.B.O a alors pour expression :

$$\frac{g_m \Gamma}{g J} \left\{ p^3 + p^2 \left( \frac{\alpha_s + \alpha_r}{1-k^2} + \alpha_s \right) + p \left[ \frac{\alpha_s}{1-k^2} (2\alpha_r + \alpha_s) + \Omega^2 \right] + \frac{\alpha_r}{1-k^2} (\alpha_s^2 + \Omega^2) \right\} = -1$$

$$p \left\{ \left[ p^2 + p \left( \frac{\alpha_s + \alpha_r}{1-k^2} \right) + \frac{\alpha_s \alpha_r}{1-k^2} \right]^2 + \Omega^2 \left( p + \frac{\alpha_r}{1-k^2} \right) \right\}$$

ou bien en posant  $p = \Omega \lambda$  afin d'obtenir une équation sans dimensions :



(10)

$$\frac{g_m \Gamma}{g J \Omega^2} \left\{ \lambda^3 + \lambda^2 g_m \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (2 - k^2) \right] + \lambda \left[ g_m^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - k^2) \left( 2 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) + 1 \right] + g_m \left[ 1 + \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_r} g_m (1 - k^2) \right)^2 \right] \right\} = -1$$

$$\lambda \left\{ \left[ \lambda^2 + \lambda g_m \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) + g_m^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - k^2) \right]^2 + (\lambda + g_m)^2 \right\}$$

- Dans cette équation nous avons le numérateur qui est un polynôme du 3<sup>e</sup> degré en  $\lambda$  qui représente les zéros de la F.T.B.O

- Le dénominateur est un polynôme du 5<sup>e</sup> degré en  $\lambda$  qui représente les pôles de la F.T.B.O

- La quantité  $\frac{g_m \Gamma}{g J \Omega^2}$  qui est sans dimension également correspond au gain de la F.T.B.O

Remarque :

Si on divise les deux membres de l'équation (10) par la quantité  $\frac{g_m \Gamma}{g J \Omega^2}$ , le point critique devient alors :  $m = - \frac{g J \Omega^2}{g_m \Gamma}$  au lieu de : - 1

En désignant par :  $T(\lambda)$  la F.T.B.O, l'équation, (10) s'écrit sous la forme suivante :

$$T(\lambda) - m = 0$$

c'est l'équation caractéristique de la machine, pour que la machine soit stable, aucune de ses racines ne doit avoir de partie réelle positive.

## II - ETUDE DE LA STABILITE

### II-2 Nécessité d'Appliquer un Critère de Stabilité

D'après la forme de la fonction de transfert (expression symbolique) il est très difficile de repasser à son original, donc d'étudier directement la réaction de la machine pour différentes valeurs de la fréquence d'alimentation, et de vérifier sa stabilité.

### II-2 Choix du critère de stabilité

Dans notre étude, nous appliquerons le critère de Nyquist à cause des avantages qu'il présente, et qui sont :

- 1°)-Le critère de Nyquist est d'une application plus générale, en ce sens que l'équation caractéristique  $[T(j\omega) - m]$  peut être de forme quelconque.
- 2°)-Le deuxième avantage réside dans le fait qu'on peut tracer le lieu de Nyquist d'un ensemble d'éléments constituant le système (machine + son convertisseur de fréquence par exemple) en partant des lieux individuels de tous les éléments constitutifs et même utiliser des relevés expérimentaux si le comportement de tout ou partie des éléments ne peut être représenté par une fonction algébrique mais est accessible à la mesure.
- 3°)-Un troisième avantage de la méthode est de permettre d'apprécier dans une certaine mesure le degré d'amortissement des oscillations lorsque le système est stable.

### II-3 Construction des diagrammes de Nyquist

Le Diagramme de Nyquist, ou lieu de transfert dans le plan de Nyquist d'un système de réponse en fréquence  $T(j\omega)$  étant le lieu des points définis en coordonnées polaires par un rayon vecteur égal à la valeur arithmétique du module de  $T(j\omega)$  et par un angle polaire égal à l'argument de  $T(j\omega)$  ce lieu est gradué en pulsation  $\omega$ .

## II. 4 Calcul du module (Amplitude) et de l'argument de $T(j\omega)$

La F.T.B.O peut se mettre sous la forme:

$$T(j\omega) = \frac{A(\omega) + j B(\omega)}{C(\omega) + j D(\omega)}$$

avec

$$A(\omega) = g_m \left\{ 1 + \left[ \frac{\alpha_s}{\alpha_r} g_m (1 - K^2) \right]^2 - \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (2 - K^2) \right] \omega^2 \right\}$$

$$B(\omega) = \left[ 1 + g_m^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - K^2) \left( 2 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) - \omega^2 \right] \omega$$

$$C(\omega) = 2 g_m \left\{ \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) \left[ \omega^2 - g_m^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - K^2) \right] - 1 \right\} \omega^2$$

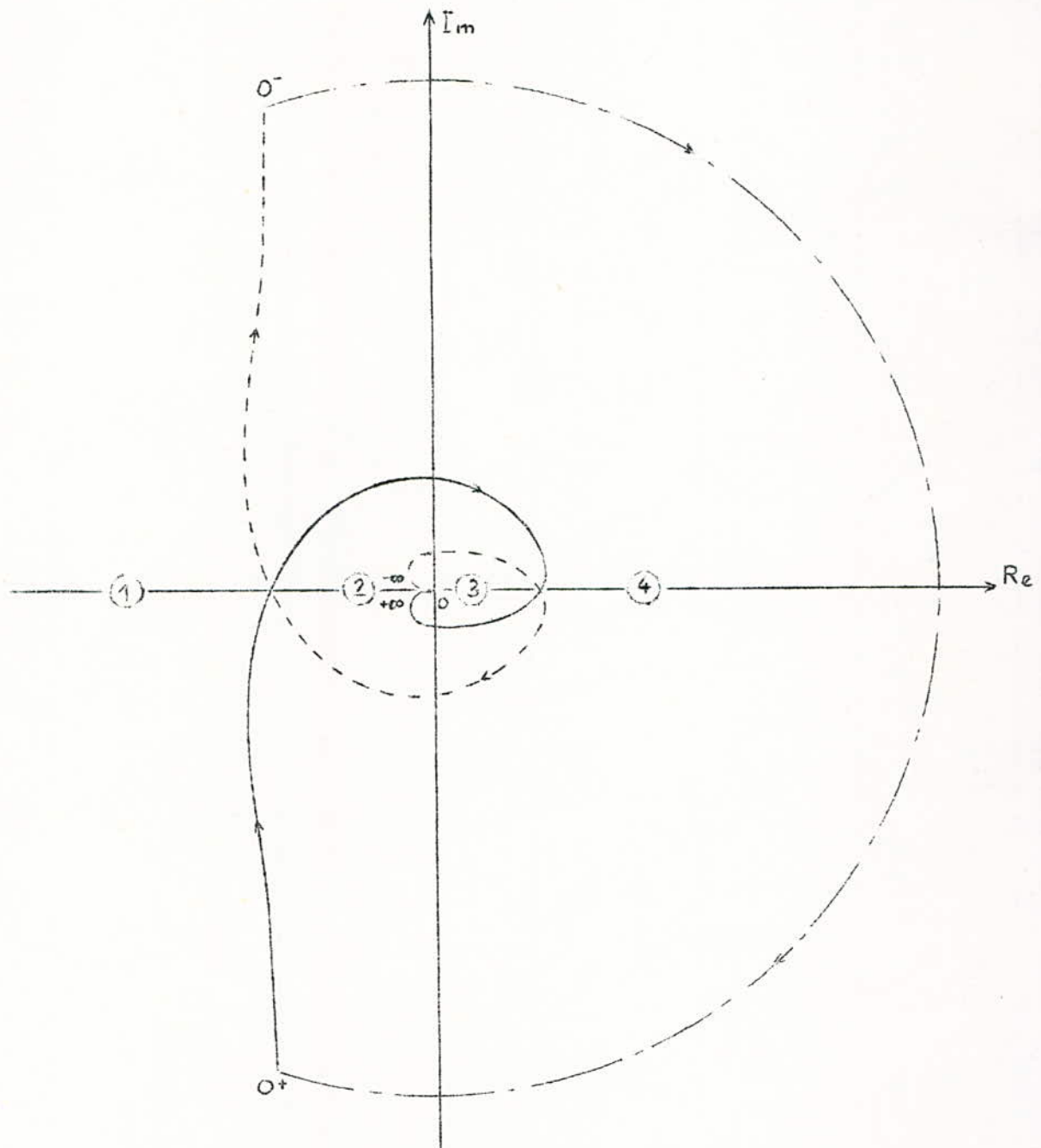
$$D(\omega) = \left\{ g_m^2 \left[ 1 + g_m^2 \left( \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right)^2 (1 - K^2)^2 \right] - \left[ g_m^2 \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right)^2 + 2 g_m^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - K^2) + 1 \right] \omega^2 \right\} \omega + \omega^5$$

-Module de  $T(j\omega)$

$$|T(j\omega)| = \frac{[A^2(\omega) + B^2(\omega)]^{1/2}}{[C^2(\omega) + D^2(\omega)]^{1/2}}$$

-Argument de  $T(j\omega)$

$$\text{Arg } T(j\omega) = \text{Arg} \left[ \text{tg} \frac{B(\omega)}{A(\omega)} \right] - \text{Arg} \left[ \text{tg} \frac{D(\omega)}{C(\omega)} \right]$$



Allure du lieu complet de  $T(j\omega)$  dans le plan de Nyquist

II- 5 Calcul des pôles de la F.T.B.O

Le tracé du lieu complet de Nyquist partage l'axe des réels en 4 régions dans lesquelles pourrait se trouver le point critique suivant les valeurs du glissement et de la fréquence d'alimentation de la machine Vogons à quel état (stable ou instable) de fonctionnement de la machine correspond chacune de ces régions.

La condition de stabilité étant  $N = P$

$N$  = nombre de fois que le lieu de Nyquist entoure le point critique, compté positivement dans le sens trigonométrique.

$P$  = nombre de pôles instables (à partie réelle positive) de la F.T.B.O.

- Region ① :  $N = 0$
- Region ② :  $N = -2$
- Region ③ :  $N = -3$
- Region ④ :  $N = -1$

Dans le seul cas de stabilité possible est que(m) appartienne à la région ① et cela à condition que  $P = 0$ , ce qui nous emmène à calculer les pôles de la F.T.B.O

Les pôles sont obtenus après la mise en facteur de l'équation :

$$\lambda \left\{ \left[ \lambda^2 + \lambda g_M \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) + g_M^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - K^2) \right]^2 + (\lambda + g_M)^2 \right\} = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_{2,3} = -\frac{1}{2} \left\{ \left[ g_M \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) + j \right] \pm \sqrt{\left[ g_M \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) + j \right]^2 - 4 g_M \left[ g_M \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - K^2) + j \right]} \right\}$$

$$\lambda_{4,5} = -\frac{1}{2} \left\{ \left[ g_M \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) - j \right] \pm \sqrt{\left[ g_M \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) - j \right]^2 - 4 g_M \left[ g_M \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - K^2) - j \right]} \right\}$$

ou bien en séparant les parties réelles et les parties imaginaires.

$$\lambda_{2,3} = -\frac{1}{2} \left[ g_M \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) \pm \sqrt{\beta^2 + \gamma^2} \cos \left( \frac{\text{Arc tg } \frac{\gamma}{\beta}}{2} \right) \right]$$

$$-j \frac{1}{2} \left[ 1 \pm \sqrt{\beta^2 + \gamma^2} \sin \left( \frac{\text{Arc tg } \frac{\gamma}{\beta}}{2} \right) \right]$$

$$\lambda_{4,5} = -\frac{1}{2} \left[ g_M \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) \pm \sqrt{\beta^2 + \gamma^2} \cos \left( \frac{\text{Arc tg } \frac{\gamma}{\beta}}{2} \right) \right]$$

$$+j \frac{1}{2} \left[ 1 \pm \sqrt{\beta^2 + \gamma^2} \sin \left( \frac{\text{Arc tg } \frac{\gamma}{\beta}}{2} \right) \right]$$

avec:

$$\beta = \left[ g_M^2 \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right)^2 - 4 g_M^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_r} (1 - k^2) - 1 \right]$$

$$\gamma = 2 g_M \left[ \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \right) - 2 \right]$$

la condition  $P = 0$  est réalisée, sauf quand  $g_M \rightarrow 0$ , autrement dit quand  $\omega \rightarrow \infty$ , ce qui est physiquement impossible dans les conditions de fonctionnement de la machine.

II -6 Methode de la recherche des points de fonctionnement stables et des points de fonctionnement instables

Comme nous venons de le voir, la machine à induction est à fonctionnement stable; si le point critique (m) appartient à la région (1)

Dans le plan ( $\Gamma, \omega$ ), l'ensemble des points qui sépare la région de stabilité de celle d'instabilité correspond aux cas où (m) se confond avec le point d'intersection du lieu de Nyquist avec l'axe des reals entre la région (1) et la région (2) (machine juste oscillante). Ce qui peut s'exprimer sous forme mathématique.

$$\begin{cases} |T(j\gamma)| = m \\ \text{Arg } T(j\gamma) = \pm \pi \end{cases}$$

La méthode consiste donc à fixer la pulsation d'alimentation ( $\omega$ ) et à chercher la valeur du glissement (g) et la valeur de  $\gamma$  pour lesquelles on a les 2 égalités ci-dessus.

Dans le cas où on veut vérifier la stabilité locale (g et  $\omega$  fixés) on cherche la valeur de  $\gamma$  pour laquelle on a:

$$\text{Arg } T(j\gamma) = \pm \pi$$

et on vérifie si :

$$m > |T(j\gamma)| \implies \text{fonctionnement de la machine est stable}$$

$$|T(j\gamma)| > m \implies \text{le fonctionnement de la machine est instable.}$$

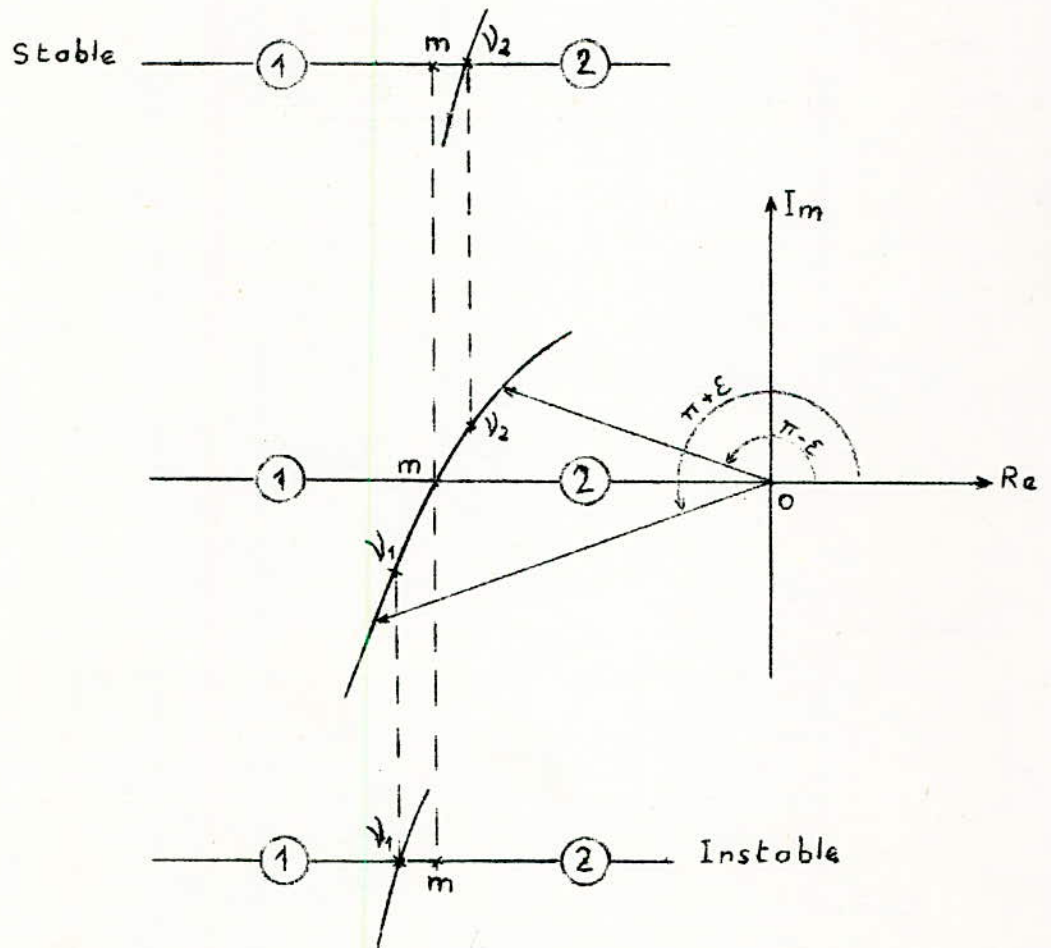
Remarque

Sur un ordinateur digital, il est pratiquement impossible après avoir calculé 2 termes de vérifier directement s'ils sont égaux. Ce qui nous conduit alors à introduire une erreur limitée ( $\epsilon$ ) et à procéder comme suit :

on fixe  $\omega$ , on cherche une valeur de  $g$  et 2 valeurs de  $\nu$  ( $\nu_1$  et  $\nu_2$ ) les plus proches possibles telles que :

$$\pi \leq \text{Arg} T(j\nu) < \pi + \epsilon \implies |T(j\nu)| > m \implies \text{instable}$$

$$\pi - \epsilon < \text{Arg} T(j\nu) \leq \pi \implies m > |T(j\nu)| \implies \text{stable.}$$





### III. APPLICATION A UNE MACHINE PARTICULIERE

#### III.1 Note sur la variation de la tension en fonction de la fréquence

Des études récentes également [3] montrent que dans le fonctionnement de la machine alimentée à fréquence variable, pour avoir des valeurs intéressantes de rendement, du facteur de puissance, de la capacité de surcharge et à glissement absolu constant, il faut que la machine fonctionne à flux d'entrefer constant.

Le flux d'entrefer constant étant obtenu pour:  $\frac{E}{\omega} = \text{constante}$ , la force électromotrice  $E$  est alors proportionnelle à la fréquence d'alimentation.

En considérant la relation:

$$\bar{V}_s = E + (R_s + j \ell_s \omega) \bar{I}_s$$

la loi de variation de  $V_s$  pour obtenir un flux d'entrefer constant, quelle que soit la fréquence d'alimentation et le courant absorbé est:

$$V_s = C_1 \omega + C_2 I_s$$

avec:  $C_1 = \frac{E}{\omega}$

$C_2$  est déterminé à partir de la tension et du courant nominaux de la machine

la chute de tension statorique est alors proportionnelle au courant absorbé.

Dans l'hypothèse d'un fonctionnement à flux d'entrefer constant, l'expression du couple exprimée en fonction des grandeurs du schéma équivalent par phase de la figure ci-dessous est:

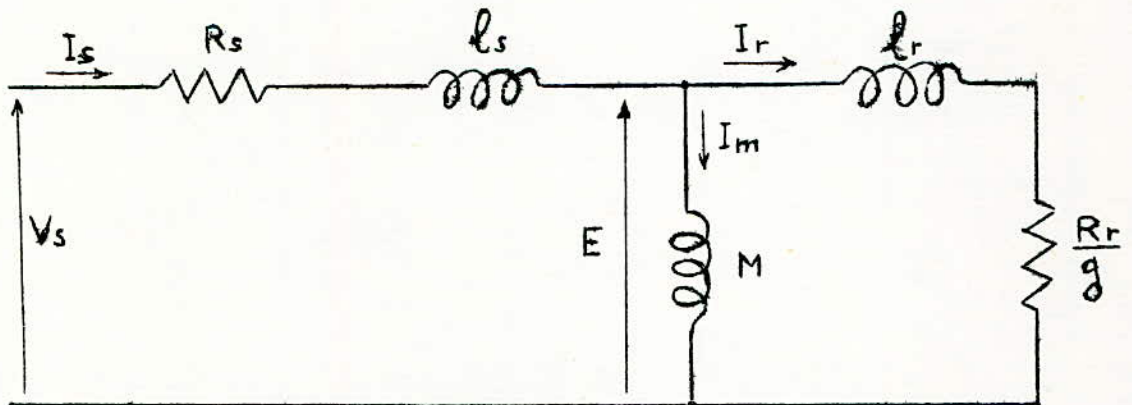
$$\Gamma = 3 \left( \frac{E}{\omega} \right)^2 \cdot \frac{1}{l_r} \cdot \frac{1}{\frac{R_r}{l_r g \omega} + \frac{l_r g \omega}{R_r}}$$

le couple maximum:

$$\Gamma_M = 3 \left( \frac{E}{\omega} \right)^2 \frac{1}{2 l_r}$$

est obtenu pour:

$$(g \omega)_M = \frac{R_r}{l_r}$$



III.2 Organigramme de calcul

Voir Annexe (I)

III.3 Programme

Voir Annexe (II)

III.4 Valeurs numeriques prises pour les parametresde la machine et resultats obtenus

$R_s (\Omega)$	$R_r (\Omega)$	$L_s (H)$	$L_r (H)$	$l_s (H)$	$l_r (H)$	$J (kg.m^2)$	Fig
0,025	0,015	$955.10^{-5}$	$955.10^{-5}$	$26.10^{-5}$	$26.10^{-5}$	4	1
0,025	0,015	$955.10^{-5}$	$955.10^{-5}$	$26.10^{-5}$	$26.10^{-5}$	8	2
0,025	0,020	$955.10^{-5}$	$955.10^{-5}$	$26.10^{-5}$	$26.10^{-5}$	8	3

III.4.1 Influence du moment d'inertie (J) sur la zone de stabilite

Voir Fig:4

III.4.2 Influence de la resistance du circuit rotorique ( $R_r$ )sur la zone de stabilite

Voir Fig:5

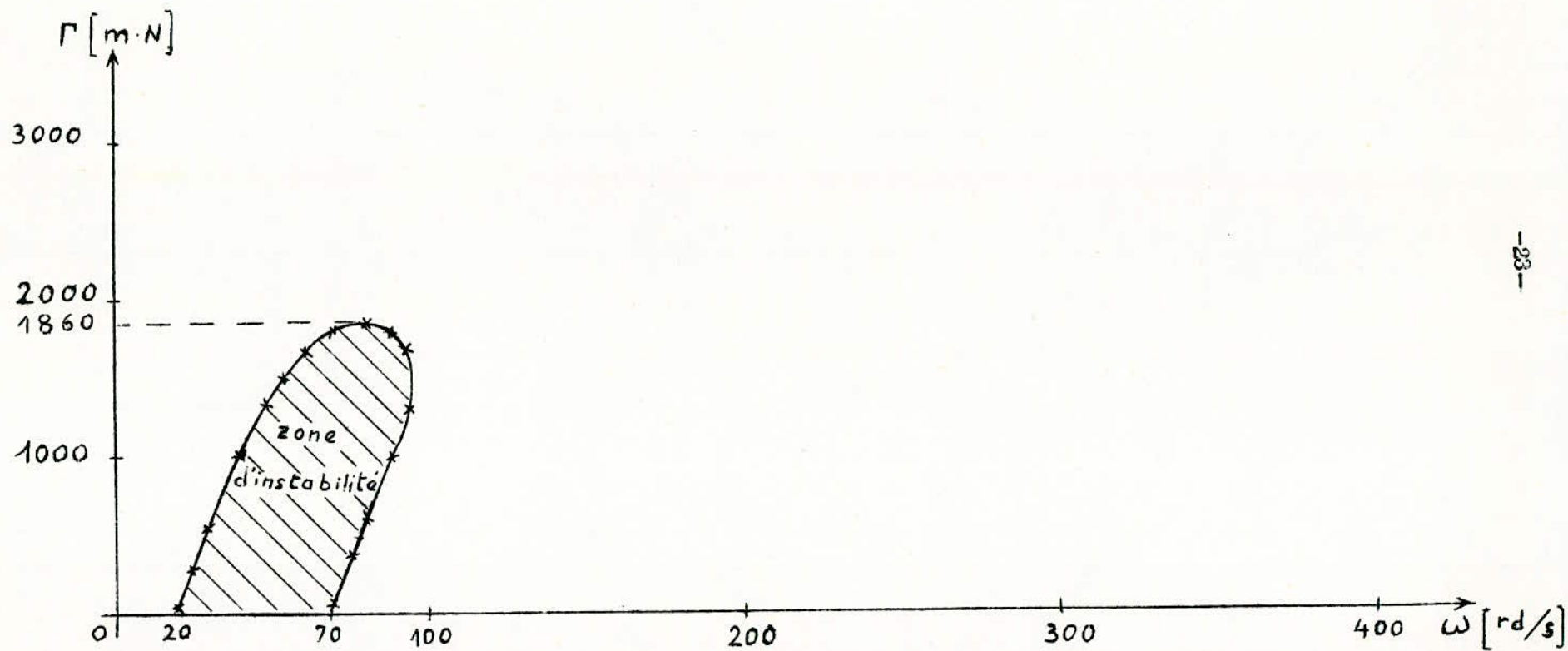


Fig: 1

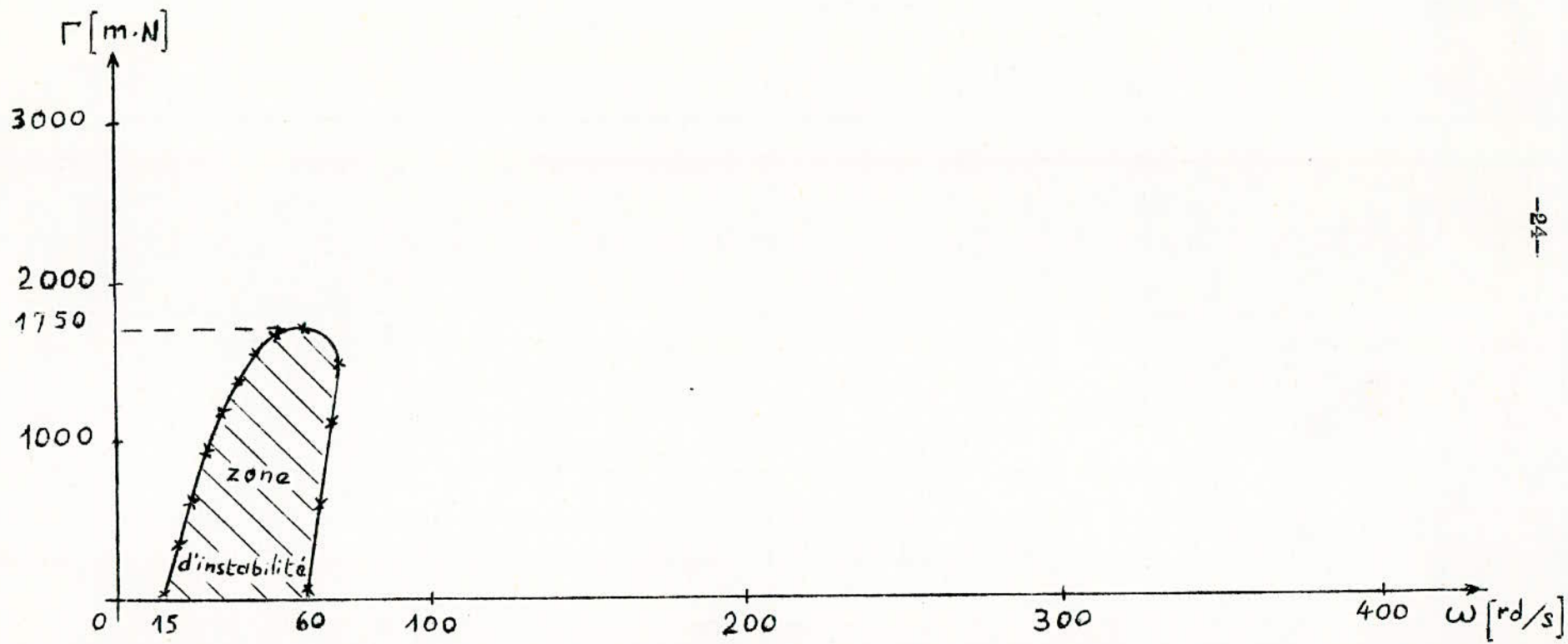


Fig: 2

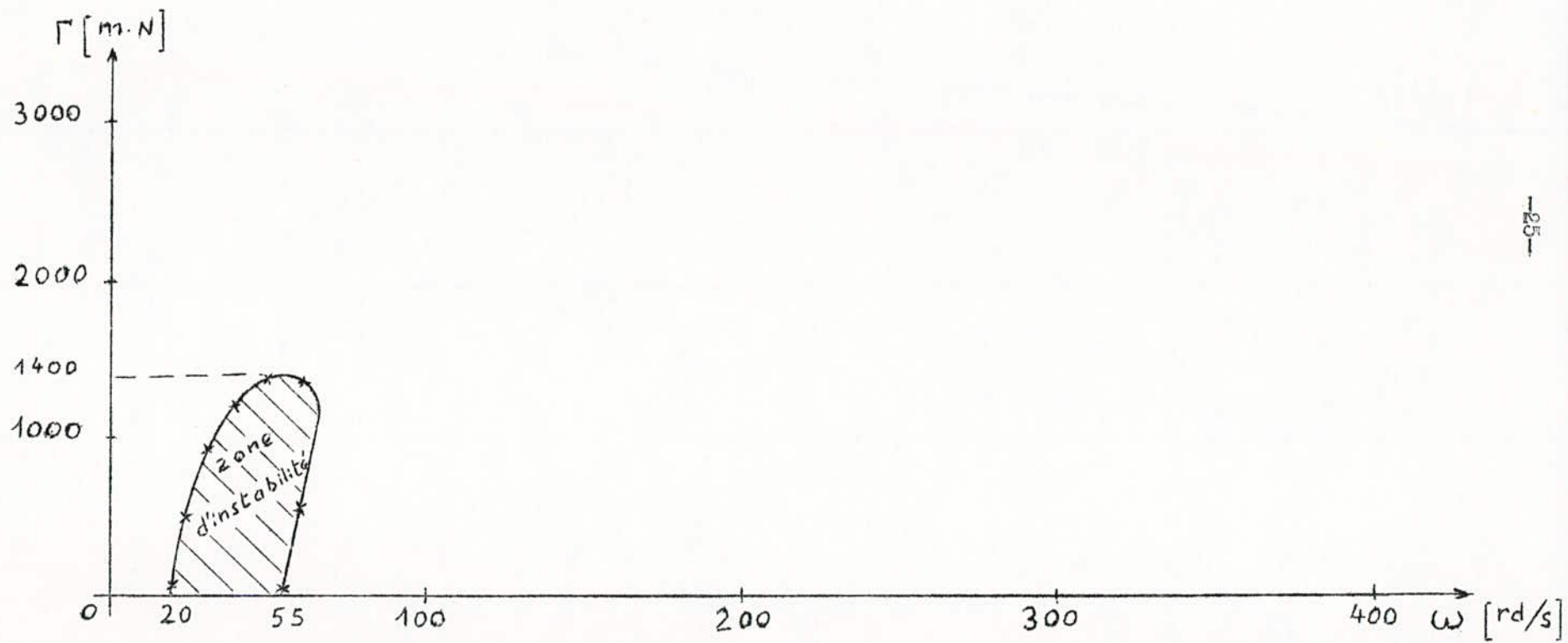


Fig: 3

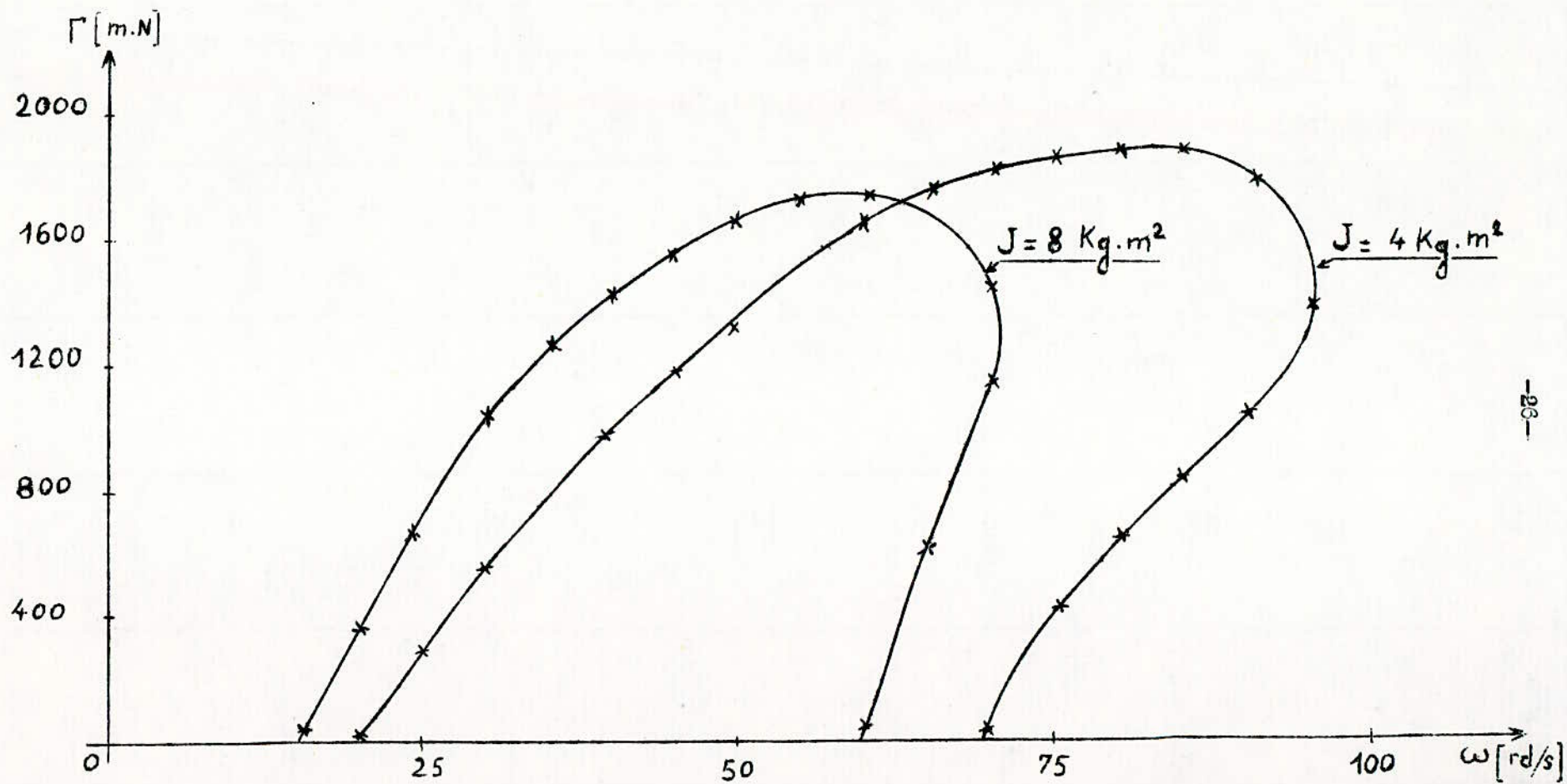


Fig: 4

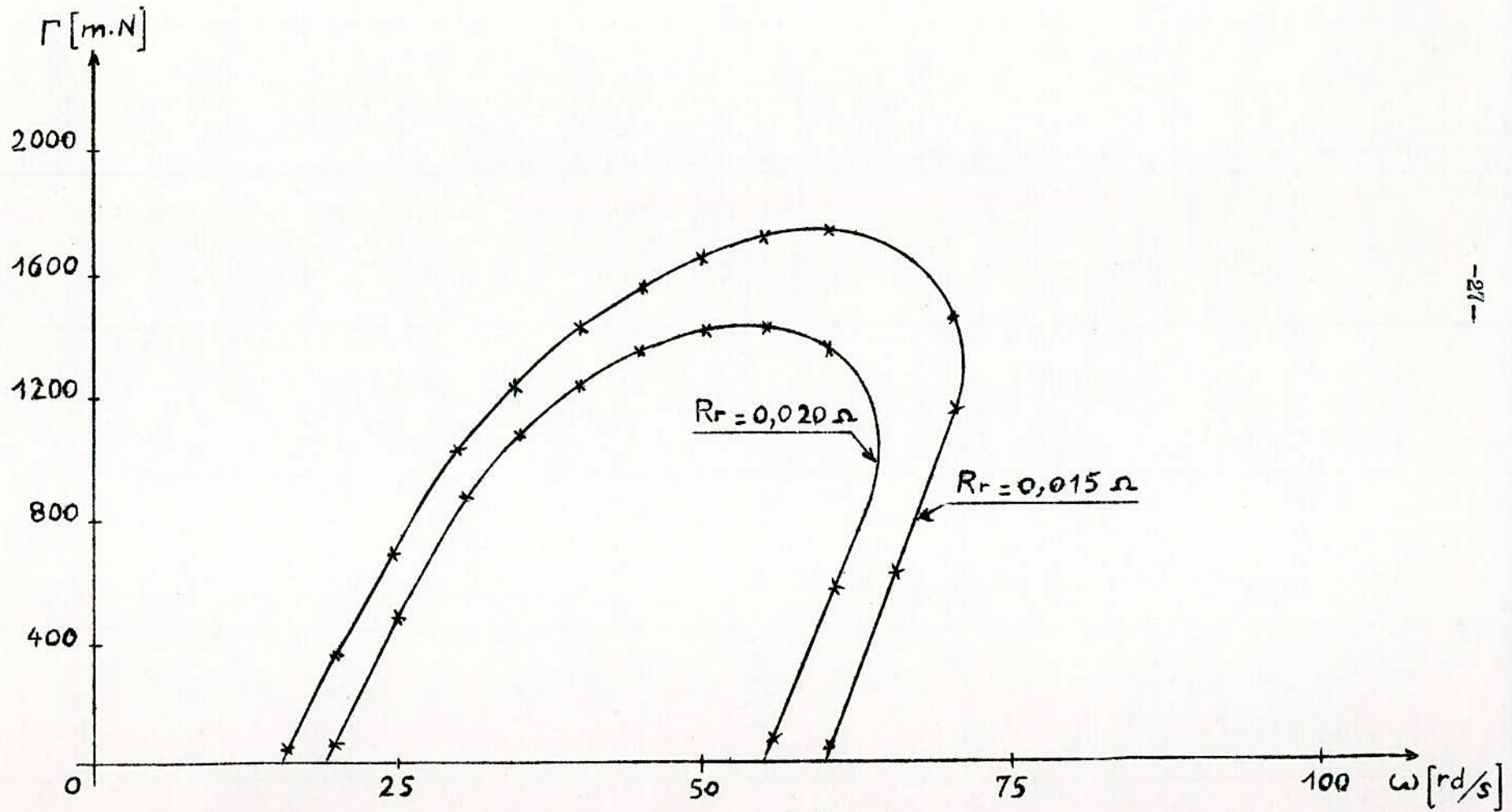


Fig: 5



## CONCLUSION

Dans cette étude nous avons déterminé dans quelles conditions on doit faire fonctionner une machine asynchrone et comment on doit choisir ses paramètres afin d'obtenir un fonctionnement stable si elle est alimentée à fréquence variable.

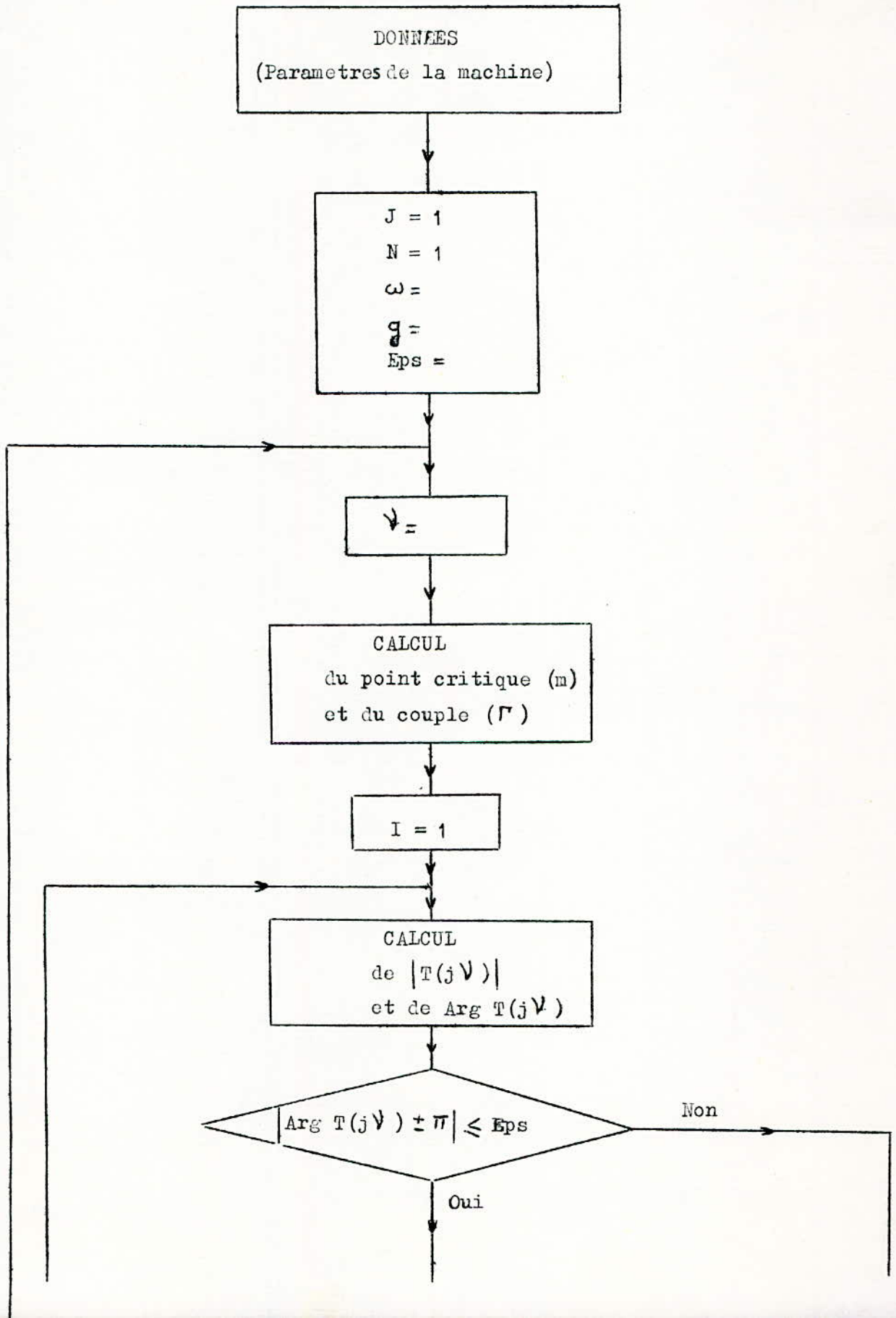
Cette analyse montre qu'il peut y avoir instabilité pour de faibles vitesses (basses fréquences) si les paramètres de la machine sont mal choisis, en particulier la région d'instabilité est d'autant plus grande que le moment d'inertie est faible, tous les autres paramètres restant constants. La machine associée permet d'avoir un moment d'inertie de l'ensemble plus élevé, par conséquent de diminuer la région d'instabilité aux basses fréquences.

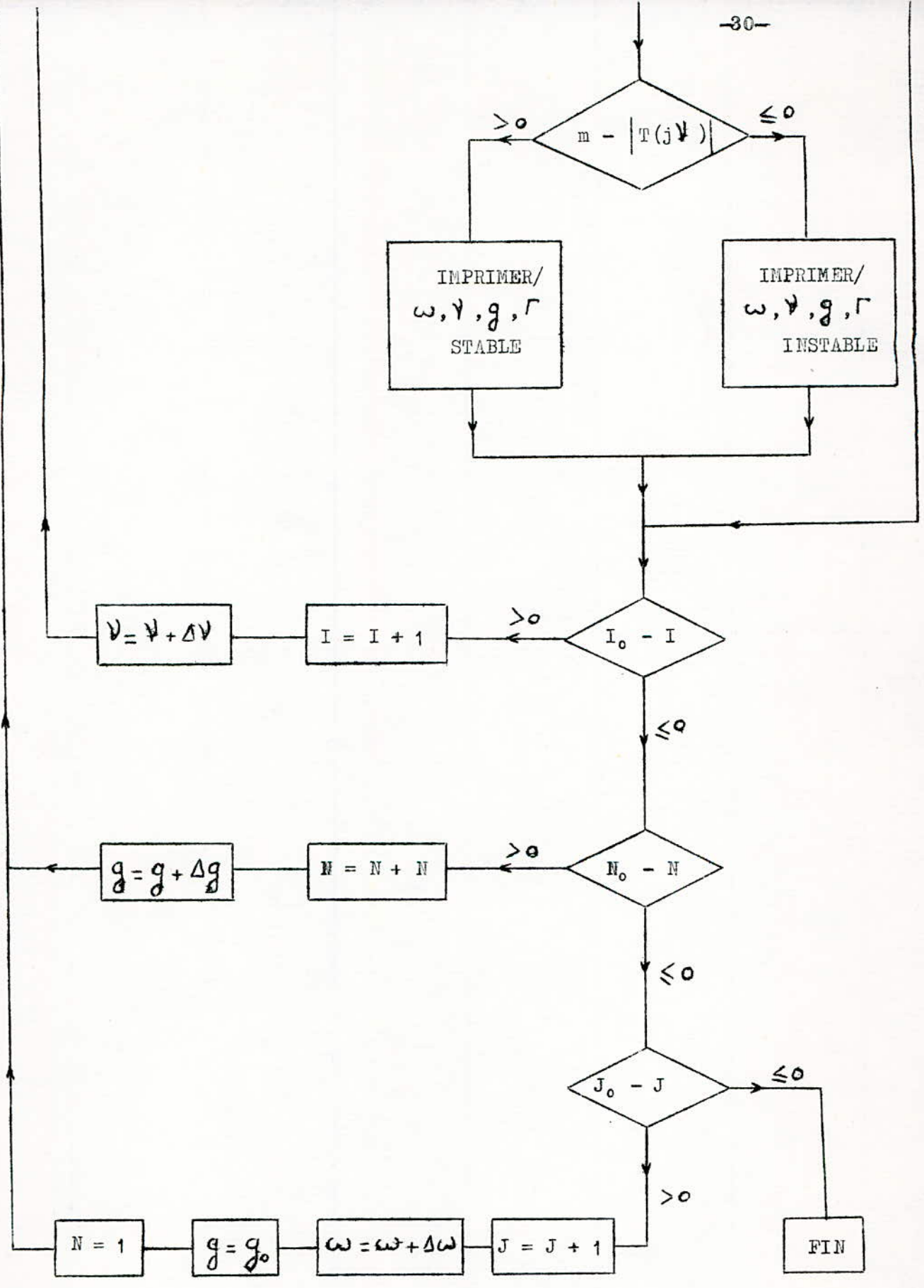
Les résultats obtenus correspondent approximativement à ceux obtenus par P.KRAUSE and T.LIPO [ 1 ] par une méthode différente.

Nous avons montré l'influence du moment d'inertie et de la résistance du circuit rotorique de la machine sur la zone d'instabilité. Avec le programme écrit en langage FORTRAN IV que nous avons établi au cours de cette analyse, il est possible d'examiner l'influence de tous les autres paramètres (  $R_s$ ,  $M$ ,  $L_s$ , ... ) de la machine; pour cela il suffit de changer successivement la valeur de chacun de ces paramètres en gardant la valeur des autres constante sur la carte des données du programme.

Donc si on a une machine donnée, pour de faibles vitesses, on doit la faire fonctionner en dehors de la zone d'instabilité déterminée préalablement. Si on a à construire une qui doit fonctionner à fréquence d'alimentation variable, pour assurer sa stabilité aux basses fréquences, avec cette étude on peut déterminer les valeurs optimales de ses paramètres, compte tenu des impératifs de construction de la machine.

Il est important de noter que la méthode utilisée pour la machine à induction peut être étendue aux cas de l'étude de la stabilité des autres machines, en particulier des machines synchrones et des machines à reluctance variable.

Organigramme de calcul



Listing du programme en langage FORTRAN IV (IBM 1130) pour la  
determination des zones de stabilite et d'instabilite de la machine

```
// JOB
// FOR
§IOCS(CARD,1132 PRINTER)
§ONE WORD INTEGERS
§LIST ALL
C TAMAZOUT AMAR -THESE DE FIN D'ETUDES-
C - ETUDE DE LA STABILITE DES MACHINES A INDUCTION A FREQUENCE VARIABLE-
REAL LS,LR,M,K2
READ(2,8)RS,RR,LS,LR,M
8 FORMAT(5F8.5)
J=1
N=1
W=5.
GO=0.005
EPS=0.005
E=(RS§LR)/(LS§RR)
K2=(M§M)/(LS§RR)
6 V=0.
G=RR/(LR§(1.-GO)§(1.-K2)§W)
GAMMA=(0.975§RR§GO§W)/(RR§RR+(0.00026§GO§W)§§2)
PCR=(8.0§(GO§(W§(1.-GO))§§2))/(G§GAMMA)
I=1
3 A=(1.+(E§G§(1.-K2))§§2-(1.+E§(2.-K2))§V§V)§G
B=(1.+G§G§E§(1.-K2)§(2.+E)-V§V)§V
C=2.§G((1.+E)§(V§V-G§G§E§(1.-K2))-1.)§V
D=G§G§(1.+(G§E§(1.-K2))§§2)-(G§G§(1.+E)§§2+2.§G§G§E§(1.-K2)+1.)
2§V§V+V§§4
AMP=SQRT(A§A+B§B)/(V§SQRT(C§C+D§D))
§AB=B/SQRT(A§A+B§B)
CAB=A/SQRT(A§A+B§B)
§CD=D/SQRT(C§C+D§D)
CCD=C/SQRT(C§C+D§D)
```

```
IF(ABS(SAB+SCD)-EPS)18,18,17
18 IF(ABS(CAB+CCD)-EPS)19,19,17
19 IF(PCR-AMP)11,11,13
11 WRITE(3,14)W,V,GO,GAMMA
14 FORMAT(5X'W='F5.0,5X,'V='F5.3,5X,'GO='F5.2,5X,
1' GAMMA='F8.2,5X,'INSTABLE')
GO TO 17
13 WRITE(3,16)W,V,GO,GAMMA
16 FORMAT(5X'W='F5.0,5X,'V='F5.3,5X,'GO='F5.2,5X,
3' GAMMA='F8.2,5X,'STABLE')
17 IF(100-I)1,1,2
2 I=I+1
V=V+0.01
GO TO 3
1 IF(50-N)9,9,10
10 N=N+1
GO=GO+0.005
GO TO 6
9 IF(60-J)4,4,5
5 J=J+1
W=W+5.
GO=GO+0.005
N=1
GO TO 6
4 CALL EXIT
END
```

// XEQ

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] P.C KRAUSE "Stability analysis of a symmetrical induction machine"  
( I E E E trans. Power apparatus and Systems,  
vol. Pas -88, No. 11, pp 1710 - 1717, Novembre 1969)
- [2] G.J. ROGERS : "Linearised analysis of induction-motor transients,  
(Proc. I E E; Vol. 112, No 10, pp 1917 - 1920, Octobre 1965)
- [3] R. LE DOEUFF: " Etude de l'adaptation d'un cycloconvertisseur à  
l'alimentation de machines à induction ",  
(These de Docteur-Ingénieur, Nancy 1970)
- [4] P. BARRET: "Electrotechnique général-Regimes transitoires des machines  
tournantes ", (E.S.E, Paris 1967 )
- [5] C. FOULARRD : " Asservissements lineaires continus ",  
( Maitrise d'E.E.A., C 3 - Automatique, Dunod Université)