

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

2/71

DEPARTEMENT ELECTROTECHNIQUE

lea

THESE DE FIN D'ETUDES

الجامعة الوطنية للعلوم والتقنية
المكنية
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

ETUDE ET REALISATION d'UN
FILTRE ELECTROSTATIQUE

SUJET

Proposé par

N. WADJIH

Expert de

L'UNESCO

Réalisé par

A. MAZA

et LAMRHO

Promotion 1971

الى كل من شا ركوا في تكريمنا وجعلوا منا
ما نحن الان. شكرنا اليهم والى الاله
ونقول

"رنا زدنا علما"

INTRODUCTION

=====

La technique, dans son progrès, apporte à l'homme des bienfaits mais ne manque pas de lui poser des problèmes. L'un de ces problèmes très graves est la pollution :

- Pollution de l'eau (LA VOLGA...)
- Pollution de l'air (TOKYO ...)

Notre travail a pour but de concevoir un filtre électrostatique, appareil qui doit retenir les particules (poussières) en les chargeant électriquement et permettre ainsi sinon d'éliminer la pollution de l'air du moins de la limiter.

Le principe de fonctionnement est basé sur la charge des particules par un champ électrique ionisant. Autour d'un fil électrique tendu porté à une tension négative élevée se développe un champ intense qui rompt la rigidité de l'air et donne ainsi naissance à une couronne lumineuse ("effet corona") autour du fil conducteur appelé électrode d'émission. Les atomes de l'air se décomposent en :

- Ions négatifs (électrons)
- Ions positifs

Ces derniers sont attirés par l'électrode d'émission et restent dans la partie lumineuse (couronne), alors que la partie sombre de l'espace ionisé est constituée essentiellement d'électrons.

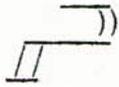
Les particules en passant dans cet espace ionisé acquièrent des charges négatives du fait de l'impact d'électrons sur leur surface. Ainsi chargées, le champ électrostatique exercera sur elles des forces qui les dirigeront sur une autre électrode cylindrique ou plane reliée à la terre appelée électrode de captation.

.../...

.../...

Les particules cèdent alors leur charge qui s'écoule vers la terre et tombent pour être récupérées.

Pour notre travail nous avons suivi le plan suivant :



L A N

--

- I - Aperçu sur la constitution de la matière
- II - Electrostatique
- III - Décharge dans les gaz
- IV - Effet couronne
- V - Loi de la charge des particules
- VI - Loi de la décharge des particules
- VII - Etude de la maquette et résultats pratiques

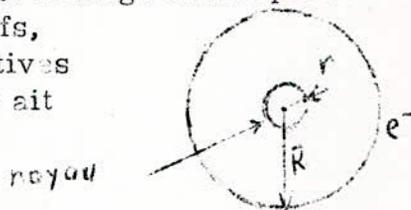
I - APERÇU SUR LA CONSTITUTION DE LA MATIÈRE

La matière est constituée de molécules qui s'agitent continuellement. Le mouvement Brownien montre que les vitesses et les directions de ces agitations sont tout à fait quelconques.

Les molécules elles-mêmes sont constituées d'atomes liés; et on caractérise les éléments par leurs atomes.

Particules fondamentales de la matière

L'atome est constitué d'un noyau très dense (10^{14} g/cm³) entouré d'une pulpe électronique légère. C'est l'image classique de l'atome. Dans cette pulpe gravitent Z électrons négatifs, tandis que le noyau comporte Z charges positives de façon à ce que l'ensemble noyau électrons ait une charge électrique globale nulle.



Le rayon global de l'atome supposé sphérique est $R = 10^{-3}$ cm celui du noyau supposé lui aussi sphérique est $r = 1,2 \cdot 10^{-13}$ cm

Caractéristique de l'électron

L'électron joue un rôle très important dans les phénomènes électriques. Hitorf, Thomson et Millikan (1909 - 1917) l'ont étudié et leurs expériences nous donnent :

- L'électron est une particule chargée négativement $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb.

- Sa masse est : $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$ g soit 1/1830 masse de l'atome d'hydrogène.

- Pour le déplacer entre deux points entre lesquels règne une différence de potentiel de 1 volt ; il faut lui fournir une énergie de un électro-volt.

$$1 \text{ eV} = W = qV = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ joules}$$

.../...

$$w = \frac{1}{2} mv^2 = E_c$$

W est l'énergie cinétique acquise par l'électron primitivement au repos.

Le noyau

Ce qui pèse dans un atome c'est son noyau qui est constitué de nucléons.

Les nucléons sont différents selon les corps considérés néanmoins, il existe toujours des protons et souvent des neutrons.

Proton

- Charge = sa charge est égale à la charge de l'électron changée de signe
- Masse = sa masse est $1,67 \cdot 10^{-24}$ g. la masse du proton est 1830 fois à peu près la masse de l'électron.

Neutron

- Charge = le neutron a une charge nulle
- Masse = la masse du neutron est la même que celle du proton

Un atome est, à l'état de repos, électriquement neutre. Il y a donc autant de charges positives (protons) que de charges négatives (neutrons).

En chimie, on donne un corps sous sa forme symbolique : $\begin{matrix} Z \\ A \end{matrix}$ Corps

A = masse atomique
Z = nombre d'électrons

Exemple = $\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$ H ou $\begin{matrix} 8 \\ 16 \end{matrix}$ O

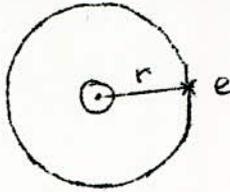
Il existe alors : Z protons
 et A-Z neutrons

Pour l'oxygène $\begin{matrix} 8 \\ 16 \end{matrix}$ O nous aurons

8 électrons
8 protons
et A - Z = 16 - 8 = 8 neutrons

... ' ...

ENERGIE NECESSAIRE pour déplacer un électron gravitant autour d'un noyau



Calculons l'énergie cinétique E_c de cet électron. Cet électron e est soumis à une force d'attraction

$$f = \frac{q^2}{r}$$

Cet électron se déplaçant à une vitesse v sur son orbite, est soumis à une accélération centrifuge :

$$\gamma = \frac{v^2}{r}$$

La force centrifuge doit être égale à la force coulombienne pour que l'électron reste sur son orbite, nous écrivons alors :

$$f = \frac{q^2}{r^2} = m \gamma = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow m v^2 = \frac{q^2}{r}$$

D'où l'énergie cinétique de l'électron :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{r}$$

A l'infini ($r \rightarrow \infty$) cette énergie est nulle .

Calculons maintenant l'énergie potentielle E_p de cet électron. Le champ créé par le noyau à la distance r est :

$$E = \frac{q}{r^2} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{q}{r}$$

$$E = - \frac{dV}{dr}$$

L'énergie potentielle de l'électron situé à une distance r du noyau est donc égale à :

$$E_p = - \frac{q^2}{r}$$

Le signe (-) signifie que le fait d'amener l'électron de la distance r à l'infini absorbe au milieu extérieur (et emmagasine sous forme d'énergie potentielle) une énergie égale à la valeur $\frac{q^2}{r}$

Energie totale

$$E_t = E_c + E_p = \frac{1}{2} \frac{q^2}{r} - \frac{q^2}{r} = - \frac{q^2}{2r}$$

Donc pour éloigner un électron il nous faut fournir

$$E = \frac{q^2}{2r}$$

.../...

II - ELECTROSTATIQUE

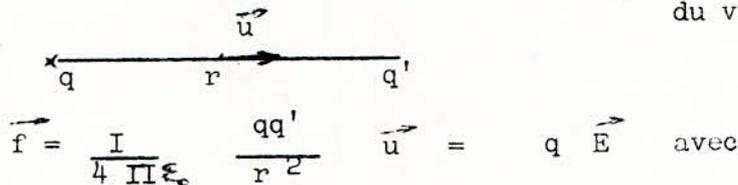
LOI DE COULOMB. -

Deux charges électriques ponctuelles exercent l'une sur l'autre une force f dirigée suivant la droite qui les joint proportionnelle à chacune des deux charges et inversement proportionnelle au carré de leur distance : r .

$$f = K \cdot \frac{qq'}{R^2}$$

$$K = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$$

ϵ_0 : permittivité diélectrique du vide ($8,86 \cdot 10^{-12}$ F/m).



$$\vec{f} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \vec{u} = q \vec{E} \quad \text{avec}$$

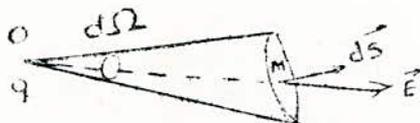
$$\vec{E} = \frac{q'}{4 \pi \epsilon_0} \frac{1}{r^2} \vec{u} \quad (1)$$

ACTION D'UN CHAMP ELECTROSTATIQUE SUR UNE CHARGE.

Toute charge électrique q placée en un point où le champ électrostatique est \vec{E} , est soumise à une force f donnée par.

$$\vec{f} = q \vec{E} \quad (2)$$

- Les charges positives se déplacent dans le sens du vecteur champ.
- Les charges négatives se déplacent en sens contraire du vecteur champ

FLUX DU VECTEUR CHAMP E à TRAVERS UNE SURFACE OUVERTE.


Le flux Ψ de \vec{E} à travers une surface S s'écrit :

$$\Psi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

.../...

$$\text{et } d\psi = \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u} \cdot d\vec{s}}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

$d\Omega$ est l'angle solide sous lequel on voit du point l'élément ds

$$\text{donc } d\psi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

et

$$\boxed{\psi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \Omega} \quad (3)$$

THEOREME DE GAUSS.

A travers une surface fermée,
pour une surface fermée.

$$= \psi = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad \Omega = 4\pi$$

Plus généralement

$$\boxed{\psi = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}} \quad (4)$$

q_i = charges intérieures

En écrivant $D = \epsilon_0 E$

$$\psi \cdot \epsilon_0 = \sum q_i$$

et ρ = charge volumique

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V \rho \, d\tau$$

THEOREME D'OSTOGRADSKY.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V \text{div } D \, d\tau = \int_V \rho \, d\tau \Rightarrow \boxed{\text{div } \vec{D} = \rho} \quad (5)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \Rightarrow \epsilon_0 \text{div } \vec{E} = \rho$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{d'où } \text{div } \vec{E} = -\text{div } (\text{grad } V) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Donc

$$\boxed{\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0} \quad (6) \quad \dots/\dots$$

C'est l'équation de Poisson.

DIPÔLE ÉLECTROSTATIQUE

On appelle dipôle électrostatique, un ensemble équivalent à deux charges opposées $-q$ et $+q$, ponctuelles, respectivement situées aux points A et B, la distance AB étant infiniment petite par rapport à la distance au point où l'on observe leurs effets ou d'où l'on agit sur elles.

MOMENT DIPOLAIRE.

Il est défini par le produit :

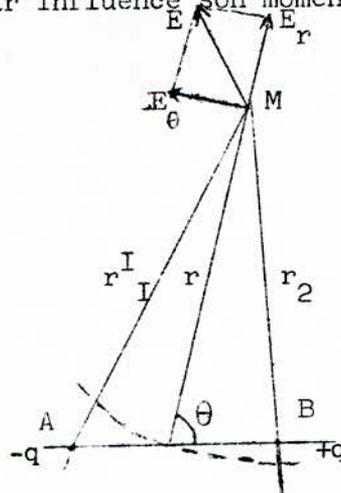
$$\boxed{\vec{p} = q \vec{AB}} \quad (7)$$

DIPÔLE RIGIDE.

Un dipôle rigide est un dipôle dont le moment dipolaire \vec{p} est indépendant du champ où il se trouve placé, par opposition, lorsque $|\vec{p}| = f(|\vec{E}|)$ le dipôle est non rigide.

S'il y a création d'un dipôle par influence son moment est appelé moment dipolaire induit.

POTENTIEL CRÉÉ PAR UN DIPÔLE.



Le potentiel au point M s'écrit :

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right)$$

.../.....

$$r_1 = AM \approx r + \frac{d}{2} \cos \theta$$

$$r_2 = BM \approx r - \frac{d}{2} \cos \theta$$

$$\text{Donc } r_1 - r_2 = d \cos \theta$$

$$\text{et } r_1 r_2 = r^2 - \frac{d^2}{4} \cos^2 \theta$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{d \cos \theta}{r^2 - \frac{d^2}{4} \cos^2 \theta} \right) \quad \# \quad \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2} \text{ pour } r \gg d$$

$$\text{Donc } \boxed{V = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}} \quad (8)$$

CHAMP CREE PAR UN DIPOLE :

Le champ E en M peut être décomposé en deux vecteurs

- le champ radial E_r
- le champ tangentiel E_θ

La circulation du champ s'écrira alors :

$$dC = E_r dr + E_\theta r d\theta$$

$$dC = -dV = -\frac{\partial V}{\partial r} dr - \frac{\partial V}{\partial \theta} d\theta$$

Alors :

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2 p \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \quad (9)$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{p \sin \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^3}$$

$$\boxed{E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}}{r^3}} \quad (10)$$

...../.....

CONSEQUENCE : Variation de E en fonction de r.

Le module de E créé par le dipôle varie en $\frac{I}{r^3}$

alors que celui créé par une charge ponctuelle varie en fonction de $\frac{I}{r^2}$.

Pour un dipôle, le champ décroît beaucoup plus vite avec r que celui d'une charge ponctuelle. En un point éloigné, il est négligeable.

CHAMPS ELECTROSTATIQUES.

Système de deux charges ponctuelles.

Le champ électrostatique au voisinage d'une sphère chargée Q s'écrit

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Ce champ est équivalent à celui créé par une charge ponctuelle Q à la distance r.

Au voisinage d'une charge ponctuelle, le champ est caractérisé par des surfaces de niveau (équipotentiellles) concentriques et des lignes de force radiales. A la distance r de cette charge le potentiel s'écrit :

$$V = - \int_r^{\infty} E dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

L'origine des potentiels étant prise à l'infini.

Sur la surface de la sphère de rayon r₀, le potentiel est :

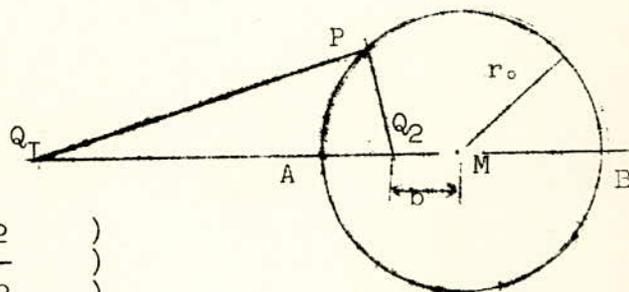
$$V_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_0}$$

$$E_0 : \frac{V_0}{r_0}$$

REPRESENTATION GRAPHIQUE DES SURFACES EQUIPOTENTIELLES.

Soit un système de 2 charges Q₁ et Q₂ de signes opposés, le potentiel en un point P est :

$$\begin{aligned} \overline{Q_1 Q_2} &= a \\ Q_1 M &= d \\ r_1 &= PQ_1 \\ r_2 &= PQ_2 \end{aligned}$$



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right)$$

l'équipotentielle $V = 0 \rightarrow \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} = 0 \rightarrow \frac{r_1}{r_2} = k$

Le lieu de ces points est un cercle qui divise harmoniquement la droite Q₁, Q₂ selon la relation:

$$\frac{Q_1 A}{Q_1 B} = \frac{Q_2 A}{Q_2 B} \quad \text{ou} \quad \frac{Q_1 A}{Q_2 A} = \frac{Q_1 B}{Q_2 B} = k$$

Puisque la démonstration est valable pour tous les plans passant par Q1 et Q2, la surface de niveau cherchée est une sphère engendrée par la rotation du cercle M.

$$\frac{a+b-r_0}{r_0-b} = \frac{a+b+r_0}{r_0+b} = k$$

$$\boxed{r_0^2 = b(a+b)} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{r_0}{b} = k}$$

a, b, d sont définis dans le schéma ci-dessus -

Si $Q1 = -Q2$ $k = -\frac{Q1}{Q2} = 1$, la surface équipotentielle

est alors le plan médiateur.

La sphère engendrée par la rotation du cercle M restera surface de niveau quand on dispose une 3ème charge Q3 en M. Seul le potentiel à la surface de cette sphère augmente de la quantité

$$V3 = \frac{Q3}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_0}$$

Le champ électrostatique n'est pas modifié si l'on remplace une surface équipotentielle par une surface métallique infiniment mince de même forme et maintenue au potentiel correspondant.

En appliquant ce résultat à la surface sphérique précédente, on obtient le champ qui règne entre Q1 et la sphère conductrice de rayon r0 qui porte la charge Q2 + Q3 et dont le centre se trouve à la distance d = a + b de Q1 :

$$b = \frac{r_0^2}{d}$$

$$-\frac{Q1}{Q2} = k = \frac{r_0}{b} \quad \text{d'où} \quad Q2 = -Q1 \frac{b}{r_0}$$

et $Q2 = -\frac{r_0}{d} \cdot Q1$

Par similitude avec la réflexion optique, on dit que la charge Q2 est l'image électrique de Q1 par rapport à la surface de la sphère.

SPHERE INITIALEMENT NEUTRE :

On a vu que la charge totale de la sphère était Q2 + Q3

Pour une sphère initialement neutre on doit avoir

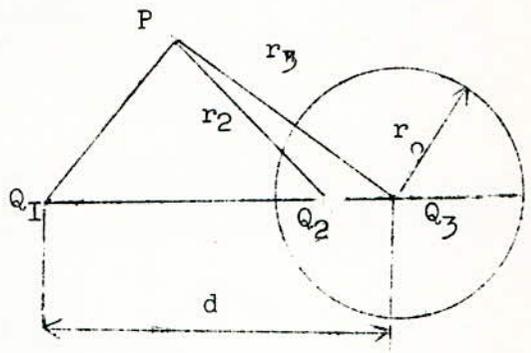
$$Q2 + Q3 = 0$$

d'où

$$\boxed{Q3 = -Q2 = Q1 \frac{r_0}{d}}$$

Pour un point P quelconque de l'espace extérieur, le potentiel est :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_I}{r_1} - \frac{Q_I}{r_2} \frac{r_0}{d} + \frac{Q_I}{r_3} \frac{r_0}{d} \right)$$



$$V = \frac{Q_I}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_I} - \frac{r_0}{d} \frac{1}{r_2} + \frac{r_0}{d} \frac{1}{r_3} \right)$$

Conséquences : Soit une sphère neutre placée à la distance \$d\$ d'une charge \$Q_I\$; le potentiel à la surface de cette sphère de rayon \$r_0\$ très petit est d'après

$$V = \frac{Q_I}{4\pi\epsilon_0 d}$$

Donc une sphère neutre de dimensions assez petites, pour qu'on puisse admettre que le champ est uniforme, prend le potentiel qui préexistait à l'endroit où on la dispose.

Si maintenant on fait croître \$d\$ et \$Q_I\$ indéfiniment, l'intensité du champ \$E_0 = \frac{Q_I}{4\pi\epsilon_0 d^2}\$

restant constante, la répartition du potentiel est alors celle qui existe au voisinage d'une sphère métallique introduite dans un champ initialement uniforme.

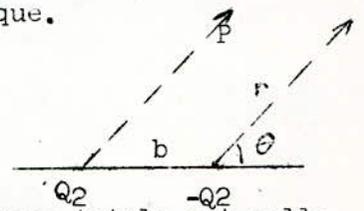
La charge \$Q_I\$ est : $Q_I = 4\pi\epsilon_0 d^2 E_0$

Quand la distance \$d\$ augmente, l'image \$Q_2\$ de \$Q_I\$ se rapproche du centre de la sphère. Mais le système équivalent à la sphère comporte en outre une charge \$-Q_2\$ placée en son centre.

On obtient donc un système de deux charges égales et opposées très proches l'une de l'autre : Ce système est un dipôle électrique.

Le moment du dipôle : \$p = b Q_2\$

$$V = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



Le dipôle produit donc un champ électrique bien que sa charge totale est nulle. Cependant son effet diminue très vite quand la distance augmente :

La répartition du potentiel qui résulte de la présence d'une sphère neutre dans un champ primitivement uniforme est identique à celle qui résulte de l'action simultanée d'une charge très éloignée et d'un dipôle :

$$V = \frac{Q_I}{4\pi\epsilon_0(d+r\cos\theta)} + \frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$V = \frac{Q_I}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(d+r\cos\theta)} - \frac{b Q_2 \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Comme $b = \frac{r^2}{d}$, $Q_2 = -Q_I \frac{r}{d}$ et $Q_I = 4\pi\epsilon_0 d^2 E_0$

$$V = E_0 \left(\frac{1}{d+r\cos\theta} + \frac{r^3}{d^2} \frac{\cos\theta}{r^2} \right) d^2$$

$$V = E_0 \left(\frac{1 - \frac{r\cos\theta}{d}}{d} + \frac{r^3}{d^2} \cdot \frac{\cos\theta}{r^2} \right) d^2$$

$$V = d^2 E_0 \left(\frac{1}{d} - \frac{r\cos\theta}{d^2} + \frac{r^3}{d^2} \frac{\cos\theta}{r^2} \right)$$

En additionnant la constante arbitraire $-d \cdot E_0$ nous obtenons :

$$V = E_0 \left(-r + \frac{r^3}{r^2} \right) \cos\theta$$

A la surface de la sphère nous avons le champ.

$$E = - \left(\frac{dV}{dr} \right)_{r=r_0} = E_0 \left(1 + \frac{2r_0^3}{r_0^3} \right) \cos\theta$$

$$E_{r_0} = 3 E_0 \cos\theta$$

Ainsi le champ à la surface de la surface pour $\theta = 0$ et $\theta = \pi$ est 3 fois plus intense que dans la répartition uniforme initiale.

La densité de charge créée par influence à la surface de la sphère est égale au déplacement.

..../...

$$D = 3 \epsilon_0 E_0 \cos \theta = \sigma$$

En écrivant $3 \epsilon_0 E_0 = \sigma_0$ nous aurons alors :

$$\sigma = \sigma_0 \cos \theta$$

GAS D'UNE SPHERE INITIALEMENT CHARGEE.

Soit Q la charge de cette sphère, le nouveau potentiel s'écrirait alors

$$V = E_0 \left(-r + \frac{r_0^3}{r^2} \right) \cos \theta + \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 r}$$

CONCLUSION : L'introduction d'une particule sphérique initialement neutre (graines de ciment par exemple). Dans un champ uniforme entraîne une modification sensible de ce dernier.

La charge surfacique prise par une telle particule est :

$$\sigma = \sigma_0 \cos \theta \quad \text{avec} \quad \sigma_0 = 3 \epsilon_0 E_0$$

E_0 étant l'intensité du champ uniforme avant l'introduction de la particule.

SPHERE DIELECTRIQUE.

Que ce soit la purification des gaz, le triage de certaines matières ou autre, on a très souvent affaire à des particules plus ou moins isolantes c'est-à-dire des particules diélectriques, d'où la nécessité de faire un rappel théorique sur les diélectriques.

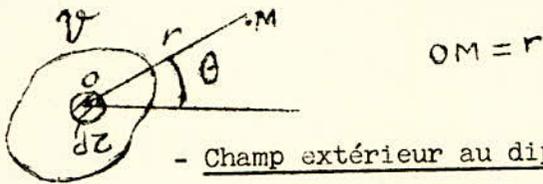
...../.....

POLARISATION :

Soit $d\vec{p}$ le moment dipolaire du volume $d\tau$ élémentaire : $\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{d\tau}$

est appelé polarisation du diélectrique en o.

Si \vec{P} n'est pas nul, le diélectrique est dit polarisé.



- Champ extérieur au dipôle :

Le champ créé par le dipôle élémentaire est d'après () :

$$d\vec{E} = - \text{grad} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot P \frac{\cos\theta}{r^2} d\tau \right)$$

Le potentiel :

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \cos\theta}{r^2} d\tau$$

Pour tout le volume V du diélectrique on a :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{P \cos\theta}{r^2} d\tau = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\vec{P} \cdot \vec{r}}{r^3} d\tau = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V -\vec{P} \cdot \text{grad} \frac{1}{r} d\tau$$

Mais on a :

$$\vec{P} \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = -\text{Div} \frac{\vec{P}}{r} + \frac{1}{r} \text{DIV} \vec{P}$$

$$d'où : V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_V \text{Div} \left(\frac{\vec{P}}{r} \right) d\tau - \int_V \frac{1}{r} \text{Div} \vec{P} d\tau \right]$$

On pose :

$$\rho' = -\text{div } \vec{P}$$
$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

\vec{n} étant la normale à la surface considérée.

La somme des charges du diélectrique est nulle :

$$\int_S \sigma' ds + \int_V \rho' d\tau = 0$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_V \frac{\rho'}{r} d\tau + \int_S \frac{\sigma'}{r} ds \right]$$

Donc nous voyons que le potentiel $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho \cos \theta}{r^2} d\tau$

est identiquement le même que s'il y avait dans le volume v du diélectrique polarisé :

Une densité cubique de charges

$$\rho' = -\text{div } \vec{P}$$

et la surface qui limite le volume V , une densité superficielle de charges.

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n}$$



Si en outre le diélectrique possède des charges réelles ρ et σ , les charges totales seront :

.../....

$$\text{et } \begin{cases} \rho - \text{div } \vec{P} \\ \sigma + \vec{P} \cdot \vec{n} \end{cases}$$

CHAMP A L'INTERIEUR DU DIELECTRIQUE.

Ce champ est irrotationnel : $\text{rot } \vec{E} = 0$

$$\epsilon_0 \text{div } \vec{E} = \rho - \text{div } \vec{P} \Rightarrow \text{div}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho$$

comme $\rho = \text{div } \vec{D}$ \vec{D} : vecteur déplacement de charges

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Alors que dans le vide le déplacement \vec{D} est parallèle à la direction du champ \vec{E} , dans un diélectrique il est la résultante de deux vecteurs non colinéaires.

\vec{D} caractérise le déplacement des charges vraies.

INFLUENCE D'UN CHAMP E_0 SUR UNE SPHERE DIELECTRIQUE.

Cette étude va nous permettre de comprendre le mécanisme de charges des particules diélectriques.

Nous avons étudié le cas d'une sphère conductrice et nous avons vu que sous l'influence d'un champ uniforme E_0 il apparaît à la surface de cette sphère une charge σ' répartie uniformément et qui s'écrit pour un point M donné à la surface de la sphère :

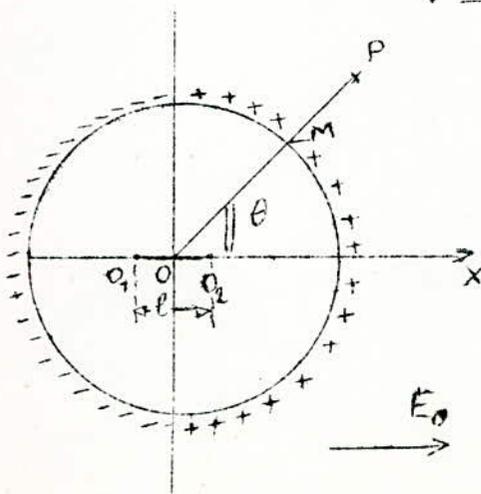
$$\sigma' = \sigma_0 \cos \theta$$

θ caractérise la position du point M par rapport à un axe de référence x .

Il en est de même pour une sphère diélectrique.

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P \cos \theta$$

\vec{n} : vecteur unitaire normal à la surface du volume diélectrique.



La sphère ainsi représentée se redouble en deux sphères de centre O_1 et O_2 dont la distance $O_1 O_2 = 2l$

Ceci revient à l'étude d'un dipôle rigide $O_1 O_2$ de charge $Q_1, -Q_2$

$Q_1 l$: moment dipolaire.

.../....

Revenons maintenant à la sphère réelle de centre O et rayon R et considérons un élément de surface dans Δs . La charge correspondante

$$dQ = \sigma' ds = \sigma' 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$$

$$\sigma' = P \cos \theta$$

d'où : $dQ = 2\pi R^2 \sin \theta \cos \theta d\theta$

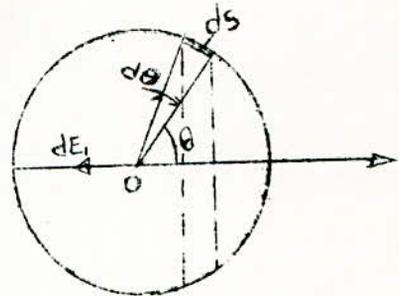
Le champ dE_I créé par dQ au centre de la sphère O, se calcule comme celui d'un anneau circulaire ;

$$dE_I = \frac{1}{\epsilon_0 \pi 4} \cdot \frac{dQ}{R^2} \cos \theta$$

Ce champ est dit champ dépolarisant

$$E_I = \int_0^\pi dE_I$$

$$E_I = \frac{P}{2\epsilon_0} \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta$$



$$E_I = - \frac{P}{3\epsilon_0}$$

Le champ total à l'intérieur de la sphère est :

$$E' = E_0 + E_I$$

d'où:

$$E' = E_0 - \frac{P}{3\epsilon_0}$$

Le déplacement $D = \epsilon E'$

ϵ étant la permittivité diélectrique de la sphère.

$$D = \epsilon E' = \sigma + \sigma'$$

$$D = \epsilon_0 E' + P.$$

d'où

$$\epsilon E' = \epsilon_0 E' + P \implies E'(\epsilon - \epsilon_0) = P$$

$$E' = \frac{P}{\epsilon - \epsilon_0} = E_0 - \frac{P}{3\epsilon_0} \implies P \left(\frac{1}{3\epsilon_0} + \frac{1}{\epsilon - \epsilon_0} \right) = E_0$$

...../.....

$$\text{Ce qui s'écrit : } E_0 = P \left[\frac{3\epsilon_0 + E - E_0}{3\epsilon_0 (E - E_0)} \right] = \frac{P}{3\epsilon_0} \left[\frac{2\epsilon_0 + E}{E - E_0} \right]$$

$$\text{d'où alors } P = 3 \epsilon_0 E_0 \frac{E - E_0}{2\epsilon_0 + E}$$

et à l'intérieur du diélectrique

$$E' = E_0 - \frac{P}{3\epsilon_0} = E_0 \left(1 - \frac{E - E_0}{2\epsilon_0 + E} \right)$$

$$E' = E_0 \left(1 - \frac{E - E_0}{2\epsilon_0 + E} \right)$$

Si le diélectrique est uniformément polarisé

$$\text{Div } \vec{P} = 0$$

$$P' = P \cos \theta = 3\epsilon_0 E_0 \frac{E - E_0}{E + 2\epsilon_0} \cos \theta$$

□ Champ total de la sphère diélectrique en un point B extérieur.

Le champ sera la résultante de la composition du champ E_0 et du champ dû au dipôle de moment :

$$P = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho$$

a : rayon de la sphère

qui comme nous l'avons déjà vu à deux composantes, E_r et E_θ

$$E_r = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2P \cos \theta}{r^3} \right) \quad \text{et} \quad E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P}{r^3} \sin \theta$$

Le champ global en B sera donc :

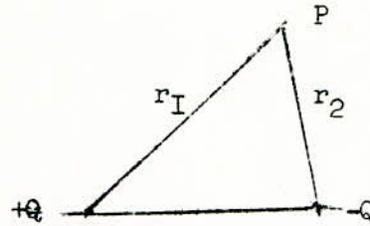
$$E_{r \text{ ex}} = E_0 \cos \theta \left(1 + 2 \frac{a^3}{r^3} \frac{E - E_0}{E + 2\epsilon_0} \right)$$

$$E_{\theta \text{ ex}} = E_0 \sin \theta \left(\frac{E - E_0}{E + 2\epsilon_0} \frac{a^3}{r^3} - 1 \right)$$

à la surface de la sphère $r = a$

$$\left\| \begin{aligned} E_{r \text{ ex}} &= \frac{3\epsilon_0 E_0 \cos \theta}{E + 2\epsilon_0} \\ E_{\theta \text{ ex}} &= \frac{-3\epsilon_0 E_0 \sin \theta}{E + 2\epsilon_0} \end{aligned} \right\|$$

CHARGES LINEAIQUES .



Soient deux conducteurs rectilignes parallèles de très grande longueur l et portant les charges totales $+Q$ et $-Q$; le potentiel en un point P à la distance r_1 et r_2 conducteurs s"écrit.

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + k_I$$

k_I est le potentiel aux grandes distances (à l'infini). En choisissant l'origine des potentiels à l'infini, on a donc :

$$\underline{V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (30)}$$

Les surfaces équipotentiellles sont telles que $V = \text{constante}$; Ces surfaces sont donc définies par :

$$\frac{r_1}{r_2} = k = \text{Cte}$$

Les surfaces équipotentiellles sont des cylindres qu'on représente dans le plan par des cercles. Ceci nous ramène du point de vue représentation graphique et étude théorique au cas précédent : sphère en présence de charge ponctuelle.

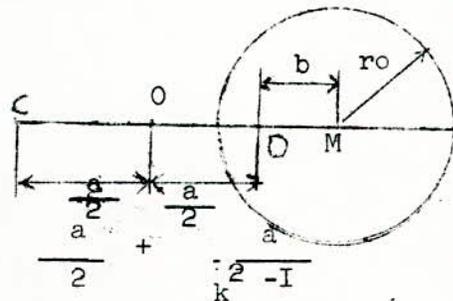
Soit C et D les traces des conducteurs parallèles.

Soit O le milieu du segment $CD = a$

d'après (I7)et(I8) nous aurons:

$$r_0 = a \frac{k}{k^2 - 1}$$

$$\text{et alors} \quad = \frac{a}{2} + b = \frac{a}{2} + \frac{a^2 - r_0^2}{k^2 - 1}$$



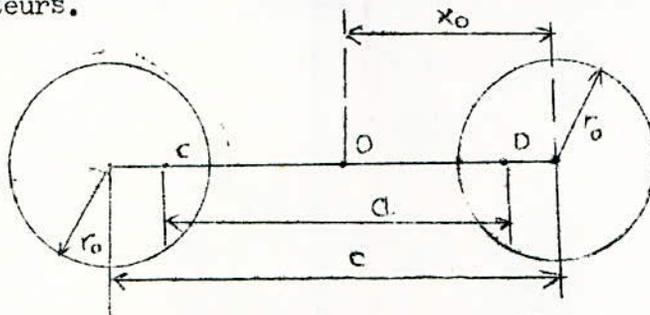
Ainsi nous définissons entièrement le cercle en connaissant son rayon $r_0 = a \frac{k}{k^2 - 1}$ et la position de M centre du cercle par rapport à O centre de CD .

$$OM = x_0 = \frac{a}{2} + \frac{a}{K^2 - 1}$$

et x_0 et r_0 sont reliés par la relation :

$$\boxed{x_0^2 - r_0^2 = \frac{a^2}{4}} \quad (33)$$

Donc les surfaces équipotentiellles sont des cylindres d'axes parallèles aux conducteurs.



Prenons maintenant deux électrodes cylindriques de rayon r_0 et dont les axes sont distants de $C = 2x_0$ (fig. ci-dessus)

Grâce à (33) nous aurons la valeur $a = 2\sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - r_0^2}$

de la distance des sources rectilignes qui donnent la même répartition de champ que les électrodes cylindriques.

L'expression du potentiel sur la droite CD à la distance x du point O est conformément à l'expression (30)

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{\frac{a}{2} - x}{a/2 + x} \quad (34)$$

et le champ correspondant, dont la direction est confondue avec CD a pour intensité :

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \left\{ \frac{I}{a/2 - x} + \frac{I}{a/2 + x} \right\}$$

Si on désigne par $\lambda = \frac{Q}{l}$ la charge linéique des conducteurs l'expression du champ devient :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{I}{a/2 - x} + \frac{I}{a/2 + x} \right) \quad (35)$$

La tension entre les 2 électrodes est :

$$U_0 = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0} \ln \frac{a/2 + c/2 - r_0}{a/2 - c/2 + r_0} \quad (36)$$

On peut tirer de cette formule l'expression de la capacité d'un système bifilaire.

$$C = \frac{\pi \epsilon_0 l}{\ln \left(\frac{a/2 + c/2 + r_0}{a/2 - c/2 + r_0} \right)} ; \quad c = 2 \sqrt{\frac{c^2}{4} - r_0^2}$$

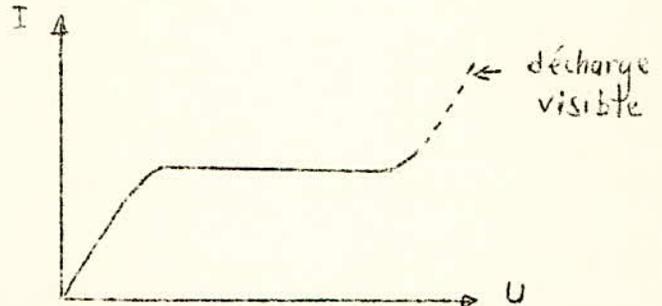
$$\text{ou } C = \frac{\pi \epsilon_0 l}{\ln \left[\frac{c}{2r_0} + \sqrt{\left(\frac{c}{2r_0}\right)^2 - 1} \right]}$$

Cette étude nous sera importante dans l'étude de notre maquette de l'électrofiltre pour laquelle les électrodes sont cylindriques. En effet on peut toujours ramener un système cylindrique à un système bifilaire (à une constante près). C'est ce que nous verrons dans l'étude de la maquette.

III - DECHARGES DANS LES GAZ

Dans les conditions usuelles, les gaz sont d'excellents isolants. Cependant des phénomènes de conduction peuvent apparaître lorsque la tension entre électrodes est élevée. Cette conduction se présentera sous des aspects divers. Nous désignerons cela par : les décharges dans les gaz. Les étincelles, les arcs, les décharges dans les tubes lumineux en constituent des exemples :

Notions fondamentales



Même aux basses tensions, les gaz sont susceptibles de conduire des courants mesurables, à condition d'être soumis à l'action d'agents ionisants (rayons X par exemple).

La figure ci-dessus montre la variation du courant I en fonction de la tension U appliquée aux électrodes. Lorsque cette tension devient très grande il y a la décharge visible.

Mécanismes de passage de courant

Certaines molécules sont divisées sous l'effet de l'agent ionisant en un électron et un ion positif. Ces porteurs de charges vont sous l'effet du champ électrique se diriger sur l'électrode positive ou négative selon leur signe et y abandonner leur charge.

La contribution au courant d'un corpuscule qui transporte la charge q et met le temps t pour aller d'une électrode à l'autre est :

$$\frac{q}{t} = \frac{q v}{l}$$

Si nous appelons l : distance entre les électrodes et v la vitesse moyenne du corpuscule,

Appelons aussi n la densité spatiale des corpuscules. Le courant relatif à une section droite S est :

$$I = \frac{q v}{t} \times n \times l \times S$$

La densité de courant j s'exprimera alors par :

$$j = \frac{I}{S} = \frac{q v}{t} \times n \times l = n q v$$

Appelons $nq = \rho$ la densité cubique de charges.

Alors : $j = \rho v$ (1)

Dans le cas où interviennent plusieurs espèces de corpuscules : chargés j s'exprimera par :

$$j = \rho_1 v_1 + \rho_2 v_2 + \dots + \rho_n v_n \quad (1 \text{ bis})$$

Les corpuscules chargés existants dans les gaz sont de trois sortes :

- Electrons de charge $-e$ et de masse 9.10^{-31} kg
- Ions positifs de charge $e, 2e, 3e, \dots$, et qui possèdent des atomes composants : donc 1 000 à 100 000 fois la masse des électrons.
- Ions négatifs de charge $-e, 2e, 3e, \dots$ et qui possèdent aussi la masse des atomes composants.

La vitesse v des corpuscules est fonction du trajet moyen λ le long duquel les forces électriques sont libres d'agir entre 2 chocs successifs.

Le libre parcours moyen λ est essentiellement fonction de la densité du gaz.

Soit τ la durée nécessaire pour parcourir λ

$\frac{1}{2} \left(\frac{qE}{m} \right) \tau^2$ est le parcours effectué par les particules chargées de masse m pendant τ sous l'effet de la force électrique.

$$v = \frac{d}{d\tau} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{qE}{m} \right) \tau^2 \right] = \frac{qE}{m} \tau \quad (2)$$

τ se déduit de λ et v' la vitesse moyenne d'agitation thermique. En effet nous avons :

$$\frac{1}{2} m v'^2 = \frac{3}{2} k T \quad (3) \quad k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/degre}$$

k est la constante de Boltzman et T est la température en degré Kelvin.

De (3) nous tirons : $v' = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ (4) et

$$\tau = \frac{\lambda}{v'} = \lambda \sqrt{\frac{m}{3kT}}$$

et en remplaçant τ par son expression dans (2) nous obtenons :

$$v = \frac{q}{\sqrt{3kT}} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{m}} \cdot E$$

Puisque le déplacement est parallèle au champ \vec{E} cette relation s'écrit aussi sous forme vectorielle :

$$\vec{v} = b \vec{E} \quad (5)$$

En posant

$$b = \frac{q}{\sqrt{3kT}} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{m}} \quad (6)$$

Le facteur b est ce que l'on appelle la mobilité des corpuscules chargés. Cette notion est très importante dans la suite de notre étude.

Exemple :

Dans l'air à la pression normale et à 0°C , $b = 1,5 \text{ cm}^2/\text{v s}$ pour les ions positifs.

$$\text{SI } E = 1 \text{ kv/cm} \quad V = bE = 1,5 \cdot 10^3 = 15 \text{ m/s}$$

Cette vitesse se superpose à la vitesse d'agitation thermique qui est calculée d'après (4) $v' \approx 50 \text{ m/s}$

La mobilité, étant proportionnelle au libre parcours moyen et inversement proportionnelle à la masse, sera alors beaucoup plus grande pour les électrons que pour les ions. Les électrons parcourront alors le champ 100 à 1000 fois plus vite que les ions qui restent pratiquement sur place pendant que les électrons vont d'une électrode à l'autre.

En pratique, il existe toujours une certaine ionisation des gaz qui provient de l'action des rayonnements lumineux, ou des rayonnements cosmiques de courte longueur d'onde. Cette ionisation est très souvent à l'origine des décharges autonomes et des décharges disruptives. Les deux principaux phénomènes qui provoquent les décharges autonomes dans les gaz sont :

- Ionisation par choc des atomes des gaz
- L'émission électronique à la surface de l'électrode négative à la suite de l'impact de ions positifs. Le premier phénomène étant de loin le plus important en haute tension d'une façon générale et dans la provocation de l'effet couronne d'une façon particulière, nous nous limiterons alors uniquement à son étude.

Ionisation par choc

Les charges mobiles, sous l'influence du champ, acquièrent une énergie cinétique qui peut être suffisante, lors d'une collision avec un atome neutre, pour l'ioniser. L'ionisation apparaît lorsque la variation de potentiel qui est λE devient égale à la tension d'ionisation.

$$\lambda E \geq U_i \quad U_i = \text{tension d'ionisation}$$

Exemples de potentiels d'ionisation

Gaz	U_i (v)
Néon	21,5
Argon	16
Azote	15,8

Puisque λ n'est pas constant, mais statiquement réparti sur un large domaine, l'ionisation par choc apparaît discrètement à la faveur de libres parcours moyens exceptionnels, même pour des intensités de champ relativement faibles. Quand cette intensité augmente, l'ionisation par choc augmente. On caractérise cette ionisation par choc par le pouvoir ionisant α qui représente le nombre de paires d'ions qu'un électron produit en moyenne sur un parcours de longueur unité parallèle au champ.

Pour une température, λ est inversement proportionnel à la pression p du gaz. Donc le nombre des électrons capables de provoquer une ionisation est fonction de $\frac{E}{p}$

Le pouvoir ionisant des électrons est de la forme : $\alpha = p f_1 \left(\frac{E}{p} \right)$

β , le pouvoir ionisant des ions positifs est très faible devant α

et $\beta = p f_2 \left(\frac{E}{p} \right)$

Des résultats d'expériences donnant pour p : 1 mm Hg

E (V/cm)	100	1000
α (cm ⁻¹)	0,7	10
β (cm ⁻¹)	$5 \cdot 10^{-4}$	0,3

Puisque pour un trajet de longueur dx , chaque électron donne αdx nouveaux électrons, n électrons donnent :

$$\text{alors } \frac{dn}{n} = \alpha dx$$

$$\alpha = C \frac{E^2}{p}$$

$$\text{et } n = n_0 e^{\alpha x}$$

n_0 : nombre d'électrons initial

Chaque nouveau électron contribue, par les ionisations qu'il provoque à son tour, à la création d'une véritable avalanche électronique. Le nombre des ions positifs croît aussi. Comme ces ions ne se meuvent que lentement vers la cathode, ils peuvent, en devenant assez nombreux, créer, malgré leur faible pouvoir ionisant, suffisamment d'électrons pour que la décharge se maintienne d'elle-même ; la décharge est alors autonome.

Pour deux électrodes planes parallèles, distantes de d un électron issu de la cathode est à l'origine de

$$e^{\alpha d} - 1 \text{ ions positifs;}$$

.../...

Sur le trajet d x, ces ions donnent naissance par chocs

à :

$$\beta dx (e^{\alpha d} - 1) \text{ électrons}$$

Pour que la décharge soit autonome il faut que :

$$\alpha dx = \beta dx (e^{\alpha d} - 1)$$

Soit
$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = e^{\alpha d}$$

ou
$$\alpha d = \ln \frac{\alpha + \beta}{\beta} \quad (7)$$

Dans le cas de l'air α est égal à 100 à 1 000 fois β

alors (7) donne :

$$\alpha d = 2,3 \text{ à } 7$$

IV EFFET COURONNE -

GENERALITES :

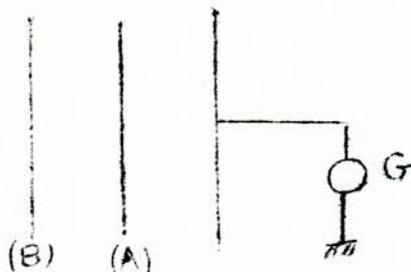
Sous l'action d'une cause ionisante, les atomes d'un gaz subissent des dissociations qui font apparaître des ions: les uns positifs et les autres négatifs (voir chapitre ionisation des gaz, les ions sont mobiles et se déplacent sous l'action d'un champ électrique; on a là un véritable transfert de charges électriques par les ions ce qui correspond à un courant qui traverse le gaz comme si celui-ci était devenu conducteur.

Les causes ionisantes sont nombreuses et on pourrait citer les rayons X, les rayons gamma, champ électrique intense etc....C'est ce dernier cas qu'on va essayer d'affronter vu que c'est lui qui se trouve en rapport direct avec ce projet.

FORMATION DE L'EFFET COURONNE.

Pour la commodité des calculs, en va choisir le cas classique d'un système cylindrique constitué par un conducteur métallique A placé dans l'axe d'un cylindre conducteur B relié à la terre.

Une tension variable V est appliquée au fil A. Si on la fait croître progressivement, on constate dans l'obscurité à partir d'une certaine valeur V_0 , l'apparition d'une luminescence autour du conducteur de couleur violet-pâle. Cette tension est appelée par certains auteurs tension critique visuelle.



Lorsqu'on fait croître encore la tension, la luminescence d'abord très faible augmente jusqu'à revêtir l'aspect d'une couronne entourant le conducteur, d'où le nom d'effet couronne (ou effet "coronna"). Et l'on observe en ce moment un bruissement caractéristique accompagné d'une odeur provenant de la dissociation de l'air (NO_2): c'est l'odeur de l'ozone (O_3).

L'interprétation de ces phénomènes est qu'au voisinage du conducteur A, l'air considérée initialement comme isolant est rompu par dissociation de ses atomes.

La densité des lignes de champ a atteint une certaine valeur donnée au point considéré.

En effet l'on conçoit aisément que cette densité de flux est maximum là où le gradient de la tension.

$$E = \frac{dV}{dr} \text{ est maximum, c-à-d à la surface du conducteur A.}$$

C'est pourquoi l'émission couronne commence toujours par se former à la surface du conducteur A.

Si la tension V croît encore jusqu'à une valeur appelée tension critique de la décharge V_d , une véritable étincelle électrique jaillit entre le conducteur A et le cylindre B. C'est la décharge disruptive.

En effet plus l'ionisation est intense (V grand), plus le nombre d'ions est grand et le courant qui traverse l'air est plus important. Si cette ionisation continue à croître avec la tension appliquée on aboutit à la décharge disruptive.

Comme l'effet couronne est un phénomène d'ionisation par chocs dans l'air ambiant, la température et surtout la pression de ce dernier jouent un rôle important.

Conditions de formation et d'entretien de l'effet couronne.

Soit r le rayon du conducteur A et R le rayon du cylindre.

Le champ en un point P situé sur un cylindre de rayon x est:

$$E_p = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \frac{1}{x} \quad (I) \quad \begin{array}{l} Q : \text{charge totale de A} \\ l : \text{longueur du système} \end{array}$$

La différence de potentiel entre A et B est:

$$U = V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{R}{r} \quad (2)$$

(I) et (2) donnent:

$$E_p = \frac{U}{x \ln \frac{R}{r}}$$

A la surface de A, $x = r$, d'où :

$$E_r = \frac{U}{r \ln \frac{R}{r}} = E_m \quad (3)$$

Pour que l'effet couronne se forme il faut que la valeur du gradient de potentiel E soit supérieure ou égale au gradient disruptif de l'air: le phénomène doit se passer dans le silence et l'obscurité.

Condition de formation de l'effet couronne (E.C.).

Pour cela, cherchons la relation qui pourrait exister entre R et r (R étant constant) pour que l'E.C. puisse se former, pour une tension U donnée.

Dans l'expression (3), E_m est minimum si le dénominateur $r \ln \frac{R}{r}$ est maximum:

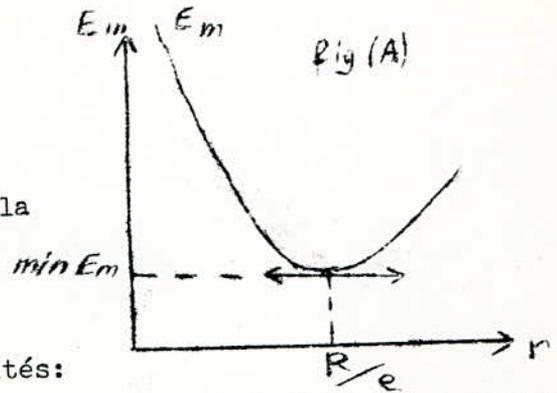
$$\frac{d}{dr} \left(r \ln \frac{R}{r} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{R}{r} = 1 \text{ ou}$$

$$\boxed{\frac{R}{r} = e} \quad e = 2,78$$

discussion:

a/ $r < \frac{R}{e}$

Quand $\frac{U}{e}$ croît, le champ E_m décroît jusqu'à la valeur min E_m (fig (A))



Dans ce cas on a deux possibilités:

1- Si $\min E_{\max} < E_0$, la couronne est limitée. E_0 gradient disruptif de l'air. La couronne

2- Si $\min E_{\max} > E_0$, la couronne n'a pas de limite et on aboutit à la décharge disruptive.

b/ $r > \frac{R}{e}$:

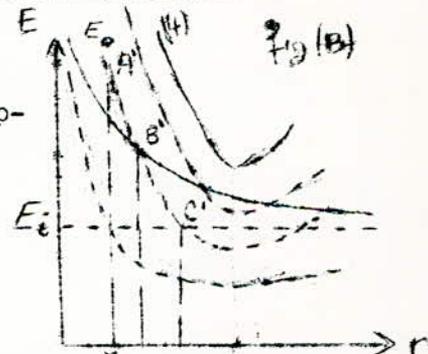
Quand r augmente E_{\max} augmente aussi et comme précédemment on aboutit à l'étincelle.

Donc le choix du rayon du conducteur émetteur A doit être tel que:

$r < \frac{R}{e}$

Relation entre le rayon de la couronne et celui du fil émetteur.

Traçons le réseau du courbe $E = f(r)$ pour différentes valeurs de U de même que la courbe du gradient disruptif de l'air. Cette courbe possède une asymptote $E_i = 22$ kv qui correspond au début de l'ionisation de l'air.



$$B' \rightarrow r_1 + dr_1$$

$$C' \rightarrow r_1 + dr_2$$

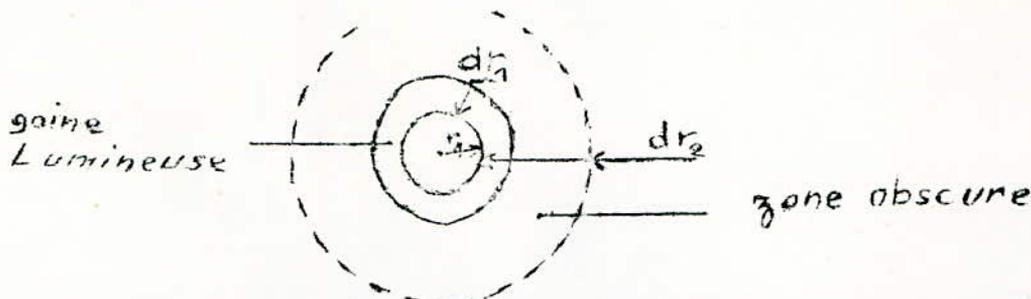
La verticale menée par le point d'abscisse $r_1 < R/e$ va couper les courbes (I) en A, (2) en A', (3) en A'' etc....

Au point A la valeur du champ E_A est inférieure à E_i donc il n'y a pas d'ionisation donc pas de couronne pour la tension $U = 10$ kv et $r = r_1$

En A' $E_{A'} > E_0 > E_i$ par conséquent on a une couronne d'épaisseur:

$(r_1 + dr_1) - r_1 = dr_1$ ce qui signifie que le rayon apparent de fil émetteur a augmenté de la valeur dr_1

Le point B' ($E_{B'} = E_0$) représente la limite de la gaine lumineuse fig (B). Entre B' et C', ($E > E_i$), l'air est simplement ionisé; c'est la zone dite obscure. Cette zone est conductrice elle-aussi et par conséquent le rayon effectif du fil émetteur est $(r_1 + dr_2)$



Un cas particulier, c'est le cas de la courbe (4). Elle est située entièrement au-dessus de la courbe E_0 et par conséquent le claquage est immédiat quelque soit la valeur donnée à r , la couronne n'a pas de limite.

Etude Théorique.

L'étude précédente nous a permis de saisir le rôle important que joue le rayon du fil émetteur. Ceci n'est pas étonnant puisque le gradient de la tension au ssi bien à la surface qu'en un point P situé à une distance a de cette surface est fonction directe du rayon.

A la surface du conducteur:

$$E_r = \frac{U}{r \ln \frac{R}{r}}$$

$$\text{En P: } E_a = \frac{U}{(r+a) \ln \frac{R}{r}} \quad (4)$$

Si " a " est l'épaisseur de la couronne on a $E_a : E_i$.

D'autre part PEEK nous donne la valeur du champ à l'apparition de la couronne à la surface du conducteur.

$$E_r = E_i \left(I + \frac{0,3}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \delta \quad (5)$$

δ : densité relative de l'air

$\delta = 1$ dans les conditions normales de pression et de température ($t=20^\circ\text{C}$). Etant donné que l'expression (3) reste toujours valable jusqu'au début de l'ionisation on a :

$$\frac{U}{r \ln \frac{R}{r}} = E_i \delta \left(I + \frac{0,3}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right)$$

$$\text{d'où : } E_i = \frac{U}{\delta \left(I + \frac{0,3}{\sqrt{r \cdot \delta}} \right) \ln \frac{R}{r}} = \frac{U}{(r+a) \ln \frac{R}{r}}$$

$$\text{Si } \delta = 1 \quad \boxed{a = 0,3 \sqrt{r}} \quad (6)$$

Ceci montre que le choix du diamètre de notre électrode émettrice est particulièrement important.

V LOI DE LA CHARGE DES PARTICULES SPHERIQUES DANS UN CHAMP ELECTRIQUE IONISE.

- ETUDE PREALABLE DU CHAMP CYLINDRIQUE IONISE.

Considérons un fil lisse de rayon r_0 tendu dans l'axe d'un cylindre de rayon R_0 relié à la terre.

Dans la région lumineuse (gaine et aigrette), il se produit une ionisation par choc et une formation d'ions des deux signes, au contraire, dans la région obscure qui constitue la majeure partie du champ; on ne trouve pratiquement que des ions négatifs (de même signe que la tension appliquée au fil).

Appelons i le courant d'ionisation qui correspond à l'unité de longueur de ce condensateur cylindrique. Admettons que sauf au voisinage immédiat du fil, l'ionisation par choc est négligeable et les ions négatifs ont partout une mobilité constante b . (chapitre II). La charge volumique ρ à la distance r de l'axe dépend de r .

En présence de charge d'espace nous avons d'après (II.6).

$$\Delta V = - \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

exprimé en coordonnées cylindriques:

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

exprimons ρ en fonction de r .

$$\rho = \frac{idt}{2\pi r dr}$$

$$(III.5) \quad v = bE = \frac{dr}{dt}$$

$$\rho = \frac{idt}{2\pi r dr} = \frac{i}{2\pi r} \cdot \frac{1}{bE} \quad \text{en remplaçant}$$

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} + \frac{i}{2\pi \epsilon_0 r b E} = 0$$

$$r \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{dV}{dr} + \frac{i}{2\pi \epsilon_0 b E} = i r \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{(dV)^2}{dr} - \frac{i}{2\pi \epsilon_0 b} = 0$$

donc pour trouver le champ $E = -\frac{dV}{dr}$ il nous faut intégrer:

$$r \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{dV}{dr} + \left(\frac{dV}{dr} \right)^2 - \frac{i}{2\pi \epsilon_0 b} = 0 \quad (I)$$

L'intégration nous donne:

$$E = - \left(\frac{i}{2\pi \epsilon_0 b} + \frac{C^2}{r} \right)^{1/2} \quad (2)$$

et en posant

$$F(r) = C \ln r + \sqrt{\frac{C^2 + \frac{i r^2}{2\pi \epsilon_0 b}}{2\pi \epsilon_0 b}} - C \ln \left(\sqrt{C^2 + \frac{i r^2}{2\pi \epsilon_0 b}} + C \right)$$

On trouve :

$$V = F(r) - F(R_0) \quad (3)$$

et la constante C est déterminée par la condition

$$V_M = F(r_0) - F(R_0)$$

Donc la valeur du champ ionisé E en un point $M(r)$ de l'espace cylindrique est exprimé par:

$$E = \sqrt{\frac{i}{2\pi \epsilon_0 b} + \frac{C^2}{r^2}} \quad \text{où } C \text{ dépend de la tension appliquée.}$$

Si l'ionisation est intense, ce qui est le cas dans les électrofiltres, le terme $\frac{C^2}{r^2}$, est inférieur à $\frac{1}{2\pi\epsilon_0 b}$ dès que r atteint quelques millimètres, et devient négligeable pour des points situés à 3 cm du fil. Nous pouvons écrire alors:

$$E = - \frac{1}{2\pi\epsilon_0 b} \quad (4)$$

Comme nous avons supposé que $b = Cs^{te}$ et pour l'état de régime $i = Cs^{te}$, donc le champ est constant.

- CHARGE DES PARTICULES -

On veut étudier dans ce paragraphe le mécanisme suivant lequel une particule déjà chargée peut capter de nouveaux ions de même signe. Une première cause est l'agitation thermique des molécules, un ion peut être lancé vers la particule avec une force vive suffisante pour vaincre la répulsion de Coulomb, il arrive ainsi à une distance assez faible de son image électrique dans la particule pour être capté.

La charge ainsi acquise croît avec le temps, mais la probabilité pour qu'un ion supplémentaire soit absorbé diminue rapidement quand augmente la répulsion.

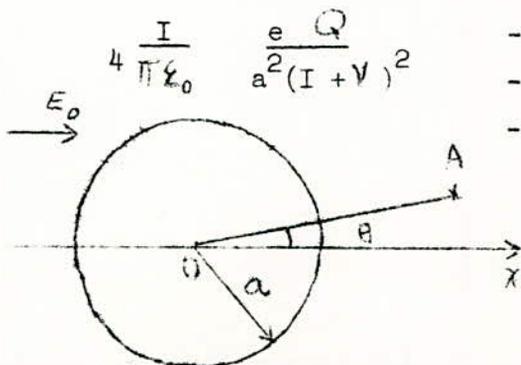
Le calcul montre que ce phénomène a une importance capitale si la particule est très petite (diamètre inférieur au micron).

Au contraire, si l'on considère des particules de diamètres plus grands et capable par suite d'acquérir un nombre beaucoup plus important de charges élémentaires, l'agitation thermique ne constitue plus qu'un appoint négligeable du point de vue de la variation de la charge en fonction du temps et de la charge limite: le phénomène prépondérant et le mouvement d'ensemble des ions suivant les lignes de force du champ électrique ambiant.

CHARGE ACQUISE PAR UNE SPHERE DIELECTRIQUE.

Soit une particule sphérique de rayon a placée dans un champ uniforme E_0 au point O et un électron e placé en A .

Ce dernier est alors soumis à une force répulsive.



- Q : charge totale de la particule
- V : nombre réel
- e : charge de l'électron.

Le point A est définie par ses coordonnées polaires $OA = a(I + V)$ et θ .

.../...

De plus nous avons vu que sous l'influence d'un champ uniforme E_0 , une sphère diélectrique est plarisée et est assimilée à un doublet électrique.

L'action combinée du champ E et de la sphère diélectrique (II-29) donne:

$$- e E_0 \cos \theta \left(2 \frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon + 2\epsilon_0} \frac{I}{(I + \nu)^3} + I \right)$$

ϵ : permittivité diélectrique de la sphère

L'action de l'image électrique de A dans la particule sur A est :

$$\frac{I}{4\pi\epsilon_0} \frac{-e^2}{4a^2}$$

cette force n'a de valeur appréciable que pour faible.

$2a^2$: distance entre A et son image calculée à partir de l'expression:

$a(I + \nu) - b$, b distance entre l'image de A et le centre de la sphère

$$b = \frac{a}{I + \nu}$$

d'où : $a(I + \nu) - b = a(I + \nu) - \frac{a}{I + \nu} \approx 2a^2$

Avec ν négligeable devant I et $2a$.

La contribution du poids de l'électron $p \sin \theta$ dans le bilan des forces est négligeable; de plus cette contribution est variable - $p \sin \theta$ ou $+ p \sin \theta$ suivant que l'on se trouve dans le quadrant $(0, -\frac{\pi}{2})$ ou $(0, \frac{\pi}{2})$

Il y a attraction de l'électron par la particule si la somme F de ces trois forces est négative.

$$F = - E_0 e \cos \theta \left(2 \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} \frac{I}{(I + \nu)^3} + I \right) + \frac{I}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{eQ}{a^2(I + \nu)^2} - \frac{e^2}{4a^2\nu^2} \right]$$

I est la surface de la sphère. Le champ radial s'écrit:

$$E = E_0 \cos \theta \left(2 \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} + I \right) - \frac{I}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a^2}$$

Ce champ s'annule pour :

$$\cos \theta_0 = \frac{I}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{G E_0 a^2} \quad \text{avec } G = \left(2 \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} + I \right)$$

Cette expression, constitue le lieu des points formant la limite entre la zone répulsive et la zone attractive.

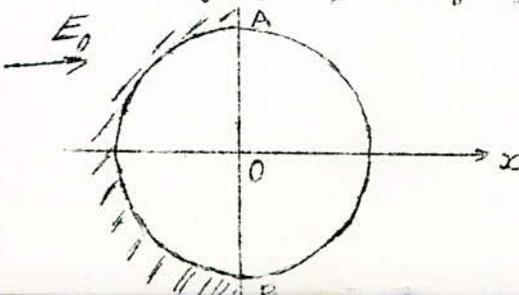
Etudions alors quelques cas particuliers :

I°) Sphère initialement neutre.

$$Q = 0 \Rightarrow \cos \theta_0 = 0$$

$$\Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{2} \pm k\pi$$

En A et B le champ radial est nul. Les électrons se trouvant dans la partie hachurée ne seront pas attirés ou E_r est négatif.

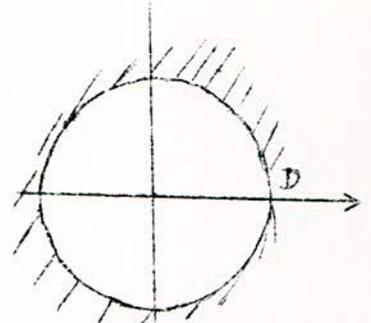


2°) Sphère de charge $Q_0 = 4\pi\epsilon_0 G \cdot E_0 a^2$.

$$\cos \theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = 0 + 2k\pi$$

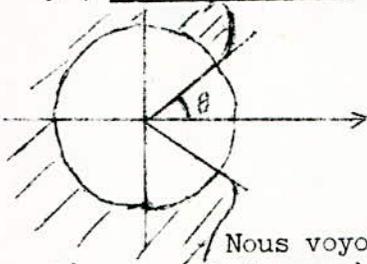
En D, E_r est nul -

Dans ce cas, tout l'espace, entourant la sphère est une zone de répulsion.



La charge Q constitue donc la charge limite de la particule et pour laquelle aucun électron ne pourrait être absorbé.

3°) Sphère de charge $Q < Q_0$



Les électrons se trouvant dans l'espace déterminé par le cône d'angle générateur tel que $\cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{G \cdot E_0 \cdot a^2}$ sont attirés par la sphère.

Dans le reste de l'espace, ils sont repoussés.

Nous voyons donc que plus la charge de la particule augmente, plus l'angle diminue c-à-d- la zone d'attractive diminue. Et nous avons vu pour $Q = Q_0$ il n'y a plus de zone d'attraction, la force F est positive.

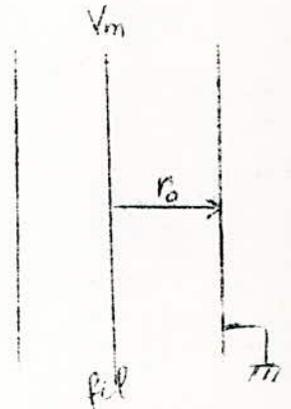
LOI DE CHARGE.

Opérons dans le champ cylindrique, la densité de charge est à la distance r de l'électrode.

$$= \frac{i dt}{2\pi r dr} = \frac{i}{2\pi r} \frac{1}{bE}$$

et d'après (4)

$$E^2 = \frac{i}{2\pi\epsilon_0 b} \Rightarrow \rho = \frac{\epsilon_0 E}{r} \quad (5)$$



La charge $3 E a^2$ captée par une sphère de rayon a est constituée en majeure partie par les ions entraînés par le champ à la vitesse $v = bE$.

Cette charge ainsi amenée à la particule en un temps dt est proportionnelle au flux ϕ de la force radiale à travers une calotte sphérique limitée aux bords de la zone répulsive.

Cette calotte sera choisie très voisine de la particule, la limite d'intégration est définie par :

$$\cos \theta_0 = \frac{Q}{3 E a} = \lambda \quad (6)$$

Où a alors la force radiale:

$$F = -e \cos \theta \left(\frac{1 + 2}{(1 + v^2)} \right) + \frac{e Q}{a^2 (1 + v^2)^2}$$

$$v = 0 \Rightarrow$$

$$F = -e \left(3 E \cos \theta - \frac{Q}{a^2} \right) = -e \left(3 E \cos \theta - \frac{Q}{a^2} \right)$$

.../...

$$ds = 2 \pi a \sin \theta a d\theta = 2 \pi a^2 \sin \theta d\theta.$$

$$\phi = \left(F ds = -e \right) \left(3E \cos \theta - \frac{Q}{a^2} \right) 2 \pi a^2 \sin \theta d\theta$$

$$\phi = -e \left[\int_0^{\theta_0} 6\pi E a^2 \cos \theta \sin \theta d\theta - \int_0^{\theta_0} 2\pi Q \sin \theta d\theta \right]$$

Finalement nous aurons:

$$\phi = 3 \pi E e a^2 (1 - \cos \theta_0)^2 \quad \text{avec } \cos \theta_0 = \lambda$$

$$\phi = 3 \pi E e a^2 (1 - \lambda)^2$$

$$\text{D'autre part } \frac{Q}{3E a^2} = \lambda \quad dQ = 3 E a^2 d\lambda$$

Le courant ionique à travers l'unité de surface est (III.I)

$$\delta = \frac{i}{S} = i = v p \quad S = I$$

$$i = v \cdot p = p : b E.$$

La charge dQ à travers la surface S de la calotte sphérique limitée aux bords de la zone répulsive est :

$$dQ = S E b p dt$$

$$dQ = \frac{p b \phi}{e} dt$$

Donne:

$$3 E a^2 d\lambda = p b 3 \pi E a^2 (1 - \lambda)^2 dt$$

$$\left(\frac{d\lambda}{1 - \lambda} \right)^2 = p b \pi dt$$

$$\boxed{\frac{\lambda}{1 - \lambda} = \pi b p t = \frac{t}{\tau}} \quad \text{avec } \tau = \frac{I}{\pi b p}.$$

$$\frac{\lambda}{1 - \lambda} = \frac{t}{\tau} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{t}{t + \tau}} \quad (8)$$

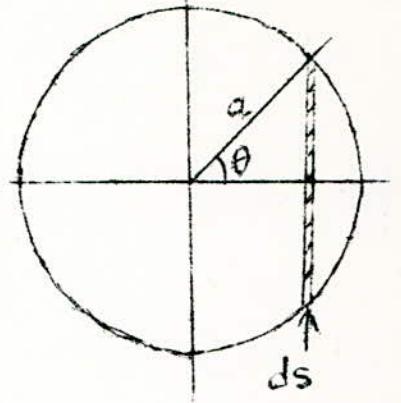
τ est le temps au bout duquel la moitié de la charge est acquise. En effet:

$$\lambda = \frac{t}{t + \tau} \quad \text{remplaçons } t \text{ par } T$$

$$\lambda = \frac{\tau}{2\tau} = \frac{I}{2}$$

$$\text{et alors } Q = 3 E a^2 \lambda = \frac{I}{2} \cdot 3 E a^2$$

Nous voyons que τ dépend de la densité de charge avoisinante p mais ni ce temps, ni l'expression de la loi de charge ne dépendent du rayon de la particule considérée.



Les expériences de Mr. PAUTHENIER donnent les résultats suivants:

A 10 cm d'un fil émettant $6\mu\text{A}/\text{cm}$, $\tau = 0,01$ s; la charge limite est acquise à 5. % près en 0,2 s.

A une distance de 1 cm du même fil, τ est à peine supérieur à 0,001 s, les 95 % de la charge limite sont acquis en 0,02 s;

A 10 cm d'un fil émettant 6 A/cm, $T = 0,01$ s, la charge limitée est acquise à 5 % près en 0,2 s. A une distance de 1 cm du même fil, T est à peine supérieur à 0,001 s, les 95 % de la charge limite sont acquis en 0,02 .

ETOUFFEMENT DE LA DECHARGE EN MILIEU TROUBLE.

En introduisant un courant gazeux dans un champ ionisé, celui est chargé et n'a plus la même valeur que dans le cas d'une charge d'espace (cas étudié plus haut).

Dès leur arrivée dans le champ, les poussières prennent des charges électriques et se dirigent vers le cylindre mis à la terre, toute fois leur mobilité est assez faibles pour que leur charge limite soit pratiquement atteinte avant que leur répartition dans l'espace soit modifiée.

Dans cette hypothèse, les calculs ont montré que le champ, se trouve légèrement augmenté dans la région périphérique du fil émetteur.

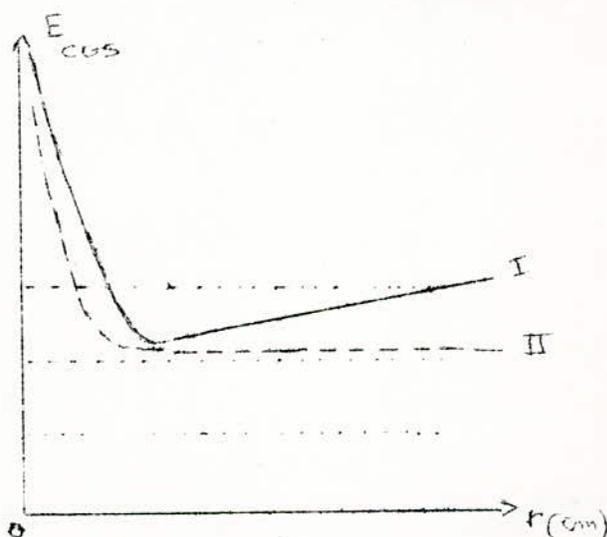
ETOUFFEMENT DE LA DECHARGE.

Les travaux de M. PAUTHENIER ont permis de représenter la variation du champ pour un courant i et une certaine teneur en poussière, courbe I. En l'absence de poussières, le champ correspondant à la même intensité est représenté par la courbe II (en pointillés), la comparaison de ces deux courbes montre qu'un même courant exige une tension notablement plus élevée pour traverser le même espace lorsque celui-ci contient des poussières en suspension, les charges prises par ces dernières ont pour effet d'augmenter la résistance apparente de l'espace.

Inversement, si l'on maintient constante la tension, la présence de poussière abaisse l'intensité du courant.

Ces considérations rendent comptes de l'étouffement de la décharge disruptive par l'introduction des poussières dans le champ.

Systeme cylindrique.



VI - ETUDE DE LA DECHARGE

Mécanisme de décharge

Au contact du capteur (cylindre relié à la terre), la charge acquise par la particule lors de son passage dans le champ ionisé va s'écouler à la terre.

Soit r et c la résistance et la capacité effectives, grandeurs que nous définirons plus loin, de la particule ; nous aurons :

$$V = r i = r \frac{dq}{dt} = - \frac{q}{c}$$

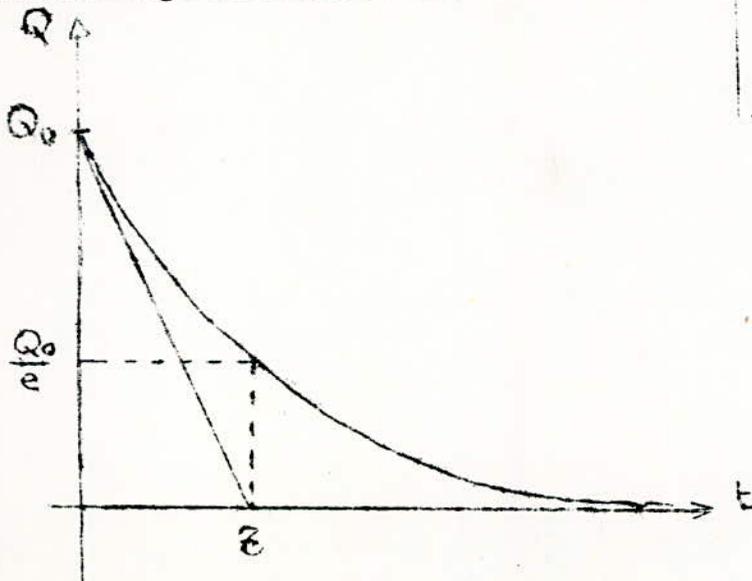
- q charge de la particule en un instant donné

$$\text{Alors : } r \frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0 \quad \frac{dq}{q} = - \frac{1}{rc} dt$$

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{rc}}$$

q_0 : charge de la sphère avant contact

La décharge obéit donc à une loi



$$q = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = rc$$

Détermination de résistance effective

Le problème est de mesurer la résistance effective entre les particules de différentes matières pulvérulentes et une électrode métallique (correspondant au cylindre relié à la terre).

Partons des considérations suivantes :

Supposons entre les électrodes métalliques, une zone de poussières dont les particules ont des dimensions uniformes La résistance de cette zone est faite de deux résistances partielles en série :

- La première est celle de la zone elle-même
- La seconde est créée par la résistance effective des courbes de particules dans la proximité immédiate des deux électrodes.

La résistance de la zone est, avec une répartition uniforme des poussières, directement proportionnelle à l'épaisseur de la zone.

La résistance effective sur les électrodes est, avec une répartition uniforme des poussières, tout à fait indépendante de l'épaisseur et reste constante. Si en conséquence, un appareil nous permet de mesurer la résistance pour des épaisseurs différentes, la résistance effective aux électrodes sera déterminée par extrapolation pour une épaisseur nulle.

La moitié de la valeur ainsi obtenue est la résistance effective sur l'une des deux électrodes. Cette résistance effective obtenue représente la résistance équivalente d'autant de résistances effectives de particules couplées en parallèle qu'il y a de particules sur l'électrode.

Donc si nous multiplions la valeur obtenue pour l'électrode par le nombre de particules qui la recouvrent, ce nombre étant calculé à partir de la surface de l'électrode et du diamètre moyen de la particule, nous obtenons la résistance effective d'une seule particule.

Calcul de la capacité d'une particule

Cette capacité est calculée par rapport au sol $V = 0$ (relié à la terre). Ceci revient à connaître la nouvelle valeur du champ créé par la particule lorsqu'on la met en présence du sol.

Pour cela on commence par étudier le système de deux sphères r_1 et r_2 excentriques de centres o_1 et o_2 respectivement tels que : $o_1 o_2 = d$

La capacité $c_1 = \frac{q_1}{V_1}$ avec q_1 la charge de la sphère o_1 et V_1 son potentiel

si $V_1 = 1$ $C_1 = q_1$

Donc la capacité est la charge de la sphère o_1 quand celle-ci est au potentiel $V_1 = 1$, la sphère o_2 étant reliée au sol $V_2 = 0$

En présence d'une seule sphère, le champ extérieur serait confondu avec celui créé par une charge potentielle q_1 placée en son centre. Pour compenser le potentiel additionnel que cette charge ponctuelle produit sur la surface de la seconde sphère, on doit faire intervenir sur la droite des centres $o_1 o_2$, l'image o_2^1 de o_1 par rapport à cette sphère. Cette charge en o_2^1 doit être :

$$q_2^1 = -\frac{r_2}{d} q_1 = -k q_1 \quad \text{avec} \quad k = \frac{r_2}{d}$$

et sa distance b au centre $o_2 = b = \frac{r_2^2}{d}$

Mais cette charge apporte à son tour une contribution supplémentaire au potentiel de la surface de la sphère o_1 ; pour la compenser il faut faire intervenir son image o_1^1 de charge :

$$q_1^1 = -\frac{r_1}{d-b} q_2^1 = \frac{k k'}{1-k^2} q_1$$

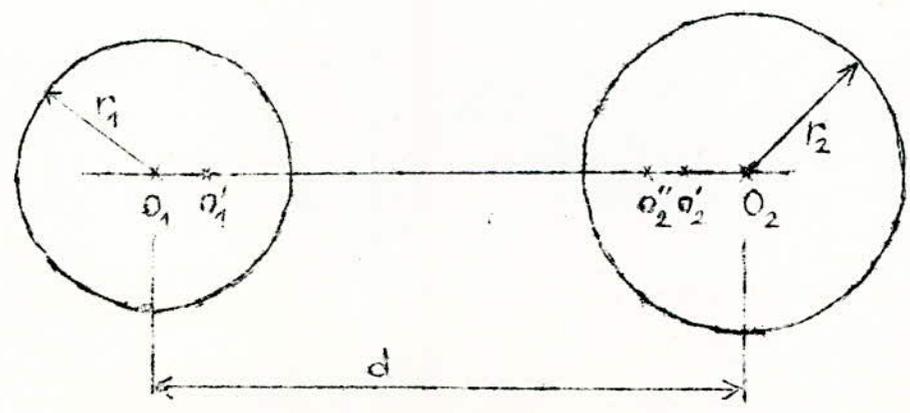
$$k' = \frac{r_1}{d}$$

à la distance $a = \frac{r_1^2}{d-b}$ du

centre o_1

Pour neutraliser l'effet de cette nouvelle charge, il est nécessaire de prendre ensuite son image $q_2^{11} = -\frac{r_2}{d-a} q_1^1$ en o_2^{11}

à la distance $b' = \frac{r_2^2}{d-a}$ de o_2



$$\begin{aligned} o_1 o_1' &= a \\ o_2 o_2' &= b \\ o_2 o_2'' &= b' \end{aligned}$$

On obtient ainsi une série infinie de points images, tous à l'intérieur des sphères et dont les distances tendent vers des limites bien définies alors que la valeur des charges ne cesse de décroître.

D'où la charge totale de la sphère o_1

$$q = q_1 + q_1' + q_1'' \dots$$

$$\text{avec } q_1' = \frac{kk'}{1-k^2} q_1 \quad \left(k = \frac{r_2}{d} \quad \text{et} \quad k' = \frac{r_4}{d} \right)$$

$$q_2'' = \frac{-r_2}{d-a} \quad q_1' = \frac{-r_2}{d} \frac{1}{(1-r_2^2/d^2)} \quad q_1' = \frac{-k}{1 - \frac{k'^2}{1-k}} \quad q_1'$$

$$q_2'' = \frac{-k}{(1-k^2) - k'^2} \quad kk' q_1' = \frac{-k^2 k'}{(1-k^2) - k'^2} \quad q_1'$$

$$\text{d'où } q_4'' = \frac{-r_4}{d-b'} \quad q_2'' = \frac{-r_4}{d} \frac{q_2''}{1 - \frac{b'}{d}}$$

$$\frac{b'}{d} = \frac{r_2^2}{d-a} \cdot \frac{1}{d} = \frac{-k^2}{1-a/d}$$

$$\frac{a}{d} = \frac{r_4^2}{d(d-b)} = \frac{r_4^2}{d^2(1-\frac{b}{d})} = \frac{k'^2}{1-k^2}$$

$$\text{d'où } \frac{b'}{d} = \frac{k^2}{1 - \frac{k'^2}{1-k^2}} = \frac{k^2(1-k^2)}{(1-k^2) - k'^2}$$

$$\text{et } q_4'' = -k' \frac{1}{1 - \frac{k^2(1-k^2)}{1-k^2 - k'^2}} \quad q_2''$$

$$\text{d'où } q_1'' = \frac{k^2 k'^2}{(1-k^2)^2 - k'^2}$$

$$\text{et } q = q_1 \left[1 + \frac{kk'}{1-k^2} + \frac{(kk')^2}{(1-k^2)^2 - k'^2} + \dots \right]$$

.../...

La capacité de la sphère o_1 est :

$$c = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1}{V_1} \left[1 + \frac{kk'}{1-k^2} + \frac{(k'k)^2}{(1-k^2)^2 - k'^2} + \dots \right]$$

Système sphère - plan

Si on fait tendre r_2 vers l'infini le centre de la sphère o_2 est rejeté à l'infini.

$$d \rightarrow \infty \text{ d'où } k = \frac{r_2}{d} \rightarrow 1 ;$$

avec $d - r_2 = h$ h étant une constante

$$k' = \frac{r_1}{d} \rightarrow 0 \text{ d'où } \frac{kk'}{1-k^2} = \frac{r_1 r_2}{d^2 - r_2^2} = \frac{r_1}{h \frac{(d+r_2)}{r_2}} \approx \frac{r_1}{2h}$$

Et la capacité devient alors :

$$c = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1}{V_1} \left[1 + \frac{r_1}{2h} + \frac{r_1^2}{4h^2} + \dots \right]$$

Du voisinage du plan, il vient :

$$h \approx r_1 \text{ et } c = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1}{V_1} \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \right]$$

et en posant $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ série harmonique :

$$c = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1}{V_1} S$$

D'où le potentiel en un point P extérieur:

$$V_p = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{r_2}{r_1} + \ln \frac{d}{R} \right) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \frac{d}{R} \quad (I8)$$

En coordonnées cartésiennes (x,y) on aura:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= y^2 + (d-x)^2 & b &= \frac{R^2}{d} \\ r_2^2 &= y^2 + (x-b)^2 \\ V_p &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{I}{2} \left(\ln \frac{y^2 + (x-\frac{R^2}{d})^2}{y^2 + (d-x)^2} + \ln \frac{d^2}{R^2} \right) \\ V_p &= \frac{I}{2} \left(\ln \frac{(xd - R^2)^2 + d^2 y^2}{y^2 + (d-x)^2 R^2} \right) \end{aligned} \quad (I9)$$

On pose $v = \frac{2\pi\epsilon_0 \lambda}{I} V_p$

Les surfaces équipotentielles $V =$ s'écrivent:

$$v = \frac{I}{2} \ln \frac{y^2 d^2 + (xd - R^2)^2}{y^2 + (d-x)^2} \cdot \frac{I}{R^2} = c \text{ste} \quad (20)$$

$$\text{ou } e^{2v} = \frac{y^2 d^2 + (xd - R^2)^2}{y^2 + (d-x)^2} \cdot \frac{I}{R^2}$$

$$x - \frac{dR^2 (e^{2v} - I)}{R^2 e^{2v} - d^2} + y^2 = \left(\frac{R^2 (d^2 - R^2)}{R^2 e^{2v} - d^2} \right)^2 \quad (21)$$

Cette expression est de la forme : $(x - d)^2 + y^2 = r^2$ qui est l'équation d'un cercle de centre placé en :

$$x_0 = \frac{dR^2 (e^{2v} - I)}{R^2 e^{2v} - d^2}$$

$$y = 0 \quad \text{et de rayon } r = \frac{R^2 (d^2 - R^2)}{R^2 e^{2v} - d^2}$$

Dans un plan (x,y) les équipotentielles sont bien des cercles:

Discussion:

- . Si $x=d$ et $v \rightarrow +\infty$ } $r = 0$ (cercle point)
- . Ou $x \neq \frac{R^2}{d}$ et $v \rightarrow -\infty$ }
- . Si $r \rightarrow \infty$ $e^{2v} = \frac{d^2}{R^2}$ ou $v = \pm \ln \frac{d}{R}$

$$v = \pm \ln \frac{d}{R} \quad \text{ce qui correspond à } \frac{r^2}{R^2} = 1$$

Dans ce cas l'équipotentielle est une droite perpendiculaire à l'axe OX au point :

$$x = \frac{R^2 + d^2}{2d} \quad \text{milieu de AB.}$$

On remarque que le cylindre de rayon R peut être remplacé par une source rectiligne portant une charge opposée à celle de la ligne influençante, convenablement placée.

Le rayon de la source s'obtient pour

$$v = \frac{2 \pi \epsilon_0 V_p}{\lambda} \quad \text{en remplaçant } v \text{ par } -v$$

dans l'expression précédente de r:

$$\text{on obtient : } \frac{R e^{v(d^2 - R^2)}}{R^2 - \frac{d^2}{e^{2v}}}$$

Calcul du champ électrique : $E : -\text{grad } V$

De l'expression donnant le potentiel en un point P on :

$$E_x = \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0} \left[\frac{(R^2 - xd) d}{(R^2 - xd)^2 + y^2 d^2} + \frac{x - d}{(x - d)^2 + y^2} \right]$$

$$E_y = - \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0} \left[\frac{d^2 y}{(R^2 - xd)^2 + y^2 d^2} - \frac{y}{(x - d)^2 + y^2} \right]$$

De ces deux expressions on peut tirer la valeur de E :

$$E^2 = E_x^2 + E_y^2$$

Potentiel et intensité du champ sur l'axe Ox.

Sur l'axe Ox on a $y = 0$ et $E_y = 0$; on tire alors de l'expression (19)

$$V_x = \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0} \ln \frac{xd - R^2}{R(d - x)} \quad (22)$$

$$\text{et } E_x = - \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0} \left[\frac{d}{xd - R^2} + \frac{1}{d - x} \right] \quad (23)$$

Comme le fil ionisant A a un faible diamètre on peut faire l'approximation suivante: on considère que les équipotentielles voisines du point A sont des cercles de même centre.

Si on désigne par r_0 le rayon du fil ionisant, à la surface de ce fil on a :

$$x = D - r_0$$

D'où l'on tire de l'expression (22)

$$V_0 = V_{\text{fil}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d^2 - R^2}{R r_0} \quad \text{avec } r_0 \ll D \quad (24)$$

Capacité du système fil-cylindre:

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{avec } Q = \lambda l \quad l: \text{longueur du fil ionisant}$$

La tension entre fil et cylindre est $V = V_{\text{fil}} - V_{\text{cylindre}}$. Comme le cylindre est au potentiel nul : $V = V_{\text{fil}}$

$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{d^2 - R^2}{R r_0}}$$

Expression du champ au voisinage du fil ionisant:

A la surface du fil l'intensité du champ est maximum:

$$E_{x \text{ max}} = \frac{V_0}{r_0 \ln \frac{d^2 - R^2}{r_0 R}}$$

Pour une tension donnée V_0 , le champ est minimum quand

$$r_0 \ln \frac{d^2 - R^2}{r_0 R} \quad \text{est maximum:}$$

$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{d^2 - R^2}{r_0 R}} = e$$

ou $\boxed{r_0 = \frac{d^2 - R^2}{R e}}$

Le champ maximal $E_{x \text{ max}}$ passe donc par un minimum, ce qui nous ramène alors au système constitué par un conducteur placé sans l'axe d'un cylindre qu'on a déjà étudié.

• si $r_0 < \frac{d^2 - R^2}{R e}$, l'apparition de l'effet couronne à la surface du fil - ce qui a pour conséquence d'augmenter le diamètre apparent de ce fil - reste limitée, la valeur du champ décroît quand le rayon apparent augmente.

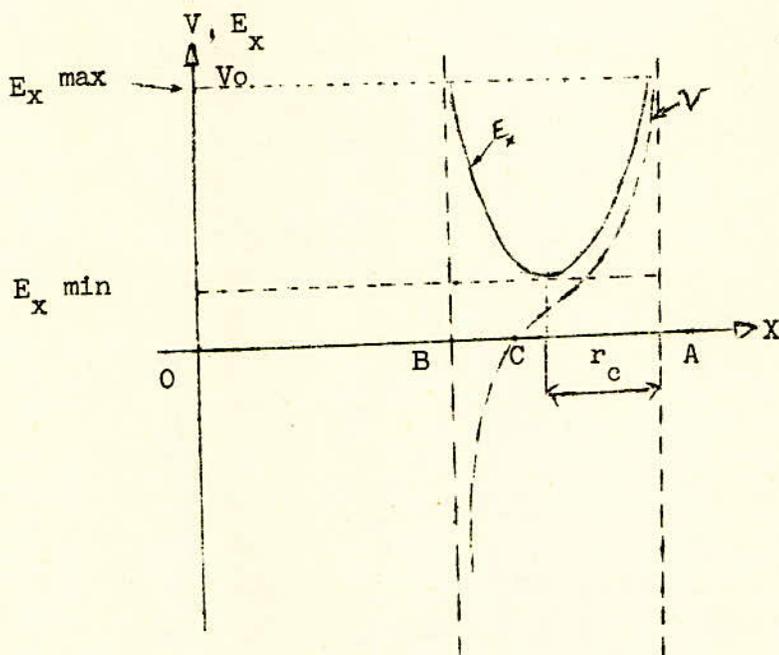
• si $r_0 \gg \frac{D^2 - R^2}{Re}$, l'augmentation du rayon apparent entraîne cette de la valeur de l'intensité du champ et la gaine lumineuse va augmenter jusqu'à la rupture complète de l'air. fig

Ceci va donc nous permettre de faire un choix convenable du rayon de notre fil ionisant. c - à - d , suivant le 1er.cas.

$$OB = \frac{R^2}{d}$$

$$OC = R$$

$$r_c = \frac{D^2 - R^2}{Re}$$



fig

REALISATION PRATIQUE

1 - CARACTERISTIQUES DE LA MAQUETTE

Notre maquette est essentiellement constituée par un cylindre en cuivre de rayon R pouvant tourner autour d'un axe à l'aide d'une manivelle, et trois fils conducteurs (électrodes) de diamètre $2 r_0$ chacun tendus parallèlement à l'axe de ce cylindre. Le tout est placé dans une caisse en plexiglas-matière transparente et en même temps isolante sur laquelle sont aménagés deux orifices l'un pour l'entrée des gaz, l'autre pour leur évacuation. - fig (A)

Le cylindre ou capteur est mis à la terre par l'intermédiaire de charbons frottants sur sa surface.

- Longueur du cylindre et des électrodes $L = 40$ cm
 - Distance entre une électrode et le cylindre $l = 4$ cm
- avec $R = 20$ cm
 $2 r_0 = 1$ mm

- Choix du rayon de nos électrodes

Pour avoir une "couronne" stable il a été établi que :

$$r_0 < \frac{d^2 - R^2}{R e} \quad (\text{chapitre VII})$$

e : base du logarithme népérien

d : distance d'une électrode à l'axe du cylindre

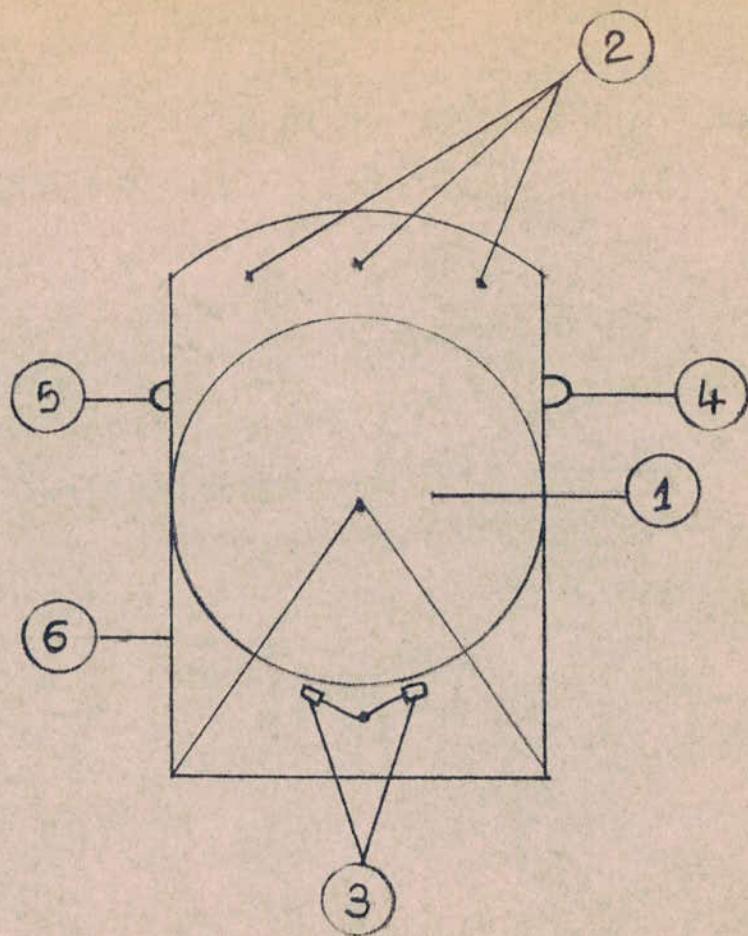
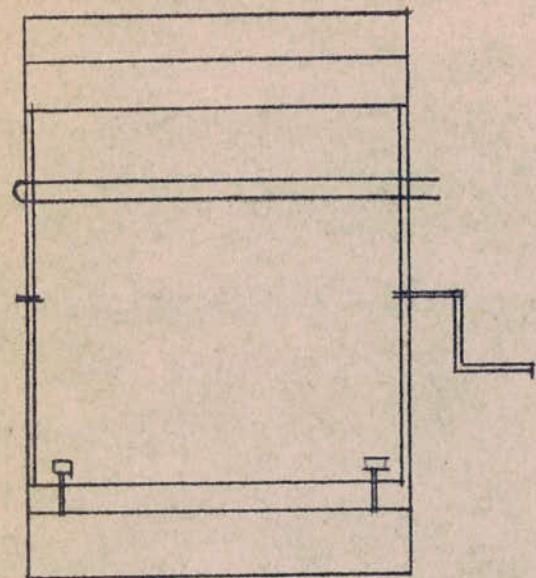
$$d = R + l = 20 + 4 = 24 \text{ cm}$$

R : rayon du cylindre

$$\text{d'où } r_0 < \frac{24^2 - 20^2}{20 \cdot 2,7} = \frac{180}{54} = 3,34 \text{ cm}$$

Pour $r_0 = 0,05$ mm la condition est bien vérifiée

.../...



- ① Cylindre en cuivre
- ② Electrodes
- ③ Charbons (mise à la terre)
- ④ Sortie de gaz
- ⑤ Entree des gaz
- ⑥ Caisse en Plexiglas

Fig. "A"

Tension nécessaire à l'apparition de l'effet couronne

Le champ disruptif de l'air est $E = 29,8 \text{ KV/cm}$
 Le champ à la surface de l'électrode :

$$E_{\text{max}} = \frac{V_0}{r_0 \ln \frac{d^2 - R^2}{R r_0}} = 29,8 \quad (\text{chapitre })$$

d'où $V_0 = 29,8 r_0 \ln \frac{d^2 - R^2}{R r_0} = 29,8 - 0,05 \cdot 5,2$

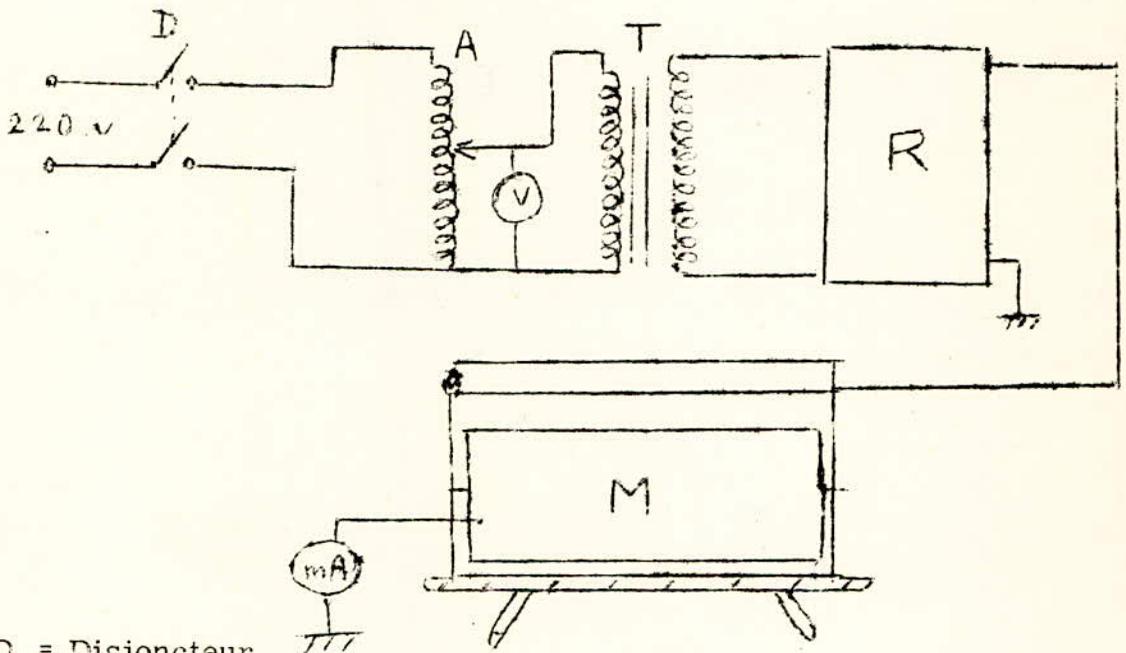
$V_0 = 7,8 \text{ KV}$

Donc théoriquement, à partir de 8 KV environ, on doit déceler le passage d'un courant dans notre appareil de mesure

.../...

II - ESSAIS DE LA MAQUETTE

1°/ Montage électrique



- D = Disjoncteur
 A = Autotransformateur 0 - 220 V
 T = Transformateur 380/58 000 V
 R = Redresseur de courant
 M = Maquette
 V = Voltmètre (classe 0,5)
 mA = Milliampèremètre (classe 0,5)

2°/ Essais à vide (sans fumée) -

Le milliampèremètre étant mis à sa sensibilité maximum on augmente petit à petit la tension appliquée aux trois électrodes à l'aide de l'autotransformateur en partant de la valeur 0V. A un moment donné, pour une tension V_i l'aiguille de l'appareil commence à bouger, c'est le début de l'ionisation de l'espace inter-électrodes.

.../...

On augmente encore la tension, le courant ionique devient de plus en plus important et à la surface des électrodes on voit apparaître une gaine lumineuse engendrant un crépitement et un dégagement d'odeur caractéristique (celle de l'ozone) C'est l'apparition de l'effet couronne. Il s'en suit quelques aigrettes aux extrémités des fils ionisants ceci est dû au fait qu'à ces extrémités il existe deux couches d'isolants de natures différentes : l'air et le plexiglas

Ces aigrettes engendrent évidemment des impulsions de courant.

a) Caractéristique volt-ampère

Nous avons pris trois tableaux de mesure $I = f(v)$
Les tableaux ci-après représentent des valeurs moyennes. La tension indiquée en volts représente la tension côté basse tension du transformateur (380/58 000 V)

U (v)	68	70	75	80	85	90
i (ma)	0,001	0,002	0,007	0,022	0,034	0,056

U (v)	95	100	105	110	115	120
i (ma)	0,08	0,1	0,12	0,154	0,18	0,22

U (v)	125	130	135	140	145	150
i (ma)	0,256	0,29	0,3	0,325	0,362	0,405

U (v)	155	160	165	170	175	180
i (ma)	0,44	0,49	0,54	0,58	0,63	0,675

U (v)	185	190	195	200	205	210	215
i (ma)	0,725	0,77	0,825	0,89	0,94	1,1	1,2

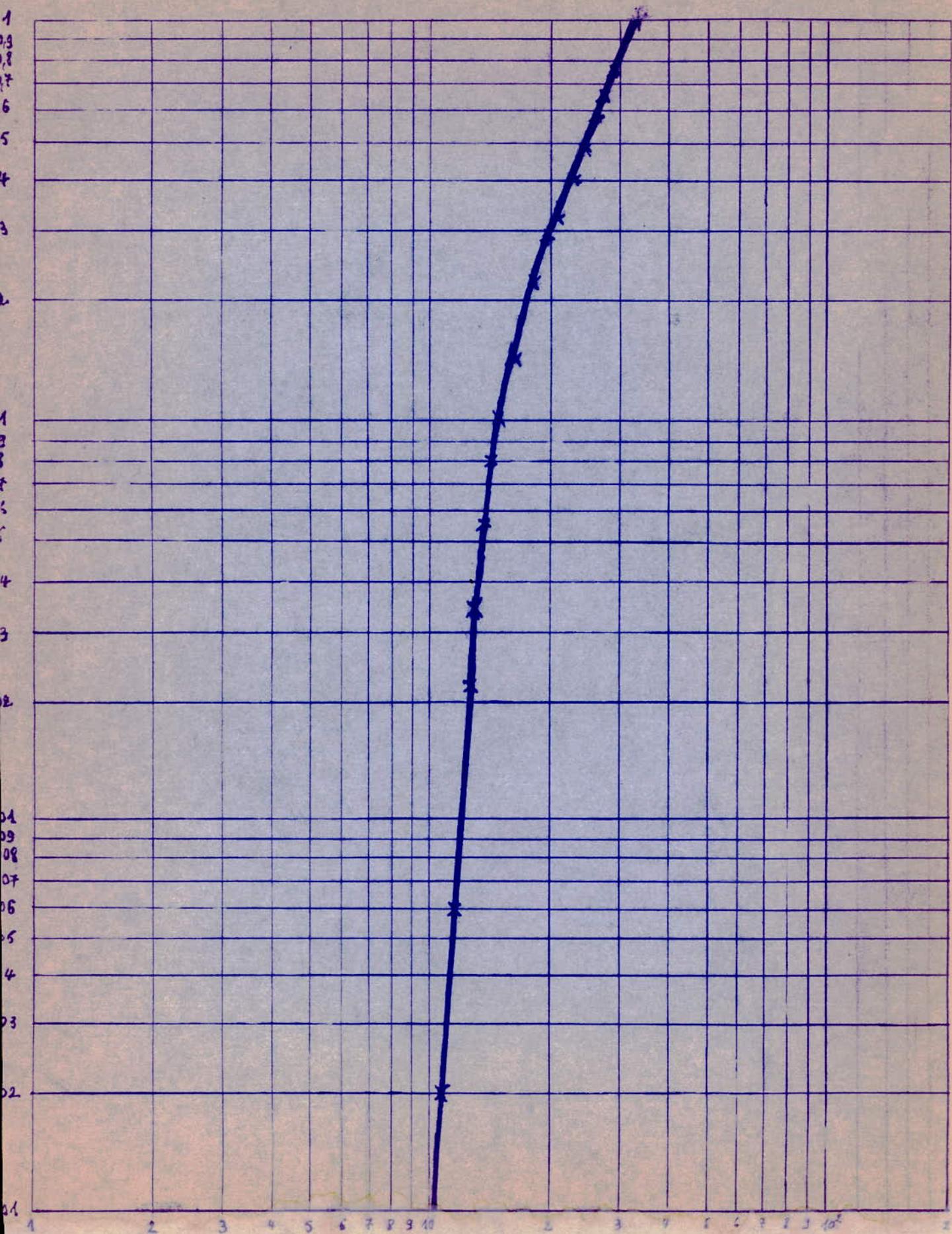
Conclusion

a) Notre milliampèremètre n'a décelé le passage de courant qu'à 68 V (soit 10,4 KV). Avec un micro-ampèremètre que nous ne possédons malheureusement pas, nous aurions certainement une valeur de la tension d'ionisation plus proche de la valeur théorique (7,8 KV)

.../...

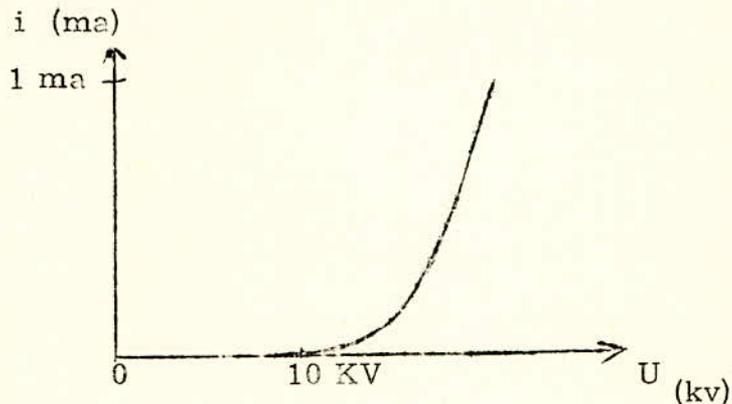
COURBE

$$I_{(mA)} = f(U_{kV})$$



b) Courbe volt-ampère $I_{(ma)} = f(U_{kv})$

Cette courbe est représentée à l'échelle logarithmique
Elle a l'allure d'une droite pour les valeurs inférieures à 16,8 KV
Représentée à l'échelle linéaire, elle a l'allure suivante :



Le courant ionique i augmente très lentement pour les tensions inférieures à 10 KV; mais une fois commencée, l'ionisation augmente très rapidement avec la tension. U et i sont proportionnels sur la partie linéaire de la courbe.

c) Tension disruptive

En augmentant davantage la tension, il apparaît entre électrodes et cylindre des aigrettes puis enfin la décharge.

Ces aigrettes apparaissent à la tension $0,225 \times 153 = 34,5$ KV

Il est difficile de déterminer avec précision la tension à partir de laquelle commencent les aigrettes car cette tension n'est pas fixe ; mais cependant nous avons pu la limiter à 34,5 KV grâce aux différentes valeurs obtenues. Si nous augmentons encore la tension, les aigrettes deviennent plus fréquentes et à la tension de 260 V soit 39,8 KV nous avons la décharge disruptive.

Donc pratiquement la tension disruptive est de 40 KV.

3°/ Essais avec fumées ..

Maintenant il s'agit de voir comment se comporteraient les poussières de ciment lorsqu'on les introduit dans le champ ionisé de notre système. Malheureusement ces essais se sont avérés particulièrement très difficiles à réaliser.

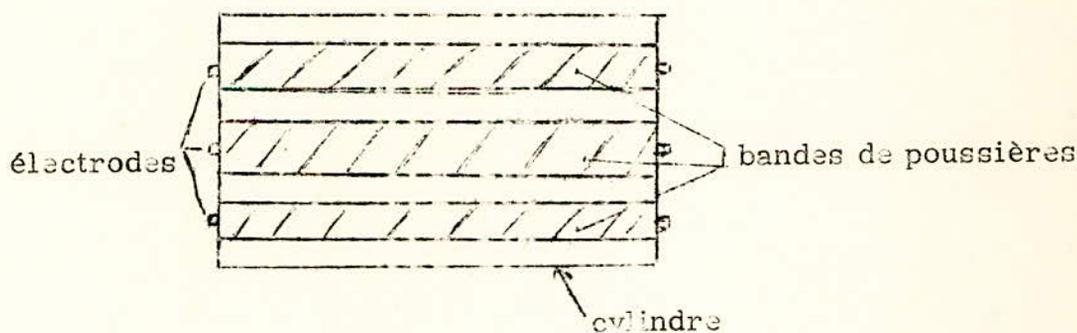
.../...

En effet, pour faire correctement les essais, il nous fallait faire une prise de fumées directement à la sortie du four de ciment qu'on doit brancher sur notre maquette. Pour cela il nous fallait aussi disposer :

- D'un aspirateur de puissance assez modeste, pour faire évacuer les gaz
- D'un robinet pour régler le débit des fumées
- D'un réfrigérant pour refroidir les fumées qui ont une température de plus de 180°C et que les plexiglas ne peut pas supporter.
- Un matériel de mesure de la teneur des gaz en poussières à l'entrée et à la sortie de la maquette.

Nous n'avons pu acquérir qu'une conduite de fumées munie d'un réfrigérant ce qui est déjà appréciable, vu les efforts qui ont été fournis pour la réaliser.

Cependant on a pu constater dans nos essais le phénomène suivant : en envoyant une bouffée de poussière, il se forme sur le cylindre (maintenu fixe) trois bandes distinctes de fines poussières dans les régions voisinant les électrodes émettrices suivant le schéma suivant :



Donc notre maquette réalise bien le but qui lui a été assignée, c'est à dire retenir les poussières.

L'interprétation de ce phénomène est que dans les abords immédiats des électrodes, l'ionisation est particulièrement intense (effet couronne) et les particules de poussière se chargent très rapidement, elles sont par conséquent mieux captées par le cylindre.

Donc pour avoir une meilleure filtration on doit avoir une ionisation maximale (couronne maximale) c'est à dire qu'on doit se placer à la limite de la décharge disruptive.

Si maintenant le cylindre est entraîné au moyen de sa manivelle, il se recouvre alors petit à petit d'une fine couche de poussière très adhérente. Pour la faire tomber il faudrait prévoir un racleur, comme c'est le cas des électrofiltres à la S. N. M. C

On constate d'autre part une diminution sensible du courant d'ionisation ce qui est dû à notre avis au jet d'air (froid) qu'on envoie dans la maquette (étouffement de la décharge). Le rôle joué par la poussière ne nous était pas facile à déterminer.

Nous avons obtenu quelques valeurs purement indicatives =

si i_v = courant sans poussière

et i_p = courant avec poussière

$U_{(v)}$	100	130	150
i_v (mA)	0,12	0,29	0,44
i_p (mA)	0,06	0,16	0,32

On constate que pour $U = 100$ V, $i_v = 2 i_p$

CONCLUSION

1°/ Si notre maquette n'a pas réalisé son objectif à cent pour cent vu les nombreuses difficultés rencontrées dans nos essais, il n'en reste pas moins que l'essentiel a été atteint : les poussières sont retenues.

2°/ De plus ce projet nous a permis de passer en revue un certain nombre de problèmes de l'électrostatique et de la décharge dans les gaz. C'est là justement un intérêt particulier

Il faut encore noter que le problème de filtration des gaz ou de séparation des particules n'est pas unique. En effet les particules de ciment, de charbon ou de poussière quelconque ne sont pas captées dans les mêmes conditions. Leurs charges électriques dépendent de beaucoup de facteurs dont les principaux sont :

- Intensité du champ ionisé
- Nature des particules (conductrices ou isolantes)
- Dimensions
- Etat de la surface des particules (humides ou sèches)
- etc...

Dans tout projet d'électrofiltre on doit nécessairement tenir compte de tous ces facteurs. Pour cela il faudrait bien sûr un matériel de laboratoire très approprié.

Pour notre part les conditions et les moyens ne s'y prêtaient pas - manque de matériel et conditions de travail souvent très difficiles, pour aller jusqu'au bout de nos essais et ce malgré tous les efforts déployés par les responsables de la S. N. M. C aussi bien à la

.../...

Direction qu'à Pointe-Pescade, auxquels nous devons d'ailleurs remerciements et reconnaissance ainsi qu'à tous ceux qui ont bien voulu nous aider.

Nous espérons cependant qu'un laboratoire de haute tension avec tout l'équipement nécessaire soit installé à l'Ecole Nationale Polytechnique le plus vite possible pour permettre à tous ceux qui reprendront ce projet d'aboutir à des résultats plus fructueux, utiles aussi bien à notre jeune industrie, qu'à notre enseignement.