

UNIVERSITE D'ALGER

9/68

200

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
المكتبة
Département Télécommunications
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHÈQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
المكتبة
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHÈQUE

ETUDE DE LA CONDUCTIVITE
ET IONISATION DES FLAMMES

- sans ensemencement
- avec ensemencement

Par ondes hyperfréquences

Par sonde de Langmuir

PF68-18

Université d'Alger

Département Télécommunications
Reçu, le 17/6/68

E C O L E N A T I O N A L E P O L Y T E C H N I Q U E

D é p a r t e m e n t T é l é c o m m u n i c a t i o n s

P r o j e t d e F i n d ' A n n é e

Etude de la conductivité et de l'ionisation des *flammes*

- sans ensemencement

- avec ensemencement

1° Par ondes hyperfréquences

2° Par sonde de Langmuir

Sujet proposé par :

Mr. A. ZERGUERRAS

Réalisé par :

Mr. R. RABHI

P R E F A C E

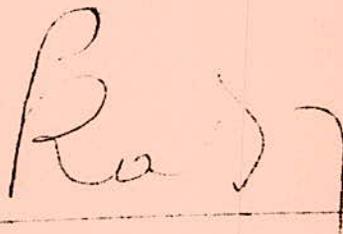
=====

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur A. ZERGUERRAS Docteur de l'Université de PARIS et Professeur d'Hyperfréquences à l'Ecole Nationale Polytechnique, qui a bien voulu me proposer ce sujet, et pour ces conseils judicieux qu'il n'a pas cessé de me fournir.

Je remercie également Monsieur J. SLOSIAR Expert de l'U.N.E.S.C.O. détaché à l'Ecole Nationale Polytechnique et Directeur du département TELECOMMUNICATIONS qui a bien voulu présider mon jury, ainsi que Monsieur MATTON Expert de l'U.N.E.S.C.O. Directeur du département MECANIQUE, qui m'a aidé autant du point de vue théorique que pratique.

Je remercie toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation pratique de ce projet.

R. RABHI



I N T R O D U C T I O N

La mesure exacte des propriétés des plasmas pose des problèmes qui sont encore loin de recevoir des solutions satisfaisantes sinon définitives. Les causes de ce retard résident probablement dans le caractère hétérogène et instable de ces fluides.

Il en résulte une prolifération de méthodes de mesure dont aucune ne peut prétendre à l'universalité ni même à la rigueur. Seule la comparaison des résultats obtenus de diverses manières peut donner quelque assurance quant à leur valeur.

Dans cette étude on se propose d'étudier la conductivité et l'ionisation des flammes et d'en comparer les résultats obtenus par deux méthodes différentes.

La première méthode est celle des sondes de Langmuir méthode simple et rapide. Le procédé consiste à introduire dans le plasma une électrode métallique et à mesurer le courant recueilli par cette électrode suivant le potentiel auquel elle est portée. On relève ainsi la caractéristique de sonde riche en diagnostic

La deuxième méthode est celle des ondes hyperfréquences en espace libre. Elle consiste à envoyer une onde électromagnétique à travers une colonne de plasma et de mesurer l'atténuation de l'onde à la sortie du plasma, donnée à partir de laquelle on déduit la conductivité. Cette méthode ne nécessite pas l'introduction dans le plasma d'un objet matériel comme dans le cas des sondes qui en modifierait les propriétés du moins localement.

À titre d'information une étude sommaire sera faite sur les méthodes utilisant les guides d'ondes, les cavités et le laser. Cependant une étude préalable assez succincte et générale sera faite sur les plasmas avant d'exposer les deux méthodes sus-indiquées (sonde de Langmuir-hyperfréquence).

S O M M A I R E

Généralités sur les plasmas

I - Mouvement des particules chargées dans la plasma	
1° Notions fondamentales sur les propriétés des gaz	1
2° Collision des particules chargées dans le plasma	3
3° Collision des e^- et des ions avec les particules neutres	6
II - Flux des particules et flux d'énergie	
1° Courant électrique	10
2° Plasma dans un champ HF	13
3° Mouvement dû à la différence de pression	15

Méthode utilisant les ondes en espace libre

I - Introduction	
1° Principe de mesure	17
2° Grandeurs caractéristiques d'un plasma	17
II - Les ondes EM dans les gaz ionisés	
1° Introduction	18
2° Hypothèses et approximations	18
3° Interaction entre champ EM et particules	19
4° Conductivité électrique	22
5° Ondes planes progressives	27
III - Méthode utilisant les ondes en espace libre (mesure)	
1° Introduction	28
2° Plasma en l'absence de champ magnétique	29
3° Description du banc de mesure	30
4° Réglage préliminaire	31
5° Méthode de mesure	33

Méthode de la sonde de Langmuir

I - Etude expérimentale	
1° Position du problème	36
2° Caractéristique de sonde	36
3° Sonde fortement négative	37
4° Potentiel de plasma	40
5° Sonde fortement positive	40
II - Rôle de la sonde	41
III- Manipulation	
1° Dispositif expérimental	43
2° Relevé de mesure	43
3° Interprétation des résultats	43

Méthode utilisant la cavité résonnante

I -	Théorie des petites perturbations	47
II-	Validité et utilisation de cette théorie	49
III -	Méthodes de mesure	
	a - mesure par transmission	51
	b - mesure par réflexion	54
	c - considérations pratiques	56
IV -	Domaine d'application de la méthode	57

Méthode du guide d'ondes

I -	Généralités	58
II -	Théorie des petites perturbations	58
III -	Méthodes utilisant les solutions exactes des eq. de Maxwell	60
IV -	Autre méthode de perturbation	62
V -	Méthode de mesure	63
VI -	Considérations pratiques domaine d'application	64

Méthode utilisant le laser

I -	Introduction	65
II -	Indice de réfraction du plasma	65
III-	Méthode de la cavité optique couplée à un laser	
	1° Principe	67
	2° Mode d'une cavité optique	68
	3° Détection des franges	70
	Conclusion générale	71
	Annexe I rappel sur les guides d'ondes	72
	Annexe II rappel sur les cavités résonnantes	78
	Bibliographie	83

I- MOUVEMENT DES PARTICULES CHARGÉES DANS LE PLASMA

1°- Notion fondamentale sur les propriétés des gaz.

Afin de faciliter la compréhension de l'exposé nous utiliserons l'analogie entre le plasma et le gaz ordinaire. L'état physique d'un gaz est caractérisé par :

- sa concentration ou densité n (n / de molécules ou atomes par unité de volume)
- sa température T (l'énergie cinétique moyenne des particules ne dépend que de T)

$$W = \frac{3}{2} kT \quad k = \text{constante de Boltzmann}$$

- sa pression

$$p = nkT$$

Si un gaz est formé de plusieurs constituants $n_1, n_2, n_3 \dots$ on aura

$$p = p_1 + p_2 \dots$$

On suppose bien sûr que tous les constituants sont à la même température

Loi de distribution des particules suivant les vitesses et les énergies.

Si la température est constante cela ne signifie pas que toutes les molécules ont la même vitesse et se déplacent à la même vitesse. Théorie et expérience montrent que les molécules ont des vitesses variant de zéro à une très grande valeur.

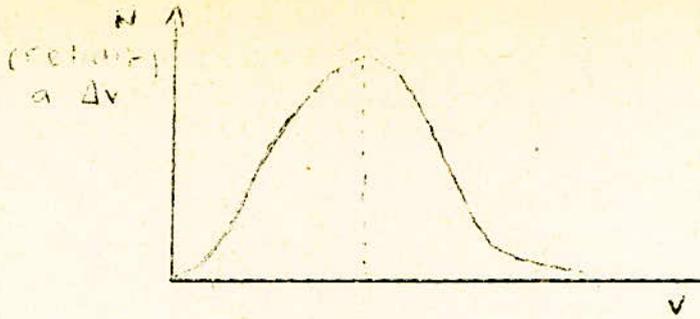
Loi de distribution des vitesses de Maxwell.

Selon cette loi si les variations des vitesses restent dans un domaine étroit $v + \Delta v$ le nombre de molécules est :

$$\Delta N = A v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \Delta v$$

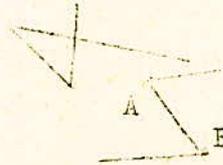
Le coefficient A est déduit de la condition selon laquelle le nombre total de molécules dans 1 cm^3 doit être égal à leur concentration

$$A = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{kT} \right)^{3/2}$$



$$v_{\text{MAX}} = \sqrt{\frac{2 kT}{m}}$$

Notons que la distribution énergétique est indépendante des propriétés individuelles des molécules. Elle est donc la même pour tout mélange gazeux. Le cheminement des molécules en état d'agitation thermique offre une image très suggestive



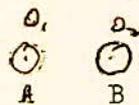
Le temps de collision est inférieur au temps mis pour décrire AB. Par définition

$$AB = \lambda \quad \text{lpm}$$

Ce temps pour décrire λ est désigné par τ . Si la fréquence de collision est désignée par ν

$$\nu = \frac{1}{\tau}$$

Section efficace

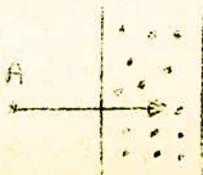


σ rayon
 O_1, O_2 centres

Pour que A percute B il faut que $O_1 O_2 \leq 2\sigma$ a rayon efficace et $4\pi\sigma^2$ section efficace $S = 4\pi\sigma^2$

Plus la cible est grande plus S est grand plus ν augmente. Il est évident que $\lambda = f(n)$

Calculons la probabilité pour que A rencontre une molécule de l'enceinte. Supposons toutes les molécules fixes sauf A



Probabilité de collisions λ cette probabilité dépend de S et n

Pour calculer cette probabilité il faut calculer la fraction de surface couverte par les cibles

soit S la surface

Volume Sd

nombre de molécules dans ce volume nSd

Surface couverte par les cercles cibles nSdσ

Probabilité de collision

$$\sigma \frac{nSd}{S} = nd\sigma$$

D'où

$$\frac{d}{\lambda} = \sigma nd \text{ soit } \lambda = \frac{1}{n\sigma}$$

Il faut apporter une correction car en réalité toutes les molécules bougent on trouve alors

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n\sigma}$$

Durée du lpm

$$\tau = \frac{\lambda}{\bar{v}}$$

\bar{v} : vitesse moyenne

Nombre de chocs par seconde

$$\frac{\lambda}{\tau}$$

jouent le rôle de cibles immobile

$$v = n\sqrt{2}\sigma$$

$$v = \sqrt{2} n\sqrt{2}\sigma$$

Dans un gaz neutre σ peut être considéré comme constant c'est à dire indépendant de la vitesse. C'est pourquoi λ est indépendant de la vitesse et donc de la température. il varie seulement avec la densité

gaz	σ (cm ²)	λ (cm)
hydrogène	2,4	8,4
hélium	1,5	13,5
oxygène	4,1	5,0

2° Collision des particules chargées dans le plasma.

Après cette brève étude dans le gaz venons-en au plasma. Nous avons à faire à un gaz dont les particules (ne serait-ce qu'en partie) sont chargées. Il serait logique d'aborder l'étude de l'influence des interactions. A l'opposé des forces en action entre les molécules neutres qui ne se manifestent que si les distances entre les particules sont de l'ordre de 10^+ cm . Les forces d'attractions coulombiennes entre ions et électrons s'exercent à distance et conservent des valeurs importantes même quand les particules sont très éloignées. Chaque particule est soumise dans le plasma à un champ produit par les autres ions et électrons qui varie sans cesse en sens et en direction donnant des champs fluctuant. Ce microchamp exerce sur la particule une action qui modifie en grandeur et en direction sa vitesse.

Valeur de ce microchamp E

Soit n la densité électronique pour 1 cm³ on aura 2 n particules chargées des

deux signes.

Volume correspondant à une particule $\frac{1}{2ne}$

Distance moyenne entre particule $\frac{1}{\sqrt{2}ne}$

Choisisant comme unité de mesure de l'intensité moyenne du microchamp la valeur prise par E à mi-chemin moyen entre les particules c-a-d à $\ell = \frac{1}{2\sqrt{2}ne}$

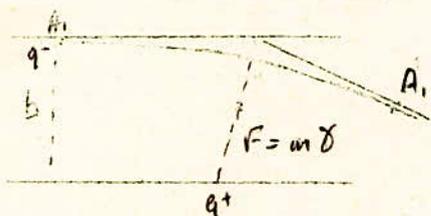
$$E \approx \frac{e}{\ell} = 6 \times 10^{13}$$

Du fait de la dépendance statique de la vitesse la trajectoire peut s'identifier à la figure.



Angle de diffusion

La particule subit une déviation



$$A_1 A_1' = 2b$$

$b_1 = b$ (paramètre d'impact)

si $A_1 A_1' > 2b$ (E n'intervient pas)

Temps mis pour parcourir $A_1 A_1' : \frac{2b}{v}$

Force subie $\frac{qq}{b}$ (force perpendiculaire à la trajectoire)

A toute force sur la trajectoire la particule de masse m lui communique une vitesse

$$F = m\delta = m \frac{dv_1}{dt}$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{b^2}$$

$$\Rightarrow m \frac{dv}{dt} = \frac{q_1 q_2}{b^2}$$

D'où

$$mv = \frac{q_1 q_2}{b^2} t \Rightarrow v_1 = \frac{q_1 q_2}{mb^2} t = \frac{1}{m} \frac{q_1 q_2}{b^2} \frac{2b}{v}$$

On a :

$$v_1 \delta = \frac{\text{vitesse acquise du fait de l'interaction}}{\text{vitesse initiale}} \approx \frac{q_1 q_2}{mv^2 b}$$

Ainsi l'angle de diffusion ^{varie} en raison inverse du paramètre d'impact. Pour que

la particule dévie d'un angle supérieur à θ elle doit être braquée sur le cercle de diffusion de surface πb^2 $\pi b^2 \propto \frac{1}{\theta^2}$

Il s'en suit que les déviations de grands angles sont peut probables alors que celles des petits angles sont fréquentes qui en s'ajoutant donnent l'allure de la courbe tracée.

Notons cependant qu'il y a 3 sortes d'interactions

$$(i,i) \quad (e,e) \quad (i,e)$$

Posons τ_{ei} intervalle de temps séparant deux chocs successifs (e,i)

τ_{ee} intervalle de temps séparant deux chocs successifs (e,e)

τ_{eo} intervalle de temps séparant deux chocs successifs (e,o)

τ_e temps nécessaire à l'électron pour perdre sa direction

En effet $\frac{1}{\tau_e} = \nu_e$ nombre de collisions $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\tau_e} = \frac{1}{\tau_{ei}} + \frac{1}{\tau_{eo}} + \frac{1}{\tau_{ee}} \\ \nu_e = \sum(\text{des collisions}) \end{array} \right.$

Revenant à la notion du lpa

$$\lambda_e = \frac{1}{\nu_e} = \bar{\nu}_e \tau_e$$

On introduit suivant le type de collision

et $(\lambda_{eo}, \lambda_{ei}, \lambda_{ee})$ $(\nu_{eo}, \nu_{ei}, \nu_{ee})$

N'oublions pas que ces grandeurs servent à remplacer l'effet cumulatif d'une multitudes de faibles déviations par une seule collision conventionnelle assimilée au choc de deux boules.

Déterminant la valeur d'impact

$$b_0 = \frac{q_1 q_2}{m_1 v_1} \quad q_2 \text{ particule diffusée selon } = 90^\circ$$

Supposons: masse de q_2 supérieur à celle de q_1 , elle joue le rôle de centre de forces. Traçons autour de ce centre le cercle de rayon b_0

$$S = \pi \left(\frac{q_1 q_2}{m_1 v_1^2} \right)^2$$

Posons

$$q_1 = e$$

$$q_2 = Ze$$

$$\Rightarrow S = \pi Z^2 e^4 / m_1 v_1^2$$

$$S = \nu_{ei}$$

Pour obtenir des valeurs approchées on peut utiliser ces formules

$$\nu_{ei} = 4 \cdot 10^{-5} Z^2 / T_e^2$$

$$\lambda_{ei} = 2,5 \cdot 10^4 T_e^2 / Z^2 n$$

Elle tient compte du fait que la distribution des vitesses électroniques est maxwellienne

De même

$$\tau_{ei} = 4 \cdot 10^{-2} T_e^{3/2} / Z^2 n_i$$

$$\nu_{ei} = 25 n_i Z^2 / T_e^{3/2}$$

Quelques exemples concrets nous permettent de voir le rôle important des collisions de particules chargées dans le plasma lors des variations de sa température

soit $n_e = 10^{14} \text{ p/cm}^3$ $Z = 1$ (H2)

$$T = 10^4 \left\{ \begin{array}{l} \nu_{ei} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1} \\ \tau_{ei} = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ s} \end{array} \right. \quad \lambda_{ei} = 0,03 \text{ cm} \quad \nu_{ei} = 2,5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

$$T = 10^8 \left\{ \begin{array}{l} \nu_{ei} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1} \\ \tau_{ei} = 4 \cdot 10^{-1} \text{ s} \\ \lambda_{ei} = 3 \cdot 10^6 \text{ cm} \\ \nu_{ei} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} \end{array} \right.$$

Cela veut dire que dans un plasma haute température les chocs coulombiens sont pratiquement éliminés

Echange d'énergie

Notons que de l'interaction entre particules il résulte également un transfert d'énergie. Du fait de la collision une particule subit une déviation angulaire cela signifie que (la quantité de mouvement) l'impulsion a changé.

Cependant la quantité de mouvement du système ne change pas.

La particule rapide transmet à son antagoniste une fraction de son énergie cinétique. Plus la masse de la particule acquérant l'énergie est petite plus l'énergie acquise est grande car

$$W \propto \frac{1}{m} \quad W = \frac{1}{2} m v^2 \text{ énergie cinétique}$$

$$W = \frac{p^2}{2m} \quad p = m v \text{ quantité de mouvement}$$

Un électron rapide à une énergie W se déplaçant dans un plasma à densité ionique n_i transmet aux ions par unité de temps une énergie

$$Q = 13 \cdot 10^{-25} \frac{n_i Z^2}{A \sqrt{W}}$$

A masse atomique de l'ion
Z nombre de charges des ions

On admet que les ions sont immobiles c.a.d. que leur énergie thermique est très faible vis à vis de celle des électrons rapides c'est pourquoi

$$T_i < T_e$$

3° Collision des électrons et des ions avec des particules neutres

a - Interaction élastique Si durant l'interaction de deux particules il n'y a eu qu'échange d'énergie cette interaction est dite élastique.

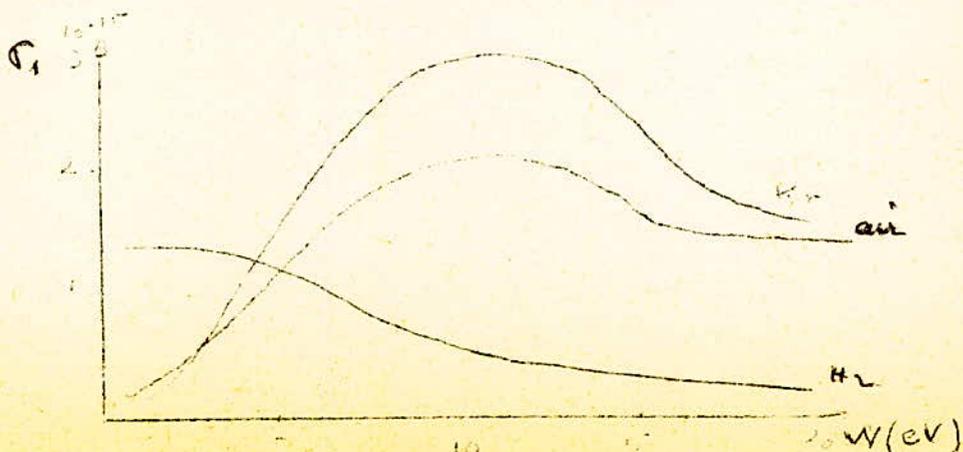
b - Interaction inélastique Durant l'interaction une partie de l'énergie cinétique est transformée en d'autres formes d'énergie (rayonnement...)

Les chocs inélastiques producteurs de rayonnement peuvent être de deux types

- freinage des électrons dans un champ électrique des ions avec émission de lumière
- capture des électrons par des ions avec libération d'énergie (rayonnement lumineux)

Les chocs inélastiques **les plus** importants sont ceux des particules neutres - électrons

Dépendance de l'énergie des électrons en fonction de σ_{ij}

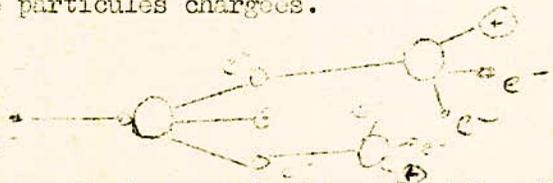


Les phénomènes de diffusion des électrons par les atomes de gaz lourds inertes sont caractérisés notamment par l'apparition dans la région des courbes à faibles valeurs W de minimum bien marqué. Ces minimums de σ_1 témoignent d'un affaiblissement sensible des interactions entre les électrons et les atomes dans une bande d'énergie très étroite. Ce phénomène porte le nom d'effet de Ramsauer. Il est caractérisé par le fait que pendant la collision, les électrons en mouvement se comportent comme des ondes. La décroissance de σ_1 en haute énergie consiste en une réduction de la durée de l'interaction résultant d'une accélération de la vitesse. Pour de très grandes énergies des électrons la diffusion par un atome neutre se distingue peu du choc avec un ion, car pour dévier sensiblement un électron il faut qu'il pénètre profondément dans l'atome et s'approche assez près du noyau et ce n'est que le champ électrique de ce dernier qui agit (celui de la couronne électronique étant négligeable). Un électron rapide est donc dévié sensiblement par diffusion de l'atome, interagissant seulement avec le champ du noyau. Dans le cas des électrons lents l'atome oppose un champ global; au delà de la couronne électronique ces forces sont infinies car son champ électrique compense celui du noyau chargé positivement. La valeur de la section efficace de diffusion est de l'ordre de celle des atomes. La diffusion de l'électron par un atome entraîne un transfert de faible quantité d'énergie comme c'est le cas lors d'un choc coulombien (e, i). Si m_a est la masse de l'atome m_e celle de l'électron l'énergie moyenne transmise est :

$$\frac{2 m_e}{m_a} W$$

CONDUCTION

Les interactions inélastiques les plus importantes sont celles dont les chocs \checkmark à l'ionisation des atomes. Chaque acte élémentaire d'ionisation d'un atome crée un nouveau couple de particules chargées.



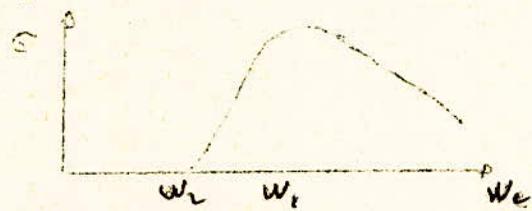
Ce sont des processus se succédant en avalanche pendant les décharges dans les gaz qui donnent justement lieu à la formation d'un plasma. Pour ioniser un atome il faut lui fournir une énergie W_1 supérieure ou égale à son potentiel d'ionisation. Si l'énergie W d'un électron percutant un atome est supérieure à W_1 la différence $W - W_1$ est répartie entre l'électron primaire et celui qui est

arraché. Mis à part l'hydrogène et ses isotopes tous les autres atomes possèdent plusieurs couches électroniques et il est normal de distinguer différents potentiels d'ionisation $W_{i1}, W_{i2} \dots$

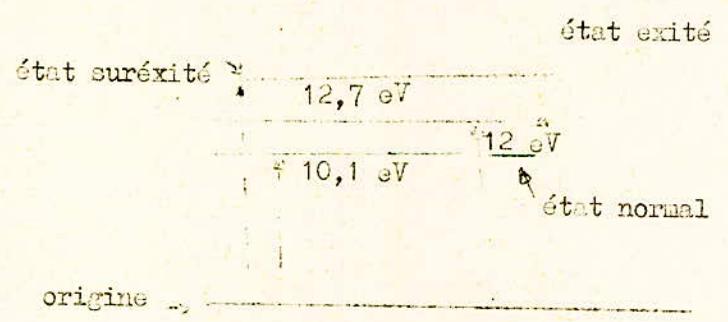
Le potentiel le plus faible se rapporte à la couche extérieure où le lien avec l'atome est le plus faible. Ce sont les électrons de valence dont le comportement définit les propriétés chimiques et physiques de l'atome.

$H_2 \quad 13,54 \text{ (eV)} \quad \text{Fer} \quad 7,83 \text{ (eV)}$

Pour les éléments lourds W_{i1} , pour les électrons les plus proches de l'atome, peut atteindre des dizaines de milliers de volts. Le diagramme ci-dessous montre la dépendance de W_{i1} et ξ section d'ionisation.



Un raisonnement simple montrera que les électrons rapides sont très peu efficace pour ioniser un atome. L'ionisation n'est pas la seule conséquence des collision électrons atomes. Ces chocs peuvent être à l'origine de l'excitation de l'atome qui passe de son état normal à des niveaux d'énergie plus élevés.



représentation schématique des niveaux d'énergie de l'électron dans un atome d'hydrogène.

Mais un atome ne peut demeurer longtemps en dehors de son état normal aussi céde t-il l'excédant d'énergie sous forme de rayonnement lumineux en éjectant un photon qui est un quantum d'énergie. La fréquence de rayonnement ν est fonction de l'excédant d'énergie emmagasiné

$$h\nu = W_b - W_a \quad W_b > W_a$$

La longueur d'onde de la lumière émise est alors

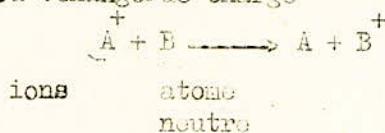
$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Soit :

$$\lambda = \frac{h c}{W_b - W_a}$$

Une fraction de l'émission peut être constituée de photons de basse énergie. Cela est dû au fait qu'un atome surexcité peut revenir à son état normal par bonds successifs. L'analyse du spectre du rayonnement émis joue un rôle important dans le bilan énergétique de l'émission plasmatique.

Jusqu'à présent nous avons examiné des collisions où un des antagonistes était un électron libre. Un autre type de choc est celui des ions-neutres qui porte le nom de transfert ou échange de charge



L'importance des transferts de charge pour le plasma réside dans le fait que dans certaines conditions ils sont un mécanisme efficace de refroidissement des ions dans le plasma.

II- FLUX DE PARTICULES ET FLUX D'ENERGIE DANS LE PLASMA

(courant électrique, diffusion, conductibilité thermique)

1- Courant électrique

Le mouvement d'entraînement des électrons et des ions à travers le plasma peut avoir deux causes.

- Le champ électrique qui engendre le courant ou la différence de concentration locale dans le plasma
- Si le plasma est régulièrement chauffé, l'échange entre particules de régions à température différente déclenche le mécanisme de conductibilité thermique qui crée à travers le plasma un flux d'énergie thermique c'est ce que l'on appelle phénomène de transport.

Un courant est créé par un champ électrique E qui oblige les particules chargées de signe opposé à se mouvoir en sens inverse. On un temps t , E communique à un électron une vitesse supplémentaire

$$\Delta v = \frac{e E}{m_e} t$$

et à un ion $\Delta v = \frac{e E}{m_i} t$

Mais ces particules subissent des chocs et ne sont pas accélérées indéfiniment. Au bout d'un certain temps deux courants inverse se formeraient ce qui n'est le cas du fait des collisions. La vitesse acquise par un électron ou un ion du plasma durant le parcours est très faible par rapport à celle de l'agitation thermique. La petite composante de la vitesse parallèle à E ne fait que de se superposer au mouvement désordonné, rapide des particules animées de vitesse thermique. Il ne peut donc être question que d'une dérive lente de particules le long du champ et non d'un flux entraînant toutes les particules dans une même direction.

Dans un plasma le courant est dû au mouvement d'entraînement des particules des deux signes. Or l'apport du aux ions est minimum comparer aux électrons vu leur masse donc la vitesse la vitesse qu'ils acquierent est infinie. Aussi ne tiendrons compte que du courant produit par les électrons. Dans un plasma le courant continu est produit par le flux stationnaire d'électrons où la force à laquelle est soumis chaque électron de la part de E est équilibré par le frottement dû aux chocs des électrons avec les ions et les atomes neutres. La force de frottement est égale à l'impulsion communiquée en $1s$ par

un électron en mouvement aux ions et atomes neutres.

Soit v vitesse du flux d'électrons

ν nombre de collisions en 1 s

D'où l'impulsion ou force de frottement pour un électron

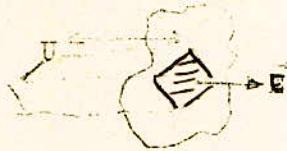
$$m_e u \nu$$

Relation d'équilibre des forces

$$\nu m_e u = e E \quad U = \frac{e E}{m_e \nu}$$

$$U = \frac{e E}{m_e \nu} \quad \text{vitesse d'entraînement moyenne des électrons}$$

Calcul de densité de courant



flux de courant passant en 1 s par une aire de 1 cm^2 .

Si n_e est la concentration des électrons

$$j = e n_e U = \frac{n_e E e^2}{m_e \nu}$$

$$j = \eta E \quad \eta = \frac{n_e e^2}{m_e \nu} \quad \text{conductibilité thermique}$$

Avec $\frac{1}{\nu} = \frac{1}{\nu_e} + \frac{1}{\nu_{e0}}$ formule qui ne tient pas compte des chocs (e,e) car ils n'entraînent pas le freinage du flux électronique. Pour avoir une notion claire des propriétés du plasma en tant que conducteur électrique examinons deux cas extrêmes.

Plasma totalement ionisé Dans ce cas pas de choc électrons atomes-neutres

Dans un plasma totalement ionisé Z désigne la charge des ions

Donc $\nu = \nu_{ei}$

$$\nu_{ei} = \frac{4 \cdot 10^{-2} T_e^{3/2}}{Z_i^2 n_i}$$

$n_e = Z_i n_i$ dans un plasma totalement ionisé

$$\eta = \frac{n_e e^2}{m_e \nu} \Rightarrow \eta = \frac{n_i Z_i e^2}{m_e Z_i^2 n_i} \cdot 4 \cdot 10^{-2} T_e^{3/2}$$

$$\eta = \frac{e^2}{m_e} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \frac{T_e^{3/2}}{Z}$$

$$\eta = 0,9 \cdot 10^7 \frac{T_e^{3/2}}{Z}$$

$$e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ucs}$$

$$m_e = 9 \cdot 10^{-28} \text{ g}$$

Remarque - On voit que λ est indépendant de n_0 car quand n_0 croît le nombre de particules porteuses de courant augmente et par là le nombre des chocs et par conséquent λ décroît

- Si T_0 est constante λ est d'autant plus faible que Z est grand
- $\lambda \propto T_0^{3/2}$ donc aux températures élevées λ est très grand

Phénomène d'avalanche Dans certaines conditions le passage du courant électrique à travers le plasma complètement ionisé produit un phénomène d'avalanche (runaway effect). Les électrons se trouvant en queue de courbe de la distribution maxwellienne des vitesses possèdent une vitesse initiale très élevée. Elle est affaiblie notablement par l'interaction de l'électron avec les ions et le gain de vitesse d'entraînement dû au champ E n'est pas compensé par la diminution de la composante longitudinale sous l'effet de la diffusion. L'équilibre entre l'accélération et le freinage est perturbé par l'électron continuellement accéléré par le champ électrique ce qui fait croître son énergie. Ces électrons en queue de courbe se sont assuré un gain de vitesse plus grand que v initiale

$$\frac{eE}{m_e} \lambda > v$$

$$\lambda \propto \frac{v^3}{n_i}$$

L'électron commence à être continuellement accéléré quand

$$\frac{eE}{m_0} \lambda > v$$

$$\frac{eE}{m_0} \propto \frac{v^3}{n_i} > v$$

$$\frac{v^2 E}{n_i} > \frac{m_0}{c^2 \alpha} = c^2$$

Donc si E est élevé n_i est aussi élevé donc v est petit. La projection de la constituante électronique subissant l'accélération est grande. Cela veut dire qu'il existe dans le plasma à côté du courant obéissant à la loi d'Ohm ($J = \sigma E$) un flux d'électrons accélérés dont la vitesse et l'énergie s'accroissent avec le temps quand E/n_i est très élevé le gros de la composante électronique subira une accélération continue et le courant régié par la loi d'Ohm sera inexistant. Ce phénomène d'emballlement serait perceptible quand le rapport de la vitesse directionnelle moyenne (pour le plasma) à la vitesse d'agitation thermique moyenne est supérieur à 10

Plasma faiblement ionisé - c'est le cas où les électrons sont freinés par les chocs avec les atomes et les molécules neutres.

Dans ces conditions

$$\gamma = \frac{1}{n_e \nu \sigma_a}$$

$$\gamma = \frac{n_e}{n_0} \frac{e^2}{m_e} \frac{1}{\nu \sigma_a}$$

$$\gamma \propto \frac{n_e}{n_0} \quad \text{niveau d'ionisation}$$

Dans ces décharges $T_e = f \left(\frac{E}{p_0} \right)$ (p_0 pression du gaz)

$$T_e \uparrow \text{ si } E \uparrow$$

$$T_e \downarrow \text{ si } p_0 \uparrow$$

$$\nu_e = f \left(\frac{E}{p_0} \right)$$

Il apparaît donc que γ pour ce cas peut varier dans des limites assez large (sous l'effet du facteur E et de la concentration chimique du gaz). Il est à prévoir que pour la même grandeur de E/p_0 l'addition d'une substance à faible potentiel d'ionisation fera monter brusquement le niveau d'ionisation n_e / n_0 de la masse initiale du gaz (valeur des métaux alcalins). De même par addition d'halogène (chlore, fluor ...) diminue brusquement les atomes de chlore et de fluor captent des électrons en effet n_e / n_0 diminue

Pour un faible E/p_0 on peut réaliser γ grand dans le cas d'une section efficace très faible de collision. Mais il faut T_e élevé ce qui est incompatible avec un faible niveau d'ionisation. On peut faire s'emballer des électrons dans un gaz neutre ou faiblement ionisé à condition d'assurer un p_0 très faible et un E très élevé. Toutefois les conditions nécessaires initiales pour déclencher ce phénomène sont plus rigoureux pour que le plasma ^{ionisé} totalement car pour s'emballer l'électron doit dépasser l'intervalle énergétique où la section de collision est maximale.

2° Plasma dans un champ H F

Supposons que la fréquence du champ électrique soit si grande que pendant le lpm de l'électron le champ électrique ait le temps d'effectuer un très grand nombre d'oscillations. Dans ce cas l'effet de collision sur le comportement des électrons est très faible. On peut donc les négliger et considérer que seul le champ électrique agit sur les électrons. La vitesse d'un électron est en quadrature de phase (retard 90°) avec le champ. Or I est proportionnelle à v donc I est en quadrature avec la tension. (déphasage introduit sans intervention du champ magnétique). Ce déphasage est introduit par le fait que les électrons ont une masse finie et oscillent comme des points matériels sous l'action d'une force variant périodiquement.

D'où la densité

$$\vec{j} = n_0 \vec{u}_0$$

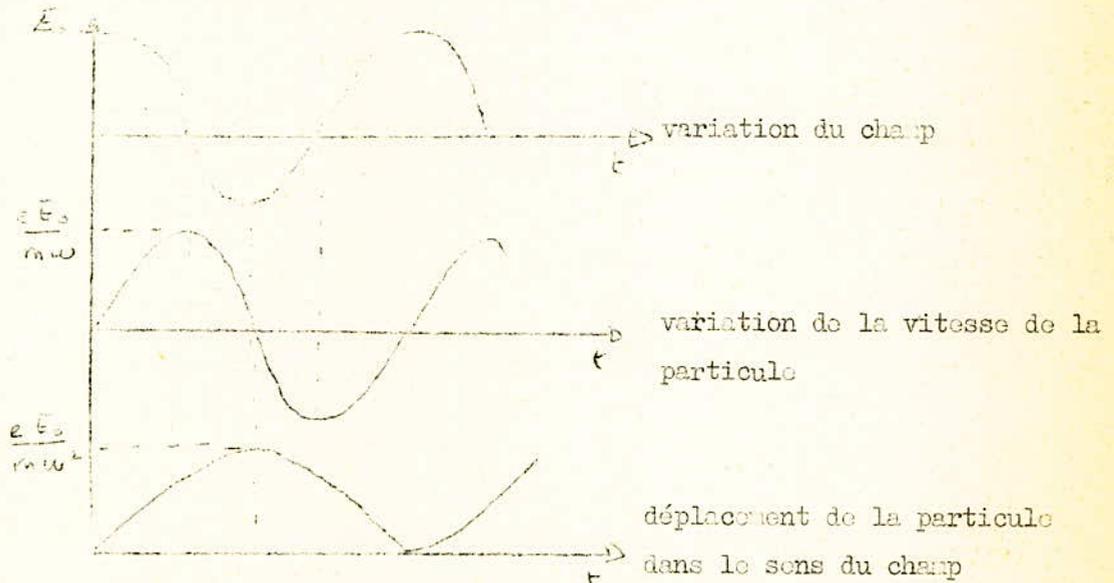
$$u = \frac{e E_0}{m_0 \omega} \sin \omega t$$

$$j = \frac{n_0 e^2}{m_0 \omega} \sin \omega t$$

Posons

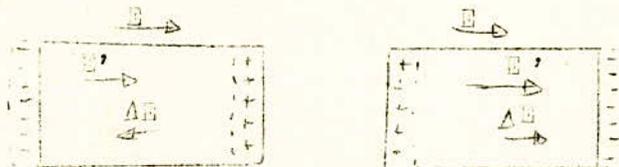
$$j_0 = \frac{n_0 e^2}{m_0 \omega} E_0 \quad j = j_0 \sin \omega t$$

Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique alternatif



Nous voyons que par rapport à la force du champ le déplacement S retarde de 180° et se trouve orienté dans le sens inverse de celui de la force. Cela veut dire que dans un champ H F le plasma se comporte comme une substance dont les propriétés sont l'opposé exact de celles des diélectriques ordinaires.

Examinons ces deux schémas



ΔE créé par les électrons s'oppose au champ extérieur dans le diélectrique c'est pourquoi E' diminue

$$\epsilon = \frac{|E|}{|E'|} > 1$$

Dans le plasma ΔE s'ajoute du fait du déplacement des électrons à E' (champ affaibli) E' augmente

$$\epsilon = \frac{E}{E'} < 1$$

Dans des calculs plus exact sur lesquels nous reviendrons on trouve que

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\lambda_e^2}{\lambda^2}$$

Avec

$$\omega_c = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}}$$

ω_c pulsation du plasma

ω pulsation du champ alternatif utilisé

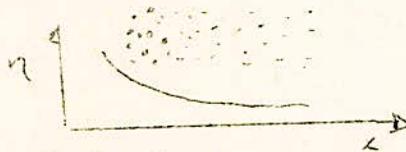
De même on désigne par indice de réfraction dans le plasma la quantité

$$N = \sqrt{\epsilon}$$

Ainsi si $\epsilon < 0$, N est imaginaire pur; les ondes R.M ne peuvent se propager dans la matière (cette propriété est responsable de la propagation des ondes radio-électriques autour du globe).

3° - Mouvement dû à la différence de pression

Le champ électrique n'est pas le seul facteur qui produit dans le plasma des flux d'électrons et d'ions. Il apparait du fait de la différence de la densité (donc de pression) un flux d'électrons et d'ions soit le schéma suivant



Lors de la chute de pression le plasma comme un gaz ordinaire n'est ^{pas} en équilibre, un mouvement tendant à égaliser les pressions apparait. Mais dans le plasma existent deux constituants de charge opposée, aussi un problème se trouve posé: quelle est la vitesse de l'agitation thermique (électronique ou ionique) qui sera déterminante? Les électrons ne peuvent se détacher notablement des ions lents, l'extension du plasma en bloc se développe à la vitesse de l'agitation thermique des ions. La chute de pression engendre une force qui selon la 2^{ème} loi de Newton, accélère le gaz se trouvant dans la région de changement de pression.

Si P_1 et P_2 représente la différence de pression entre deux milieux

$$F = \frac{P_1 - P_2}{S} \quad P_1 > P_2$$

La différence de pression $P_1 - P_2$ accélère le mouvement d'une valeur

$$\frac{P_1 - P_2}{S \rho} \quad \rho \text{ étant la densité}$$

Cette force n'est pas quelconque. Elle possède un sens d'où la définition d'un gradient de pression qui est le plus court chemin entre deux isobares

$$-\text{grad } p = \frac{p_1 - p_2}{NA}$$



Dans certains cas la distribution inhomogène dans le plasma peut être la cause d'un mouvement d'un autre genre appelé diffusion. On a établi que

$$\Phi = -D \text{ grad } n$$

Φ flux de diffusion

$$\Phi = nV$$

D coefficient de diffusion

$\text{grad } n$ coefficient de concentration

Force appliquée à une particule

$$F = \frac{kT}{n} \text{ grad } n$$

à l'équilibre

$$F = mV^2$$

$$nV = \frac{kT}{mV} \text{ grad } n$$

D ou

$$D = \frac{kT}{mV} = \frac{kT}{mV} \lambda$$

$$\text{or } W = \frac{3}{2} kT$$

D ou

$$D = \frac{1}{3} v \lambda$$

Evidemment dans un plasma totalement ionisé il ne peut être question de diffusion. Il se produit dans le plasma des mouvements d'ensemble. Les électrons et les ions représentent des constituants d'addition dont la pression et la densité sont faibles par rapport à celle de la constituante principale des particules neutres du gaz ionisé. Quand la distribution des particules chargées est inhomogène celles-ci diffusent à travers la constituante neutre. Les électrons étant plus mobiles devancent les ions et produisent un champ tendant à les freiner tandis qu'il accélère les ions, il résulte une égalisation des vitesses.

En l'absence du champ électrique ce phénomène se rapproche de la diffusion des ions. Alors dans le plasma $D = \frac{1}{3} v \lambda$

Ce phénomène des électrons et des ions à travers un gaz a reçu le nom de diffusion ambipolaire. La conductibilité thermique du plasma est aussi due aux mouvements des particules. Le transfert d'énergie des régions chaudes vers les régions froides revient aux électrons, il résulte un courant d'énergie thermique

$$q_T = -\eta_T \text{ grad } T$$

η_T coefficient de conductibilité thermique qu'on peut apprécier par la relation.

$$\eta_T = 1,24 \cdot 10^{-6} T^{3/2} \text{ erg / Cm}^2 \text{ degré}$$

I- Introduction

I-1 Principe de mesure: La méthode consiste à mesurer l'atténuation d'un faisceau d'ondes électromagnétiques de fréquence élevée à travers une colonne de plasma. On sait que lorsqu'une onde frappe un plasma à incidence normale et si on peut négliger les réflexions en surface ainsi que les phénomènes d'interférence à l'intérieur du plasma l'atténuation A de l'onde est proportionnelle d'une part à la densité électronique et d'autre part à un terme fonction de la fréquence de collision électrons neutres.

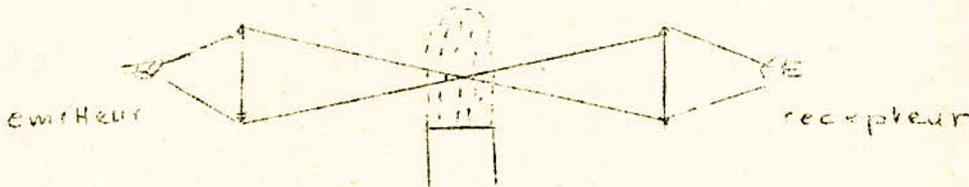
$$A = k \frac{\nu}{\omega^2 + \nu^2} n_e l$$

ω pulsation de l'onde

n_e densité

l épaisseur du plasma

ν fréquence de collision



En travaillant avec deux fréquences différentes. Il ^{est} donc théoriquement possible de déterminer la fréquence de collision et densité électronique. A partir de ces résultats par des calculs qui seront exposés dans le paragraphe suivant on pourra déterminer la conductivité électrique du plasma σ

$$j = \sigma E$$

I-2 Grandeurs caractéristique d'un plasma

Un plasma en équilibre, du point de vue macroscopique peut être caractérisé par un certain nombre de paramètres ayant un sens physique. Les densités moyennes des électrons de masse m_e sera désignée par n_e et celle des ions de masse m_i et de charge $q_i = Zq_e$ sera désignée par n_i . On suppose que la plasma non perturbé est neutre de sorte que l'on a

$$n_e q_e + n_i q_i = 0$$

- Les vitesses moyennes des électrons et des ions, le plasma étant en équilibre sont nulles.

$$\bar{v}_e = \bar{v}_i = 0$$

- Les agitations thermiques des électrons et des ions doivent être en générale représentées par deux tenseurs de pression cinétique γ_e et γ_i . Nous admettrons qu'ils se réduisent à deux pressions^s scalaires et isotropes qu'on peut exprimer en fonction de la température ionique et électronique

$$p_e = n_e k T_e$$

$$p_i = n_i k T_i$$

Pour un plasma en équilibre thermodynamique

$$T_e = T_i$$

- Le plasma peut éventuellement comprendre des molécules neutres. Il s'agit là d'une description macroscopique. Une description plus exacte devrait utiliser les fonctions de distributions de vitesses ioniques et électroniques et décrire l'évolution de celle-ci par deux équations de Boltzmann. Les variables macroscopiques utilisées sont les premiers moments de ces fonctions de distribution et leur évolution est régie par les lois^s de l'hydrodynamique

- équation de conservation du nombre de particules

- équation de conservation de la quantité de mouvement

Cette description hydrodynamique est suffisante pour l'étude de la plupart des phénomènes

II - Les ondes électromagnétiques dans les gaz ionisés:

2-1 Introduction

Sous l'action d'un champ électromagnétique les particules chargées d'un gaz ionisé sont entraînées en un mouvement cohérent dont il résulte des charges et des courants^s électriques. Ceux-ci à leur tour excitent^{un} champ électromagnétique secondaire qui se combine avec le champ primaire pour déterminer le mouvement des particules. Ainsi les interactions entre plasma et ondes électromagnétiques sont régies

- par les équations du mouvement des particules

- par les équations de Maxwell

Avant d'écrire ces équations nous allons discuter les termes qui doivent y figurer ainsi que les approximations qui les rendent utilisables

2-2 Hypothèses et approximations:

- Les longueurs d'ondes utilisées sont très supérieures à la distance moyenne entre particules. On peut donc admettre que le milieu est continu même s'il est hétérogène de ce fait on peut utiliser les équations de Maxwell macroscopiques.

Les champs macroscopiques sont par définition égaux aux champs microscopiques moyens correspondants. Le milieu sera donc caractérisé par

- une densité moyenne
 - une température
 - une vitesse d'entraînement
- Une autre simplification consistera à prendre la perméabilité magnétique relative μ_r même dans le plasma. La susceptibilité magnétique est en effet négligeable à l'équilibre thermodynamique
- Dans un gaz à température non nulle les particules sont animées d'un mouvement d'agitation thermique. Il en résulte une pression cinétique que nous supposerons isotrope et proportionnelle à la température. Dans ces conditions la théorie cinétique des gaz montre que les particules ont tendance à se déplacer des régions les plus peuplées vers celles qui le sont moins comme sous l'effet d'un gradient de pression.
- Les collisions entre particules de nature différente sont accompagnées d'un transfert de quantité de mouvement qui équivaut à une force de frottement entre les deux fluides. En première approximation cette force est proportionnelle
- à la fréquence de collision
 - à la vitesse relative d'entraînement d'un fluide par rapport à l'autre.
- En regard des forces mises en jeu la force de pesanteur sera négligée dans les équations de mouvement.
- On supposera que toutes les grandeurs oscillent en synchronisme avec l'onde incidente supposée monochromatique

2-3 Interaction entre champ E H et particules: équations de base.

La propagation d'une onde dans un plasma se traduit dans le cas général par une perturbation des grandeurs caractéristiques définies et l'apparition d'un champ E H. Pour avoir des ondes qui peuvent se propager dans le plasma il faut écrire que les champs E H associés à l'onde sont créés par les courants et les charges d'espace qui résultent de l'action de ces champs sur le plasma. Les champs E et B sont liés au courant et à la charge d'espace par les équations de Maxwell

$$\begin{aligned} \text{Rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{Rot } \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

Avec $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$ \mathbf{j}_c est la densité de courant de convection. Si le gaz est macroscopiquement neutre la densité locale de charge d'espace s'écrit

$$\rho = n_e q_e + n_i q_i$$

n_e et n_i (comme v_e v_i p_e p_i) représentent les perturbations fonctions du temps et de l'espace dues au passage de l'onde; le dernier terme peut s'écrire

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

et être assimilé à la somme d'un courant de déplacement et d'un courant de polarisation. Or les courants de polarisations atomiques et moléculaires sont négligeables. Quant au courant de charge d'espace dû aux charges libres on peut le considérer comme un courant de convection et écrire

$$\epsilon_r = 1$$

$$\mathbf{j}_c = (\bar{n}_e + n_e) q_e v_e + (\bar{n}_i + n_i) q_i v_i$$

Comme on considère des ondes de faibles amplitudes (caractérisant un plasma non perturbé) en négligeant les termes du deuxième ordre on a:

$$\mathbf{j}_c = (\bar{n}_e q_e v_e + \bar{n}_i q_i v_i)$$

Par analogie avec les courants de convection on pose

$$\mathbf{j}_c = \sigma \mathbf{E}$$

où σ est la conductivité: tenseur à éléments complexes et non plus scalaire comme pour les métaux en courant continu.

Alors

$$\operatorname{Rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}_c + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{Rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

On peut considérer \mathbf{j}_c comme un courant de polarisation

$$\mathbf{j}_c = \epsilon_0 (\epsilon_r' - 1) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

et écrire

$$\text{Rot H} = \epsilon_0 (\epsilon_r' - 1) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{Rot H} = \epsilon_0 \epsilon_r' \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Où la permittivité ϵ_r' est en tensorielle et complexe.

Pour une oscillation monochromatique $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j\omega t}$

$$\text{Rot H} = \sigma \vec{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \epsilon_r' \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\sigma \epsilon_0 e^{-j\omega t} - j\omega \epsilon_0 \vec{E}_0 e^{-j\omega t} = \epsilon_r' \epsilon_0 j\omega \vec{E}_0 e^{-j\omega t}$$

$$\epsilon_r' = 1 + \frac{\sigma}{j\omega \epsilon_0}$$

Les valeurs de ϵ_r' et σ se déduisent des équations précédentes associées aux équations (linéarisées) de conservation du nombre des particules (une pour chaque espèce)

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{n}_e \vec{v}_e = 0$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{n}_i \vec{v}_i = 0$$

et aux équations linéarisées de conservation de la quantité de mouvement

$$n_e m_e \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = n_e q_e (\vec{E} - \vec{v}_e \wedge \vec{B}_0) - \nabla p_e + P_{em} + P_{ei}$$

$$n_i m_i \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} = n_i q_i (\vec{E} + \vec{v}_i \wedge \vec{B}_0) - \nabla p_i + P_{im} + P_{ie}$$

$$n_n m_n \frac{\partial \vec{v}_n}{\partial t} = -\nabla p_n + P_{ne} + P_{ni} \quad (\text{neutres})$$

Les termes P_{em} et P_{im} représentent les transferts de quantité de mouvement dus aux chocs des particules chargées avec les particules neutres:

$$P_{em} = -\bar{n}_e m_e \nu_{em} \vec{v}_e$$

$$P_{im} = -\bar{n}_i m_i \nu_{im} \vec{v}_i$$

Où ν_{en} et ν_{in} représentent les fréquences de collision électrons neutres et ions neutres. les termes P_{ei} et P_{ie} représentent de même un échange de quantité de mouvement entre les électrons et ions par collision

$$P_{ei} = -P_{ie} = -\bar{n}_e m_e \nu (\vec{v}_e - \vec{v}_i)$$

ν fréquence de collision électrons-ions

Nous admettons que les transformations produites par l'onde sont adiabatiques et que l'on peut écrire

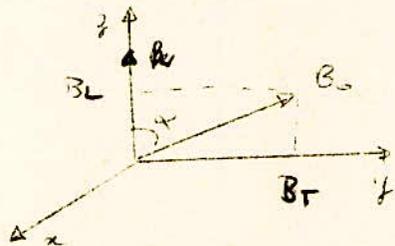
$$\nabla p_e = \gamma_e K T_e \nabla n_e = m_e V_e^2 \nabla n_e \quad \gamma \text{ rapport de chaleur spécifique}$$

$$\nabla p_i = \gamma_i K T_e \nabla n_i = m_i V_i^2 \nabla n_i \quad K \text{ constante de Boltzmann}$$

En définissant les vitesses moyennes d'agitation thermique des électrons et des ions par les relations

$$V_e^2 = \frac{\gamma_e K T_e}{m_e} \quad V_i^2 = \frac{\gamma_i K T_e}{m_i}$$

Pour résoudre le système d'équations nous nous limiterons au cas simple d'une onde plane de longueur d'onde λ se propageant dans la direction oz. Si $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ l'oscillation sera de la forme



$$A = A_0 e^{j(\omega t - k z)}$$

A peut être complexe

Nous pouvons poser dans les opérations qui portent sur une expression linéaire de A

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad \nabla = -jk$$

$$A = A_0 e^{j\omega t} e^{-jkz}$$

Si k est réel

$$A = A_0 e^{j\omega t} e^{-jkz} \quad \text{l'onde se propage sans atténuation}$$

Si $k = \alpha - j\beta$

$$A = A_0 e^{j\omega t} e^{-j(\alpha - j\beta)z}$$

l'onde se propage avec en amplitude toujours décroissante elle est atténuée

Si $k = -j\beta$

$$A = A_0 e^{j\omega t} e^{-\beta z} \quad \text{l'onde est évanescente}$$

2-4 Conductivité électrique :

a- Plasma chaud: les équations de conservation des électrons et des ions deviennent

$$n_e = \frac{k}{\omega} \bar{n}_e v_{ez}$$

$$n_i = \frac{k}{\omega} \bar{n}_i v_{iz}$$

D'autre part

$$\nabla p_e = m_e V_e^2 \nabla n_e$$

$$\nabla p_i = m_i V_i^2 \nabla n_i$$

Donc

$$\nabla p_e = m_e v_e^2 (-\frac{1}{r} \mathbf{e}_r) n_e$$

$$\nabla p_e = -\frac{1}{2} m_e v_e^2 v_{e3} \frac{k^2}{c}$$

de même

$$\nabla p_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 v_{i3} \frac{k^2}{c}$$

Nous allons maintenant sans nuire à la généralité de la discussion choisir les axes de façon que le champ B_0 soit situé dans le plan yz et désigner par B_L et B_T ces deux composantes. Les équations de conservation de la quantité de mouvement des électrons et ions donnent alors par projection sur les 3 axes

$$e^- \left\{ \begin{aligned} \int \omega n_e m_e v_{ex} &= \bar{n}_e q_e (E_x + v_{ey} B_L - v_{iz} B_T) - \nabla \bar{n}_e m_e (v_{ex} - v_{ix}) \\ &\quad - \nabla_n \bar{n}_e m_e v_{ex} \\ \int \omega \bar{n}_e m_e v_{iy} &= \bar{n}_e q_e (E_y - v_{ex} B_L) - \nabla \bar{n}_e m_e (v_{iy} - v_{iy}) \\ &\quad - \nabla_n \bar{n}_e m_e v_{iy} \\ \int \omega n_e m_e v_{ez} &= \bar{n}_e q_e (E_z + v_{ex} B_T) - \nabla \bar{n}_e m_e (v_{ez} - v_{iz}) \\ &\quad - \nabla_n \bar{n}_e m_e v_{ez} + \int \frac{k^2}{\omega} n_e m_e v_e^2 v_{ez} \end{aligned} \right.$$

$$ions \left\{ \begin{aligned} \int \omega \bar{n}_i m_i v_{ix} &= \bar{n}_i q_i (E_x + v_{iy} B_L - v_{iz} B_T) + \nabla \bar{n}_i m_e (v_{ex} - v_{ix}) \\ &\quad - \nabla_n \bar{n}_i m_i v_{ix} \\ \int \omega \bar{n}_i m_i v_{iy} &= \bar{n}_i q_i (E_y - v_{ex} B_L) + \nabla \bar{n}_i m_e (v_{ey} - v_{iy}) \\ &\quad - \nabla_n \bar{n}_i m_i v_{iy} \\ \int \omega \bar{n}_i m_i v_{iz} &= \bar{n}_i q_i (E_z + v_{ex} B_T) + \nabla \bar{n}_i m_e (v_{ez} - v_{iz}) \\ &\quad + \nabla_n \bar{n}_i m_i v_{iz} + \int \frac{k^2}{\omega} \bar{n}_i m_i v_i^2 v_{iz} \end{aligned} \right.$$

Posons

$$\left\{ \begin{aligned} j_e &= \bar{n}_e q_e v_e \\ j_i &= \bar{n}_i q_i v_i \end{aligned} \right.$$

D'autre part

$$B_z = B_0 \cos \alpha$$

$$B_r = B_0 \sin \alpha$$

Ces équations se mettent sous la forme

$$A_e j_e + \frac{\nu}{\omega} j_i = \sigma_e E$$

$$\frac{\nu}{\omega} j_e + A_i j_i = \sigma_i E$$

Or $j = j_e + j_i = \sigma E$

Des équations ci-dessus on tire

$$j = (\sigma_e + \sigma_i) E$$

D'où

$$\underline{\sigma = \sigma_e + \sigma_i}$$

Avec

$$\sigma_e = \gamma \epsilon_0 \frac{\omega_p^2 / \omega}{(1 - \beta^2)(1 - N^2/c^2) - \beta^2} \begin{array}{|l} 1 - \frac{N^2}{c^2} & \beta \left(1 - \frac{N^2}{c^2}\right) & -\beta^2 \\ \hline -\beta \left(1 - \frac{N^2}{c^2}\right) & 1 - \frac{N^2}{c^2} - \beta^2 & -\beta^2 \\ \hline \beta^2 & -\beta^2 & 1 - \beta^2 \end{array}$$

$$\sigma_1 = -\gamma \epsilon_0 \frac{-\Omega^2 \rho / \omega}{(1-L^2)(1-\frac{N^2}{c})-T^2}$$

$1 - \frac{N^2}{c}$	$-\delta L (1 - \frac{N^2}{c})$	δT
$\delta L (1 - \frac{N^2}{c})$	$1 - \frac{N^2}{c} - T^2$	$-LT$
$-\delta T$	$-LT$	$1 - L^2$

Et

$$\omega_p^2 = \frac{n_e q_e^2}{m_e \epsilon_0}$$

$$\Omega_p = \frac{n_i q_i^2}{m_i \epsilon_0}$$

$$\omega_b = -\frac{q_e B_0}{m_e}$$

$$\Omega_b = \frac{q_i B_0}{m_i}$$

$$L = \frac{\omega_b \cos \alpha}{\omega}$$

$$T = \frac{\omega_b \sin \alpha}{\omega}$$

$$L = \frac{\omega L}{\omega}$$

$$T = \frac{\omega T}{\omega}$$

$$L = \frac{\Omega_b \cos \alpha}{\omega} = \frac{\Omega_T}{\omega}$$

$$T = \frac{\Omega_b \sin \alpha}{\omega} = \frac{\Omega_T}{\omega}$$

$$e = \frac{m_e c^2}{\delta k T_e}$$

$$i = \frac{m_i c^2}{\delta k T_i}$$

$$N^2 = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = \frac{4\pi^2 c^2}{\lambda^2 \omega^2}$$

b- Plasma froid:

On désigne ainsi les plasmas dans lesquels la force due à la pression cinétique est négligeable devant la force électrostatique.

Quantitativement on a :

$$|\nabla(\bar{n}_e k T_e)| \ll \bar{n}_e q_e E$$

$$\frac{v^2}{e} \ll 1$$

De même pour les ions

- Hautes fréquences

Dans ces cas le mouvement des ions et des neutres sont négligeables. Les équations de conservation de la quantité de mouvement se résument en une seule pour les électrons

$$\bar{n}_e m_e \frac{\partial v_e}{\partial t} = \bar{n}_e q_e (E + v_e \wedge B_0) + P_{ei} + P_{em}$$

$$P_{ei} = -\bar{n}_e m_e \nu_{ei} v_e \quad P_{em} = -\bar{n}_e m_e \nu_{em} v_e$$

$$\bar{n}_e m_e \frac{\partial v_e}{\partial t} = \bar{n}_e q_e (E + v_e \wedge B_0) - \bar{n}_e m_e (\nu_{ei} + \nu_{em}) v_e$$

Si l'on pose

$$U = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad \kappa = \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \quad A = \frac{\nu_{ei} + \nu_{em}}{\omega}$$

On aura alors

$$\sigma \cdot \sigma_e = -j \epsilon_0 \frac{\omega \kappa}{(1-jA) - U} \begin{vmatrix} 1-jA & j\ell & -j\ell \\ -j\ell & (1-jA) - \ell^2 & -\ell^2 \\ j\ell & \ell^2 & 1-jA - \ell^2 \end{vmatrix}$$

si de plus la fréquence de collision est négligeable

$$A \ll 1$$

alors

$$\sigma = -j \epsilon_0 \frac{\omega \kappa}{1-U} \begin{vmatrix} 1 & j\ell & -j\ell \\ -j\ell & 1-\ell^2 & -\ell^2 \\ j\ell & \ell^2 & 1-\ell^2 \end{vmatrix}$$

Si le champ magnétique est nul $B_0=0$

$$\sigma = -j \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\omega - j\nu}$$

- Basse fréquence le mouvement des ions ne peut plus être négligé celui des neutres non plus (à moins que les neutres aient une masse très supérieure à celle des ions). L'expression de σ se complique considérablement

2-5 Ondes planes progressives.

Très souvent le champ EM prend des caractéristiques d'une onde plane progressive. Ce cas est d'autant plus intéressant que tout onde peut se décomposer en un spectre d'ondes planes élémentaires. Considérons donc le champ de la forme

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 e^{i(\omega t - k_z z)} \\ \text{Rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{Rot } \vec{H} &= \epsilon' \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

prend la forme simple

$$N_n N_n \vec{E} = -\epsilon' \epsilon_0 \vec{E}$$

où $N = kc/\omega$ est un vecteur // à Oz de longueur égale à l'indice complexe du milieu. Le deuxième terme de cette équation est le produit matériel par le vecteur \vec{E} considéré comme une matrice colonne. Pour que $\vec{E} \neq 0$ il faut annuler le système des trois équations linéaires et homogènes ce qui donne une équation d'où l'on tire $N = f(z)$. Comme ϵ' dépend de $\omega = k, B_0, N$ dépend de la direction de propagation. Si l'on néglige l'agitation thermique (plasma froid) il y a d'ailleurs deux valeurs possibles de N (ondes ordinaires, ondes extraordinaires pour chaque direction. Lorsque l'on reporte dans l'équation

$$N_n N_n \vec{E} + \epsilon' \epsilon_0 \vec{E} = 0$$

Les valeurs calculées pour N on obtient une relation pour chaque paire de composantes des champs électriques. Ces relations déterminent les caractères de polarisation de l'onde. Dans le cas des plasmas froids la polarisation et l'indice sont donnés par les relations d'Appleton Hartree

$$\begin{cases} \frac{\vec{E}_z}{\vec{E}_x} = \delta \epsilon \frac{N^2 - 1}{1 - x - j\delta} & R = \frac{\vec{E}_z}{\vec{E}_y} = \delta \left[\frac{(\omega t)^2 + \frac{1}{2}t^4 + t^2}{1 - x - j\delta (1 - x - j\delta)^2} \right]^{1/2} \\ N^2 = (\gamma - jk)^2 = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{x}{1 - j\delta - j\delta k R} \end{cases}$$

Dans ces relations le signe (-) correspond à l'onde ordinaire et le signe (+) à l'onde extraordinaire. En général le vecteur d'ondes est complexe

$$v_0 = \frac{\omega}{k} \quad k = \alpha \frac{c}{\omega} \quad \begin{matrix} \mu & \text{indice de réfraction di milieu} \\ \kappa & \text{indice d'extinction} \end{matrix}$$

Dans les cas assez courants où B_0 est négligeable ($1, t < 1$) la polarisation est indifférente et les collisions sont rares ($\delta \ll 1$) l'indice s'écrit simplement

où $f = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{q_e}{2\pi} \sqrt{\frac{n_{e0}}{m \epsilon_0}}$ est la fréquence du plasma (oscillations longitudinales en bloc des électrons du plasma). Une onde de fréquence $f < f_p$ ne peut se propager dans le plasma, elle est évanescente. On définit ainsi une densité critique de plasma

$$n_{ec} = \frac{m \epsilon_0 \omega^2}{q_e^2}$$

au delà de laquelle le plasma devient opaque

III- Méthode utilisant les ondes en espace libre:

3-1-Introduction

Ces méthodes s'adaptent à une grande variété de situations que l'on rencontre en pratique. Elles sont utilisées aussi ^{bien} en laboratoire que dans la nature. Alors que les méthodes utilisant des ondes guidées (ou piégées dans une cavité) ne sont utilisables que pour les études de laboratoire et en général pour des plasmas de petite taille, les ondes en espace libre peuvent servir aussi bien pour les études de laboratoire que pour le sondage de l'ionosphère et des gaz ionisés produits par certaines explosions.

Les problèmes théoriques qui se posent sont difficiles pour l'étude des plasmas. Cependant, les méthodes utilisant les ondes en espace libre posent dans la majeure partie des cas des problèmes monodimensionnels donc d'une relative simplicité. Il en est de même pour l'appareillage mis en oeuvre.

Avant d'entamer l'exposé, il est nécessaire d'introduire la relation existant entre la taille du plasma (repérée par une dimension caractéristique "a") et l'onde de sondage (caractérisée par sa fréquence). Ces considérations sont valables pour les méthodes utilisant les ondes guidées.

Il est évident que si l'on veut que l'intérieur du plasma soit accessible aux mesures "a" doit être inférieur à l'épaisseur de peau du plasma. Rappelons que cette grandeur caractérisant la pénétration de l'onde dans le plasma est l'épaisseur de plasma pour laquelle l'amplitude du champ électrique de l'onde est affaiblie dans un rapport "e".

On a:

$$\delta = \frac{1}{\kappa} = \frac{c}{\omega}$$

κ étant l'indice d'extinction du plasma dont l'expression est compliquée dans le cas général (fréquence de collision non négligeable, B_0 extérieur fixe). Dans le cas où $B_0 = 0$ > petit on a:

	$\omega < \omega_p$	$\omega > \omega_p$
δ	$\frac{c}{(\omega_p^2 - \omega^2)^{1/2}}$	$\frac{2c}{\nu} \frac{\omega^2}{\omega_p^2}$

Les fréquences supérieures à la fréquence du plasma sont donc favorables

3-2 Plasma en l'absence de champ magnétique

Comme nous avons une propagation suivant z l'évolution du champ électrique est déduit des équations de Maxwell

$$\text{Rot H} = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 E - N e \bar{y}) \quad \text{Rot E} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

associées aux équations mécaniques du fluide ionisé (compte tenu d'un amortissement dû aux collisions)

$$m x'' + m \nu x' + e E_x = 0$$

$$m y'' + m \nu y' + e E_y = 0$$

On aboutit à

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + k^2 E = 0 \quad (1)$$

$$k = \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \nu)} \right)^{1/2} = \frac{\omega}{c} N$$

La situation est résumée dans la figure suivante sur laquelle sont indiquées les présences d'une onde réfléchi (R), transmise (T) et de deux ondes au sein du plasma r et t traduisant les effets d'interférence dans le plasma. L'origine des abscisses est prise sur la face d'entrée de la couche donc une solution de l'équation (1) qui soit du type

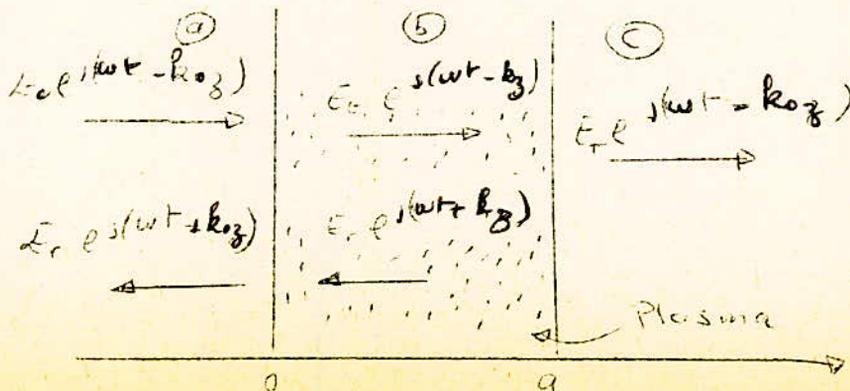
(o) + (R) dans la région (a)

(t) + (r) dans le plasma (b)

T dans la région (c)

est à chercher; elle doit satisfaire également aux conditions aux limites classiques (ici continuité des champs électrique et magnétique). On a à résoudre un système linéaire à quatre inconnus complexes dont deux seulement sont intéressantes.

- le coefficient de transmission $\mathcal{T} = \frac{E_T}{E_0}$
- et le coefficient de réflexion $\rho = \frac{E_r}{E_0}$



Born et Wolf trouvent

$$\rho = \frac{1 - N}{N + 1 - 2j \cos \frac{1}{2} ka}$$

$$\gamma = \frac{2 e^{-jk_0 a}}{\sin ka [2 \cos \frac{1}{2} ka + j(N + \frac{1}{N})]}$$

Ainsi on voit que théoriquement connaissant ρ on peut déterminer γ et V et par suite G . Cependant ces formules sont compliquées il est donc difficile d'en tirer des conclusions générales. On voit que tant que les fréquences de collision sont faibles ($\frac{\nu}{\omega}$ petit) la fréquence du plasma est une fréquence critique autour de laquelle le plasma fonctionne presque en tout ou rien. L'introduction d'une fréquence de collision a pour effet de noyer les phénomènes jusqu'à les rendre tout différent quand fréquence de plasma et fréquence de collision sont du même ordre de grandeur.

Quand l'absorption est forte c'est à dire ν élevé ou "a" grand on trouve

car $\cos \frac{1}{2} ka \approx j$ $\rho = \frac{1 - N}{1 + N}$

En posant $N = \mu - j\kappa$

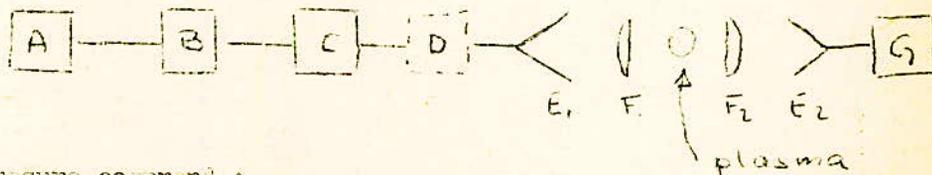
On a

On voit que pour $\omega = \omega \sqrt{\epsilon}$ le déphasage de l'onde réfléchi par rapport à l'onde incidente est de 90° quelle que soit la valeur de la fréquence de collision.

Celle-ci est d'ailleurs liée à l'affaiblissement par la relation

$$\nu = \omega \frac{1 - |\rho|}{2|\rho|}$$

3-3 - Description du banc de mesure



Le banc de mesure comprend :

- A - oscillateur klystron avec son alimentation
- B - isolateur à ferrite
- C - ondemètre

coefficient de transmission de la lame d'air comprise entre les deux cornets. En faisant varier la distance x entre les deux cornets on relève la phase du

$$\Delta\varphi = f(x).$$

comme distance entre les deux cornets 50 cm. Nous tracerons la courbe Nous devons d'abord déterminer les conditions optimales de travail. Nous prendrons a) Interaction cornet-générateur cornet récepteur en l'absence du plasma.

(cornets, plasma) nous serons conduits à des résultats erronés. étudier. On effectue si l'on choisit des positions arbitraires pour nos éléments sion lorsqu'on modifie les positions respectives des cornets et du plasma à Nous serons en premier lieu amenés à étudier la phase du coefficient de transmi- à celle dans les milieux ionisés pose tout d'abord des problèmes d'adaptation. Le passage de la propagation guidée à la propagation à l'air libre, puis

3-4 - Réglages préliminaires:

de puissances dans un montage de guide d'ondes

G) grâce au support de cristal accordable on peut détecter de faibles niveaux

F) pour éviter les diffractions parasites on utilise des lentilles en téflon

correspondant à l'axe longitudinal du guide.

Le milieu ambiant permettant d'obtenir un maximum de puissance dans la direction B) Le cornet est élément d'adaptation entre un guide d'ondes rectangulaire et

d'ondes à 4mm

D) Le multiplicateur de fréquence sert à produire des ondes de 2mm à partir

La fréquence correspondante.

prise. La lecture se fait aisément sur un tambour; un tableau d'échelonnage donne

C) L'ondelette permet d'effectuer des mesures de fréquence dans la gamme appro-

transmise dans le sens inverse

d'ondes dans le sens direct, en évitant que la puissance réfléchie puisse être

transmettre pratiquement sans atténuation la puissance parcourant les guides

montage de guides d'ondes. Grâce à ses propriétés unidirectionnelles il permet de

B) L'isolateur à ferrite permet d'isoler les éléments hyperfréquences dans un

67 et 75 GHz et 100 mW au centre de la bande

A) Le klystron philips 1010 YK fournit une puissance supérieure à 40 mW entre

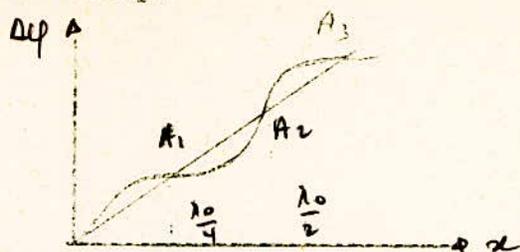
G - détecteur

F₁ F₂ - lentilles en téflon

B₁ B₂ - Deux cornets

D - multiplicateur de fréquence

Théoriquement nous obtiendrions une droite, mais des études faites ont démontré le contraire $\Delta\varphi = f(x)$ n'obéit pas à une loi linéaire, mais présente une ondulation autour de la droite théorique



L'amplitude de ces fluctuations est fonction du choix des cornets. L'emploi des lentilles adaptées aux cornets remédie un peu au problème. Cependant une ondulation faible de part et d'autre de la droite théorique subsiste toujours. Il s'agira donc pour nous de nous placer en un point d'intersection de la droite théorique et la courbe réelle en faisant varier astucieusement x .

D'autre part ces points A_1 correspondent alternativement à un facteur de transmission maximal (épaisseur d'air x " antireflet ") ou minimal épaisseur d'air " reflet "

b-Influence de la position du plasma

Lorsque on introduit le plasma entre les deux cornets on fait apparaître de nouvelles interactions entre

- le cornet émetteur et le plasma
- le cornet récepteur et le plasma

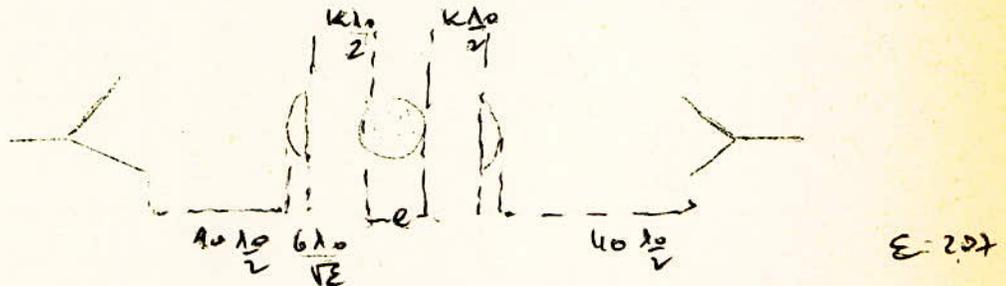


Donc il faut réaliser l'adaptation de part et d'autre du plasma avec les cornets bien que théoriquement ce problème ne se pose pas puisque nous utilisons des lentilles. Cependant, dans le cas où on ne posséderait pas de lentilles voici comment réaliser cette adaptation.

- On masque le cornet récepteur par un absorbant non réfléchissant et on règle la position de l'échantillon pour avoir un coefficient de réflexion minimal mesuré par le détecteur (C_1). Dans ces conditions la distance entre le plasma et le cornet émetteur est à un multiple de $\frac{\lambda_0}{2}$ la lame d'air située en avant du plasma a une épaisseur antireflet.

-On démasque le cornet récepteur et on règle sa position pour avoir un coefficient de transmission maximal détecté par le détecteur (C_2). La lame d'air derrière le plasma est ainsi accordé à son tour.

Comme il a été signalé précédemment l'introduction des lentilles assure d'elles mêmes un découplage supplémentaire qui se traduit par un coefficient de réflexion bien inférieur à celui (déjà faible) que l'on avait sans lentilles. Nous prendons des lentilles en téflon de 30mm de distance focal. L'axe du plasma est placé aux foyers des lentilles. Nos résultats précédents nous amènent à choisir une épaisseur d'air antireflet entre cornets et lentilles et entre les lentilles elles-mêmes. On a alors le schéma suivant dont les caractéristiques sont calculées par une machine IBM



L'épaisseur e du plasma est quelconque. Le problème de diffraction sur les bords du plasma ne se pose pas puisque nous utilisons une convergence de faisceau, ainsi que le problème de réflexion sur les obstacles. Mais pour plus de précautions nous utiliserons des matériaux absorbant non réfléchissant (crin). quand nous aurons réalisé toutes ces conditions nous pouvons entamer nos mesures.

3-5 - Méthode de mesure:

a- Mesure du coefficient de transmission

En l'absence du plasma on note un certain niveau détecté V_0 . La mise en place du plasma produit un certain affaiblissement du niveau détecté. On lit alors V (inférieur à V_0)

Ainsi nous avons le coefficient de transmission

$$\tau = \sqrt{\frac{V}{V_0}}$$

b- Mesure du déphasage d'insertion.

On revient à nos conditions initiales de travail c.a.d. sans lentilles. Avec le plasma entre les deux cornets on relève un certain niveau V_1 . On enlève le plasma et on fait varier la distance entre les deux cornets jusqu'à retrouver notre niveau précédemment détecté V_1 . Soit Δx la variation de la distance entre les deux cornets la phase du coefficient de transmission sera alors φ étant l'épaisseur du plasma

$$\varphi = \beta_0 (e + \Delta x) \quad \beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

c - Interprétation des résultats.

En supposant qu'il n'y a pas de réflexions à l'intérieur du plasma on a :

$$\tilde{E} = e^{-\gamma z} \quad \gamma = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = \frac{1}{2e} \log \frac{V_0}{V} \quad \beta = \beta_0 \left(1 + \frac{\Delta x}{e} \right)$$

Ainsi grâce à l'équation de phase on détermine la permittivité

$$\epsilon = N^2 = \left(1 + \frac{\Delta x}{e} \right)^2$$

Soit l'indice

$$N = \sqrt{1 + \frac{\Delta x}{e}}$$

Grâce à la formule de Selleneier

$$N^2 = 1 - \frac{N_e e^2}{m \omega^2} \Rightarrow n_e = \frac{1 - N^2}{81} f^2$$

Comme nous opérons avec deux longueurs d'ondes différentes, nous relevons une première atténuation

$$\alpha_1 = A_1 \quad (\lambda_1 = 4 \text{ mm})$$

et une deuxième atténuation

$$\alpha_2 = A_2 \quad (\lambda_2 = 2 \text{ mm})$$

$$A_1 = \frac{R}{\omega_1^2 + \nu^2} n_e$$

$$A_2 = \frac{R}{\omega_2^2 + \nu^2} n_e$$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = B \Rightarrow \nu = \sqrt{\frac{B \omega_1^2 - \omega_2^2}{1 - B}}$$

Maintenant que nous connaissons la fréquence de collision, on peut déterminer la conductivité

$$\sigma = \frac{n e^2}{m (\nu + j\omega)} = \begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{cases}$$

Soit:

$$|\sigma_1| = \frac{n e^2}{m (\omega^2 + \nu^2)}$$

Cependant, afin de ne pas avoir à toucher notre montage nous pourrions mettre à profit la formule proposée par Balcher et Sugden donnant l'atténuation en fonction de la densité électronique et de la fréquence de collision

$$\alpha = \frac{2\pi e^2 n}{mc} \left(\frac{\nu}{\omega^2 + \nu^2} \right) \sqrt{\epsilon}$$

Où ϵ est la perméabilité magnétique de la flamme $\epsilon = 1,00$

Dans leur système

$$c = 4,80 \cdot 10^{-10}$$

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$$

$$n = 9,1 \cdot 10^{-28}$$

$$n \text{ électrons/cm}^3$$

De sorte qu'avec les deux fréquences que nous utilisons on détermine la densité électronique et la fréquence de collision et par suite

$$\alpha = \varphi(n_e, \nu, \omega)$$

Remarque: Ces mêmes auteurs donnent une formule permettant de calculer la valeur approchée de la densité électronique pour des flammes à pression atmosphérique avec une température voisine de 2000°

$$n_e = 2,6 \cdot 10^{11} \beta \quad \beta = \text{dB/cm}$$

Malheureusement cette théorie n'a pu être mise à profit le banc de mesure commandé n'étant pas arrivé.

METHODE DE LA SONDE DE LANGMUIR

I- Etude expérimentale

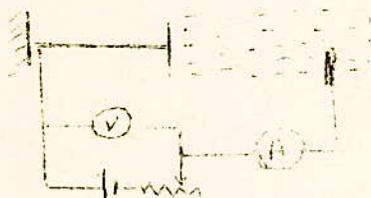
1-1 Position du problème Les plasmas les plus proches du plasma idéal (n molécules neutres n ions, n électrons par unité de volume) dont dispose le physicien sont constitués essentiellement par les colonnes positives des décharges en courant continu et par les gaz excités en très haute fréquence. Aucun de ces milieux n'est un milieu permanent individuellement conservatif de sorte qu'il faut toujours prévoir une fourniture d'énergie (électrique ou lumineuse) pour compenser les différentes pertes (recombinaison, émission lumineuse ...)

La première étude du "gaz électronique" (densité et vitesse) a été faite par Langmuir (1925) en introduisant des petites électrodes auxiliaires ou "sonde" dans les décharges à courant continu. C'est une méthode similaire que nous allons exposer appliquée à des flammes. Elle permet de déterminer les différents paramètres du plasma (densité électronique, température électronique et par là de calculer σ)

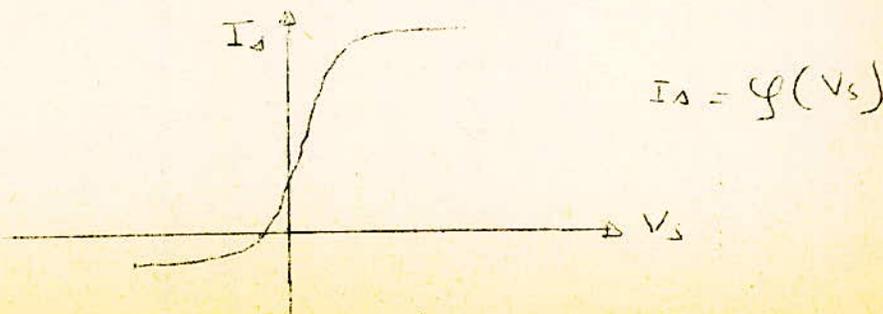
1-2 Caractéristique de sonde.

Nous supposerons que la sonde est cylindrique et que la surface en contact avec le plasma est S .

Schéma synoptique



La mesure du courant I_s en fonction du potentiel V_s de polarisation de la sonde permettra de tracer la caractéristique de sonde



L'étude de cette courbe fournira moyennant certaines hypothèses des renseignements sur la densité et la température. Le plasma se comporte théoriquement comme un conducteur parfait pour les courants continus il est donc équipotentiel soit V_p son potentiel. Introduisons une sonde métallique d'aire S et pourtant à un potentiel V par rapport à la plaque également en contact avec le plasma (brûleur).

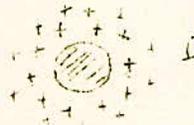
Pour différentes valeurs de V on relève I_s et on trace la courbe

$$I_s = f(V_s)$$

4-3 Sonde fortement négative

Lorsque la sonde est portée à un potentiel très négatif les électrons sont pratiquement tous repoussés et aucun d'entre eux ne peut tomber sur la sonde, par contre les ions positifs attirés forment autour de la sonde une gaine d'épaisseur d (gaine de transition) et forment à sa surface une charge d'espace.

On est en présence d'une diode dont l'électrode émissive serait le plasma et l'autre électrode la sonde.



Tous les ions qui en vertu de leur agitation thermique traversent la frontière I du plasma en direction de la sonde atteignent celle-ci qui recueille un courant de saturation ionique

$$I_{is} = S j_{is} = - \frac{n_i v_m e}{4} S$$

Cela suppose évidemment que l'épaisseur de la gaine est très inférieure aux dimensions linéaires de la sonde ainsi qu'à λ_{pi} des ions dans le gaz ambiant. Dans ces cas la théorie des diodes en régime de charge d'espace donne pour l'épaisseur de la gaine

$$d_{es} = \frac{1}{9\pi} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{|V|^{3/2}}{d^2}$$

$$j_{is} = \frac{n e v_m}{4} = e^2$$

La densité et l'énergie des ions positifs (donc V_m^+) étaient supposées constantes lorsqu'on fait varier V , il doit donc varier de façon que $V^{3/2} d^{-1}$ reste constant tant que l'on ait dans le domaine de validité de nos hypothèses.

Si $V_s \ll V$ décroît et les électrons les plus rapides commencent à ne plus être repoussés lorsque V est de l'ordre de quelques volts.

IL en résulte un courant de sonde négatif j^- qui vient s'opposer à j^+ et le courant observé

$$j = j^+ - j^-$$

Le courant j^- est fournit par les électrons dont la composante V_x de la vitesse normale à la sonde est supérieure à la valeur V_0 tel que

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = e |V| \quad (\text{barrière de potentiel})$$

Le nombre des électrons dont la vitesse normale à la sonde est comprise entre V_x et V_x+dx étant donné une distribution Maxwellienne par

$$v_x = \frac{\sqrt{\pi}}{2} v_m = \sqrt{\frac{2 k T_e}{m}}$$

$$d(n_{e,x}) = \frac{n}{v_p \sqrt{\pi}} e^{-\frac{v_x}{v_p}} dx dv_x$$

$$\bar{j} = \frac{ne}{4} \int_{v_0}^{\infty} v_x d(n_{e,x})$$

$$\bar{j} = \frac{ne}{4} \int_{v_0}^{\infty} v_x \frac{n}{v_p \sqrt{\pi}} e^{-\frac{v_x}{v_p}} dx dv_x$$

$$\bar{j} = ne \sqrt{\frac{k T_e}{2 \pi m}} e^{-\frac{e|V|}{k T_e}}$$

Donc

$$\ln \bar{j} = A - \frac{e|V|}{k T_e}$$

et

$$\frac{d(\ln \bar{j})}{dV} = \frac{e}{k T_e}$$

$$\frac{d(\ln j)}{dV} = \frac{11700}{T_e}$$

Ainsi, si l'on considère deux valeurs du potentiel de la sonde V_S et V'_S tel que $V'_S = V_S + \Delta V_S$ telles que le rapport des courants correspondant

$$\frac{j'}{j} = e = 2,718$$

On aura

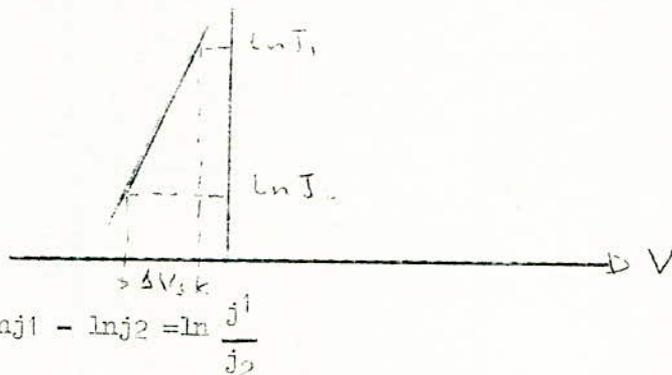
$$T_e = 11700 \Delta V_S$$

Cette relation est valable quelle que soit la forme de la sonde puisque seul intervient la rapport des deux valeurs de j .

De sorte que pour déterminer T_e on pourra se contenter de mesurer le courant I sans chercher à déterminer j au moyen de la mesure de l'aire S de la sonde. La linéarité de la courbe

$$\ln j = f(V)$$

prouvera que la distribution des vitesses est bien Maxwellienne



Si

$$\frac{j_1}{j_2} = e$$

Alors

$$\ln \frac{j_1}{j_2} = 1$$

d'où

$$T_e (\text{°K}) = 11700 \Delta V_S$$

V_s continu à croître il vient un moment où j s'annule le potentiel de V_s étant alors inférieur à V_p

$$V_s - V_p < 0 \quad V_s - V_p = V_0$$

(V_0 potentiel que prendrait une sonde isolée)

Ce phénomène est dû au fait que les électrons diffusent plus vite que les ions chargent la paroi à un potentiel de plus en plus négatif jusqu'au moment où s'établit le régime d'équilibre que nous avons nommé diffusion ampolaire

$$\frac{n e v_m^+}{4} = \frac{n e v_m}{4} e^{-\frac{eV_0}{kT_e}}$$

$$V_0 = -\frac{k T_e}{2e} \ln \frac{M^+ T^+}{m T_e} \neq \frac{kT_e}{2e} \ln \frac{MT}{mT_e}$$

1-4 Potentiel du plasma

Quant $V_s = V_p$ c.a.d. $V=0$ et aucun potentiel ne s'oppose au mouvement des électrons et ions qui diffusent librement

Alors

$$j^- = ne \sqrt{\frac{k T_e}{2m}}$$

$$j^+ = ne \sqrt{\frac{kT^+}{2M}}$$

Et le courant de sonde est

$$j = j^+ - j^-$$

j est positif car

$$|j^-| \gg |j^+|$$

1-5 Sonde positive

Dès que $V = V_s - V_p$ devient positif tous les ions sont repoussés car leur énergie n'est pas élevée (inférieure à 0,1eV). Le courant d'électrons se trouve alors limité par la charge d'espace et il se forme autour de la sonde une gaine négative d'épaisseur d donné par la relation

$$j = \frac{1}{9\pi} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{V^{3/2}}{d^2} = \frac{neV_m}{4}$$

$$V_p = \frac{\sqrt{\pi}}{2} v_m = \sqrt{\frac{2 kT_e}{\pi m}}$$

5

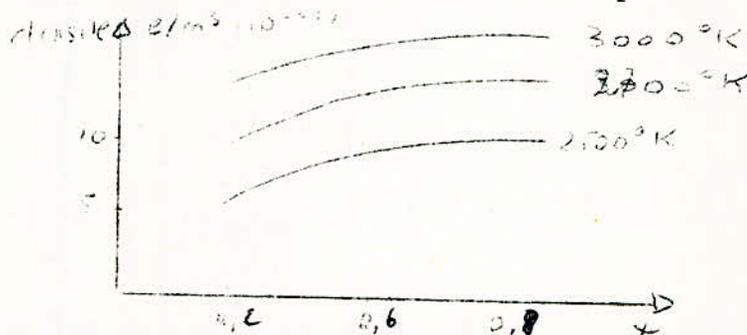
Son

$$\bar{j} = \frac{n e}{2} \sqrt{\frac{2 k T_e}{\pi m}}$$

Connaissant \bar{j} et T_e on tire alors la valeur de n densité de courant. Le courant de sonde après avoir crû exponentiellement pour $V < 0$ devra donc rester constant en fait il continue à croître légèrement et pour peu que V atteigne quelques volts il y a accélération des électrons du plasma au voisinage de la sonde. Donc il y a perturbation du plasma.

III - Rôle de la semence. (Extrait de l'étude faite par Mr. Le Bouc du CNRS)

L'influence de la teneur en semence est illustrée par



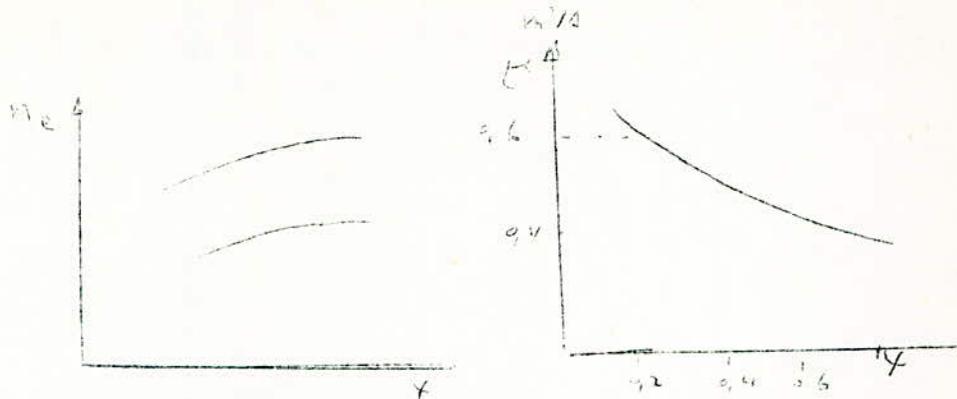
Cette teneur en semence est généralement caractérisée par la fraction molaire (α). Or, pour une quantité déterminée de semence introduite dans le circuit α varie avec la température, la composition du comburant la richesse en particules α ne reste pas constante au cours de la détente. Pour éviter cet inconvénient nous caractériserons la teneur en semence par le paramètre

$$\gamma = \frac{n_{K_0}}{n_{C_0}}$$

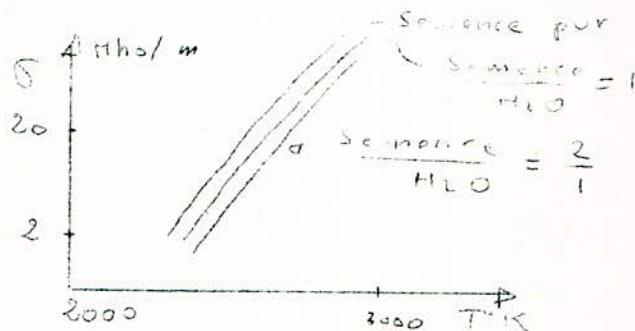
n_{K_0} nombre d'atomes de semence introduit

n_{C_0} nombre d'atomes de carbone du combustible

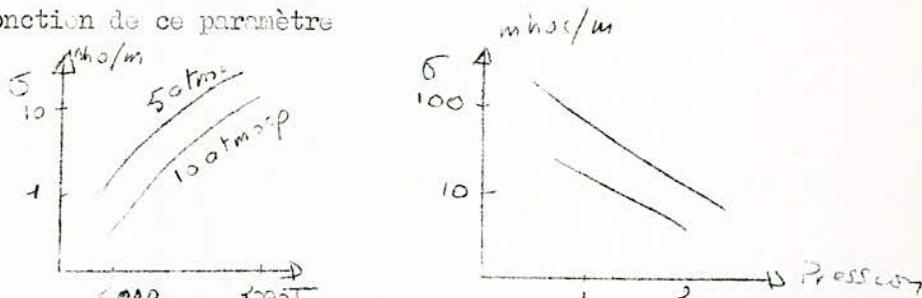
Pour un combustible donné γ est indépendant des conditions de mise en oeuvre et d'utilisation du fluide de conversion. L'existence du maximum dans les courbes est due à ce que l'augmentation de la teneur en semence agit en sens inverse sur la densité électronique et sur la mobilité



Ce dernier provenant de la section efficace de collision des atomes de la semence. La forme sous laquelle est introduite la semence a une légère influence sur la conductivité.



Par contre la température augmente la conductivité d'une manière très rapide accroissement dû à la variation quasi exponentielle de la densité électronique en fonction de ce paramètre



La conductivité diminue avec la pression (ci-dessus) suivant la loi

et la densité électronique comme

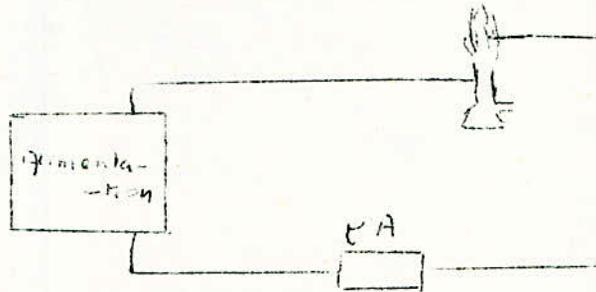
Dans la zone de température élevée la conductivité varie relativement peu avec la richesse. En fonction de la nature du combustible la conductivité à température donnée est d'autant plus faible que la teneur en hydrogène est plus élevée. Cependant pour 1 débit de semence donné ($\phi = c'$) la teneur en oxygène du comburant n'a que peu d'influence sur la conductivité

III Manipulation.

3-1 Dispositif expérimental.

Le dispositif est fort simple il nécessite une alimentation stabilisée variable pour polariser la sonde, un microampmètre pour détecter le courant de sonde. La sonde sera constituée d'un simple fil de platine qu'on introduira dans le plasma

Diagramme du montage



3-2 Relevé de mesure. Pour différentes valeurs de la tension de polarisation nous relevons un courant détecté et on trace le graphe

$$\varphi(V_s) = I_s$$

Nous obtenons la courbe ci-contre que nous traçons directement sur papier logarithmique. On fait une série d'expériences les résultats qui semblent les plus probants sont portés sur graphique.

3-3 Interprétation des résultats

Prenons deux points A et B sur la courbe tracée (choisis judicieusement) de façon que le rapport des courants

$$\frac{J_A}{J_B} = 2,18 = e$$

De ce fait nous calculons directement la température

$$T_e = 11700 \quad v_s$$

Soit

$$J_A = 0,01$$

$$J_B = 0,027$$

$$v_s = 0,17 \text{ v}$$

$$T_0 = 1990^\circ \text{ K}$$

En réalité il faut apporter une correction à cette température

$$T = T_0 + 0,74 (T_e - T_0)$$

Où

$T_0 = 300^\circ \text{K}$ température initiale du gaz frais

$T_a = 2000^\circ \text{K}$ température adiabatique de la flamme

D'où

$$T = 1550^\circ \text{K}$$

Le thermocouple nous donne 1180°K . Nous voyons que la sonde donne des valeurs qui rapprochent davantage de la température théorique qui est voisine de 2000° .
Calculons maintenant la densité ionique du plasma

$$N_i = \frac{J^+}{e} \left(\frac{2\pi m_i}{kT} \right)^{1/2}$$

T température calculée

K constante de Boltzmann

J^+ courant ionique de saturation

e charge de l'électron

m_i masse des ions positifs (ici 03 H^+ $19g$)

Soit

$$J = 0,12 \text{ A}$$

$$e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ C/s}$$

$$d = \frac{4}{10} \text{ mm}$$

$$e = 3,6 \text{ mm}$$

$$T_c = 2000^\circ$$

$$S = 45 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$$

$$m_i = 19/6 \cdot 10^{-22} \text{ g}$$

Calcul de la conductivité.

$$N_i = 2 \cdot 10^{23} / \text{cm}^3$$

Le calcul de l'ionisation à l'équilibre thermique est basé sur la loi de Saha qui s'écrit

$$\log \alpha_i = -3,09 + \frac{5}{4} \log T - 0,5 \log p - 2,52 \cdot 10^6 \frac{e^0}{p}$$

Où α_i est la fraction de l'espèce ionisée T la température en $^\circ \text{K}$ p la pression partielle de l'espèce considérée en atmosphère et e^0 le potentiel d'ionisation en eV

La conductivité électrique peut être évaluée ainsi

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{kT} D/e$$

Où $n_e = n_i$ est le nombre d'électrons, e la charge de l'électron et D_{ie} coefficient de diffusion binaire. Pour des sphères rigides de diamètre moyen δ

$$D_{ie} = \frac{3}{8n\delta^2} \sqrt{\frac{kT(m_i + m_e)}{2\pi m_i m_e}}$$

Où m_e et m_i sont les masses des ions et des électrons et n le nombre total des particules. Si A désigne la section de collision

Alors

$$A = \pi\delta^2$$

$$D_{ie} = \frac{0,532}{nA} \sqrt{\frac{\pi kT}{2m_e}}$$

$$\alpha_i = \frac{m_e}{n} \Rightarrow \sigma = \frac{0,532 \alpha e^2}{A \sqrt{m_e kT}}$$

$$n = N$$

$$n_e = N_i$$

Soit

$$\sigma (\text{ohm}\cdot\text{cm})^{-1} = 0,384 \cdot 10^{-9} \frac{\alpha (10^4)}{A} \left(\frac{10^4}{T}\right)^{1/2}$$

$$A = 3 \cdot 10^{-15} \quad N = 96 \cdot 10^{13} \text{ p/cm}^3 \quad \sigma = 0,35 \cdot 10^{-7} \cdot \text{Mho/cm}$$

Malheureusement le banc de mesure ne permet pas de faire une étude quantitative avec la semence; on enverrait une solution de Cl Na d'un pourcentage connu et on calculerait par la loi de Saha. Une étude simplement qualitative a été faite: on injectant une quantité de Cl Na dans la flamme nous voyons que l'aiguille du microampmètre monte en flèche accusant ainsi une forte densité de courant. Ceci est dû au fait que le Cl Na est très électropositif il perd facilement des électrons et augmente ainsi la densité électronique du plasma donc l'intensité du courant dont il est le siège.

A titre d'information une étude faite par Le Bouc du CNRS sur la semence est reportée ici.

Une tentative a été faite pour augmenter la température de la flamme en introduisant de l'oxygène. Cependant des difficultés ont été rencontrées: quand on ouvre la bouteille d'oxygène nous voyons que la flamme accuse un changement d'état bien que l'appareil servant à mesurer le débit d'oxygène n'accuse aucune variation. Quand on ouvre davantage la bouteille d'oxygène l'appareil indiquant

Le débit accuse une certaine variation mais à ce moment la température est trop élevée et le fil de platine fond.

Donc il convient de placer des appareils de détection de niveau plus sensibles que nous ne possédons pas.

Conclusion :

La méthode de la sonde si elle est simple et rapide ne permet d'avoir que des résultats approchés pour maintes raisons

- La sonde par sa présence perturbe localement le plasma
- Du fait de la température très élevée il serait nécessaire d'apporter une correction due à la dilatation du fil.
- De plus une émission secondaire de la sonde n'est pas à exclure

Ainsi nous voyons que la valeur de la conductivité de la flamme est très faible. C'est pour cela que dans la M.H.D. on a recours à l'ensemencement.

Les valeurs trouvées sont en concordance avec celles données dans le livre du 8ème symposium international sur la conductivité des flammes.

METHODE DE LA CAVITE RESONNANTE

I- Théorie des petites perturbations

Nous considérons une cavité vide résonnant sur un mode bien défini. On introduit un petit volume de plasma à l'intérieur. Comment va varier la fréquence de résonance et le facteur de qualité ?

Soit E le champ électrique en présence du plasma. On peut le décomposer en un vecteur solénoïdal E_L ($E_L = \nabla \wedge C$) et un autre E_H irrotationnel $E_H = \nabla \varphi$. L'équation de Maxwell

$$\nabla D = \rho$$

ramène la détermination de φ à un problème électrostatique si la distribution est connue. Il reste à déterminer E_L et H que nous écrivons

$$E_L = \sum_k a_k E_k$$

$$H = \sum_k b_k E_k$$

Des relations d'orthogonalité on déduit

$$a_k = \frac{\int E_L E_k dV}{\int E_k^2 dV} = \frac{\int E E_k dV}{\int E_k^2 dV}$$

En effet

$$\int E_H E_k dV = \int \nabla \varphi E_k dV = \int \nabla (\varphi E_k) dV = 0$$

Car $E_k = 0$ (E_k solénoïdal) et comme φ est constant sur la paroi $\nabla \varphi \cdot n = 0$ la dernière intégrale vaut φ fois le flux de E_k à travers la surface c.a.d. : zéro, on a de même

$$b_k = \frac{\int H H_k dV}{\int H_k^2 dV}$$

Si nous portons les développements de E et H dans les deux premières équations de Maxwell on a :

$$\sum_k b_k \nabla \wedge H_k = j \epsilon_0 \omega \sum_k a_k E_k + j \epsilon_0 \omega E_H + \bar{\sigma} E$$

$$\sum_k a_k \nabla \wedge E_k = -j \mu_0 \omega \sum_k b_k H_k$$

Or,

$$\nabla \wedge H_k = j \omega \mu_0 \epsilon_0 E_k \quad \nabla \wedge E_k = -j \omega \mu_0 H_k$$

On a :

$$\begin{cases} (b_k \omega_k - a_k \omega) E_k = \omega E_H - j \frac{\bar{\sigma}}{\epsilon_0} E \\ (a_k \omega_k - b_k \omega) H_k = 0 \end{cases}$$

Donc

$$b_k = \frac{\omega_k}{\omega} a_k$$

$$\sum_k a_k (\omega_k^2 - \omega^2) E_k = \omega^2 E_H + \frac{\bar{\sigma} \omega}{j \omega} E$$

En multipliant par E_k et on intégrant dans tout le volume

$$\omega_k - \omega^2 = - \int \frac{\omega}{\epsilon_0} \frac{\int (\bar{\epsilon} E) E_k dV}{\int E E_k dV} \quad (A)$$

Cette formule est rigoureuse tant que l'on considère que les parois conductrices de la cavité sont sans pertes. Car à partir du moment où on ne l'admet plus les conditions aux limites ($E_{\text{norm}} = 0$) qui sont intervenues dans le calcul ne sont plus exactes. Cependant si Q est élevé (onde entretenue qui ne s'amortit pas trop vite dans la cavité) les E_k et H_k constituent une bonne approximation sur laquelle on peut fonder l'analyse précédente.

Jusqu'ici nous n'avons pas introduit le fait que les perturbations par le plasma étaient petites. En effet la formule (A) serait inexploitable et nous ne pourrions pas calculer les deux intégrales qui y figurent. Considérons maintenant la cavité accordée sur le mode k puis légèrement perturbée de sorte que l'on peut développer tous les paramètres en fonction d'un infiniment petit le courant introduit par la perturbation étant du même ordre de grandeur que cet infiniment petit

$$\omega = \sum_j \omega_j(\epsilon) \quad \text{ordre } (\epsilon)$$

$$E = \sum_k E_k(\epsilon) \quad a_e = \sum_k a_k(\epsilon) \quad \text{ordre } (\epsilon)$$

En l'absence de plasma

$$\bar{\epsilon}_{(0)} = \epsilon_k \quad \omega_{(0)} = \omega_k$$

$$a_{e(0)} = \delta_{ke}$$

En portant les termes du premier ordre dans A

on a :

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \frac{j}{\epsilon_0} \frac{\int (\bar{\epsilon} E) E_k dV}{\int E_k^2 dV} \quad \text{avec} \quad \omega = \omega_r \left(1 + \frac{j}{2\varphi} \right)$$

$$G = \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \nu)}$$

on obtient

$$\left(\frac{\Delta F}{F} \right)_1 = - \frac{1}{2\epsilon_0 \omega} \frac{\int \epsilon_r E_k^2 dV}{\int E_k^2 dV}$$

$$\Delta \left(\frac{1}{\varphi} \right)_1 = \frac{\int \epsilon_r E_k^2 dV}{\int E_k^2 dV}$$

Notons qu'en dehors du plasma $G = 0$ donc les intégrales supérieures sont à prendre sur le volume du plasma. Celle qui figure au dénominateur est à prendre dans toute la cavité. Quand le plasma a des propriétés constantes sur toute son étendue

$$\frac{\Delta F/F}{\Delta(1/\varphi)} = - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_r}{\epsilon_0}$$

II- Validité et utilisation de cette théorie

On peut voir que ces formules supposent Q très grand. En effet il faut s'assurer que les modifications du premier ordre du champ n'introduisent pas dans les parois et le diélectrique des pertes du même ordre de grandeur que celles qui se produisent dans le plasma. On peut se poser deux questions:

a - Dans quelle mesure $E(1) \ll E_0 = E_k$

b - Dans quelle mesure le terme E_{II} est-il prépondérant devant les termes d'approximation supérieure.

Si l'on admet une réponse pour b on peut écrire :

$$\text{Re} \{ R_{11} E_k \} = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} E_k$$

$$\text{Re} \{ R_{11} (E_k + E_1) \} = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} (E_k + E_1) - j \mu_0 \omega \sigma (E_k + E_1)$$

On obtient pour

$$\mu_0 \omega \sigma \ll \omega_p^2 / c^2$$

avec $B_{\text{ext}} = 0$

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{j\omega + \nu}$$

D'où la condition

$$\omega_p^2 \ll \omega (\omega^2 + \nu^2)^{1/2}$$

Si ν est petit

$$\omega_p^2 \ll \omega^2$$

Ainsi les méthodes de mesure basées sur la théorie des petites perturbations ne sont valables que si les densités sont faibles devant la densité critique définie par la fréquence de l'onde de travail.

Pour examiner le deuxième point on a:

$$a_n(\omega) = - \frac{j\omega}{\omega_0} \frac{\int \bar{\sigma} E E_n dV}{\int \bar{\epsilon}^2 dV} \frac{1}{\omega_p^2 - \omega^2}$$

n tenant compte des termes du deuxième ordre

$$E = \sum_n a_n(\omega) E_n + c_{II} E_{II}$$

Tous les a_n sauf a_k doivent être du premier ordre en ν donc petits devant l'unité. C'est bien ce qui se passe sauf si ν est petit

Il faut donc

$$\Delta \omega \ll \omega_c - \omega_k \quad \Delta(\nu/Q) \ll \omega_c - \omega_k \quad \forall \epsilon$$

Cette inégalité combinée avec les propriétés (que la longueur d'onde libre correspondant au mode associé à la fréquence la plus basse est de l'ordre de grandeur de la plus grande dimension linéaire de la cavité) impliquent que

l'on ne travaille pas trop loin du mode fondamental. On travaille rarement au dessous de 3cm ce qui implique des densités de $10^{12} / \text{cm}^3$

Le problème revient donc à savoir calculer les intégrales figurant dans les formules. On voit qu'il se ramène à la connaissance de $E(xyz)$ et $\vec{G}(xyz)$

Si on travail sur un mode bien déterminé les mesures fournissent Δf et $\Delta \frac{1}{Q}$

En l'absence du champ

$$S = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} \Rightarrow \begin{cases} S_z = \frac{\nu \epsilon_0 \omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} \\ S_r = -\frac{\omega \omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} \end{cases}$$

En supposant que ω_p varie dans le plasma on peut écrire

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{1}{2\epsilon_0 \omega} S_z A_V \bar{n} \quad \sigma = \frac{q_e^2}{m_e} \left[\frac{\nu - d\omega}{\nu^2 + \omega^2} \right] = S n$$

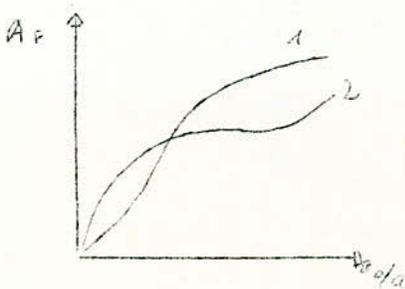
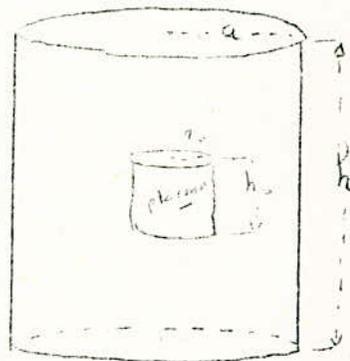
$$\Delta \left(\frac{1}{Q} \right) = \frac{1}{f_0 \omega} S_r A_V \bar{n}$$

où \bar{n} est la densité moyenne égale à:

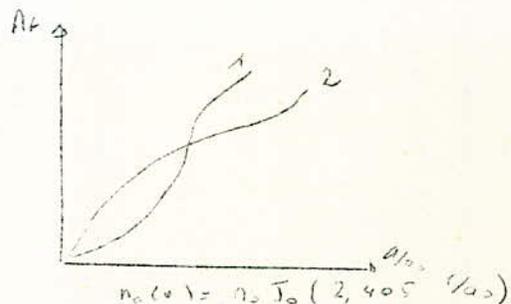
$$\frac{1}{V_p} \int_{V_p} n dV$$

A est un facteur de forme (donné graphiquement)

$$A_V = \frac{\nu_p \int_V \epsilon_E^2 dV}{\int \epsilon_E^2 dV \int n dV}$$



- mode T H₀₁₀ (1)
- mode H T₀₂₀ (2)



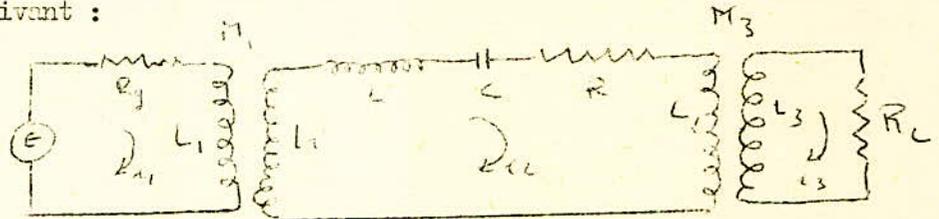
Il faut connaître la répartition du champ qui elle dépend du mode choisi et de la forme géométrique de la cavité.

III - Méthode de mesure.

On peut envisager deux cas: tout d'abord la cavité peut terminer une ligne hyperfréquence et on mesurera les ondes réfléchies sur elle, ou bien la cavité est insérée dans une ligne et on mesurera les ondes transmises par elle.

a- Mesure par transmission.

On considère une cavité reliée au circuit extérieur par une "entrée" et une "sortie" introduisant ainsi des couplages on peut les étudier en faisant appel à une analogie avec un circuit à constantes localisées. Par des considérations de bilan énergétique Montgomery montre qu'une cavité est analogue à un tel circuit. Il trouve qu'on peut considérer comme circuit équivalent le circuit suivant :



On assimile la cavité au circuit central

Posons

$$\beta_1 = n_1^2 \frac{R_g}{R}$$

$$\beta_2 = n_2^2 \frac{R_L}{R}$$

avec

$$n_1 = \frac{M_1}{L_2}$$

$$n_2 = \frac{M_2}{L_2}$$

Q_n désignant le coefficient de surtention (rapport de la tension aux bornes de C à la tension aux bornes de L_2 à la résonance) en l'absence des charges

$$R_c = R_g = 0$$

Q_0 désignant le facteur de surtention en présence de charge on a:

$$Q_n = Q_0 (1 + \beta_1 + \beta_2)$$

De même si nous introduisons l'impédance

$$Z = \frac{V_2}{I_2}$$

On aura

$$Z = Q_n R \left(\frac{1}{Q_0} + j 2 \frac{\Delta f}{f} \right)$$

Si la fréquence de travail f diffère de la fréquence de résonance $f_0 = \left(\frac{1}{LC} \right)^{\frac{1}{2}}$ d'une quantité Δf les coefficients β_1 et β_2 sont des coefficients de couplage du circuit central avec les circuits latéraux; on peut calculer alors un facteur de transmission ζ qui est le rapport de l'énergie que l'on recueillerait dans la charge si le circuit central ne dissipait pas d'énergie et en supposant

réalisée l'adaptation $R_g = R_c = Z$ à l'énergie recueillie quand la cavité est en ligne. L'adaptation étant adéquate à la constatation de la résonance on a :

$$\zeta_p = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1 + \beta_1 + \beta_2)^2 + 4Q_0^2(\Delta f/f)^2}$$

En supposant $L_1 w \gg R_g$ et $L_3 w \gg R_c$

Revenant à présent à l'analogie existant entre le circuit précédent et notre cavité. Introduisons les effets dus au plasma. Nous supposons que ceci peut se faire grâce à un troisième coefficient de couplage β_p . Si Q_p est la surtension de la cavité chargée de plasma le générateur

$$Q_m = Q_p (1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_p)$$

De même impédance que la cavité est

$$Z_p = Q_m R \left(\frac{1}{Q_p} + 2j \frac{\Delta f}{f} \right)$$

Autrement dit la cavité introduit en présence de plasma un déphasage ϕ tel que

$$\tan \phi = 2 Q_p \frac{\Delta f}{f}$$

entre les grandeurs électriques à l'entrée et à la sortie. Pour ce qui est de la transmission de l'énergie on peut distinguer deux facteurs de transmission l'un en présence, l'autre en l'absence de plasma. Par analogie avec ce que nous venons de voir

$$\zeta_p = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_p)^2 + 4Q_0^2(\Delta f/f)^2}$$

Supposons ainsi les deux expériences avec et sans plasma faites

- la cavité est vide ($\beta_p = 0$) et accordée sur la fréquence de résonance

$$\Delta f = 0$$

On mesure le champ électrique E_r derrière la cavité

- la cavité est partiellement remplie de plasma la fréquence de résonance est maintenant $\Delta f + f$

et le champ au même point que précédemment est E_p

On a alors

$$r = \frac{E_p}{E_r} = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_0}} =$$

Comme

$$1 + \beta_1 + \beta_2 = \frac{Q_0}{Q_p}$$

$$1 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_p = \frac{\varphi_0}{\varphi_p}$$

$$\epsilon \frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{Q_p} \lg \phi$$

On a

$$\epsilon = \frac{\varphi_0 / \varphi_p}{\left[\left(\frac{\varphi_0}{\varphi_p} \right)^2 + \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_1} \right)^2 \lg^2 \phi \right]^{1/2}}$$

$$\epsilon = \frac{\varphi_0 / \varphi_p}{\left[\left(\frac{\varphi_0}{\varphi_p} \right)^2 [1 + \lg^2 \phi] \right]^{1/2}} =$$

$$\epsilon = \frac{\varphi_0 \cos \phi}{\varphi_0}$$

Montrons que la connaissance de r et ϕ permet de remonter aux caractéristiques du plasma. Nous supposons que celui-ci se présente sous forme d'un tube mince aux caractéristiques homogènes

On obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta f}{f} = \frac{\omega^2}{2(\omega^2 + \nu^2)} V \\ \frac{1}{Q_p} - \frac{1}{Q_0} = \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} V \end{array} \right\}$$

V représentant un facteur de forme (étendue de la colonne ionisée et structure du champ au centre de la cavité)

$$\frac{1}{Q_p} - \frac{1}{Q_0} = \frac{\nu}{\omega} \cdot 2 \frac{\Delta f}{f} = \frac{\nu}{\omega} \lg \phi \cdot \frac{1}{Q_p}$$

$$1 - \frac{Q_p}{Q_0} = \frac{\nu}{\omega} \lg \phi$$

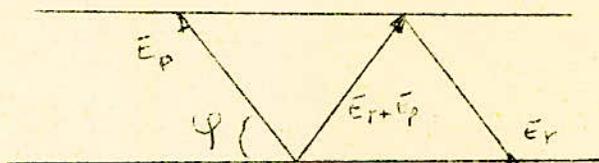
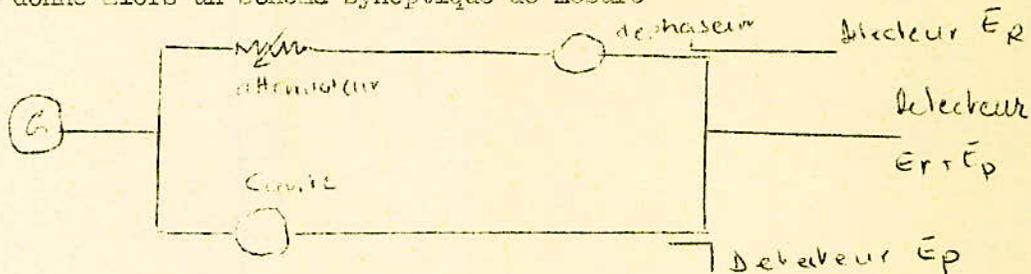
$$1 - \frac{\epsilon}{\cos \phi} = \frac{\nu}{\omega} \lg \phi$$

$$\boxed{\frac{\nu}{\omega} = \frac{\cos \phi - \epsilon}{\sin \phi}}$$

De même

$$\left\{ \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{r^2 - 2r \cos \phi + 1}{\varphi_0 r \sin \phi} \right\}$$

La figure donne alors un schéma synoptique de mesure



Trois détecteurs permettent de connaître E_R , E_p et la somme des deux. On en déduit le diagramme déjà fait à partir duquel on déduit r et ϕ . La connaissance de r et ϕ est équivalente à celle de Δf et Q_p .

Une autre méthode consiste à mesurer à l'aide d'un ondemètre la fréquence et la surtention de la résonance en présence et en l'absence de plasma. A partir de ces valeurs on détermine les valeurs γ et ω_p .

A partir de ces valeurs on calcule alors la conductivité du plasma

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\nu + j\omega}$$

en l'absence de champ magnétique.

b- Mesure par réflexion

On considère une cavité reliée à l'extérieur par une ligne. Si la cavité vide est accordée sur la résonance, la variation de l'admittance réduite

$$\Delta y = \frac{\varphi_0}{\epsilon_0 \omega} \frac{\int \sigma E^2 dv}{\int \epsilon^2 dv}$$

Si on pose

$$\Delta y = \Delta g + j \Delta b$$

On trouve en supposant une répartition uniforme des densités et des fréquences de collision

$$\Delta y = \Delta g + j \Delta b = \frac{\varphi_0}{\epsilon_0 \omega} \sigma$$

$$\Delta g + j \Delta b = \frac{\varphi_0 \omega_p^2}{\omega} \frac{(\gamma - j\omega)}{(\omega^2 + \nu^2)}$$

$$\Delta g + y \Delta b = \frac{\varphi_0 \omega_p^2 y}{\omega(\omega^2 + y^2)} - y \frac{\varphi_0 \omega_p^2 \omega}{\omega(\omega^2 + y^2)}$$

$$\Delta g = \frac{\varphi_0 \omega_p^2 y}{\omega(\omega^2 + y^2)} = \frac{y}{\omega} \Delta b$$

$$y = \omega \frac{\Delta g}{\Delta b}$$

De même

$$n_e = C \left[\Delta b + \left| \frac{\Delta g}{\Delta b} \right|^2 \right]$$

ou C est une constante contenant Q et traduisant la géométrie de l'ensemble n_e étant la densité électronique du plasma. Par exemple pour le mode TM_{010}

$$C = \frac{y}{Q} \cdot \frac{\epsilon_0 m_e \omega^2}{4\pi e^2} J_0'(2,405)^2$$

Δg et Δb peuvent se mesurer à partir du coefficient de réflexion

$$\rho = \frac{1-y}{1+y}$$

Si initialement la cavité résonnante est adaptée à la ligne ($y_0 = 1$) on a après introduction de plasma

$$\rho = \frac{1 - (1 + \Delta y)}{1 + (1 + \Delta y)}$$

$$\rho = \frac{-\Delta y}{2 + \Delta y}$$

Si la fréquence de collision est négligeable dans le plasma ($y = \omega \frac{\Delta y}{\Delta b}$) d.a.d. $\Delta g=0$ on peut se contenter de mesurer Δ pour calculer n_e . Le calcul de la conductivité se déduit dans les deux cas où y est négligeable et non négligeable.

c- Considérations pratiques

Les techniques de mesure relèvent des procédés habituels utilisés en hyperfréquences. Signalons cependant que la cavité n'a pas le volume clos que nous avons envisagé théoriquement. Elle est percée de nombreux trous

-Trous de couplage avec les circuits extérieurs. Pour injecter de l'énergie ou l'en retirer il faut relier la cavité au générateur et au détecteur. On peut utiliser les méthodes habituelles de couplages (coaxial iris)

Ces trous de couplage entraînent l'affaiblissement de la surtention ainsi qu'un glissement léger de la fréquence de résonance théorique dû au fait qu'on ne peut distinguer exactement la cavité du circuit extérieur. En fait on considère le circuit comme un tout, la fréquence de résonance étant alors la fréquence pour laquelle on obtient sur la ligne d'entrée un taux d'ondes stationnaires minimum.

Les paramètres caractéristiques du couplage (forme et diamètre du trou...) sont en général déterminés empiriquement de manière à adapter à la ligne de mesure ($\beta_1 = \beta_2 = 1$). Il est possible de parfaire cet adaptation à l'aide d'un système adaptateur (à deux pistons par exemple). Si les β sont trop petits ou trop grands la résonance peut disparaître.

- De même la cavité est percée pour pouvoir introduire le plasma. Ceci entraîne évidemment une perte d'énergie par rayonnement qui altère les résultats de la théorie. Une méthode de correction fut proposée par Labitt et Herlin pour ces effets de bords.

Ils entourent la partie du plasma extérieur à la cavité de guides d'ondes dans la fréquence de coupure est supérieure à la fréquence de travail et qui jouent ainsi le rôle de réflecteur pour l'énergie rayonnée. En particulier on utilise les modes TM_{0n0} à cause de leur insensibilité à la hauteur de la cavité qu'on choisit petite pour une bonne résolution spatiale. On est alors limité par les pertes qu'on vient de signaler. Si on veut les négliger il convient de ne pas choisir une hauteur trop petite

Il arrive que le plasma soit contenu dans une enceinte diélectrique elle-même contenue dans la cavité (un tube de verre par exemple). Le diélectrique intervient dans la bande passante et dans la présence de l'onde inverse, à la fois par sa permittivité et son épaisseur

IV - Domaine d'application de la méthode

- Une première limitation consiste en ce que l'on atteint des densités électroniques inférieures à la densité critique.

- Comme on utilise pour des raisons mécaniques généralement des ondes centimétriques les densités électroniques mesurables sont inférieures à 10^{14} e/cm^3

- Il existe d'autre part une contrainte due aux dimensions du plasma

$$n < \frac{m_e \epsilon_0 \omega^2}{q_e^2}$$

d'autre part si "a" est une dimension caractéristique du plasma (rayon d'une colonne cylindrique) "a" doit être évidemment inférieur aux dimensions transversales de la cavité

$$a < \frac{2\pi c}{\omega}$$

On en déduit

$$a^2 n < \frac{4\pi^2 m_e \epsilon_0 c^2}{q_e^2}$$

En exprimant a en cm et n en e/cm^3

$$a^2 n < 10^{13}$$

D'où l'étude des plasmas de taille importante et forte densité doivent être étudiés par les méthodes utilisant les ondes en espace libre. De même si on est limité pour les fortes densités on est également limité vers les basses. En effet la précision de l'onde n'est pas liée au facteur de surtention de la cavité (étroitesse de la courbe de résonance)

On a

$$\left[\frac{\Delta \omega}{\omega} \right]_{\text{min}} = \eta \left[\frac{1}{Q} + \Delta \left(\frac{1}{Q} \right) \right]$$

Or $\eta \approx 0,2$ dans le cas où V est négligeable

$$n_{\text{min}} \approx n_{\text{cr}}/Q$$

Autrement dit, vu les surtentions réalisables les densités électroniques mesurables sont comprises entre

$$10^7 \text{ et } 10^{12} \text{ e/cm}^3$$

METHODE DU GUIDE D'ONDE

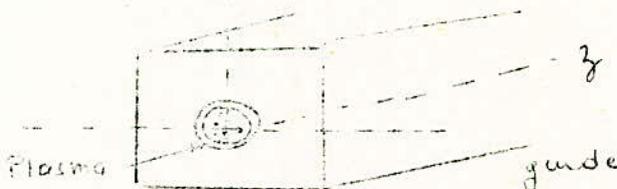
I-GENERALITES

Dans les méthodes que nous allons maintenant décrire le plasma à étudier est introduit dans un guide d'onde. La propagation des ondes dans le guide est modifiée par le plasma et la mesure de cette modification fournit après interprétation, les caractéristiques du plasma.

Cette méthode est voisine de celle utilisant les cavités résonnantes. Si dans la cavité la fréquence du plasma et celle de collision sont atteintes à travers les changements de fréquence de résonance et du facteur de sur-tension, ici les deux paramètres du plasma sont atteints à travers l'affaiblissement et le déphasage de l'onde guidée. Ceci est valable aussi bien pour l'onde transmise à travers le plasma que pour l'onde réfléchi par ce dernier. Mais les mesures basées sur la réflexion et la transmission correspondent à des situations différentes.

II-THEORIE DES PETITES PERTURBATIONS

Considérons un guide dont nous connaissons les modes normaux quand il est vide. Nous supposons qu'il contient un gaz ionisé dans les propriétés ne varient pas avec Z . On peut imaginer une décharge gazeuse dans un tube coaxial du guide. En supposant qu'une onde se propageait dans le guide vide selon un mode 1 nous nous proposons de calculer les modifications des constantes de propagation, due à la présence du plasma. Evidemment cela suppose que la structure du champs en présence du plasma, rappelle suffisamment celle du mode 1 quand le guide est vide. C'est le cas des petites perturbations.



Les champs électrique et magnétique de l'onde ont des composantes transversales E_1 et H_1 que l'on peut développer en fonction de E_z et H_z .

$$E_+ = \sum a_e \bar{E}_e \quad H_+ = \sum b_e H_e$$

Si on

$$a_e = \frac{\int E_{\perp} \bar{E}_e ds}{\int E_e^2 ds} \quad b_e = \frac{\int H_{\perp} H_e ds}{\int H_e^2 ds}$$

On a alors

$$(-k_{\perp} b_e + k_0 a_e) p_e c = j \int_{(S)} I_{\perp} E_e ds \quad p_e = \frac{\rho_e}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$(k_0 b_e - k_{\perp} a_e) \epsilon_0 p_e c = \int_{(S)} (\bar{z}_0, \nabla I_{\perp}, H_e) ds$$

La dernière intégrale porte sur le produit mixte de vecteurs en utilisant la formule de Rician

avec $\bar{E}_{\perp} \cdot n = 0$

$$(\nabla_{\perp} H_{\perp})_{\bar{z}} = j \epsilon_0 \omega E_{\perp} + I_{\bar{z}}$$

$$(\nabla_{\perp} E_{\perp})_{\bar{z}} = j \epsilon_0 \omega H_{\perp}$$

$$\int_{(S)} (\bar{z}_0, \nabla I_{\perp}, H_e) ds = j \omega \epsilon_0 \int_{(S)} I_{\bar{z}} E_{\bar{z}} ds$$

En désignant par

$$\int_{(S)} I_{\perp} \bar{E}_e ds = j L \quad \int_{(S)} (\bar{z}_0, \nabla I_{\perp}, H_e) ds = j \omega \epsilon_0 M$$

On a

$$a_e (k^2 - k_0^2) = - \frac{j}{p_e c} [k_0 L - k M]$$

$$b_e (k^2 - k_0^2) = - \frac{j}{p_e c} [k L - k_0 M]$$

On peut obtenir une formule de petites perturbations. Supposons que le guide propage, en l'absence de plasma une onde TE définie par E_e . Quand le plasma est présent il introduit une petite perturbation et le champ électrique devient E

On a alors

$$E = E_0 + E_1 + \dots + E_p$$

Dans l'approximation du premier ordre on néglige tous les termes d'ordre supérieur à zéro. Ceci est équivalent alors

$$a_e = 1 = \frac{\int E_{\perp} \bar{E}_e ds}{\int E_e^2 ds} \quad a_m = 0 \quad (m \neq e)$$

Comme on est en TE

$$k^2 - k_0^2 = - \frac{j}{p_e c} k_0 L$$

$$k^2 - k_0^2 = - j \omega \mu_0$$

$$\frac{\int_{(S)} (\sigma E_{\perp}) \bar{E}_e dl}{\int_{(S)} E_e^2 ds}$$

En l'absence de plasma

$$k_0 = \alpha - j\beta$$

La présence du plasma introduit une variation de ces constantes de propagation.

$$k_1 - k_0^2 = 2k_0 \Delta k = 2k_0 (\Delta\alpha + j\Delta\beta)$$

Ainsi si on connaît les caractéristiques du plasma dans le guide on peut en déduire les modifications que le plasma entraîne pour β et α . Inversement la mesure des modifications du facteur de phase et du coefficient d'absorption on peut en déduire sous certaines conditions les caractéristiques du plasma.

Utilisation de cette théorie

L'utilisation concrète nécessite la connaissance de la répartition des constantes du plasma et des champs électriques.

a) Constantes du plasma

En l'absence du champ magnétique fixe la conductivité est :

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\nu + j\omega}$$

$$b) \text{ ou } \Delta\beta = -\frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{2k_0} \frac{\int \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} \epsilon_e^2 ds}{\int \epsilon_e^2 ds} \quad \Delta\alpha = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{2k_0} \frac{\int \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} \epsilon_e^2 ds}{\int \epsilon_e^2 ds}$$

On considère la plupart du temps des grandeurs moyennes et on écrit

$$\Delta\beta = -\frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{2k_0} \frac{\bar{\omega}_p^2}{\omega^2 + \nu^2} A_F \quad \Delta\alpha = \frac{\bar{\nu}}{\omega} \Delta\beta$$

A_F est un facteur de forme qui dépend de l'étendue du plasma et de la forme de répartition de ces caractéristiques. En particulier quand le plasma a des caractéristiques constantes sur toute son étendue.

$$A_F = 1$$

b) Guides et modes utilisés (voir appendice)

III - Méthodes utilisant les solutions exactes des équations de propagation

Les relations précédentes sont très faciles à manipuler surtout dans le cas des petites perturbations cependant les conditions physiques peuvent faire sortir du cadre cette théorie. Il est alors nécessaire de reprendre

l'analyse à la lumière des équations de Maxwell.

Dans le cas où un plasma homogène remplit le guide les équations se simplifient considérablement. On considère que le plasma est un diélectrique d'indice complexe.

$$N = 1 - j \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + j\nu)}$$

On peut alors reprendre toutes les équations classiques en y insérant cette valeur de l'indice, qui introduit en particulier une atténuation due aux collisions.

Horéno donne les impédances réduites dans le cas d'un guide rempli de plasma homogène pour les modes TE

$$Z_r = \left[\frac{(\lambda/\lambda_c)^2 - 1}{(\lambda/\lambda_c)^2 - N^2} \right]^{1/2}$$

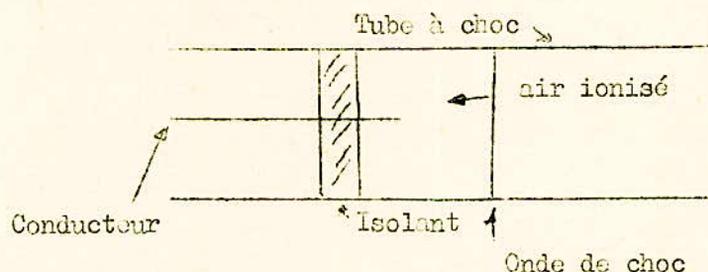
et pour le mode TM

$$Z_r = \frac{1}{N^2} \left[\frac{(\lambda/\lambda_c)^2 - N^2}{(\lambda/\lambda_c)^2 - 1} \right]^{1/2}$$

λ longueur d'onde dans le vide

λ_c longueur d'onde de coupure du guide vide. Ces formules permettent de déterminer le coefficient de réflexion due à une discontinuité air plasma dans un guide d'onde et par suite les paramètres du plasma.

Un dispositif a été présenté par Balazard pour le sondage des plasmas d'air créés dans un tube à choc.



Dans un tel tube, une onde de choc si elle est assez intense ionise le gaz dans lequel elle se propage. Si la paroi du tube à choc est métallique et contient un conducteur central suffisamment discret pour ne pas gêner trop l'écoulement des gaz on obtient après réflexion de l'onde de choc sur le fond du tube une ligne coaxiale noyée dans le gaz ionisé. Dans ce cas l'impédance réduite de la ligne est

$$z_2 = \frac{I}{N}$$

En posant $z = x + j y$

On en déduit

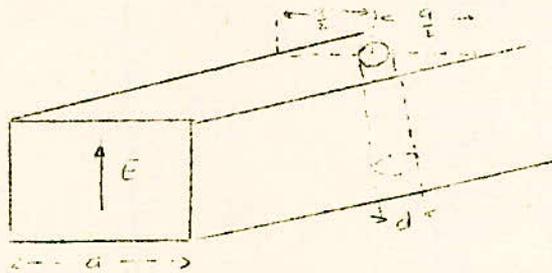
$$w_p^2 = \frac{1 + (x^2 + y^2)^2 + 2(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2 + (y^2 - x^2)^2} w^2$$

$$y = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2 + y^2 - x^2} w$$

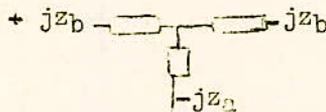
Une mesure du taux d'ondes stationnaires permet la mesure de w_p et v

IV - Autre méthode de perturbation -

La méthode que nous allons décrire consiste à introduire le plasma dans un guide, sous forme d'un petit cylindre perpendiculaire à l'axe provoquant une réflexion des ondes incidentes. Une mesure du taux d'ondes stationnaires en amont de la perturbation permet d'en déduire l'impédance due au cylindre de plasma et par suite celle des caractéristiques du plasma



Marcuvitz donne le schéma suivant de la figure ci-dessus



Si $N < 3$ et si $d < 0,15 \lambda$ l'impédance série est négligeable et l'impédance parallèle prédomine elle a pour valeur dans le domaine

$$z_0 > \lambda > 2g/3 \quad z_0 = \frac{a}{2\lambda_0} \left[\frac{2}{N^2 - 1} \left(\frac{\lambda}{\pi d} \right)^2 - \frac{1}{4} \frac{N^2 - 3}{N^2 - 1} - S_0 \right]$$

Une mesure du taux d'ondes stationnaires (donc de Z_0) permet d'obtenir N^2 d'où

$$N^2 \Rightarrow \omega_p \text{ et } v$$

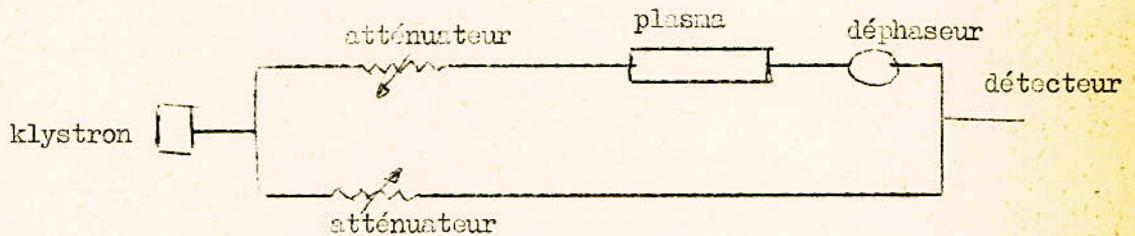
V - Méthodes de mesures

La théorie des petites perturbations des constantes de propagation conduit à effectuer des mesures sur l'onde transmise par un guide contenant un plasma alors que les théories exactes et celle du petit cylindre ionisé perpendiculaire à l'axe du guide conduisent à utiliser l'onde réfléchie. Nous allons étudier ces deux cas

a - Mesures en transmission

Il s'agit de mesurer l'affaiblissement et le déphasage provoqué par la présence du plasma

Schéma du montage



Ce montage résout un problème identique à celui que résout l'interférométrie. En l'absence de plasma on règle les deux atténuateurs de façon à avoir un certain déphasage lu sur le déphaseur soit β_0

On détecte un niveau de puissance P_1 . On introduit alors le plasma qui modifie les constantes de propagation de l'onde. On relève un nouveau niveau de puissance P_2 et on lit sur le déphaseur une nouvelle valeur β_1

On a

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_0$$

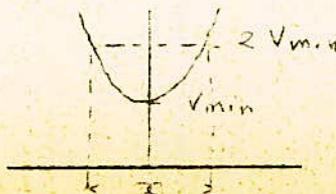
$$\Delta\alpha = \frac{1}{2} \log \frac{P_1}{P_2}$$

Valeurs à partir desquelles on détermine

$$\omega_p \quad \nu \quad \Rightarrow \quad \sigma$$

b- Mesures en réflexion

Il s'agit de mesurer ici l'impédance réduite introduite par le plasma. Pour cela on mesure le taux d'ondes stationnaires par la méthode de Von Hippel



$$S = \sqrt{\frac{1 - S_{\min} \frac{\beta_0 x}{2}}{S_{\min} \frac{\beta_0 x}{2}}}$$

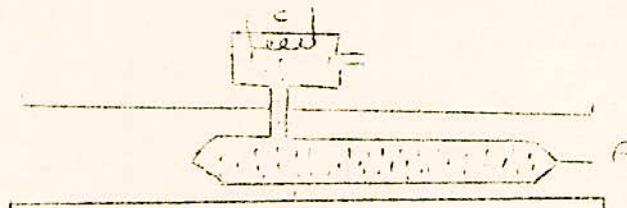
Si on a une détection à faible niveau elle peut être considérée comme quadratique on a alors

$$S = \sqrt{\frac{V_{m, r, r}}{V_{m, i, i}}}$$

Connaissant S on détermine z_p par les formules classiques et par suite N et enfin ω_p $V \Rightarrow \epsilon$

VI - Considérations pratiques - domaine d'application

Outre les considérations propres aux mesures en hyperfréquence se pose le problème pratique de l'introduction du plasma dans le guide. Comme souvent le plasma est un plasma de décharge la localisation des électrodes pose un autre problème. Le plasma peut être introduit dans un tube de verre lui même introduit dans le guide



- l'enveloppe en verre intervient par sa constante diélectrique dans la distribution des champs. Mais ceci peut être pris en compte dans la théorie.
- Les extrémités du tube peuvent introduire des réflexions parasites qu'on évitera en terminant par une surface franche.
- La présence des anodes joue un rôle plus difficile à évaluer.

Pour des raisons mécaniques (encombrement des guides pas trop important mais suffisant cependant pour y loger des plasmas) les longueurs d'ondes de travail se situent comme pour les cavités dans la bande centimétrique. Dans le domaine des petites perturbations des constantes de propagation dans le domaine des petites perturbations des constantes de propagation cette théorie est très analogue à celle exposée pour les cavités. Les densités électroniques et les fréquences de collision mesurables sont à peu près les mêmes. Dans le domaine des fortes densités les méthodes de réflexion basées sur les solutions exactes ou sur la théorie de Marcuvitz offrent des possibilités intéressantes. Un avantage est celui de la simplicité des mesures alors que pour les cavités il était nécessaire de travailler autour des phénomènes de résonance ce qui introduit une gêne. Inversement l'inconvénient du guide consiste en ce que l'on a besoin pour pouvoir interpréter valablement les mesures d'une homogénéité du plasma sur une grande étendue

I- Introduction.

Les fréquences optiques peuvent jouer un rôle important dans l'étude des plasmas car elles sont beaucoup plus élevées que la fréquence du plasma pour tous les plasmas gazeux que l'on peut considérer. Sauf si leur fréquence coïncide avec une fréquence d'absorption du gaz support les ondes optiques pourront donc pénétrer tous les plasmas à étudier, en revanche, ces ondes seront relativement peu affectées par le milieu traversé, ce qui limitera la sensibilité des mesures et constituera la plus grande difficulté de leur emploi. Ainsi la méthode de la diffusion incohérente n'a de sens pour l'étude des plasmas de laboratoire que depuis l'apparition des lasers qui seuls constituent des sources suffisamment brillantes pour contrebalancer la faiblesse des sections efficaces mises en jeu.

II- Indice de réfraction d'un plasma.

Pour les plasmas relativement peu denses qui sont les plus couramment étudiés, on peut considérer que les réfractivités des divers constituants s'ajoutent.

$$n-1 = (n-1)_{el} + (n-1)_{at} + (n-1)_{ions} + (n-1)_{at}^*$$

Sauf dans les plasmas extrêmement peu ionisés la réfractivité des électrons prédomine presque toujours mais celles des atomes, des ions et atomes excités peut ne pas être négligeable surtout aux fréquences optiques.

Nous avons déjà vu que lorsque la fréquence de collision des électrons avec les autres espèces est négligeable devant la fréquence de l'onde la constante diélectrique des électrons est donnée par :

$$\epsilon_{el} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$\omega_p = \frac{4\pi N_e e^2}{m}$$

Si $\omega > \omega_p$ ce qui est généralement le cas aux fréquences optiques on en déduit

On voit qu'en mesurant la variation d'indice provoquée par les électrons on pourra obtenir leur densité.

On peut comparer l'indice du plasma soit à celui d'un gaz déjà connu soit à celui du vide avant création du plasma. Dans les deux cas il faut que la réfractivité ne soit pas trop élevée sinon des variations locales de leurs densité au cours de la décharge pourraient avoir un effet plus important que celui des électrons. Les réfractivités des atomes varient peu avec la longueur d'onde de la lumière on pourra dans certains cas éliminer leur influence en faisant la mesure d'indice à deux longueurs d'ondes différentes. Il faut pour cela que la loi de dispersion des atomes soit bien connue. Il est donc bon de se trouver loin d'une raie d'absorption du gaz.

La réfractivité spécifique des ions est du même ordre de grandeur, en général que celle des atomes et par conséquent leur contribution pourra être négligée vis-à-vis de celle des électrons puisqu'ils sont en nombre égal.

Les atomes excités pourraient poser un problème sérieux car ils sont susceptibles d'avoir des raies d'absorption au voisinage de la fréquence utilisée mais en général leur densité est très faible et leur influence négligeable.

En présence d'une induction magnétique B et si la propagation se fait le long du champ la constante diélectrique due aux électrons devient (en négligeant toujours les collisions).

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{1}{\left(1 \pm \frac{\omega_B}{\omega}\right)}$$

$$\text{ou } \omega_B = \frac{eB}{mc} = 17,6 \cdot 10^6 B \quad (B \text{ gauss})$$

est la fréquence cyclotron des électrons.

La constante diélectrique et par conséquent l'indice sont différents suivant que l'onde est polarisée circulairement à gauche ou à droite. Après avoir parcouru une distance L dans le plasma une onde de polarisation rectiligne voit son plan tourné d'un angle

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega_B}{\omega}$$

Cette expression (valable si $\omega > \omega_B$ et $\omega^2 > \omega_p^2$) peut encore se mettre sous la forme

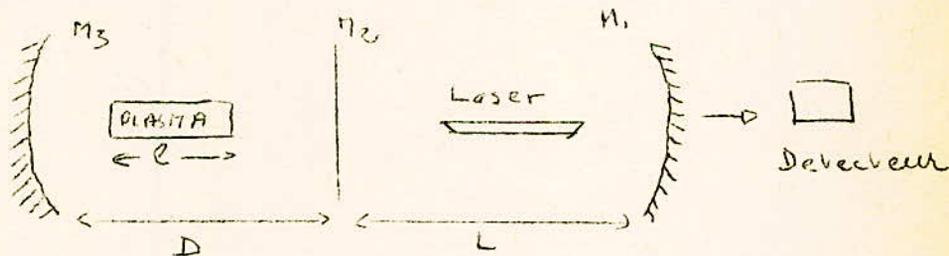
$$\theta = 2,62 \cdot 10^{-5} \lambda^2 L N_e B \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta \text{ radian} \\ \lambda \rightarrow \text{cm} \\ L \rightarrow \text{cm} \end{array} \right.$$

On voit que la mesure de la rotation du plan de polarisation de la lumière permet de déterminer le produit $N_e B$ ce qui peut présenter un grand intérêt dans les plasmas confinés où la valeur locale de B est souvent mal connue. En définitive moyennant certaines précautions la mesure d'indice permet la détermination de la densité électronique. Les fréquences optiques peuvent se propager dans des plasmas ayant des densités de $2 \cdot 10^{21} \text{ e/cm}^3$ ($\lambda = 1 \mu$) Les ondes hertziennes couramment employées actuellement ont une longueur d'onde qui peut descendre jusqu'à 1 mm. Elles permettent donc de sonder des plasmas de $2 \cdot 10^{21} \text{ e/cm}^3$. Cet avantage considérable des ondes optiques a pour contre partie une sensibilité beaucoup plus faible précisément à cause de l'écart important qui existe en général entre ω_p et ω on est donc amené à mesurer de faibles écarts d'indice.

III = Méthode de la cavité optique couplée à un laser .

1 - Principe

Le plasma à étudier est placé dans un résonateur optique dont il change le mode de résonance en modifiant sa longueur optique. Le passage d'un mode à l'autre est le plus souvent détecté par la réaction du laser lui-même qui est couplé à la cavité.



En effet lorsqu'on renvoie dans le laser une faible partie de sa lumière son intensité dépendrait fortement de la phase de la lumière réinjectée. Ce phénomène est mis à profit pour réaliser de façon simple une mesure interférométrique de distance utilisant le laser lui-même pour mettre en évidence le passage de franges. L'intérêt de cette méthode réside dans la simplicité de la mise en oeuvre. Le laser sert à la fois de source monochromatique et de détecteur. En outre l'interféromètre ne comporte que trois miroirs y compris ceux du laser; le réglage est donc simple. En général la cavité possède un Q élevé et par conséquent les modes de résonance sont beaucoup plus étroits que l'intervalle entre deux modes successifs.

Les franges observées ne sont donc pas sinusoidales et on ne pourra de ce fait mesurer des fractions de frange comme en interférométrie hyperfréquence. La sensibilité est donc réduite.

2 - Mode d'une cavité optique sensibilité de la méthode .

Considérons d'abord une cavité formée de deux miroirs plan // distants de D . La résonance s'obtient lorsque le temps de transit de l'onde pour une double traversée est égale à un nombre entier de périodes

$$2 \frac{D}{c} = \frac{q}{f}$$

Où q est l'ordre du mode considéré et c la vitesse de la lumière. Si n est l'indice du milieu de longueur l placé dans la cavité de longueur D et si

$$n = 1 + \Delta n$$

le temps de propagation devient

$$\begin{aligned} \frac{2}{c} [(D-l) + nl] &= \frac{2}{c} [D + l(n-1)] \\ &= \frac{2}{c} (D + l \Delta n) \end{aligned}$$

La fréquence d'excitation est constante (celle du laser); pour qu'il y ait encore résonance après introduction du milieu d'indice n il faut donc

$$\frac{2}{c} (D + l \Delta n) = q'/f$$

La plus faible variation d'indice décelable est celle qui provoque le passage d'un mode à celui d'ordre immédiatement supérieur.

$$q' = q + 1$$

On trouve

$$\frac{2}{c} (D + l \Delta n) = \frac{q}{f} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{2}{c} l \Delta n = \frac{1}{f}$$

$$\Delta n = \frac{1}{2} \frac{c}{f l} = \frac{c}{2 \lambda}$$

Aux fréquences considérées qui sont généralement très supérieures à la fréquence de plasma la variation d'indice provoquée par les électrons est donnée par:

$$\Delta n = -\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = -\frac{1}{2} 4\pi N_e \frac{e^2}{m\omega^2}$$

La densité minimum mesurable (correspondant à un frange) sera donc donnée

$$\frac{1}{2} 4\pi N_e \frac{e^2}{m\omega^2} = \frac{1}{2} \frac{e}{\lambda}$$

$$N_e = \frac{1}{e} \cdot \frac{1}{\lambda} 1,11 \cdot 10^{11} \text{ e/cm}^{-3}$$

Si $\lambda = 3\mu \rightarrow N_e = 3 \cdot 10^{16} \text{ e/cm}^3$

Ceci limiterait donc cette méthode aux plasmas très denses

Ashby et Jephcott ont amélioré cette méthode en augmentant le nombre d'aller retour. Ils emploient une cavité secondaire à miroir sphérique dont ils utilisent les modes transversaux. On montre que les fréquences de résonance d'une cavité ayant un miroir sphérique de rayon R et un miroir plan à une distance B sont données par

$$f_{mnp} = \frac{c}{2D} \left\{ q + \frac{1}{2\pi} (1+m+p) \arccos \left(1 - \frac{2D}{R} \right) \right\}$$

m, p ordre des modes transversaux. Si on pose m = p = 0, on retrouve les modes longitudinaux envisagés jusqu'ici.

Si D et R sont choisis de façon que

$$\frac{1}{2} \arccos \left(1 - \frac{2D}{R} \right) = \frac{r}{s}$$

où r et s sont premiers entre eux. On voit qu'il existe maintenant des modes espacés de $(R/s) (c/2D)$ au lieu de $\Delta f = c/2D$. En réalité le gain de sensibilité est encore supérieur car les modes transversaux correspondant à deux valeurs approchées de q ne se superposent pas en général. La condition de dégénérescence est en effet (en posant m + p = t)

$$q_1 + t_1 \frac{r}{s} = q_2 + t_2 \frac{r}{s}$$

$$\frac{q_2 - q_1}{t_1 - t_2} = \frac{r}{s}$$

Comme r et s sont premiers entre eux, cette équation ne peut être résolue que si

$$q_2 - q_1 = kr$$
$$t_2 - t_1 = ks$$

La sensibilité de l'interféromètre a donc été multipliée par s .

3 - Détection des franges.

Gibson et Reid ont adapté à l'interféromètre optique la méthode de visualisation proposée par Whaston et Slager sous le nom de (Zebra Stripe - Display) interféromètre à zébrures. La méthode repose ici sur le déplacement périodique de l'un des miroirs provoqué par un cylindre piezoélectrique . Une électronique simple fait apparaître sur l'écran de l'oscillographe des raies horizontales correspondant chacune à une valeur du chemin optique dans la cavité telle que l'interféromètre donne une frange lumineuse . Lorsque le chemin optique varie du fait de la présence du plasma les raies se déforment. En les suivant par continuité on peut déterminer la variation du chemin optique au cours du temps : l'espacement des raies avant introduction du plasma permet de graduer directement l'ordonnée du diagramme en valeur de chemin optique

Remarque: il existe bien d'autres méthodes de diagnostic de plasma telles la diffusion, l'interférométrie en hyperfréquence ...

CONCLUSION GENERALE

Comme nous l'avons signalé dans notre introduction il existe maintes méthodes de diagnostic des plasmas. Aucune de ces méthodes ne peut prétendre à la rigueur car chacune d'elle possède ses avantages et ses inconvénients.

Si la méthode des sondes de langmuir est simple et rapide elle n'en demeure pas moins une simple mesure d'ordre de grandeur. Elle pourrait servir de mesure préliminaire pour situer le domaine (ordre de grandeur des valeurs) dans lequel doivent se faire les recherches.

Les méthodes des guides et cavités présentent un intérêt certain pour la précision des mesures mais elles ne sont valables que pour des plasmas peu dense et pour des mesures en laboratoire

La méthode utilisant le laser permet de monter en fréquence et atteindre des plasmas idéaux mais par rapport aux plasmas sur lesquels on est amené à travailler il existe un trop écart entre la fréquence optique utilisée et celle du plasma de ce fait la précision de mesure diminue.

A priori la méthode utilisant la propagation des ondes électromagnétiques en espace libre paraît être celle qui présente le moins d'inconvénients, elle est adaptée en effet aux plasmas qu'on rencontre le plus souvent. Elle permet de faire des mesures aussi bien en laboratoire que dans la nature. Cependant dès en ce qui concerne la précision des mesures des précautions restent à prendre. Pour limiter les pertes d'énergie au maximum on utilise des lentilles focalisatrices du faisceau d'ondes et on dispose tout autour du banc de mesure une matière absorbante pour éviter au maximum les réflexions d'énergie qui en tacherait d'une grande erreur les résultats de mesure en détectant une énergie n'ayant pas traversée le plasma.

Annexe I

Quelques ondes rectangulaires

équations de propagation

$$\text{Rot } \vec{E} = -j\omega \vec{H}$$

$$\text{Rot } \vec{H} = \beta \vec{E} + j\omega \vec{e}$$

dans le guide \vec{e} n'a pas de composante

$$\text{Rot } \text{Rot } \vec{H} = \text{grad div } \vec{H} - \Delta \vec{H}$$

$$\vec{H} + \text{Rot } \vec{H} = j\omega \vec{E} + \text{Rot } \vec{e}$$

$$\Delta \vec{H} + j\omega^2 \vec{e} = \vec{H} = 0$$

$$[\Delta + \beta^2] \vec{H} = 0$$

$$\beta^2 = \omega^2 \mu \epsilon$$

de même sur \vec{E} on trouve

$$[\Delta - \alpha^2] \vec{E} = 0$$

Propagation de mode TE ($E_z = 0$)

$$\text{div } \vec{E} = j\omega \vec{H}$$

$$\text{Div } \vec{E} = 0 \quad (\text{pas de charge})$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0$$

car $E_z = 0$

$$\text{Rot } \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}$$

$$-j\omega\mu H_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = j\beta_y^2 E_y$$

$$-j\omega\mu H_y = \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = -j\beta_x^2 E_x$$

$$-j\omega\mu H_z = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}$$

Da wir

$$E_x = \frac{\omega\mu H_y}{\beta_x^2}$$

$$E_y = -\frac{\omega\mu H_x}{\beta_y^2}$$

mit

$$\vec{E}_x H_x + E_y H_y = 0$$

$$\Rightarrow \vec{E} \perp \vec{H}$$

Da wir

$$\text{Rot } \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E}$$

$$j\omega\epsilon E_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial y} = j\frac{\beta_y^2}{\omega\mu} E_x$$

$$j\omega\epsilon E_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\frac{\beta_x^2}{\omega\mu} E_y - \frac{\partial H_z}{\partial x}$$

$$j\omega\epsilon E_z = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial H_z}{\partial y} = j\frac{1}{\omega\mu} [\omega\mu\epsilon - \beta_y^2] E_x$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -j\frac{1}{\omega\mu} [\omega\mu\epsilon - \beta_x^2] E_y$$

relations

$$\beta_c^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2$$

Donc

$$\begin{cases} E_x = -j \frac{\omega \mu}{\beta_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ E_y = j \frac{\omega \mu}{\beta_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \end{cases}$$

$$E = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} = -j \frac{\omega \mu}{\beta_c^2} \left[\frac{\partial H_z}{\partial x} \hat{y} - \frac{\partial H_z}{\partial y} \hat{x} \right]$$

$$\begin{cases} H_x = j \frac{\beta_x}{\beta_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ H_y = -j \frac{\beta_y}{\beta_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_x = j \frac{\beta_x}{\beta_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ H_y = -j \frac{\beta_y}{\beta_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \end{cases}$$

$$H_T = H_x - H_y = j \frac{\beta_y}{\beta_c^2} \left[-\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H_z}{\partial y} \right]$$

Propriété dans un guide rectangulaire

$$(\Delta + \beta_c^2) H_z = 0$$



$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Si

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \beta_c^2 - \beta_x^2 \right] H_z = 0$$

$$\beta_c^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \beta_c^2 \right] H_z = 0$$

On cherche une solution de la forme

$$H_z = F(x) G(y) e^{-\beta z} e^{j\omega t}$$

Alors
$$\frac{d^2 F}{dx^2} G + \frac{d^2 G}{dy^2} F + FG\beta_c^2 = 0$$

$$\frac{1}{F} \frac{d^2 F}{dx^2} + \frac{1}{G} \frac{d^2 G}{dy^2} + \beta_c^2 = 0$$

F dépend uniquement de x et G de y

On a séparément

$$\frac{1}{F} \frac{d^2 F}{dx^2} = C^2 = -k_x^2$$

$$\beta_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\frac{1}{G} \frac{d^2 G}{dy^2} = C^2 = -k_y^2$$

Donc

$$H_z = [A \sin k_x x + B \cos k_x x] [C \sin k_y y + D \cos k_y y] e^{-\beta_c z} e^{j\omega t}$$

Conditions limites

La paroi est un conducteur parfait
 $E_{\parallel} = 0$

Donc pour $z=0 \Rightarrow a \Rightarrow E_{\parallel} = 0$ (E_{\parallel} à la paroi)

$$\text{donc } \frac{\partial H_z}{\partial x} = 0$$

ce qui donne $A k_x \cos k_x a - B k_x \sin k_x a = 0 \quad (k_x a, 0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ \cos k_x a = 0 \Rightarrow k_x a = \frac{n\pi}{2} \end{cases}$$

Pour $y=0$ $y=b$ on doit avoir la même $E_{\parallel} = 0$
 $\Rightarrow \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0$

$$C k_y \cos k_y y - D k_y \sin k_y y = 0$$

$$\begin{cases} y=0 \\ y=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 0 \\ k_y b = \frac{n\pi}{2} \end{cases}$$

ε produit $BD = P_0$

$$H_z = H_0 \cos \frac{m^2 x}{a} \cos \frac{n^2 y}{b} e^{j(\omega t - \beta_g z)}$$

Donc

$$\left\{ \begin{aligned} E_x &= j \frac{\omega \mu}{\beta_c^2} \frac{m^2 P_0}{b} \sin \frac{n^2 y}{b} \cos \frac{m^2 x}{a} e^{j(\omega t - \beta_g z)} \\ E_y &= j \frac{\omega \mu}{\beta_c^2} \frac{n^2 P_0}{a} \sin \frac{m^2 x}{a} \cos \frac{n^2 y}{b} e^{j(\omega t - \beta_g z)} \\ E_z &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} H_x &= j \frac{\beta_g}{\omega \mu} \frac{n^2}{a} H_0 \sin \frac{m^2 x}{a} \cos \frac{n^2 y}{b} e^{j(\omega t - \beta_g z)} \\ H_y &= j \frac{\beta_g}{\omega \mu} \frac{m^2}{b} H_0 \cos \frac{m^2 x}{a} \sin \frac{n^2 y}{b} e^{j(\omega t - \beta_g z)} \\ H_z &= H_0 \cos \frac{m^2 x}{a} \cos \frac{n^2 y}{b} e^{j(\omega t - \beta_g z)} \end{aligned} \right.$$

On voit que dans un guide des discontinuités il existe pour un certain nombre de modes susceptibles de se propager.

$$\beta_g = \sqrt{\omega^2 \varepsilon - \beta_c^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)}$$

β_g dépend du diélectrique et de la géométrie du guide pour fixer l'angle de propagation $\beta_g > 0$

Pour

$$\beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_g} \quad \beta_c = \frac{2\pi}{\lambda_c} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Donc $\beta_3 > 0 \rightarrow \beta^2 - \beta_c^2 > 0 \quad \beta > \beta_c$

$$\omega > \omega_c = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$$

Pour chaque mode β_3 est une fréquence de coupure au-dessous de laquelle il y a pleine transmission du champ mais seulement atténuation

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{\lambda_c}$$

à peu près pour la bande passant $\lambda \leq \lambda_c$

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}}$$

fonction de la géométrie du guide et du mode

Par le calcul analogue pour TM_{mn}

On trouve

$$\vec{E} \rightarrow \begin{cases} E_x = \frac{E_0}{\beta_c^2} \frac{n^2}{a} E_0 \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} e^{j(\omega t - \beta_3 z)} \\ E_y = -j \frac{\beta_3}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} e^{j(\omega t - \beta_3 z)} \\ E_z = E_0 \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} e^{j(\omega t - \beta_3 z)} \end{cases}$$

$$\vec{H} \rightarrow \begin{cases} H_x = j \frac{\omega \epsilon}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} e^{j(\omega t - \beta_3 z)} \\ H_y = -j \frac{\omega \epsilon}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} e^{j(\omega t - \beta_3 z)} \\ H_z = 0 \end{cases}$$

exercice I

Les cavités résonnantes

Coefficient de qualité. On définit le coefficient de qualité comme étant le rapport de l'énergie fournie à l'énergie dissipée durant une période

$$Q = \frac{W}{W_d} \Rightarrow Q = \omega_0 \frac{W}{P}$$

En utilisant la pulsation complexe

$$\omega = \omega_0 + j\omega_i \quad \omega_i \text{ usonance}$$

l'énergie stockée dans

$$W = W_0 e^{-2\omega_i t}$$

$$\frac{dW}{dt} = -2\omega_i W$$

$$P_i = \frac{1}{2} \frac{R |I_m|^2}{\omega}$$

C'est d

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{j}{2Q} \right)$$

des conditions initiales imposées à la cavité pour que celle-ci ne peut être le siège d'un champ EM sauf si la population prend des suites

de valeurs de a et b définies

Fréquence de résonance

Pour ces fréquences il existe une excitation EM
caractéristique dans la cavité elles constituent
les fréquences de résonance de la cavité.

Cavité rectangulaire parallèle pour un mode H
les composantes transversales du champ EM
sont

$$E_x = E_z = j \omega \mu \frac{b}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-j\beta y z}$$

$$H_x = H_y = \frac{E_x}{\eta} \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{\omega \mu}{\beta c}$$

les fréquences se font prendre par des valeurs bien
définies par.

$$\omega_p = \frac{\pi}{\sqrt{\epsilon \mu}} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \frac{p^2}{b^2}}} \quad (1)$$

Le mode H₀₁ est le plus courant $p=1$ avec
de voir (1) ω variable par les modes TEM_{mn}

Dans ces conditions

$$\beta_c^2 = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{p^2}{b^2} \right)$$

$$\omega_p = \frac{\pi}{\sqrt{\epsilon \mu}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{p^2}{b^2} + \frac{p^2}{b^2}}$$

Les champs dans une cavité satisfont aux équations de Maxwell

$$\text{Rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = - \mu_0 \rho \vec{H} = - \mu_0 \beta \sqrt{\frac{1}{\epsilon}} \vec{H}$$

$$\text{avec } \vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

$$\text{Rot } \vec{H} = \vec{j} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \beta \cdot \mu_0 \epsilon \vec{E}$$

$$\text{Div } \vec{H} = 0$$

$$\text{Div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

On trouve dans les guides d'ondes

$$[\Delta + \beta^2] \vec{E} = 0 \quad E_{\perp n} = 0$$

Pour le cas des cavités rectangulaires

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$F(x, y, z) = f_1(x) f_2(y) f_3(z)$$

$$\frac{f_1''}{f_1} + \frac{f_2''}{f_2} + \frac{f_3''}{f_3} + \beta^2 = 0$$

$$\frac{f_1''}{f_1} = -\alpha_1^2 \quad \frac{f_2''}{f_2} = -\alpha_2^2 \quad \frac{f_3''}{f_3} = -\alpha_3^2$$

$$\beta^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$$

$$F = F_0 \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \cos \end{matrix} \right\} \alpha_1 x \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \cos \end{matrix} \right\} \alpha_2 y \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \cos \end{matrix} \right\} \alpha_3 z$$

Les constantes sont déterminées par les conditions aux limites

$$\text{Div } \vec{F} = 0$$

$$\gamma_1 = \frac{m\omega}{a} \quad \gamma_2 = \frac{p\omega}{b} \quad \gamma_3 = \frac{p\omega}{h}$$

0 bc

$$E_x = E_1 \cos \gamma_1 x \sin \gamma_2 y \sin \gamma_3 z$$

$$E_y = E_2 \sin \gamma_1 x \cos \gamma_2 y \sin \gamma_3 z$$

$$E_z = E_3 \sin \gamma_1 x \sin \gamma_2 y \cos \gamma_3 z$$

Div $\vec{E} = 0$

$$\gamma_1 E_1 + \gamma_2 E_2 + \gamma_3 E_3 = 0$$

$$\left(\frac{kp}{\lambda}\right)^2 = p^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{p^2}{b^2} + \frac{1}{h^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{p^2}{b^2} + \frac{1}{h^2}\right)$$

$$f_{\text{wave}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\epsilon \mu}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{p^2}{b^2} + \frac{1}{h^2}}$$

Four directions to components of H on

utilize

$$\text{Rot } \vec{E} = \omega \mu \vec{H}$$

$$H_x = H_1 \sin \gamma_1 x \cos \gamma_2 y \sin \gamma_3 z \quad H_1 = \frac{1}{\omega \mu} (\gamma_2 E_z - \gamma_3 E_y)$$

$$H_y = H_2 \cos \gamma_1 x \sin \gamma_2 y \cos \gamma_3 z \quad H_2 = \frac{1}{\omega \mu} (\gamma_1 E_z - \gamma_3 E_x)$$

$$H_z = H_3 \cos \gamma_1 x \cos \gamma_2 y \sin \gamma_3 z \quad H_3 = \frac{1}{\omega \mu} (\gamma_1 E_y - \gamma_2 E_x)$$

On dir $T \vec{E}$

$$E_z = 0 \quad \gamma_1 E_x = \gamma_2 E_y = 0 \quad E_x = \frac{p}{\beta} \quad E_y = -\frac{p}{\beta}$$

$$H_x = \frac{1}{\omega \mu} \frac{\gamma_2 \gamma_3}{\beta^2} \quad H_z = -H_x$$

$$H_y = \frac{1}{\omega \mu} \frac{\gamma_1 \gamma_3}{\beta^2}$$

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$$

Diode TR

$$H_3 = 0 \quad H_1 = \frac{r_0}{\beta} \quad H_2 = -\frac{r_0}{\beta}$$

$$E_3 = \sqrt{\frac{r_0^2}{\epsilon}} \frac{d_1 + d_2}{\rho^2} \quad E_2 = \sqrt{\frac{r_0^2}{\epsilon}} \frac{d_1}{\beta} \quad E_1 = \sqrt{\frac{\epsilon \rho^2}{\beta^2}}$$

Pour le mode TR on (pour E) on nous peut
 pu on doit avoir toujours $m \neq 0$ et $n \neq 0$
 fine pour l'ordre H $p \neq 0$

Cavité cylindrique On peut faire une
 étude analogue en faisant de guide
 cylindrique en absolu

$$H_3 = 0 \quad T_{01} \quad E_3 = \frac{r_0^2}{\beta} \cos(\alpha_z) \cos(\alpha_r) \sin(\alpha_\phi) \cos(\alpha_z)$$

$$H_2 = -\sqrt{\frac{r_0^2}{\epsilon}} \frac{\alpha \beta}{2} \sin(\alpha_r) \cos(\alpha_\phi) \cos(\alpha_z) \quad E_2 = -\alpha \beta \cos(\alpha_r) \sin(\alpha_\phi) \cos(\alpha_z)$$

$$H_1 = \sqrt{\frac{r_0^2}{\epsilon}} \alpha \beta \sin(\alpha_r) \cos(\alpha_\phi) \sin(\alpha_z) \quad E_1 = \frac{r_0^2}{\beta} \sin(\alpha_r) \cos(\alpha_\phi) \sin(\alpha_z)$$

T C

$$E_3 = 0 \quad H_3 = \alpha^2 \cos(\alpha_r) \sin(\alpha_\phi) \cos(\alpha_z)$$

$$E_2 = \sqrt{\frac{r_0^2}{\epsilon}} \alpha \beta \cos(\alpha_r) \sin(\alpha_\phi) \cos(\alpha_z) \quad H_2 = \frac{r_0^2}{\beta} \cos(\alpha_r) \sin(\alpha_\phi) \cos(\alpha_z)$$

$$E_1 = \sqrt{\frac{r_0^2}{\epsilon}} \frac{\alpha \beta}{2} \sin(\alpha_r) \sin(\alpha_\phi) \sin(\alpha_z) \quad H_1 = -\alpha \beta \cos(\alpha_r) \sin(\alpha_\phi) \sin(\alpha_z)$$

B I B L I O G R A P H I E

Théorie des ondes dans les plasmas

J.F. Denisse et J.L. Delcroix

Electrodynamique des plasmas

R. Jance et Th. Kahan

Phénomènes électriques dans les gaz

R. Papoular

Physique élémentaire des plasmas

L. Artsimovitch

Physique électronique des gaz et des solides

M. Bayet

Applications des ondes Hyperfréquences et infra-rouges à l'étude des plasmas

R. Papoular et J. Balazard

Revue de l'I.F.P.

7/8 1967

Journal de physique (CNRS)

1966 Tome 27 n°5-6

Onde électrique

Janvier 64 Avril 65 janvier 66

Eighth Symposium (International) on combustion

Williams et Wilkins