



Ecole Nationale Polytechnique
Département d'Hydraulique

Mémoire de Projet de fin d'études pour l'obtention du diplôme
d'Ingénieur d'Etat en HYDRAULIQUE

Optimisation Des Réseaux d'Alimentation en Eau Potable par le Shuffled Complex Evolution

Etudié par : MEZINE Abdenour
Composition du Jury :

Dirigé par : Pr.A.BERMAD

Président	Mr A.BILEK	Docteur	(ENP)
Promoteur	Mr.A.BERMAD	Professeur	(ENP)
Examineur :	Mr. M.AMIRECHE	MMA	(UNIV Oum el Bouaghi)
	Mr. A.LEFKIR	Docteur	(ENSTP)

Juin 2016

ملخص

في عملنا هذا قمنا باختبار مدى إمكانية تقنية ميتاهوريستكية التي هي الخوارزمية التطورية المعقدة على إيجاد الحل الأمثل لشبكتي توزيع مياه الشرب حيث أن الأولى متمثلة في الشبكة الأكاديمية المقترحة من طرف الباحثين شامير و ألبيروفيتس أما الثانية فهي شبكة سيدي مبارك بالجزائر العاصمة. الهدف هو مقارنة نتائجنا بالمتحصل عليها من طرف باحثين في المجال. أجرينا محاكاة للنتائج المتحصل عليها عبر برنامج إبيانات لهذا الغرض.

الكلمات الدالة: الحلول المثلى , المحاكاة , الخوارزمية التطورية المعقدة , التقنيات الميتاهوريستكية , إبيانات

Abstract

At the present work , we evaluate the aptitude of a metaheuristic optimisation method which is the “ Shuffled Complex Evolution “ to provide an optimal solution for two drinking water distribution networks , the first being the academic reference network proposed by Alperovits & Shamir and the second is the Sidi M’barek’s network in the region of Algiers. The purpose is to make a comparison between our results and those found in previous researchs . A simulation with the Epanet software is made for this purpose.

Key words: Optimisation , Drinking water distribution network, metaheuristic algorithm , The Shuffled Complex Evolution Algorithm, Simulation, Epanet

Résumé

Dans le présent travail, nous avons évalué l’aptitude d’une méthode d’optimisation métaheuristic qui est le « Shuffled Complex Evolution » à apporter une solution optimale pour deux réseaux d’alimentation en eau potable, le premier étant le réseau de référence académique à deux mailles proposé par Alperovits & Shamir , et le second est le réseau de Sidi M’barek dans la région d’Alger. L’objectif est de comparer nos résultats à ceux obtenus par des chercheurs dans le domaine, une simulation avec le logiciel Epanet a été réalisée à cet effet.

Mots clés : Optimisation, Réseau d’alimentation en eau potable, Algorithme métaheuristic, le Shuffled Complex Evolution , Simulation , Epanet.

DEDICACES:

A MES TRÈS CHERS PARENTS QUI ONT TOUT
DONNÉ POUR MOI AVEC UNE ABNÉGATION
INESTIMABLE ET QUI ONT TOUT SACRIFIÉ POUR
QUE JE PUISSE RÉUSSIR

A MES CHERS FRÈRES QUI M'ONT ÉTÉ D'UN GRAND
SOUTIEN DURANT TOUT MON PARCOURS

A MES CHERS AMIS ET AMIES

A MA CHERE ASSIA
A MON CHER FRÈRE « HAMDI KAMEL » PAIX A SON
ÂME, ET A TOUTE SA FAMILLE

A tous mes camarades et tous ceux que j'ai connu durant ma carrière d'apprentissage

Remerciements :

Au terme de ce projet de fin d'étude je tiens à remercier vivement et avec un grand respect monsieur le professeur et chef du département hydraulique A.BERMAD de m'avoir encadré et orienté durant cette expérience ainsi que pour ces conseils, ces critiques et ces remarques dans le seul but de mener au but ce travail.

Je tiens à présenter mon profond respect à monsieur le docteur A.LEFKIR qui a dirigé les différentes étapes de ce mémoire.

Je tiens à remercier les membres des jurés et d'exprimer mes sincères gratitude pour l'intérêt qui portent pour ce travail.

Je remercie tous les professeurs ainsi que la secrétaire du département d'hydraulique pour leur soutien.

Enfin, je remercie tous les camarades de ma promotion ainsi que tous ceux qui m'ont aidé pour arriver et finir ce travail.

Liste des tableaux

I

I.1 Tableau de réalisation faites au début du siècle.....	15
I.2 Analogie entre le système physique et le problème d'optimisation.....	18

II

II.1 paramètres su SCE	37
II.2 valeurs de la fonction objectif.....	37
II.3 classement de la population initiale selon un ordre croissant	37
II.4 complexe A^1	39
II.5 complexe A^2	39
II.6 Attribution des probabilités pour les individus de A^1	40
II.7 Attribution des emplacements pour le sub-complexe de A^1	40
II.8 Individus trouvés après le SCE.....	41
II.9 Classement des nouveaux individus dans le complexe A^1	41
II.10 le nouveau complexe A^1	41
II.11 le complexe A^2	42
II.12 le sub-complexe de A^2	42
II.13 Nouveaux individus du complexe A^2 après le CCE.....	43
II.14 Nouveau complexe A^2	43
II.15 Nouvelle population issue du SCE avec un nouvel optimum.....	44

IV

IV.1 Données du réseau académique	68
IV.2 Résultats finaux des diamètres obtenus pae Alperovits et Shamir.....	70
IV.3 Résultats obtenus par Featherstone.....	72
IV.4 Résultat obtenu par Net Cad.....	73
IV.5 Résultat obtenu par la méthode mixte.....	75
IV.6 Résultat obtenu par le SCE (première translation).....	77
IV.7 Comparaison de la distribution des débits entre SCE et EPANET.....	78
IV.8 Résultat de la deuxième translation.....	79
IV.9 Comparaison de la distribution des débits entre SCE et EPANET.....	80

IV.10 Données des réseaux de Sidi M'barek.....	83
IV.11 Résultat obtenus par Hardy-cross et Newton Raphson.....	85
IV.12 Résultat LPG avant la sélection des diamètres.....	85
IV.13 Résultat LPG après la sélection des diamètres.....	85
IV.14 Résultat obtenu par le SCE.....	86
IV.15 Comparaison de la distribution des débits SCE et EPANET.....	86

Liste des figures

I

I.1 visualisation d'un optimum global et d'un optimum global.....	16
I.2 Procédé du recuit simulé.....	18
I.3 Pont binaire de Deuneubourg.....	21
I.4 Pont avec obstacle.....	22
I.5 Pont binaire à branches avec longueurs différentes.....	22
I.6 Organigramme des algorithmes génétiques.....	29

II

II.1 Organigramme du SCE	35
II.2 Organigramme du CCE.....	36

IV

IV.1 Optimtool ('GA').....	65
IV.2 Optimum global de la Rastrigin function.....	66
IV.3 Résultats obtenus par la table optimtool ('GA').....	67
IV.4 Résultat obtenu pour le SCE.....	67
IV.5 Tracé du réseau académique.....	67
IV.6 Fichier Excel représentant les diamètres de la gamme commerciale et les prix.....	68
IV.7 Fichier Excel représentant les numéros des conduites et les nœuds amont et aval.....	69
IV.8 Fichier Excel représentant l'ordre des nœuds, côtes et consommations.....	69
IV.9 les pressions aux trois nœuds 3,5 et 7.....	69
IV.10 Simulation par EPANET du résultat obtenu par Featherstone.....	70
IV.11 Débit circulant au niveau de la conduite 8 simulé par EPANET.....	71
IV.12 Simulation obtenu par EPANET.....	72
IV.13 Visualisation du la circulation des débits circulant vers le nœud 5.....	73
IV.14 La simulation du résultat obtenu par EPANET.....	74
IV.15 Simulation du premier résultat du SCE par EPANET.....	75
IV.16 Simulation du deuxième résultat du SCE par EPANET.....	76
IV.17 Visualisation du débit circulant au niveau de la conduite 8.....	78
IV.18 Différence entre les vitesses des de circulation de l'eau pour les deux résultats.....	80

IV.19 Réseau de Sidi M'barek	80
IV.20 Fichier Excel représentant des diamètres de la gamme commerciale.....	81
IV.21 Fichier Excel représentant l'ordre des conduites et les longueurs correspondantes.....	82
IV.22 Fichier Excel représentant l'ordre des nœuds, consommations nodales et côtes.....	83
IV.23 Simulation du résultat du SCE par EPANET.....	87
IV.24 Simulation du résultat de la méthode mixte par LPG	88

Table des matières :

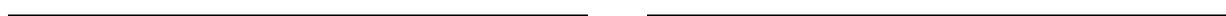
I.	Introduction :	13
I.1	Recherche bibliographique :	14
I.2	Définition des métaheuristiques :	15
I.2.1	LES METHODES METAHEURISTIQUES	15
I.2.2	TERMINOLOGIE:	15
I.2.3	OBJECTIFS DES METAHEURISTIQUES:	16
I.2.4	LES OUTILS DES METAHEURISTIQUES	16
I.2.5	ORGANISATION GENERALE DES METAHEURISTIQUES	16
I.2.5.1	Voisinage:	17
I.2.5.2	Diversification:	17
I.2.5.3	Intensification	17
I.2.5.4	Mémoire et apprentissage	17
I.2.6	CLASSIFICATION DES METAHEURISTIQUES	17
I.3	Exemple et procédé :	17
I.3.1	le recuit simulé :	17
I.3.1.1	Principe du procédé du recuit	17
I.3.1.2	Simulation du phénomène du recuit :	18
I.3.1.3	Algorithme du recuit simulé :	18
I.3.1.3.1	Déroulement de l'algorithme du recuit simulé :	19
I.3.1.3.2	Etat initial de l'algorithme :	19
I.3.1.3.2.1	Itération de l'algorithme :	19
I.3.1.3.2.2	Choix des paramètres :	20
I.3.1.3.2.3	Les critères d'arrêt :	20
I.3.2	Métaheuristiques par colonie de fourmis :	20
I.3.2.1	Inspiration biologique :	20
I.3.2.2	Expériences réalisées	21
I.3.2.2.1	Le pont binaire:	21
I.3.2.2.2	<i>Le pont avec obstacle</i> :	21
I.3.2.2.3	<i>Le pont binaire à longueurs inégales</i> :	22
I.3.2.2.4	Des fourmis artificielles pour l'optimisation combinatoire :	22
I.3.2.2.5	Les fourmis artificielles	22
I.3.2.3	Les algorithmes des fourmis artificielles	23
I.3.2.3.1	Algorithme Ant System (As) :	23
I.3.2.3.2	Déroulement de l'algorithme :	23

I.3.3	<i>Les algorithmes génétiques</i> :	26
I.3.3.1	<i>HISTORIQUE</i> :	26
I.3.3.2	Définitions :	27
I.3.3.2.1	Génération de la population initiale : (espace de recherche)	27
I.3.3.2.2	Codage des éléments de la population initiale :	27
I.3.3.2.3	La fonction objectif:	27
I.3.3.2.4	Opérateurs de diversification et d'exploration de la population:	27
I.3.3.2.5	Des paramètres de dimensionnement	27
I.3.3.2.6	La fonction « fitness » et gestion des contraintes :	28
I.3.3.2.7	Opérateurs de diversification et d'exploration de la population.	28
I.3.3.2.7.1	La sélection :	28
I.3.3.2.7.2	Les opérateurs de croisement de et mutation :	28
I.3.3.2.7.3	L'opérateur de croisement :	28
I.3.3.2.7.4	L'opérateur de mutation :	29
II.	Le shuffled complex evolution :	31
II.1	Les étapes du Shuffled Complex Evolution :	32
II.2	L'organigramme du SCE :	35
II.3	Organigramme du CCE :	36
II.4	Exemple d'application du shuffled complexe evolution sur une fonction mathématique :	37
III.	<i>Généralités</i> :	46
III.1	<i>Position du problème</i> :	47
III.1.1	Données du site :	49
III.1.1.1	Topographie :	49
III.1.1.2	Adéquation ressources-besoins :	49
III.1.1.3	Evaluation de la population :	49
III.1.1.4	Débits de consommation aux nœuds :	49
III.1.1.5	caractéristiques du réseau :	50
III.1.2	Contrainte du problème :	50
III.1.2.1	Contraintes physiques :	50
III.1.2.1.1	La perte de charge dans une canalisation :	50
III.1.2.1.2	Loi de continuité aux nœuds :	51
III.1.2.1.3	Loi de conservation d'énergie :	52
III.1.2.2	Contraintes hydrauliques :	52
III.1.2.2.1	Borne de pression :	52

III.1.2.2.2	Borne de vitesse :	53
III.1.2.3	Contraintes commerciales :	53
III.1.3	Coût du réseau :	53
III.2	<i>Méthodes utilisées pour la résolution du problème</i> :	55
III.2.1	Méthode de simulation :	56
III.2.1.1	Méthode de Hardy-Cross :	56
III.2.1.1.1	Méthode des mailles :	56
III.2.1.1.2	Méthode des nœuds :	56
III.2.1.1.3	Commentaires sur la méthode :	57
III.2.1.2	Méthode de linéarisation des pertes de charge :	57
III.2.1.2.1	Principe	57
III.2.1.2.2	Algorithme de la méthode :	58
III.2.1.2.3	Commentaires :	58
III.2.1.3	Méthode de <i>Newton Raphson</i> :	58
III.2.1.3.1	Méthode des mailles :	58
III.2.1.3.2	Méthode des nœuds :	59
III.2.1.3.3	Commentaires :	59
III.2.2	<i>Méthodes heuristiques</i> :	59
III.2.2.1	Méthode des conduites équivalentes :	59
III.2.2.2	<i>1.Méthode des longueurs équivalentes</i> :	60
III.2.2.3	<i>Méthode de Featherstone et El Djumaily</i> :	61
III.2.2.4	<i>Methode de Simpson et Dandy</i> :	61
IV.	<i>Le Shuffled complexe complexe evolution</i> :	65
IV.1	Principe et fonctionnement des deux programmes :	65
IV.2	Test de performance du <i>SCE</i> :	66
IV.2.1	la <i>Rastrigin's function</i> :	67
IV.2.2	Résultat trouvé par les <i>GA</i> :	67
IV.2.3	Résultat obtenu par la <i>SCE</i> :	68
IV.3	<i>Données du réseau académique</i> :	69
IV.3.1	L'analyse des résultats obtenus par <i>Alperovits et Shamir</i> :	71
IV.3.1.1	<i>vérification par EPANET</i> :	71
IV.3.1.2	Remarque :	72
IV.3.2	Analyse des résultats obtenus par les autres méthodes utilisées :	73
IV.3.2.1	<i>Fetherstone</i> :	73

IV.3.2.1.1 Explication :	74
IV.3.2.2 Le résultat obtenu par le logiciel <i>Net cad</i> :	74
IV.3.2.3 <i>Méthode mixte</i> :	76
IV.3.3 le résultat obtenu par le <i>Shuffled complex evolution</i> :	78
IV.3.3.1 Remarque :	78
IV.3.3.2 Simulation via <i>EPANET</i> :	79
IV.3.3.3 La deuxième translation :	80
IV.3.3.3.1 Simulation par <i>EPANET</i> :	81
IV.3.3.3.2 Comparaison avec le résultat trouvé par la méthode <i>LPG</i> :	82
IV.3.4 le réseau de <i>sidi M'barek</i> :	84
IV.3.4.1 Introduction des données :	85
IV.3.4.2 Les résultats trouvés avec les différentes méthodes :	86
IV.3.4.2.1 <i>Newton Raphson et Hardy Cross</i> :	86
IV.3.4.2.2 <i>Gradient du programme linéaire</i> :	86
IV.3.4.3 Le résultat trouvé par le <i>SCE</i> :	87
Conclusion Générale	90
Les références	91

CHAPITRE I



CHAPITRE I : Généralités et Optimisation.

I. Introduction :

Quotidiennement, les ingénieurs et les décideurs sont confrontés à des problèmes de complexité grandissante qui surgissent dans des secteurs techniques très divers. Le problème à résoudre peut souvent s'exprimer comme problème d'optimisation qui peut être défini comme tout problème: ayant un espace de recherche (ou de solutions x_i) et une fonction objectif $f(x)$ qui associe un coût à chaque solution possible sous un ensemble de contraintes.

La problématique est donc de trouver la solution optimale qui correspond à une solution de coût minimum ou maximum selon qu'il s'agit de minimiser ou de maximiser la fonction objectif. Dans le cas où le problème d'optimisation nécessite de trouver une solution optimale avec un espace de recherche fini mais extrêmement grand, il est appelé *un problème d'optimisation combinatoire*. Les méthodes qui existent pour la résolution de ce type de problème peuvent être classées en deux grandes catégories : *Les méthodes exactes* ou *déterministes* et *les méthodes approchées*.

Les méthodes exactes peuvent fournir des solutions optimales mais au prix de temps de résolution qui risque d'être exponentiel en fonction de la taille du problème à traiter, chose que *les méthodes approchées* évitent. Ce dernier type consiste à retourner une solution contenue dans un certain intervalle autour de la solution optimale en un temps acceptable.

Elles présentent un compromis entre la qualité de la solution trouvée et le temps de calcul nécessaire.

Selon la complexité des problèmes tout en suivant la définition du mot optimisation qui est « la recherche et la détermination *du meilleur élément* d'un ensemble selon un critère quantitatif donné, avec des méthodes analytiques ou numériques, en d'autres termes, le problème consiste à trouver des solutions satisfaisant un objectif quantitatif tout en respectant d'éventuelles contraintes », des méthodes bien différentes ont vu le jour en voici quelques-unes :

- Méthode de programmation linéaire (LP)
- Méthodes de Programmation non linéaire (NLP)
- Méthode heuristique (Labye...)
- Méthode métaheuristique (GA...)

Ces méthodes tout en respectant la structure ou la formulation mathématique des problèmes d'optimisation qui est :

- Un modèle du système à optimiser
- Des variables
- Des contraintes
- Une ou plusieurs fonctions objectives.

Se différencient au niveau de la qualité des résultats qui dépendent de :

- La pertinence du modèle
- L'efficacité de l'algorithme
- Les moyens utilisés pour le traitement numérique
- La réflexion par rapport aux outils mathématiques utilisés.

I.1 Recherche bibliographique :

Vu leur puissance dans la résolution des problèmes difficiles, les méthodes métaheuristiques ne cessent de gagner du terrain dans le domaine de la recherche. Leur utilisation devient primordiale surtout lorsque l'objectif est d'optimiser.

La première utilisation de ces méthodes a vu le jour en 1952 puis une deuxième utilisation par **Barricelli** (1954). Par la suite, **Pièrre Paul Grassé** (1959) a conçu une théorie pour l'explication du comportement de construction du nid chez des termites. Six ans plus tard, **Rechenberg** proposa le premier algorithme en utilisant des stratégies d'évolution qui est suivi par des travaux du trinôme **Fogel, Owens et Walsh** (1966) qui ont proposé la programmation évolutionnaire.

La décennie (1970 – 1979) a connu trois applications de ces méthodes. **Hasting** (1970) proposa l'algorithme de **Metropolis – Hasting** qui permet d'échantillonner n'importe-quelle distribution de probabilité. En parallèle, **John Horton Conway** conçut le jeu de la vie, l'automate cellulaire le plus connu à ce jour. L'apparition des Algorithmes génétiques s'est faite avec les travaux de **John Holland** (1975).

A partir de l'année 1980, l'utilisation des méthodes citées au-dessus a augmenté d'une façon très remarquable. Sur une période de dix ans (1980 – 1990), les réalisations faites, entre publications et applications, sont au nombre de quinze soit cinq fois le nombre de la décennie précédente. Les auteurs par type de méthode utilisée ou traitée sont : **Smith** (1980), **Koza** (1988) et **Evolver** (1989) pour les algorithmes génétiques ; **Deneubourg** et ses collègues (1983), **Moyson et Manderick** (1988), **Goss, Aron, Deneubourg, Pasteels Ebling** et ses collègues (1989) pour les colonies de fourmis ; **Kirkpatrick, Gelatt** et **Vecchi** (1983) et **Černý** (1985) pour le recuit simulé. Lors de la conception de la recherche **Tabou**, **Fred Glover** (1986) fit la première mention du terme métaheuristique.

Dorigo (1991) proposa le *Ant System* (qui ne sera publiée qu'en 1992) et Cinq ans après **Feo et Resende** (1996) ont exposé la méthode *GRASP* et **Bilchev et Parmee** ont proposé la première adaptation aux problèmes continus. Par contre, **Kennedy et Eberhart** ont conçu l'optimisation par essaims particulaires. L'année suivante, **Dorigo et Gambardella** publièrent le *Ant Colony System*, **Stützle et Hoos** inventèrent le *MAX – MIN Ant System* et **Mühlenbein et Paab** proposèrent les algorithmes à estimation de distribution.

L'année 1997 semble être la plus favorisée puisque quatre réalisations sur ces méthodes stochastiques ont été faites. **Martinoli** et ses collègues se sont inspirés des algorithmes de colonies de fourmis pour le contrôle de robots et **Schoonderwoerd** et ses collègues ont fait la première application aux réseaux de télécommunications au moment où **Rubinstein** a conçu la méthode de l'entropie croisée, **Storn et Price** ont proposé un algorithme à évolution différentielle.

Une première conférence dédiée aux algorithmes de colonies de fourmis a été lancée en 1998 et l'honorable était **Dorigo** puis, une année après un livre traitant principalement des fourmis artificielles a été dédié par **Bonabeau** et ses collègues.

Le calendrier des réalisations faites au début de ce siècle est comme suit :

Tableau I. 1 Calendrier des réalisations faites au début du siècle

L'année	Le travail réalisé
2000	- Premiers algorithmes génétiques interactifs; - Numéro spécial d'une revue scientifique sur les algorithmes de colonies de fourmis ; - Premières applications à l'ordonnancement, l'ordonnancement séquentiel, la satisfaction de contraintes ; - Première preuve de convergence pour un algorithme de colonies de fourmis par Gutjahr .
2001	Première utilisation des algorithmes de colonies de fourmis par une entreprise Eurobios .
2002	- Premières applications à la conception d'emploi du temps, les réseaux Bayésiens .
2005	Premières applications au repliement de protéines.

I.2 Définition des métaheuristiques :

I.2.1 Les méthodes metaheuristiques :

Les métaheuristiques appartiennent à une classe d'algorithmes d'optimisation qui cherche à obtenir une solution approchée de l'optimum globale, dans le cas des problèmes difficiles. ce sont des méthodes approchées génériques dont le principe de fonctionnement repose sur des mécanismes généraux indépendants de tout problème.

Les métaheuristiques sont généralement des algorithmes stochastiques itératifs, qui progressent vers un optimum par échantillonnage d'une fonction objectif. Le caractère stochastique des métaheuristiques fait d'elles le pouvoir de s'échapper des optimums locaux. Cependant elles sont souvent alliées à d'autres algorithmes d'optimisation afin d'accélérer la convergence.

Les métaheuristiques sont souvent employées pour leur facilité de programmation et de manipulation. En effet, elles sont facilement adaptables à tous types de problèmes d'optimisation. Toutefois, elles sont les plus judicieusement employées sur des problèmes d'optimisation difficiles où les méthodes d'optimisations classiques, méthodes déterministes, montrent leurs limites. Elles sont souvent inspirées par des systèmes naturels, qu'ils soient pris en physique (cas du recuit simulé), en biologie de l'évolution (cas des algorithmes génétiques) ou encore en éthologie (cas des algorithmes de colonies de fourmis ou de l'optimisation par essais particuliers).

I.2.2 Terminologie:

Le terme *méta*, du grec « au-delà », comprendre ici « à un plus haut niveau », *heuristique*, du grec εὐρισκεῖν / *heuriskein*, signifie « trouver ». En effet, ces algorithmes se veulent des méthodes pouvant optimiser un étendu de problèmes différents sans nécessiter des changements profonds dans l'algorithme employé. D'autre part, les métaheuristiques peuvent être considérées comme algorithmes d'optimisation stochastiques, hybridés avec une recherche locale. Le terme *méta* est donc pris au sens où les algorithmes peuvent regrouper plusieurs heuristiques.

I.2.3 Objectifs des métaheuristiques:

L'objectif d'une métaheuristique est la résolution d'un problème d'optimisation donné. Si l'on est capable d'attribuer une « qualité » à une solution du problème, alors la métaheuristique va rechercher la « meilleure » solution en fonction de ce critère (on parle d'*optimum global*). Cependant, les itérations successives doivent permettre de passer d'une solution de mauvaise qualité à la solution optimale et l'algorithme s'arrête après avoir atteint un critère d'arrêt consistant généralement en l'atteinte du temps d'exécution imposé ou en une précision demandée.

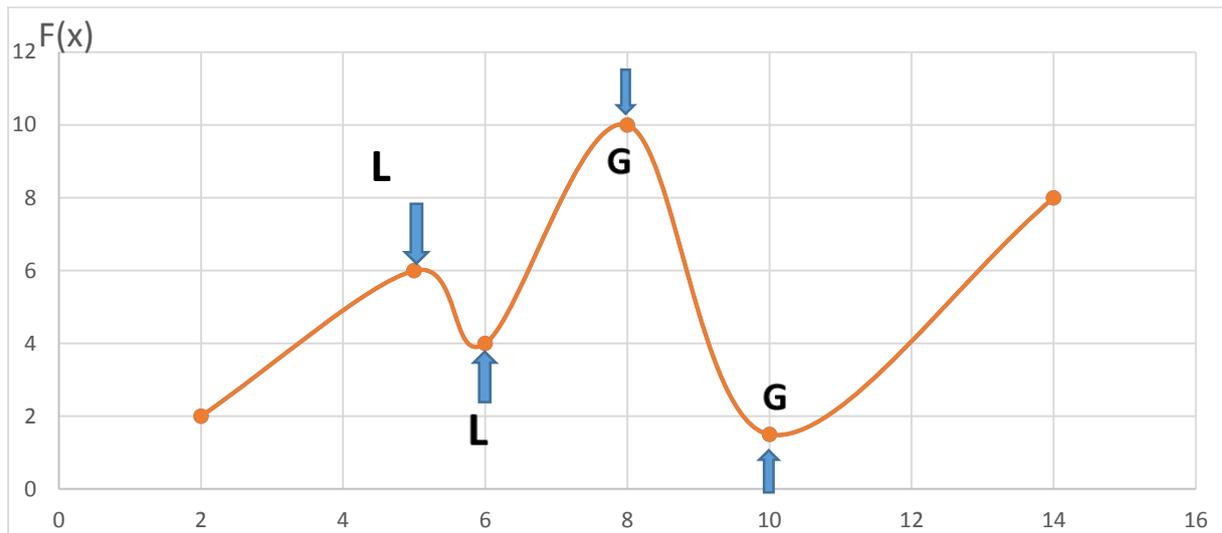


figure I. 1 visualisation d'un optimum local et d'optimum global

Métaheuristique pour gâteau

Si pour juger qu'un gâteau est le meilleur, le critère de qualité est *le goût* ; la métaheuristique va chercher la meilleure combinaison d'ingrédients, une combinaison *optimale* qui permettra d'obtenir le meilleur goût. À terme, on aura donc optimisé le problème de la recette du gâteau.

I.2.4 Les outils des métaheuristiques :

Les *métaheuristiques* cherchent des objets mathématiques (une permutation, un vecteur, etc.) minimisant (ou maximisant) une *fonction objectif* qui décrit la qualité d'une solution au problème. L'ensemble des solutions possibles forme l'*espace de recherche* qui est au minimum borné mais, peut être également limité par un ensemble de contraintes.

Une métaheuristique exploite une ou plusieurs solutions afin d'aboutir à la meilleure solution, ou tout simplement l'optimum. Une solution ou un ensemble de solutions est parfois appelé **un état** que la métaheuristique fait évoluer via des transitions ou des mouvements. Si une nouvelle solution est construite à partir d'une solution existante, elle est sa voisine. Lorsqu'une solution est associée à une seule valeur, on parle de problème *mono-objectif*, lorsqu'elle est associée à plusieurs valeurs, le problème *multi-objectifs* (ou multicritères).

D'autres parts, dans certains cas, le but recherché est explicitement de trouver un ensemble d'optimums « satisfaisants ». L'algorithme doit alors trouver un ensemble de solutions de bonne qualité sans nécessairement se limiter à un seul optimum : on parle de méthodes multimodales.

I.2.5 Organisation générale des métaheuristiques :

D'une façon globale les métaheuristiques s'articulent sur les notions suivantes :

Voisinage ;
 Diversification /Exploration ;
 Intensification/Exploitation ;
 Mémoire et apprentissage.

I.2.5.1 Voisinage:

Considéré comme le principe général le plus utilisé pour la conception des heuristiques, le voisinage a une grande influence sur le comportement des métaheuristiques, surtout dans le cas des problèmes combinatoires, alors que pour des problèmes continus, la notion même de voisinage est plus difficile à cerner.

I.2.5.2 Diversification:

La diversification ou exploration désigne les processus visant à récolter de l'information sur le problème à optimiser.

I.2.5.3 Intensification

L'intensification, ou exploitation, vise à utiliser l'information déjà récoltée pour définir et parcourir les zones intéressantes de l'espace de recherche.

I.2.5.4 Mémoire et apprentissage

La mémoire est le support de l'apprentissage qui permet à l'algorithme de ne tenir compte que des zones où l'optimum global est susceptible de se trouver afin d'éviter les optima locaux.

I.2.6 Classification des métaheuristiques

Les métaheuristiques peuvent être divisées en deux grandes catégories : *Les méthodes de recherche locale* qui sont celles fondées sur la notion de parcours. Dans cette optique, l'algorithme fait évoluer une seule solution sur l'espace de recherche à chaque itération. La notion de voisinage est alors primordiale.

Les méthodes les plus connues dans cette classe sont :

**Le recuit simulé ;
 La recherche avec tabous ;**

Les méthodes à population qui manipule un ensemble de solutions en parallèle à chaque itération. Dans cette catégorie on peut citer :

**Les algorithmes de colonies de fourmis
 Les algorithmes génétiques ;
 Le shuffled complex evolution.**

I.3 Exemple et procédé :**I.3.1 le recuit simulé :**

Le recuit simulé est une métaheuristique inspirée d'un processus utilisé en métallurgie. Ce processus alterne des cycles de refroidissement lent et de réchauffage (d'où le nom **recuit**) qui tendent à minimiser l'énergie du matériau. Une telle technique est aujourd'hui utilisée pour trouver les extrema d'une fonction. Cette métaheuristique a été mise au point par trois chercheurs de la société *IBM*, *S. Kirkpatrick*, *C.D. Gelatt*, *M.P. Vecchi(1993)* et indépendamment par *V.Cerny(1985)*.

I.3.1.1 Principe du procédé du recuit

Initialement, le métal est pris à une température très haute pour avoir un métal visqueux. A cet état, les atomes sont agités et l'énergie est élevée (configuration désordonnée). A partir de ce

point, on fait un refroidissement progressif du métal afin d'aboutir à une structure atomique organisée. Si la disposition parfaite des atomes n'est pas atteinte, on fait un réchauffement du métal puis un refroidissement progressivement. Cette technique se répète jusqu'à ce que l'arrangement des atomes soit parfait, donc une énergie minimale.

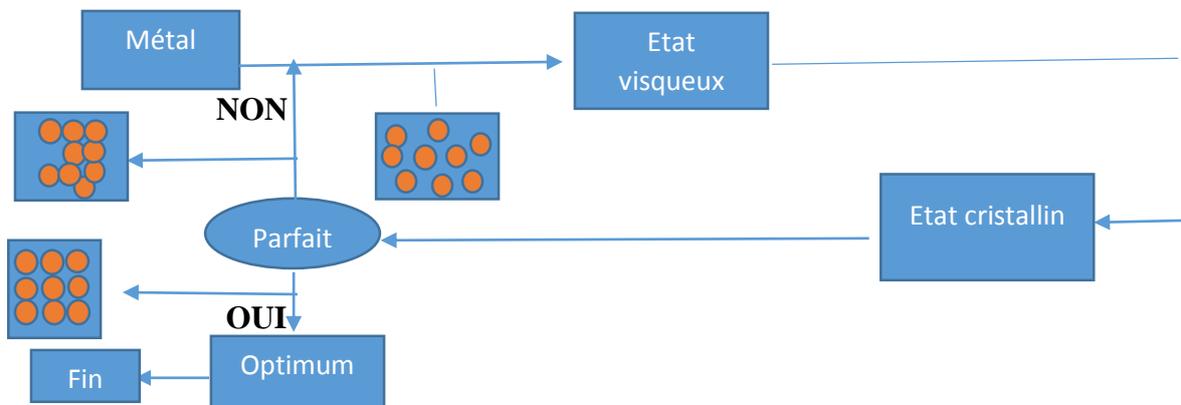


Figure I. 2 Procédé du recuit

I.3.1.2 Simulation du phénomène du recuit :

Le recuit simulé s'appuie sur l'algorithme de *Metropolis* qui permet de décrire l'évolution d'un système thermodynamique. Par analogie avec le processus physique, la fonction à minimiser deviendra l'énergie E du système. La simulation se fait à une température T constante.

La modification d'une solution de départ conduit à une autre solution qui fait, baisser l'énergie du système donc améliorer le critère que l'on cherche à optimiser ou fait augmenter son énergie qui est synonyme de la dégradation du critère à optimiser.

L'analogie entre le système physique et le problème d'optimisation est décrite dans le tableau suivant :

Tableau I. 2 Analogie entre le système physique et le problème d'optimisation

Problème d'optimisation	Système physique
Fonction objectif (fonction coût) $C(x)$	L'énergie libre du système
Les variables de décision du système	Les coordonnées du système
Trouver une configuration optimum	Trouver un état d'énergie minimum

I.3.1.3 Algorithme du recuit simulé :

L'algorithme du recuit simulé est basé sur deux procédures :

- a- **La première procédure** : est celle de l'échantillonnage de la distribution de *Gibbs-Boltzmann* qui comporte deux phases :

- **Phase d'exploration** : Notion de voisinage.
- **Phase d'acceptation** : En utilisant l'algorithme de *Metropolis*.

b- La deuxième procédure : est celle de refroidissement qui se porte sur le schéma de décroissance de la température.

I.3.1.3.1 Déroulement de l'algorithme du recuit simulé :

Suivant la règle de décision de *Metropolis*, l'algorithme du recuit simulé est comme suit :

```

%*****
% Choisir une température initiale assez élevée  $T_0$ 
% Choisir une configuration initiale  $X_0$ 

                                      $T \leftarrow T_0$ 
                                      $X \leftarrow X_0$ 

%*****
Répéter
Répéter

Tirer  $x' \in V(x)$  ;%choisir un voisinage de x.

% Appliquer la règle de Metropolis
Si  $\Delta E < 0$            %  $\Delta E = E(x') - E(x)$ 
Ou  $\exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) > \mu$  %  $\mu \in [0 1]$  tiré selon une loi uniforme
Alors  $x \leftarrow x'$  et  $E(x) \leftarrow E(x')$ 
Jusqu'à la fin du palier %équilibre thermodynamique atteint

                                      $T \leftarrow g(T)$ 

g : strictement décroissante ;
Jusqu'à ce que le critère d'arrêt est vérifié.

```

I.3.1.3.2 Etat initial de l'algorithme :

Dans cette phase on choisit dans l'espace des solutions possibles une solution d'une façon aléatoire. A cette solution correspond une énergie initiale E_0 qui est calculée selon le critère que l'on cherche à optimiser. Une température T_0 initialement très élevée est également choisie.

I.3.1.3.2.1 Itération de l'algorithme :

Dans un environnement isothermique on effectue une modification élémentaire à la solution à chaque itération, chose qui mène à une variation ΔE de l'énergie. Si cette variation est négative elle est appliquée à la solution courante sinon, elle est acceptée à une probabilité :

$$P = e^{-\frac{\Delta E}{T}} \dots \dots \dots (I. 1)$$

I.3.1.3.2.2 Choix des paramètres :

- . La température doit être choisie pour que pratiquement toutes les configurations (solutions) soient acceptables.
- . La baisse de la température entre deux paliers ne doit pas être trop importante pour éviter l'atteinte rapide de la distribution stationnaire ;

Le schéma de température exponentielle est le suivant :

$$T = T_0 \beta^n \dots \dots \dots (I.2)$$

Avec : $\beta \in [0 \ 1]$

I.3.1.3.2.3 Les critères d'arrêt :

Plusieurs critères d'arrêt sont possibles. On cite parmi eux :

- La variation de l'énergie est très faible.
- Atteindre la température minimale déjà fixée.
- Le pourcentage de configurations passe sous un seuil fixé.

I.3.2 Métaheuristiques par colonie de fourmis :

Ant colony optimisation :

Les algorithmes de colonies de fourmis forment une famille de métaheuristiques d'optimisation qui s'inspirent du comportement collectif des fourmis. L'idée originale est issue de l'observation du comportement collectif d'exploitation de la nourriture chez les fourmis. En effet, par un comportement dit *fourragement*, les fourmis sont capables de résoudre le problème de la découverte du plus court chemin entre une source de nourriture et leur nid grâce à un système de marquage de **phéromones**.

Les études éthologistes ont montré que dans la nature les fourmis arrivent à résoudre collectivement des problèmes quotidiens nombreux et trop complexes tels que : la recherche de nourriture, la construction du nid, la division du travail et l'allocation des tâches entre les individus, avec une organisation excrément structurée et sans aucune supervision. Par les comportements simples de chacune des fourmis, des interactions limitées à travers une coopération inconsciente, émergent des comportements collectifs intelligents et des modèles d'auto-organisation (*Bonabeau, 2000*).

Suite à cette découverte, une nouvelle classe d'algorithmes est alors apparue sous le nom « *algorithmes de fourmis artificielles* » qui sert à la résolution de nombreux problèmes d'optimisation combinatoire sous le nom d'une nouvelle métaheuristique « *optimisation par les colonies de fourmis ou OCF* ».

I.3.2.1 Inspiration biologique :

D'après les études éthologiques la fourmi, sur son chemin entre le nid et la source de nourriture, laisse une substance chimique de nature volatile appelée **phéromone** de façon à inciter ses congénères à suivre le même trajet. Au début, les fourmis explorent différents chemins en

effectuant des déplacements aléatoires. Une fois qu'un chemin intéressant vers la nourriture est découvert, elles y déposent une quantité de **phéromone** renforçant ainsi son importance et la probabilité d'être choisi par d'autres fourmis de la colonie. D'un autre côté, les mauvais chemins auront tendance à être oubliés voir même disparaître avec l'évaporation de la phéromone. Ce procédé basé sur le mécanisme de rétroaction positive assure que, pendant le *fourragement* pour la nourriture, les fourmis utilisent la voie d'accès la plus courte car elle sera le plus imprégnée par la phéromone.

I.3.2.2 Expériences réalisées

I.3.2.2.1 Le pont binaire:

Dans cette expérience, **Deneubourg (1990)** a séparé le chemin (*nid- nourriture*) par un pont binaire et il a remarqué que les fourmis suivaient les deux parcours avec une même probabilité.

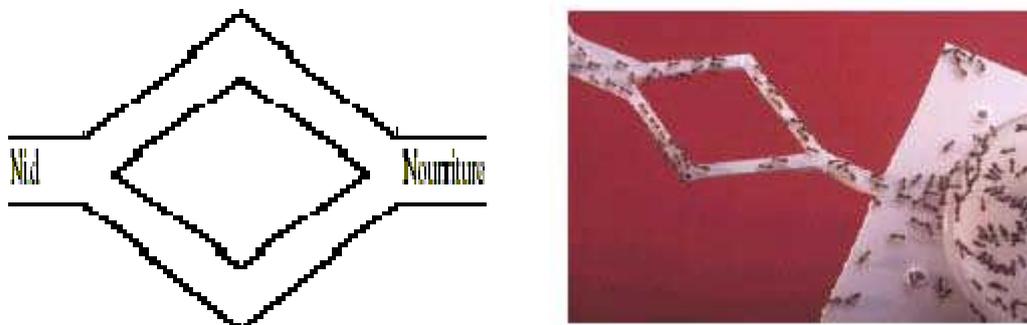


Figure I. 3 Pont binaire de Deneubourg

I.3.2.2.2 Le pont avec obstacle :

Ce qui est aperçu dans ce cas, les fourmis dans un premier temps parcourent les deux côtés de l'obstacle avec **une même probabilité** puis par le temps, toutes les fourmis prennent les chemins la plus courts. La raison est que le nombre des **vas et vient** que font les fourmis qui empruntaient le court chemin est plus important que les autres, chose qui fait que la quantité de **la phéromone** déposée par les premières est très importante par rapport aux autres. Ce déséquilibre de quantité de la phéromone déposée a fait que la deuxième catégorie des fourmis est incitée pour suivre le chemin de la première catégorie.

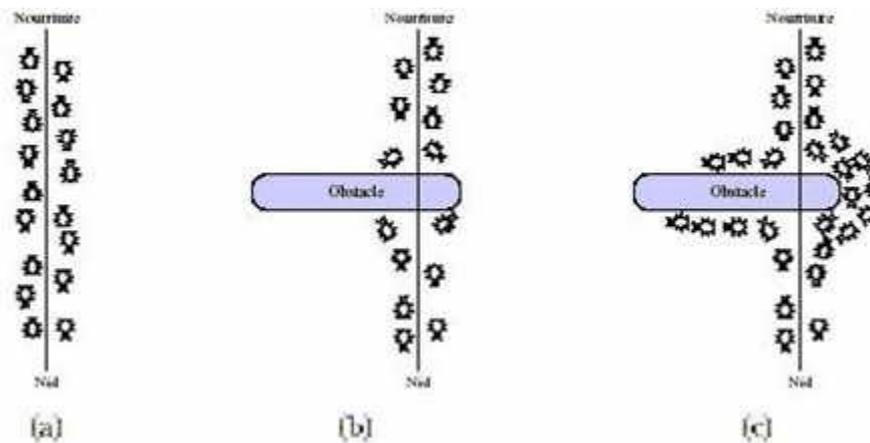


Figure I. 4 Pont avec obstacle

I.3.2.2.3 Le pont binaire à longueurs inégales :

Dans cette expérience les chercheurs ont fait la remarque que les fourmis empruntent le plus court chemin et la quantité de la phéromone déposée sur ce chemin est importante.

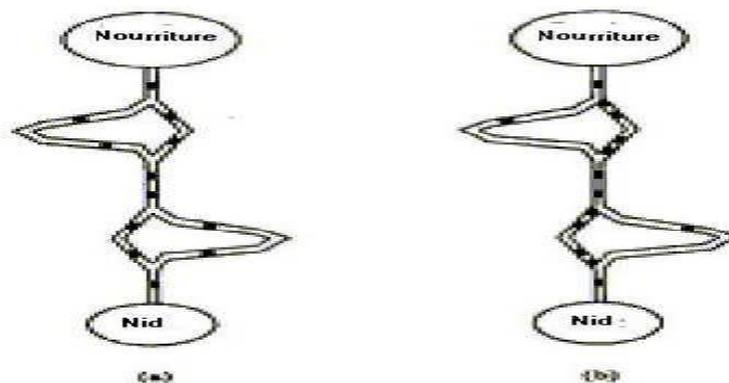


Figure I. 5 Pont binaire à branches avec longueurs différentes

I.3.2.2.4 Des fourmis artificielles pour l'optimisation combinatoire :

Du fait que les fourmis arrivent toujours à résoudre les multiples problèmes liés à leur survie, leur comportement a été simulé et transposé pour la résolution des divers problèmes d'optimisation combinatoire. Les premiers travaux faits dans ce sens sont ceux de *Dorigo* et ses collègues qui ont appliqué le comportement collectif de fourrageage observé chez les fourmis réelles pour traiter le problème du voyageur du commerce (*Coloni, 1991*).

I.3.2.2.5 Les fourmis artificielles

Une fourmi artificielle est une entité simple dotée d'un comportement similaire ou étendu à celui de la fourmi réelle. Ce comportement doit être élémentaire et restreint, donc facile à programmer. A l'intérieur d'une colonie, les fourmis sont concurrentes et asynchrones, elles coopèrent inconsciemment ensemble pour la résolution du problème considéré. Les fourmis artificielles communiquent entre elles indirectement par fourrageage via des modifications de leur environnement, par exemple par dépôt de traces de phéromone artificielle qui représente la mémoire collective de la colonie. Elles sont enrichies des contraintes et des comportements

qu'on ne trouve pas dans leurs congénères réelles mais qui sont spécifiques au problème qu'elles résolvent.

I.3.2.3 Les algorithmes des fourmis artificielles

I.3.2.3.1 Algorithme Ant System (AS) :

L'algorithme **AS** fut le premier algorithme de fourmis apparu. *Dorigo*(1996) l'a appliqué pour la résolution du **Problème du Voyageur du Commerce « PVC »**.

Le problème du voyageur de commerce est de trouver le chemin le plus court pour visiter une et une seule fois chacune des *n* villes dans lesquelles il doit se rendre. L'espace de recherche est donc l'ensemble des combinaisons possible des *n* villes.

Le problème du voyageur de commerce est modélisé par un graphe $G(E, A)$ où *E* est l'ensemble des nœuds représentant les villes à visiter, *A* est l'ensemble des arêtes représentant des chemins existants entre ces villes. Chaque arête est étiquetée par la distance qui sépare les deux villes.

I.3.2.3.2 Déroulement de l'algorithme :

Initialement *m* fourmis sont placées sur les nœuds du graphe aléatoirement. Puis chaque fourmi se déplace du nœud *i* au nœud *j* en parcourant les arêtes du graphe sachant que ce chemin dépend de la liste des villes déjà visitées. Cette liste représente la mémoire de la fourmi. Ce déplacement de chaque fourmi est d'une probabilité *P* qui est fonction de la distance reliant les villes et de la quantité de la phéromone présente sur l'arête du graphe.

L'algorithme **AS** est constitué d'un nombre d'itérations appelé **cycle**. Pour chaque cycle, chaque fourmi *k* (*k* = 1 ... *m*) parcourt le graphe en se déplaçant du nœud *i* au nœud *j* qui sont choisis aléatoirement avec une probabilité **P** à l'itération *t* donnée par l'équation suivante:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{(\tau_{ij}^k)^\alpha \cdot (\mu_{ij}^k)^\beta}{\sum_{i \in J_i^k} (\tau_{ij}^k)^\alpha \cdot (\mu_{ij}^k)^\beta} & \text{si } j \in J_i^k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \dots \dots \dots (I.3)$$

$\mu_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$ L'inverse de la distance entre les villes, appelée **visibilité**. Cette information statique est utilisée pour diriger le choix des fourmis vers des villes proches.

J_i^k : La liste des villes déjà visitées par la fourmi *k* placée sur la ville *i*. Cette mémoire joue un double rôle : empêcher la fourmi de retourner sur des villes déjà visitées et la sauvegarde des chemins parcourus.

τ_{ij} : La quantité de la phéromone présente sur l'arête *ij*. Cette information dynamique représente la désirabilité acquise de sélectionner *j* comme destination de *i*.

α et β sont des constantes qui servent à régler l'importance relative que l'on donne à l'heuristique et à la phéromone. Si seul la visibilité de la ville qui est prise en compte, $\alpha = 0$ et

la ville la proche est choisie à chaque déplacement. Si seul la trace du la phéromone qui est prise en compte, β prend la valeur **0**.

Après n itérations, après avoir construit un chemin complet, chacune des fourmis calcule la longueur totale parcourue L_{total}^k somme des distances d'une ville à l'autre. La quantité de la phéromone est mise à jour :

$$\tau_{ij}^{t+1} = \tau_{ij} \cdot (1 - \rho) + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t) \dots \dots \dots (I.4)$$

Avec :

ρ : Un coefficient d'évaporation des traces de la phéromone déposée sur les arêtes ;

$\Delta\tau_{ij}^k$ Le cumule de la phéromone que chaque fourmi sur son chemin entre l'itération t et $t + 1$. Cette quantité est inversement proportionnelle à la longueur du chemin suivis. Elle est déterminée par la formule suivante :

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \text{si } ij \in T^k(t) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \dots \dots \dots (I.5)$$

$T^k(t)$: le trajet effectué par la fourmi k à l'itération t

Q : Paramètre constant

Le procédé est donc recommencé jusqu'à ce que l'on obtienne une solution optimale ou jugée acceptable.

Le comportement de l'algorithme **AS** pour le **PVC** est le suivant :

```

%*****
Pour t = 1,..., tmax
Pour chaque fourmi k = 1,..., m
Choisir une ville au hasard
Pour chaque ville non visitée i
choisir un ville j, dans la liste J(i,k) des villes
restantes, selon la formule (3) ;
Fin pour
Déposer une piste delta (k,ij,t) sur le trajet T(k,t) selon
l'équation (2)
Fin pour
Evaporer les pistes selon la formule (3)
Fin pour.
%*****

```

d. Analogie comportement des fourmis/Problème d'optimisation :

Dans l'optimisation par les colonies de fourmis, **le voisinage du nid des fourmis** est associé à l'espace des solutions ; Chaque solution est une **source de nourriture** dont la qualité est fournie par une fonction objectif. **Chaque fourmi** présente un processus stochastique de construction de solution itératif. La construction est biaisée par **une phéromone** et une heuristique propre au problème à résoudre. Les traces de phéromones sont la mémoire des fourmis sur les éléments de la solution et sont régulièrement mises à jour par le processus de construction en fonction de la qualité de la solution et par un mécanisme simulant l'évaporation de la phéromone.

e. Domaines d'application :

Par leurs performances lors de leurs applications pour la résolution du **PVC**, les algorithmes **AS** ont connu une large gamme d'applications, citons à titre d'exemples : les réseaux de communication (*Di Caro, 1998*), le problème de routage (*Bullnheimer, 1997*), l'optimisation de site d'enseignement en ligne (notion de « *E – Learning* » (*Semet, 2003*) et le problème de coloration de graphe (*Costa, 1997*)).

I.3.3 Les algorithmes génétiques :

Les *Algorithmes Génétiques* connues aussi sous le nom : *Algorithmes révolutionnaires*, appartiennent à la famille *des métaheuristiques* qui sont plus utilisés de nos jours et qui ont pour objectif la résolution des problèmes d'optimisation plus complexes en un temps plus raisonnable et en qui les méthodes d'optimisation anciennes telle que les méthodes déterministes ont révélées des nuances en résultat qui s'éloignent généralement de l'optimum global recherché ou en temps d'exécution qui est énormément grand.

Ces algorithmes se basent sur la théorie d'évolution naturelle en **Charles DARWIN, 1859** et des travaux **de Mendel en 1865**.

Les premiers travaux sur les algorithmes génétiques ont été initialement développés par **John Holland (1975)** qui a développé les principes fondamentaux des algorithmes génétiques dans le cadre de l'optimisation mathématique.

I.3.3.1 HISTORIQUE:

Dans son livre « De l'origine des espèces par voie de sélection naturelle », *Charles Darwin* développa les premiers principes de la théorie de l'évolution. D'après lui, l'évolution des systèmes vivants au cours des générations s'opère en deux étapes importantes: la **sélection** et la **reproduction**.

Ces deux principes sont définis comme suit :

a. La sélection naturelle est un opérateur au niveau des populations qui mène à la mort sélective des plus faibles et la survie des individus les mieux adaptés à leur environnement.

b. La reproduction est un opérateur de modification successive aux individus de la population par mutation et recombinaison, chose qui entraîne une grande diversité entre deux populations d'une même espèce.

D'autre part, le fondateur de la génétique **John Mendel (1865)** expliqua les lois de transmission des caractères à travers des générations dans le cadre d'une reproduction. Ces caractères héréditaires codés dans des **gènes** sont localisés dans le **génome** qui est le patrimoine génétique de chaque **individu**. La combinaison de deux **parents** du génome par des mécanismes de *croisement* et de *mutation* fait engendrer deux **enfants** « individus » distincts possédant des traits propres à chaque parent.

Ainsi, ces deux théories ont aidé les chercheurs à s'ouvrir vers une nouvelle interprétation des problèmes d'optimisation et une nouvelle approche de résolution selon un certain nombre de conditions (qui sont développées ci-dessous) et étapes pour y aboutir.

c. Etapes d'utilisation des algorithmes génétiques :

Génération de la population initiale

Codage des éléments de la population initiale

Avoir une fonction à optimiser (fonction objectif)

Calculer le fitness-cost

Opérateurs de diversification et d'exploration de la population

Paramètres de dimensionnement

I.3.3.2 Définitions :

I.3.3.2.1 Génération de la population initiale : (espace de recherche)

Le choix de la population initiale est très important du fait qu'il peut rendre plus au moins rapide la convergence vers l'optimum global. Dans le cas où l'on ne connaît rien sur le problème à résoudre, il est essentiel de répartir la population initiale sur tout le domaine de recherche.

En général, la fonction objectif peut déterminer l'élan de l'espace de recherche ainsi de la population initiale.

I.3.3.2.2 Codage des éléments de la population initiale :

Cette étape vient juste après la formulation mathématique du problème à optimiser et elle associe à chaque solution de l'espace de recherche une structure de données.

Il existe différents types de de codage d'élément :

Codage binaire

Codage réel

Il est très important d'indiquer que le type de codage dépend du problème à résoudre et influe largement sur la convergence de l'algorithme

I.3.3.2.3 La fonction objectif:

représente la fonction à optimiser et elle est aussi dite la fonction objective. Elle peut être appelée une fonction d'évaluation, elle attribue pour chaque individu de l'espace de recherche une valeur nommé «*le fitness cost* » et c'est un paramètre d'une grande ampleur lors de l'apprentissage porté sur chaque individu.

I.3.3.2.4 Opérateurs de diversification et d'exploration de la population:

Au cours des générations, l'opérateur *croisement* permet la recombinaison des gènes des individus existants dans la population et l'opérateur *mutation* garantit l'exploration de l'espace d'état, et ça permet pour l'information d'être partagée entre les individus.

I.3.3.2.5 Des paramètres de dimensionnement

Ces paramètres sont :

La taille de la population,

le nombre total des itérations « **générations** » ou critère d'arrêt

la probabilité d'application des opérateurs de croisement et de mutation

Dans le cas où des informations sur le problème sont à priori disponibles, il convient de générer les individus dans un sous-domaine particulier dans le but d'accélérer la convergence.

Dans l'hypothèse où la gestion des contraintes ne peut se faire directement, les contraintes sont généralement incluses sous forme *de pénalités*. Il est clair qu'il vaut mieux, lorsque c'est possible, ne générer que des éléments de population respectant les contraintes.

(*Jean_Marc, 2005*).

I.3.3.2.6 La fonction « fitness » et gestion des contraintes :

Chaque individu de la population doit être évalué par une fonction fitness qui mesure son degré d'adaptation à l'objectif visé. Un individu qui viole une contrainte aura une probabilité forte d'être éliminé par le processus de sélection mais du fait qu'on peut générer des éléments admissibles de bonne qualité avec lui, il est intéressant, tout en le pénalisant, de le conserver.

Disposant d'une population d'individus non homogène, la diversité de la population doit être entretenue au cours des générations afin de parcourir le plus largement possible l'espace d'état. C'est le rôle des opérateurs de croisement et de mutation.

I.3.3.2.7 . Opérateurs de diversification et d'exploration de la population.

I.3.3.2.7.1 La sélection :

Cet opérateur est peut-être le plus important puisqu'il permet aux individus d'une population de survivre, de se reproduire ou de mourir. La sélection favorise la survie des individus les plus performants et la transmission de leurs caractéristiques à la génération suivante. En règle générale, la probabilité de survie d'un individu sera directement reliée à son efficacité relative au sein de la population.

La sélection peut se faire selon plusieurs procédures, les plus couramment utilisées sont :

La sélection par la roue de la fortune.

La sélection par tournoi.

La méthode élitiste.

I.3.3.2.7.2 Les opérateurs de croisement et de mutation :

Le croisement et la mutation sont des opérateurs de reproduction qui agissent sur un ou plusieurs chromosomes issus de la phase de sélection en fonction d'une certaine probabilité.

I.3.3.2.7.3 L'opérateur de croisement :

Le croisement permet le brassage du patrimoine génétique présent dans la population en produisant de nouveaux chromosomes « *enfants* » à partir de chromosomes parents avec une probabilité de croisement P . Ainsi, Cet opérateur permet d'enrichir la diversité de la population en manipulant la structure des chromosomes. Initialement, les chromosomes de codage en chaîne de bits subissent un croisement à découpage de chromosomes « **slicing crossover** ». Sur deux chromosomes, pères, de M gènes on tire aléatoirement une position de chacun des parents puis en fait un échange des sous-chaînes terminales de ces parents, ce qui génère deux enfants. Ce type de croisement à découpage de chromosomes peut être étendu en choisissant plusieurs positions de croisement où s'effectue le changement d'information ou de gène.

I.3.3.2.7.4 L'opérateur de mutation :

L'opérateur de mutation agit sur un seul chromosome choisi avec une probabilité P_m , chose qui permet aux algorithmes génétiques de créer une diversité dans la population afin d'éviter une convergence prématurée. Cette propriété est une indication que l'Algorithme génétique est susceptible d'atteindre tous les points de l'état, sans les parcourir tous dans le processus de résolution. Pour les problèmes discrets, l'opérateur de mutation consiste généralement à tirer de façon aléatoire un gène dans le chromosome et le remplacer par une valeur qui elle-même est aléatoire. Aussi, contrairement à l'opérateur de croisement, si tous les chromosomes d'une population convergent vers un **0** à un emplacement donné, dans le cas où le codage est en binaire, l'opérateur de croisement ne pourra pas faire apparaître le **1**, par contre il est possible que l'opérateur de mutation le fasse. Un exemple d'un chromosome muté est représenté dans la figure ci-dessous.

Organigramme des algorithmes génétiques :

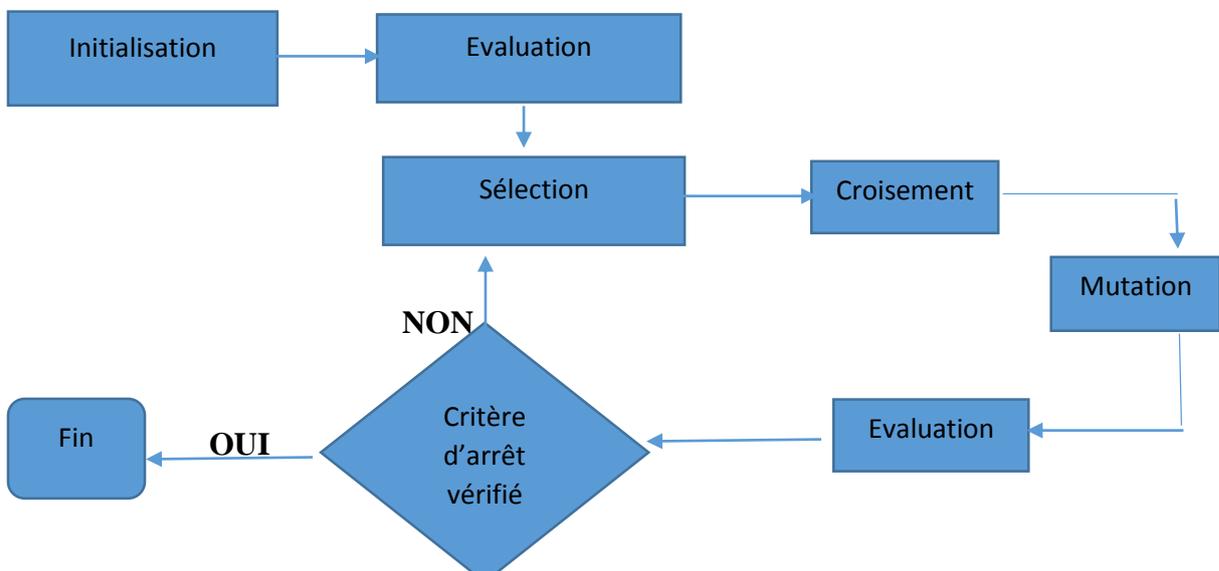


Figure I. 6 Organigramme des algorithmes génétiques

CHAPITRE II



CHAPITRE II : LE SHUFFLED COMPLEX EVOLUTION

II. Le shuffled complex evolution :

Le degré de difficulté des problèmes d'optimisation globale dépend en générale de la dimension du problème et de quelques caractéristiques de la fonction objective.

Ces caractéristiques jouent un rôle important. Pour ceci on a développé un programme représentant une stratégie d'optimisation nommé « Le Shuffled Complex Evolution » qui est connu pour être robuste et solide. Cet algorithme a été développé et proposé par **Duan et al en 1992**

Ce programme est basé sur quatre concepts connu dans le domaine d'optimisation :

A -combinaison entre une approche probabiliste et une approche déterministe.

B - groupement

C - une évolution systématique de tous les points balayant l'espace de recherche dans la direction de l'optimum global.

d- une évolution compétitive.

En général, les caractéristiques de la fonction objective qui pourront rendre le problème d'optimisation plus difficile sont les suivantes :

1. la possibilité d'avoir plusieurs zones d'attraction pour lesquels la résolution pourra converger
2. chaque zone pourra contenir des optimums qui ont des distances assez importantes par rapport à l'optimum global.
3. la fonction objective peut ne pas être lisse sur toutes les zones de recherches (elle peut être discontinue).
4. la zone de l'optimum global peut ne pas être convexe.

Un problème d'optimisation contenant toutes ces caractéristiques peut avoir un degré de difficulté très important.

Le SCE est basé sur le contexte de contenir toutes ces caractéristiques :

Tout en combinant une approche probabiliste et une autre déterministe

Le concept de regroupement

La compétition compétitive

II.1 Les étapes du Shuffled Complex Evolution :

Les étapes de cet algorithme sont développées ci-dessous

Etape 0 : initialiser les paramètres p, m et n tel qu'ils sont définis :

n : les nombre de variables ou d'inconnus

p : le nombre de complexes $p \geq 1$

m : le nombre d'individus dans chaque complexe $m \geq n + 1$

$s = p * m$ présente la taille de la population des solutions initiale ou de départ.

Etape 1: générer une population de s individus x_1, \dots, x_s

Calculer la valeur de la fonction objective de chaque individu x_i .

Etape 2 : ranger et classer les s individu par ordre croissant selon la valeur de la fonction objective de chaque individu. Stocker les individus et les valeurs de la fonction objective correspondante dans une matrice $D = \{x_i, f_i, i = 1 \dots s\}$. tel que le point $i = 1$ représente l'individu avec la plus petite valeur.

Etape 3: la répartition en complexes.

On fait diviser D en p complexes contenant m individus pour chaque complexe tel que :

$$A^k = \{x_j^k, f_j^k; x_j^k = x_{k+p(j-1)}; j = 1 \dots m\}$$

Etape 4: Faire entrer chaque complexes dans l'évolution compétitive des complexes (CCE)

Etape 5: On remplace les complexes $A^1 \dots A^p$ dans la matrice D dans l'ordre croissant.

Etape 6: La vérification du critère d'arrêt, si le critère d'arrêt est satisfait on met « **Stop** ».

Sinon on retourne à l'étape 3.

II.1.1 L'évolution compétitive des complexes exigée pour l'évolution de chaque complexe au niveau de l'étape 4 est représentée ci-dessous.

Cet algorithme est composé de sept étapes :

Etape 0 : Initialisation

On sélectionne q, α et β avec: $2 \leq q \leq m, \alpha \geq 1$ et $\beta \geq 1$

Etape 1 : attribution des poids

On attribue une distribution triangulaire des probabilités à chaque complexe $A^k, k = 1 \dots p$

$$P_i = 2 * \frac{m + 1 - i}{m * (m + 1)} \quad i = 1 \dots m; \dots \dots \dots (II.1)$$

Le point x_1^k a la plus grande probabilité avec une valeur de : $P_1 = \frac{2}{m+1} \dots \dots \dots (II.2)$

Et le point x_m^k a la plus petite probabilité avec une valeur de: $P_m = \frac{1}{m(m+1)} \dots \dots \dots (II.3)$

Etape 2 : la sélection des parents

On sélectionne aléatoirement q points différents de $u_1 \dots \dots \dots u_q$ de A^k selon la distribution des probabilités spécifiée ci-dessus (les q points représente un subcomplexe).

On entrepose les q points dans une matrice $B = \{u_i ; v_i \ i = 1 \dots \dots \dots q\}$ avec v_i est la valeur de la fonction objectif associée à l'individu u_i . Stocker en L les locations des individus de A^k qui sont utilisés pour construire B

Etape 3 : générer des enfants

- a. Classer B et L d'une manière que les q points sont classés avec un ordre croissant selon la valeur de la fonction objectif de chaque individu et calculer le centroid g en utilisant l'expression $g = (\frac{1}{q-1}) \sum_{j=1}^{q-1} u_j \dots \dots \dots (II.3)$
- b. Calculer un nouvel individu $r = 2g - u_q$ (*l'étape de réflexion*)
- c. Si $r \in \delta$ (l'espace de solution initiale), on calcule sa valeur de la fonction objectif puis passer à *l'étape d*. sinon on génère un individu aléatoire z et on calcule la valeur de f_z

On pose $r = z$ et $f_r = f_z$ (*l'étape de la mutation*).

- d. Si $f_r < f_q$, on remplace u_r par r et aller à l'étape (f), sinon on calcule $c = \frac{g+u_q}{2}$ et f_q (*l'étape de contraction*).
- e. Si $f_c < f_q$ on remplace u_q par c puis passer à l'étape f, sinon on génère aléatoirement z et on remplace u_q par z et *par* f_z .
- f. On répète (a) à travers (e) un nombre de fois qui vaut $\alpha, \alpha > 1$.

Etape 4 : Remplacer les parents par les enfants

On remplace B dans A^k en utilisant les emplacements originaux garder en L puis classer A^k dans le sens croissant des valeurs de la fonction objectif.

Etape 5 : itérations

Faire répéter l'étape (1) à travers (4) β fois tel que $\beta > 1$ est un paramètre qui désigne le nombre d'enfants qui vont être générés.

La philosophie derrière l'algorithme du **SCE** est de traiter la recherche de l'optimum global tel qu'un processus d'évolution naturelle.

L'espace de recherche (*les s points*) constituent une population qui est divisée en communautés (*complexes*), après un certain nombre d'itération de nouvelles communautés seront formées à travers un processus de réorganisation qui met en valeur la survie des individus en partageant l'information gagnée par chaque complexe ou chaque communauté

Chaque membre d'une communauté (*complexe*) est un parent avec un potentiel de reproduction. Les *subcomplexes* sélectionnés de chaque complexe sont comme une paire de parents à l'exception que le nombre d'individus de chaque *subcomplexe* est supérieur à 2.

Pour assurer que l'évolution du processus est compétitive les probabilités des parents qui participeront à la génération des enfants sont assurées les plus grandes avec le calcul des probabilités. Cette stratégie utilise l'information contenue dans le *subcomplexe* pour diriger l'évolution dans une direction d'amélioration. En plus les enfants sont introduits dans des locations aléatoires dans l'espace de recherche avec quelques conditions pour assurer que le processus d'évolution ne sera pas piégé dans certaines régions seulement. Aussi, chaque *mutation* contribue à augmenter la quantité d'information au niveau de l'espace de recherche.

Enfin, chaque *enfant* remplace le mauvais individu (qui contient la plus petite probabilité) dans le présent *subcomplexe*, ceci assure que chaque parent a une chance de contribuer à la reproduction avant d'être remplacé ou écarté, ainsi toutes les *informations* contenues dans l'espace de recherche sont exploitées.

Pour récapituler le **SCE** est utilisée pour améliorer d'une bonne manière les méthodes d'optimisation en fusionnant dedans des concepts robustes *d'évolution compétitive* et le *regroupement des complexes*. Ensemble, l'évolution compétitive et le regroupement des complexes assurent que toutes l'information existante dans l'espace de recherche soit exploitée ceci permet une convergence rapide vers *l'optimum global*.

II.2 L'organigramme du SCE :

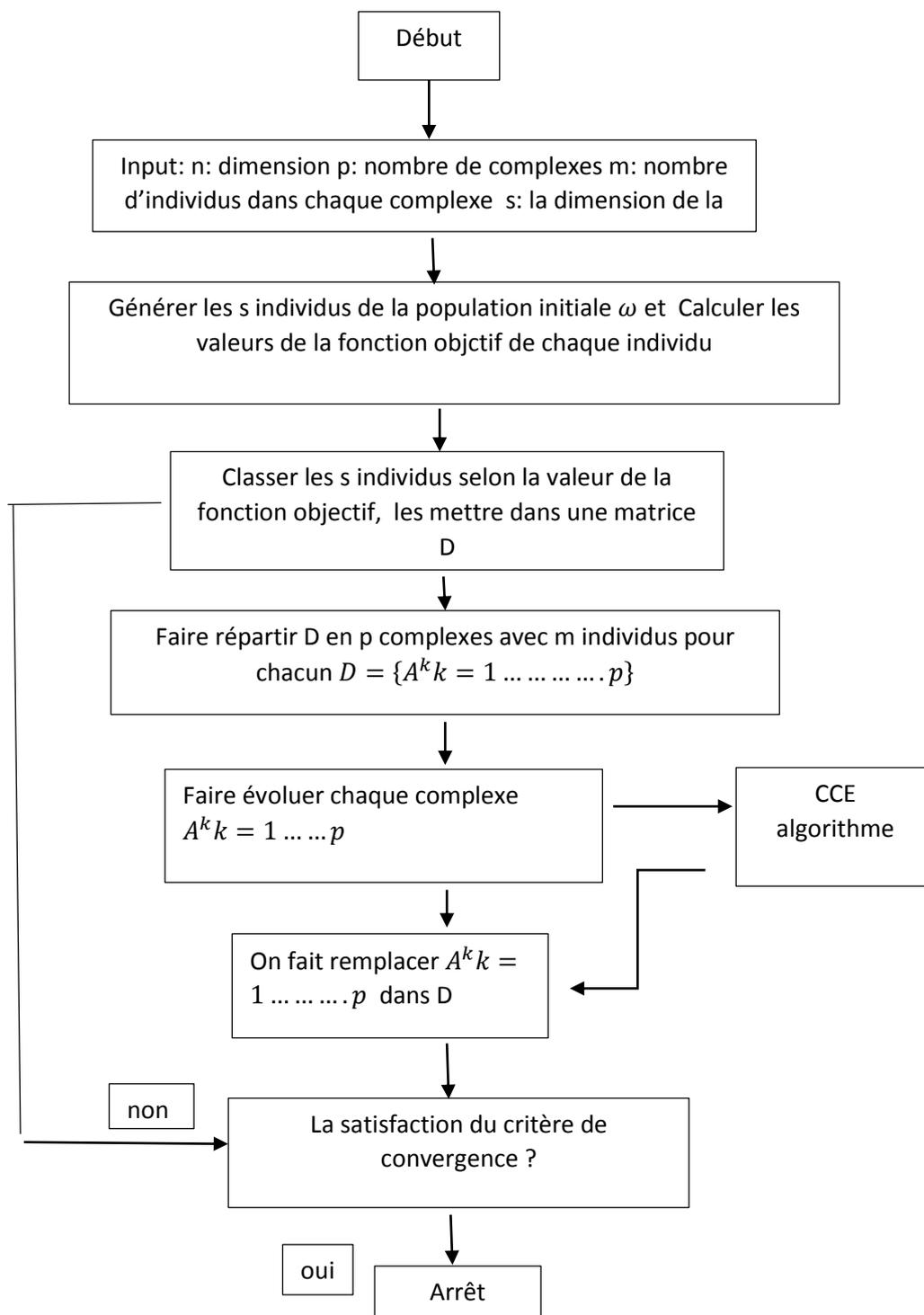


Figure II. 1 Organigramme du SCE

II.3 Organigramme du CCE :

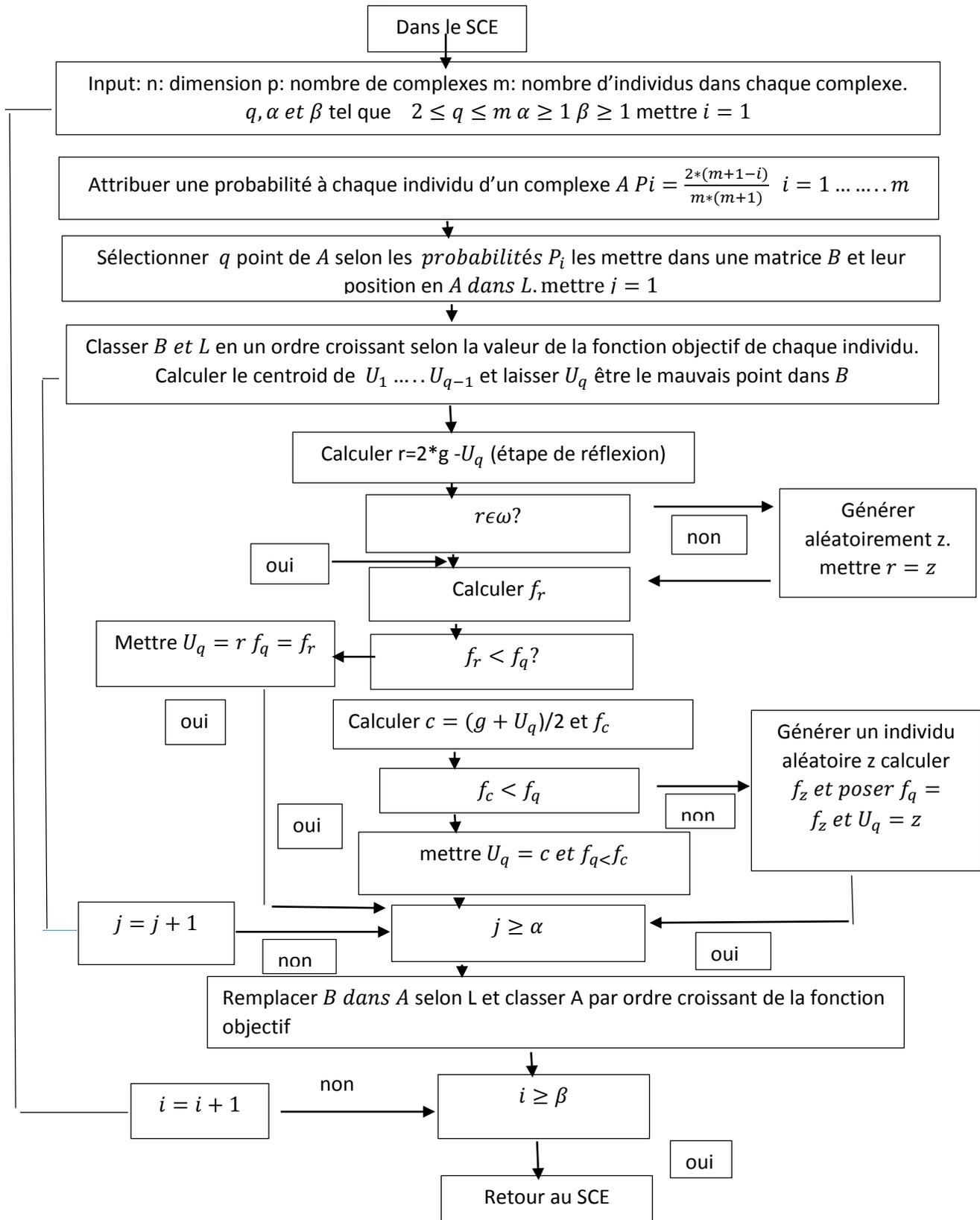


Figure II.2 Organigramme du CCE

II.4 Exemple d'application du shuffled complexe evolution sur une fonction mathématique :

Cet exemple représente en détail les différentes étapes des algorithmes (SCE et CCE) appliqués sur une fonction mathématique simple représentée f sur un domaine appartenant à R . Le but est de minimiser la fonction f sur le domaine $K \in R$.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $K = [1 \ 5]$ tel que $f(x) = 2 * x - 0.5 \dots \dots \dots (II.4)$

Alors on entame le SCE par le fait de générer les paramètres n, p et m :

Tableau II. 1 Paramètres de SCE

paramètre	n	p	m
Valeur	1	2	4

n : nombre de variables ou d'inconnus

p : le nombre de complexe

m : le nombre d'individu dans chaque complexe

Ce qui nous donnera la taille de la population initiale $s : s = p * m = 2 * 4 = 8$

Nous avons 8 individus générés aléatoirement sur l'intervalle $[1 \ 5]$

Ci-dessous un tableau représentant les s individus et les valeurs selon la fonction objectif

Tableau II. 2 Valeurs de la fonction objectif

individu x	3.17	4.38	3.81	1.86	4.89	4.45	2.76	1.62
$f(x)$	5.84	8.26	7.12	3.22	9.28	8.40	5.02	2.74

La deuxième étape est de classer les individus par ordre croissant les valeurs de la fonction objectif :

Tableau II. 3 Classement de la population initiale selon un ordre croissant

individu x	1.62	1.86	2.76	3.17	3.81	4.38	4.45	4.89
$f(x)$	2.74	3.22	5.02	5.84	7.12	8.26	8.4	9.28

On fait répartir les s individus en p complexe ($p = 2$) selon la répartition :

$$A^k = \{x_j^k, f_j^k; x_j^k = x_{k+p(j-1)}; j = 1 \dots m\} \quad k = 1; p$$

Nous avons $m = 4$

pour $k = 1$

$$A^1 = \{x_j^1, f_j^1; x_j^1 = x_{1+2(j-1)}; j = 1 \dots m\}$$

For $j = 1:4$

$$x_j = x_{1+2(j-1)}$$

End

For $j = 1$

$$x_1 = x_{1+2(1-1)} = x_1 = 1.62$$

For $j = 2$

$$x_2 = x_{1+2(2-1)} = x_3 = 2.76$$

For $j = 3$

$$x_3 = x_{1+2(3-1)} = x_5 = 3.81$$

For $j = 4$

$$x_4 = x_{1+2(4-1)} = x_7 = 4.45$$

End

Pour $k = 2$

$$A^2 = \{x_j^2, f_j^2; x_j^2 = x_{2+2(j-1)}; j = 1 \dots m\}$$

For $j = 1$

$$x_1 = x_{2+2(1-1)} = x_2 = 1.86$$

For $j = 2$

$$x_2 = x_{2+2(2-1)} = x_4 = 3.17$$

For $j = 3$

$$x_3 = x_{2+2(3-1)} = x_6 = 4.38$$

For $j = 4$

$$x_4 = x_{2+2(4-1)} = x_8 = 4.89$$

End

Ci-dessous deux tableaux représentatifs des deux complexes A^1 et A^2 contenant m individus de la population initiale respectivement avec classement croissant selon les valeurs la fonction objectif :

Tableau II. 4 Complexes A^1

<i>individu de A^1</i>	1.62	2.76	3.81	4.45
<i>f(x)</i>	2.74	5.02	7.12	8.4

Tableau II. 5 Complexe A^2

<i>individu de A^2</i>	1.86	3.17	4.38	4.89
<i>f(x)</i>	3.22	5.84	8.26	9.28

Remarque : de ces deux tableaux, on remarque que le partage d'information est équitable entre les deux complexes d'une manière à ce que ces deux groupes ont eu un mélange d'individus à faible fitness et d'autres à grands fitness et aucun des deux n'a fait en sorte de s'accaparer l'information à lui tout seul.

Après que les complexes soient formés, on entame la phase du CCE où chaque complexe entrera dans une compétition interne.

On sélectionne q, α et β :

q : le nombre de point dans chaque sub – complexe $2 \leq q \leq m$

α : le nombre d'enfant généré par chaque sub – compexe

β : le nombre d'étapes d'évolution pour chaque complexe

En utilisant la fonction prédéfinie *randi* (*random integer*) sur le logiciel (MATLAB) on a eu :

$$q = 4$$

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 1$$

for k = 1

(Ce qui veut dire qu'on traite le premier complexe)

On attribue une probabilité à chaque individu du complexe A^1 suivant la formule:

$$P_i = \frac{2 * (m + 1 - i)}{m * (m + 1)} \quad i = 1 \dots \dots \dots m$$

Or

$$P_i = \frac{2 * (4 + 1 - i)}{4 * (4 + 1)} \quad i = 1 \dots \dots \dots m$$

Tableau II. 6 Attribution des probabilités pour chaque individu du complexe A¹

<i>i</i>	1	2	3	4
<i>individu</i>	1.62	2.76	3.81	4.45
<i>f(x)</i>	2.74	5.02	7.12	8.4
<i>probabilité</i>	0.5	0.3	0.2	0.1

Remarque : on remarque que la somme des probabilités $\sum_{i=1}^m P_i = 1$

Le **sub – complexe** du premier complexe A¹ est le complexe tout en entier car $q = 4$.

On calcule le **centroid** $g = \frac{1}{q-1} * \sum_{j=1}^{q-1} U_j$ *U_j*: sont les composantes de B

Tableau II. 7 Attribution des emplacements de chaque individu du sub-complexe du complexe A¹

<i>individu</i>	1.62	2.76	3.81	4.45
<i>f(x)</i>	2.74	5.02	7.12	8.4
<i>L</i>	1	2	3	4

Donc :

$$g = \frac{1}{q-1} * \sum_{j=1}^{q-1} U_j = \frac{1}{3} * \sum_{j=1}^3 U_j = \frac{1}{3} * (1.62 + 2.76 + 3.81) = 2.73$$

$$g = 2.73$$

Remarque : lors de cette étape on remarque que: *g* a accaparé les informations qui existent

Chez les individus $U_1 \dots \dots \dots U_{q-1}$

On calcule le nouveau point *r* :

$$r = 2 * g - U_q = 2 * 2.73 - 4.45 = 1.01$$

On voit bien que *n'* appartient pas à la population initiale donc on doit passer à l'étape suivante et générer un individu aléatoire *z* (via MATLAB) :

$$z = 1.26$$

On calcule $f(z)$:

$$f(z) = 2 * 1.26 - 0.5 = 2.02$$

On passe à l'étape de *mutation* :

$$\begin{cases} r = z = 1.26 \\ f(r) = f(z) = 2.02 \end{cases}$$

On compare f_r et f_q :

On a :

$$f_q = 8.4$$

Ce qui veut dire que :

$$f_r < f_q$$

Donc on pose:

$$\begin{cases} U_q = r \\ f_q = f_r \end{cases}$$

Maintenant on répète l'opération (a) à travers (e) α fois

Ici nous avons $\alpha = 1$ donc l'opération s'arrête ici à chaque **complexe**

Au final pour ce complexe nous aurons un complexe A^1 différent de la phase initiale :

Tableau II. 8 Individus trouvés après le CCE

<i>individu x</i>	1.62	2.76	3.81	1.26
<i>f(x)</i>	2.74	5.02	7.12	2.02
<i>L</i>	1	2	3	4

Ici on répète l'opération (a) une seule fois à travers (e), ce qui donnera :

Tableau II. 9 Classement des nouveaux individus dans le complexe A^1

<i>individu x</i>	1.26	1.62	2.76	3.81
<i>f(x)</i>	2.02	2.74	5.02	7.12
<i>L</i>	4	1	2	3

Donc le complexe A^1 devient :

Tableau II. 10 Nouveau complexe A^1

<i>individu x</i>	1.26	1.62	2.76	3.81
<i>f(x)</i>	2.02	2.74	5.02	7.12

Maintenant on fait le même travail pour A^2 :

Nous avons A^2 :

Tableau II. 11 Complexe A^2

<i>individu de A^2</i>	1.86	3.17	4.38	4.89
<i>f(x)</i>	3.22	5.84	8.26	9.28
<i>Probabilité P_i</i>	0.5	0.3	0.2	0.1

On a $q = 4$ donc le sub-complexe B est :

Tableau II. 12 Sub-complexe de A^2

<i>individu x</i>	1.86	3.17	4.38	4.89
<i>f(x)</i>	3.22	5.84	8.26	9.28
<i>L</i>	1	2	3	4

On calcule le **centroid** g_2 du deuxième complexe :

$$g = \frac{1}{q-1} * \sum_{j=1}^{q-1} U_j$$

$$g = \frac{1}{3} * (1.86 + 3.17 + 4.38) = 3.13$$

L'étape de réflexion :

$$r = 2 * g - U_q = 2 * 3.13 - 4.89 = 1.37$$

On voit bien que r n'appartient pas à la population initiale donc on doit générer un individu aléatoire z (étape de mutation) :

En utilisant (MATLAB) on a eu :

$$z = 1.57$$

On calcule f_z :

$$f_z = 2 * 1.57 - 0.5 = 2.64$$

Etape de mutation :

On pose :

$$\begin{cases} r = z = 1.57 \\ f_r = f_z = 2.64 \end{cases}$$

On compare f_r et f_q :

On a

$$f_q = 9.28$$

On voit que :

$$f_r < f_q$$

Donc :

On remplace :

$$\begin{cases} U_q = r = 1.57 \\ f_q = f_r = 2.64 \end{cases}$$

Ce qui nous donnera :

Tableau II. 13 Nouveaux individus du complexe A^2 après le CCE

<i>individu x</i>	1.86	3.17	4.38	1.57
<i>f(x)</i>	3.22	5.84	8.26	2.64
<i>L</i>	1	2	3	4

On répète l'opération (a) à travers ce complexe une seule fois ce qui donnera :

Tableau II. 14 Nouveau complexe A^2

<i>individu x</i>	1.57	1.86	3.17	4.38
<i>f(x)</i>	2.64	3.22	5.84	8.26
<i>L</i>	4	1	2	3

A cette phase et du moment que nous avons $\beta = 1$ donc les opérations du (CCE) se termine et on doit retourner au (SCE) :

Maintenant on doit remplacer les complexes $A^1 A^2$:

For $k = 1 : p$

for $j = 1 : m$

$$x(k + p(j - 1)) = x_j^k$$

End

End

Donc la nouvelle population initiale est :

Tableau II. 15 Nouvelle population issue du SCE avec un nouvel optimum

<i>Individu</i>	1.26	1.57	1.62	1.86	2.76	3.17	3.81	4.38
<i>f(x)</i>	2.02	2.64	2.74	3.22	5.02	5.84	7.12	8.26

On remarque bien que le résultat s'est amélioré à la fin des itérations or il était :

$$\mathbf{x = 1.62 \text{ avec } f(x) = 2.74}$$

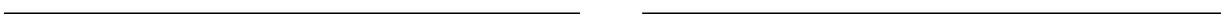
Et il est devenu :

$$\mathbf{x = 1.26 \text{ avec } f(x) = 2.02}$$

Au fil des itérations on remarque bien que la solution x s'approche de l'optimum global qui est :

$$\mathbf{x = 1}$$

CHAPITRE III



CHAPITRE III : Problématique.

III. Généralités :

Les réseaux de distribution d'eau mobilisent la part la plus importante des capitaux nécessaires à l'alimentation en eau potable, soit environ *quatre vingt pour cent* des coûts, contre *vingt pour cent* pour les autres installations. Ces chiffres montrent l'importance d'une **conception optimale**, un **entretien** et un **renouvellement** continu des réseaux d'alimentation en eau potable, et ce, afin de pérenniser au mieux cet investissement décisif.

L'objectif d'un projeteur entreprenant l'étude d'un réseau d'alimentation en eau potable, est la réalisation d'ouvrage techniquement satisfaisant, vis-à-vis des fonctions à assumer et d'un prix de revient aussi réduit que possible. Pour atteindre cet objectif, trois sortes d'études sont généralement envisagées :

- une étude des conditions de fonctionnement d'un réseau en service, comportant des mesures de débit en charge en divers points du réseau, de topographie et de dimensionnement connus. Les résultats obtenus d'une telle étude permettent d'apprécier l'opportunité d'un remplacement ou d'un renforcement en fonction de la demande.
- Etude de la programmation des travaux à entreprendre, en fonction de la hiérarchie et de la chronologie des besoins ainsi que des disponibilités financières des maîtres d'ouvrages.
- Etude du dimensionnement optimal, que se soit d'un réseau neuf à créer, d'une extension ou d'un renforcement d'un réseau en service.

Cette dernière fait l'objet du présent travail. Elle présente le cadre de base pour l'élaboration d'un modèle pouvant être utilisé pour définir le concept optimal, à moindre coût, d'un système de distribution d'eau, sujet à des contraintes multiples d'ordre : physique, technique et commerciale.

Les contraintes physiques sont traduites par la loi de **la conservation de la masse** (équation de continuité aux nœuds) et **la conservation d'énergie** (équation de pertes des charges pour chaque maille).

Les contraintes techniques sont imposées par la topographie du site, la consommation journalière, les bornes des pressions nodales et des vitesses d'écoulement dans les conduites. **Les contraintes commerciales** sont en fonction de la gamme des pompes et celle des diamètres commerciaux disponible sur le marché.

Le problème posé peut être représenté mathématiquement par une fonction à minimiser représentant le coût du réseau à optimiser, dans un domaine délimité par un ensemble d'équations et d'inéquations définissant le champ des solutions réalisables.

L'aspect discret et non linéaire des fonctions intervenant dans l'étude d'une part, et la non convexité du domaine d'autre part rend le problème posé irrésolvable sous sa forme originale. Pour cela plusieurs méthodes ayant toutes un point commun qui est la décomposition du problème en plusieurs sous problèmes relativement simples ont été développées.

Ces méthodes peuvent être divisées en quatre catégories :

- **Des méthodes heuristiques**, marquées par le caractère imprécis de leurs fondements et techniques, elles présentent néanmoins le point de départ dans l'optimisation des réseaux parmi lesquelles on trouve la méthode de **Featherstone et El Djumaily**...
- Des méthodes basées sur **la théorie des graphes** pour la modélisation du problème. En partant du fait que le problème posé est un problème de flots et de tensions à coût minimum, et qui peut être décomposé en deux sous problèmes résolus itérativement, l'un est un problème **de flot à coût minimum** et l'autre est un problème de tension à coût minimum.

Des méthodes basées sur la technique de la programmation mathématique **déterministe**, qui nécessitent l'utilisation des outils mathématiques très poussés, ce qui rend leur mise en œuvre relativement compliquée. Ces méthodes peuvent être répertoriées sur trois axes différents :

1. Des méthodes de programmation non linéaire utilisant la notion de **la dualité Lagrangienne** comme celle de **Jacoby**.
2. Des méthodes itératives faisant appel à des techniques de **la programmation linéaire** pour une évaluation de certains paramètres et à **des méthodes heuristiques** pour la correction de certains d'autres.
3. Des méthodes utilisant **la programmation linéaire et non linéaire**, qui consiste à décomposer le problème posé en deux sous problèmes résolus itérativement. Le premier est un programme linéaire permettant l'évaluation de certaines variables tout en fixant d'autres. Le deuxième est un programme non linéaire permettant la correction des variables fixées précédemment. Une méthode appartenant à cette catégorie faisant l'objet d'un modèle élaboré dans le présent travail, est celle **d'Alperovits et Shamir**.

Des méthodes utilisant **des algorithmes évolutionnaires et stochastiques**, telle que la méthode de **Simpson et ses collaborateurs**, **les algorithmes génétiques**, **le Shuffled complex evolution**, cette dernière méthode qui est développée dans ce mémoire.

Étant donné que le problème étudié est assez **complexe et non linéaire**, l'apport en solutions des méthodes **déterministes** reste faible voir impossible. Le recours à des méthodes **stochastiques** est donc indispensable pour pouvoir apporter des solutions souhaitables en un temps raisonnable. Les méthodes les plus répandues à ce type de problèmes sont les méthodes **métaheuristiques**.

III.1 Position du problème :

Avant d'entamer le problème d'optimisation des réseaux de distribution d'eau, des travaux de recherches ont été orientés vers un dimensionnement sans tenir en compte le coût du projet. Le problème consiste à déterminer sous des contraintes **de pression et de vitesse**, les diamètres et les débits dans les tronçons du réseau ainsi que les pressions aux nœuds.

Les méthodes les plus significatives dans ce sens sont :

La méthode de **Hardy Cross**

La méthode de **Newton Raphson**

La méthode de **linéarisation des pertes de charges**.

La méthode de **Featherstone et El Djumaily** basée sur un modèle de simulation pour le calcul hydraulique et sur l'hypothèse que la solution la plus **économique** correspond à une perte de charge **unitaire unique et constante** pour tout le réseau, pour la correction des diamètres.

Proposé par **Alpérovits et Shamir**, la méthode du gradient du programme linéaire consiste en une décomposition hiérarchique du problème en deux étapes de résolution simultanément :

- Un programme linéaire est résolu, dans l'hypothèse d'une distribution de débit réalisable fixe, dont la variable de décision représente une longueur du segment de diamètre commercial candidat dans une conduite donnée. L'algorithme sur simplexe connu par son efficacité numérique et par son large utilisation, a été utilisé pour la résolution de ce problème.
- Un programme non linéaire, découlant de la transformation du problème **non linéaire** avec contraintes en un problème **non linéaire sans contraintes** par le biais de **la dualité Lagrangienne**, a été résolu avec les débits comme variables de décision. La méthode utilisée pour la résolution du problème qui en découle, est la **méthode quasi-Newton**. Cette dernière est basée sur un algorithme dit « **BFGS** » et le gradient de la fonction objective pour l'estimation de la direction descente et sur une méthode unidimensionnelle pour l'estimation du pas de déplacement optimal dans cette direction. La **méthode quasi – Newton** permet l'estimation de la correction à donner aux débits dans les conduites tout en assurant une décroissance dans la fonction objective du programme non linéaire.

Une formulation matricielle est donnée pour les deux étapes. La procédure de recherche est améliorée en utilisant la méthode **quasi – Newton** pour l'évaluation de la direction de descente, une méthode d'optimisation unidimensionnelle pour l'évaluation du pas de déplacement et une technique d'équilibrage pour l'évaluation de la solution initiale **réalisable**.

Dans beaucoup de cas pratiques relatifs à la conception des réseaux de distribution d'eau, l'ingénieur est amené à prendre d'une manière rationnelle les meilleures décisions permettant de concevoir un réseau à coût minimum tout en vérifiant les contraintes imposées par les données du site d'une part et les exigences technique et commerciale d'autre part; Les données du problème concernant la topographie du site, la relation ressource-besoin ainsi que les caractéristiques intrinsèques du réseau.

Les exigences techniques traduisent un niveau de service souhaité avec une bonne sécurité su réseau.

Le problème ainsi défini peut être représenté par un programme mathématique composé d'une fonction à minimiser représentant le coût du réseau à optimiser, sujet à des contraintes techniques, physiques et commerciales délimitant ainsi le champ des solutions réalisables.

III.1.1 Données du site :

III.1.1.1 Topographie :

La première donnée d'un site envisagé pour l'installation d'un réseau de distribution d'eau potable est la topographie de celui-ci. Elle représente schématiquement, en plan et en altitude, le tracé des voies projetées pour la mise en place des canalisations ainsi que l'implantation et le dimensionnement des parties des réseaux en service.

La longueur totale des canalisations formant le réseau, intervient de façon prépondérante dans le coût de celui-ci, d'où la nécessité de rechercher le meilleur tracé dit « optimal ».

Dans les réseaux d'alimentation en eau potable, on doit tenir compte pour l'optimisation du tracé de nombreuses contraintes, notamment les voiries et les impératifs de l'urbanisation. Le tracé global du réseau s'impose très souvent de lui-même. Par conséquent, nous supposons dans cette étude que le tracé est une donnée imposée préalablement.

III.1.1.2 Adéquation ressources-besoins :

Les ouvrages conçus pour la distribution et la collecte de l'eau en milieu urbain, doivent être dimensionnés pour répondre aux besoins de la population pendant une certaine période de la conception, en tenant compte de la population au futur (sur un horizon projet) à desservir ainsi que les différentes ressources en eau disponibles sur site, et par conséquent, définir les modes d'approvisionnement en eau potable (les eaux de surfaces ou souterraines).

III.1.1.3 Evaluation de la population :

Plusieurs méthodes d'estimation de la population future ont été développées, dont la plupart ont été établies pour une estimation à court terme (5 à 10 ans).

Parmi les méthodes les plus utilisées, on trouve la méthode de la croissance géométrique qui consiste à exprimer la population future $P(n)$ en fonction de la population actuelle P_0 , du nombre d'années n » l'horizon projet et du taux d'accroissement géométrique annuel α :

Tout ce développement se traduit par la formule suivante :

$$P_n = P_0 * (1 + \alpha)^n \dots \dots \dots (III.1)$$

Quant à l'horizon projet, il est en fonction de la durée de vie du réseau si les ressources peuvent satisfaire la demande, sinon il sera fonction de la disponibilité des ressources en cours du temps.

Une étude détaillée des besoins doit être effectuée, en envisageant les augmentations de consommation dans le temps, devant l'expansion démographique et industrielle ainsi que les pertes dans le réseau.

III.1.1.4 Débits de consommation aux nœuds :

Quatre catégories de consommation en eau peuvent être envisagées :

- une consommation domestique, celles des abonnés courants, auxquels on peut ajouter les petits utilisateurs industriels ou agricoles
- une consommation des établissements collectifs (hôpitaux, écoles..),
- une consommation industrielle (la grande industrie),
- une consommation agricole des gros consommateurs.

Pour la détermination des débits de consommation, dans l'hypothèse simplificatrice d'une consommation nodale, une méthode est souvent utilisée. Elle consiste à décomposer chaque maille en partie élémentaires en menant la médiatrice des chaque tronçon, délimitant ainsi autour de chaque nœud une zone susceptible d'être alimentée par celui-ci. Après avoir déterminé la superficie revenant à chaque nœud, un calcul du nombre d'habitants probable et du besoin journalier ainsi que les débits aux nœuds s'effectue.

Cette méthode entraîne un surdimensionnement du réseau, en vue de la faible probabilité de dépassement des débits transitant dans les tronçons.

D'autres méthodes d'évaluation des débits de consommation, basées sur un concept probabilistes, partant du fait que les appels en eau aléatoires et que l'alimentation est par foyer et non par habitant.

Dans notre étude, les débits de consommation aux nœuds sont considérés comme des données de problème.

III.1.1.5 caractéristiques du réseau :

A partir d'un ou plusieurs réservoirs, l'eau est transportée aux abonnées à travers des canalisations reliées entre elles, sous forme d'un ensemble maillé formant un réseau.

Deux types de réseaux sont à distinguer :

Réseau maillé: tout réseau (R) constitué de (n) *noeuds* et de (i) *tronçons*, formant des contours fermés (m), est dit *maillé*.

Une maille constituée par un circuit est dite fermée si le nombre de points d'eau est égal ou supérieur à 2. Chaque chaîne reliant les points d'eau deux à deux sera considérée comme une maille dite ouverte ou fictive.

Réseau ramifié : est un ensemble de conduites connectées entre elles et dont la structure est sous forme d'arbre. Chaque nœud de consommation est relié à son point d'alimentation par un chemin unique. Le sens d'écoulement est orienté de l'amont(source) vers l'aval (point de consommation).

III.1.2 Contrainte du problème :

Pour assurer un meilleur fonctionnement d'un réseau, on est contraint à prendre en compte tous les paramètres associés au problème d'optimisation des réseaux. Il est donc indispensable de considérer toutes les contraintes citées ci-dessous.

III.1.2.1 Contraintes physiques :

Le transport de l'eau sous pression dans des canalisations est régit par des loi physiques analogues aux lois de *Kirchoof*, et qui traduisent le comportement de l'eau aux nœuds, ainsi que la distribution d'énergie aux mailles.

III.1.2.1.1 La perte de charge dans une canalisation :

Dans une première approximation, seule les pertes de charges linéaires sont prises en considération. Elles sont en fonction du débit acheminé par les conduites, de la nature et de la

section de la canalisation. Ces fonction sont données à priori, en désignant par Q_{ij} le débit véhiculé dans une conduite de diamètre D_{ij} , sous la forme :

$$|J_{ij}(Q, D)| = R_{ij} Q_{ij}^\alpha \dots \dots \dots (III. 2)$$

R_{ij} : la résistance hydraulique de la conduite en cours, fonction du débit et des caractéristiques des conduites.

D'après l'étude de **Hazen – Williams**, la foormule donnant l'expression de la perte de charge linéaire est :

$$J_{ij} = \alpha \left(\frac{Q}{Chw} \right)^{1.852} D^{-4.87} \dots \dots \dots (III. 4)$$

$$\alpha = 10.69$$

Q : débit transporté par la canalisation en m^3 par seconde

Chw : coefficient de Hazen – Williams, il vaut 130

D : diamètre en mètre

J_{ij} : perte de chage unitaire en mètre par **mce**

Cette formule, contrairement à la formule de poiseuille qui caractérise les canalisation à écoulement fluvial à faibles vitesses, n'est précise que pour les conduites en charge véhiculants un fluide en un régime d'écoulement turbulent. Elle donne des résultats précis à un écart $\pm 10\%$ près, à condition que la valeur du coefficient (**Chw**) soit choisie pour correspondre à la résistance de la conduite.

Les pertes de charge produites par les accessoires du réseau, peuvent être prises en compte en assimilant ces organes à des brins équivalents. Les clapets sont assimilés à des brins à sens d'écoulement unique et d'une certaine longueur. Tandis que, s'il y a lieu d'avoir recours à une reprise par pompage, la hauteur de refoulement est introduite comme perte de charge ponctuelle variable affectée du signe négatif.

En chaque nœud , les tés ou les croix sont générateurs de pertes de charge entre les canalisation adjacentes deux à deux. Ces pertes de charges dépendent de l'ensemble des débits entrant ou sortant au nœud considéré.

III.1.2.1 Loi de continuité aux nœuds :

En chaque nœud du réseau, la somme des débits qui arrivent à ce nœud est égale à la somme des débits qui en sortent, d'où l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_{ij} Q_{ij} = q_j \dots \dots \dots (III. 5)$$

Avec,

q_j : débit de consommation au nœud j

Q_{ij} : débit véhiculé dans la conduite (ij) aboutissant au noeud j

ε_{ij} : (+1) si le débit est entrant au noeud j

ϵ_{ij} : (+1) si le débit est entrant au noeud j

ϵ_{ij} : (0) si le débit n'appartient pas au noeud j

L'écriture matricielle des équations de continuité qui en découle, est donnée par la relation suivante :

$$EQ = q \dots \dots \dots (III. 6)$$

E: la matrice des noeud constituée de n ligne et de t colonnes

III.1.2.1.3 Loi de conservation d'énergie :

Dans le cas d'une maille fermée (m), la somme algébrique des pertes de charge doit être nulle sur le parcours de cette maille d'où :

$$\sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = 0 \dots \dots \dots (III. 7)$$

M: l'ensemble des conduites appartenant à la maille en question

$$\delta_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{si le sens d'écoulement dans le tronçon } i \text{ est le même que le sens de la maille} \\ -1 & \text{si le sens d'écoulement dans le tronçon } i \text{ n'est pas le même que le sens de la maille} \\ 0 & \text{dans le cas où le tronçon n'appartient pas à la maille} \end{cases}$$

L'écriture matricielle des équations de conservation d'énergie est donnée par l'expression suivante :

$$M\Delta h(Q) = \delta' \dots \dots \dots (III. 8)$$

Avec

M: la matrice des mailles constituées de n ligne et de t colonnes

$$\delta' = \begin{cases} 0 & \text{si la maille est fermée} \\ \Delta Z & \text{si la maille est ouverte} \end{cases}$$

III.1.2.2 Contraintes hydrauliques :

III.1.2.2.1 Borne de pression :

Pour avoir un meilleur service, une charge minimale en chaque noeud du réseau est imposée, en dessous de cette charge le réseau est considéré comme défaillant.

La valeur de cette pression est imposée de manière à éviter la détérioration de la conduite par dépression et assurer l'alimentation des points les plus défavorables.

Une pression maximale est parfois imposée pour éviter l'éclatement de la conduite par surpression.

Soit pour chaque noeud, les bornes de pression suivantes :

$$P_{min}^i \leq P_i \leq P_{max}^i \dots \dots \dots (III. 9)$$

Soit, sous la forme matricielle :

$$P_{min} \leq P \leq P_{max} \dots \dots \dots (III. 10)$$

La considération des contraintes des pression bornées, depuis le réservoir, conduit à une nouvelle contrainte dite de chemin :

$$\sum_{(ij) \in p} \beta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} \leq \Delta h_{min} \dots \dots \dots (III. 11)$$

Avec :

$$\beta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si la conduite } (ij) \text{ n'appartient pas au chemin } (L) \\ +1 & \text{si le sens d'écoulement de la conduite } (ij) \text{ est le même que celui du chemin } p \\ -1 & \text{si le sens d'écoulement s'est opposé à celui du chemin } p \end{cases}$$

III.1.2.2.2 Borne de vitesse :

Les débits aux conduites correspondent aux demandes de pointe. C'est pourquoi la vitesse moyenne d'écoulement dans les conduites peut être limitée supérieurement à une valeur V_{max} dans certains brins afin de réduire le risque de détérioration par **coup de bélier** ou par **cavitation**.

Cette vitesse moyenne est limitée par une borne minimale V_{min} pour éviter et réduire le risque de dépôt.

$$V_{min}^{ij} \leq V_{ij} \leq V_{max}^{ij} \dots \dots \dots (III. 12)$$

Soit sous sa forme matricielle :

$$V_{min} \leq V \leq V_{max} \dots \dots \dots (III. 13)$$

III.1.2.3 Contraintes commerciales :

Canalisations :

Un tronçon de conduite est caractérisé par sa longueur, son diamètre, sa rugosité et son emplacement dans le réseau. Le prix d'une conduite varie en fonction de la nature du matériau utilisé, il comprend le prix du matériau du transport et de l'installation.

La gamme commerciale des canalisations destinées à l'alimentation en eau potable, subit au cours du temps, des changements sur le plan prix et disponibilité, par conséquent on doit tenir compte, de la gamme commerciale (D_{com}) disponible sur le marché avec une gamme de prix associé. Soit :

$$d \in D_{com} \quad d \in D = \{(d_{n1} C_{n1}) \dots \dots \dots (d_{n2} C_{n2})\} \dots \dots \dots (III. 14)$$

III.1.3 Coût du réseau :

Le coût total du réseau comprend le coût de l'investissement initial et le coût d'exploitation. Le coût des conduites (y compris les frais de transport et pose), des pompes et du réservoir constitue

le coût de l'investissement initial. Le coût de pompage estimé sur une certaine durée de vie des installations et le coût d'entretien du réseau représentent le coût d'exploitation.

La variation du coût relatif aux organes accessoires (réservoir, coudes, ...) par rapport à celui des canalisations est négligée. Une considération de ces éléments ne fait donc qu'augmenter la difficulté du problème sans pour autant apporter une amélioration considérable à la solution optimale.

Le coût d'exploitation comprend des paramètres complexes. la considération du problème dans sa globalité (conception et exploitation) ne fait donc qu'augmenter la complexité de la fonction objective et fournir ainsi une solution optimale locale, si elle existe. Une décomposition du système globale en deux sous système (conception, exploitation) résolu indépendamment l'un de l'autre, est suggérée.

Par conséquent, on ne considère dans cette étude que le coût des canalisations pour l'évaluation de la fonction objective à optimiser.

Un bordereau fait connaître les prix de revient unitaire global rémunérant la fourniture et la mise en place des canalisations et leurs accessoires. Le prix de revient de l'ensemble du réseau s'exprime par :

$$F_0 = \sum_{i=1}^t C_i L_i \dots \dots \dots (III. 15)$$

Avec :

L_i : la longueur de la conduite i

C_i : le prix par unité de longueur de la conduite de diamètre d_i

La fonction coût, prend des valeurs discrètes en un nombre fini de points, elle est donc non dérivables.

On effectue un lissage sur les points de la série commerciale, une fonction coût continue et dérivable peut être définie dans un intervalle [d_{min} , d_{max}] :

$$C = a + bD^k \dots \dots \dots (III. 16)$$

Avec :

a : un paramètre qui représente les charges fixes, telle que le coût du transport, de pose

b, k : des paramètres du marché

L'expression de la fonction objective devient :

$$F = a \sum_{i=t} L_i + b \sum_{i=t} L_i D_i^k \dots \dots \dots (III. 17)$$

Ce prix ne comprend pas les équipements pour lesquels les pertes de charge et leurs prix de revient n'ont qu'une faible incidence sur la variation du prix de revient du réseau et qui sont notamment les joints et raccords, les cônes, les tés et les croix, les réducteurs de pression, etc

1.4 Discussion du problème :

Compte tenu des contraintes citées ci-dessus et de la fonction objective à minimiser. Le problème qui en découle est un programme mathématique en nombre discret, non linéaire et non convexe.

Soit le programme discret suivant :

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \min F = \sum_{i,j=1::k}^t C_{ij}L_{ij} \\
 \text{Sous les contraintes} \\
 M\Delta h(Q) = \delta' \dots \dots \dots (III.18) \\
 EQ = q \\
 P_{min} \leq P \leq P_{max} \\
 V_{min} \leq V \leq V_{max} \\
 d \in D_{com}
 \end{array} \right\} PM1
 \end{array}$$

Le domaine réalisable est pratiquement vide lorsque les pressions aux nœuds sont fixes.

Lorsque les pressions sont bornées, on est amené par cette approche à un problème de programmation nonlinéaire mixte. Et dans tous les cas l'approche discrète conduit souvent à un problème extrêmement lourd et pratiquement irrésolvable.

Méthodes utilisées pour la résolution du problème :

Avant d'entamer le problème d'optimisation on a été orientés vers la simulation des réseaux de distribution sans tenir compte du coût du projet. Le problème consiste à déterminer sous des contraintes de pressions et de vitesses, les diamètres et les débits dans les conduites du réseau ainsi que les pressions aux nœuds.

Durant les dernières décennies, beaucoup d'ingénieurs et chercheur ont focalisé leurs attentions sur le développement des techniques et d'analyse des réseaux de distribution d'eau potable. Plusieurs modèles d'optimisation permettant de minimiser le coût total du réseau ont été ainsi développés.

A la fin du **dix – neuvième siècle**, l'ingénieur **Bress** a proposé une formule simple, utilisée comme approche préliminaire pour une estimation du diamètre en fonction du débit véhiculé, dans une conduite d'un réseau donné.

Pendant **les années cinquante**, les études ont été orientées vers une généralisation du problème par la recherche d'une solution économique pour l'ensemble du réseau.

Développée par **Tong** et ses collaborateurs en **1961**, améliorée par **Raman** puis modifiée par **Deb et Sarkar en 1971**, l'approche du réseau équivalent fut le pas initial dans l'optimisation des réseaux, bien qu'elle souffre de rigueur et de justification acceptables. Elle est basée essentiellement sur la méthode de **Hardy-Cross** comme modèle d'analyse

D'autres approches ont été développées par la suite, fondée sur des bases mathématiques rigoureuses, en utilisant les techniques de la programmation mathématique et la théorie des

graphes. Ces approches sont généralement très lourdes à mettre en œuvre, mais elles améliorent sensiblement la solution du problème d'optimisation des réseaux d'alimentation en eau potable.

Ces dernières années, de nouvelles techniques utilisant les algorithmes évolutionnaire tel que les algorithmes génétiques ont été appliqués pour l'optimisation de ces réseaux.

III.1.4 Méthode de simulation :

III.1.4.1 Méthode de Hardy-Cross :

III.1.4.1.1 Méthode des mailles :

Le principe est de choisir, pour **une distribution de diamètre initiale**, une distribution des **débites dans les tronçons du réseau**, de manière à satisfaire l'équation de continuité aux nœuds tout en vérifiant l'équation de *conservation d'énergie* pour chaque maille. Si celle-ci n'est pas vérifiée, une correction des débits (ΔQ) pour chaque maille est appliquée.

$$\text{Equation des nœuds : } \sum Q_{ij} + q_{ij} = 0 \dots \dots \dots (III.19)$$

$$\text{Equation des mailles : } \sum J_{ij} L_{ij} = 0 \dots \dots \dots (III.20)$$

Avec :

$$J_{ij} = R_{ij} Q_{ij}^\alpha \dots \dots \dots (III.21)$$

L'expression de la correction (ΔQ) pour chaque maille est :

$$\Delta Q^{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n J_{ij}^n}{\alpha \sum_{i=1}^n \left(\frac{J_{ij}^n}{Q_{ij}^n}\right)} \dots \dots \dots (III.22)$$

Une fois *la répartition des débits* pour chaque tronçon est déterminée, une éventuelle *correction sur les diamètres* portant sur la vérification de la *contrainte de vitesse* est imposée. Le processus itératif s'arrête lorsque la contrainte de vitesse est vérifiée sur tous les tronçons du réseau.

III.1.4.1.2 Méthode des nœuds :

Une formulation analogue à celle présentée ci-dessus a été développée. Cette méthode dite méthode des nœuds consiste à choisir une distribution des charges aux nœuds satisfaisant l'équation des mailles, tout en vérifiant l'équation des nœuds. Si elle n'est pas vérifiée ; une correction de la charge est appliquée. L'expression de la correction (ΔH) pour un coefficient $\alpha = 2$.

$$\Delta H^{it} = \frac{2 * (\sum_{i=1}^n Q_{ij}^n + q_i)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_{ij}^n}{J_{ij}^n}\right)} \dots \dots \dots (III.23)$$

Algorithme :

Début:

%%**Introduction des données** %%
%%**Répartition initiale des diamètres** %%

%%Répéter%%
 %%Répartition initiale de débits (des chages)%%
 %%Répéter%%
 %%Nouvelle répartition des débits (de charge)satis
 Faisant l'équation des noeuds (mailles)%%
 Correction des débits (de la charge) ;
 %%Jusqu'à une correction négligeable des débits (des charges) %%;
 %%Correction des diamètres%% ;
 %%Jusqu'à contraintes de vitesses vérifiées%%;
Fin

Ce qui est entre parenthèses concerne la méthode des mailles.

III.1.4.1.3 Commentaires sur la méthode :

La méthode de **Hardy Cross** constitue le pas initial dans le dimensionnement des réseaux d'alimentation en eau potable. Néanmoins, elle présente certains inconvénients :

- Pour la convergence du processus itératif, une distribution initiale des débits plus au moins proche de la solution exigée. Ce qui justifie le nombre important d'itérations.
- Les expressions des corrections (ΔQ) et (ΔH) correspondant respectivement aux méthodes des mailles et des nœuds, manquent de rigueur mathématique, ce qui influe sur la précision des résultats.
- La méthode des mailles ne peut s'appliquer que dans le cas des réseaux maillés, contrairement à la méthode des nœuds qui peut être appliquée sur les réseaux ramifiés.

III.1.4.2 Méthode de linéarisation des pertes de charge :

III.1.4.2.1 Principe

Proposée par *Wood et Carles en 1972* reprise par *Lejeune et ses collaborateurs* cette méthode consiste à résoudre, par un processus itératif, un système d'équation linéaire composé des équations de continuité aux nœuds d'une part et des équations de mailles linéarisées d'autre part. la linéarisation de la perte de charge par rapport au débit donne un aspect laminaire au régime d'écoulement.

Les équations de maille et de nœuds deviennent respectivement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pour chaque maille } \sum R_{ij} Q_{ij} = 0 \\ \text{Pour chaque noeud } \sum Q_{ij} = q_j \end{array} \right. \dots \dots \dots (III. 24)$$

Le problème à résoudre devient donc linéaire :

$$A. Q = b$$

A: représente une matrice composée de (*m*) lignes relatives aux équations des mailles contenant les valeurs des résistances hydrauliques (R_{ij}) des tronçons participants dans la maille, plus (*mn*) lignes relatives aux équations de continuité aux nœuds portant des valeurs (+1) ou (-1) suivant les sens du débit.

b: un vecteur de *m* composantes nulles relatives aux équation des mailles, et (*mn*) composantes portant les valeurs (q_i)

La solution (Q^k) à l'itération (k) du système précédent, constitue un paramètre permettant la correction de résistance $(R_{ij})_k$ par une nouvelle valeur $(R_{ij})_{k+1}$, tel que :

$$(R_{ij})_k = (R_{ij})_k(Q_{ij})_k \dots \dots \dots (III.25)$$

Un nouveau système linéaire à résoudre est ainsi formulé. Le processus itératif s'arrête lorsque la différence des débits obtenus entre deux itérations devient négligeable.

III.1.4.2 Algorithme de la méthode :

Début
Introduction des données
Formulation de la matrice A_0, B_0 ;
Résolution du système A_0, B_0 ;
 $K = 1$
Répéter
Correction de R_k ;
Résolution du système (A_k, B_k) ;
 $k = k + 1$
Jusqu'à
 $\Delta Q < \varepsilon$

III.1.4.2.3 Commentaires :

La linéarisation des pertes de charge simplifie énormément le problème, du fait qu'on se ramène à résoudre successivement des systèmes d'équations linéaires, mais l'hypothèse erronée d'un écoulement laminaire affecte la précision des résultats obtenus. Néanmoins, cette méthode peut fournir une répartition initiale des débits pour les autres méthodes d'équilibrages.

III.1.4.3 Méthode de Newton Raphson :

Du point de vue mathématique cette méthode est une méthode d'optimisation d'un programme mathématique non linéaire sans contraintes, avec la fonction objective à minimiser représentée par l'expression d'équilibre énergétique sur l'ensemble des mailles, et les débits comme variables de décisions, ceci pour la méthode des mailles, pour la méthode des nœuds, la fonction objective à minimiser est formulée à partir de l'équation de continuité aux nœuds, avec les charges aux nœuds comme variables de décision.

III.1.4.3.1 Méthode des mailles :

La fonction objective à minimiser est dans ce cas :

$$\text{Min } F(Q) = \sum R_{ij} Q_{ij}^2 \dots \dots \dots (III.26)$$

Avec, R_{ij} : la résistance hydraulique de la conduite (ij)

Démarrant d'une répartition initiale des débits, le procédé de Newton Raphson, conduit à la résolution d'un système linéaire à chaque itération déterminant ainsi la correction des débits.

$$\Delta Q^k = J^{-1} F(Q^k) \dots \dots \dots (III.27)$$

$J = \nabla F(Q^k)$: est la matrice jacobienne du système à l'itération k , dont les éléments sont composés de la dérivée de l'équation des pertes de charges par rapport au débit.

Le processus itératif s'arrête lorsque la correction devient négligeable.

III.1.4.3.2 Méthode des nœuds :

Le programme mathématique qui en découle consiste à minimiser sur l'ensemble des tronçons connectés à un nœud (i) la fonction suivante :

$$\text{Min } F(H_i) = \sum Q_{ij} + q_j = \sum R_{ij}^{-1/\alpha} (H_i + H_j)^{1/\alpha} + q_i \dots \dots \dots (III.28)$$

H_i, H_j : côtes piézométriques aux nœuds i et j

Démarrant d'une répartition initiales des charges aux nœuds, le processus itératif commence. A chaque itération (k) une correction (ΔH^k) sur les charges aux nœuds est apportée.

$$\Delta H^k = J^{-1} f(H^k) \dots \dots \dots (III.29)$$

$J = \nabla F(Q^k)$: est la matrice jacobienne du système à l'itération k , dont les éléments sont composés de la dérivée de l'équation de continuité par rapport à la charge aux nœuds.

Le processus itératif s'arrête lorsque la correction (ΔH) devient négligeable.

Algorithme de la méthode :

Début :
 Répartition initiale des débits (des charges)
 Répéter
 Nouvelle répartition des débits (de charges)
 //satisfaisant l'équation des nœuds (des mailles)
 Correction du débit par N. Raphson (de la charge) ;
 Jusqu'à une correction négligeable des débits (des charges) ;
 Fin

III.1.4.3.3 Commentaires :

En raison du fondement mathématique assez rigoureux de cette méthode d'une part, et le développement des technique numériques d'autre part, la méthode de *Newton Raphson* est la plus susceptible pour mieux représenter le problème d'équilibrage.

La méthode des nœuds est la plus suggérée pour traiter tous les cas de figure des réseaux qui se présentent.

III.1.5 Méthodes heuristiques :

III.1.5.1 Méthode des conduites équivalentes :

Ces méthodes sont basées essentiellement sur la méthode de *Hardy – Cross* comme modèle d'analyse. Elle consiste à remplacer le réseau réel, par un réseau fictif, dit équivalent, dont toutes les conduites portent un diamètres unique fixe, avec les longueurs inconnues. Les

longueurs équivalentes sont déterminées en résolvant le système d'équation non linéaire obtenu en annulant le gradient de la fonction coût.

III.1.5.2.1. Méthode des longueurs équivalentes :

Développée initialement par *Tong et ses collaborateurs*, la longueur équivalente est définie comme étant la longueur d'une conduite de diamètre égale à 200 mm, avec un coefficient de *Hazen Williams* égale à 100, et qui donne la perte de charge pour une conduite véhiculant le même débit, de diamètre D et de longueur L .

$$Le = L \left(\frac{100}{Chw} \right)^{1.85} \left(\frac{200}{D} \right)^{4.87} \dots \dots \dots (III. 30)$$

Le : longueur équivalente.

L, D : Respectivement, longueur et diamètre réel d'une conduite.

En introduisant l'équation précédente dans la formule de *Hazen Williams*, on obtient la relation suivante :

$$Le = \frac{\Delta H}{0.19 \cdot Q^{1.85}} \dots \dots \dots (III. 31)$$

La condition de convergence qui en découle pour chaque maille est :

$$\sum_{mp} Le_i = 0 \dots \dots \dots (III. 32)$$

mp : ensemble des tronçon appartenant à une maille.

Les contraintes à respecter pour chaque maille et chaque nœud sont :

Pour chaque nœud : $\sum Q = 0$

Pour chaque maille : $\sum \Delta H = 0$

Une correction sur les débits est effectuée à chaque fois que la condition aux nœuds n'est pas satisfaite.

Afin de satisfaire la condition aux nœuds, un terme de correction du débit est introduit. Ce terme peut être un calcul mathématique se basant sur la minimisation de la fonction comprenant la somme des longueurs équivalentes :

$$\Delta Q = \frac{\sum_{i=1}^n Le_i}{1.85 \sum_{i=1}^n \left(\frac{Le_i}{Q_i} \right)} \dots \dots \dots (III. 33)$$

Le calcul des diamètres optimaux pour chaque conduite, se fait à partir des valeurs des longueurs équivalentes obtenues, et en connaissant les longueurs et les coefficients de *Hazen Williams* réels.

$$D_i = 200 \left(\frac{L_i}{Le_i} \right)^{0.21} \left(\frac{100}{Chw_i} \right)^{0.38} \dots \dots \dots (III. 34)$$

Afin d'avoir une solution techniquement réalisable, il sera nécessaire d'adopter les diamètres commerciaux les plus proches des diamètres optimaux calculés.

III.1.5.3 Méthode de Featherstone et El Djumaily :

La procédure adoptée par *Featherstone et El Djumaily* à décomposer le problème en deux étapes. Une sélection des diamètres effectuées en première étape, basée sur une perte de charge unitaire hypothétique constante pour tout le réseau. La deuxième étape consiste à apporter une correction sur les charges aux nœuds en utilisant un modèle de simulation hydraulique.

III.1.5.4 Méthode de Simpson et Dandy :

Une formulation a été développée par Simpson et ses collaborateurs appliquant les algorithmes génétiques au problème d'optimisation des réseaux de distribution d'eau.

Les trois opérateurs à examiner dans cette méthode sont la reproduction, le croisement et la mutation. Les algorithmes génétiques créent de nouvelles populations à partir des anciennes populations, trois paramètres ont été choisis, afin d'accomplir l'incrément de la méthode dans l'optimisation des réseaux :

- La taille de la population (n) [100 – 1000]
- Probabilité de croisement (P_c) [0.7 – 1]
- Probabilité de mutation (P_m) [0.01 – 0.05]

Tel que : $P_m \geq \frac{1}{n}$ $P_m \leq \frac{1}{L}$ (III. 35)

Avec L : la longueur du tronçon

L'algorithme génétique appliqué aux réseaux de distribution d'eau suit les étapes suivantes :

- 1- Génération de la population initiale : l'algorithme génétique génère aléatoirement une population initiale de chromosomes codés qui représente une solution du réseau de distribution de dimension $N(n = 100 \text{ à } 1000)$. Chaque gène dans un chromosome prend une valeur binaire (1 ou 0). Chaque chromosome n de la population aléatoire représente une combinaison possible de dimension du réseau et donc représente une configuration différente du réseau de distribution.

Calcul du coût du réseau : le GA considère chacun des N chaînes de caractères dans la population en cours. Il décode chaque sous-chaîne dans la dimension de la conduite correspondante et calcule le coût total du réseau. L'algorithme génétique détermine les coûts de chaque configuration de l'essai dans la population courante.

Analyse hydraulique de chaque réseau : un processus d'équilibrage des réseaux de distribution permet de calculer les pressions et débits sous un modèle de consommation spécifique pour chaque configuration du réseau et pour une population donnée. Les pressions nodales réelles sont comparées avec la pression admissible minimale et tous déficits de la pression sont notés.

Calcul de coût de pénalité : l'algorithme génétique associe une pénalité à chaque modèle de la demande si un dimensionnement ne satisfait pas les contraintes de la pression minimale. Le

nœud où le déficit de pression est maximum est utilisé comme base pour l'évaluation du coût de la pénalité. Le déficit maximum de pression est multiplié par un facteur de pénalité α

Calcul du coût total du réseau : le coût total du réseau dans la population en cours est pris comme la somme des prix du réseau proprement dit plus le coût de la pénalité.

Calcul de l'aptitude. L'aptitude des chromosomes codés est prise comme étant une des fonctions coût du réseau. L'algorithme génétique calcul l'aptitude pour chaque conduite du réseau proposé dans la population courante comme étant l'inverse du coût total du réseau.

Génération d'une nouvelle population en utilisant l'opérateur de sélection :

L'algorithme génétique génère de nouveaux membres de la génération suivante par un schéma de sélection dans la prochaine génération de n membres en utilisant une méthode de sélection proportionnelle est donnée par :

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \dots \dots \dots (III.36)$$

f_i : Est l'aptitude du chromosome i .

Production des générations successives : les trois opérateurs décrit ci-dessus produisent une nouvelle génération du réseau de dimensions du réseau de distribution. L'AG répète le processus de production de nouvelles générations jusqu'à ce que le nombre total de population soit atteint.

Remarque :

Lors de cete étude les contraintes :

- *Pression.*
- *vitesse.*
- *loi des noeuds.*
- *Loi des mailles.*

Ont été introduites dans *la fonction objective* suivant *la dualité lagrangien*, pour rendre faire transformer le problème d'un problème *non-linéaire avec contraintes* en un *problème non-linéaire sans contraintes* en utilisant *les multiplicateurs de lagrange*.

CHAPITRE IV



CHAPITRE IV : Travail effectué.

Introduction :

Dans le but de tester l’aptitude du programme élaboré et de le comparer par à d’autres méthodes d’optimisation reconnues par leur efficacité à résoudre des problèmes compliqués, un réseau académique traité par plusieurs chercheurs a été pris comme un réseau de référence

Une étude comparative des différentes méthodes d’optimisation a été faite (*la méthode mixte ...*), des méthodes qui représentent les différentes expériences appliquées sur le réseau de référence dans des travaux de recherches antérieurs, après on a fait une discussion avec les résultats obtenus via le logiciel *EPANAET*.

Une validation du programme a été faite et appliquée sur un réseau pratique.

Ce réseau est celui de *Sidi M'barek* composé de 9 conduites à 2 mailles et 8 noeuds. Les résultats obtenus ont été comparés aux résultats obtenus par le logiciel *Loop* et la méthode de *Newton Raphson*.

L’organigramme ci-dessous représente d’une manière générale le cheminement et l’approche entreprise pour la résolution de la problématique développée au chapitre 3.

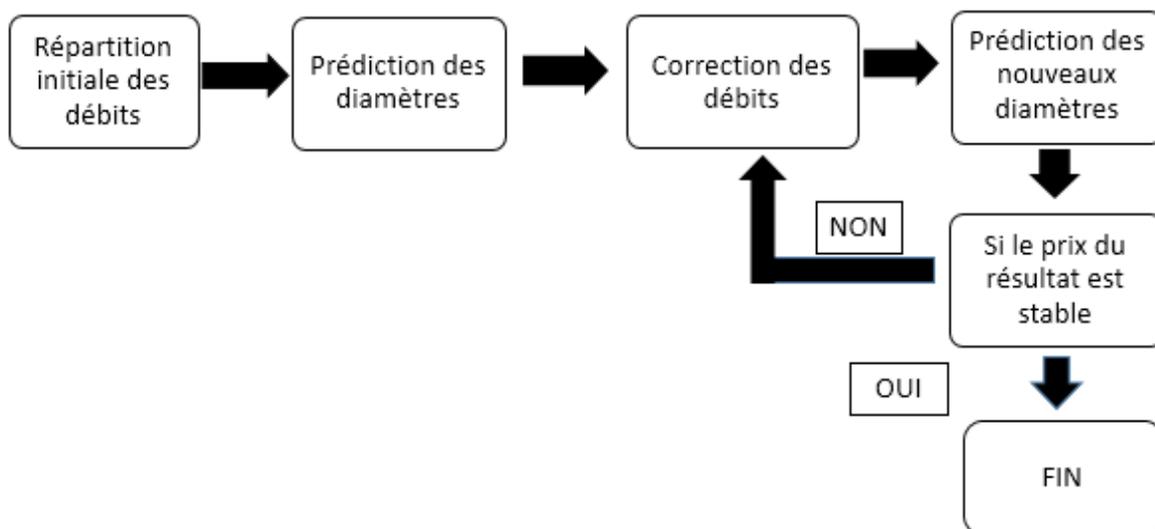


Figure IV. 1 Organigramme du travail

IV. Le *Shuffled complexe Complexe Evolution*:

Le programme du *Shuffled complexe evolution* a été développé sous **Matlab** en deux parties comme il a été expliqué dans **le deuxième chapitre** :

- La partie du **SCE**.
- La partie du **CCE**.

Pour la résolution du problème posé dans ce travail, on a développé le programme principale :

- Programme de **prédiction**
- Programme de **correction**

Les deux programmes ont suivis l'organigramme du *SCE* représenté au **chapitre II**.

Principe et fonctionnement des deux programmes :

Pour la résolution des problèmes d'optimisation des deux réseaux d'alimentation en eau potable, une distribution initiale des débits a été faite, de manière à ce que la loi des nœuds soit satisfaite, puis on a utilisé le programme de prédiction pour trouver les diamètres correspondants, et comme les autres contraintes n'ont pas été satisfaites on a introduit le programme de correction pour corriger les débits.

Le processus itératif continue ainsi jusqu'à ce que le prix des diamètres optimums retrouvés soit stable malgré la correction des débits qui change, puis on marque l'arrêt et on retourne le numéro de l'itération qui marque la stabilité des prix, ainsi que les diamètres correspondants.

On vérifie si toutes les contraintes sont vérifiées, on marque la fin de l'exécution. Sinon, on cherche les débits qui vérifient la loi des mailles et celle des nœuds (toujours en utilisant le *SCE*).

Pour le réseau académique le nombre d'itération effectuées avant d'atteindre la stabilité était de **38** itérations avec un prix compris entre (370 000 \$ et 380 000\$).

Pour le réseau de *Sidi M'barek*, le nombre d'itération avant la stabilité est de **23** itérations avec un prix compris entre (3 050 000 DA et 3 060 000 DA).

IV.1 Test de performance du SCE :

Pour tester l'aptitude du programme du SCE, on l'a tester sur une fonction nommée **Rastrigin's function** qui est connue comme une fonction test pour les GA puis on a comparé SCE et GA selon la valeur de l'optimum trouvé et le nombre d'itérations pour répondre à la question de rapidité de calcul.

Pour l'usage du GA on a eu recours à la fenêtre **optimtool ('GA')** qui existe sur le logiciel **MATLAB** qui donne : la valeur de la fonction objectif (**objective function value**), le nombre d'itération (**Current iteration**) et le point final (**final point**).

Pour l'usage du SCE on a utilisé le programme développé sous *Matlabe* comme on l'a expliqué auparavant.

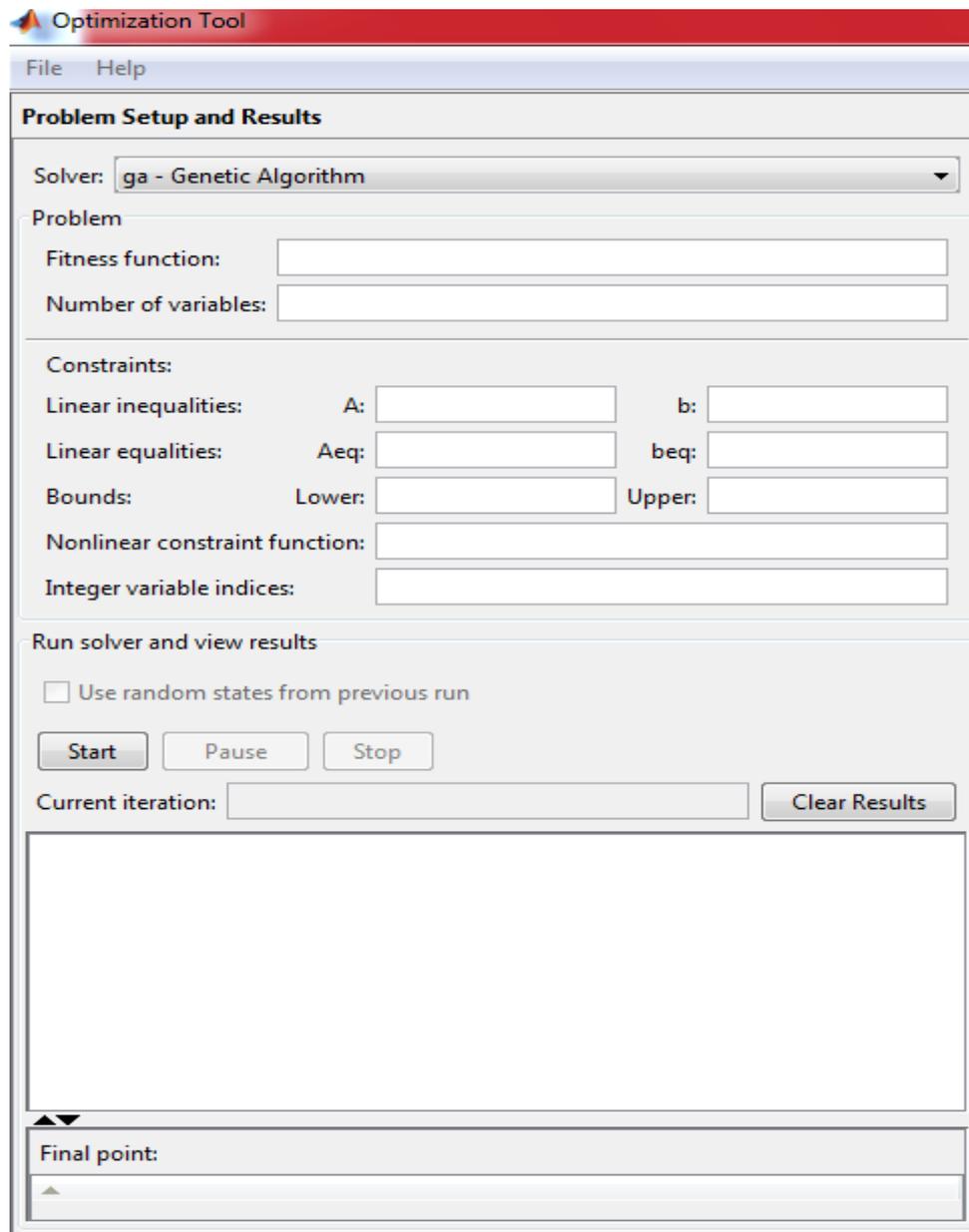


Figure IV. 2 Optimtool ('GA')

IV.1.1 La Rastrigin's function :

C'est une fonction définie à deux variables x_1 et x_2 sur l'intervalle $[-1, 1]$, qui est définie comme suit :

$$Ras(x) = 20 + x_1^2 + x_2^2 - 10 * (\cos 2\pi x_1 + \cos 2\pi x_2) \dots \dots \dots (IV.1)$$

Cette fonction a pour optimum global la valeur 0 lorsqu'on arrive au couple de point $[0, 0]$

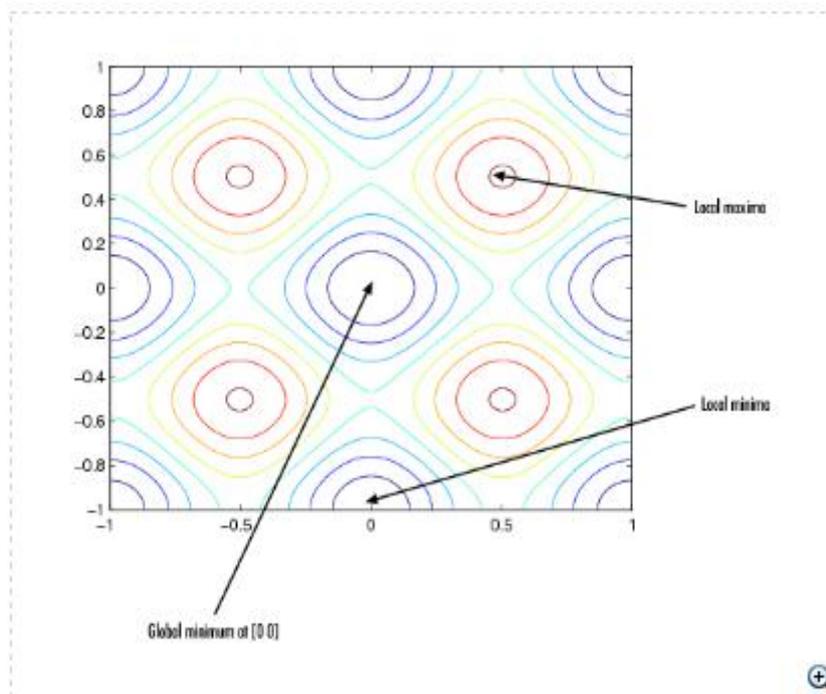


Figure IV.3 L'optimum global de la Rastrigin's fonction

Cette figure montre bien l'emplacement de l'optimum global de la **Rastrigin's fonction** sur son domaine de définition.

IV.1.2 Résultat trouvé par les GA :

L'usage des GA a abouti au résultat illustré ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{la valeur de la fonction objective} = 0.05531602101322264 \\ \text{points finaux: [0.001 - 0.017]} \end{array} \right.$$

La figure ci-dessous montre ce résultat obtenu après l'utilisation des GA avec un nombre d'itérations de 53 effectuées.

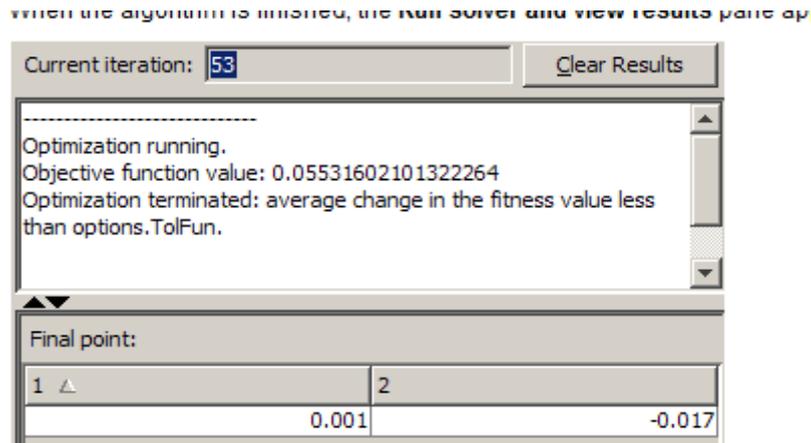


Figure IV. 4 Résultat obtenu par la table optimtool ('GA')

IV.1.3 Résultat obtenu par la SCE :

l'usage du SCE a donné le résultat illustré ci-dessous pour un nombre d'itération égale à 20.

	0,003	0,046	0,005	-0,043	0,959	-0,995	-0,984	0,005
	0,008	-0,021	-0,051	0,998	0,027	0,056	-0,087	0,907
RF								
	0,01448	0,504263	0,516599	1,361406	1,393949	1,610757	2,483541	2,486824

Figure IV. 5 Résultat obtenu par le SCE

Cette figure montre le résultat obtenu par le SCE qui est issu du couple de points [0.003 0.008]

Avec une valeur de la fonction objective qui vaut 0.014479910131.

0,003
0,008
RF
0,0144799
10131729

Figure IV. 6 Valeur de la fonction objectif obtenue par le SCE pour 'la Ras fonction'

Conclusion :

Les résultats obtenus après l'utilisation des GA et du SCE sur la Rastrigin's function confirme bien l'aptitude du SCE a optimiser, et sa préférence par rapport aux GAs surtout en ce qui concerne le nombre d'itération, avec un nombre d'itération de 20 pour le SCE et de 53 pour les GA.

IV.2 Données du réseau académique:

Le réseau académique tel qu'il a été présenté par *Alperovits et Shamir*, est composé de 8 conduites connectées entre elles, formant 2 mailles et 7 noeuds. Le noeud 1 est un réservoir

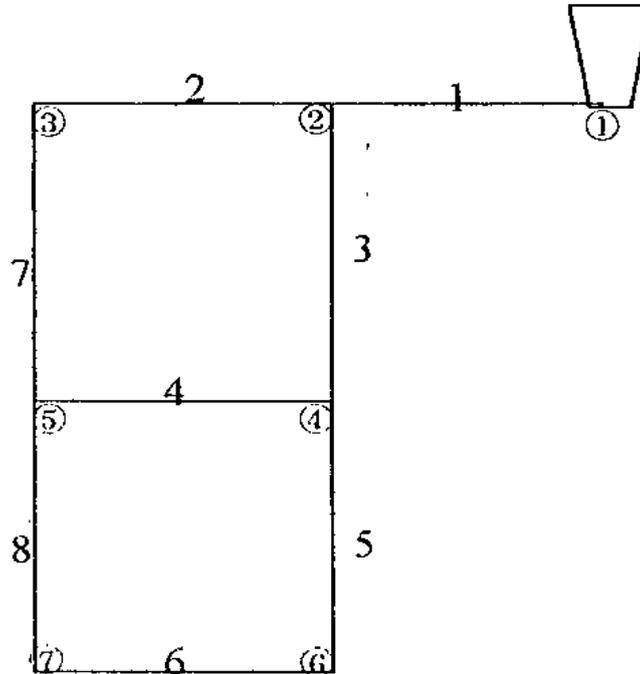


Figure IV. 7 Tracé du réseau académique

Le tableau ci-dessous comporte les données correspondantes au réseau de référence d'après l'article d' *Alperovits et Shamir*.

La **pression minimale** exigée est de **30 m** pour les vitesses, elles doivent être comprises entre [0.3 2.4] (m/s)

TABLEAU IV. 1 DONNEES DU RESEAU ACADEMIQUE

N^0	N_{amor}	N_{ava}	Chw	$long$	Noeu	Consommat	élévatio	$D(in)$	coût	$D(in)$	coût
1	1	2	130	1000	1	1120.0	210	1	2	12	50
2	2	3	130	1000	2	100.0	150	2	5	14	60
3	2	4	130	1000	3	100.0	160	3	8	16	90
4	4	5	130	1000	4	120.0	155	4	11	18	130
5	4	6	130	1000	5	270.0	150	6	16	20	170
6	6	7	130	1000	6	330.0	165	8	23	22	300
7	3	5	130	1000	7	200	160	10	32	24	550
8	7	5	130	1000							

Les données des deux réseaux sont introduites sous forme de fichiers *Excel* et qui sont lus par la fonction prédéfinie sous *Matlab* : *xlsread*.

Cette fonction est utilisable sous l'aspect :

$a = \text{xlsread}(\text{'emplacement du fichier excel sur l'ordinateur'} \\ \backslash \text{nom du fichier.xlsx'})$

a : représente une nomination donnée au fichier à lire

Les données de chaque réseau sont représentées comme suit :

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	D (in)	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	
2	D (mm)	25,4	50,8	76,2	101,6	152,4	203,2	254	304,8	355,6	406,4	457,2	508	558,8	609,6	
3	prix \$	2	5	8	11	16	23	32	50	60	90	130	170	300	550	

Figure IV. 8 Fichier excel représentant les diamètres de la gamme commerciale et les prix correspondants en \$.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	n cond	1	2	3	4	5	6	7	8	
2	nd amont	1	2	2	4	4	6	3	7	
3	nd aval	2	3	4	5	6	7	5	5	

Figure IV. 9 Fichier excel représentant les numéros des conduites et des nœuds amont et aval.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	num nd	1	2	3	4	5	6	7	
2	côtes	210	150	160	155	150	165	160	
3	consom	1120	100	100	120	270	330	200	
4									

Figure IV. 10 Fichier excel représentant l'ordre des nœuds, les consommations nodales et les côtes.

IV.2.1 L'analyse des résultats obtenus par *Alperovits et Shamir* :

Le tableau ci-dessous représente les résultats obtenus par la méthode du gradient du programme linéaire :

Tableau IV. 2 Résultats finaux des diamètres optimisés obtenus par *Alperovits et Shamir*

N ⁰	Diamètre(in)	Débits $\frac{l}{s}$	vitesse ($\frac{m}{s}$)	Noeud	Pression
1	18	311.0	1.89		
2	8	65.04	2.01	2	53.19
3	16	218.27	1.68	3	23.64
4	4	15.78	1.95	4	41.91
5	16	169.6	1.30	5	5.11
6	8	77.50	2.39	6	27.99
7	6	37.27	2.04	7	6.14
8	6	21.95	1.20		
Coût	399000 \$				

L'équilibrage de la variante proposée par *Alperovits et Shamir* permet de conclure que la répartition des diamètres proposée conduit à **un système défaillant** car les pressions aux *noeuds 5 et 7* sont très faibles.

IV.2.1.1 vérification par EPANET:

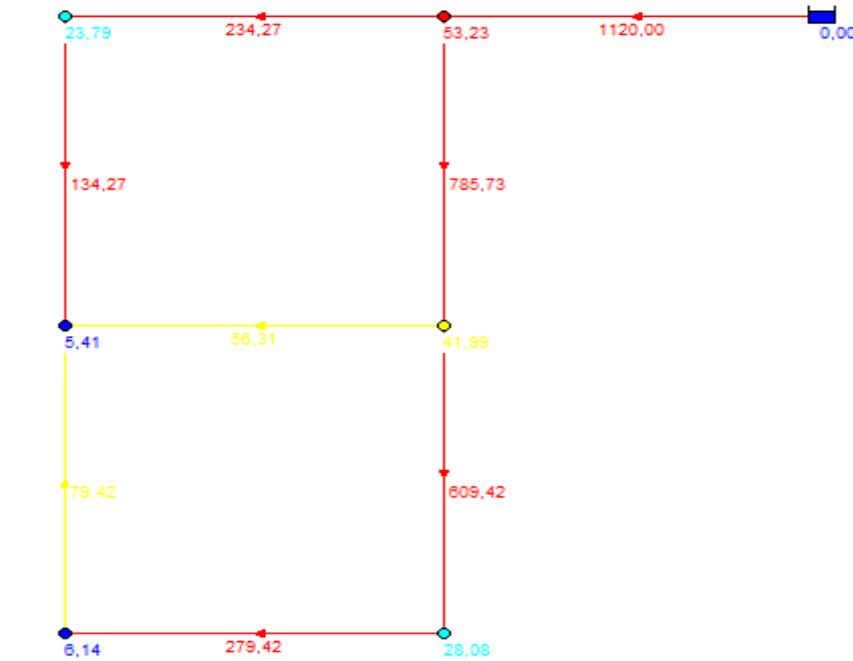


Figure IV. 11 Résultat obtenu par *Alperovits et Shmir* simulé par EPANET

IV.2.1.2 Remarque :

De cette figure on voit bien que pour un prix assez élevé de **399000 \$**, trois des six nœud qui constituent tout le réseau n'ont pas atteint la pression minimale exigée au niveau de chaque nœud qui vaut 30m. Et deux d'entr eux n'ont pas atteint la moitié de cette charge:

{le noeud 3 avec une pression de 23.79 m
 {le noeud 5 avec une pression de 5.41 m
 { le noeud 7 avec une pression de 6.14

Ce qui veut dire que 50% des contrainte de pression ne sont pas satisfaites, pour un prix élevé.

La loi des nœuds, loi des mailles et la contrainte de la vitesse sont vérifiées.

La simulation faite par *EPANET* confirme bien la conclusion que ce résultat conduit à un système défaillant du réseau.

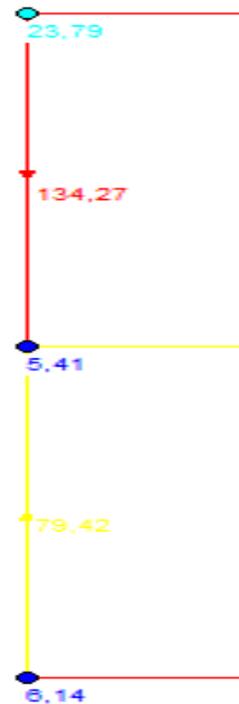


Figure IV. 12 Les pressions aux trois nœuds 3,5 et 7

IV.2.2 Analyse des résultats obtenus par les autres méthodes utilisées :

IV.2.2.1 Featherstone:

Le tableau ci-dessous représente les résultats d'équilibrage des variantes de diamètres obtenus par la méthode de *Featherstone* :

Tableau IV. 3 Résultat optimal proposé par Featherstone

Diam	Featherstone			
	Q(l/s)	$V(\frac{m}{s})$	Noeud	Pression (m)
20	311.1	1.50		
14	130.37	1.28	2	54.67
12	152.96	2.04	3	42.86
6	15.80	0.84	4	39.00
12	103.83	1.39	5	41.56
6	12.17	0.65	6	24.46
10	102.60	1.97	7	28.54
8	43.40	1.30		
Coût	419 000 \$			

Pour cette méthode la loi de nœuds n'est pas vérifiée, il y'a une perte des débits au niveau du nœud 5 et la simulation de ce résultat par *EPANET* confirme bien ce résultat, ce qui voudra dire qu'en absence de la satisfaction de la loi de conservation de la masse le système ainsi établi est un système défaillant.

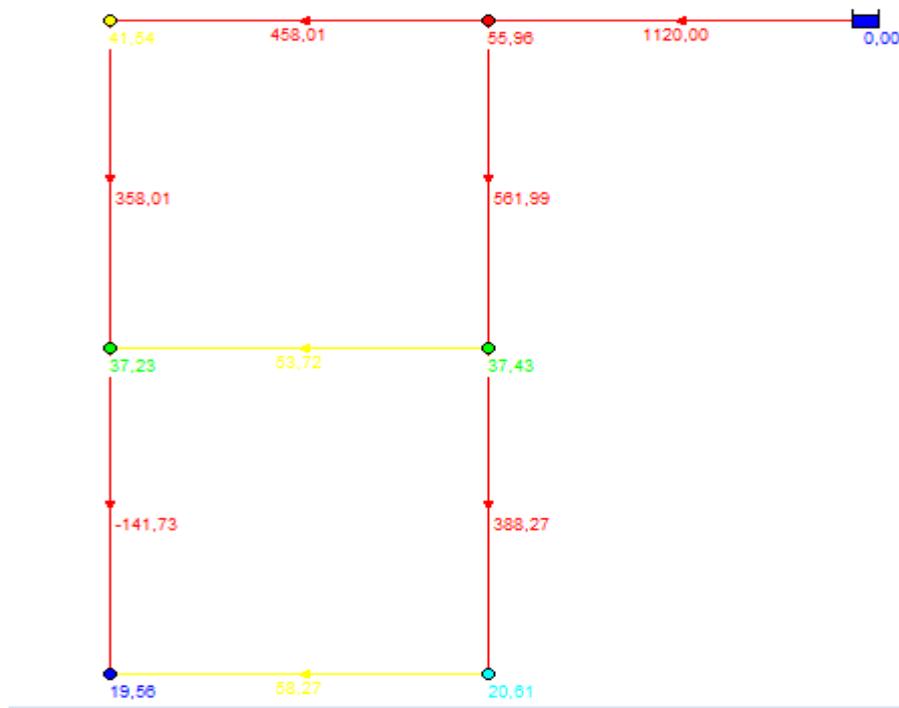


Figure IV. 13 Simulation par EPANET du résultat obtenu par Featherstone

IV.2.2.1.1 Explication:

Pour que la loi des nœuds soit satisfaite il faut qu'à chaque nœud la somme des débits entrant doit être égale à ceux sortants, alors que, pour le nœud 5 ce n'est pas le cas.

Vu le réseau, ce qu'on doit avoir c'est :

$$Q_4 + Q_7 + Q_8 = 270 \left(\frac{m^3}{h} \right) \text{ ou } (75 \left(\frac{l}{s} \right))$$

Alors que le résultat obtenu par la méthode de *Fetherstone* est :

$$Q_4 + Q_7 = 102.8 + 15.8 = 118.6 \text{ l/s}$$

On remarque que sans introduire le débit Q_8 , le résultat est largement supérieur à la sortie du nœud 5, ce qui a conduit lors de la simulation via *Epanet* à un débit négatif à travers la conduite 8, avec un changement de direction de circulation du débit ce qui demandera un moyen de pompage vu la différence de côte entre les nœud 5 et 8.

Donc le prix de réalisation pourra dépasser largement le prix trouvé de 419 000\$, à cause de la non satisfaction de la loi des nœuds et du besoin d'un système de pompage.

Aussi, la contrainte de pression n'est pas vérifiée pour les deux nœuds 6 et 7 qui ont des pressions inférieures à la pression minimale qui vaut 30 mètres.



Figure IV. 14: Débit circulant au niveau de la conduite 8 simulé par EPANET.

IV.2.2.2 Le résultat obtenu par le logiciel *Net cad* (thèse magister Mr.A.Lefkir) :

Tableau IV. 4 Résultats obtenus par le logiciel *Net Cad*

Diam	Net Cad			
	Q(l/s)	$V(\frac{m}{s})$	Noeud	Pression (m)
16	311.1	2.4		
14	119.1	1.2	2	53.54
14	164.1	1.65	3	37.48
6	20.28	1.11	4	40.00
14	110.5	1.11	5	37.86
6	18.89	1.04	6	27.33
10	91.38	1.8	7	26.09
10	131.9	0.72		
Coût	366 000 \$			

Pour ce résultat on remarque aussi la non satisfaction de la loi des nœuds. Au niveau du nœud *numéro* 5 , autrement dit l'équation :

$$Q_4 + Q_7 + Q_8 = 270 \left(\frac{m^3}{h} \right) \text{ ou } (75 \left(\frac{l}{s} \right))$$

n'est pas satisfaite, d'après les résultats figurants au niveau du tableau ci-dessus :

$$Q_4 + Q_7 + Q_8 = 20.28 + 91.38 + 131.9 = 243.56 \text{ l/s}$$

et c'est largement supérieur au débit sortant du nœud 5 qui vaut 75 l/s.

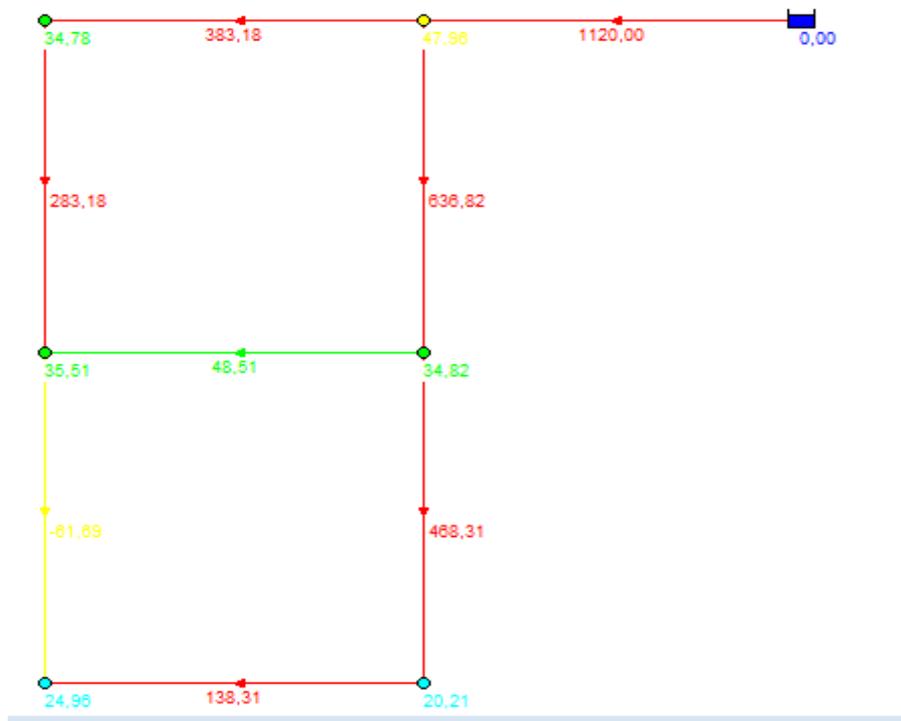


Figure IV. 15 Simulation du résultat par EPANET

On a aussi deux nœuds qui n'ont pas satisfaits la contrainte de pression avec des pressions qui sont au- dessous de la pression minimale qui vaut 30m

D'après le résultat obtenu via EPANET on a eu un débit négatif au niveau de la conduite 8, ce qui est contraire au sens d'écoulement imposé par les pentes du réseau et vu la différence de côtes entre le nœud 5 et le nœud 8 cette installation aura besoin d'un système de pompage pour les besoins de cette zone ce qui nuira sur le côté économique de l'installation.

Ainsi, on peut dire que le système ainsi engendré est un système défaillant.

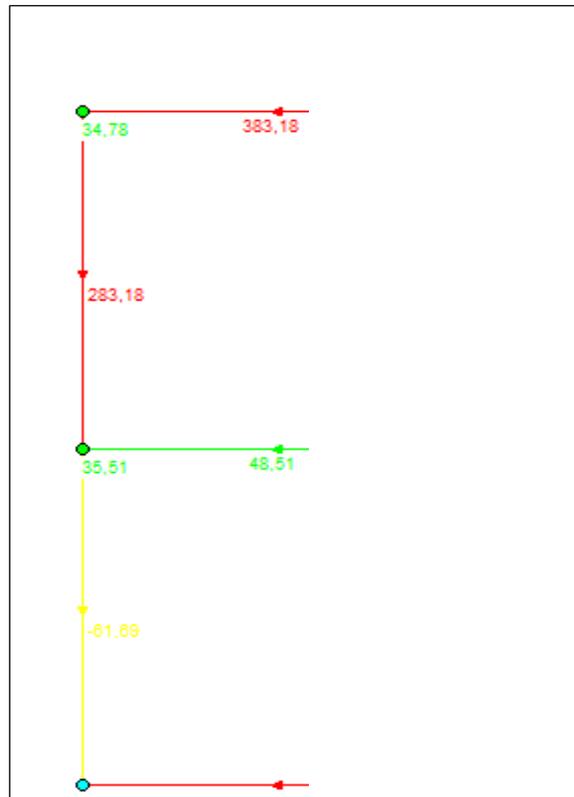


Figure IV.16 : Visualisation de la circulation des débits circulants vers le noeud 5

IV.2.2.3 Méthode mixte:

Tableau IV. 5 Résultat obtenu par la méthode mixte

Méthode mixte					
conduite	Diam	Q(l/s)	$V(\frac{m}{s})$	Noeud	Pression (m)
1	18	311.1	1.89		
2	10	93.5	1.85	2	53.19
3	16	189.7	1.46	3	30.26
4	4	9.03	1.11	4	43.34
5	16	147.3	1.14	5	33.52
6	10	55.7	1.10	6	30.31
7	10	65.8	1.30	7	30.35
8	1	0.15	0.30		
Coût	419 000 \$				

Parmi tous les résultats trouvés après utilisation de différentes méthodes d'optimisation, (*Fetherston, Shamir et Alperovits..*) , **la méthode mixte** a donné le meilleur résultat dont lequel la grande majorité des contraintes sont vérifiées et la simulation faites par *EPANET* confirme bien se résultat avec un prix de 419 000 DA.

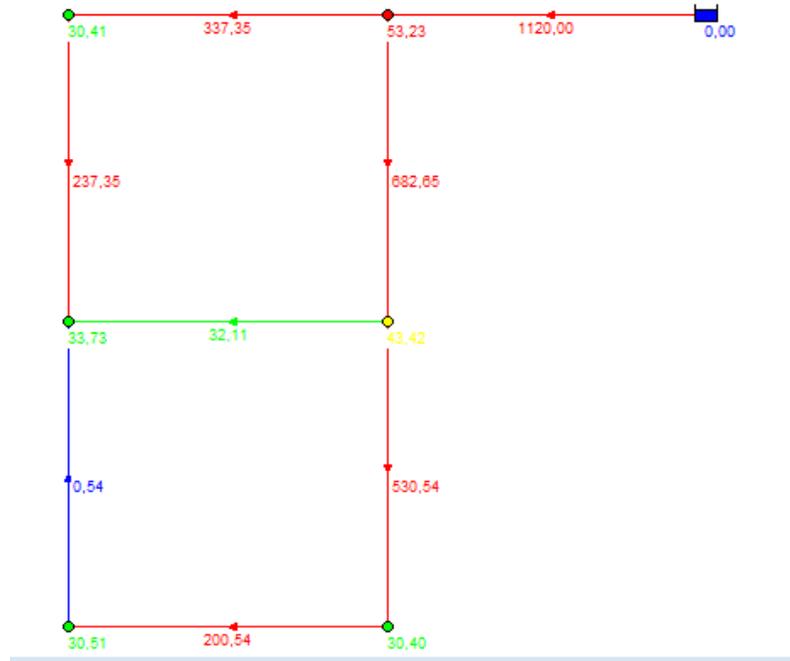


Figure IV. 17 Simulation du résultat de la méthode mixte via EPANET

Le point négatif de cette méthode réside au niveau de la conduite 8. En effet à ce niveau, le débit arrivé est largement très faible avec une grandeur de $Q_8 = 0.54 \text{ m}^3/\text{h}$ (ou $Q_8 = 0.15 \text{ l/s}$), alors que le niveau du réservoir est de l'ordre de $1120 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ ou 311.11 l/s , représentant un pourcentage de **0.0048%** du débit total, circulant avec une vitesse limite de 0.3 m/s .

Ce qui impliquera deux problèmes majeurs pour une telle installation :

- La circulation des eaux avec une vitesse limite de **0.3 m/s** met la conduite en un danger de stagnation des eaux ce qui ne permettra pas de satisfaire la demande de cette zone.
- Du côté pratique, dans le cas de prévision pour une extension du réseau dans cette région, le coût sera colossal pour pouvoir satisfaire d'autres besoins en plus.

IV.2.3 Résultat obtenu par le Shuffled complex evolution:

Le programme élaboré dans ce travail a donné un résultat en ce qui concerne les diamètres à utiliser pour l'installation ainsi qu'une correction des débits pour la satisfaction des : loi des nœuds et deslois des mailles.

Le résultat obtenu a été translaté de deux manières différentes à la gamme commerciale pour obtenir les diamètres utilisables pour l'installation :

- La première translation a été faite par rapport à chaque diamètre inférieur respectif au résultat obtenu pour les conduites (1,2,3,4,5,7) , et par rapport au diamètre supérieur pour les conduites 6 et 8. Puis ce résultat a été comparé avec les méthodes de *Fetherstone; Alperovits et Shamir, Net cad.*
- La deuxième translation a été faite en changeant quelques translations des diamètres de quelques conduites en partant des diamètres inférieurs aux supérieurs des résultats obtenus ou le contraire. Ce résultat est comparé avec le résultat obtenu par la *méthode mixte.*

Tableau IV. 6 Résultat de la première translation

<i>Suffeled complex evolution</i>								
<i>conduit</i>	<i>Diam (mm)</i>	<i>transl - ation</i>	<i>D gamm</i>	<i>Q(l /s)</i>	<i>Q (m³ /h)</i>	<i>V(m/s)</i>	<i>Noeud</i>	<i>Pression (n)</i>
1	411.5	406.4	16	311.1	1120	2.3		
2	255.3	254	10	78.83	255	1.4	2	47.99
3	413.6	406.4	16	210	756	1.6	3	30.35
4	172.4	152.4	6	21.66	78	1.18	4	37.20
5	378.8	355.6	14	155.5	560	1.56	5	31.47
6	285	304.8	12	63.61	229	0.87	6	20.83
7	220.8	203.2	8	42.77	154	1.31	7	23.25
8	128	152.4	6	8.33	30	0.45		
Coût	377 000 \$							

IV.2.3.1 Remarque :

De point de vue économique et technique ce résultat est largement préférable par rapport aux méthodes :

Alperovits et Shamir : qui pour un prix supérieur à celui trouvé par *Le SCE*, trois des nœuds du réseau n'ont pas atteint la pression minimale avec des valeurs très inférieures.

Fetherstone: pour un prix qui vaut 419 0000\$, deux des nœuds du réseau n'ont pas satisfaits la contrainte de pression ainsi que la non satisfaction de la contrainte aux nœuds, alors que le résultat trouvé par *SCE* satisfait la loi des nœuds à 98.12% avec une perte seulement de **5.8 l/s** sur les **311.11 l/s** existantes.

IV.2.3.2 Simulation via EPANET:

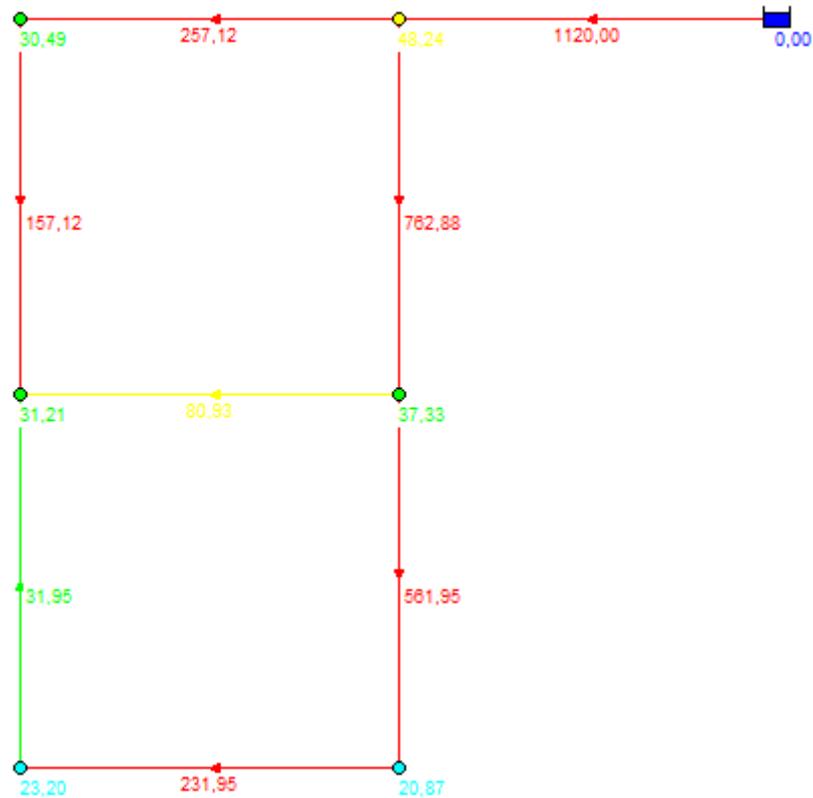


Figure IV. 18 Simulation du premier résultat par EPANET

Pour la comparaison entre les débits :

Pour pouvoir vérifier l'efficacité du SCE une étude comparative a été faite entre la distribution des débits simulé par EPANET et celle trouvé par SCE.

Tableau IV. 7 Comparaison de la distribution des débits entre SCE et EPANET

<i>Débit SCE</i>		<i>Débit EPANET</i>	
	1120		1120
	255		257.16
	756		762.88
	78		80.93
	560		561
	229		231.95
	154		157.12
	30		31.95
Total	3182 $\frac{m^3}{h}$		3202.95 m^3/h

D'après ce tableau la différence entre la distribution des débits obtenue par *le SCE* et *EPANET* est de l'ordre de **20.95 m³ / h** or **5.8 l / s**, ce qui est considérée comme une perte minime (1.87%) alors que 98.12 % de la distribution totale est assurée.

IV.2.3.3 La deuxième translation :

En changeant quelques translations du résultat obtenu; des diamètres inférieurs à ceux supérieurs ou des supérieurs à ceux inférieurs, on a obtenu un nouveau résultat qui a été comparé avec celui de la méthode *mixte*.

Tableau IV. 8 Résultat de la deuxième translation

Suffeled complex evolution								
conduit	Diam (mm)	transl - ation	D gamm	Q(l /s)	Q (m³ /h)	V(m/s)	Noeud	Pression (n)
1	411.5	457.2	18	311.1	1120	1.89		
2	255.3	254	10	71.66	258	1.41	2	53.23
3	413.6	457.2	18	210.27	757	1.28	3	35.43
4	172.4	152.4	6	23.88	86	1.30	4	44.96
5	378.8	406.4	16	151.38	545	1.16	5	36.74
6	285	254	10	60.27	217	1.18	6	31.80
7	220.8	203.2	8	42.22	152	1.30	7	31.13
8	128	101.6	4	4.16	15	0.51		
Coût	464 000 \$							

Ce résultat satisfait toutes les contraintes :

De pression

De vitesse

Loi des nœuds

Loi des mailles

Comparé au résultat obtenu par la méthode mixte, du point de vue économique c'est un prix élevé par rapport au coût de cette dernière, par contre la distribution des débits est faite d'une manière à satisfaire tous les besoins avec des débits importants dont le problème trouvé au niveau de la conduite 8 a été résolu et le risque de stagnation des eaux est nul.

Autrement dit, la qualité technique atteinte par ce résultat couvre le coût de l'installation qui est un peu élevé.

IV.2.3.3.1 Simulation par EPANET :

Le résultat obtenu après la simulation faite par le logiciel EPANET est présenté sur la figure ci-dessous :

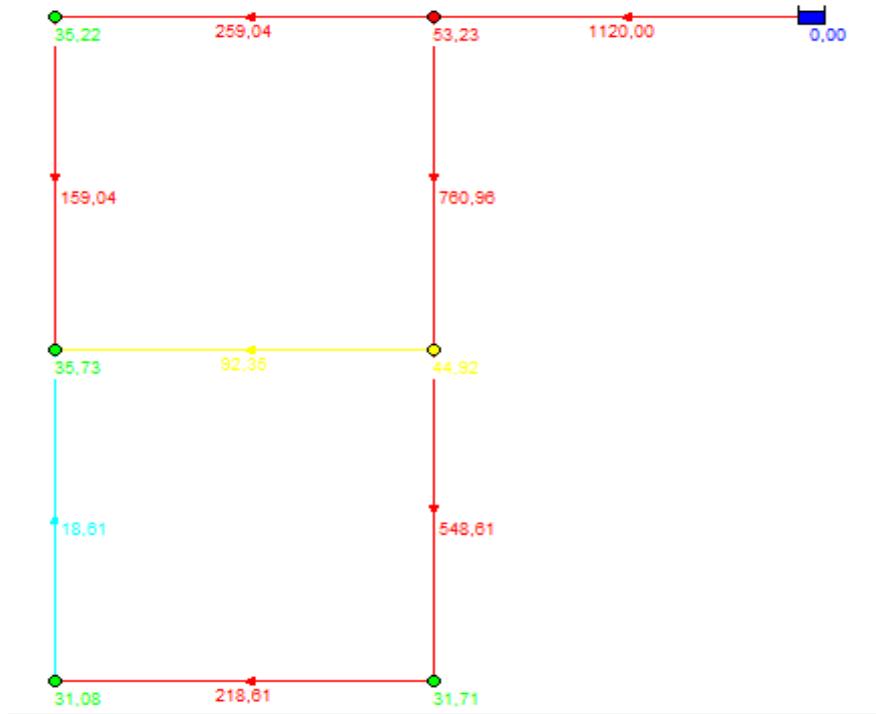


Figure IV. 19 Simulation du résultat de la deuxième translation par EPANET

Pour ce résultat le programme SCE s’est avéré très performant lors de la répartition des débits dont la distribution a été réussie à 97.62% comparée à celle du logiciel EPANET or on a eu une perte de l’ordre de 2.37% environ 7.5 l/s.

La comparaison entre SCE et EPANET est illustré dans le tableau suivant :

Pour la comparaison entre les débits :

Le tableau ci-dessous présente la comparaison faite entre la distribution des débits faites par le SCE et celle simulée par EPANET :

Tableau IV. 9 Comparaison de la circulation des débits entre SCE et EPANET

Débit SCE	Débit EPANET
1120	1120
258	259.04
757	760.96
86	92.35
545	548.61
217	218.61
152	159.04
15	18.61
Total $3150 \frac{m^3}{h}$	$3177.22 \frac{m^3}{h}$

La différence est de l’ordre de $27.22 \frac{m^3}{h}$ or 7.5 l/s

IV.2.3.3.2 Comparaison avec le résultat trouvé par la méthode *LPG* :

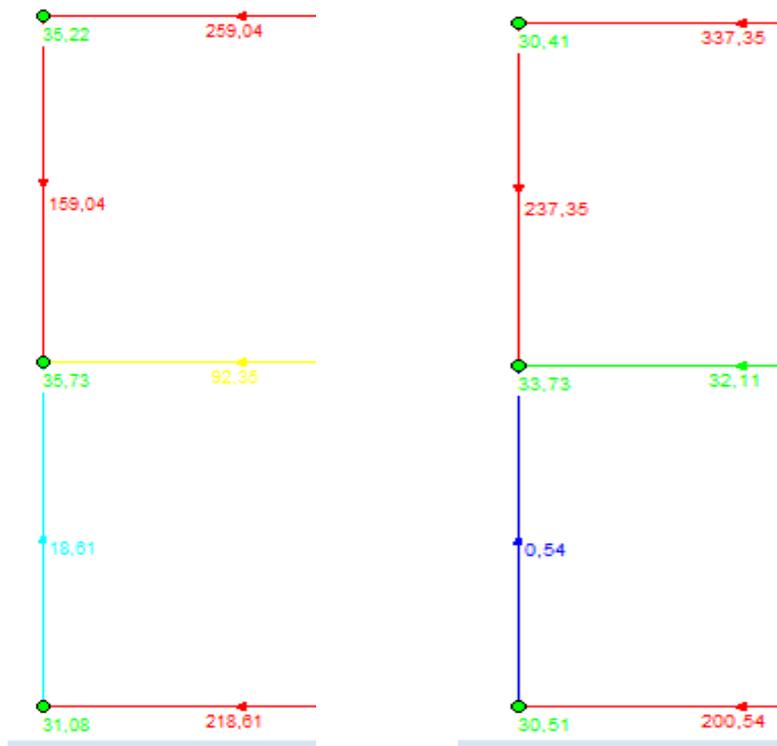


Figure IV. 20 Visualisation des débits circulant à travers la conduite 8 (méthode mixte et SCE)

De ces deux figure on voit bien la correction de débit apportée par le *SCE* au niveau de la conduite 8, tel que la nouvelle quantité de débit est largement supérieure à celle trouvée par le programme *LPG*.

Propriété	Valeur
*ID Tuyau	8
*Noeud Initial	7
*Noeud Final	5
Description	
Genre	
*Longueur	1000
*Diamètre	101
*Rugosité	130
Coeff. Pertes Singul.	0
État Initial	Ouvert
Coef. Réact. dans la Mass	
Coef. Réact. aux Parois	
Débit	18,61
Vitesse	0,65

Propriété	Valeur
*ID Tuyau	8
*Noeud Initial	7
*Noeud Final	5
Description	
Genre	
*Longueur	1000
*Diamètre	25
*Rugosité	130
Coeff. Pertes Singul.	0
État Initial	Ouvert
Coef. Réact. dans la Mass	
Coef. Réact. aux Parois	
Débit	0,54
Vitesse	0,31

Figure IV. 21 Différence entre les vitesses de circulation des eaux entre les deux résultats.

Les deux figures ci-dessus montrent bien la différence entre les vitesses de circulation des eaux entre les deux résultats.

Ce qui prouve bien à ce niveau la qualité du résultat trouvé par *le SCE* par rapport à celui trouvé par la méthode *LPG*.

IV.2.4 Le réseau de *sidi M'barek* :

Le projet d'alimentation en eau potable du lotissement de *Sidi M'barek* a été élaboré suivant le plan d'aménagement de ce dernier.

L'alimentation de ce dernier se fera par piquage au niveau du nœud (1). Cette zone est composée de lotissement avec une population de 2198 habitants et un centre Commerciale avec une superficie de 1989 m².

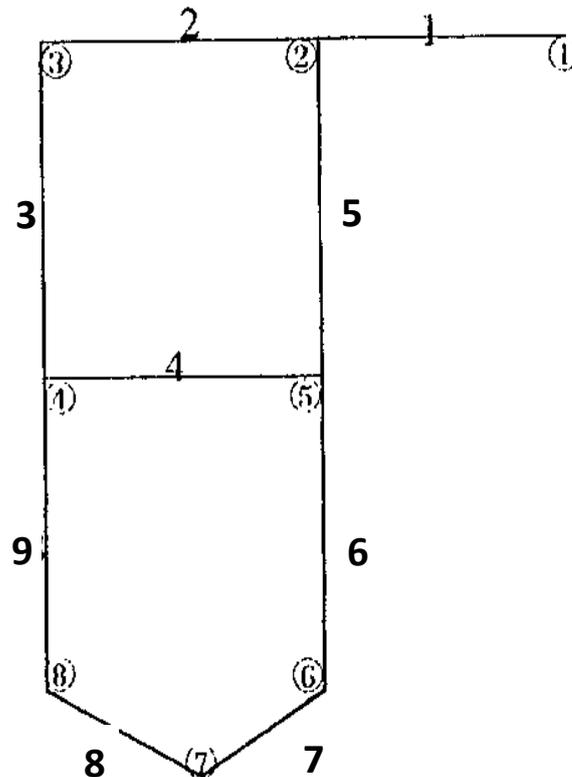


Figure IV. 22 Réseau de *Sidi M'barek*.

Le tableau ci-dessous représente les données aux nœuds et celles des conduites du réseau de *Sidi M'barek* :

Tableau IV. 10 Données du réseau de *Sidi M'barek*

Données des conduites					Gamme commerciale						
N	N amon	N ava	long	Diam de réalisation	Noeud	Conso - m($\frac{l}{s}$)	éléva - tion	Diam	coût (DA)	Diam	coût (DA)
1	1	2	26	150	1	17	123	60	2800	350	7625
2	2	3	83	100	2	1.409	95	80	3000	400	8750
3	3	4	79	100	3	1.367	95	100	3500	450	9095
4	5	4	86	100	4	3.317	95	125	4150	500	9440
5	2	5	84	150	5	2.785	100	150	4800	550	10110
6	5	6	160	150	6	2.253	103.4	200	5400	600	10780
7	6	7	107	125	7	2.422	101.3	250	5800	650	11450
8	7	8	180	80	8	3.444	84.6	300	6500	700	12130
9	4	8	228	80							

Le coût de réalisation de ce réseau vaut : **3 832 050 DA**

La valeur du coefficient de *Hazen Williams* : $Chw = 140$

IV.2.4.1 Introduction des données :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	D (mm)	60	80	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
2	prix (DA)	2800	3000	3500	4150	4800	5400	5800	6500	7625	8750	9095	9440	10110	10780	11456	12132
3																	

Figure IV. 23 Fichier excel représentant les diamètres de la gamme commerciale et leur prix en DA

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	conduite	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	Longueur	26	83	79	86	84	160	107	180	228

Figure IV. 24 Fichier excel représentant l' ordre des conduites et les longueurs correspondantes

	A	B	C	D
1	noeud	consommation	élévation	
2	1	17	123	
3	2	1,409	95	
4	3	1,367	95	
5	4	3,317	95	
6	5	2,785	100	
7	6	2,253	103,44	
8	7	2,422	101,3	
9	8	3,444	84,6	
10				

Figure IV. 25 Fichier excel représentant l' ordre des noeuds, consommations et côtes correspondantes

IV.2.4.2 Les résultats trouvés avec les différentes méthodes :

IV.2.4.2.1 Newton Raphson et Hardy Cross:

Tableau IV. 11 Résultats de Newton Raphson et de Hardy Cross

Condu		Newton Raphson Net CAD		Hardy Cross Loop		Noeud	Net CAD	Loop
N	D	$Q\left(\frac{l}{s}\right)$	V	$Q\left(\frac{l}{s}\right)$	V	Noeud	Pression	Pression
1	150	17	0.96	17	0.96	1	29	29
2	100	4.00	0.51	4.00	0.51	2	27.84	27.84
3	100	2.63	0.33	2.63	0.33	3	27.59	27.58
4	100	2.49	0.31	2.49	0.31	4	27.48	27.47
5	150	11.53	0.65	11.53	0.65	5	22.58	22.58
6	150	6.31	0.36	6.31	0.36	6	18.99	18.98
7	125	4.06	0.33	4.06	0.33	7	21.02	21.00
8	80	1.64	0.32	1.64	0.32	8	37.41	37.39
9	80	1.81	0.36	1.81	0.36	Coût	3 711 150 DA	

IV.2.4.2.2 Gradient du programme linéaire:

Tableau IV. 12 Résultat de LPG avant la sélection des diamètres.

Conduites	Débit	longueur	Diamètres	Vitesse	Noeuds	Charges totales
1	17	26	100	1.5	1	123
2	4.00	83	60	1.42	2	26.8
3	2.63	79	60	0.93	3	23.8
4	2.49	86	60	0.88	4	22.5
5	11.53	28.8	80	2.31	5	18.8
6	6.31	55.2	80	1.48	6	14.16
		160	100	0.8		
7	4.06	107	80	0.81	7	15.4
8	1.64	150	60	0.58	8	13.8
		30	80	0.33		
9	1.81	228	60	0.64	Coût	3 094 403 DA

Après le choix des diamètres de plus grandes longueurs :

Tableau IV. 13 Résultat de LPG après la sélection des diamètres

Conduites	Débit $\left(\frac{l}{s}\right)$	Diamètres	Vitesse	Noeuds	Charges totales
1	17	100	2.16	1	123
2	4.00	60	1.62	2	26.00
3	2.63	60	1.14	3	23.00
4	2.49	60	0.72	4	21.08
5	11.00	80	2.19	5	17.00
6	6.17	100	0.78	6	12.46
7	3.92	80	0.78	7	13.68
8	1.50	60	0.53	8	29.32
9	1.94	60	2.16	Coût	3 060 800 DA

Parmi les méthodes illustrées, la méthode *LPG* est *la meilleure* de point de vue prix et satisfaction des toutes les contraintes et la comparaison qui sera faite par la suite sera entre cette méthode et le programme élaboré lors de ce travail.

IV.2.4.3 Le résultat trouvé par le SCE :

Tableau IV. 14 Résultat trouvé par le SCE

<i>Conduites</i>	<i>Débit (l/s)</i>	<i>diamètres trouvé</i>	<i>Diamètres</i>	<i>Vitesse</i>	<i>Noeuds</i>	<i>Pressions</i>
1	16.8	95.5	100	2.13	1	
2	3.80	74.3	80	0.75	2	26.87
3	2.10	61	60	0.74	3	26.19
4	2.69	77.2	80	0.53	4	25.31
5	11.90	93.8	100	1.51	5	19.94
6	4.1	71.4	80	0.81	6	14.99
7	3.02	77.3	80	0.60	7	16.56
8	1.09	64.1	60	0.4	8	34.37
9	1.49	62.7	60	0.52	Coût	3 056 600 DA

Le *SCE* s'est avéré très utile pour la correction des débits, la différence entre le *SCE* et la simulation par *EPANET* est résumée dans le tableau ci-dessous :

Tableau IV. 15 Comparaison de la distribution des débits : SCE et EPANET

<i>Débit SCE</i>	<i>Débit EPANET</i>
16.8	16.94
3.80	4.14
2.10	2.75
2.69	3.02
11.90	11.41
4.1	5.61
3.02	3.38
1.09	0.9
1.49	2.44
Total :	46.99 l/s
	50.59 l/s

La perte issue de la perte des débits avec le *SCE* est de l'ordre de **3.6 l/s** de la circulation totale des débits ce qui revient à dire que la loi des nœuds est satisfaite à 92.88 %

En plus d'être un résultat plus économique, le résultat obtenu par le *SCE* satisfait toutes les contraintes :

- de Pression
- de vitesse

- loi des nœuds
- loi des mailles

la simulation faite par *EPANET* confirme ce résultat et les pressions trouvées sont meilleures en comparaison avec celles trouvées par la méthode *LPG*.

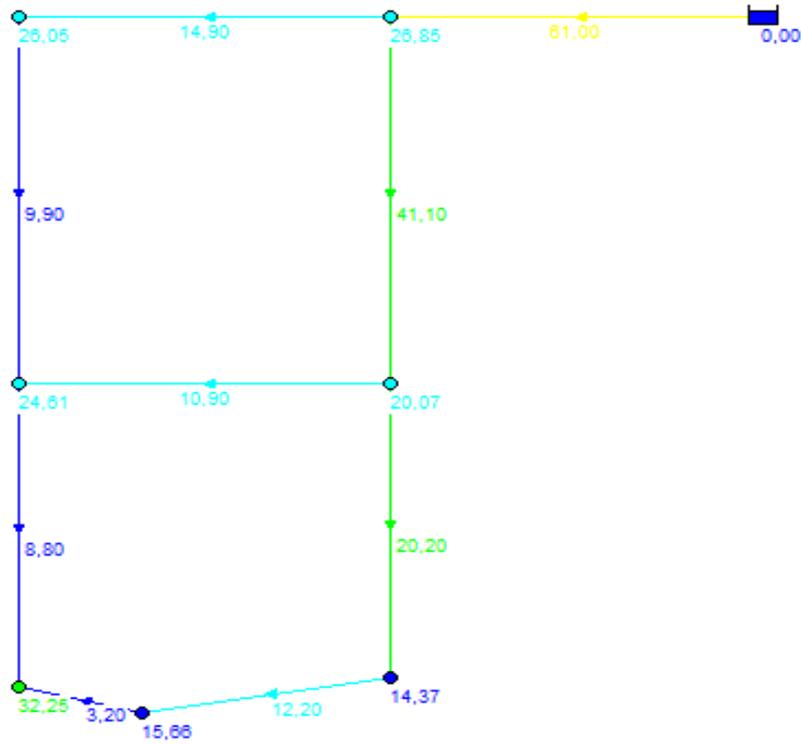


Figure IV. 26 Simulation du résultat du SCE par *EPANET*

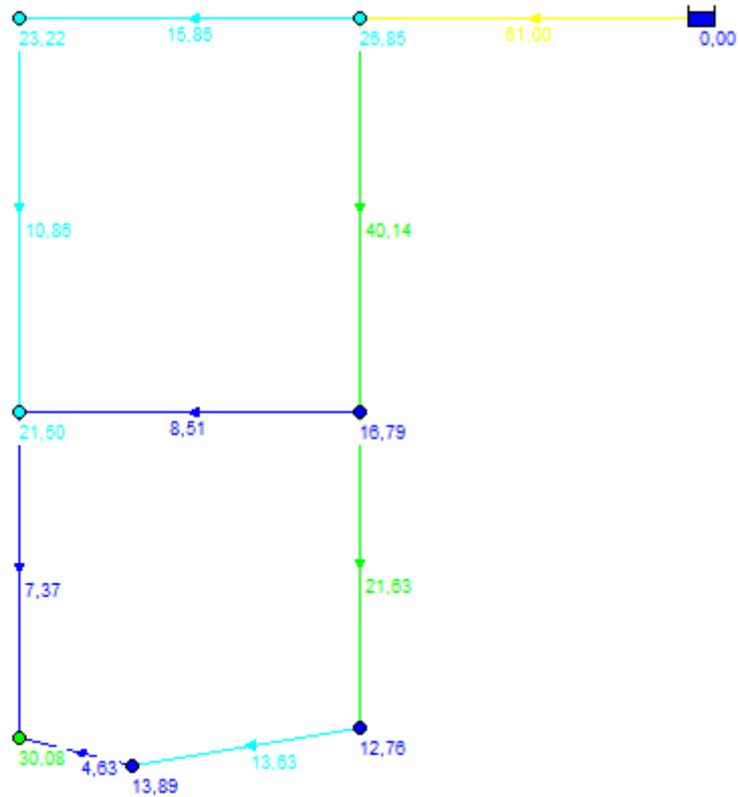


Figure IV. 27 Simulation du résultat du LPG par EPANET

A partir de ces deux figures on remarque que les pressions obtenue par la simulation du résultat obtenu par le *SCE* sont relativement meilleures par rapport à celles obtenues par la méthode *LPG*.

Conclusion générale :

Par le présent travail on a apporté une contribution à l'optimisation des réseaux d'alimentation en eau potable par un algorithme métaheuristique qui est le *Shuffled Complex Evolution (SCE)*.

Les résultats trouvés pour ces deux réseaux (réseau académique et réseau pratique) par le programme du **SCE** sont très satisfaisants soit du point de vue économique ou du point de vue technique avec une grande partie des contraintes qui sont respectées malgré la complexité du problème.

D'un autre côté, le **SCE** s'est avéré très intéressants pour la distribution des débits et les comparaisons faites avec le logiciel **EPANET** confirme bien ce résultat. Contrairement à d'autre méthode heuristique et métaheuristique qui ont montré une grande perte dans la distribution des débits ou la satisfaction de la loi de conservation de la masse.

Les références :

- [1] *Journal of The Institution of Engineers, Singapore Vol. 44 Issue 1 2004*
- [2] *JOURNAL OF OPTIMIZATION THEORY AND APPLICATIONS: Vol,76, No.3, MARCH 1993*
- [3] *ALPEROVITS. T. & SHAMIR, U. "Design of optimal water distribution systems", Water Resources Research, Vol 13, N^o6, 885 – 900, 1977.*
- [4] *FEATHERSTONE, R,E, & EL-DJUMAILY, K. K. "Optimal diameter Selction for pipe networks", Journal of Hydraulic Engineering, ESCE, 1983.*
- [5] *FUJIRAWA, O, JENCHAIMAHA, KB & EDRISINGHE, NCP. " A modified linear programming gradient gradient method for optimal design of looped water distribution networks", Water Resources Research, Vol N^o 6, 977 – 982, 1987.*
- [6] *KESSLER, A, & SHAMIR, U," Analyse of the linear programming gradient method of optimal design of Water supply networks", Water Ressources Research, Vol 25 N^o7, 1469 – 1480, 1989.*
- [7] *SHAMIR, U," Optimal design and operation of water distribution systems", Water Resources research, Vol 10,N^o1, 1974.*
- [8] *THESE DE MAGISTER, LEFKIR,A. «Contribution à l'Optimisation des Réseaux de Distribution d'eau » Ecole Nationale Polytechnique 2000.*