

10
1/96
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

THESE DE DOCTORAT D'ETAT

CONTRIBUTION AU CONTROLE DES ENGRENAGES
SUR MACHINE A MESURER TRIDIMENSIONNELLE

Présentée par

Mohamed BOUAZIZ

soutenue publiquement le 20 Janvier 1996
devant le jury d'examen :

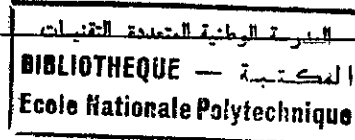
Président :	A. BALI	Prof	E.N.P
Rapporteurs :	J.M. DAVID	Prof	E.N.S.A.M Lille (France)
	J.P. BARRAND	Prof	E.N.S.A.M Lille (France)
	A. GAHMOUSSE	Prof	I.N.E.S Tebessa
Examineurs.:	S. RECHAK	Prof	E.N.P
	B. NECIB	M.C.	Université Constantine
Invité :	A. KOUADRIA	Chef Dépt Ctrl Fabrication SNVI-CVI Reuiba	

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



THESE DE DOCTORAT D'ETAT

CONTRIBUTION AU CONTROLE DES ENGRENAGES
SUR MACHINE A MESURER TRIDIMENSIONNELLE

Présentée par

Mohamed BOUAZIZ

soutenue publiquement le 20 Janvier 1996
devant le jury d'examen :

Président :	A. BALI	Professeur	E.N.P
Rapporteurs :	J.M. DAVID	Professeur	E.N.S.A.M Lille (France)
	J.P. BARRAND	Professeur	E.N.S.A.M Lille (France)
	A. GAHMOUSSE	Professeur	I.N.E.S Tebessa
Examineurs :	S. RECHAK	Professeur	E.N.P
	B. NECIB	M. Conf.	Université Constantine
Invité :	A. KOUADRIA	Chef Dépt Ctrl Fabrication	SNVI-CVI Rouiba

DEDICACES

A mes très chers parents,

*à ma petite famille, en particulier à ma femme pour ses sacrifices et pour m'avoir
aidé à surmonter les circonstances difficiles durant toute ma formation doctorale.*

REMERCIEMENTS

C'est avec un grand plaisir que j'exprime ma vive gratitude et ma sincère reconnaissance à Monsieur J.M. DAVID, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Lille, qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire de métrologie dimensionnelle, diriger ce travail et aider à sa réalisation.

Je tiens aussi à remercier vivement :

- Monsieur le Professeur F. LOUAGE, Directeur de l'E.N.S.A.M. de Lille pour m'avoir reçu dans son établissement.

- Messieurs J.P. BARRAND, R. LEBORZEC et T. COOREVITS, Professeurs à l'E.N.S.A.M. de Lille, pour leur précieuse aide.

- Monsieur A. GAHMOSSE, Professeur à l'E.N.P, pour son encouragement, son aide et son précieux soutien.

- Monsieur A. BALI, Professeur à l'E.N.P, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

- Messieurs S. RECHAK, Professeur à l'E.N.P et B. NECIB, Maître de Conférences à l'Université de Constantine, pour avoir accepté de participer au jury.

- Monsieur A. KOUADRIA, Chef de département Contrôle de Fabrication au CVI de Rouiba pour son aide et pour avoir bien voulu accepter ma demande d'invitation de participer au jury.

- Toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce travail, en particulier, l'équipe du laboratoire de Métrologie de l'ENSAM de Lille et celle du service "métrologie dimensionnelle" du Complexe Véhicule Industriel de Rouiba.

TABLE DES MATIERES



PRESENTATION	1
INTRODUCTION GENERALE	3
I) Préambule	3
II) Aperçu sur le contrôle des engrenages sur machines conventionnelles	4
III) Contribution de la machine à mesurer au contrôle des engrenages	5
IV) Recherche bibliographique	6
V) Objectif recherché	8
Chapitre I : LA TECHNIQUE DE MESURE TRIDIMENSIONNELLE ASSISTEE PAR ORDINATEUR	9
I) Introduction	9
II) principe de mesure sur une machine à mesurer tridimensionnelle	10
III) Construction des MMT	10
III-1) Configurations	10
III-2) Guidages, Sustentation	13
III-3) Logiciels	13
III-4) Systèmes de mesure	14
II-4-1) Règles de lecture	14
II-4-2) Palpeurs	14
III-5) Systèmes d'entraînement	17
III-6) Types de machines du point de vue commande des axes	18
IV) Machine utilisée pour la mesure de nos engrenages	18
IV-1) Masse des principaux éléments	18
IV-2) Guidages et sustentations	18
IV-2-1) Liaison arbre-chariot	20

IV-2-2) Liaison portique-chariot	20
IV-2-3) Liaison chariot-coulisseau	20
IV-3) Système de mesure	20
IV-4) Système d'entraînement	20
V) Incertitude de mesure	21
V-1) Erreurs de mesure, incertitude de mesure	21
V-1-1) Erreurs aléatoires	22
V-1-2) Erreurs systématiques	22
V-2) Evaluation de l'incertitude de mesure	23
V-3) Contrôle de l'incertitude de mesure	24
VI) Rentabilité d'une MMT	26
VII) Les perspectives de la MMT	27
VIII) Conclusion	28
Chapitre II : CONTROLE D'UNE DENTURE CYLINDRIQUE A DEVELOPPANTE DE CERCLE	29
I) Introduction	29
II) Rappel des éléments caractéristiques de la denture cylindrique à développante de cercle	30
II-1) Définition de la développante de cercle	31
II-1-1) Coordonnées et normales d'un point de la développante de cercle	31
II-2) Quelques relations fondamentales	32
II-3) Déport	33
III) Génération de la surface de denture cylindrique	30
III-1) Equations paramétriques de la surface de denture	34
III-2) Composantes de la normale à la surface de denture	38
IV) Génération de la surface de denture a partir de l'outil crémaillère de taillage	40
IV-1) Coordonnées d'un point du profil de denture	41
IV-1) Composantes de la normale à la surface	42
V) Procédures de mesure et résultats	43
VI) Méthode du point de référence	46
VI-1) Contrôle par palpation manuel	46
VI-1-1) Problème posé	46
VI-1-2) Construction du système d'axes	46
VI-2) Méthode de calcul proposée	47
VI-2-1) Calcul de la normale et des coordonnées au point touché	47
VI-2-2) Calcul des écarts par rapport au point de référence	50

VI-3) Contrôle en commande numérique de la denture cylindrique droite de l'aide
 d'un logiciel de mesure en scanning 53

VII) Conclusion 54

**Chapitre III : GEOMETRIE DES SURFACES DE DENTURES DES
 ENGRENAGES CONIQUES DROITS 55**

I) Introduction 55

II) Relations fondamentales de trigonométrie sphérique pour un triangle rectangle . . . 56

III) Denture à développante sphérique 57

III-1) Coordonnées d'un point de la développante sphérique 57

III-2) Composantes de la normale en un point de la surface de denture 60

III-3) Outil de génération 60

III-3-1) Coordonnées et normale d'un point de la denture du pignon associé
 au point de la roue plate génératrice 61

III-3-2) Recherche du point de l'outil associé à celui de la denture
 du pignon 64

III-4) Epaisseur de denture du pignon 65

IV) Génération pratique des dentures 67

IV-1) Taillage par reproduction 67

IV-2) Taillage par génération 68

V) Génération théorique de la denture conique droite pratique 70

V-1) Profil de la denture 70

V-1-1) 1ere méthode 70

V-1-1-1) Equation du plan de génération 70

V-1-1-2) Relation entre θ_2 et θ_3 72

V-1-1-3) Calcul de θ_2 en fonction de θ_1 73

V-1-1-4) Calcul de X_0 et Y_0 73

V-1-1-5) Calcul de Z_0 74

V-1-1-6) Coordonnées du point M dans le référentiel (S, X1, Y1, Z1) 74

V-1-1-7) Composantes de la normale à la surface de denture 75

V-1-2) 2eme méthode 75

V-2) Recherche du point de l'outil octoïde associé à celui de la denture
 du pignon 79

V-3) Recherche du point de l'outil octoïde connaissant celui de l'outil en
 développante sphérique et inversement 79

V-3-1) Recherche du point de l'outil octoïde 79

V-3-2) Recherche du point de l'outil en développante sphérique 80

V-4) Epaisseur de denture du pignon 80

VI) Mesure sur MMT des pignons coniques droits en utilisant la procédure
 "comparaison point à point" 83

VI-1) Référentiel de mesure	86
VI-2) Résultats des mesures	83
VII) Méthode du point de référence	83
VII-1) Reconstitution du profil en développante sphérique à partir des points palpés	86
VII-1-1) Construction du référentiel de mesure	86
VII-1-2) Coordonnées et normale au point palpé	86
VII-1-3) Calcul des écarts par rapport au point de référence	80
VII-2) Reconstitution du profil en octoïde à partir des points palpés	91
VII-2-1) Coordonnées et normale au point palpé	91
VII-2-1-1) 1ere méthode	91
VII-2-1-2) 2eme méthode	94
VII-2-2) Ecart par rapport au point de référence	94
VIII) Conclusion	98
Chapitre IV : OPTIMISATION DES ECARTS	99
I) Introduction	99
II) Construction des vecteurs de la base d'analyse	100
II-1) Champ des vecteurs de position	100
II-2) Champ de défaut de forme	102
III) Orthonormalisation des vecteurs de la base d'analyse	102
IV) Optimisation des vecteurs d'analyse	103
IV-1) Retour à la base d'analyse	104
IV-2) Calcul des erreurs résiduelles	104
V) Optimisation en position des écarts relevés sur denture cylindrique	105
VI) Optimisation en position des écarts relevés sur denture conique droite	109
VI-1) Denture à développante sphérique	109
VI-2) Dentures octoïdes	112
VII) Conclusion	116
Chapitre V : OPTIMISATION DES PARAMETRES DE REGLAGE DES MACHINES DE TAILLAGE	117
I) Introduction	117
II) Construction des champs d'analyse de défauts de forme	118

II-1) 1ere méthode	18
II-2) 2eme méthode	19
III) Optimisation des vecteurs d'analyse de défaut de forme d'une denture cylindrique	120
III-1) Construction du vecteur d'analyse	122
III-2) Etude d'indépendance des vecteurs d'une base d'analyse	123
III-3) Optimisation des vecteurs d'analyse	128
IV) Optimisation des vecteurs d'analyse de défaut de forme d'une denture conique droite	131
IV-1) Denture à développante sphérique	133
IV-2) Dentures octoïdes	136
IV-3) Construction du vecteur d'analyse	138
IV-4) Etude d'indépendance des vecteurs d'analyse	139
IV-5) Optimisation des vecteurs d'analyse	147
V) Conclusion	150
 CONCLUSION GENERALE	 151
 Annexe 1 : TECHNIQUES DE MESURE D'UNE SURFACE SUR MACHINES A MESURER TRIDIMENSIONNELLES	 153
I) Introduction	153
II) Mesure en commande numérique en comparaison point à point	153
III) Mesure en scanning ou en commande manuelle	155
III-1) Principe de la méthode du point de référence	156
III-1-1) Recherche de la normale au point touché	156
III-1-2) Ecart par rapport au point de référence	156
IV) Conclusion	156
 Annexe 2 : PROCEDURES DE PALPAGE DES SURFACES SUR UNE MMT, ERREURS D'ACCOSTAGE	 158
I) Procédures de palpation des surfaces	158
II) Erreurs d'accostage	159
II-1) Effet de l'erreur sur la direction d'accostage	162
II-2) Effet de l'erreur suivant la tangente	162
II-3) Effet de l'erreur d'estimation de la normale	163
III) Conclusion	164

**Annexe 3 : RECHERCHE DU POINT DE L'OUTIL OCTOIDE ASSOCIE
 AU POINT DU PROFIL D'UNE DENTURE CONIQUE
 DROITE PRATIQUE** 165

I) Rappel des Coordonnées théoriques d'un point de la surface de denture 165

II) Relation entre les angles δ et θ_3 166

 II-1) Résolution d'une équation du 4eme degré 167

 II-2) Calcul de θ_3 171

III) Calcul de θ_2 en fonction de θ_3 171

IV) Conclusion 172

BIBLIOGRAPHIE 173

PRESENTATION

Ce travail a été réalisé au laboratoire de métrologie dimensionnelle, à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Lille (France), grâce à l'aide et au soutien du Professeur J.M. DAVID.

Il est réparti comme suit :

- **En introduction générale**, nous parlons des moyens conventionnels de contrôle géométrique des engrenages, en particulier des roues dentées cylindriques et coniques droites, de leur insuffisance et de la contribution de la machine à mesurer tridimensionnelle au contrôle de ces engrenages. Nous y présentons aussi une recherche bibliographique qui nous a permis de situer l'objectif que nous cherchons à atteindre dans notre étude.
- **Dans le chapitre I**, nous faisons un résumé de la technique de mesure tridimensionnelle (principe de mesure, types de machines, guidages, sustentation, logiciel, systèmes de palpé, incertitude de mesure, rentabilité et perspectives de la machine à mesurer tridimensionnelle).
- **Dans le chapitre II**, nous présentons la modélisation mathématique de la surface de denture cylindrique à développante de cercle suivant la définition de base ou à partir de l'outil crémaillère de taillage. Nous fournissons une étude détaillée sur la géométrie de la surface de denture et nous proposons une procédure de calcul pour l'application de la méthode du point de référence.
- **Dans le chapitre III**, nous présentons la modélisation mathématique de la surface de denture conique droite qu'elle soit définie en développante sphérique ou en octoïde de 1^{ere} ou 2^{eme} espèce. Pour la denture à développante sphérique, notre contribution porte sur ses définitions, l'une basée sur la géométrie vectorielle, et l'autre, à partir de l'outil de génération. Quant à la denture octoïde qui est la denture pratique, nous définissons aussi sa géométrie en utilisant le concept de la roue plate génératrice, et nous montrons qu'elle peut se ramener à la développante sphérique. Nous exprimons les relations qui permettent le passage d'un point de la développante sphérique à l'octoïde et inversement et une formulation de l'épaisseur curviligne pour chaque type de denture. Comme pour la denture cylindrique, nous indiquons la procédure de calcul pour l'application de la méthode du point de référence.

- **Dans le chapitre IV**, nous faisons un bref rappel du principe de la méthode d'optimisation de J.M. DAVID, méthode qui constitue l'outil de base de notre étude. Nous présentons les résultats d'optimisation en position des écarts fournis par la machine à mesurer ou calculés suivant la méthode du point de référence. Nous montrons que les résultats d'optimisation de ces deux types d'écarts calculés différemment sont pratiquement équivalents.

- **Dans le chapitre V**, nous décrivons deux méthodes de construction des vecteurs d'analyse de défaut de forme de la denture pour l'optimisation des paramètres de réglage des machines de taillage. Ces méthodes constituent une originalité; en effet, à notre connaissance, elles ne sont mentionnées dans aucune référence bibliographique.

Ces chapitres sont suivis :

- **d'une conclusion générale** où nous résumons les travaux auxquels nous avons abouti.

- **et des annexes** où l'on trouve en :

- * annexe 1 : une présentation des techniques de mesure d'une surface sur machine à mesurer tridimensionnelle (mesure en commande numérique en comparaison point à point, mesure en scanning ou en commande manuelle, la méthode du point de référence),
- * annexe 2 : une description de la procédure de palpage, une discussion des erreurs d'accostage,
- * annexe 3 : un développement des calculs pour la recherche d'un point de l'outil octoïde associé au point du profil d'une denture conique droite pratique.

INTRODUCTION GENERALE

I) PREAMBULE

Les engrenages sont des éléments de transmission de mouvement et de puissance couramment utilisés en construction mécanique. On les trouve dans les boîtes de vitesses et différentiels des véhicules, les réducteurs (ou multiplicateurs), les appareils de levage, etc. Pratiquement, dans tous les mécanismes de transmission de mouvement, on trouve un engrenage. Leur utilisation est très répandue, par exemple, dans les domaines des machines-outils, automobiles et aéronautiques.

La recherche d'un fonctionnement doux et silencieux de ces engrenages conduit à réaliser des roues dentées de bonne qualité géométrique. Pour aboutir à cette exigence, les pièces devraient être taillées suivant le principe de génération de la denture théorique (l'idéal serait de tailler des pignons dont la conjugaison des profils des dentures en contact est rigoureuse). Cependant, même en respectant ce principe, il subsiste toujours sur les dentures taillées des défauts géométriques dus à de nombreux facteurs. Les déviations entre les surfaces de denture réelle et théorique peuvent être réduites en agissant convenablement sur les paramètres de réglage des machines de taillage. Le relevé des écarts ou l'obtention des portées (cas de contrôle des pignons coniques et spiro-coniques sur machines d'essai) sur les pièces taillées offrent la possibilité de corriger ces déviations. Pour indiquer des réglages précis, il est nécessaire de pouvoir exploiter les résultats de mesure en coefficients de correction des paramètres de réglage des machines d'usinage.

Aujourd'hui, on distingue les appareils conventionnels de contrôle basés sur des systèmes de transmission mécaniques ou électroniques et la machine à mesurer tridimensionnelle commandée par ordinateur. Contrairement aux premiers, Celle-ci permet d'obtenir une cartographie des écarts représentant la configuration de la géométrie de surface contrôlée. Elle gagne en importance depuis sa première apparition en 1973 et offre des possibilités très intéressantes grâce à sa souplesse d'application et à son potentiel d'automatisation lié à la présence informatique et à la commande numérique.

II) APERÇU SUR LE CONTROLE DES ENGRENAGES SUR MACHINES CONVENTIONNELLES

Les appareils conventionnels de contrôle des engrenages comportent des mécanismes complexes de transmission de mouvements qui sont susceptibles de faire déplacer le palpeur de mesure de manière à reproduire le mouvement de génération de la denture théorique. Ils utilisent des éléments mécaniques qui matérialisent les surfaces qui engendrent par leurs déplacements la surface de denture. Ainsi, le profil d'une denture cylindrique est obtenu par linéarisation d'un cercle de base (roulement sans glissement d'une droite matérialisée par une règle sur le cercle de base matérialisé par un cylindre). La procédure de contrôle du profil d'une denture conique droite est encore plus complexe : la génération de la denture est obtenue en opérant le roulement sans glissement d'un cône sur un plan ou sur un cône. Selon le principe de génération adopté, la denture est en développante sphérique (denture assurant la conjugaison exacte des profils en contact) ou en octoïde de 1^{ere} ou de 2^{eme} espèce (ces deux dernières sont dites aussi dentures pratiques).

Toutes ces machines nécessitent l'utilisation d'étalons de calibrage et des réglages minutieux et précis pour obtenir la précision de mesure souhaitée qui est de l'ordre du micromètre.

Pour le contrôle des dentures cylindriques droites ou hélicoïdales, il existe plusieurs machines conventionnelles qui permettent le contrôle des défauts géométriques de la denture avec illustration graphique. Les écarts relevés comportent le défaut propre au positionnement de la pièce lors de son contrôle et le défaut propre à la forme géométrique du profil contrôlé. Sur ces machines, il n'est pas possible de séparer ces deux types de défauts, d'une part, et d'autre part, elles ne permettent pas de chiffrer les réajustements des réglages nécessaires. L'appréciation du défaut de forme est dans ce cas subjective, et souvent, les réglages s'effectuent par tâtonnement.

Signalons que les écarts obtenus en contrôlant le profil ou la distorsion sont donnés par rapport à un point choisi sur la denture, généralement, au pied actif du pignon pour le profil et au bout de la dent pour la distorsion. Les écarts relevés sont donc des écarts relatifs et non pas absolus (écarts entre les profils réel et théorique). Leur appréciation ne permet que corriger partiellement le défaut de forme.

Quant au contrôle des dentures coniques et spiro-conique, on trouve très peu d'appareils dont leurs possibilités restent très limitées. Pour les dentures coniques droites, il existe un appareil type MAAG KP-42 qui permet le contrôle du profil en développante sphérique, de la distorsion et de la division et l'appareil HEIDENREICH-HARBECK pour le contrôle du profil en octoïde de première espèce (voir référence bibliographique [HEN83], tome 2). On ne connaît pas d'appareils conçus pour le contrôle du profil en octoïde de deuxième espèce. Comme pour le contrôle des dentures cylindriques, ces appareils donnent eux aussi des écarts relatifs.

Certaines entreprises contrôlent le comportement du fonctionnement de leurs pignons coniques droits sur des machines à essayer (opération qu'on effectue systématiquement sur les spiro-coniques) où l'on monte le pignon et la roue étalon en respectant leur position correcte de travail. L'empreinte (la portée) obtenue sur le pignon, les indications fournies par les constructeurs spécialisés et l'expérience personnelle du régleur permettent de modifier cette

portée pour obtenir celle souhaitée en agissant sur les paramètres appropriés de réglage de la machine de taillage. Encore une fois, les corrections de réglage manquent de précision puisqu'elles dépendent surtout de l'appréciation de l'opérateur.

III) CONTRIBUTION DE LA MACHINE A MESURER AU CONTROLE DES ENGRENAGES

La machine à mesurer tridimensionnelle, que nous désignons par MMT, permet de repérer les coordonnées d'un point à la surface d'une pièce. Depuis son apparition, on assiste à une transformation de la notion de contrôle dimensionnel du fait que l'utilisateur de cette machine doit raisonner dans l'espace et non pas suivant un axe ou dans un plan comme avec les moyens conventionnels.

La première MMT construite est une DEA (Italie) et date de 1962 [COO91]. En 1973, on voit apparaître une machine de Carl Zeiss désignée par UMM500 équipée d'un palpeur universel, d'un ordinateur et d'une commande numérique. Le palpeur permet de relever les coordonnées des points de la surface que l'on désire mesurer. Le ordinateur permet de développer des logiciels de traitements et d'analyse des résultats des mesures et la commande numérique permet l'automatisation des mesures.

La MMT commence à s'imposer dans les industries mécaniques en tant que matériel indispensable dans leurs laboratoires de métrologie, et malgré son coût qui reste relativement élevé, elle se développe rapidement, la preuve en est le nombre fulgurant de ces machines (en 1991, on estimait déjà dans le monde une production annuelle de 7000 machines). Ceci montre l'intérêt et l'importance que revêt cette machine. Au niveau national, on connaît déjà deux grandes sociétés nationales de mécanique qui en sont équipées, la PMA-CMT de Constantine qui s'est dotée en 1989 d'une MMT à commande numérique de SEIV Renault Automation (France) et la SNVI-CVI de Rouiba qui s'est dotée en 1991 d'une MMT à commande numérique UMC850 de Carl Zeiss (Allemagne).

La MMT étant commandée par ordinateur, elle permet d'envisager des logiciels qui corrigent les effets de certains paramètres influençant la qualité de mesure, tels que la variation de la température, les erreurs de rectitude et d'orthogonalité des axes-machines. Il est même possible d'intégrer au logiciel l'opération d'autocalibrage de la machine [COO90]. Ainsi les erreurs sont réduites et la précision de mesure est améliorée.

Elle peut même être intégrée dans la production [NEU87a] étant donné sa possibilité d'automatisation liée à la présence du système informatique et à la commande numérique. De ce fait, un lien direct peut être établi entre la machine de production et la MMT : le contrôle pouvant se faire automatiquement sans l'intervention de l'opérateur. Cette possibilité n'était pas admise avec les appareils classiques.

Contrairement aux appareils classiques, les accessoires de calibrage et de dégauchissage de la pièce ne sont plus nécessaires dans une MMT, ils sont remplacés par le logiciel qui permet également le traitement des mesures, l'édition des rapports sous forme de listing ou de tracé et le stockage des résultats de mesure pour un traitement ultérieur.

La MMT possède des fonctions de base telles que mesure de point, droite, plan, cercle, cylindre, sphère et cône, intersection et distance entre éléments géométriques, dégauchissage suivant un axe, dans le plan et dans l'espace, etc, mais elle permet aussi la mesure de tout type de surfaces complexes. En fait, ses limites ne s'arrêtent qu'à l'accessibilité du point à palper, des performances de son logiciel et de sa précision.

Dans l'industrie mécanique, les applications de la MMT sont très diverses : mesures de carrosseries, arbres à cames, ailes de turbine, carter des boîtes de vitesses, engrenages, etc.

Les engrenages présentent des surfaces de dentures relativement complexes. Les tendances actuelles à réduire leur bruit de fonctionnement consiste à fabriquer des pignons de qualité géométrique sans cesse améliorée. D'où des moyens de contrôle pouvant s'adapter à cette situation. Les MMT dont la précision s'améliore davantage permettent le contrôle des surfaces de dentures avec une précision comparable à celle des moyens spécialisés. Leur potentiel informatique et leur possibilité d'automatisation permettent d'envisager des techniques de traitement des mesures très élaborées améliorant nettement la qualité pratique des mesures effectuées et indiquant directement les corrections qu'il faut effectuer sur les paramètres de réglage des machines de taillage.

Les MMT offrent un potentiel de calcul considérable. En contrôle d'engrenage, elles permettent une grande souplesse d'application, un type de denture donné n'exigera pas de modifier la structure de la machine, l'addition d'un module suffit à appréhender un nouveau type de denture. Ces machines étant capables de saisir des surfaces géométriques classiques, l'acquisition du référentiel de définition de la denture à partir des formes de liaison de la pièce ne demande plus de réaliser la mise en place précise de cette pièce ni l'usage d'accessoires particuliers et précis [BOU92].

Même si l'on ne dispose pas d'un module de logiciel spécialisé, il reste possible de comparer une pièce à une pièce type ayant valeur de pièce étalon. L'acquisition des dimensions de cet étalon qui constitue la référence de mesure peut être réalisée avec une précision améliorée par la répétition de la mesure sur les différentes dents de cet étalon [COO91].

Les méthodes d'analyse mathématiques des résultats des mesures obtenus à l'aide d'une MMT, permettent de fournir une valeur précise de la correction du paramètre de réglage étudié. L'appréciation subjective du régleur des machines de taillage peut être ainsi évitée.

IV) RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Si l'on désire comparer une roue dentée à son modèle théorique, la MMT impose la connaissance des valeurs théoriques obtenues sur la pièce étalon (master) ou fournies par modélisation mathématique de la surface de denture. Le premier cas est simple d'application puisque les données sont obtenues, à l'aide de la MMT, à partir d'une pièce existante, le master. Comme celui-ci possède ses propres défauts géométriques, les erreurs vont donc s'ajouter sur les pièces que l'on désire comparer à ce modèle. Pour éviter ceci, il serait plus intéressant d'établir une modélisation de la surface de denture correspondant à sa génération théorique. Dans ce cas, la pièce étalon est une référence mathématique, donc sans défauts géométriques.

Monsieur J.M. DAVID a mis au point une troisième méthode de contrôle des pièces sur les MMT : la méthode du point de référence (voir annexe 1). Cette méthode exploite directement les points fournis par la machine au cours du palpage de la pièce. Elle se base sur la génération de la surface mais elle évite la modélisation mathématique ou l'utilisation d'un master. Elle s'applique à toute surface dont la géométrie le permet. Il serait également intéressant de la développer aux engrenages auxquels nous allons nous intéresser.

Le domaine des engrenages étant très vaste, notre étude est limitée aux engrenages cylindriques à développante de cercle et coniques droits (les engrenages coniques hélicoïdaux sont pratiquement remplacés par les spiro-coniques lesquels constituent un grand axe de recherche qu'il faut développer à part). Notons au passage que ces engrenages sont largement utilisés.

La denture cylindrique à développante de cercle est bien connue depuis très longtemps, l'établissement de sa modélisation mathématique ne pose aucune difficulté. Cependant, on ne connaît aucune publication ni ouvrage qui explique la méthode d'optimisation des paramètres de réglage des machines de taillage. Enfin, le développement de la méthode du point de référence est une contribution au contrôle de ce type d'engrenages.

En ce qui concerne la denture conique droite, dans [RAF67] RAFY et GODY (France) décrivent une modélisation de la denture en considérant le profil en développante sphérique qui est d'ailleurs non utilisé pour des raisons techniques; les dentures pratiques ont des profils en octoïde de 1ere ou 2eme espèce.

Dans [DEF87], DEFRETIN (France) fait une description des procédés de taillage des pignons coniques et spiro-coniques.

Dans [HEN83], HENRIOT (France), fournit une étude très riche sur les engrenages, mais en ce qui concerne la géométrie des dentures, l'auteur ne mentionne que les principes de génération sans développer des calculs.

Dans [LEB89] LEBORZEC (France) décrit le principe général de génération des dentures et présente une étude générale sur la denture cylindrique à développante de cercle.

Dans [NEU84], NEUMANN (Allemagne) traite le contrôle des engrenages cylindriques et coniques sur MMT sans donner aucun détail de calcul.

Dans [ROC68], ROCHAT (France) présente une étude sur les lignes et surfaces d'action et fait ressortir l'insuffisance des dentures en octoïde, mais il ne fournit aucun calcul pour pouvoir exploiter ses travaux.

Dans [ROE92], ROEHR (Allemagne) expose, sans donner de détails, le contrôle sur MMT des engrenages coniques.

Dans [TSA-CHI87], les auteurs (U.S.A) établissent une modélisation mathématique d'une denture conique droite en opérant le roulement sans glissement d'une droite sur le cercle de base du cône de base (cas similaire à la développante de cercle). Ils considèrent que le profil obtenu est une développante sphérique. Cette définition est en désaccord avec celle prise

communément et ne correspond pas aux procédés de taillages pratiqués pour les engrenages coniques droits.

Enfin, à notre connaissance, aucune publication ou ouvrage ne mentionne la méthode du point de référence ni la méthode d'optimisation des paramètres de réglage des machines de taillage des engrenages coniques droits.

V) OBJECTIF RECHERCHE

Notre travail axé sur l'étude des engrenages cylindriques et coniques droits a pour objectif:

- la modélisation mathématique des surfaces de dentures suivant leurs générations théorique et pratique pour le contrôle sur des MMT à commande numérique vu les avantages qu'offrent la modélisation mathématique et la commande numérique.

- le développement de la méthode du point de référence au contrôle des pièces mesurées sur des MMT à commande manuelle ou à commande numérique utilisant un logiciel de mesure des profils inconnus (mesure en scanning). Contrairement aux procédés classiques de contrôle, la méthode que nous allons présenter pour le traitement des points fournis par la MMT permet de chiffrer les écarts par rapports au point de référence. C'est une méthode originale et est d'un intérêt particulier au contrôle sur MMT manuelles. Son application aux traitements de points mesurés en commande numérique permet d'éliminer les erreurs d'asservissement des axes. Nous verrons aussi que par une méthode d'analyse des écarts par rapport au point de référence, on arrive à éliminer l'influence du choix du point de référence.

- l'optimisation des paramètres de réglage des machines de taillage en traitant les écarts réels ou ceux par rapport au point de référence : On cherchera à déterminer les corrections qu'il faut apporter aux réglages des machines de taillage pour améliorer la géométrie de la surface de denture du pignon taillé. Cette étude nécessite une construction de vecteurs d'analyse que nous exposerons au dernier chapitre.

LA TECHNIQUE DE MESURE TRIDIMENSIONNELLE ASSISTEE PAR ORDINATEUR

D) INTRODUCTION

Le besoin de contrôler avec précision la position d'un élément géométrique (axe d'un alésage par exemple) par rapport aux éléments de référence, demande la mise en place de dispositifs de mesure assurant des déplacements contrôlables du palpeur de mesure. D'autre part, l'évolution des techniques de fabrication a permis d'obtenir des surfaces relativement complexes (ailettes de turbine par exemple). L'utilisation des appareils de mesure monodimensionnels tels que le micromètre, le comparateur, le mesureur vertical, ou bidimensionnels tel que le microscope optique, deviennent inadaptés ou nécessitent l'emploi d'accessoires onéreux et coûteux. L'idée de mesurer suivant trois coordonnées s'impose. Elle commence à se concrétiser en utilisant la machine à pointer, qui était destinée à l'origine au pointage de précision de la position de l'axe d'un trou, comme machine à mesurer à coordonnées rectangulaires ou polaires. Les constructeurs SIP (Suisse) ou DEA (Italie) ont développé des machines à mesurer tridimensionnelles proprement dites. Citons par exemple la machine suisse SIP 420M [GRU81] (nous pensons qu'elle date du début des années soixante). Sur cette machine, les axes horizontaux sont motorisés, l'axe vertical est manuel, la lecture est optique. Sa précision de mesure est de 1 μm .

Avec ces équipements, la procédure de contrôle est très longue puisque les valeurs sont lues visuellement, relevées manuellement et traitées par l'opérateur. Elle est sujette à des erreurs du fait d'une appréciation subjective. Il faut noter aussi que parfois, la cote fonctionnelle est mesurée indirectement, ce qui peut conduire à un rebut des pièces bonnes.

La machine à mesurer tridimensionnelle assistée par ordinateur est venue à point pour palier à de nombreux inconvénients des appareils conventionnels. Avec cette machine, il est maintenant possible d'accéder directement à la cote fonctionnelle et de mesurer des surfaces jugées trop complexes avec ces moyens. Ses avantages étant très nombreux, nous tardons pas là-dessus, les paragraphes qui suivent permettent de comprendre encore mieux cette nouvelle technique de mesure.

II) PRINCIPE DE MESURE SUR UNE MACHINE A MESURER TRIDIMENSIONNELLE

Une machine à mesurer tridimensionnelle est dotée d'un palpeur qui permet de fournir, dans un référentiel triaxial cartésien assuré par les guidages en translation orthogonaux deux à deux, les coordonnées d'un point à la surface d'une pièce. Ainsi, si l'on désire définir la distance entre deux points, il suffit de programmer dans le calculateur de commande de la machine la relation mathématique correspondante et de relever les coordonnées de ces points. En relevant plusieurs points, on peut calculer l'élément géométrique qui matérialise la surface palpée (on dit aussi mesurée). Par exemple, en palpant trois points, on peut calculer le plan qui passe par ces points (en palpant plusieurs points, les logiciels équipant les MMT permettent de calculer le plan optimal passant au mieux par ces points : on parle d'optimisation). Désire-t-on connaître le diamètre d'une sphère, il suffit de palper plusieurs points sur toute la surface ou sur une portion seulement, le calculateur fournit le diamètre et la position du centre de la sphère. Une MMT est donc une machine à saisir et à traiter les points palpés [DAV81]. La première fonction "saisir les points" est assurée par le palpeur et la seconde "traiter les points" par le logiciel.

Lorsqu'il s'agit de faire une comparaison de la surface mesurée à son modèle théorique établi par modélisation mathématique ou numérisation (par exemple, par la Conception Assistée par ordinateur (CAO)), il est nécessaire de définir les points à mesurer par leurs coordonnées et leurs normales associées orientées à l'extérieur de la matière (le sens de la normale permettra de différencier entre le cylindre intérieur et l'arbre par exemple). La mesure s'effectue alors en commande numérique en accostage suivant la normale (voir annexe 2). Les écarts sont indiqués eux aussi suivant les normales et qualifient l'excès ou le manque de matière (écarts positifs dans le premier cas, négatifs dans le second).

Sur une MMT, on peut rapporter mathématiquement les coordonnées relevées dans le référentiel-machine au référentiel lié à la pièce qui est construit d'une façon quelconque par rapport au premier. Ce qui permet de se dispenser totalement de tout dégauchissage mécanique qui est nécessaire dans les procédés conventionnels de contrôle dimensionnel.

Les applications de la MMT sont très nombreuses et les avantages sont indéniables. Les références [DAV81], [DAV84], [HER87a] et [HER87b] [COO90] et [COO91] soulignent l'intérêt qu'apporte une MMT dans le domaine de la métrologie dimensionnelle et le changement de la philosophie de contrôle qu'elle est en train de causer.

III) CONSTRUCTION DES MMT

III-1) Configurations

Dans la référence [PRI85], on trouve une présentation des MMT. Par soucis de clarté, nous jugeons nécessaire de faire une description des machines les plus utilisées. Nous citons :

1) **Machine à col de cygne** (fig.I-1) : c'est aussi la configuration de la première machine, la UMM500 de Carl Zeiss qui date de 1973. Les machines ayant cette configuration sont peu encombrantes et ont une bonne stabilité mais de faibles courses suivant les axes Y et Z du

fait de la disposition en porte à faux de l'axe Z (l'axe X est matérialisé par le déplacement longitudinal de la table). Ce type de machine ne permet pas de recevoir des pièces lourdes ou volumineuse mais sont précises.

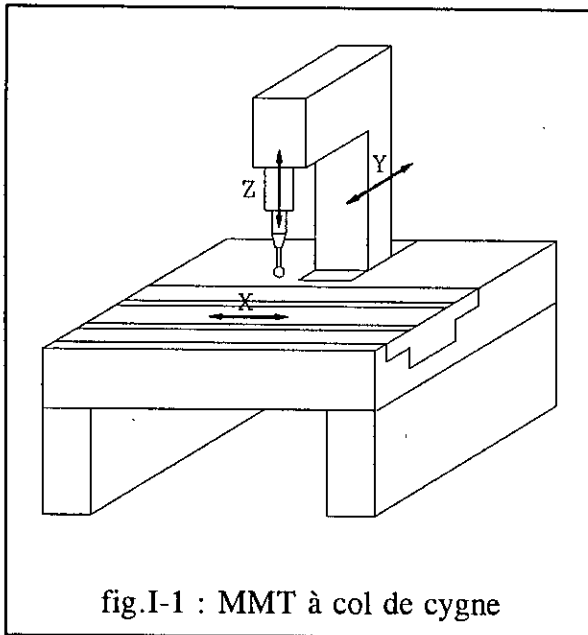


fig.I-1 : MMT à col de cygne

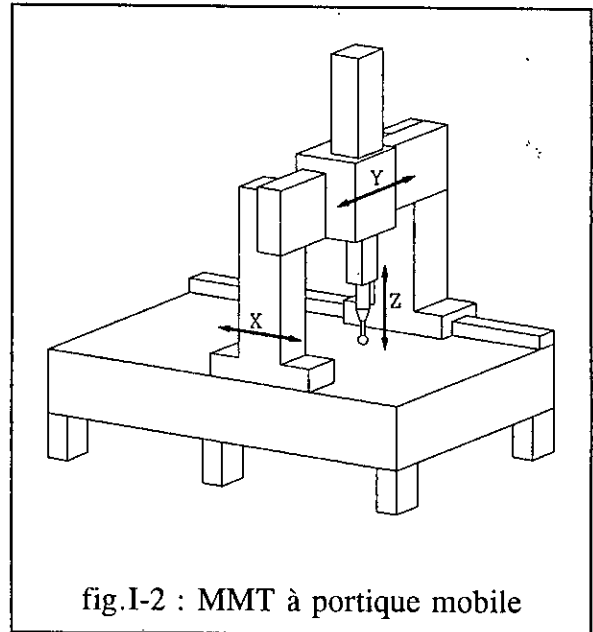


fig.I-2 : MMT à portique mobile

2) Machine à portique : C'est la configuration la plus répandue. Le portique peut être fixe ou mobile (cas de la fig.I-2). Dans ce dernier cas, les charges peuvent très élevées. Ces machines peuvent être de grandes capacités (TESA-LEITZ [TES91] a développé des machines de capacité de travail de 2850 mm, 1350 mm et 1100 mm respectivement suivant X, Y et Z). Leur structure est en général constituée d'un marbre en granit assurant une bonne stabilité et d'un portique dont les montants sont en acier. Cette configuration peut être qualifiée d'universelle du fait qu'elle répond pratiquement à tous les besoins de la métrologie et aussi de l'atelier.

3) Machine à potence (fig.I-3) : La structure est constituée d'un marbre en fonte ou en granit et d'une potence mobile (chariot) qui peut être solidaire ou indépendante du marbre. Le chariot reçoit un bras horizontal qui est de faible section pour limiter les efforts de flexion mais celui-ci travaillant en porte à faux les flexions sont non négligeables. La structure à une potence nécessite la reprise de la pièce pour accéder à toutes les faces de la pièce. Cet inconvénient est évité en disposant face à face deux potences. Leurs systèmes de captage peuvent être utilisés simultanément et fonctionner comme un capteur unique.

Ces machines sont de grandes capacités (Carl Zeiss construit des machines ayant pour capacités de 9.3 m suivant X, 4 m suivant Y et 2 m suivant Z [HER87a]), mais elles sont de précision modeste. Elles sont donc particulièrement adaptées au contrôle de pièces volumineuses, par exemple les carrosseries d'automobiles.

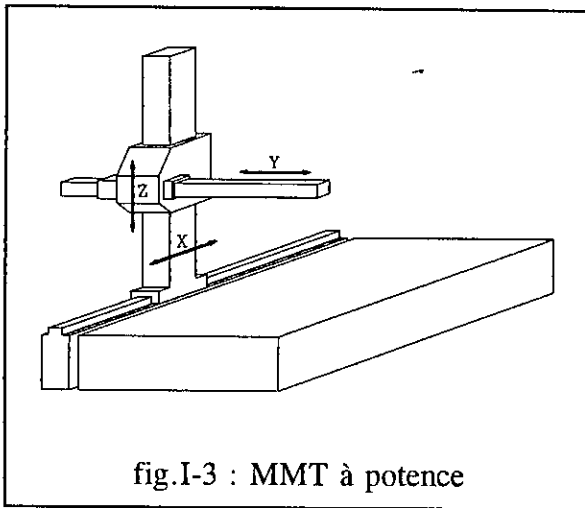


fig.I-3 : MMT à potence

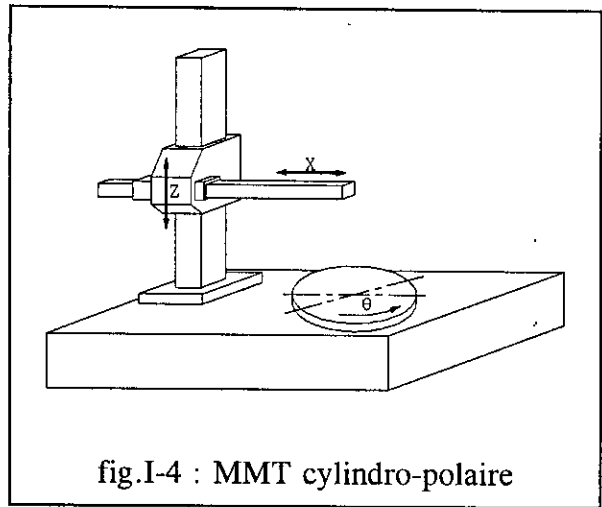


fig.I-4 : MMT cylindro-polaire

4) **Machine type cylindro-polaire** (fig.I-4) : C'est une machine du genre potence à plateau tournant. Ce type de machines est le moins répandu du fait qu'il est spécifique aux pièces de révolution. On en trouve comme utilisation dans l'aéronautique pour le contrôle de propulseurs par exemple [PRI85].

5) **Machine type pont** (fig.I-5) : Cette configuration se différencie du type portique par le fait que les guidages sont dissociés de la table porte-pièce et que l'entraînement du pont est plus proche du centre de gravité de celui-ci. Ces machines ayant une très grande course longitudinale (jusqu'à 37 m [COO91]) permettent de recevoir des pièces très longues et lourdes. Leur structure est en général en acier mécano-soudé (machines de grandes capacités) ou une association acier-granit.

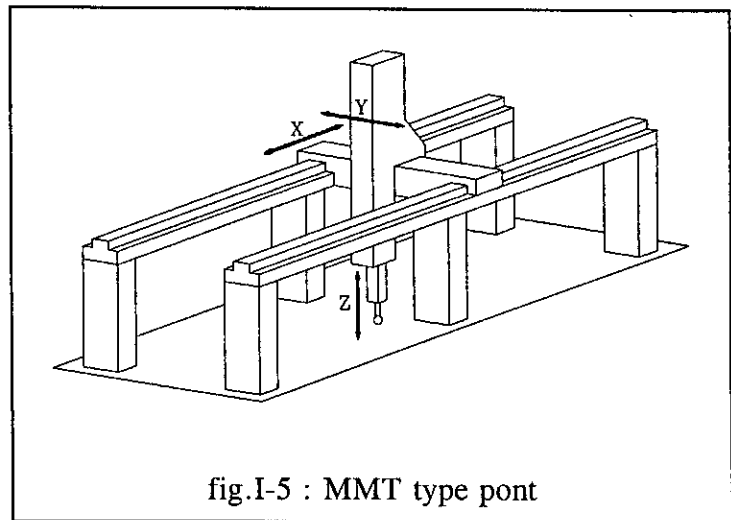


fig.I-5 : MMT type pont

Les machines qu'on vient de présenter sont à trois axes. Leurs domaines d'application peuvent être augmentés en leur ajoutant un quatrième axe. Sur les machines à coordonnées rectangulaires, l'emploi d'un plateau diviseur améliore considérablement leurs possibilités de palpation. Par exemple, l'utilisation de ce dispositif permet la mesure des engrenages hélicoïdaux, spiro-coniques ou de surfaces présentant une forte torsion telles que les roues à aubes. Il permet aussi de simplifier la combinaison de palpeurs utilisés et d'avoir un effet moindre des variations de la température du fait de la réduction du trajet du palpeur. En effet, le point à mesurer peut être présenté devant le palpeur par indexage du plateau diviseur réduisant ainsi le champ de déplacement du palpeur. Néanmoins, Il introduit des causes

d'erreurs supplémentaires à celles propres à la machine. L'incertitude globale de mesure devrait être inférieure à celle de la MMT si l'on veut bénéficier de la précision maximale de cette machine. Ce qui exige un plateau diviseur de grande qualité.

Certains constructeurs (Leitz par exemple) proposent des têtes de palpé indexables qui permettent de présenter le palpeur devant la pièce à mesurer, évitant ainsi l'utilisation du plateau diviseur et par suite de conserver la position de la pièce au cours de la mesure. La course du palpeur due à son indexage étant faible, l'erreur de mesure inhérente est moindre.

III-2) Guidages, sustentation

Dans la majorité des cas, les guidages et la sustentation sont assurés par des patins aérostatiques, mais pour des machines de grandes capacités on préfère la solution mécanique conventionnelle (galets à roulements, patins à chemin de billes, etc [PRI85]).

Le couple patin aérostatiques-granit est pratiquement généralisé dans toutes les machines de petites et moyenne capacités. En effet, les patins aérostatiques permettent un fonctionnement de la machine sans jeu ni frottement, donc pas d'usure et même lorsque la machine est immobile, l'air est en circulation assurant ainsi la présence d'un film d'air dont l'épaisseur est de 5 à 10 μm [COO91] et une longévité des guidages. Ils sont constitués d'un ou plusieurs gicleurs avec chambre de détente. Leur utilisation est limitée par leur raideur et la qualité de l'air. Quant au granit, matériau naturel, il se prête bien au rodage, ne se déforme pas (ayant subi un vieillissement lent, il est libre de contraintes résiduelles), ne se corrode pas et sous l'effet d'un choc, il peut se produire un éclat du fait de la fragilité du granit mais il n'y a pas écrasement de la matière. Cependant, il a des inconvénients majeurs qui peuvent être traduits par le phénomène de bilame ou un cintrage sous l'effet d'un gradient de température. Le phénomène de bilame se produit lorsque deux matériaux couplés de coefficients de dilatation linéaire différents sont portés à une certaine température. c'est le cas du couple acier-granit dont leurs coefficients de dilatation sont respectivement de 11 et 7 $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$. Le granit étant de faible diffusité thermique, il peut se produire un effet bilame lorsqu'une face est à une température très différente de l'autre.

Naturellement, le marbre (il s'agit ici de la table) est conçu pour supporter les pièces à contrôler. Dans le cas d'utilisation des appareils de mesure conventionnels, sa surface devrait être soignée puisqu'elle est considérée comme surface de référence. Sur la MMT, sa précision est grossière puisqu'on exige seulement que la pièce soit immobile au cours de la mesure.

Dans le cas d'utilisation de patins aérostatiques, les glissières sont généralement de forme prismatique.

III-3) Logiciels

Le développement rapide qu'a connu la machine à mesurer est dû en grande partie au caractère évolutif des logiciels de mesure. Ceux-ci sont spécifiques à chaque constructeur mais ils permettent en général de définir par palpé ou construction (introduction des points imposés) des éléments géométriques suivants : point, droite, plan, cercle, cylindre, sphère et cône. Des relations géométriques sont introduites pour définir par exemple l'intersection

et la distance entre éléments, l'angle entre droites, plans ou axes, la projection d'un point sur plan, etc. Les éléments géométriques palpés sont calculés suivant un programme d'optimisation dont les performances sont d'autant meilleures que le nombre de points palpés est grand, d'où la possibilité de définir le défaut de forme. Il est également possible d'effectuer un dégauchissage de la pièce dans l'espace de mesure de la machine.

Signalons que les premières machines étaient équipées de calculateurs (par exemple le HP9810, HP9825) utilisant des langages de programmation spécifique dont le plus répandu est le HPL (Hewlett Packard Langage). Certaines machines récentes (MMT ZEISS par exemple) sont équipées d'une interface qui permet le transfert des données obtenues par la CAO (conception assistée par ordinateur) ou la FAO (fabrication assistée par ordinateur) vers la machine à mesurer et inversement. Les tendances actuelles est d'utiliser sur les MMT des calculateurs compatibles types PC utilisant les systèmes de programmation universels.

En plus du logiciel de base, certains constructeurs proposent des logiciels spécifiques tels que mesure de carrosserie, mesure des engrenages, mesure de courbes inconnues, calcul statistique, etc.

III-4) Systèmes de mesure

III-4-1) Règles de lecture

Les déplacements des chariots matérialisant les axes sont lus à l'aide de règles incrémentales optoélectroniques. Sur chacune de ces règles est gravée une échelle très fine comportant des traits pleins et des traits clairs ou transparents. La lecture est optique et s'effectue par transparence (règles en verre) ou par réflexion (règles en acier). Les variations des signaux lumineux sont obtenues en déplaçant la tête captrice le long de la règle et sont analysées par une électronique digitale. Les résolutions (pas de digitalisation) des règles utilisées sur les MMT sont comprises entre 0.1 et 1 micromètre.

Il existe un principe fondamental qui régit la disposition relative règle-cote à mesurer, le principe d'Abbé qui s'énonce comme suit : pour mesurer une longueur en bénéficiant de toute la précision de la règle de mesure, il faut placer la longueur dans le prolongement de la règle de mesure (texte extrait de [COO91]). Une illustration claire de ce principe est donnée par le micromètre (palmer) où la cote à mesurer se place bien dans le prolongement de la règle. Le pied à coulisse illustre une situation contraire dans laquelle ce principe n'est pas respecté.

Par construction, sur les machines à mesurer ce principe ne peut pas être respecté sur tous les axes, par exemple, sur les machines à portique, il n'est respecté que sur l'axe Z. La même situation se présente suivant l'axe Y sur les machines à potence.

III-4-2) Palpeurs

Le palpeur constitue l'interface entre la machine à mesurer et la pièce. Il est l'un des principaux facteurs qui ont permis l'évolution de la MMT. On trouve deux catégories de palpeurs : les palpeurs à contact à bille et les palpeurs sans contact.

III-4-2-1) Palpeurs à contact à bille

Ce type de palpeurs sont d'utilisation courante car ils permettent d'obtenir un contact ponctuel bille-pièce. Ils sont qualifiés d'universels du fait qu'ils permettent d'accéder pratiquement à tous les points de la surface à mesurer. Donc, pour mesurer ou définir une surface, il suffit de la synthétiser par un ensemble de points, mais le problème consiste à capter ces points avec une précision adéquate. Pour cela, le contact bille-pièce doit être franc, c'est à dire obtenu avec un effort de mesure suffisant mais assez faible pour éviter de déformer la pièce ou le palpeur (en pratique l'effort de contact est compris entre 0.1 et 0.5 N). Deux situations se présentent :

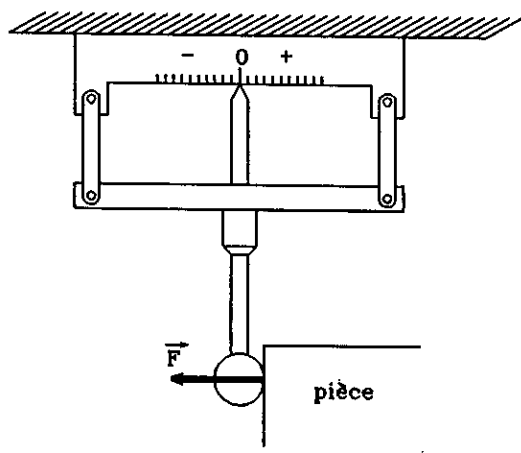
1) Au contact bille-pièce, on réalise un asservissement de position du palpeur jusqu'à ce que le système inductif de mesure (schématisé par un parallélogramme élastique) retrouve son zéro origine (fig.I-6a) [COO91] et [HER87a]. A ce moment là il y a transfert automatique des coordonnées-machine au calculateur. Un tel système constitue un palpeur unidirectionnel et un ensemble de trois types de ce palpeur constitue le palpeur tridimensionnel (fig.I-6b). On le désigne par "palpeur statique".

Avec ce type de palpeurs, la bille étant constamment en contact avec la surface, il est possible de suivre la forme d'une surface de manière comparable au mouvement d'un appareil de copiage. On réalise ainsi un scanning (mesure continue d'un profil) en utilisant à profit cette caractéristique avec transfert parallèle des données. Dans cette situation, le résultat global transmis au calculateur est la somme de la déflexion du palpeur et de la position du chariot dans la direction de l'axe de palpage.

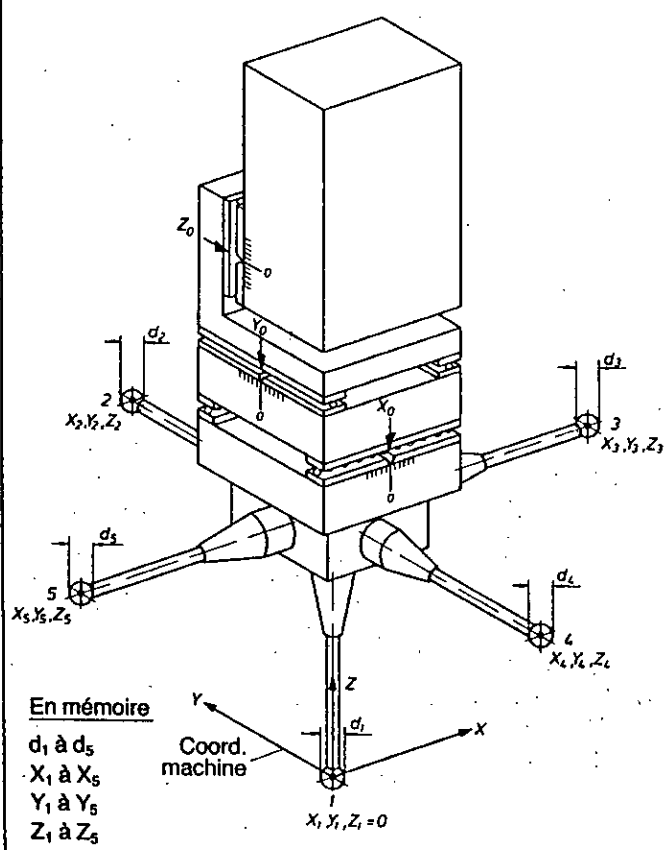
Au cours de la mesure, il y a frottement au contact bille-pièce, d'où la nécessité d'utiliser une bille d'une grande dureté et d'une précision suffisante. Les billes en rubis remplissent ces conditions. Elles sont d'utilisation courante dans tous les types de palpeurs à bille.

2) On déplace le palpeur à vitesse constante et on cherche à détecter le moment où la bille touche la pièce. On parle de "mesure à la volée". Ce type de palpeur fonctionne comme un simple contact électrique qui déclenche la lecture des trois règles de contrôle des déplacements au moment où il y a rupture de contact. On le désigne par "palpeur à déclenchement" ou "palpeur dynamique". La fig.I-7 (reproduite d'après une photo dans [COO91]) schématise un tel palpeur qui est construit suivant le principe de la liaison de Boys à trois vés disposés à 120 degrés (fig.I-8, [COO91]). L'acquisition des données se produit lorsque le système constitué du tripode et de la touche passe de l'état isostatique à l'état hyperstatique où l'un des six points de contact de la liaison de Boys est rompu, ces points étant montés en série et traversés constamment par un courant faible. Un ressort tarable exerçant un effort au centre du tripode assure le bon contact des points d'appuis et permet d'éviter un déclenchement involontaire du palpeur dû à l'effet d'inertie de la machine lors de ses déplacements à vitesse accélérée. Ce ressort cause une très légère erreur de remise en position de la bille après suppression de l'effort de contact bille-pièce, cependant, cette erreur reste inférieure à $0,1 \mu\text{m}$ pour un stylet de 10 mm [COO91].

Contrairement au palpeur statique, le palpeur dynamique ne permet pas d'effectuer le scanning, ni l'auto-centrage de la touche de palpage (mesure de faux rond des dentures d'un engrenage cylindrique par exemple). Avec ce palpeur, en commande numérique, il n'est possible de faire que les mesures point à point.



(a)



(b)

En mémoire
 d_1 à d_5
 X_1 à X_5
 Y_1 à Y_5
 Z_1 à Z_5

fig.I-6 : Principe du palpeur statique [HER87]
 (a) : Palpeur unidirectionnel
 (b) : Palpeur tridirectionnel

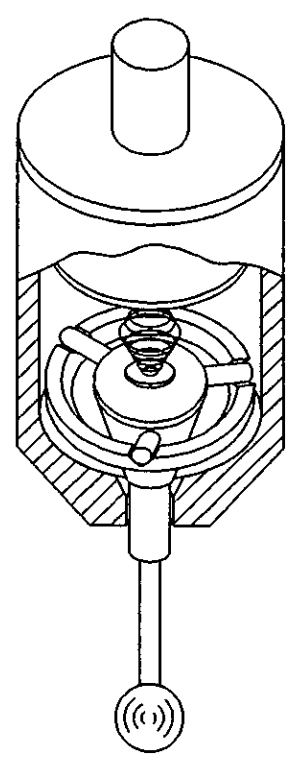


fig.I-7 : Principe du palpeur dynamique

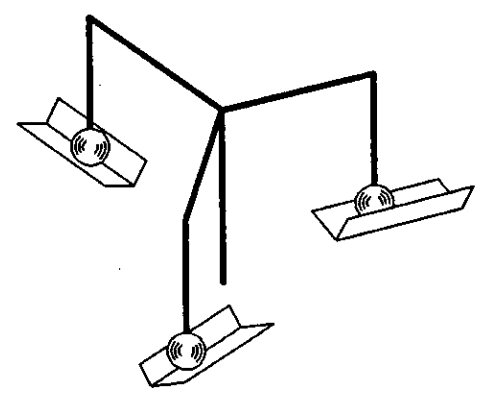


fig.I-8 : liaison de Boys [COO91]

III-4-2-2) Palpeurs sans contact

Lorsqu'il s'agit de mesurer des pièces très flexibles (tôles fines par exemple) ou en matière plastique peu résistante, les palpeurs à bille ne conviennent plus parce qu'ils introduisent un effort de contact qui pourrait déformer la pièce à mesurer. Il est donc préférable de mesurer les points sans contact mécanique. Cette condition est remplie par l'utilisation de deux types de palpeurs : les palpeurs laser et les palpeurs à caméra CCD. Le premier type est basé sur le principe consistant à envoyer un rayon lumineux laser en direction de la pièce sur le point à mesurer et à récupérer son spot sur une photodiode sensible; la lumière parasite et les réflexions secondaires sont éliminées en utilisant des méthodes de traitement d'images. Avec le second type de palpeurs, les points sont saisis grâce à des techniques de recherche de contraste.

Ces palpeurs possèdent une grande précision de mesure ($0,1 \mu\text{m}$ pour les palpeurs lasers par exemple), éliminent l'effet du rayon de la bille de palpation et la flexion de la tige, mais ils sont limités uniquement aux mesures des points que les rayons lumineux peuvent toucher; les surfaces cachées sont impossibles à mesurer puisque la lumière se déplaçant en ligne droite. A cet inconvénient s'ajoute l'influence de l'état de surface sur les résultats de mesure, ce qui limite leur emploi aux laboratoires.

III-4-2-3) Calibrage des palpeurs à billes

Au cours du palpation d'une surface, la machine n'indique pas les points réellement touchés mais les centres-bille de palpation. Le passage de ces points à ceux appartenant à la surface mesurée nécessite donc la connaissance du diamètre de cette bille. Pour l'obtenir, on palpe un cercle d'une bague étalon ou une sphère étalon. La différence en valeur absolue entre le résultat obtenu et le diamètre de la pièce étalon est égale au diamètre de cette bille. Par cette opération, le palpeur n'est défini que par son diamètre mais il reste à le définir en position dans l'espace de mesure. Pour cela, le palpeur est référencé par rapport à un point fixe de l'espace de mesure matérialisé par une sphère étalon que l'on palpe sur un nombre de points suffisants (par exemple, 9 points les plus représentatifs d'une demi-sphère car l'autre moitié étant impossible à mesurer avec le même palpeur). Le palpeur sera donc vu dans un système d'axes fixe issu d'une translation du repère-machine et ayant pour origine le centre de la sphère.

La tête de captage peut comporter plusieurs palpeurs orientés d'une façon convenable afin de pouvoir accéder à toutes les faces de la pièce. Les palpeurs sont identifiés dans l'espace de mesure par la même opération de calibrage ainsi décrite et avec la même sphère. Au cours de l'utilisation d'un palpeur donné, le calculateur reconnaît automatiquement le diamètre de sa bille de palpation et sa position dans l'espace. Ainsi, l'opérateur peut agir comme s'il travaillait avec un seul palpeur.

III-5) Systèmes d'entraînement

La technologie des systèmes d'entraînement est propre à chaque constructeur. On trouve des entraînements à vis à billes, à courroie, à axe-galet presseur et à pignon-crémaillère qui est le système le plus couramment employé. Les moteurs d'entraînement sont à courant continu.

III-6) Types de machines du point de vue commande des axes

Les MMT sont de deux types :

- Machines à commande manuelle : Les commandes des chariots s'effectuent soit manuellement sous l'effort de déplacement de l'opérateur ou au moyen de moteurs d'entraînement mais sans automatisme.
- Machines à commande numérique : Dans cette version, l'asservissement des axes-machines est assuré par des servocommandes. Ces machines permettent une automatisation des mesures, une reproduction des gammes de mesure, la mesure des surfaces définies par modélisation mathématique ou numérisée dont les données sont obtenues soit par la CAO ou la FAO soit sur une pièce étalon. Elle se généralise de plus en plus sur les machines modernes.

IV) MACHINE UTILISEE POUR LA MESURE DE NOS ENGRENAGES

La machine à mesurer utilisée pour le contrôle de nos engrenages est une SEIV de Renault Automation (France) du type portique de capacités 1300 mm en X (chariot longitudinal), 800 mm en Y (chariot transversal) et 600 mm en Z (coulisseau ou chariot vertical), commandée par calculateur HP9825 dont le logiciel de mesure est appelé "PROMESUR" et équipée d'une commande numérique. Son incertitude globale est de 5 μm .

Dans la référence [COO90] on trouve une description détaillée de cette machine désignée par 13.08.06. Nous reportons ici quelques caractéristiques principales de sa structure (fig.I-9).

IV-1) Masses des principaux éléments

- Palpeur : < 1 kg
- coulisseau : 30 Kg
- Chariot : 180 Kg
- portique : 900 Kg
- Marbre (granit) : 4400 Kg

IV-2) Guidages et sustentations

Les trois liaisons prismatiques marbre-portique, portique-chariot et chariot-coulisseau qui sont orthogonales deux à deux (par construction) comportent ensemble 25 patins aérostatiques, les uns pour les sustentations et les autres pour les guidages. Leur disposition sur chaque liaison est définie de manière à respecter le principe d'isostatisme.

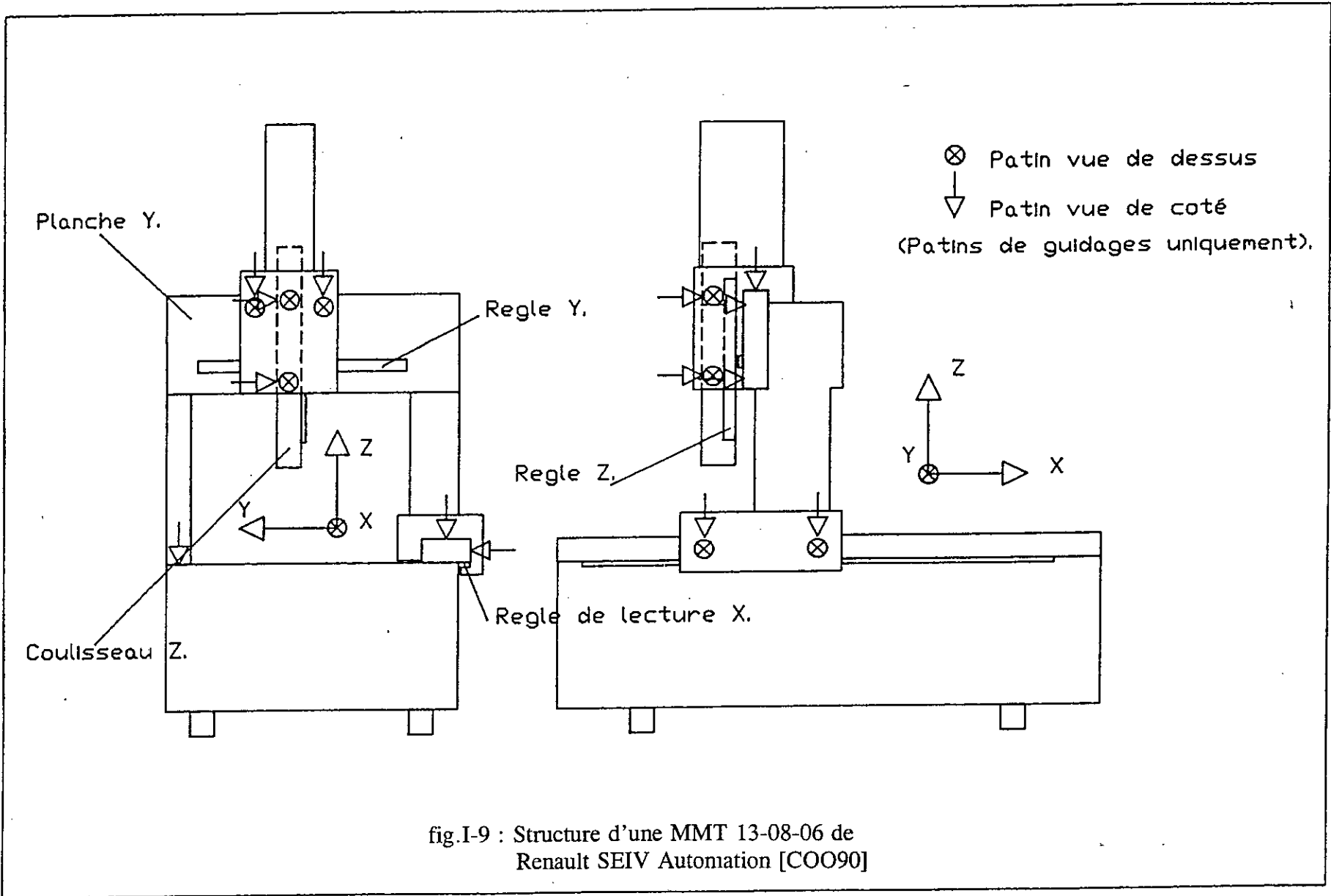


fig.I-9 : Structure d'une MMT 13-08-06 de Renault SEIV Automation [COO90]

IV-2-1) Liaison marbre-chariot

La liaison granit-portique (liaison suivant l'axe X) comprend 8 patins dont 4 pour la sustentation formant l'appui plan (théoriquement, 3 patins suffisent, la liaison est donc hyperstatique), 2 patins de guidage formant l'appui linéaire et 2 patins de contre-réaction.

Le portique est guidé par une règle et supporté sur chacune de ces deux extrémités par deux patins de sustentation. La liaison X est hyperstatique, mais améliore la rigidité du portique en basculement autour de l'axe Y (mouvement de lacet).

IV-2-2) Liaison portique-chariot

Cette liaison qui matérialise l'axe Y comprend 9 patins dont 2 patins de sustentation constituant un appui linéaire, 3 patins de guidage constituant un appui plan, et les autres pour assurer l'effet de contre-réaction. Elle est isostatique.

IV-2-3) Liaison chariot-coulisseau

Le coulisseau qui matérialise l'axe Z est de section carrée (85x85 mm) et comporte 2 patins sur chacune de ses faces. Les deux patins d'une face servent pour le guidage et les deux autres de la face opposée pour la contre-réaction. La liaison est isostatique, mais il y a un risque d'apparition du phénomène de vissage (rotation) du coulisseau autour de son axe du fait que le mouvement de ce coulisseau est mal maîtrisé. Pour éviter ce problème ou du moins pour le réduire, des techniques ont été proposées, par exemple, coulisseau à section rectangulaire de façon à avoir un appui plan sur la grande face (solution pratiquée sur les nouvelles versions de la machine 13.08.06 de SEIV), ou en bloquant la rotation par un "clavetage de précision" à l'aide d'une règle placée sur le côté du coulisseau sur une distance maximale (système LEITZ). La référence [COO90] propose un système de patins décalés où on utilise un patin double de forme rectangulaire dit "anti-rotation" qui est monté sur la structure du chariot par deux rotules qui assurent la rigidité en orientation du patin.

IV-3) Systèmes de mesure

La machine est adaptée aux palpeurs RENISHAW à déclenchement (palpeurs dynamiques) et équipée de règles de lecture incrémentales ayant un pas de division de 40 microns et fonctionnant par réflexion, les signaux sont subdivisés électroniquement en 40 fois pour obtenir une résolution de 1 μm .

IV-4) Système d'entraînement

Il est constitué par un motoréducteur, un système pignon-crémaillère et de moteurs à courant continu.

V) INCERTITUDE DE MESURE DES MMT

V-1) Erreurs de mesure, incertitude de mesure

En métrologie, toute mesure est entachée d'erreurs lesquelles peuvent provenir de différentes causes : de l'imperfection de l'instrument de mesure, de l'opérateur mal qualifié, de la méthode de mesure employée (directe ou indirecte), de l'environnement (humidité, poussière, huile, etc), des variations de la température sur la pièce ou l'appareil de mesure, des vibrations, etc.

On définit l'erreur de mesure comme étant la différence entre la valeur mesurée et la valeur conventionnellement vraie de la grandeur considérée. L'incertitude de mesure d'un appareil est qualifiée comme étant la valeur maximale garantie pour les dispersions de mesures autour de la valeur conventionnellement vraie. Elle a une signification différente suivant qu'elle intéresse le fabricant ou l'utilisateur de la machine. Pour le premier, c'est la marge d'erreurs garantie qu'elle ne sera pas excédée lors de l'utilisation de son équipement dans les conditions de travail qu'il indique. Pour le second, la connaissance de l'incertitude de mesure lui permet d'apprécier les écarts limites en plus et en moins entre lesquels peuvent se trouver les valeurs vraies des résultats de mesures.

La définition de l'incertitude de mesure est accompagnée d'une probabilité statistique P des résultats de mesure devant se trouver à l'intérieur de la marge fixée par le fabricant. Par exemple, si $P=95\%$, lors du contrôle de l'incertitude de mesure à la réception de la machine, on tolère au plus 5% des valeurs mesurées hors tolérance.

Dans [NEU85] et [NEU87b], on trouve une discussion précisant l'influence de l'incertitude de mesure sur la qualité de production et sur la gestion de la fabrication des pièces et dans [HER87b] une liste de paramètres pouvant influencer l'incertitude de mesure. La référence [COO90] établit une liste des causes d'erreurs dans une MMT, telles que les causes d'erreurs dues au système de palpé, à la règle de lecture, à la qualité de guidage, au système d'entraînements des axes, aux vibrations externes dues à l'environnement (machines d'usinage, presses, voies ferrées, autoroutes, etc), aux vibrations internes propres à la machine à mesurer (patins aérostatisques, ventilation des systèmes d'entraînement, l'effet de la commande numérique, l'effet de la mise en position du palpeur), etc.

L'introduction dans la fabrication mécanique de la commande numérique, de l'automatisation et de la robotisation a permis de réduire les tolérances de fabrication des pièces mécaniques. La règle de 10% qui fixe le rapport entre l'incertitude et la tolérance de la pièce à 1/10 s'est vue pratiquement inapplicable du fait qu'elle conduit dans certains cas à des coûts prohibitifs où même à des impossibilités techniques de contrôle. Elle fut modifiée en Mars 1987 en fixant le rapport entre l'incertitude de mesure et la tolérance entre 1/4 et 1/8, les plus grands rapports sont recommandés en cas de tolérances très faibles. Dans [PRI86], on trouve une justification de cette modification.

L'incertitude de mesure ou plutôt l'erreur de mesure d'une façon générale se compose des erreurs aléatoires (ou accidentelles) et des erreurs systématiques.

V-1-1) Erreurs aléatoires

Elles sont dues à des causes perturbatrices agissant au hasard. Elles sont variables en sens et en amplitude. On les définit comme étant la variation des résultats des mesures effectuées sur la même pièce au même point et dans les mêmes conditions. On les qualifie aussi d'erreurs de répétabilité qui, pour la machine à mesurer, proviennent principalement des erreurs de palpéage, des frottements résiduels, des variations rapides de la température au cours de la mesure, des vibrations de l'environnement, de l'incertitude des systèmes de mesure [DAV81].

L'effet des vibrations de l'environnement sur la MMT peut être réduit en utilisant des systèmes d'amortissement adéquats tels que les systèmes pneumatiques autonivellants qui permettent d'éviter souvent la mise en place d'une fondation propre à la machine [NEU87a].

Pour les machines de précision moyenne, les erreurs de répétabilité ne dépassent pas $5 \mu\text{m}$. Pour les machines précises, elle est de l'ordre de $1 \mu\text{m}$.

Dans l'analyse statistique, on admet que ces erreurs suivent une distribution gaussienne (loi normale).

V-1-2) Erreurs systématiques

Elles se caractérisent par le fait qu'elles sont toujours de même sens et sont les effets de cause agissant en permanence de la même façon. Elles peuvent être constantes ou variables (erreurs d'hystérésis, de variations lentes de la température, de défauts de rectitude et d'orthogonalités des axes, etc). Elles sont généralement contrôlables et peuvent être éliminées du résultat de mesure (généralement, les MMT de précision sont équipées de logiciels qui permettent de corriger les résultats de mesure en éliminant les erreurs systématiques que l'on arrive à modéliser).

L'une des causes ayant une grande influence sur les résultats de mesures est l'effet de la température qui peut varier dans l'espace et dans le temps, et peut causer une déformation de la structure de la machine par l'effet des dilatations linéaires des éléments et/ou le phénomène de bilame et, en conséquence, des erreurs de rectitudes et d'orthogonalité. Les déformations du type bilame [COO90] peuvent avoir une conséquence néfaste sur les résultats de mesure. On montre que, pour un bras en tube d'acier mince de section carrée de 100 mm de côté et présentant un porte à faux de 1 m , une différence de température de 1°C entre les faces opposées provoque un déplacement transversal de l'extrémité libre de $60 \mu\text{m}$ [DAV88]. Dans les mêmes conditions, en se limitant à la dilatation linéaire, cette différence de 1°C par rapport à la température de référence qui est de 20°C provoquerait un déplacement longitudinal du bras de $11 \mu\text{m}$. On voit donc que les déformations à craindre le plus sont du type de bilame. Ceci impose à prendre des précautions particulières pour assurer une très faible variation, une homogénéité et une stabilité de la température. Dans ce but, un maintien de la température à $\pm (0,2 \text{ à } 0,3)^\circ\text{C}$ autour de 20°C est fortement conseillé.

Lorsque la pièce à mesurer et la règle de lecture ont même coefficient de dilatation et lorsqu'elles sont à la même température (pour stabiliser la pièce et la machine à la même température à $\pm 0,1^\circ\text{C}$, il faut environ 2 heures), la dilatation linéaire n'a aucune influence sur les résultats de mesure. Cette situation étant particulière, le plus souvent la pièce et la

règle ont des coefficients de dilatation différents et peuvent être à des températures différentes. Dans ce cas, l'erreur de mesure peut être non négligeable. Prenons un exemple: supposons que la MMT est à 21°C et que la pièce à mesurer en aluminium de longueur 500 mm est à 23°C. Les coefficients de dilatation de l'aluminium et de la règle étant respectivement de 23,8 $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$ et 7 $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$, la formule :

$$\Delta L = L(\alpha_1 \Delta T_1 - \alpha_2 \Delta T_2) \quad (\text{I-1})$$

donne : $\Delta L = 0,5 \times [23,8 \times (23-20) - 7 \times (21-20)] = 32,2 \mu\text{m}$.

Pour palier à une telle erreur, certaines machines sont équipées de logiciels qui permettent de relever à des périodes régulières les températures sur la pièce et sur les règles de lecture et de rapporter les mesures à 20°C. Dans [HER87] on trouve un exemple de calcul de l'intervalle de temps maximum admis entre deux relevés de température. L'application numérique que nous donnons ici est déduite de cet exemple : soit à surveiller une cote de 500 $\pm 0,02$ mm sur une machine ayant une incertitude de 5 μm . On admet une erreur de mesure causée par la température de 2 $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$ (40 % de l'incertitude de mesure) et une variation de la température des règles et de la pièce de 0,4 $^\circ\text{C}/\text{h}$ (une variation de 1 $^\circ\text{C}/\text{h}$ est considérée au-delà des limites admissibles). Avec les coefficients de dilatation de la pièce de 11 $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$ et des règles de 7 $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$, on aura:

$$t_{\max} = \frac{\Delta L_{\text{adm}}}{L \Delta T \Delta \alpha} = \frac{2}{0,5 \times 0,4 \times (11-7)} = 2,5 \text{ h} \quad (\text{I-2})$$

Habituellement, pour réduire l'effet thermique, on installe dans les salles de métrologie des systèmes de climatisation, mais il est difficile de garantir une stabilité de l'ordre de $\pm 0,3$ $^\circ\text{C}$ du fait de la présence humaine, d'un éclairage inadéquat, d'une mauvaise ventilation de la salle, etc. Pour cela, certains constructeurs proposent l'isolation thermique de la machine dans une cabine spécialement conçue à cet effet. Cette mesure permet non seulement de réduire fortement le gradient de température jusqu'à $\pm 0,1$ $^\circ\text{C}$ mais aussi d'arrêter les poussières et les vapeurs d'huile circulant dans l'atmosphère et d'assurer également une isolation acoustique de la machine.

V-2) Evaluation de l'incertitude de mesure

Pour les instruments de mesure conventionnels tels que les pieds à coulisse, les micromètres et les cales étalons, on exprime l'incertitude de mesure de longueur par la somme de deux termes, l'un comprenant les erreurs constantes et l'autre comprenant les erreurs dépendantes de la longueur mesurée. Elle peut être écrite sous la forme :

$$U = \pm (a + bL) \quad [\mu\text{m}] \quad (\text{I-3})$$

a et b sont des constantes de l'instrument et L la longueur mesurée en mm.

Depuis le début des années 1980, une formulation du même type est adoptée pour l'évaluation de l'incertitude de mesure des machines à mesurer tridimensionnelles. Elle est définie par le CMMA (Coordinate Measuring Machine Manufacturers Association) et s'écrit sous la forme:

$$U = \pm \left(K_1 + \frac{L}{K_2} \right) \quad (I-4)$$

K_1 et K_2 sont des coefficients constants propres à chaque machine à mesurer. Le terme K_1 représente l'erreur minimale imprévisible comprenant les erreurs de répétabilité au point origine et les erreurs de courte périodicité telles que les erreurs locales des guidages, la flexion du stylet du palpeur, la résolution de la règle de lecture. Le terme K_2 recouvre les défauts de grande périodicité tels que les erreurs dues à l'effet thermique, aux défauts de guidage des axes (erreurs de rectitude) et à leurs orthogonalités.

Signalons que cette formulation fait l'objet d'un avant-projet de 1994 de norme ISO [MAT95].

La fig.I-10 donne la représentation graphique de l'incertitude de mesure. A titre d'exemple, pour $K_1 = 1$ et $K_2 = 400$ (machine de haute précision) et pour $L = 500$ mm, l'incertitude de mesure sur cette longueur est de $\pm 2,25 \mu\text{m}$.

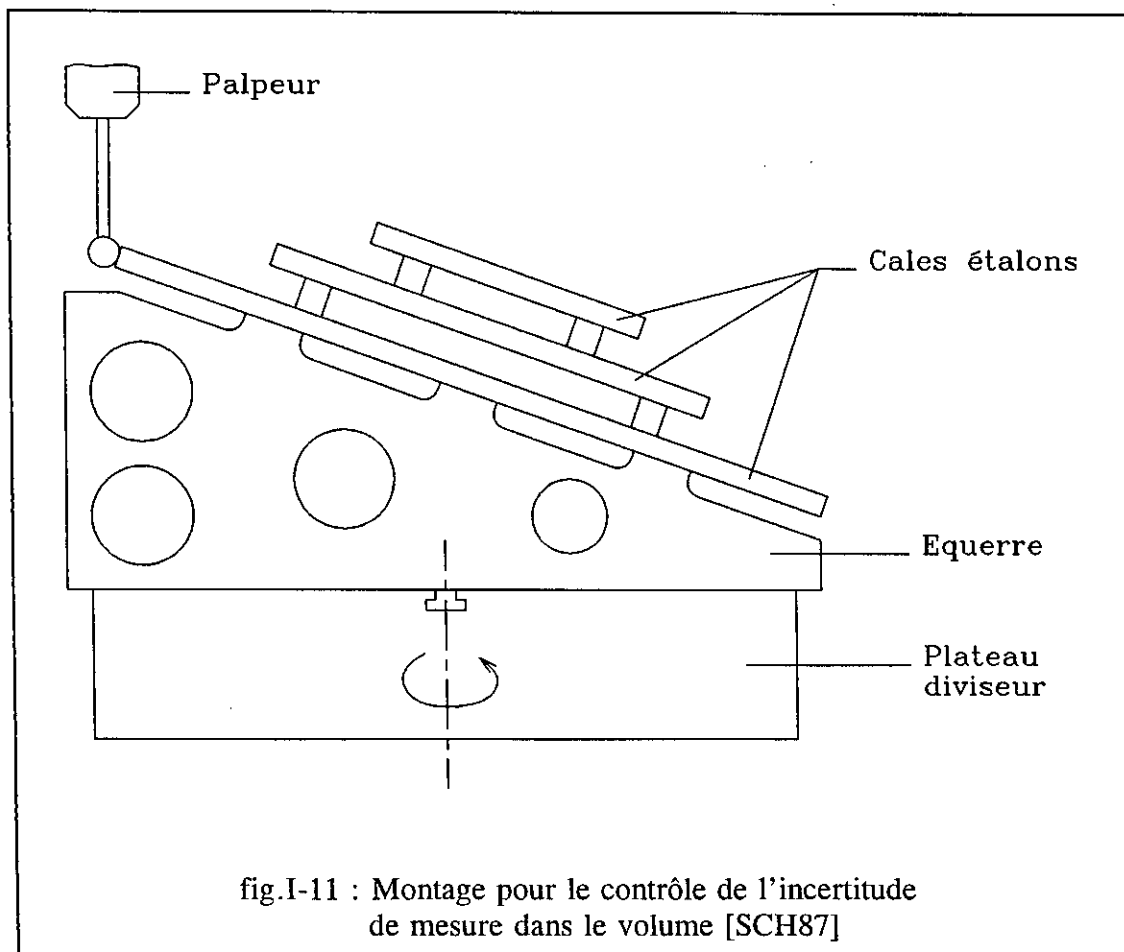
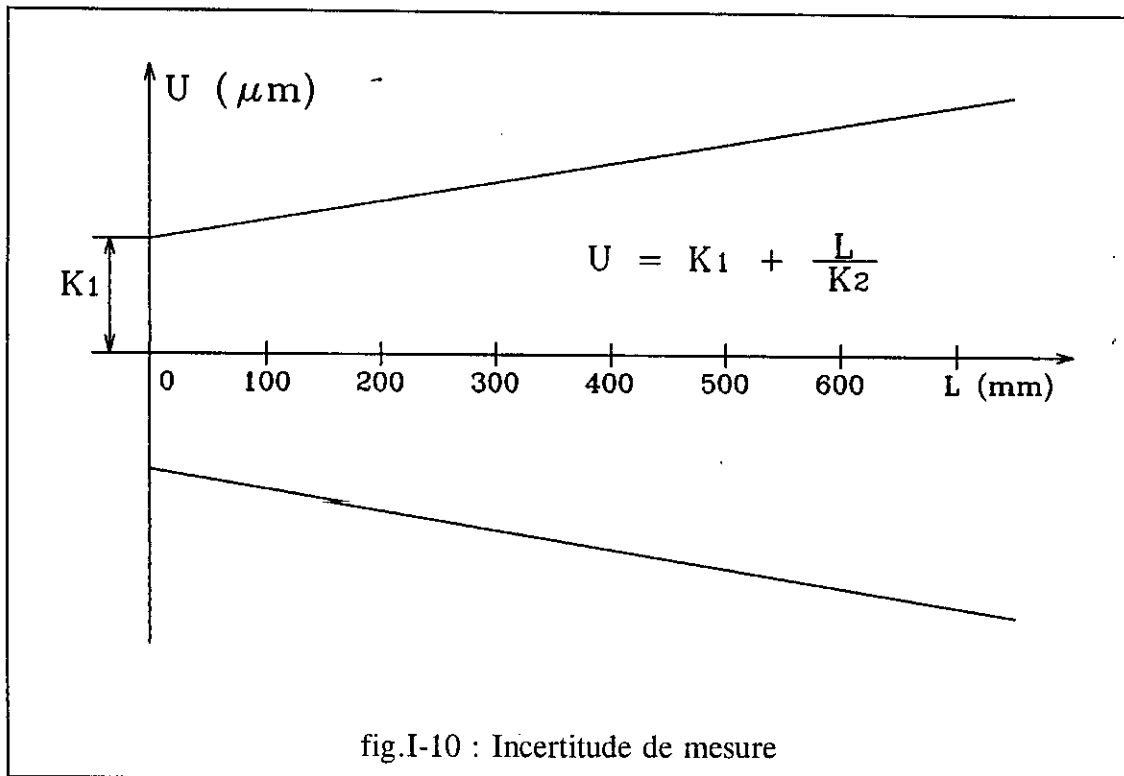
La relation (I-4) est établie pour chiffrer l'incertitude de mesure unidirectionnelle U_1 suivant un axe donné (axe-machine). Elle est également reprise pour les incertitudes de mesure bidirectionnelle U_2 (dans les plans que constituent les axes-machines), et tridirectionnelle U_3 (dans le volume), mais du fait que les erreurs de mesure suivant les axes s'ajoutent, on a $U_3 > U_2 > U_1$.

Pour les machines 4 axes, la définition de l'incertitude de mesure suivant la relation (I-4) est insuffisante [COO90] puisqu'un même point peut être atteint par rotation du plateau diviseur. Par exemple pour un plateau de 500 mm de diamètre et pour une rotation de 180 degrés, l'incertitude de mesure serait de $\pm 2,25 \mu\text{m}$ (pour $K_1 = 1$ et $K_2 = 400$) alors que la position du palpeur reste inchangée. Dans ce cas, l'incertitude sur $L = 0$, est alors une incertitude sur de grands déplacements. On peut encore citer les machines à deux potences pour mesure de carrosseries pour lesquelles les deux bras peuvent être commandés simultanément, la formulation de l'incertitude de mesure du type CMMA est encore insuffisante.

Notons enfin que la correction par logiciel des erreurs systématiques telles que les erreurs de géométrie permet d'améliorer l'incertitude de mesure.

V-3) Contrôle de l'incertitude de mesure

Dans [SCH87] et [MAT95], on trouve une présentation du procédé de contrôle des incertitudes de mesure de longueur et dans le volume en utilisant des cales étalons. On se limitera ici à la mesure de l'incertitude dans le volume puisque c'est dans le volume que les mesures sont effectuées sur une MMT.



On utilise trois cales étalons parallèles montées en gradin et disposées en diagonale dans le volume comme l'indique la fig. I-11, [SCH87] (dessin reproduit à partir d'une vue photo). Un montage sur plateau diviseur est utilisé pour faire les mesures dans chaque diagonale. Dans chaque position diagonale qui est obtenue par rotation de 90 degrés du plateau diviseur, on effectue, à l'aide d'un palpeur à bille, une série de mesures successivement sur les deux bouts des cales étalons. Les résultats sont traités pour chaque diagonale. Avec l'assistance de calculateur, l'effet des variations de la température est tenu compte dans les résultats de mesures.

L'incertitude de mesure est considérée comme observée si au moins un taux donné (95% par exemple) des valeurs mesurées sont situées dans les limites fixées par le fabricant.

VI) RENTABILITE D'UNE MMT

La métrologie tridimensionnelle a connu ces dernières années un essor considérable, le nombre croissant des MMT en est la preuve fulgurante. Aujourd'hui, il n'est plus aucun doute que c'est la technique de mesure qui est souvent sollicitée pour de nombreuses solutions de contrôle dimensionnel des pièces mécaniques (ou même des pièces électroniques). En effet, elle permet non seulement de répondre à des contrôles qui, avec les moyens conventionnels, sont pratiquement impossibles (surfaces gauches ou à topographie complexe telles que les surfaces d'aubes à forte torsion, les surfaces de dentures des engrenages gauches) ou demandent un investissement énorme en temps, mais elle offre aussi de nombreuses possibilités, citons par exemple :

- une automatisation complète,
- l'exploitation des données venues des systèmes extérieurs tels que la CAO ou la FAO à l'aide d'interfaces permettant l'échange bidirectionnel des fichiers de données,
- l'accès direct aux cotes fonctionnelles des pièces,
- une circulation rapide des informations entre les bureaux d'étude, de méthode et l'atelier (le contrôle s'effectue pratiquement en temps réel),
- la reproduction de la gamme de mesure autant de fois qu'on le désire (ce qui est tout à fait impossible avec les moyens conventionnels une fois la pièce a quitté le marbre),
- l'édition des résultats des mesures sous forme de listing ou graphique,
- les corrections éventuelles à apporter sur les machines de fabrication afin de stopper ou limiter les pièces rebutées et ceci grâce à l'assistance du calculateur et de méthodes d'analyse mathématiques très élaborées.

Les appareils de mesure conventionnels remplissent des fonctions monovalentes et sont pratiquement impossibles à automatiser. La MMT peut être universelle (possibilité de mesurer tout type de surfaces accessibles au palpé), de grandes capacités (contrôle de pièces volumineuse) et de bonne précision ou même de très bonne précision (cas des machines spécialisées). Elle peut être totalement automatisée et utilisée en l'absence de l'opérateur (pendant la nuit par exemple). C'est le cas de son utilisation dans une chaîne de production automatisée où la machine est insérée pour mesurer d'une façon automatique les pièces montées sur des supports appropriés.

Les avantages de la MMT par rapport aux procédés conventionnels sont très nombreux et il n'est pas possible de les cerner tous ici. Contentons-nous de citer un exemple tiré de la

référence [BRE87b] qui illustre une comparaison entre les temps de contrôle de 301 pièces (bras de porte fusée pour lequel 17 cotes sont à contrôler) avec les moyens conventionnels (micromètres vertical, plateau diviseur, micromètres d'extérieur et d'intérieur, jauge conique, outillages et dispositifs de bridage divers) et la MMT ZEISS du type PMC850 (machine du genre portique) équipée du logiciel UMESS. Selon cet exemple, la préparation de contrôle (étude du plan de travail, conception, construction et montages des outillages nécessaires, durée de contrôle de la première pièce, etc) sur la MMT prend 80% moins de temps par rapport aux moyens conventionnels (28,3 h contre 158 h), le gain de temps sur la durée totale du contrôle de toutes les pièces est d'environ 93% (50,8 h contre 683 h). Ce gain de temps avec la MMT est dû au fait que sur les pièces suivantes, la durée de contrôle de chaque pièce se réduit à quelques minutes (4,5 mn) alors qu'elle est de 105 mn avec les moyens conventionnels. L'exemple montre également une réduction du temps de présence de l'opérateur (22% contre 100%). En effet, sur la MMT, une fois la gamme de mesure est lancée en commande numérique, l'opérateur peut se libérer de la machine pour s'occuper d'autres tâches.

Cet exemple montre clairement que la MMT est de loin la plus rentable que les moyens conventionnels, mais il ne faut pas perdre de vue qu'elle représente un investissement considérable; elle coûte autant et même plus qu'une machine-outil à commande numérique sophistiquée. Leurs coûts d'exploitation sont également comparables. De plus, l'acquisition d'une telle machine exige une qualification du personnel devant opérer sur cette machine, sa rentabilité en dépend beaucoup.

VII) LES PERSPECTIVES DE LA MMT

Les tendances d'amélioration de la machine à mesurer s'orientent vers quatre directions :

1) Augmentation de la précision de mesure

L'amélioration de la précision avec des moyens mécaniques tels que la rectification et les systèmes d'entraînement sans jeu des guidages ne permet pas d'atteindre un haut niveau de précision autorisant le contrôle des pièces dont l'intervalle de tolérance est très serré tel que celui des cales étalons. Pour cette raison, on applique aujourd'hui une méthode de correction par logiciel qui permet de réduire l'incertitude de mesure. Ainsi, toutes les machines de précision sont équipées de logiciels permettant la correction automatique des erreurs dues à la variation de la température, des erreurs de rectitude (3 translations) et rotatoires (3 rotations : le roulis, le tangage et le lacet) des guidages des axes et de leurs orthogonalités. Au total 22 erreurs systématiques sont prises en compte. Les logiciels encore plus performants conduisent à une amélioration considérable de la précision des mesures.

2) Rapidité de mesure

Si le scanning permet une grande vitesse de mesure puisque l'acquisition des données s'effectue au cours du déplacement du palpeur sur la surface, le palpé point à point est encore très lent car le palpeur doit toucher la pièce sans accélération ni avec choc (l'effort de contact devrait être progressif jusqu'à sa valeur où s'effectue l'acquisition des données).

Pour augmenter la vitesse de mesure sans pour autant sacrifier la précision (en effet, plus une masse se déplace vite plus il devient difficile de l'arrêter avec précision), certains constructeurs proposent des machines dont la structure mobile est en matériau léger et dont la position du centre de gravité est telle qu'elle permet de réduire l'influence des vibrations de l'environnement, et équipées de patins à air performants assurant une rigidité et une stabilisation rapide de la structure mobile. Ces machines ont des vitesses de mesure pouvant atteindre 30 m/mm et capter jusqu'à 60 points par minute (machine Leitz du type Xcel). Renault Automation a construit une machine à portique mobile baptisée VIVA ayant des vitesses linéaires de déplacement atteignant 20 m/mn suivant les axes et 35 m/mn dans le volume avec des accélérations voisines de 1m/s^2 [PER91].

3) Pilotage à l'aide de calculateurs utilisant les systèmes de programmation universels

Les calculateurs utilisant des langages spécifiques nécessitent l'utilisation d'interfaces pour la conversion des données venues de la CAO ou la FAO. Leurs prix restant élevés représentent une fraction non négligeable du prix de la machine à mesurer. Les calculateurs du type PC permettront sans doute une chute des prix des ces machines.

4) Intégration de la machine dans le processus de fabrication

C'est un souci préoccupant des constructeurs. En effet, l'assistance par ordinateur procure à la machine à mesurer la possibilité de s'intégrer dans une unité de production programmée pour effectuer un contrôle totalement automatisé. Son intégration, qui est encore au stade d'essai, permettra de compléter la chaîne de production par le service contrôle. L'exploitation des résultats de mesure en termes de correction à apporter sur les machines d'usinage permet d'agir en temps réel sur ces machines et par conséquent de réduire les pièces rebutées.

VIII) CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons essayé de présenter la machine à mesurer tridimensionnelle qui est en train de causer une transformation de la notion de contrôle dimensionnel du fait que son utilisation exige de raisonner dans le l'espace et non suivant un axe ou dans un plan. Elle permet d'aborder avec une précision accrue le contrôle des pièces volumineuses ou présentant des surfaces assez complexes pour lesquelles les moyens conventionnels sont tout à fait inadaptés. Son utilisation ne se limite pas à la salle de métrologie mais elle s'étend au laboratoire pour le contrôle de conformité et aux unités de productions automatisées.

CONTROLE D'UNE DENTURE CYLINDRIQUE A DEVELOPPANTE DE CERCLE

I) INTRODUCTION

Pratiquement dans tous les mécanismes de transmission mécanique on trouve un couple d'engrenages pour transmettre un mouvement de rotation d'un axe à un autre qui peuvent être parallèles, concourants ou quelconques. Les engrenages cylindriques à denture droite ou hélicoïdale sont les plus couramment utilisés.

On rencontre différents types de profils des dentures cylindriques : en épicycloïde, à arc de cercle (denture du type Wildhaber-Novikov), à développante de cercle, etc. De nos jours la denture presque exclusivement utilisée est celle dont le profil est en développante de cercle pour ses avantages pratiques tels que la simplicité de génération, l'insensibilité aux erreurs d'entre-axe, etc.

La denture à développante de cercle se prête facilement à l'usinage et au contrôle. Pour cette denture, on trouve de nombreux appareils pour le contrôle de ses défauts géométriques. D'ailleurs, c'est la seule denture pour laquelle il existe plusieurs normes nationales et internationales pour estimer la précision de l'engrenage. La référence [PAS92] cite les principales normes, à savoir la norme française AFNOR 23-006, allemande DIN 3961 à 3963, américaine AGMA 2000B 88 et internationale I.S.O 1328 de 1975. La référence [HEN83] fournit le système de base d'établissement des tolérances des défauts géométriques de la denture (erreur de profil, de distorsion, du faux-rond, d'épaisseur, etc) selon la norme ISO (à noter que cette norme fait l'objet d'une révision selon la référence [FAU90]). Cette même référence fournit également une description de quelques appareils conventionnels de contrôle utilisés industriellement.

Avec ces appareils, le relevé des écarts s'effectue manuellement ou sur dispositif d'enregistrement graphique (sur papier carbone spécial dans le cas de mesure du profil et de la distorsion). L'interprétation des résultats de mesure est confiée au spécialiste (le régleur) qui doit les traduire en coefficients de correction des machines de taillage.

La machine à mesurer tridimensionnelle vient compléter ce parc de machines en apportant de nombreuses possibilités de contrôle grâce au système informatique et à la commande numérique dont elle est équipée. Et grâce aussi à son puissant calculateur, elle permet de mémoriser la surface à mesurer qui peut être définie par modélisation mathématique ou

synthétisée par des points relevés sur une pièce étalon. Elle permet également de conserver le référentiel de mesure pour une utilisation ultérieure sur une pièce de même famille, c'est ainsi que la gamme de mesure peut être reproduite autant de fois qu'on le désire.

Dans le cas d'utilisation d'une machine à mesurer tridimensionnelle à commande numérique, le contrôle peut être totalement automatisé, possibilité qui n'était pas admise avec les moyens conventionnels.

Enfin, des techniques de traitement des mesures permettent d'améliorer la qualité pratique de mesure et d'indiquer éventuellement les mesures de correction à prendre sur les machines de fabrication. La qualité de production peut donc être nettement améliorée.

II) RAPPEL DES ELEMENTS CARACTERISTIQUES DE LA DENTURE CYLINDRIQUE A DEVELOPPANTE DE CERCLE

Nous nous contentons de faire un bref rappel de ces éléments. Dans les références [HEN65] et [HEN83] tome 1, on trouve des éclaircissements détaillés.

II-1) Définition de la développante de cercle

Les engrenages cylindriques utilisés en construction mécanique sont généralement à développante de cercle. La fig.II-1a illustre la définition de ce profil : La développante (P) est obtenue en faisant rouler sans glisser la droite (Δ) sur le cercle (C_b) appelé cercle de base. Par définition, on a donc : arc $TQ = TM$, Q étant le point de rebroussement du profil (P) et T le centre instantané de rotation de la droite (Δ).

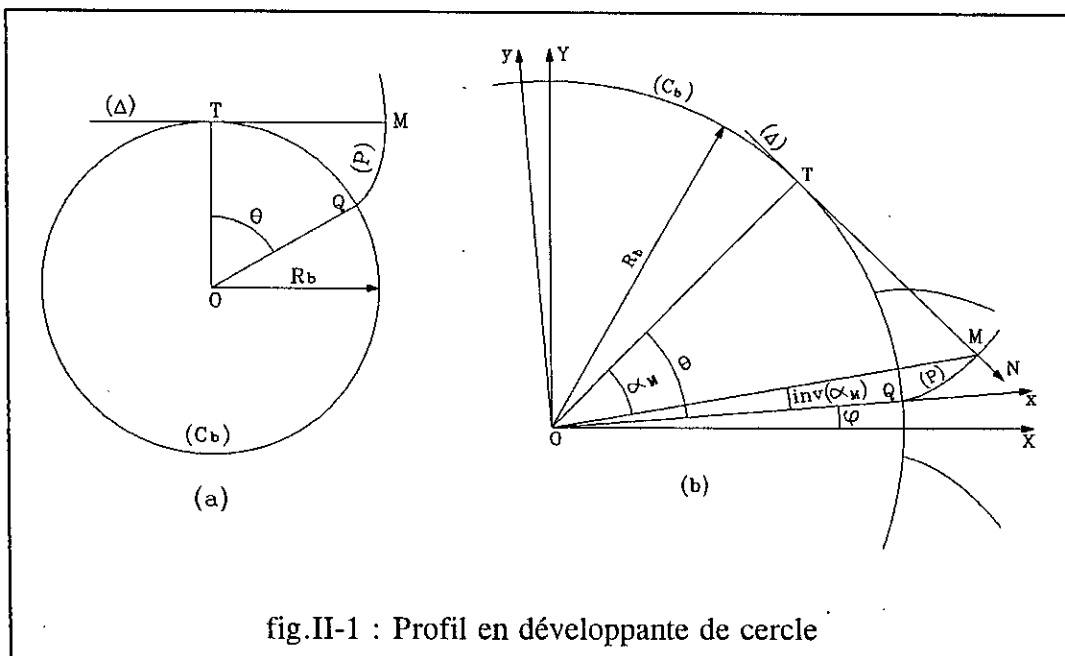


fig.II-1 : Profil en développante de cercle

II-1-1) Coordonnées et normale d'un point de la développante de cercle

Puisque arc TQ = TM, on peut alors écrire (fig.II-1b) :

$$R_b \theta = R_b \operatorname{tg} \alpha_M \quad (\text{II-1})$$

$$\text{d'où :} \quad \theta = \operatorname{tg} \alpha_M ; \quad (\theta \text{ en radians}) \quad (\text{II-2})$$

comme $\theta = \alpha_M + \operatorname{inv} \alpha_M$, il vient :

$$\operatorname{inv} \alpha_M = \operatorname{tg} \alpha_M - \alpha_M ; \quad (\alpha_M \text{ en radians}) \quad (\text{II-3})$$

Les coordonnées du point M peuvent être facilement calculées. On a :

$$\vec{OM} \begin{cases} x = OM \cos[\operatorname{inv}(\alpha_M)] \\ y = OM \sin[\operatorname{inv}(\alpha_M)] \end{cases}$$

Remarquons que le rayon polaire OM peut être donné par :

$$OM = \frac{R_b}{\cos(\alpha_M)} \quad (\text{II-4})$$

En remplaçant $\operatorname{inv} \alpha_M$ par $\theta - \alpha_M$ et en tenant compte des formules de transformation trigonométriques de cosinus et sinus de la différence de deux angles, on obtient :

$$\vec{OM} \begin{cases} x = \frac{R_b}{\cos \alpha_M} (\cos \theta \cos \alpha_M + \sin \theta \sin \alpha_M) \\ y = \frac{R_b}{\cos \alpha_M} (\sin \theta \cos \alpha_M - \cos \theta \sin \alpha_M) \end{cases}$$

d'où finalement :

$$\vec{OM} \begin{cases} x = R_b (\cos \theta + \theta \sin \theta) \\ y = R_b (\sin \theta - \theta \cos \theta) \end{cases}$$

Le vecteur tangent à la développante peut être obtenu en dérivant le vecteur **OM** par rapport à θ . En le désignant par **t** et en le prenant unitaire, il a pour composantes :

$$\vec{t} \begin{cases} t_x = \cos \theta \\ t_y = \sin \theta \end{cases}$$

La normale unitaire \vec{N} est perpendiculaire au plan formé par les vecteurs \vec{t} et \vec{k} (\vec{k} étant le vecteur unité porté par l'axe OZ). D'où $\vec{N} = \vec{t} \wedge \vec{k}$. Tous calculs faits, on obtient :

$$\vec{N} \begin{cases} N_x = \sin\theta \\ N_y = -\cos\theta \end{cases}$$

Ceci montre que la normale \vec{N} est portée par l'axe instantané de rotation (Δ). Le centre de courbure du profil au point M est le centre instantané de rotation.

Le point de rebroussement Q est choisi quelconque sur le cercle de base. En le décalant au point Q1 (fig.II-2), on obtient une développante parallèle à la précédente. En effet, on a :

$$TM = R_b\theta$$

$$TM1 = R_b\theta_1$$

il vient : $MM1 = TM1 - TM = R_b(\theta_1 - \theta)$

En vertu de la définition de la développante de cercle, cette relation peut s'écrire : $MM1 = R_b\psi$

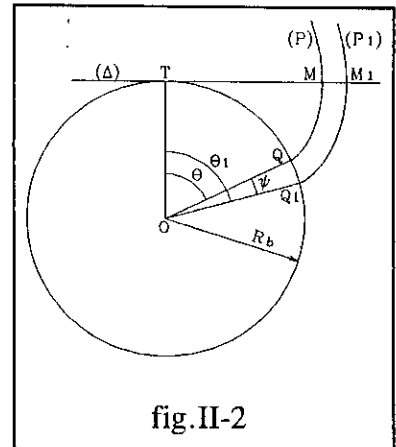


fig.II-2

Donc, pour toute position de la droite (Δ), le segment $MM1$ est constant, alors les profils (P) et (P₁) sont parallèles. En outre, si l'angle ψ est très faible, on peut confondre les profils (P) et (P₁). On en déduit qu'une petite rotation de la développante autour de l'axe de la pièce provoque une erreur constante suivant la normale et n'influe que très peu sur cette normale.

Le profil de la denture est parfaitement défini si l'on se fixe le cercle de base. En pratique, on calcule le rayon de ce dernier à partir des éléments caractéristiques de l'outil de génération: le module réel M_n , l'angle de pression réel α_n , l'angle β de l'inclinaison primitive de taillage par rapport à l'axe du pignon et le nombre de dents Z du pignon.

II-2) Quelques relations fondamentales

On distingue les éléments réels qui sont définis dans un plan normal à l'hélice primitive et auxquels on affecte l'indice n , et les éléments apparents qui sont définis dans un plan normal à l'axe de la pièce et auxquels on affecte l'indice t .

Connaissant les éléments réels, on peut déterminer par exemple :

a) le module apparent :

$$M_t = \frac{M_n}{\cos\beta} \quad (\text{II-5})$$

b) l'angle de pression apparent :

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} \quad (\text{II-6})$$

c) le diamètre du cercle primitif de génération : $D_p = Z M_t$ (II-7)

d) l'épaisseur curviligne apparente au cercle primitif :

$$S_{pt} = M_t \left(\frac{\pi}{2} + 2 D \operatorname{tg} \alpha_n \right) \quad (\text{II-8})$$

D désigne le coefficient de déport.

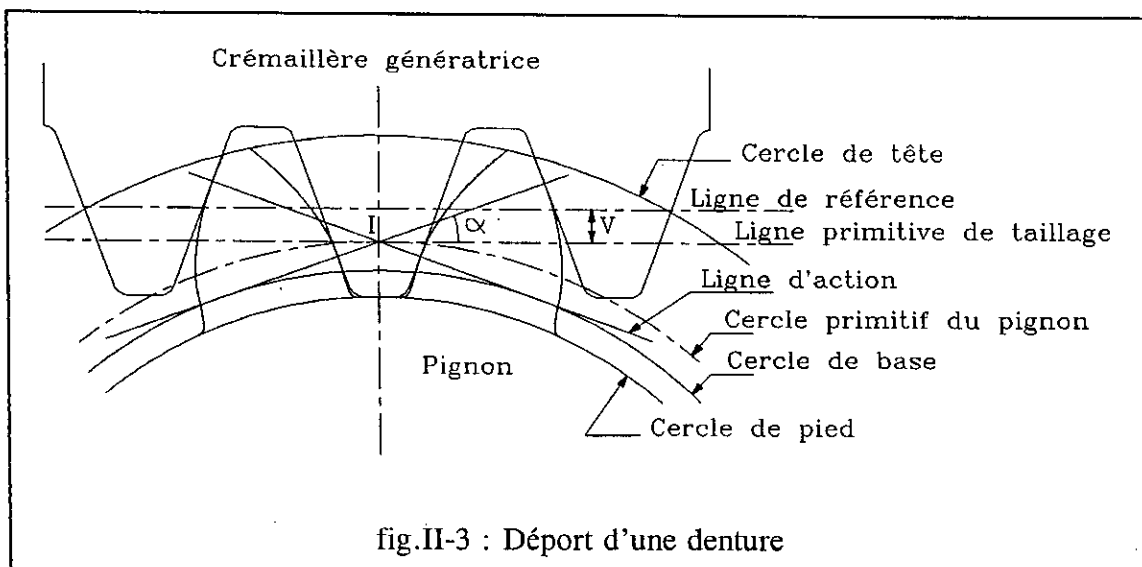
e) le diamètre du cercle de base : $D_b = D_p \cos \alpha_t$ (II-9)

f) l'angle d'hélice de base : $\operatorname{tg} \beta_b = \operatorname{tg} \beta \cos \alpha_t$ (II-10)

Pour une denture droite ($\beta = 0$), les éléments apparents deviennent égaux aux éléments réels correspondants.

II-3) Déport

On définit le déport par le déplacement V de la ligne primitive de taillage (tangente au cercle primitif de denture et qui roule sans glisser sur ce dernier durant la génération) par rapport à la ligne de référence (fig.II-3).



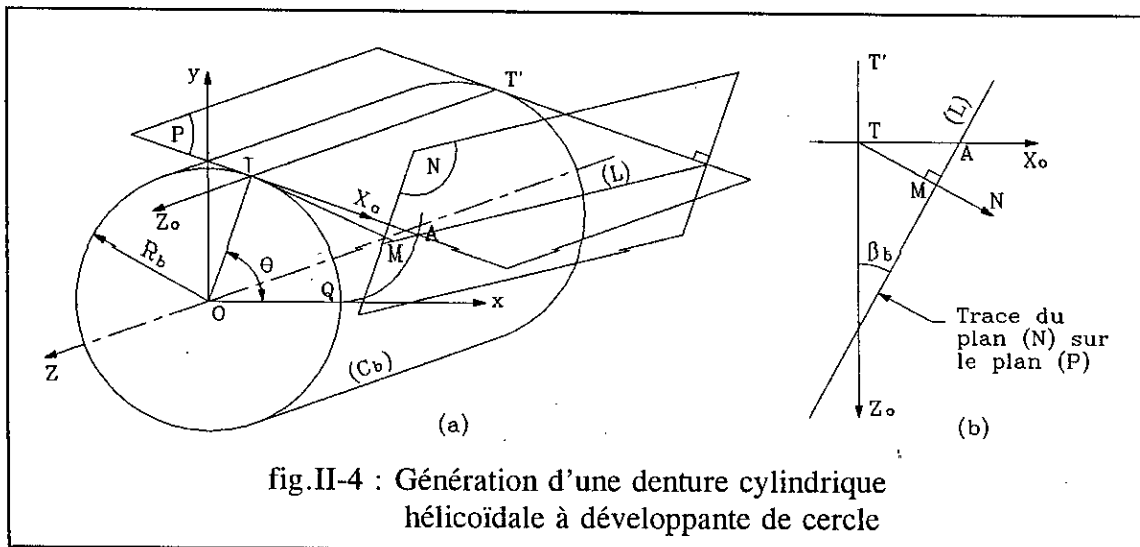
Le déport est compté positif lorsque la ligne de référence est à l'extérieur du cercle primitif, et négatif dans le cas contraire...Le coefficient de déport est défini par la relation :

$$D = \frac{V}{M_n} \quad (\text{II-11})$$

III) GENERATION DE LA SURFACE DE LA DENTURE CYLINDRIQUE

La génération d'une denture cylindrique est obtenue en faisant rouler sans glisser sur le cylindre de base de rayon R_b un plan (P_b) auquel est lié un plan (N) qui lui est normal et incliné d'un angle β_b par rapport à l'axe instantané de rotation TT' (fig.II-4a). Le plan (N) enveloppe une surface qui peut être considérée comme engendrée par la droite (L) lorsque le plan (P_b) roule sans glisser sur le cylindre (C_b) . La normale N à la surface de denture (normale au plan de génération (N)) est contenue dans le plan (P_b) et perpendiculaire à la génératrice (L) . Elle est donc portée par la droite TM (fig.II-4b).

La droite (L) intersection des plans (P_b) et (N) peut être considérée comme le développement sur le plan (P_b) d'une hélice du cylindre (C_b) . La surface de denture est donc une surface engendrée par une succession de tangentes à l'hélice tracée sur le cylindre de base. C'est une hélicoïde développable [HEN83].



III-1) Equations paramétriques de la surface de denture

Dans la référence [MAR73], on trouve un calcul sur les hélicoïdes. Nous retenons ici l'hélicoïde développable qui nous intéresse.

Sur la fig.II-5a est représentée une hélice tracée sur le cylindre de rayon R_b . La fig.II-5b représente son développement, la droite (L), dans le plan (P_b) tangent au cylindre. Le point A appartient au plan (Ox, Oy).

Par définition, on peut écrire :

$$TA = \text{arc } QT = R_b \theta \quad (\text{II-12})$$

Un point N de tangence entre le plan (P_b) et le cylindre et appartenant à la droite (L) est défini par :

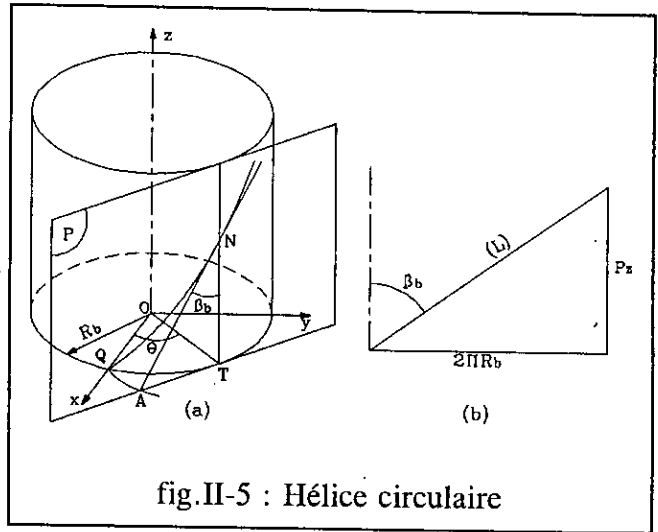


fig.II-5 : Hélice circulaire

$$Z = TN = \frac{TA}{\text{tg} \beta_b} = \frac{P_z}{2\pi} \theta \quad (\text{II-13})$$

P_z étant le pas de l'hélice circulaire ou encore le pas hélicoïdal.

En désignant par $h = P_z/2\pi$ (pas réduit), les coordonnées du point N et les composantes de la tangente à l'hélice s'écrivent :

$$\vec{ON} \begin{cases} R_b \cos \theta \\ R_b \sin \theta \\ h \theta \end{cases} \quad \frac{d\vec{ON}}{d\theta} \begin{cases} -R_b \sin \theta \\ R_b \cos \theta \\ h \end{cases}$$

Soit $M(x,y,z)$ un point de cette tangente. Il satisfait la relation vectorielle :

$$\vec{NM} = \lambda \frac{d\vec{ON}}{d\theta} \quad (\text{II-14})$$

d'où le système d'équations :

$$\begin{cases} x = R_b(\cos \theta - \lambda \sin \theta) \\ y = R_b(\sin \theta + \lambda \cos \theta) \\ z = h(\theta + \lambda) \end{cases}$$

En considérant la section passant par le plan xoy, on aura $\lambda = -\theta$, d'où :

$$x = R_b(\cos \theta + \theta \sin \theta) \quad (\text{II-15})$$

$$y = R_b(\sin \theta - \theta \cos \theta) \quad (\text{II-16})$$

On voit donc que le profil de denture dans le plan xoy est une développante de cercle de rayon R_b .

Le plan xoy normal à Oz (axe du cylindre) est choisi quelconque. Les sections de l'hélicoïde développable dans les plans perpendiculaires à l'axe Oz sont donc des développantes de cercle identiques décalées les unes des autres par déplacement hélicoïdal autour de l'axe du cylindre. Les sections cylindriques d'axe Oz sont donc des hélices de même pas hélicoïdal.

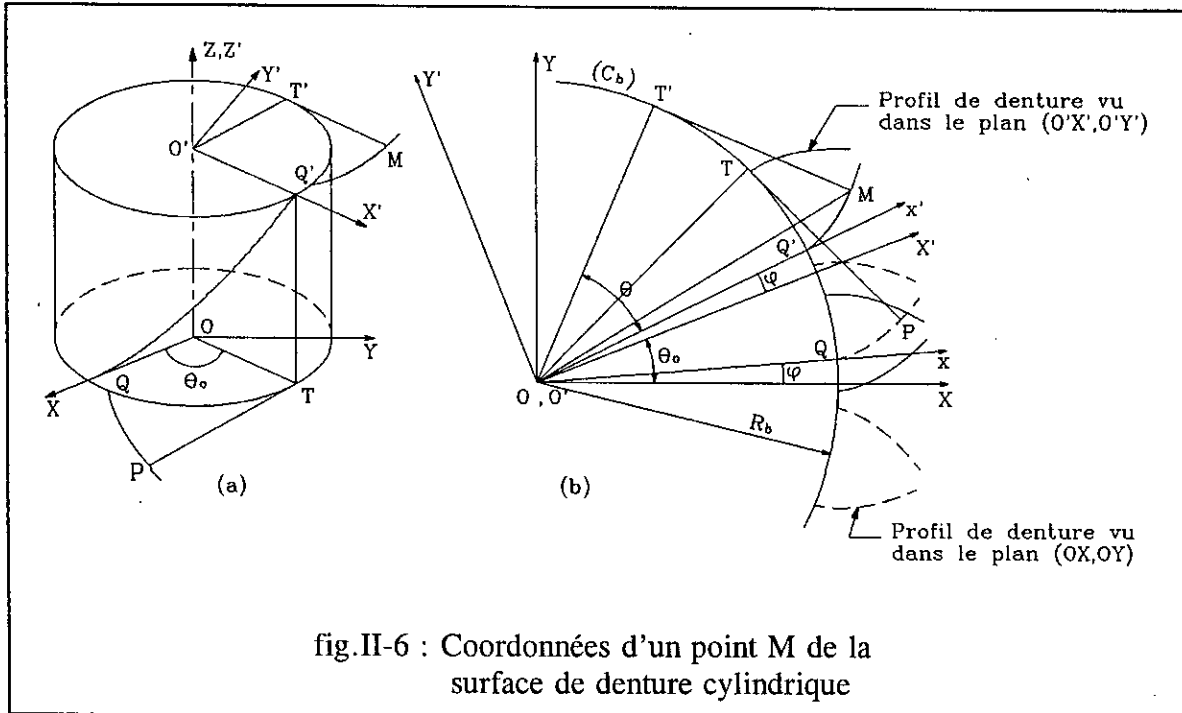


fig.II-6 : Coordonnées d'un point M de la surface de denture cylindrique

La machine à mesurer tridimensionnelle permet de construire très facilement sur la pièce un repère fixe (O,X,Y,Z) tel que OZ soit confondu avec l'axe du pignon et OX l'axe passant par le milieu de l'entre-dent et défini dans le même plan contenant l'axe Ox. Dans le plan XOY (fig.II-6b), les coordonnées d'un point P s'écrivent :

$$\vec{OP} \begin{cases} x = R_b[\cos(\theta+\varphi) + \theta \sin(\theta+\varphi)] \\ y = R_b[\sin(\theta+\varphi) - \theta \cos(\theta+\varphi)] \\ z = 0 \end{cases}$$

φ est l'angle entre les axes Ox et OX. Il est donné par la relation suivante :

$$\varphi = \left(\frac{P_{cbt} - S_{bt}}{2R_b} \right) \quad (\varphi \text{ en radians})$$

P_{cbt} et S_{bt} sont le pas circonférentiel apparent et l'épaisseur curviligne apparente de la dent définis sur le cercle de base. On a :

$$P_{cbt} = \pi M_t \cos \alpha_t \quad (\text{II-17})$$

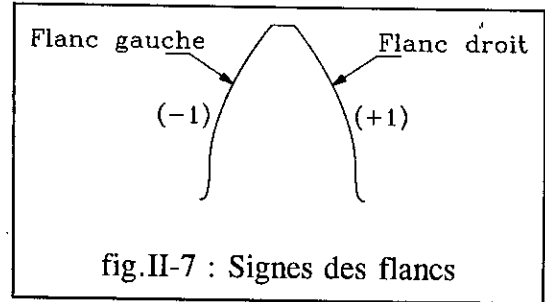
$$S_{bt} = S_{pt} \cos \alpha_t \quad (\text{II-18})$$

Convenons de prendre (fig.II-7) :

$$\epsilon = +1 \text{ pour le flanc droit}$$

et $\epsilon = -1$ pour le flanc gauche

Avec cette convention, un point P appartenant à l'un de ces deux flancs a pour composantes:



$$\vec{OP} \begin{cases} x = R_b [\cos(\theta + \varphi) + \theta \sin(\theta + \varphi)] \\ y = \epsilon R_b [\sin(\theta + \varphi) - \theta \cos(\theta + \varphi)] \\ z = 0 \end{cases}$$

Considérons maintenant un plan normal à l'axe OZ et situé à une cote Z_o et un repère (O', X', Y', Z') tel que $OO' = Z_o$ (fig.II-6a), l'axe $O'Z'$ est l'axe du pignon, et l'axe $O'X'$ passe par le milieu de l'entre-dent défini dans ce plan. Le vecteur $O'M$ (M étant un point de la surface de denture et appartenant au plan $O'X'Y'$) s'exprime de la même façon que le vecteur OP . En désignant par θ_o l'angle de rotation de l'axe $O'X'$ par rapport OX, le vecteur OM exprimé dans le référentiel (O, X, Y, Z) a pour composantes :

$$\vec{OM} \begin{cases} X = X' \cos \theta_o - Y' \sin \theta_o \\ Y = X' \sin \theta_o + Y' \cos \theta_o \\ Z = h \theta_o \end{cases}$$

avec :

$$\theta_o = \frac{Z_o}{h} \quad (\text{II-19})$$

En effectuant les calculs, on obtient :

$$\vec{OM} \begin{cases} X = R_b [\cos(\theta + \epsilon \theta_o + \varphi) + \theta \sin(\theta + \epsilon \theta_o + \varphi)] \\ Y = \epsilon R_b [\sin(\theta + \epsilon \theta_o + \varphi) - \theta \cos(\theta + \epsilon \theta_o + \varphi)] \\ Z = h \theta_o \end{cases}$$

La surface de denture est définie par les paramètres θ et θ_0 (ou Z_0 si l'angle d'hélice β est nul): θ décrit le profil dans un plan donné normal à l'axe du pignon et θ_0 l'hélice sur le cylindre dont le rayon est donné par la relation :

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (\text{II-20})$$

ou encore :

$$R = R_b \sqrt{1 + \theta^2} \quad (\text{II-20bis})$$

θ , exprimé en radians, est maintenu fixe pour le tracé de l'hélice.

III-2) Composantes de la normale à la surface de denture

Un vecteur fonction de deux paramètres $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u,v)$ représente une surface [SPI83]. Lorsqu'on maintient l'un des deux paramètres constant et on fait varier l'autre, on obtient une courbe appartenant à cette surface. $\partial\mathbf{r}/\partial u$ est tangent à la courbe $v = \text{constante}$ et $\partial\mathbf{r}/\partial v$ est tangent à la courbe $u = \text{constante}$. Ces deux vecteurs forment un plan tangent à la surface au point défini par le couple (u,v) . le produit vectoriel $\partial\mathbf{r}/\partial u \wedge \partial\mathbf{r}/\partial v$ est normal à ce plan donc normal à la surface décrite par le vecteur $\mathbf{r}(u,v)$.

Le vecteur normal unitaire en un point de la surface définie par le vecteur $\mathbf{OM}(\theta, \theta_0)$ est donc donné par :

$$\vec{N} = \frac{\frac{\partial \vec{OM}}{\partial \theta} \wedge \frac{\partial \vec{OM}}{\partial \theta_0}}{\left\| \frac{\partial \vec{OM}}{\partial \theta} \wedge \frac{\partial \vec{OM}}{\partial \theta_0} \right\|} \quad (\text{II-21})$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\vec{N} \begin{cases} N_x = a \sin(\theta + \varepsilon \theta_0 + \varphi) \\ N_y = -\varepsilon a \cos(\theta + \varepsilon \theta_0 + \varphi) \\ N_z = \varepsilon \frac{a R_b}{h} \end{cases}$$

avec :

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_b}{h}\right)^2}} \quad (\text{II-22})$$

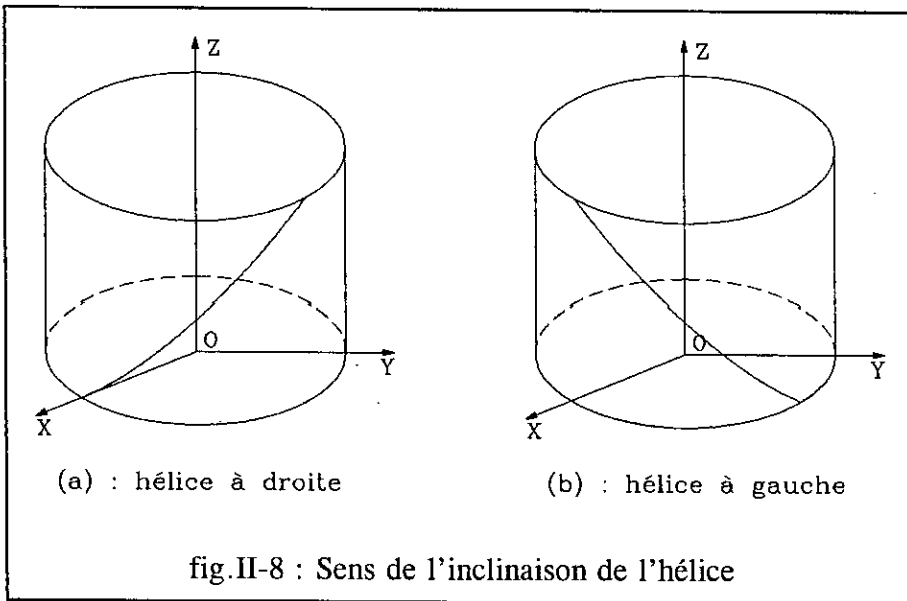
Comme $P_z = 2\pi h$ et $\text{tg}(\beta_0) = 2\pi R_b / P_z = R_b / h$, on aura $a = \cos(\beta_0)$. La normale unitaire \mathbf{N} s'écrit tout simplement :

$$\vec{N} \begin{cases} N_x = \cos\beta_b \sin(\theta + \varepsilon\theta_o + \varphi) \\ N_y = -\varepsilon \cos\beta_b \cos(\theta + \varepsilon\theta_o + \varphi) \\ N_z = \varepsilon \sin\beta_b \end{cases}$$

Au cours de la mesure à la volée, la machine à mesurer enregistre un point situé sur la normale. Son palpeur se déplace de ce point vers le point à mesurer. Il fait ensuite un recul après avoir touché la matière. On choisit une normale sortante à la matière pour fixer ce point de recul à l'extérieur de la matière. Ce choix permet aussi de compter positive la composante suivant la normale de l'écart entre les points touché et visé lorsque le premier point est à l'extérieur de la matière délimitée par la surface théorique, et négative dans le cas contraire.

Les calculs que nous venons d'exposer correspondent à la denture cylindrique hélicoïdale inclinée à droite (fig.II-8a). Ils peuvent être aussi appliqués à la denture hélicoïdale inclinée à gauche (fig.II-8b) mais en affectant un signe (-) au pas réduit, ce qui revient à considérer β_b négatif.

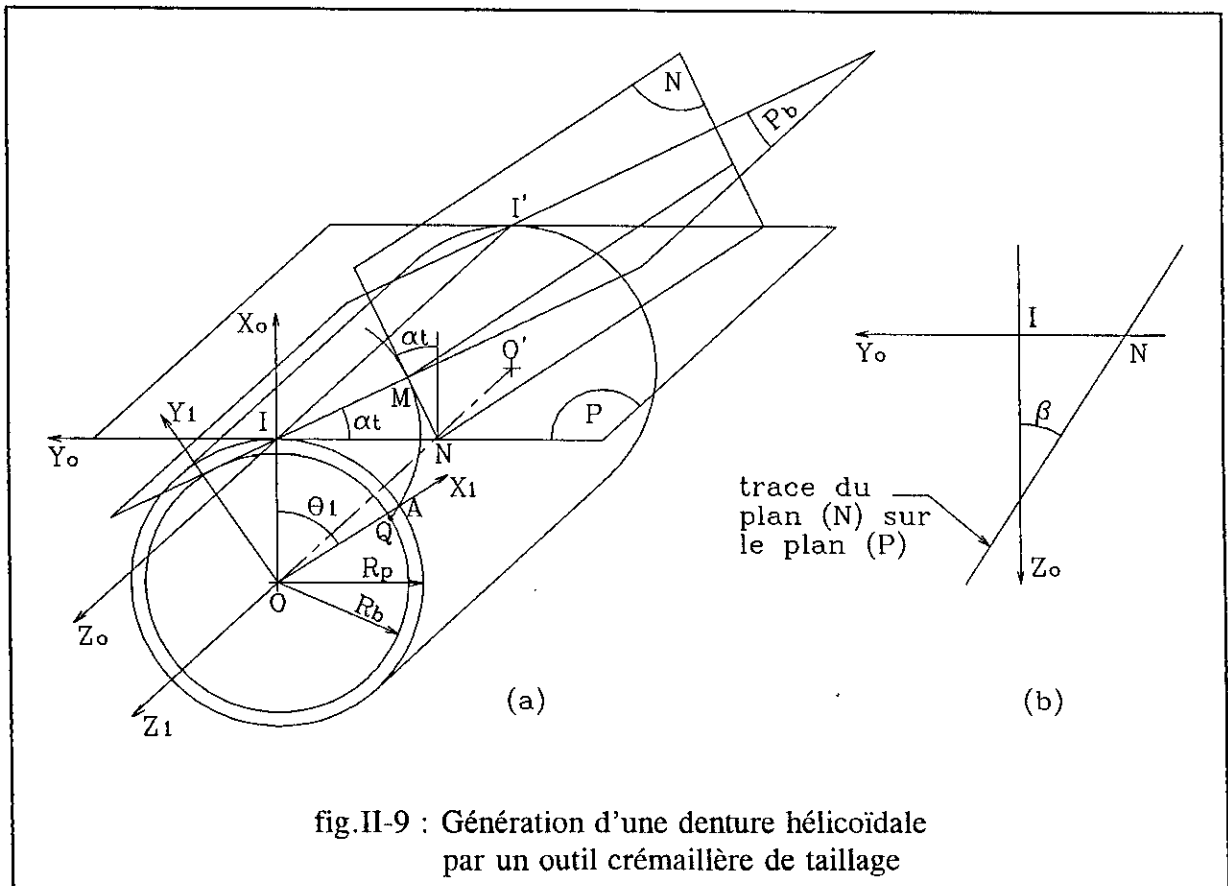
Dans le cas de la denture droite pour laquelle $\beta=0$ et qui est un cas particulier de la denture hélicoïdale, le pas hélicoïdal prend une valeur infinie, par conséquent le paramètre θ_o est nul quelque soit la cote Z_o . Les formules se simplifient alors et l'on retrouve les résultats énoncés dans le paragraphe (II-1) en exprimant les composantes du vecteur \mathbf{OM} et de la normale \mathbf{N} dans le référentiel (O, x, y, z) .



IV) GENERATION DE LA SURFACE DE DENTURE A PARTIR DE L'OUTIL CREMAILLERE DE TAILLAGE

Les équations de la surface de denture qu'on vient de formuler sont obtenues à partir de la définition de base de la génération de cette surface. Nous allons maintenant formuler ses équations paramétriques à partir de l'outil crémaillère de taillage.

La fig.II-9 schématise le principe de génération d'une denture hélicoïdale. Le plan (P) (plan primitif de la crémaillère génératrice) roule sans glisser sur le cylindre primitif du pignon à tailler. A ce plan, est lié invariablement le plan de génération (N) incliné de l'angle de pression α_t par rapport à la normale au plan (P) (angle défini dans un plan perpendiculaire à l'axe de la pièce). Le plan (P_b) est perpendiculaire à (N). Son intersection avec le plan (P) est l'axe instantané de rotation II'. On montre dans [HEN83] que lorsque (P) roule sans glisser sur le cylindre de Rayon R_p , le plan (P_b) roule sans glisser sur le cylindre de rayon R_b . On retrouve alors le principe de génération de la denture à partir de la définition de base. La ligne génératrice de la surface de denture est donc l'intersection des plans (N) et (P_b). En considérant le profil apparent, son point générateur est M. Nous allons chercher les coordonnées de ce point dans le repère-pièce.



IV-1) Coordonnées d'un point du profil de denture

Considérons un repère (I, X_o, Y_o, Z_o) tel que le plan (IX_o, IY_o) soit perpendiculaire à l'axe du pignon. On a alors : $Z_o = 0$

Par définition $IN = \text{arc } AI$, on peut écrire :

$$IN = R_p \theta_1 \quad (\text{II-23})$$

comme IM est perpendiculaire à NM , on a donc $IM = IN \cos \alpha_t$. Les coordonnées du point M s'écrivent :

$$I\vec{M} \begin{cases} X_o = R_p \theta_1 \cos \alpha_t \sin \alpha_t \\ Y_o = R_p \theta_1 \cos^2 \alpha_t \\ Z_o = 0 \end{cases}$$

En exprimant les coordonnées du point M dans le référentiel (O, X_1, Y_1, Z_1) , on aura :

$$X_1 = (X_o + R_p) \cos \theta_1 - Y_o \sin \theta_1 \quad (\text{II-24})$$

$$Y_1 = (X_o + R_p) \sin \theta_1 + Y_o \cos \theta_1 \quad (\text{II-25})$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$O\vec{M} \begin{cases} X_1 = R_p [(\theta_1 \cos \alpha_t \sin \alpha_t + 1) \cos \theta_1 + \theta_1 \cos^2 \alpha_t \sin \theta_1] \\ Y_1 = R_p [(\theta_1 \cos \alpha_t \sin \alpha_t + 1) \sin \theta_1 - \theta_1 \cos^2 \alpha_t \cos \theta_1] \\ Z_1 = 0 \end{cases}$$

Comme nous l'avons fait précédemment, on exprime ces coordonnées dans le repère fixe (O, X, Y, Z) tel que OZ soit confondu avec l'axe du pignon et OX l'axe passant par le milieu de l'entre-dent. En désignant par φ l'angle entre les axes OX_1 et OX et en tenant compte du signe du flanc ($\epsilon = +1$ pour le flanc droit, $\epsilon = -1$ pour le flanc gauche), on aura :

$$O\vec{M} \begin{cases} X = R_p [(\theta_1 \cos \alpha_t \sin \alpha_t + 1) \cos(\theta_1 + \varphi) + \theta_1 \cos^2 \alpha_t \sin(\theta_1 + \varphi)] \\ Y = \epsilon R_p [(\theta_1 \cos \alpha_t \sin \alpha_t + 1) \sin(\theta_1 + \varphi) - \theta_1 \cos^2 \alpha_t \cos(\theta_1 + \varphi)] \\ Z = 0 \end{cases}$$

avec :

$$\varphi = \left(\frac{P_c - S_{pt}}{2R_p} \right) \quad (\varphi \text{ en radians})$$

P_c et S_{pt} sont le pas circonférentiel apparent et l'épaisseur curviligne apparente de la dent définis sur le cercle primitif.

Pour un point M situé à une cote Z_o , ses coordonnées s'écrivent :

$$\vec{OM} \begin{cases} X = R_p [(\theta_1 \cos \alpha_t \sin \alpha_t + 1) \cos(\theta_1 + \varepsilon \theta_o + \varphi) + \theta_1 \cos^2 \alpha_t \sin(\theta_1 + \varepsilon \theta_o + \varphi)] \\ Y = \varepsilon R_p [(\theta_1 \cos \alpha_t \sin \alpha_t + 1) \sin(\theta_1 + \varepsilon \theta_o + \varphi) - \theta_1 \cos^2 \alpha_t \cos(\theta_1 + \varepsilon \theta_o + \varphi)] \\ Z = h \theta_o \end{cases}$$

où θ_o est l'angle de rotation dû à l'hélice autour de l'axe OZ, et h est le pas hélicoïdal réduit.

IV-2) Composantes de la normale à la surface de denture

La normale peut être déterminée connaissant l'équation du plan de génération (N). Soit $AX_o + BY_o + CZ_o + 1 = 0$ cette équation. Aux points intersections de ce plan avec les axes IX_o, IY_o, IZ_o , on aura respectivement :

$$A \frac{R_p \theta_1}{\operatorname{tg} \alpha_t} + 1 = 0 \Rightarrow A = -\frac{\operatorname{tg} \alpha_t}{R_p \theta_1}$$

$$-B(R_p \theta_1) + 1 = 0 \Rightarrow B = \frac{1}{R_p \theta_1}$$

$$C \frac{R_p \theta_1}{\operatorname{tg} \beta} + 1 = 0 \Rightarrow C = -\frac{\operatorname{tg} \beta}{R_p \theta_1}$$

d'où l'équation du plan (N) :

$$-X_o \operatorname{tg} \alpha_t + Y_o - Z_o \operatorname{tg} \beta + R_p \theta_1 = 0 \quad (\text{II-26})$$

La normale à ce plan a donc pour composantes :

$$\vec{N} \begin{cases} -\operatorname{tg} \alpha_t \\ 1 \\ -\operatorname{tg} \beta \end{cases}$$

La normale unitaire sortante à la matière peut être écrite sous la forme :

$$\vec{n} \begin{cases} \sin \alpha_n \\ -\cos \alpha_n \cos \beta \\ \cos \alpha_n \sin \beta \end{cases}$$

En exprimant cette normale dans le repère (O,X,Y,Z), on aura :

$$\vec{n} \begin{cases} \sin\alpha_n \cos(\theta_1 + \varphi) + \cos\alpha_n \cos\beta \sin(\theta_1 + \varphi) \\ \varepsilon [\sin\alpha_n \sin(\theta_1 + \varphi) - \cos\alpha_n \cos\beta \cos(\theta_1 + \varphi)] \\ \varepsilon \cos\alpha_n \sin\beta \end{cases}$$

Pour un point M situé à une cote Z_o , les composantes de la normale deviennent :

$$\vec{n} \begin{cases} \sin\alpha_n \cos(\theta_1 + \varepsilon\theta_o + \varphi) + \cos\alpha_n \cos\beta \sin(\theta_1 + \varepsilon\theta_o + \varphi) \\ \varepsilon [\sin\alpha_n \sin(\theta_1 + \varepsilon\theta_o + \varphi) - \cos\alpha_n \cos\beta \cos(\theta_1 + \varepsilon\theta_o + \varphi)] \\ \varepsilon \cos\alpha_n \sin\beta \end{cases}$$

A titre de vérification, les deux méthodes de calcul de la développante de cercle, suivant la définition de base ou le mode de génération à partir de la crémaillère génératrice, donnent des résultats tout à fait identiques

V) PROCEDURE DE MESURE ET RESULTATS

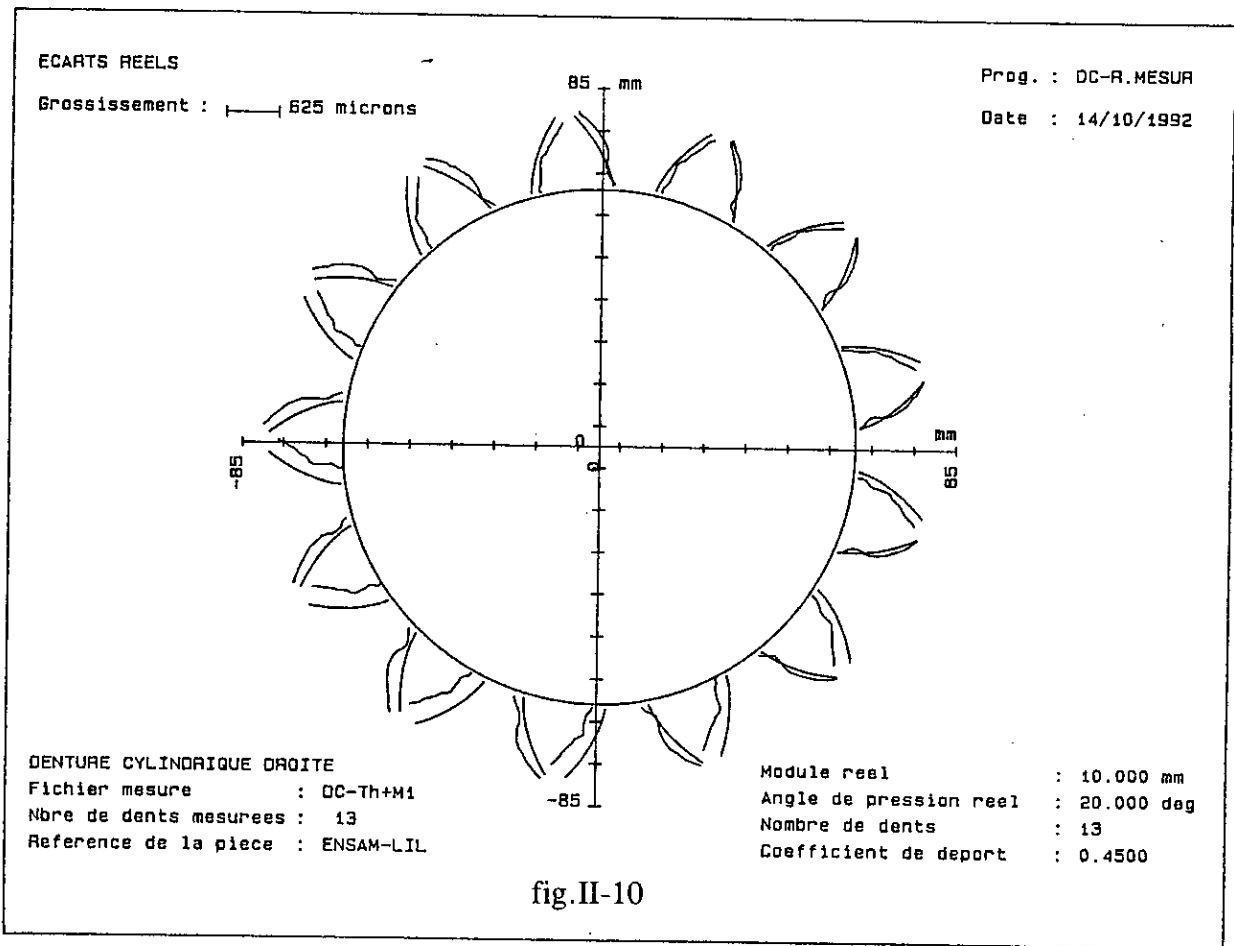
La connaissance d'un fichier de points et normales théoriques nécessite une mesure en commande numérique en comparaison point à point. La pièce est mesurée dans un référentiel correspondant au référentiel théorique. Pour minimiser les erreurs de construction des axes du référentiel de mesure (O,X,Y,Z), on doit définir celui-ci sur la pièce à partir d'éléments géométriques de référence (alésage ou surfaces cylindres recevant les roulements, surface latérale), l'axe OX passant par le milieu de l'entre-dent peut être construit en utilisant une sphère qu'on intercale dans cet entre-dent.

Dans cette technique de mesure, les écarts entre les surfaces réelles et théoriques peuvent être fournis par le logiciel de mesure de la machine. Pour mémoire, on rappelle que les écarts suivant la normale s'expriment par la relation (voir annexe 1) :

$$\varepsilon_n = (X - X_o)N_{x_o} + (Y - Y_o)N_{y_o} + (Z - Z_o)N_{z_o} \quad (\text{II-27})$$

X, Y, Z sont les coordonnées du point touché, X_o , Y_o , Z_o et N_{x_o} , N_{y_o} , N_{z_o} sont les coordonnées et les composantes de la normales au point visé.

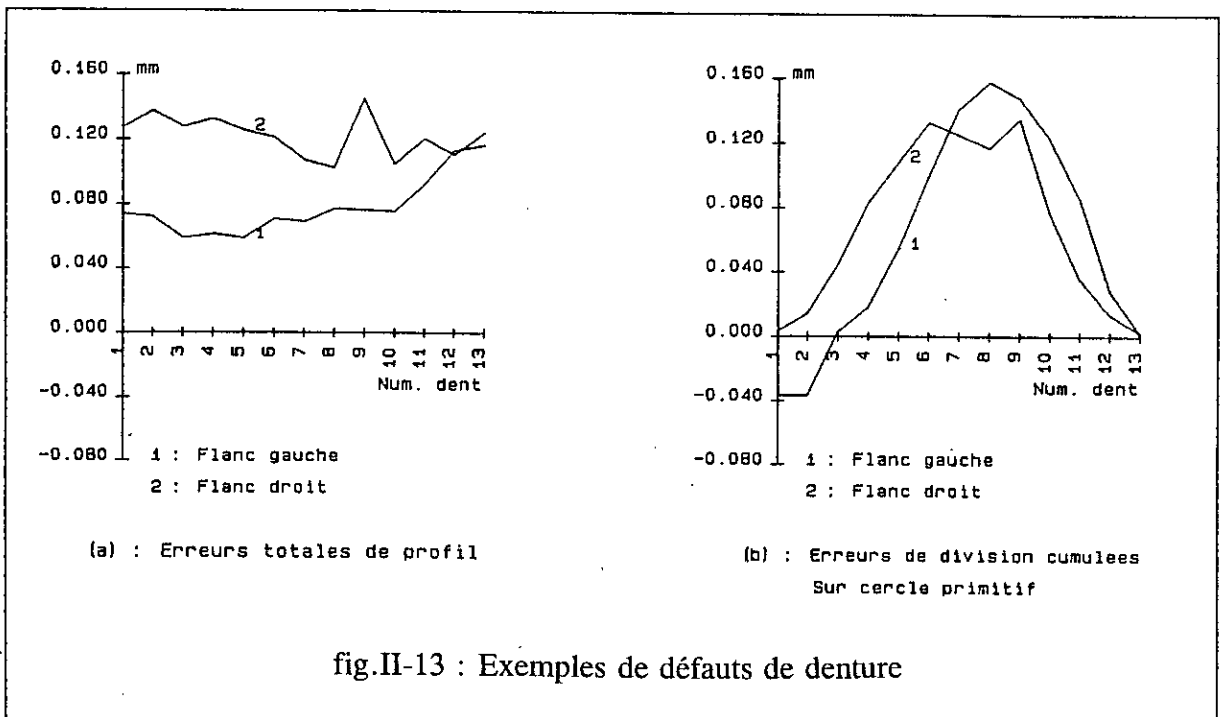
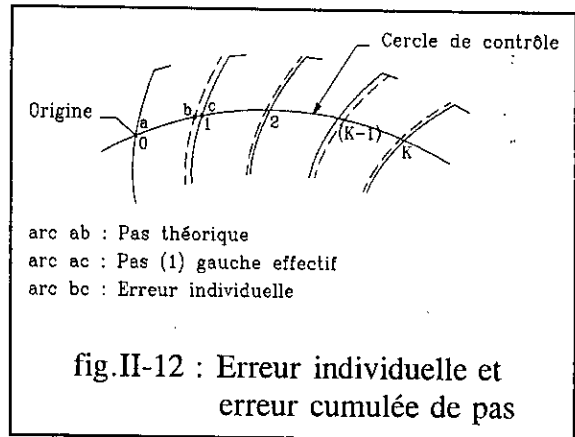
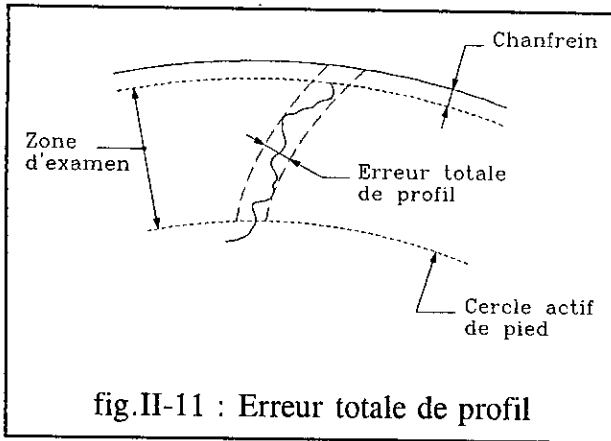
La fig.II-10 représente un pignon cylindrique à denture droite mesuré par rapport à la développante de cercle dans un plan normal à l'axe du pignon et passant par le milieu de la largeur de denture. On y a représenté également les écarts de profil. La mesure a eu lieu en commande numérique sur une MMT de SEIV Renault Automation.



Comme on le constate sur cette figure, toutes les dents n'ont pas le même défaut de forme, il est donc très difficile d'interpréter correctement tous ces écarts mesurés. Généralement, on analyse les défauts géométriques de la denture en calculant les erreurs moyennes qui donne une signification acceptable sur le défaut géométrique considéré. Mais il faut signaler qu'il est plus intéressant d'interpréter l'ensemble de ces écarts en terme de correction à apporter aux paramètres de réglage de la machine de taillage pour améliorer la géométrie de la denture. Nous reprenons ce point au chapitre consacré à l'optimisation des paramètres de réglage des machines de taillage.

La norme ISO 1328 de 1975, pour ne citer que celle-ci, définit pour la denture cylindrique plusieurs erreurs de forme. Contentons nous de mentionner deux, l'erreur totale de profil et l'erreur de division cumulée qu'on peut calculer à partir de ces résultats de mesure. La première est la distance, mesurée suivant leur normale commune, entre deux profils de référence renfermant le profil réel (fig.II-11). La seconde est la différence algébrique, sur un secteur de K pas, entre la longueur effective et la longueur théorique de ce secteur (fig.II-12). C'est aussi, la somme algébrique des erreurs individuelles de ces mêmes K pas. A titre d'illustration, la fig.II-13 représente les diagrammes de ces deux catégories d'erreurs.

Notons au passage qu'en mesurant la denture suivant l'hélice ou le faux-rond de denture, on pourra également tracer leurs erreurs respectives.



DENTURE CYLINDRIQUE DROITE	Module : 10.000 mm	Prog. : DC-DIV+DF
Fichier mesure : DC-Th+M1	Angle de pression : 20.000 deg	Date : 18/10/1992
Ref. de la piece : ENSAM-LIL	Nombre de dents : 13	
	Coef. de depot : 0.4500	

Nous venons de voir que si la surface à mesurer est synthétisée par un ensemble de points et normales théoriques, la mesure s'effectuera en commande numérique, en comparaison point à point. La denture cylindrique peut être également mesurée sur une MMT par palpement manuel ou en utilisant la mesure en scanning. Dans ce cas, le calcul des écarts exige l'application de la méthode du point de référence. On rappelle que cette méthode consiste à reconstituer la génération du profil de la denture à partir des points centres-bille enregistrés par la MMT au cours du palpement de la surface. Elle permet de lever la contrainte de ne mesurer que les points définis par un fichier. La denture cylindrique à développante de cercle permet son application.

VI) METHODE DU POINT DE REFERENCE

VI-1) Contrôle par palpement manuel

VI-1-1) Problème posé

Après avoir construit un référentiel sur la pièce à l'aide de la MMT, on mesure manuellement les surfaces des dentures. La MMT fournit les coordonnées (X_p, Y_p, Z_p) du centre P de la bille du palpeur. Il s'agit donc de déterminer les coordonnées du point palpé, sa normale et les écarts suivant cette normale.

On reconstitue le profil à développante de cercle en déterminant pour chaque point palpé la normale passant par le centre de la bille de palpement. On calcule ensuite les écarts par rapport à un point de référence choisi arbitrairement sur le profil de la denture. Cette méthode aboutit à un résultat qui dépend du point de référence choisi, mais une opération d'optimisation correspondant à une petite rotation de la pièce autour de son axe n'influençant que très peu les normales, permet d'équilibrer l'ensemble des écarts et l'influence du choix du point de référence est alors éliminée.

VI-1-2) Construction du système d'axes

Le système d'axes est construit comme suit :

- On choisit un plan de mesure normal à l'axe du pignon et sur lequel sera fixé l'origine O du référentiel.
- L'axe OZ est l'axe du pignon.
- L'axe OX perpendiculaire à OZ est choisi passant dans l'entre-dent. Contrairement à la construction de cet axe pour la mesure en commande numérique qui nécessite l'utilisation d'une sphère pour le centrer dans le milieu du creux, dans cette méthode, il peut être fixé en palpant, dans le plan de mesure, un point quelconque sur l'un des deux flancs.
- Le trièdre OX, OY, OZ est direct.

VI-2) Méthode de calcul proposée

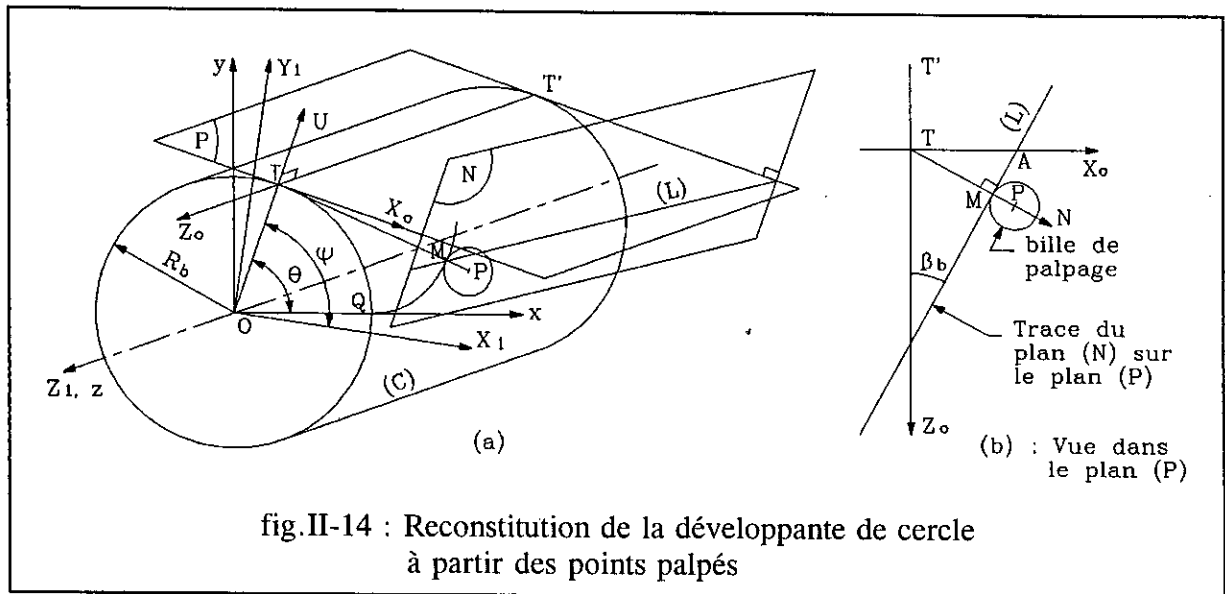
VI-2-1) Calcul de la normale et des coordonnées au point touché

Soient N la normale unitaire au point palpé M , TM une tangente au cercle de base (C_b) et perpendiculaire au plan de génération (N), et P le centre de la bille du palpeur. La droite TM étant normale à la surface de denture, le vecteur MP est donc porté par la normale N (fig.II-14b). En désignant par r le rayon de la bille de palpé (son diamètre est appelé constante-palpeur), on aura :

$$\vec{MP} = r\vec{N} \quad (\text{II-28})$$

La relation vectorielle $\vec{OM} = \vec{OP} - \vec{MP}$ permet d'écrire :

$$\vec{OM} \begin{cases} X_M = X_P - rN_x \\ Y_M = Y_P - rN_y \\ Z_M = Z_P - rN_z \end{cases}$$



Pour simplifier les calculs, on raisonne dans le repère (O, X_1, Y_1, Z_1) que l'on obtient par rotation autour de l'axe OZ du référentiel fixe (référentiel de mesure) d'un angle correspondant à la position de la dent considérée. La fig.II-14a illustre ce système d'axes.

Dans le plan normal à l'axe de la pièce et passant par le point P , le vecteur unitaire U porté par la droite OT a pour composantes :

$$\vec{U} \begin{cases} U_{x1} = \cos\psi \\ U_{y1} = \sin\psi \\ U_{z1} = 0 \end{cases}$$

Le produit vectoriel $\mathbf{N} \wedge \mathbf{U}$ est un vecteur normal au plan (\mathbf{N}, \mathbf{U}) , il est donc parallèle au vecteur \mathbf{AM} lequel est perpendiculaire à \mathbf{N} . Soit \mathbf{V} le vecteur unitaire porté par \mathbf{AM} . Exprimé dans le repère (T, X_0, Y_0, Z_0) , ce vecteur a pour composantes :

$$\vec{V} \begin{cases} V_{x0} = -\sin\beta_b \\ V_{y0} = 0 \\ V_{z0} = \cos\beta_b \end{cases}$$

Dans le repère (O, X_1, Y_1, Z_1) , on obtient :

$$\vec{V} \begin{cases} V_{x1} = -\sin\beta_b \sin\psi \\ V_{y1} = \sin\beta_b \cos\psi \\ V_{z1} = \cos\beta_b \end{cases}$$

Les deux vecteurs \mathbf{N} et \mathbf{U} étant perpendiculaires, on a donc :

$$\vec{N} \cdot \vec{U} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{N} \wedge \vec{U} = \epsilon \vec{V} \quad (\text{II-29})$$

avec $\epsilon = \pm 1$

A remarquer que pour le flanc droit ($\epsilon = +1$), le vecteur $\mathbf{N} \wedge \mathbf{U}$ est dirigé dans le même sens que le vecteur unitaire \mathbf{V} .

Les développements des produits vectoriel et scalaire des vecteurs \mathbf{N} et \mathbf{U} donnent le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} -N_{z1} \sin\psi = -\epsilon \sin\beta_b \sin\psi \\ N_{z1} \cos\psi = \epsilon \sin\beta_b \cos\psi \\ N_{x1} \sin\psi - N_{y1} \cos\psi = \epsilon \cos\beta_b \\ N_{x1} \cos\psi + N_{y1} \sin\psi = 0 \end{cases}$$

Les deux premières équations de ce système sont équivalentes et donnent :

$$N_{z1} = \epsilon \sin\beta_b \quad (\text{II-30})$$

La résolution des deux autres équations aboutit aux relations :

$$N_{x1} = \varepsilon \cos \beta_b \sin \psi \quad (\text{II-31})$$

$$N_{y1} = -\varepsilon \cos \beta_b \cos \psi \quad (\text{II-32})$$

L'angle ψ (fig.II-14a) est compté positif pour les points situés sur les flancs droits et négatif pour les points situés sur les flancs gauches. Il est donné par la relation :

$$\psi = \varepsilon B + \varphi' \quad (\text{II-33})$$

avec : $\cos B = \frac{R_b}{R}$ et $\sin \varphi' = \frac{Y_{1p}}{R}$

R est le rayon du cylindre d'axe OZ et passant par le point $P(X_{1p}, Y_{1p}, Z_{1p})$. On l'exprime par:

$$R = \sqrt{X_p^2 + Y_p^2} = \sqrt{X_{1p}^2 + Y_{1p}^2}$$

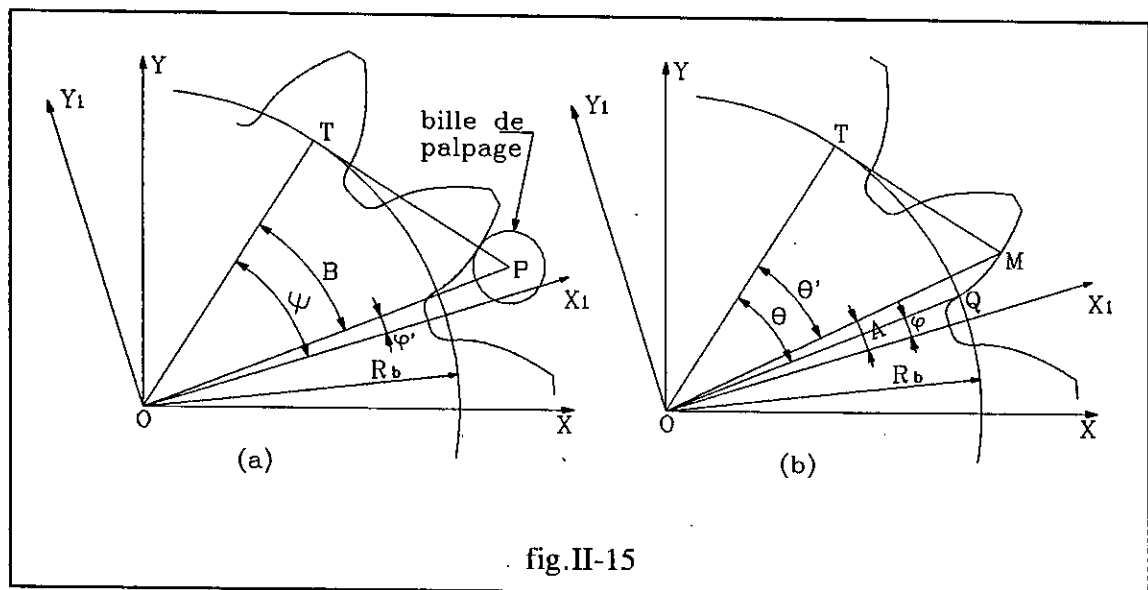


fig.II-15

La normale étant déterminée dans le repère lié à la dent, elle peut être facilement calculée dans le repère fixe (O, X, Y, Z) . Le point de contact de la bille de palpation avec la surface mesurée peut être alors parfaitement défini.

Le point touché M et sa normale associée étant connus, il reste à calculer les écarts suivant la normale par rapport au point de référence.

VI-2-2) Calcul des écarts par rapport au point de référence

La méthode de calcul peut être conduite comme suit :

a) Calcul du rayon du cercle passant par le point touché M (fig.II-15b) :
Il est donné par la relation :

$$R = \sqrt{X_M^2 + Y_M^2}$$

b) Calcul de l'angle θ :

On a :

$$TM = \sqrt{R^2 - R_b^2} \quad (\text{II-34})$$

or

$$TM = R_b \theta \quad (\theta \text{ en radians}) \quad (\text{II-34bis})$$

d'où :

$$\theta = \frac{TM}{R_b} \quad (\text{II-35})$$

c) Calcul de l'angle θ' :

Il peut être donné par l'une des deux relations :

$$\cos \theta' = \frac{R_b}{R} \quad (\text{II-36})$$

ou :

$$\text{tg} \theta' = \theta \quad (\text{II-36bis})$$

d) Calcul des écarts par rapport au point de référence :

L'angle φ entre l'axe OX_1 et la droite OQ (Q étant le point de rebroussement du profil) peut être donné par la relation suivante :

$$\varphi = \psi - \varepsilon \theta \quad (\text{II-37})$$

ou encore :

$$\varphi = A + \varepsilon (\theta' - \theta) \quad (\text{II-37bis})$$

avec :

$$\sin A = \frac{Y_1}{R}$$

L'arc situé sur le cercle de base et intercepté par l'angle φ vaut :

$$l = R_b \varphi \quad (\text{II-38})$$

En affectant l'indice *ref* au point de référence et l'indice *i* à un autre point, les longueurs des arcs qui leur correspondent sur le cercle de base sont :

$$l_{ref} = R_b \varphi_{ref}$$

$$l_i = R_b \varphi_i$$

Si ces deux points appartiennent au même flanc ou à des flancs homologues, l'écart entre eux sera :

$$\Delta l = \varepsilon (l_{ref} - l_i) \quad (\text{II-39})$$

Si le point *M_i* appartient à un flanc antihomologue à celui du point de référence, il faudra d'abord calculer la nouvelle longueur l'_{ref} de l'arc de référence. Celle-ci est donnée par l'expression suivante :

$$l'_{ref} = \varepsilon (P_{c_{bt}} - S_{bt} - \varepsilon_{ref} l_{ref}) \quad (\text{II-40})$$

ε_{ref} étant le signe du flanc auquel appartient le point de référence, $P_{c_{bt}}$ et S_{bt} sont respectivement le pas circonférentiel apparent et l'épaisseur curviligne apparente définis sur le cercle de base.

Cette relation peut être écrite sous une forme générale valable pour tous les points :

$$l'_{ref} = \varepsilon f (P_{c_{bt}} - S_{bt}) + l_{ref} \quad (\text{II-41})$$

avec $f = 0$ pour les flancs homologues à celui du point de référence.
 $f = 1$ pour les flancs antihomologues.

L'écart exprimé sur le cercle de base entre les points *M_i* et *M_{ref}* devient :

$$\Delta l = \varepsilon (l'_{ref} - l_i) \quad (\text{II-42})$$

cette quantité représente l'écart suivant la tangente *TM* qui roule sans glisser sur le cylindre de base. La droite génératrice (*L*) étant inclinée de l'angle β_b par rapport à l'axe du cylindre, l'écart suivant la normale à la surface de denture s'exprime alors par la relation :

$$\Delta l_n = \frac{\Delta l}{\cos \beta_b} \quad (\text{II-43})$$

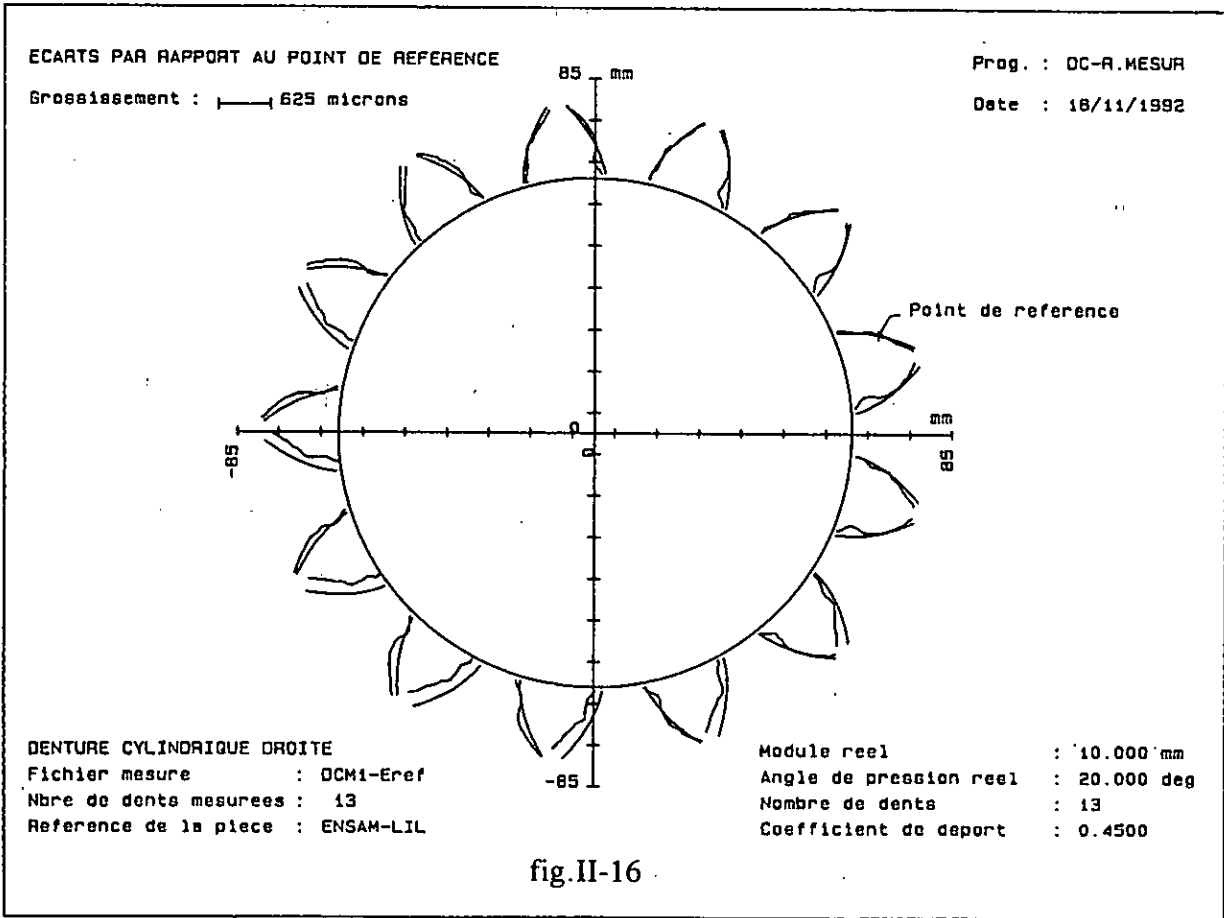
Cette méthode de calcul des écarts par rapport au point de référence est vérifiée en considérant les points théoriques définis en développante de cercle : nous obtenons des

normales tout à fait identiques à celles calculées par les équations de la développante de cercle et des écarts relatifs Δl nuls en tous les points.

En appliquant cette méthode aux points mesurés supposés situés sur les normales théoriques définies pour la mesure en commande numérique, on retrouve les normales théoriques. On doit d'ailleurs s'attendre à ce résultat puisque deux développantes de cercle parallèles ont comme développée le même cercle. La distance entre les deux développantes étant très faible, donc, deux points appartenant l'un sur la première et l'autre sur la seconde et situés sur la même tangente au cercle de base ont pratiquement la même normale.

La fig.II-16 représente le même pignon que celui de la fig.II-10. Ici, on y a représenté les écarts par rapport à un point de référence. Les points traités sont ceux qui ont été fournis par la MMT au cours de la mesure de la denture en commande numérique.

La méthode de contrôle de surface par palpéage manuel a l'avantage de permettre le dépouillement d'une zone particulière de cette surface, mais elle devient fastidieuse lorsqu'il s'agit de relever un grand nombre de points. Cette surface peut être mesurée en commande numérique, sans qu'elle soit synthétisée par des points et normales théoriques, à l'aide de logiciel qui permet de poursuivre le contour du profil défini dans l'un des plans du système d'axes-machines et entre deux points quelconques. C'est le cas du logiciel CProf de Renault SEIV automation. La denture cylindrique droite s'adapte bien à l'utilisation de ce logiciel.



VII) CONCLUSION

Dans ce chapitre, on expose la synthétisation mathématique de la surface de denture cylindrique par des points et normales. Cette modélisation permet, sur une MMT à commande numérique, la comparaison point à point de la surface de denture d'un pignon taillé. Le programme de calcul peut être intégré dans le calculateur de la machine pour le contrôle de tous les engrenages cylindriques.

On expose également une autre possibilité de contrôle des engrenages cylindriques sur les MMT à commande manuelle ou à commande numérique équipée de logiciel de mesure de profils inconnus.

Le contrôle géométrique des dentures cylindriques peut être totalement effectué sur une MMT sans nécessiter des accessoires spéciaux ou de changement de la machine de contrôle : un seul logiciel suffit pour le contrôle de ce type d'engrenages.

Enfin, la MMT permet non seulement le contrôle des engrenages cylindriques mais aussi les autres types d'engrenages dont la forme de denture est plus complexe, par exemple les engrenages coniques droits.

GEOMETRIE DES SURFACES DE DENTURE DES ENGRENAGES CONIQUES DROITS

I) INTRODUCTION

Les engrenages coniques droits sont des éléments de transmission de mouvement entre deux axes concourants. Ils sont couramment utilisés dans les différentiels et ponts d'automobiles et les machines-outils (têtes des fraiseuses par exemple).

Ces engrenages possèdent trois définitions pour la génération de la surface de denture : la développante sphérique (profil de la denture théorique) et les octoïdes de 1ère ou de 2ème espèce (profils des dentures pratiques). Leurs profils de dentures devant être tracés sur une sphère, leur contrôle a paru suffisamment complexe. C'est sans doute la raison pour laquelle on trouve très peu d'appareils conventionnels pour leur contrôle. En effet, ces machines exigent de réaliser avec précision des mouvements trop complexes de façon à reproduire le mouvement de génération de la surface de denture. Les machines existantes ne permettent le contrôle du type de profil de denture que pour lequel elles sont conçues : profils en développante sphérique ou en octoïde de 1ère espèce. Le contrôle de la denture en octoïde de 2ème espèce s'effectue par comparaison avec l'un de ces deux profils.

Les références [WIE76] et [HEN83] expliquent le principe de contrôle du profil en octoïde de 1ère espèce. Dans [HEN83], on trouve aussi une description des appareils de contrôle de ce profil et de la développante sphérique.

Depuis l'apparition de la machine à mesurer tridimensionnelle (MMT) assistée par ordinateur, on trouve plusieurs travaux traitant le contrôle des engrenages coniques et spiro-coniques. Citons par exemple les références [SUL74], [FOR76], [WEK79], [NEU82], [COO83], [NEU84], [LEM85] et [CHA87]

Les avantages qu'offre cette machine font d'elle une machine souvent sollicitée pour de nombreuses solutions de contrôle dimensionnel des pièces mécaniques. En contrôle d'engrenages, elle ne nécessite pas l'utilisation d'accessoires particuliers ni le changement de sa structure; un module de logiciel suffit à aborder un nouveau type d'engrenages. Ainsi, Le contrôle de l'octoïde de 2ème espèce peut se faire directement sans faire appel à la comparaison par rapport au profil de référence.

Pour ces engrenages, la méthode de contrôle couramment utilisée sur MMT consiste à construire un maillage sur les flancs de denture et à prendre un point de référence généralement centré sur ce maillage et par lequel on fait passer l'axe des X par exemple [FOR76] et [DES94]. Les intersections des lignes sont les points que l'on souhaite palper. Cette méthode est une comparaison par rapport au master (pièce étalon supposée de grande précision). Les défauts géométrique de ce master s'ajoutent donc à ceux de la pièce à contrôler. Pour éviter ceci, on établira une modélisation mathématique de la surface de denture correspondant à sa génération théorique. Dans ce cas, la pièce étalon est une référence mathématique, donc sans défauts géométriques.

La méthode classique de corrections des paramètres de réglage des machines de taillage se réfère aux portées obtenues en faisant engrener le master avec la pièce à contrôler. Dans cette méthode, les corrections sont plutôt subjectives.

Avec la MMT, il est maintenant possible de relever une cartographie des écarts et d'apprécier quantitativement les corrections à apporter aux réglages des machines de taillage.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux principes de génération des surfaces des dentures théorique et pratiques des pignons coniques droits. Nous présentons également la méthode du point de référence pour les trois types de dentures. Quant aux corrections des paramètres de réglage des machines de taillage, nous leur réservons un chapitre.

Enfin, la génération de la denture conique droite introduit des relations de trigonométrie sphérique. Nous jugeons nécessaire de rappeler quelques relations fondamentales.

II) RELATIONS FONDAMENTALES DE TRIGONOMETRIE SPHERIQUE POUR UN TRIANGLE RECTANGLE

Dans les références [BRO63] et [FRA82], on trouve toutes les formules de trigonométrie sphérique. Nous en citons ici celles applicables au triangle sphérique rectangle.

La fig.III-1 représente un triangle sphérique rectangle en C dont le centre de la sphère de rayon unité est le point O. Soient a, b les côtés de l'angle droit et c l'hypoténuse, A, B les angles opposés respectivement aux côtés a et b. On démontre les relations suivantes :

$$1) \sin a = \sin c \sin A \quad (III-1)$$

$$2) \sin b = \sin c \sin B \quad (III-2)$$

$$3) \cos A = \cos a \sin B \quad (III-3)$$

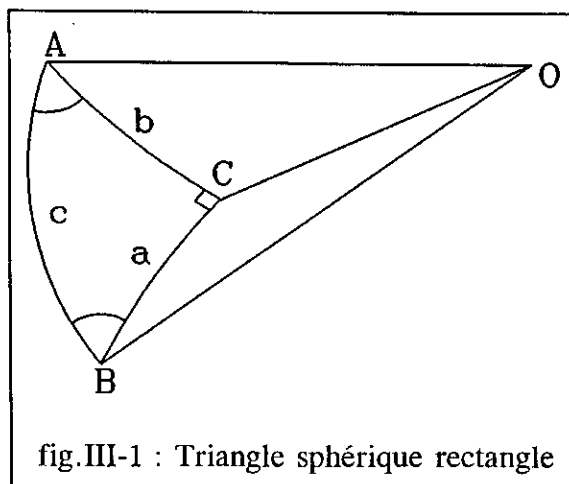


fig.III-1 : Triangle sphérique rectangle

$$4) \cos B = \cos b \sin A \quad (\text{III-4})$$

$$5) \operatorname{tg} a = \sin b \operatorname{tg} A \quad (\text{III-5})$$

$$6) \operatorname{tg} b = \sin a \operatorname{tg} B \quad (\text{III-6})$$

$$7) \operatorname{cosec} c = \operatorname{cosec} a \operatorname{cosec} b \quad (\text{III-7})$$

$$8) \operatorname{tg} a = \operatorname{tg} c \cos B \quad (\text{III-8})$$

$$9) \operatorname{tg} b = \operatorname{tg} c \cos A \quad (\text{III-9})$$

$$10) \operatorname{cosec} c = \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} B \quad (\text{III-10})$$

III) DENTURE A DEVELOPPANTE SPHERIQUE

La référence [RAF67] a présenté déjà une étude théorique sur ce type de denture. Nous exposons une autre méthode de calcul qui est totalement différente de celle présentée par cette référence et basée sur la géométrie vectorielle.

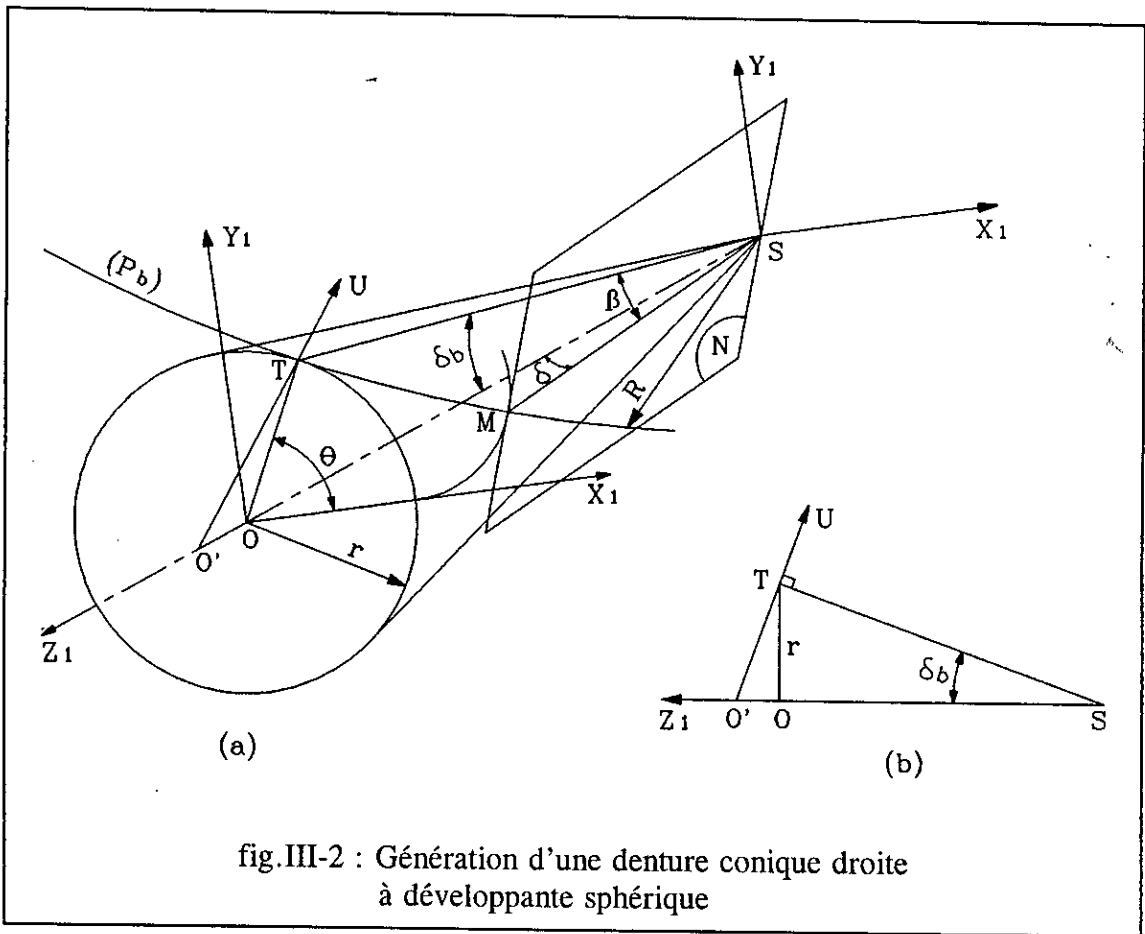
III-1) Coordonnées d'un point de la développante sphérique

La fig.III-2 illustre la génération d'une denture conique droite à développante sphérique. Le plan (P_b) passant par le centre S de la sphère de rayon R roule sans glisser sur le cône de base de demi-angle au sommet δ_b . Le plan (N) est normal à (P_b) et lui est invariablement lié. Notons que le plan (P_b) est appelé plan d'action, sa trace sur la sphère, qui est un grand cercle, est la ligne d'action [ROC68] et [HEN83].

Le profil de la denture est décrit par le point M intersection de cette ligne d'action avec le plan de génération (N). Nous allons déterminer ses coordonnées X_1 , Y_1 , Z_1 et les composantes de sa normale.

Soient ST la droite de contact du plan (P_b) et du cône de base, et θ l'angle de rotation de la droite OT par rapport à OQ (Q étant le point de rebroussement). Le vecteur unitaire U porté par O'T (fig.III-2b) est normal au plan (P_b). Les deux vecteurs ST et SM (M étant un point de la développante sphérique) dont leurs modules sont égaux à R, sont contenus dans ce plan (P_b). Leur produit vectoriel est donc parallèle au vecteur U. On a alors la relation vectorielle suivante :

$$\frac{\vec{ST} \wedge \vec{SM}}{\|\vec{ST} \wedge \vec{SM}\|} = \lambda \vec{U} \quad (\text{III-11})$$



En désignant par β l'angle entre les vecteurs ST et SM , cette relation permet d'écrire :

$$|\lambda| = \sin\beta \quad (\text{III-12})$$

Le vecteur SM est défini par ses composantes X_1 , Y_1 et Z_1 vérifiant la relation :

$$\|\vec{SM}\| = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2} = R \quad (\text{III-13})$$

Les vecteurs ST et U sont définis à l'aide des relations vectorielles suivantes :

$$\vec{ST} = \vec{SO} + \vec{OT} \quad \text{et} \quad \vec{U} = \frac{\vec{O'T}}{\|\vec{O'T}\|}$$

avec :

$$S\vec{O} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ R\cos\delta_b \end{cases} ; \quad O\vec{T} \begin{cases} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ 0 \end{cases} ; \quad O'\vec{T} \begin{cases} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ -r\operatorname{tg}\delta_b \end{cases}$$

d'où :

$$\vec{U} \begin{cases} \cos\delta_b \cos\theta \\ \cos\delta_b \sin\theta \\ -\sin\delta_b \end{cases} ; \quad S\vec{T} \begin{cases} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ R\cos\delta_b \end{cases}$$

En appliquant la formule (III-1) au triangle sphérique II'B de centre S (fig.III-3), on obtient:

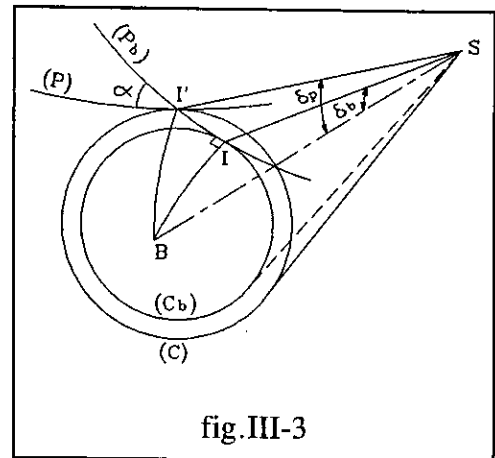
$$\sin\delta_b = \sin\delta_p \cos\alpha \quad (\text{III-14})$$

δ_p est le demi-angle au sommet du cône primitif, α l'angle de pression de la denture.

Le roulement sans glissement du cercle de rayon R dans le plan (P_b) sur le cercle de rayon r du cône de base permet d'écrire :

$$r\theta = R\beta \quad \Rightarrow \quad \beta = \left(\frac{r}{R}\right)\theta$$

ou encore : $\beta = \theta \sin\delta_b$ (III-15)

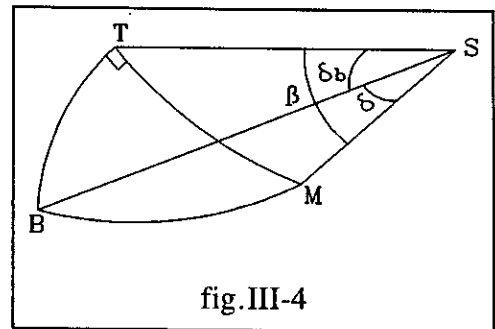


L'application de la formule (III-7) au triangle sphérique représenté par la fig.III-4 donne :

$$\cos\delta = \cos\beta \cos\delta_b \quad (\text{III-16})$$

Evidemment, la cote Z_1 s'écrit sous la forme :

$$Z_1 = R\cos\delta \quad (\text{III-17})$$



d'où : $Z_1 = R\cos\beta \cos\delta_b$ (III-17bis)

Compte tenu des relations (III-11) à (III-17) et en prenant $\lambda = \sin\beta$, le développement du produit vectoriel $ST \wedge SM$, permet d'écrire :

$$\vec{SM} \begin{cases} X_1 = [a \cos\theta \cos(a\theta) + \sin\theta \sin(a\theta)]R \\ Y_1 = [a \sin\theta \cos(a\theta) - \cos\theta \sin(a\theta)]R \\ Z_1 = [b \cos(a\theta)]R \end{cases}$$

avec $a = \sin\delta_b$ et $b = \cos\delta_b$.

III-2) Composantes de la normale en un point de la surface de denture

Le vecteur normal unitaire en un point de la surface définie par le vecteur $SM(R,\theta)$ peut être donné par :

$$\vec{N} = \frac{\frac{\partial \vec{SM}}{\partial R} \wedge \frac{\partial \vec{SM}}{\partial \theta}}{\left\| \frac{\partial \vec{SM}}{\partial R} \wedge \frac{\partial \vec{SM}}{\partial \theta} \right\|} \quad (\text{III-18})$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\vec{N} \begin{cases} N_{x1} = a \cos\theta \sin(a\theta) - \sin\theta \cos(a\theta) \\ N_{y1} = a \sin\theta \sin(a\theta) + \cos\theta \cos(a\theta) \\ N_{z1} = b \sin(a\theta) \end{cases}$$

La normale doit être choisie sortante à la matière.

III-3) Outil de génération

On montre que l'outil de génération d'une denture à développante sphérique (fig.III-5) est une roue plate dont le profil est également une développante sphérique et possède un point d'inflexion au point de contact I [HEN83]. Cette roue plate est évidemment conique et est caractérisée par son plan primitif (P) qui roule sans glisser sur le cône primitif du pignon à tailler. Elle a un cercle de base (il y en a même deux disposés symétriquement par rapport au plan primitif) de rayon $R \cos\alpha$ (R étant le rayon de la sphère (K)). Son profil $Q_i I Q'_i$ est généré par un point du grand cercle (P_b) qui roule sans glisser sur ce cercle de base, et également sur le cercle (C_b) du cône de base du pignon. Ce même point génère aussi le profil de la denture du pignon.

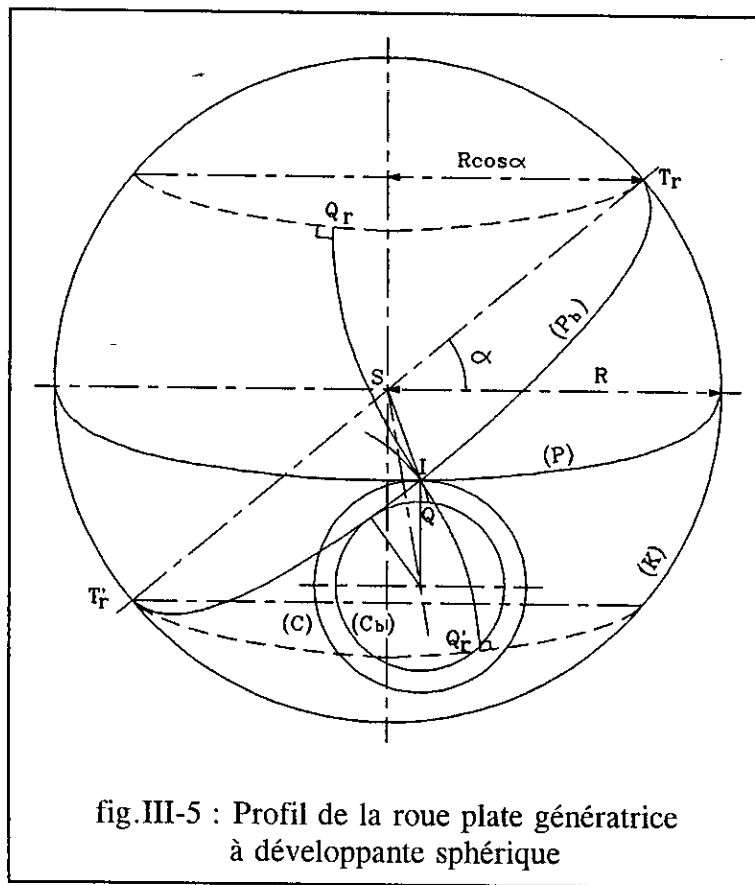


fig.III-5 : Profil de la roue plate génératrice à développante sphérique

III-3-1) Coordonnées et normales d'un point de la denture du pignon associé au point de la roue plate génératrice

Nous allons maintenant exprimer les coordonnées d'un point du profil de la denture du pignon à partir de celui de l'outil de génération. Pour cela, considérons un repère (S, X_o, Y_o, Z_o) (voir fig.III-6) tel que SZ_o est porté par l'axe instantané de rotation SI . Les coordonnées du point M exprimées dans ce référentiel s'écrivent :

$$\vec{SM} \begin{cases} X_o = R \sin \alpha \sin \beta' \\ Y_o = -R \cos \alpha \sin \beta' \\ Z_o = R \cos \beta' \end{cases}$$

β' étant l'angle entre les droites SM et SI .

La normale à la surface de denture est contenue dans le plan (P_b) et normale à la droite SM . Exprimée dans le référentiel (S, X_o, Y_o, Z_o) , elle a donc pour composantes :

- P_o : Profil de l'outil générateur
- P : Profil de denture du pignon
- (P) : Plan primitif de la roue plate
- (P_b) : Plan de base
- α : Angle de pression
- (K) : Sphère de centre S et de rayon R = SI
- (C_p) : Cône primitif du pignon
- (C_b) : Cône de base

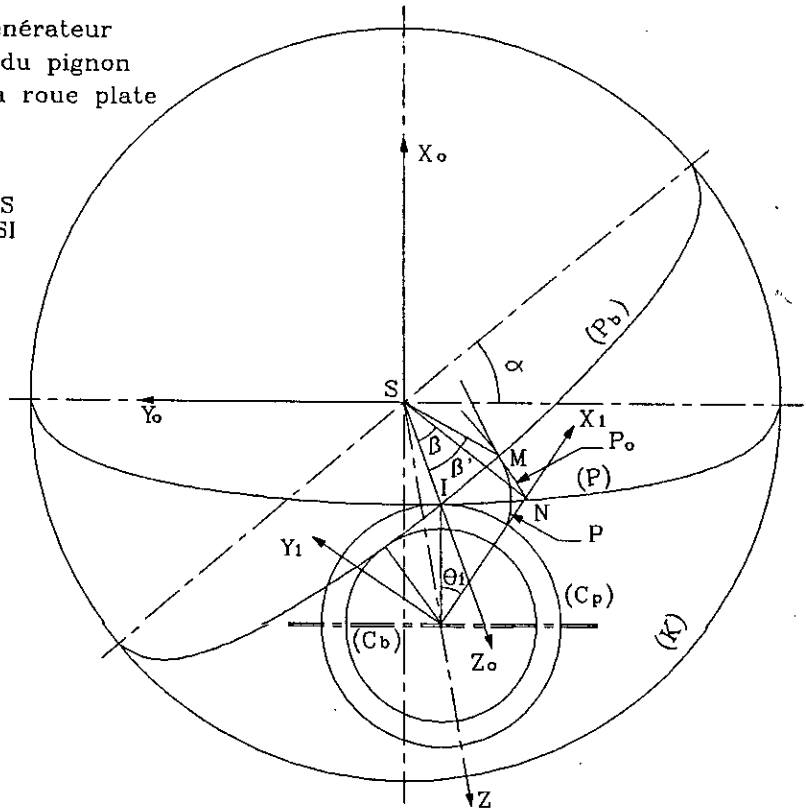


fig.III-6 : Génération d'une denture conique droite par un outil à développante sphérique

$$\vec{N} \begin{cases} N_{x_0} = \sin \alpha \cos \beta' \\ N_{y_0} = -\cos \alpha \cos \beta' \\ N_{z_0} = -\sin \beta' \end{cases}$$

Le roulement sans glissement du plan (P) sur le cône (C_p) permet d'écrire :

$$R\beta = R_p \theta_1 \Rightarrow \beta = \theta_1 \sin \delta_p \tag{III-19}$$

Le roulement sans glissement du plan (P_b) sur le cône (C_b) donne :

$$\beta' = \theta' \sin \delta_b$$

θ' étant l'angle de rotation du cône de base.

Comme les cônes (C_p) et (C_b) sont liés, on a alors $\theta_1 = \theta'$, et en tenant compte de la relation (III-14), on obtient :

$$\beta' = \beta \cos \alpha \quad (\text{III-20})$$

On exprime les coordonnées du point M et les composantes de la normale N dans le référentiel (S, X_1, Y_1, Z_1) en effectuant les changements de repères :

a) Rotation de (S, X_o, Y_o, Z_o) d'angle δ_p autour de l'axe SY_o (fig.III-7a) :

$$Z_1 = Z_o \cos \delta_p - X_o \sin \delta_p \quad (\text{III-21})$$

$$X_1' = Z_o \sin \delta_p + X_o \cos \delta_p \quad (\text{III-22})$$

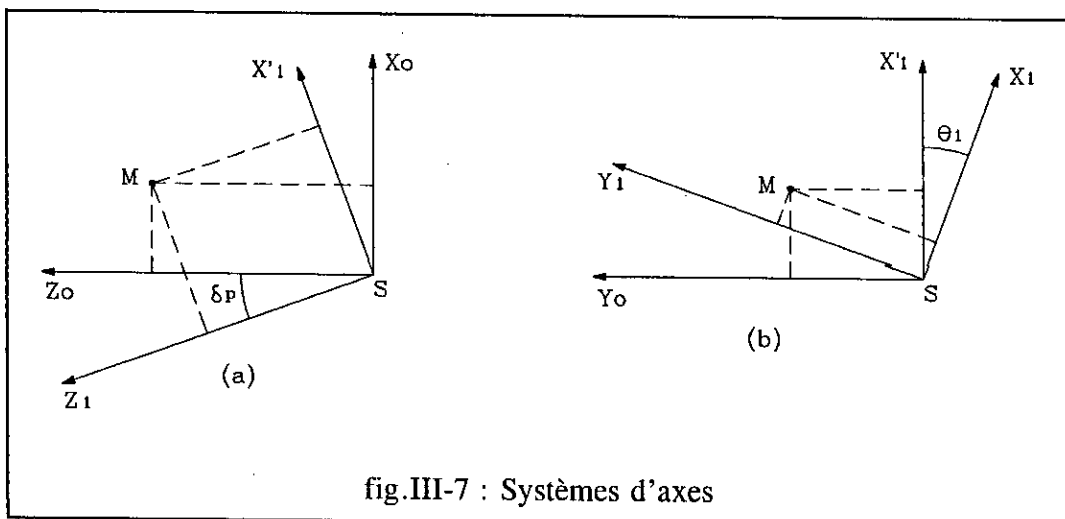
b) Rotation de (S, X_1', Y_o, Z_1) d'angle θ_1 autour de l'axe SZ_1 (fig.III-7b) :

$$X_1 = X_1' \cos \theta_1 - Y_o \sin \theta_1 \quad (\text{III-23})$$

$$Y_1 = X_1' \sin \theta_1 + Y_o \cos \theta_1 \quad (\text{III-24})$$

Finalement, on obtient :

$$\vec{SM} \begin{cases} X_1 = (Z_o \sin \delta_p + X_o \cos \delta_p) \cos \theta_1 - Y_o \sin \theta_1 \\ Y_1 = (Z_o \sin \delta_p + X_o \cos \delta_p) \sin \theta_1 + Y_o \cos \theta_1 \\ Z_1 = Z_o \cos \delta_p - X_o \sin \delta_p \end{cases}$$



De la même façon, on obtient pour la normale :

$$\vec{N} \begin{cases} N_{x1} = (N_{z0} \sin \delta_p + N_{x0} \cos \delta_p) \cos \theta_1 - N_{y0} \sin \theta_1 \\ N_{y1} = (N_{z0} \sin \delta_p + N_{x0} \cos \delta_p) \sin \theta_1 + N_{y0} \cos \theta_1 \\ N_{z1} = N_{z0} \cos \delta_p - N_{x0} \sin \delta_p \end{cases}$$

III-3-2) Recherche du point de l'outil associé à celui de la denture du pignon

Nous venons de voir que si l'on connaît un point de l'outil de génération, on pourra trouver le point associé du profil de la denture du pignon. Nous allons montrer qu'il est aussi possible de déterminer les points de l'outil connaissant ceux du profil du pignon.

On sait que la cote Z_1 peut être écrite sous la forme : $Z_1 = R \cos \delta$ (les valeurs de δ sont calculées à partir des points de la denture du pignon). Comme $Z_1 = Z_0 \cos \delta_p - X_0 \sin \delta_p$ et en substituant X_0 et Z_0 par leurs expressions, on obtient :

$$\cos \delta_p \cos \beta' - \sin \alpha \sin \delta_p \sin \beta' = \cos \delta \quad (\text{III-25})$$

On pose

$$\begin{aligned} a &= \cos \delta_p \\ b &= \sin \alpha \sin \delta_p \\ c &= \cos \alpha \end{aligned}$$

La relation (III-20) devient :

$$a \cos \beta' - b \sin \beta' = c \quad (\text{III-26})$$

Cette relation peut être facilement résolue en posant :

$$\begin{aligned} a &= l \cdot \sin \varphi \\ b &= l \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

avec :

$$l = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\sin(\varphi - \beta') = \frac{c}{l} \quad (\text{III-27})$$

Finalement, on a :

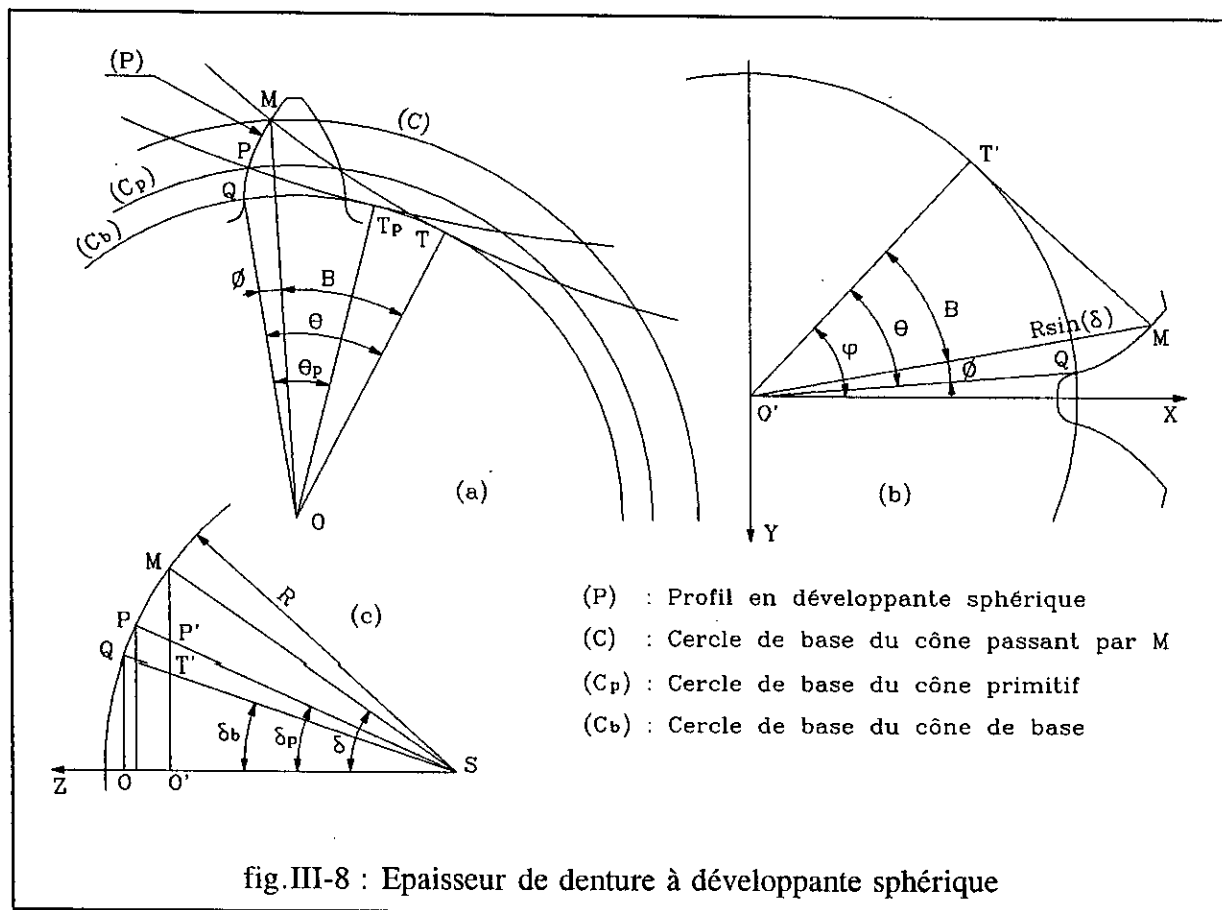
$$\beta' = \varphi - \arcsin\left(\frac{c}{l}\right)$$

A l'aide de la relation (III-25), on calcule la rotation β du plan (P) autour de l'axe SX_0 . On a :

$$\beta = \frac{\beta'}{\cos\alpha}$$

III-4) Epaisseur de denture du pignon

Considérons une sphère de rayon R et un profil en développante sphérique tracé sur cette sphère (fig.III-8a). Soit M un point du profil dont le vecteur SM fait un angle δ avec l'axe SZ. Les figures III-8b et III-8c permettent d'écrire :



$$R \cos \delta \operatorname{tg} \delta_b = R \sin \delta \cos B$$

$$\text{d'où :} \quad \cos B = \frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta} \quad (\text{III-28})$$

L'angle formé par les droites OQ et OM vaut :

$$\phi = \theta - B = \theta - \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta} \right) \quad (\text{III-29})$$

Lorsque le point M est confondu avec le point P (intersection du cône primitif avec le profil de la denture) et en affectant l'indice p aux angles Φ , θ et B , on aura :

$$\phi_p = \theta_p - B_p = \theta_p - \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta_p} \right) \quad (\text{III-30})$$

$$\text{d'où :} \quad \phi - \phi_p = \theta - \theta_p - \left[\arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta} \right) - \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta_p} \right) \right] \quad (\text{III-31})$$

Soient S'_p et R'_p l'épaisseur de la dent et le rayon primitif définis sur le cône primitif dans un plan perpendiculaire à l'axe du cône et passant par le point M (fig.III-8c). Dans ce plan, l'épaisseur de la dent au point M s'écrit :

$$S = \left[\frac{S'_p}{R'_p} - 2(\phi - \phi_p) \right] R \sin \delta \quad (\text{III-32})$$

$$\text{or} \quad \frac{S'_p}{R'_p} = \frac{S_p}{R_p} \quad (\text{III-33})$$

où S_p et R_p sont respectivement l'épaisseur de denture et le rayon du cercle du cône primitif coupé par la sphère de rayon R .

La formule (III-32) peut donc être écrite sous la forme générale suivante :

$$S = R \sin \delta \left\{ \frac{S_p}{R_p} + 2(\theta_p - \theta) - 2 \left[\arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta_p} \right) - \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta} \right) \right] \right\} \quad (\text{III-34})$$

La valeur de θ_p se déduit à partir de celle de β_p que l'on détermine en utilisant la relation (16) ($\beta = \beta_p$ pour $\delta = \delta_p$). On a :

$$\cos\beta_p = \frac{\cos\delta_p}{\cos\delta_b} \quad \text{et} \quad \theta_p = \frac{\beta_p}{\sin\delta_b}$$

Pour un point quelconque, on a :

$$\cos\beta = \frac{\cos\delta}{\cos\delta_b} \quad \text{et} \quad \theta = \frac{\beta}{\sin\delta_b}$$

III-4-1) Epaisseur de base

L'épaisseur de base de denture est définie sur le cercle intersection du cône de base avec la sphère. Elle se déduit de la formule (III-34) en prenant $\delta = \delta_b$. Dans ce cas, on a $\theta = 0$ et par suite :

$$S_b = R \sin\delta_b \left\{ \frac{S_p}{R_p} + 2 \left[\theta_p - \arccos\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_b}{\operatorname{tg}\delta_p} \right) \right] \right\} \quad (\text{III-35})$$

IV) GENERATION PRATIQUE DES DENTURES

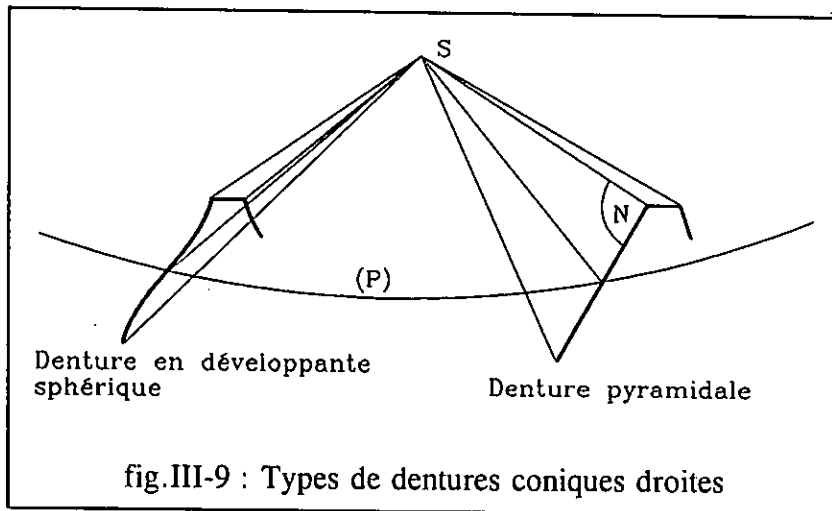
La denture de l'outil de génération à développante sphérique est une surface conique droite dont les génératrices sont convergentes au sommet du cône primitif du pignon. Son profil possède un point d'inflexion au plan primitif. Cette particularité rend la réalisation pratique de cet outil quasiment impossible [HEN83], et selon la référence [ROC68], le taillage de cette denture n'est concevable que par copiage de gabarits en forme de développante sphérique au moyen de burins à pointe rigoureusement ponctuelle. On est donc amené à s'écarter sensiblement de la denture théorique à développante sphérique. Dans la pratique, on rencontre deux méthodes de taillage des engrenages coniques droits.

IV-1) Taillage par reproduction

La référence [HEN83], tome 2, explique clairement le mode d'obtention d'une denture conique droite par reproduction en utilisant un gabarit dont le profil est celui de la denture de la roue cylindrique complémentaire du pignon (profil supposé à développante de cercle). Ce mode de taillage ne convient que pour des productions unitaires et pour des gros modules et donne une surface striée puisque le taillage s'effectue comme sur raboteuse. Le profil de la denture obtenue par ce procédé n'est donc pas à développante sphérique.

IV-2) Taillage par génération.

Dans cette méthode de taillage, l'outil théorique en développante est remplacé par un plan de génération incliné de l'angle de pression par rapport à la normale au plan primitif. La roue plate génératrice est donc une roue conique à denture pyramidale (fig.III-9). On rencontre trois procédés :

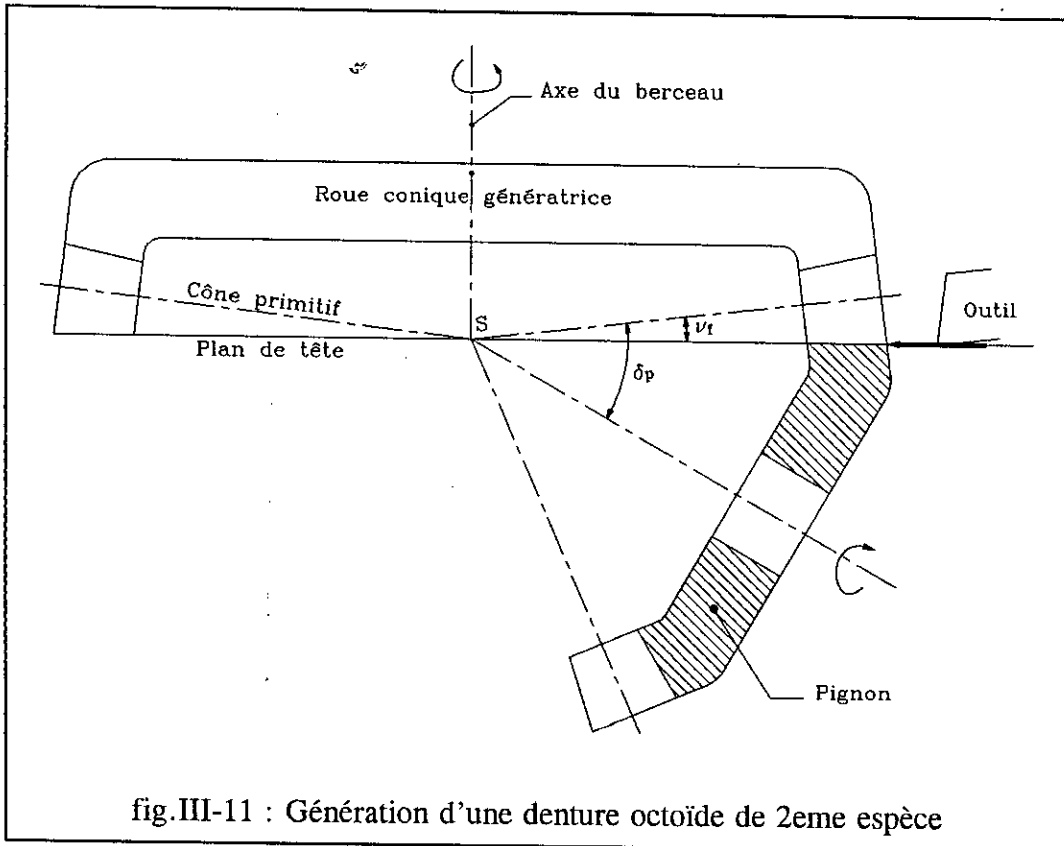
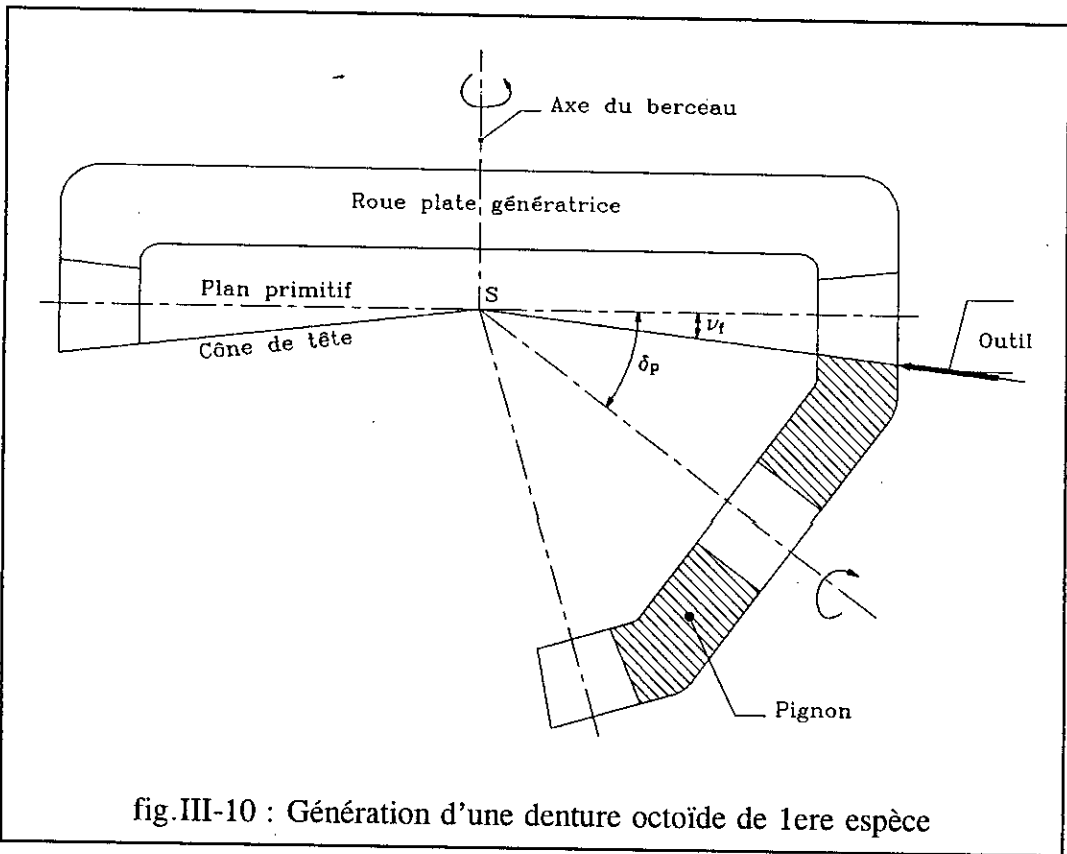


* taillage par outils animés de mouvement alternatif (par exemple, taillage sur machine gleason N°14 Coniflex et machine Heidenreich N°60H)

* taillage par fraises disques de grand diamètre (par exemple, taillage sur machine Gleason N°104). Les fraises sont de diamètre suffisamment grand pour permettre le taillage sur toute la largeur de denture sans nécessiter de mouvement d'avance longitudinal.

* taillage Gleason Revacycle. L'opération de taillage s'effectue avec une fraise disque de grand diamètre portant à sa périphérie une succession d'arêtes coupantes de forme déterminée et animée d'un mouvement de rotation et de translation. Le creux de denture est taillé en un tour de la fraise et en un aller et retour de son support.

Nous ne rentrerons pas dans les détails de fonctionnement de ces machines, le lecteur pourra consulter la référence [HEN83] (pages 229 à 255, tome 2) où il trouvera des explications détaillées sur le principe de taillage à l'aide de ces trois procédés. Notons seulement que du point de vue production, le taillage Revacycle assure la plus grande production (très grande série) pour des pignons coniques droits de faibles dimensions (pour différentiels d'automobiles). Par contre, le taillage avec fraises disques est utilisé pour les grandes séries.



Les deux premiers procédés de taillage permettent l'obtention de dentures coniques droites de première espèce ou de deuxième espèce selon les machines utilisées. La denture octoïde de première espèce est générée par une roue plate dont le plan primitif roule sans glisser sur le cône primitif du pignon (fig.III-10). Ce procédé de taillage exige que la trajectoire de la pointe de l'outil soit inclinée de l'angle de creux ν_f par rapport au plan primitif de la roue plate génératrice qui est un plan normal à l'axe du berceau de la machine de taillage. Il n'est pratiquement plus utilisé pour le taillage des pignons coniques droits. Quant à la denture octoïde de deuxième espèce, elle est générée par une roue conique dont le cône primitif d'angle $(\pi/2 - \nu_f)$ roule sans glisser sur celui du pignon à tailler (fig.III-11). Dans ce procédé, la trajectoire de l'outil est normale à l'axe du berceau.

Dans ce qui suit, nous considérons la denture conique droite taillée à l'aide de deux fraises disques, procédé de taillage qui est pratiquement le plus utilisé.

V) GENERATION THEORIQUE DE LA DENTURE CONIQUE DROITE PRATIQUE

Nous allons définir la denture suivant deux méthodes; la première est une extension de celle qui nous a été proposée par le professeur R. LEBORZEC de l'E.N.S.A.M de Lille pour le calcul d'une denture octoïde de 1ere espèce, la seconde, qui est une originalité de notre travail, permet de ramener la denture octoïde à la développante sphérique.

V-1) Profil de la denture

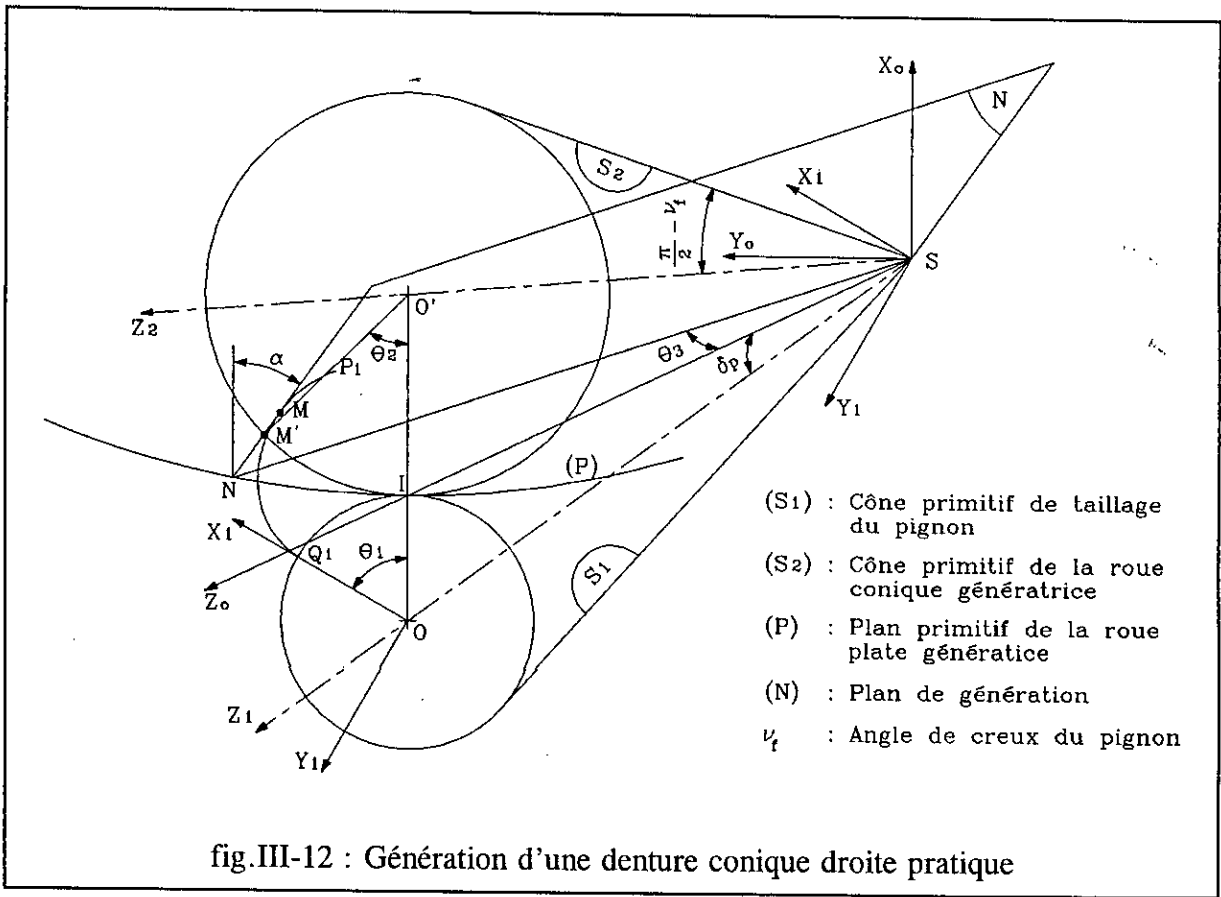
V-1-1) 1ere Méthode

On définit la denture en utilisant le concept de la roue génératrice. La fig.III-12 correspond à la génération d'une denture conique droite par une roue conique génératrice (génération d'une denture octoïde de 2eme espèce).

Soient S le sommet des cônes primitifs de la roue conique génératrice et de la roue à tailler, I le centre instantané de rotation, SI l'axe instantané de rotation, (N) le plan de génération incliné de l'angle de pression α par rapport à la normale au plan primitif (P) de la roue plate génératrice, θ_3 l'angle de rotation de ce plan autour de l'axe SX_0 normal à (P), M' un point intersection du cercle de base de la roue conique génératrice avec le plan de génération (N) et M un point du profil de la denture et qui appartient également au plan (N).

V-1-1-1) Equation du plan de génération

Soient U un vecteur unitaire porté par la droite SN, et V le vecteur qu'on obtient en dérivant U. Exprimés dans le référentiel (S, X_0, Y_0, Z_0) , ces deux vecteurs ont pour composantes :



$$\vec{U} \begin{cases} 0 \\ \sin\theta_3 \\ \cos\theta_3 \end{cases} \quad \vec{V} \begin{cases} 0 \\ \cos\theta_3 \\ -\sin\theta_3 \end{cases}$$

Soit $\vec{N}(N_{x_0}, N_{y_0}, N_{z_0})$ la normale unitaire au plan de génération (N). Elle fait un angle α avec le vecteur \vec{V} . Le produit vectoriel $\vec{N} \wedge \vec{V}$ est un vecteur colinéaire avec \vec{U} . On a alors :

$$\vec{N} \wedge \vec{V} = \lambda \vec{U} \quad (\text{III-36})$$

Cette relation permet d'écrire $|\lambda| = \sin\alpha$. En prenant $\lambda = \sin\alpha$ et en développant les produits vectoriel $\vec{N} \wedge \vec{V}$ et scalaire $\vec{N} \cdot \vec{V}$, tous calculs faits, on obtient :

$$\vec{N} \begin{cases} N_{x_0} = \sin\alpha \\ N_{y_0} = \cos\alpha \cos\theta_3 \\ N_{z_0} = -\cos\alpha \sin\theta_3 \end{cases}$$

L'équation du plan de génération (N) s'écrit donc sous la forme :

$$X_o \sin \alpha + Y_o \cos \alpha \cos \theta_3 - Z_o \cos \alpha \sin \theta_3 = 0 \quad (\text{III-37})$$

ou encore :

$$X_o \operatorname{tg} \alpha + Y_o \cos \theta_3 - Z_o \sin \theta_3 = 0 \quad (\text{III-37bis})$$

V-1-1-2) Relation entre θ_2 et θ_3

Soit O' la projection du point S sur le cercle de base de la roue conique génératrice. Dans le repère (S, X_2, Y_2, Z_2) (fig.III-13), le point M' a pour coordonnées :

$$S\vec{M}' \begin{cases} -R \cos \nu_f \cos \theta_2 \\ R \cos \nu_f \sin \theta_2 \\ R \sin \nu_f \end{cases}$$

ν_f étant l'angle de creux du pignon. Il peut être exprimé par la relation :

$$\operatorname{tg} \nu_f = \frac{h_f \sin \delta_p}{R_p} \quad (\text{III-38})$$

où h_f est la hauteur de creux, δ_p le demi-angle au sommet du cône primitif et R_p le rayon du cercle de base de ce cône.

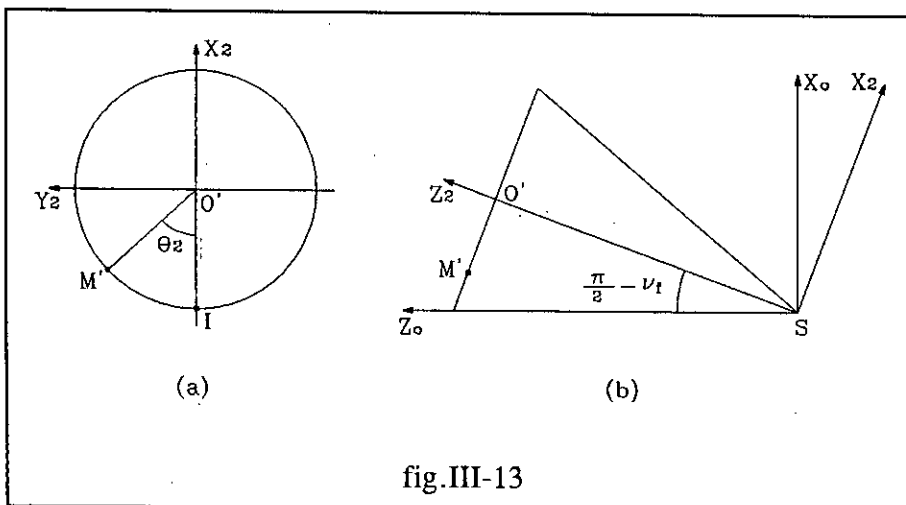


fig.III-13

Dans le référentiel (S, X_o, Y_o, Z_o) , les coordonnées du point M' deviennent :

$$\vec{SM}' \begin{cases} R \sin v_f \cos v_f (1 - \cos \theta_2) \\ R \cos v_f \sin \theta_2 \\ R (\sin^2 v_f + \cos^2 v_f \cos \theta_2) \end{cases}$$

Puisque le point M' appartient au plan (N) , il vérifie donc son équation. On a alors:

$$\begin{aligned} \sin v_f \cos v_f (1 - \cos \theta_2) \operatorname{tg} \alpha + \cos v_f \sin \theta_2 \cos \theta_3 + \\ - (\sin^2 v_f + \cos^2 v_f \cos \theta_2) \sin \theta_3 = 0 \end{aligned} \quad (\text{III-39})$$

V-1-1-3) Calcul de θ_2 en fonction de θ_1

Le roulement sans glissement du cône primitif de la roue conique génératrice sur celui de la roue taillée permet d'écrire :

$$\left[R \sin \left(\frac{\pi}{2} - v_f \right) \right] \theta_2 = (R \sin \delta_p) \theta_1$$

$$\text{d'où :} \quad \theta_2 = \frac{\sin \delta_p}{\cos v_f} \theta_1 \quad (\text{III-40})$$

V-1-1-4) Calcul de X_o et de Y_o

Soit $M(X_o, Y_o, Z_o)$ le point générateur du profil de denture. Il appartient donc au plan (N) . Le plan (SI, SM) est perpendiculaire à (N) , donc, le produit vectoriel $SI \wedge SM$ est perpendiculaire à la normale N . On peut alors écrire :

$$\vec{N} \cdot (\vec{SI} \wedge \vec{SM}) = 0 \quad (\text{III-41})$$

Sachant que SI s'exprime par ses composantes $(0, 0, R)$ et en développant ce produit mixte, on obtient :

$$X_o \cos \theta_3 - Y_o \operatorname{tg} \alpha = 0 \quad (\text{III-42})$$

Les équations (III-37) et (III-42) résolues par rapport à Z_o donnent :

$$X_o = \frac{Z_o \sin \theta_3 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \theta_3} \quad (\text{III-43})$$

$$Y_o = \frac{Z_o \sin \theta_3 \cos \theta_3}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \theta_3} \quad (\text{III-44})$$

V-1-1-5) Calcul de Z_o

Soient : $X = \frac{X_o}{R}$; $Y = \frac{Y_o}{R}$; $Z = \frac{Z_o}{R}$

Avec $X_o^2 + Y_o^2 + Z_o^2 = R^2$, on aura $X^2 + Y^2 + Z^2 = 1$. Tous calculs faits, on obtient l'équation suivante :

$$(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) Z^2 - (\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \theta_3) = 0 \quad (\text{III-45})$$

d'où : $Z = \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos^2 \theta_3}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \theta_3}}$ (III-46)

V-1-1-6) Coordonnées du point M exprimées dans le référentiel (S, X_1, Y_1, Z_1)

a) Rotation de (S, X_o, Y_o, Z_o) d'angle δ_p autour de l'axe SY_o :

$$Z_1 = Z_o \cos \delta_p - X_o \sin \delta_p \quad (\text{III-47})$$

$$X_1' = Z_o \sin \delta_p + X_o \cos \delta_p \quad (\text{III-48})$$

b) Rotation de (S, X_1', Y_o, Z_1) d'angle θ_1 autour de l'axe SZ_1 :

$$Y_1 = Y_o \cos \theta_1 - X_1' \sin \theta_1 \quad (\text{III-49})$$

$$X_1 = Y_o \sin \theta_1 + X_1' \cos \theta_1 \quad (\text{III-50})$$

Finalement, en exprimant dans le référentiel (S, X_1, Y_1, Z_1) , les coordonnées du point M s'écrivent :

$$S\vec{M} \begin{cases} X_1 = Y_o \sin \theta_1 + (Z_o \sin \delta_p + X_o \cos \delta_p) \cos \theta_1 \\ Y_1 = Y_o \cos \theta_1 - (Z_o \sin \delta_p + X_o \cos \delta_p) \sin \theta_1 \\ Z_1 = Z_o \cos \delta_p - X_o \sin \delta_p \end{cases}$$

V-1-1-7) Composantes de la normale à la surface de la denture

Comme pour les coordonnées du point M, on détermine la normale unitaire à la surface de denture par changement de repères. Tous calculs faits, on obtient :

$$\vec{N} \begin{cases} N_{xI} = N_{y0} \sin \theta_1 + (N_{z0} \sin \delta_p + N_{x0} \cos \delta_p) \cos \theta_1 \\ N_{yI} = N_{y0} \cos \theta_1 - (N_{z0} \sin \delta_p + N_{x0} \cos \delta_p) \sin \theta_1 \\ N_{zI} = N_{z0} \cos \delta_p - N_{x0} \sin \delta_p \end{cases}$$

La procédure de calculs ainsi décrite pour la denture octoïde de 2eme espèce reste valable pour la denture octoïde de 1ere espèce : il suffit de considérer le roulement sans glissement du plan (P) sur le cône primitif du pignon. Dans ce cas, la roue conique génératrice devient une roue plate dont l'axe est perpendiculaire à ce plan, ce qui revient à supposer $\nu_f=0$.

V-1-2) 2eme Méthode

Nous allons montrer que la denture octoïde peut être ramenée à la développante sphérique. Pour cela, coupons les cônes primitifs de la roue conique génératrice et du pignon par une sphère (K) de rayon R. Sur la fig. III-14, on retrouve le plan primitif (P) et le cercle de la roue conique génératrice d'angle de pression nominal α , le plan de génération (N) incliné de θ_3 par rapport à l'axe instantané de rotation SI et de α par rapport à un plan perpendiculaire à (P). (N) est invariablement lié au cône primitif de la roue conique génératrice. Les traces de ces plans sur la sphère (K) sont des grands cercles. Soit (P_b) un plan perpendiculaire à (N) et passant par les points M et S. Il fait un angle α' par rapport au plan (P). Sa trace sur la sphère (K) est aussi un grand cercle.

En construisant un cône de base (C_b) du pignon de sommet S et tangent au plan (P_b), on retrouve la disposition des éléments qui définissent la développante sphérique. On peut donc considérer que le point M est obtenu par le roulement sans glissement du plan (P_b) sur le cône de base (C_b); (N) étant entraîné par (P_b), lui reste constamment perpendiculaire. Le rayon du cercle du cône de base du pignon coupé par la sphère (K) de rayon R est :

$$R \sin \delta_b = R \sin \delta_p \cos \alpha' \quad (\text{III-51})$$

On sait que pour une denture à développante sphérique, l'angle α' est constant. Il n'en est pas de même pour la denture octoïde; il dépend de la position du point M. Donc, l'inclinaison du plan (P_b) est variable comme le montre la relation suivante déduite du triangle sphérique NMI de centre S (fig. III-14c) :

$$\text{tg} \alpha' = \frac{\text{tg} \alpha}{\cos \theta_3} \quad (\text{III-52})$$

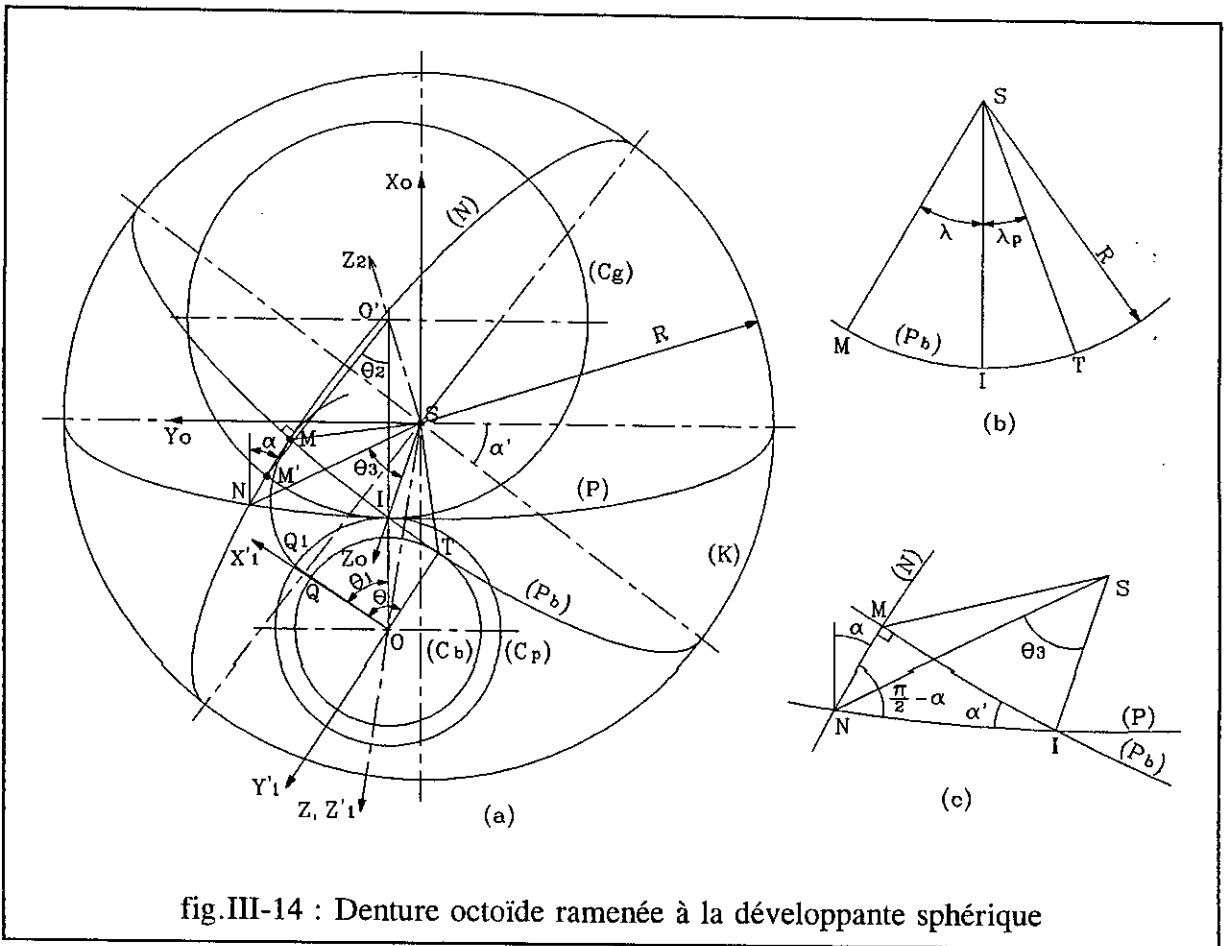


fig.III-14 : Denture octoïde ramenée à la développante sphérique

Il en résulte que pendant le roulement sans glissement du cône primitif de la roue conique génératrice sur celui du pignon, le plan (P_b) subit deux rotations, l'une autour de l'axe qui lui est normal et passant par S, l'autre autour de l'axe instantané de rotation SI. Il est clair que l'angle δ_b est aussi variable.

A remarquer que l'angle α' est supérieur ou égal à α . L'angle du cône de base d'une denture octoïde est donc inférieur ou égal à celui d'une développante sphérique.

Le point M pouvant être considéré comme généré par le plan (N) lorsqu'on fait rouler sans glisser le plan (P_b) sur le cône de base (C_b) , ce qui permet d'écrire :

$$(R \sin \delta_b) \theta = R(\lambda + \lambda_p)$$

d'où :

$$\theta = \frac{\lambda + \lambda_p}{\sin \delta_b} \quad \text{(III-53)}$$

La fig.III-14b illustre les angles λ et λ_p .

La denture octoïde pouvant être ramenée à la développante sphérique, il est donc facile de déterminer dans le référentiel (S, X'_1, Y'_1, Z'_1) les coordonnées du point M et les composantes de la normale N en ce point. Tous calculs faits, on obtient :

$$\vec{SM} \begin{cases} X'_1 = [\sin(a\theta) \sin\theta + \cos(a\theta) \cos\theta]R \\ Y'_1 = [\sin(a\theta) \cos\theta - \cos(a\theta) \sin\theta]R \\ Z'_1 = [b\cos(a\theta)]R \end{cases}$$

avec $a = \sin\delta_b$ et $b = \cos\delta_b$.

$$\vec{N} \begin{cases} N'_{x1} = \cos(a\theta) \sin\theta - a\sin(a\theta) \cos\theta \\ N'_{y1} = \cos(a\theta) \cos\theta + a\sin(a\theta) \sin\theta \\ N'_{z1} = -b\sin(a\theta) \end{cases}$$

En les exprimant dans le référentiel (S, X_1, Y_1, Z_1) tel que l'axe OX_1 passe par le point Q_1 intersection du profil avec le cercle du cône primitif du pignon (fig.III-15), on obtient :

$$\vec{SM} \begin{cases} X_1 = [\sin(a\theta) \sin(\theta - \varphi) + \cos(a\theta) \cos(\theta - \varphi)]R \\ Y_1 = [\sin(a\theta) \cos(\theta - \varphi) - \cos(a\theta) \sin(\theta - \varphi)]R \\ Z_1 = [b\cos(a\theta)]R \end{cases}$$

$$\vec{N} \begin{cases} N_{x1} = \cos(a\theta) \sin(\theta - \varphi) - a\sin(a\theta) \cos(\theta - \varphi) \\ N_{y1} = \cos(a\theta) \cos(\theta - \varphi) + a\sin(a\theta) \sin(\theta - \varphi) \\ N_{z1} = -b\sin(a\theta) \end{cases}$$

L'angle φ est donné par la relation :

$$\varphi = \theta - (B_1 + \theta_1) \quad (\text{III-54})$$

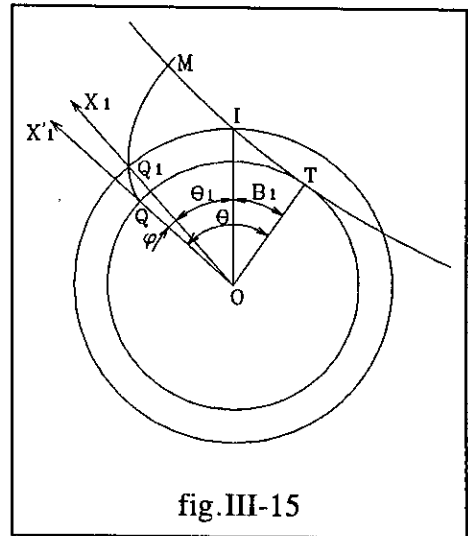


fig.III-15

On calcule les angles λ , λ_p et B_1 à l'aide des relation suivantes (fig.III-16) :

$$\sin\lambda = \sin\theta_3 \cos\alpha \quad (\text{III-55})$$

$$\cos \lambda_p = \frac{\cos \delta_p}{\cos \delta_b} \quad (\text{III-56})$$

$$\sin B_1 = \frac{\sin \lambda_p}{\sin \delta_p} \quad (\text{III-57})$$

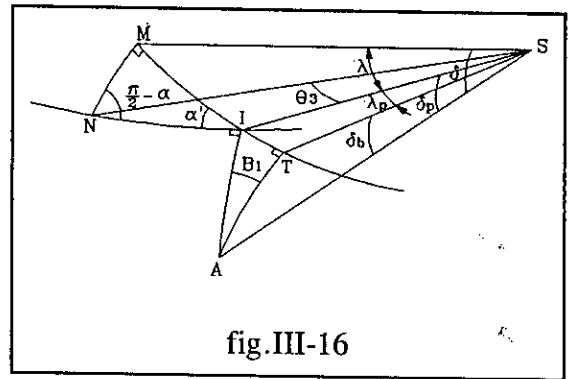


fig.III-16

Le même raisonnement peut être conduit pour la denture octoïde de 1ere espèce où l'on considère le roulement sans glissement du plan (P) sur le cône primitif (C_p) du pignon.

A titre de vérification, les deux méthodes ont donnés des résultats tout à fait identiques aux erreurs près d'approximation des calculs sur le calculateur HP9836 (erreurs < 10⁻⁴ μm).

La fig.III-17 représente les projections sur un plan normal à l'axe du pignon des profils en développante sphérique et en octoïdes de 1ere et 2eme espèce définis sur une même sphère dont le rayon est égale à la génératrice moyenne du cône primitif.

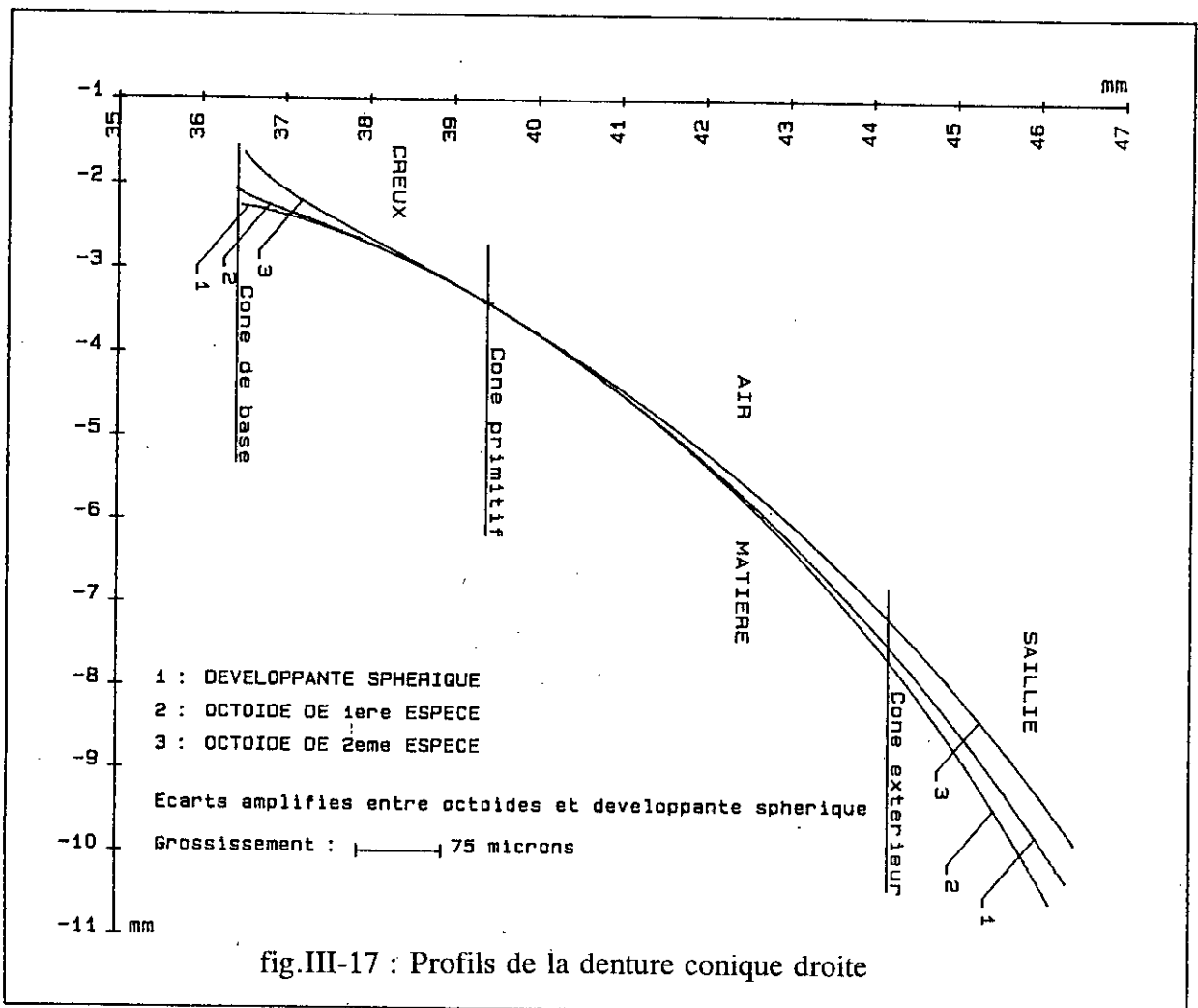


fig.III-17 : Profils de la denture conique droite

V-2) Recherche du point de l'outil octoïde associé à celui de la denture du pignon

Il s'agit de trouver le point de l'outil octoïde connaissant celui de la denture du pignon. Pour cela, on suppose connus les deux paramètres R (rayon de la sphère contenant ce point) et l'angle δ entre le rayon polaire SM et l'axe SZ_1 . Le problème se ramène à la détermination de la rotation θ_3 du plan de génération (N) autour de l'axe SX_0 .

Puisque la cote Z_1 peut être exprimée par $R\cos(\delta)$ ou $Z_0\cos(\delta_p) - X_0\sin(\delta_p)$, on a alors :

$$Z_0 \cos \delta_p - X_0 \sin \delta_p = R \cos \delta \quad (\text{III-58})$$

En substituant X_0 et Z_0 par leurs expressions, on obtient une équation de la forme :

$$A_1 x^4 + A_2 x^3 + A_3 x^2 + A_4 x + A_5 = 0 \quad (\text{III-59})$$

où $x = \sin(\theta_3)$ et les A_i sont des coefficients constants pour un point donné (voir annexe 3).

Cette équation étant du 4ème degré en x peut être résolue directement. Dans notre cas, on trouve qu'elle admet 4 racines réelles. La solution retenue est celle satisfaisant les conditions suivantes : $|x| < 1$, θ_3 est positif pour les points situés à l'extérieur du cône primitif et négatif pour les points situés à l'intérieur de ce cône. La vérification sur calculateur a permis d'ajouter une troisième condition pour choisir la solution convenable : parmi les solutions sélectionnées, on retiendra la plus petite valeur algébrique pour θ_3 positif, et la plus grande valeur algébrique pour θ_3 négatif.

On doit noter que dans les limites des variations de θ_3 correspondant à la hauteur de denture du pignon, la fonction représentant l'équation du 4ème degrés ci-dessus est continue et décroissante.

θ_3 étant connu et le point de l'outil octoïde est alors défini. On pourra ensuite calculer θ_2 et θ_1 à l'aide des relations (III-39) et (III-40).

V-3) Recherche du point de l'outil octoïde connaissant celui de l'outil en développante sphérique et inversement

Deux méthodes peuvent être envisagées :

- les deux points de l'outil octoïde et de l'outil à développante sphérique appartiennent au même cône (même valeur de δ)
- les deux points correspondent à la même rotation de la roue plate génératrice (même valeur de θ_3).

V-3-1) Recherche du point de l'outil octoïde

Suivant la méthode imposée, on calcule θ_3 à l'aide de la relation (III-59) (points sur même cône) ou à l'aide de la relation suivante (même rotation de la roue plate) :

$$\theta_3 = \beta = \frac{\beta'}{\cos\alpha} \quad (\text{III-60})$$

β étant la rotation de la roue plate à développante sphérique et β' la rotation correspondante du plan de base qui roule sans glisser sur le cône de base de la denture du pignon.

V-3-2) Recherche du point de l'outil en développante sphérique

Si l'on impose la même rotation pour les deux roues plates à développante sphérique et octoïde, on aura $\beta = \theta_3$ et par suite :

$$\beta' = \theta_3 \cos\alpha \quad (\text{III-61})$$

Par contre, si l'on impose à ce que les points restent sur le même cône, on aura :

$$\theta = \frac{1}{\sin\delta_b} \arccos\left(\frac{\cos\delta}{\cos\delta_b}\right) \quad (\text{III-62})$$

θ la rotation autour de l'axe SZ_i du cône de base du pignon.

Dans nos calculs, nous avons défini les points de la développante sphérique à partir de ceux de l'octoïde de 2eme espèce de sorte que les points associés soient sur le même cône en utilisant la relation (III-62).

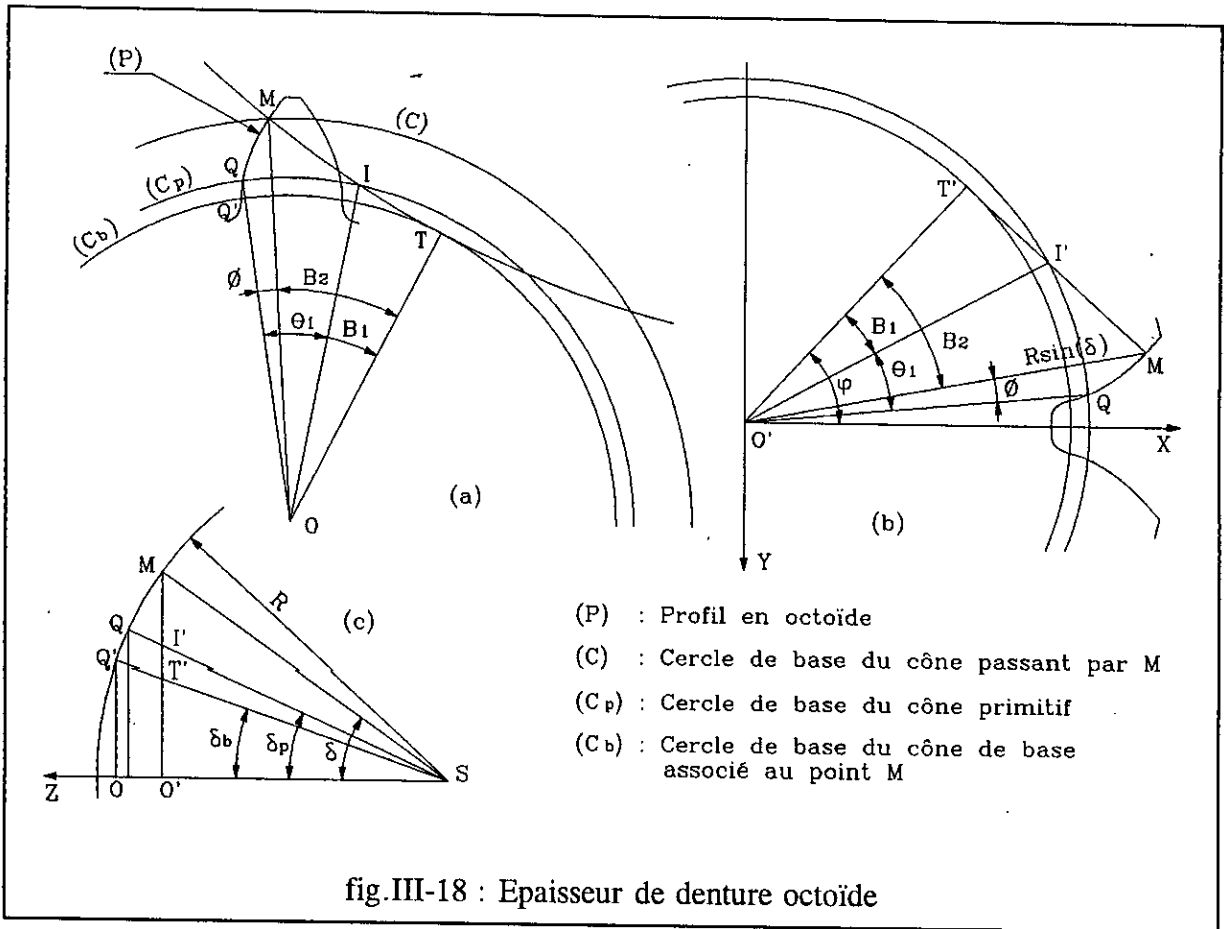
V-4) Epaisseur de denture du pignon

La fig.III-18a représente les cercles de base des différents cônes considérés coupés par la sphère de rayon $R = SM$.

En désignant par S'_p et R'_p l'épaisseur primitive de denture et le rayon du cercle primitif définis dans le plan passant par le point M et normal à l'axe du pignon, l'épaisseur de denture sur le cercle de rayon $R\sin\delta$ s'exprime par la relation :

$$S = R\sin\delta \left(\frac{S'_p}{R'_p} - 2\phi \right) \quad (\text{III-63})$$

comme : $\frac{S'_p}{R'_p} = \frac{S_p}{R_p}$, il vient :



$$S = R \sin \delta \left(\frac{S_p}{R_p} - 2\phi \right) \quad \text{(III-64)}$$

De la figure III-18a ou III-18b, on peut écrire :

$$\phi = \theta_1 - (B_2 - B_1)$$

avec : $\cos B_2 = \frac{O'T'}{R \sin \delta}$ et $\cos B_1 = \frac{O'I'}{O'I'}$

La fig.III-18c permet d'écrire :

$$O'T' = R \cos \delta \operatorname{tg} \delta_b$$

$$O'I' = R \cos \delta \operatorname{tg} \delta_p$$

il vient :

$$B_1 = \arccos\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_b}{\operatorname{tg}\delta_p}\right) \quad (\text{III-65})$$

et

$$B_2 = \arccos\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_b}{\operatorname{tg}\delta}\right) \quad (\text{III-66})$$

L'épaisseur de denture s'écrit donc sous la forme :

$$S = R\sin\delta \left\{ \frac{S_p}{R_p} - 2 \left[\theta_1 + \arccos\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_b}{\operatorname{tg}\delta_p}\right) - \arccos\left(\frac{\operatorname{tg}\delta_b}{\operatorname{tg}\delta}\right) \right] \right\} \quad (\text{III-67})$$

Pour δ donné, on calcule θ_3 , θ_2 et θ_1 en utilisant les relations (III-59), (III-39) et (III-40).

A titre de comparaison, le tableau suivant donne les rapports de l'épaisseur S de denture au rayon $R\sin\delta$ du cercle de centre O' et passant par le point M considéré. Ces rapports sont calculés pour les points situés à l'intérieur et à l'extérieur du cône primitif du pignon.

$\frac{S}{R\sin\delta}$			
δ (en deg.)	Dev. sphérique	Oct. 1ere espèce	Oct. 2eme espèce
27.28676 (= δ_b dev. sph.)	0.26900595	0.26988325	0.27187307
28.5	0.25170458	0.25174017	0.25200322
29.75 (Cône primitif)	0.21992188	0.21992488	0.21992188
32	0.14334949	0.14326340	0.14373112
33.5	0.08277939	0.08245290	0.08357791

On voit tout de suite que du côté creux (points situés à l'intérieur du cône primitif du pignon), la denture en développante sphérique est la moins épaisse et que du côté saillie (points situés à l'extérieur du cône primitif), la denture en octoïde de 2eme espèce est la plus épaisse.

VI) MESURE SUR MMT DES PIGNONS CONIQUES DROITS EN UTILISANT LA PROCEDURE "COMPARAISON POINT A POINT"

VI-1) Référentiel de mesure

On définit les coordonnées des points à mesurer dans le référentiel (S, X, Y, Z) obtenu par rotation autour de l'axe SZ_1 du référentiel (S, X_1, Y_1, Z_1) tel que l'axe SX passe par le milieu de l'entre-dent. Sur la pièce réelle, on fixera SX en logeant une bille dans cet entre-dent et on construira l'axe SZ en mesurant par exemple le cône extérieur de la denture. (une optimisation en position pourra être effectuée après la première mesure du pignon pour réajuster l'origine S du référentiel de mesure).

La fig. III-19 représente un pignon conique droit à 16 dents taillé suivant le procédé Gleason Coniflex à l'aide de deux fraises disques de grand diamètre. Les points des profils sont projetés dans un plan normal à l'axe du pignon. Le maillage illustre les surfaces des dentures. Les quatre entre-dents (creux) disposés sur les axes X et Y (respectivement U et V sur cette figure) ont été mesurés sur la machine à mesurer tridimensionnelle de Renault SEIV Automation du laboratoire de métrologie de l'E.N.S.A.M de Lille.

VI-2) Résultats des mesures

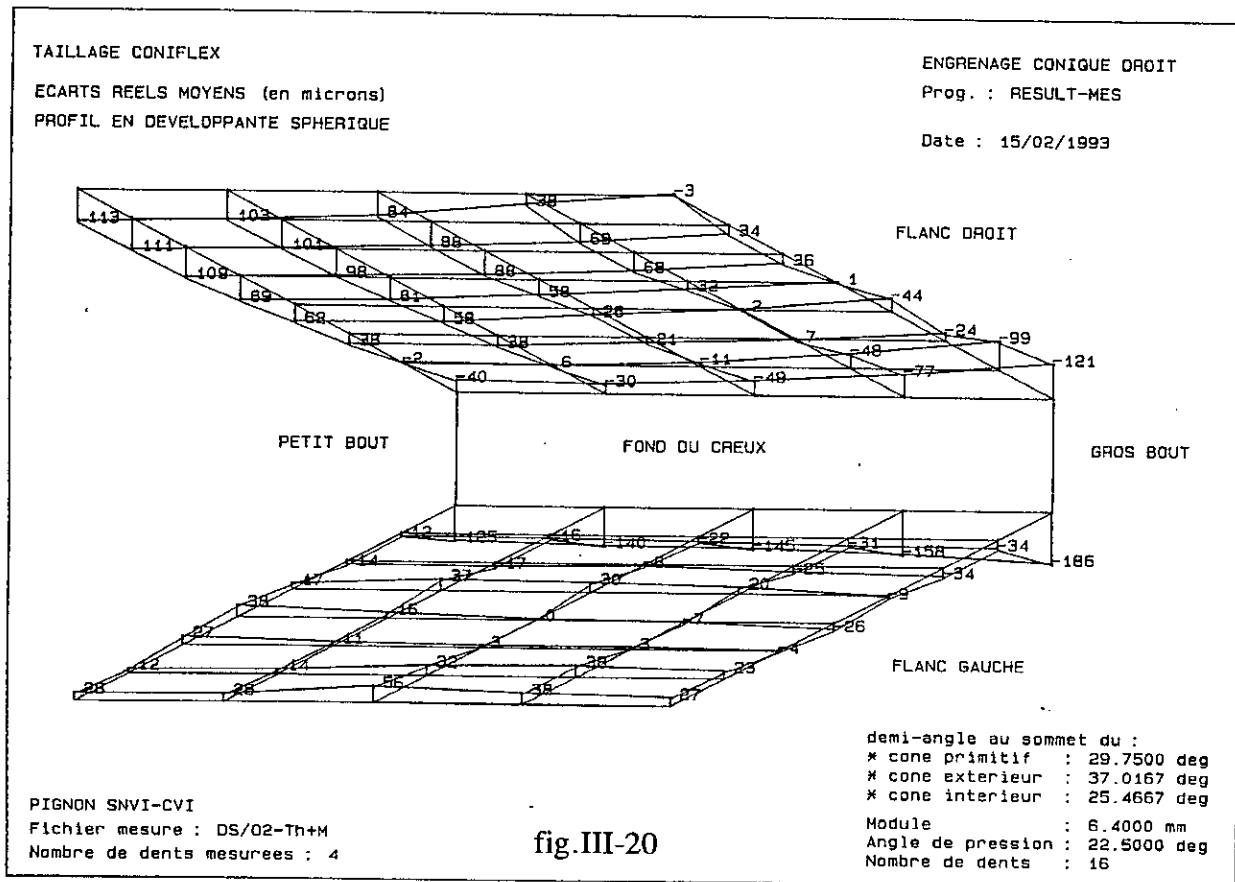
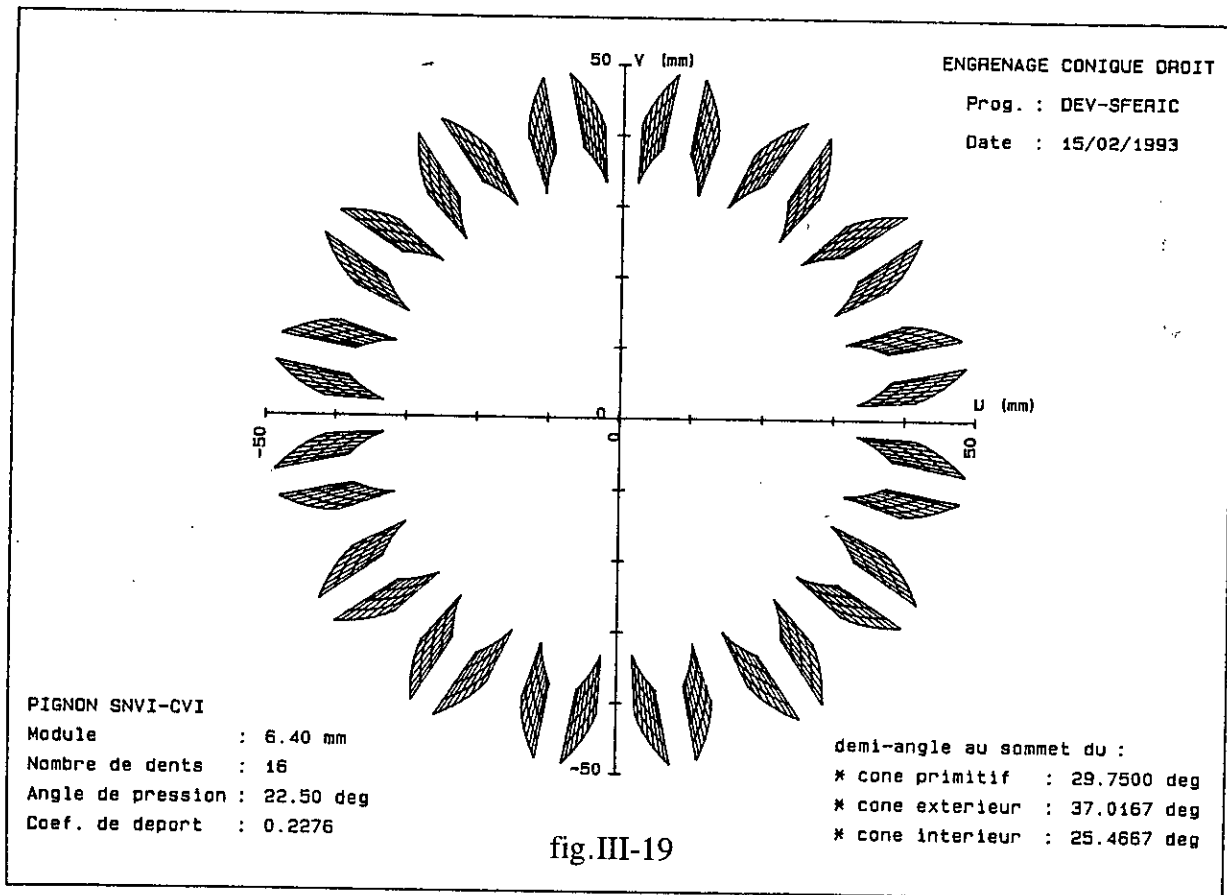
La fig. III-20 représente une topographie des écarts réels relevés sur le pignon de la fig. III-19 par rapport à la développante sphérique. Les figures III-21 et III-22 représentent des topographies des écarts relevés sur ce même pignon par rapport aux profils en octoïde de 1ère et 2ème espèce.

VII) METHODE DU POINT DE REFERENCE

Nous venons de voir que la surface d'une denture conique droite peut être synthétisée par des points et normales théoriques. Cette méthode à l'avantage principal de permettre la conception d'un logiciel de mesure pour les engrenages coniques droits définis en développante sphérique (denture assurant la conjugaison exacte des profils en contact) ou en octoïde de 1ère ou 2ème espèce (dentures pratiques). La mesure s'effectue en commande numérique. Les points sont relevés en accostage suivant les normales aux points théoriques. Dans cette procédure, la surface réelle est comparée point à point au modèle théorique. Les écarts sont calculés suivant la formule indiquée en annexe 1.

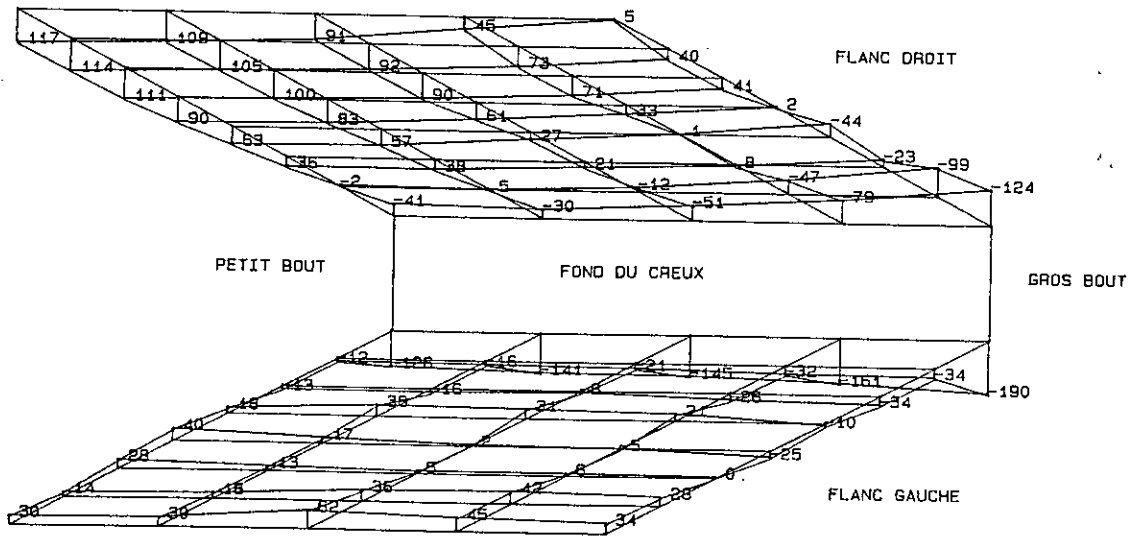
Nous exposons ici la méthode du point de référence qui consiste à reconstituer le profil de la denture à partir des points palpés. Les différentes définitions de la denture conique droite permettent l'application de cette méthode.

La méthode de calcul que nous allons proposer apporte une solution au contrôle de ces dentures sur les machines manuelle ou à commande numérique utilisant le logiciel de mesure en scanning. Comme pour la denture cylindrique, le calcul permet de déterminer la vraie normale théorique correspondant au point palpé et de déterminer les écarts par rapport au point de référence.



TAILLAGE CONIFLEX
 ECARTS REELS MOYENS (en microns)
 PROFIL EN OCTOIDE DE 1ere ESPECE

ENGRENAGE CONIQUE DROIT
 Prog. : RESULT-MES
 Date : 15/02/1993



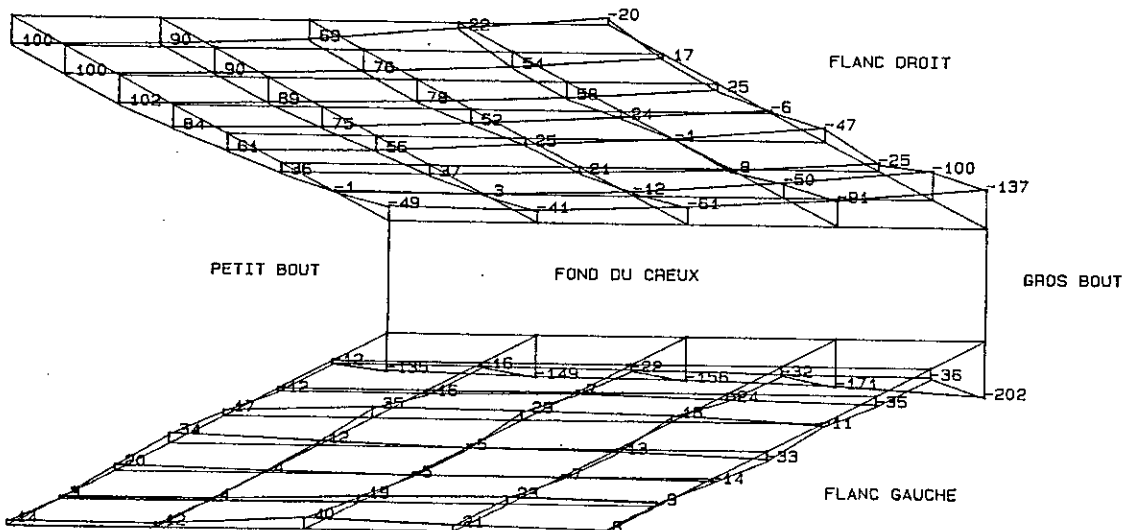
PIGNON SNVI-CVI
 Fichier mesure : OCT1-Th+M
 Nombre de dents mesurees : 4

fig.III-21

demi-angle au sommet du :
 * cone primitif : 29.7500 deg
 * cone exterieur : 37.0167 deg
 * cone interieur : 25.4667 deg
 Module : 6.4000 mm
 Angle de pression : 22.5000 deg
 Nombre de dents : 16

TAILLAGE CONIFLEX
 ECARTS REELS MOYENS (en microns)
 PROFIL EN OCTOIDE DE 2eme ESPECE

ENGRENAGE CONIQUE DROIT
 Prog. : RESULT-MES
 Date : 15/02/1993



PIGNON SNVI-CVI
 Fichier mesure : OCT2-Th+M
 Nombre de dents mesurees : 4

fig.III-22

demi-angle au sommet du :
 * cone primitif : 29.7500 deg
 * cone exterieur : 37.0167 deg
 * cone interieur : 25.4667 deg
 Module : 6.4000 mm
 Angle de pression : 22.5000 deg
 Nombre de dents : 16

VII-1) Reconstitution du profil en développante sphérique à partir des points palpés

VII-1-1) Construction du référentiel de mesure

On construit le système d'axes comme suit :

- L'origine S du référentiel est le sommet du cône primitif.
- L'axe SZ est l'axe du pignon et orienté du sommet vers la base.
- L'axe SX perpendiculaire à SZ est choisi passant dans l'entre-dent. Contrairement à sa construction pour la mesure en commande numérique, cet axe peut être défini en palpant un point quelconque de la surface de denture.
- Le trièdre SX, SY, SZ est direct.

Pour chaque point palpé, on construit le plan (P_b) (fig.III-23a) tangent au cône de base et qui passe par le centre de la bille (fig.III-23d). Le plan (N) normal au plan (P_b) passe par le sommet du cône et est tangent à la bille.

VII-1-2) Coordonnées et normale au point palpé

Soient $N(N_x, N_y, N_z)$ la normale à la surface de la denture, $P(X_p, Y_p, Z_p)$ le centre de la bille de palpage dont le rayon est r et R_b le rayon du cercle du cône de base coupé par la sphère de rayon R . On a :

$$r = \|\vec{MP}\| \quad (\text{III-68})$$

et :

$$\vec{SM} = \vec{SP} - \vec{MP} \quad (\text{III-69})$$

Le vecteur \vec{MP} étant normal au plan (N) de génération de la denture, on peut alors écrire $\vec{MP} = r\vec{N}$. On en déduit :

$$\vec{SM} \begin{cases} X_p - rN_x \\ Y_p - rN_y \\ Z_p - rN_z \end{cases}$$

Du fait que le vecteur \vec{SM} est normal à \vec{N} et que les plans (P_b) et (N) sont orthogonaux, on peut écrire :

$$\|\vec{SM}\|^2 = \|\vec{SP}\|^2 - \|\vec{MP}\|^2 \quad (\text{III-70})$$

et :

$$\vec{SM} \cdot \vec{N} = 0 \quad (\text{III-71})$$

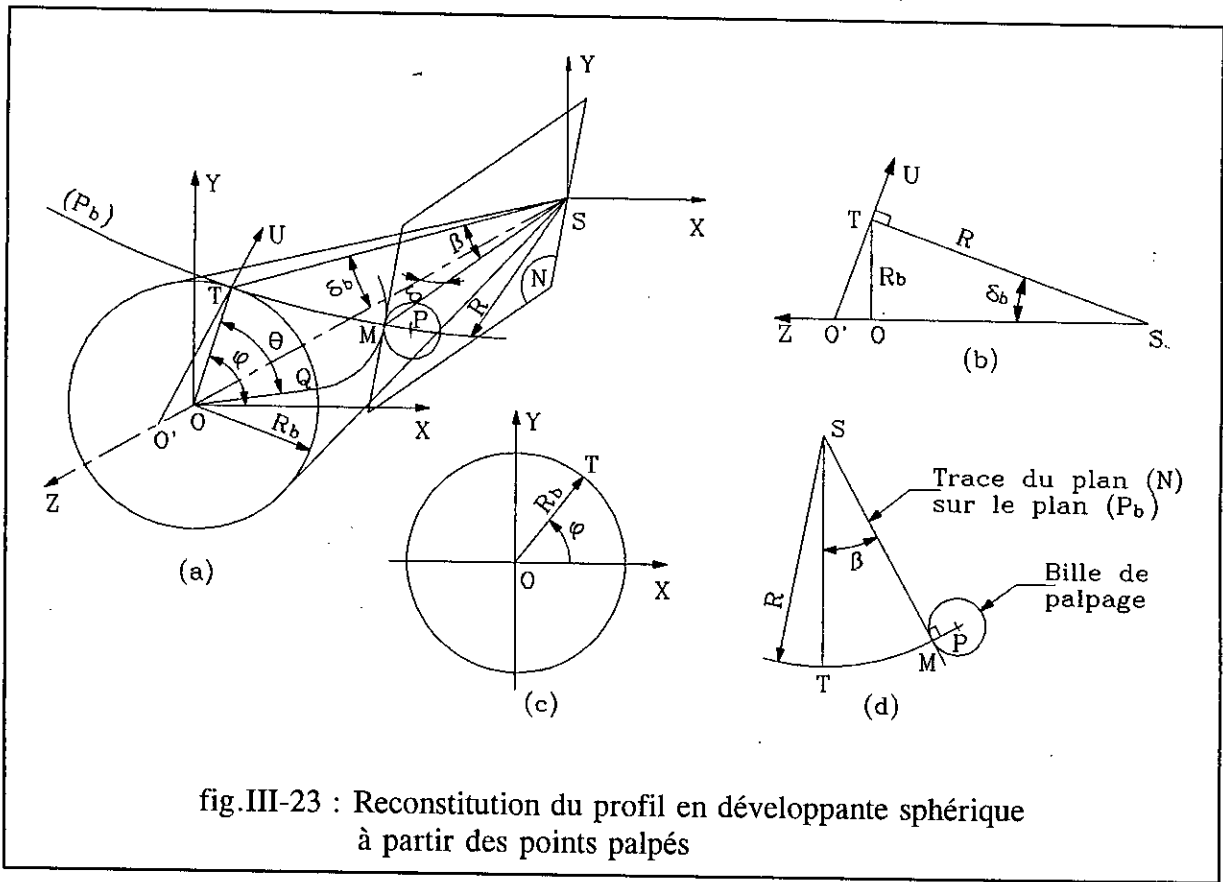


fig.III-23 : Reconstitution du profil en développante sphérique à partir des points palpés

d'où :

$$\|\vec{SM}\| = \sqrt{X_p^2 + Y_p^2 + Z_p^2} - r = R \quad (\text{III-72})$$

et :

$$X_p N_x + Y_p N_y + Z_p N_z - r = 0 \quad (\text{III-73})$$

Le produit vectoriel $\vec{SM} \wedge \vec{N}$ est un vecteur perpendiculaire au plan (N, SM) . Puisque ces deux vecteurs appartiennent au plan (P_b) le vecteur $\vec{SM} \wedge \vec{N}$ est donc normal à ce plan, par conséquent il est parallèle au vecteur \vec{U} (fig.III-23b). On peut alors écrire :

$$\frac{\vec{SM} \wedge \vec{N}}{\|\vec{SM} \wedge \vec{N}\|} = \epsilon \vec{U} \quad (\text{III-74})$$

où : $\epsilon = +1$ pour le flanc gauche (fig.III-24)
 $\epsilon = -1$ pour le flanc droit

La denture est vue du petit bout au gros bout. La même convention pour la désignation des flancs d'une denture cylindrique est maintenue ici pour les pignons coniques droits.

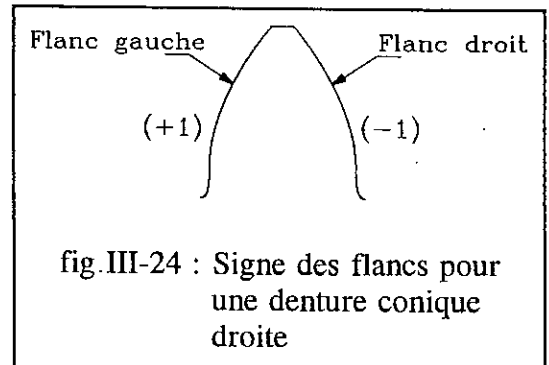


fig.III-24 : Signe des flancs pour une denture conique droite

Le vecteur unitaire \vec{U} normal au plan (P_b) est défini par :

$$\vec{U} = \frac{O'\vec{T}}{\|O'\vec{T}\|} \Rightarrow \vec{U} \begin{cases} \cos\delta_b \cos\varphi \\ \cos\delta_b \sin\varphi \\ -\sin\delta_b \end{cases}$$

On constate que :

$$U_x^2 + U_y^2 = \cos^2\delta_b = Cte \quad (\text{III-75})$$

et :

$$U_z = -\sin\delta_b = Cte \quad (\text{III-76})$$

En développant le produit vectoriel $\vec{SM} \wedge \vec{N}$, on obtient :

$$\vec{SM} \wedge \vec{N} \begin{cases} Y_p N_z - Z_p N_y \\ Z_p N_x - X_p N_z \\ X_p N_y - Y_p N_x \end{cases}$$

et :

$$\|\vec{SM} \wedge \vec{N}\| = \|\vec{SM}\| \cdot \|\vec{N}\| \sin(\vec{SM}, \vec{N}) = \|\vec{SM}\| = R$$

Les relations (III-73) et (III-75) permettent d'écrire :

$$(R^2 + r^2)N_z^2 - 2rZ_p N_z + Z_p^2 - R^2 \cos^2\delta_b = 0 \quad (\text{III-77})$$

d'où :

$$N_z = \frac{rZ_p \pm \sqrt{(rZ_p)^2 - (R^2 + r^2)(Z_p^2 - R^2 \cos^2\delta_b)}}{(R^2 + r^2)} \quad (\text{III-78})$$

Selon la fig.III-23d, N_z devrait être négatif; on retient donc le signe (-).

Signalons que l'équation (III-77) n'a pas de solutions réelles pour les points palpés situés à l'intérieur du cône de base.

Les deux autres composantes N_x et N_y sont à calculer en résolvant le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} X_p N_x + Y_p N_y = r - Z_p N_z \\ Y_p N_x - X_p N_y = -\epsilon R \sin\delta_b \end{cases}$$

On obtient :

$$N_x = \frac{(r - Z_p N_z) X_p + \epsilon Y_p R \sin \delta_b}{X_p^2 + Y_p^2} \quad (\text{III-79})$$

$$N_y = \frac{(r - Z_p N_z) Y_p - \epsilon X_p R \sin \delta_b}{X_p^2 + Y_p^2} \quad (\text{III-80})$$

Les relations (III-78), (III-79) et (III-80) définissent parfaitement la normale N en chaque point palpé situé à l'extérieur du cône de base. Par suite, on peut déterminer les points mesurés appartenant réellement à la surface de la denture et situés sur la normale.

VII-1-3) Calcul des écarts par rapport au point de référence

On choisit un point palpé quelconque situé à l'extérieur du cône de base et on suppose qu'il appartient au profil théorique de la denture. On détermine les écarts des autres points palpés par rapport à ce point de référence suivant la procédure de calcul suivante :

a) Calcul de l'angle δ entre le vecteur SM avec l'axe SZ (fig.III-23a) :

En développant le produit scalaire $SM.SZ$ on obtient :

$$\cos \delta = \frac{Z_p - r N_z}{R} \quad (\text{III-81})$$

b) Calcul de l'angle β :

De la relation $\cos \delta = \cos \beta \cos \delta_b$, il vient :

$$\cos \beta = \frac{\cos \delta}{\cos \delta_b}$$

c) Calcul de l'angle θ :

Le roulement sans glissement du plan (P_b) sur le cône de base permet d'écrire :

$$\theta = \frac{\beta}{\sin \delta_b}$$

d) Calcul de l'angle φ :

La relation vectorielle entre les vecteur $SM \wedge N$ et U donne :

$$Z_p N_x - X_p N_z = \epsilon R \cos \delta_b \sin \varphi \quad (\text{III-82})$$

Puisque $\epsilon = \pm 1$, on a alors :

$$\sin\varphi = \frac{\epsilon(Z_p N_x - X_p N_z)}{R \cos\delta_b} \quad (\text{III-83})$$

e) Calcul de l'angle C (fig.III-25) :

$$C = \varphi - \epsilon\theta \quad (\text{III-84})$$

f) Longueur de l'arc pris sur le cercle de base du cône de base intercepté par l'angle C

$$l = RC \sin\delta_b \quad (\text{III-85})$$

Soit l_{ref} la longueur de l'arc correspondant au point de référence. On a donc :

$$l_{ref} = R \sin\delta_b C_{ref} \quad (\text{III-86})$$

Pour les points situés sur les flancs antihomologues à celui de ce point, la longueur de référence est donnée par la formule :

$$l'_{ref} = \epsilon (P_{cb} - S_b) + l_{ref} \quad (\text{III-87})$$

où P_{cb} est le pas circonférentiel et S_b l'épaisseur de denture définis sur le cercle du cône de base. P_{cb} peut être donnée par :

$$P_{cb} = \frac{2\pi R \sin\delta_b}{Z} \quad (\text{III-88})$$

où Z est le nombre de dents du pignon.

L'épaisseur S_b est donnée par la relation :

$$S_b = R \sin\delta_b \left\{ \frac{S_p}{R_p} + 2 \left[\theta_p - \arccos \left(\frac{tg\delta_b}{tg\delta_p} \right) \right] \right\}$$

Les grandeurs P_{cb} , S_b , S_p et R_p peuvent être calculés connaissant leurs valeurs respectives P_{cbL} , S_{bL} , S_{pL} et R_{pL} définies sur la sphère dont le rayon est égal à la génératrice maximale L du cône primitif de la pièce. Evidemment, on a :

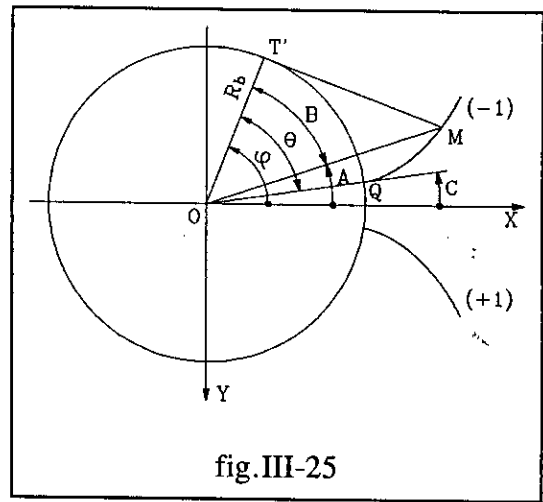


fig.III-25

$$P_{cb} = \left(\frac{R}{L}\right)P_{cbL} \quad ; \quad S_b = \left(\frac{R}{L}\right)S_{bL} \quad ; \quad S_p = \left(\frac{R}{L}\right)S_{pL} \quad ; \quad R_p = \left(\frac{R}{L}\right)R_{pL}$$

La formule (III-87) peut être écrite sous la forme générale suivante :

$$l'_{ref} = \epsilon f(P_{cb} - S_b) + l_{ref} \quad (\text{III-89})$$

avec $f = 0$ si $\epsilon = \epsilon_{ref}$ et $f = 1$ si $\epsilon = -\epsilon_{ref}$ (ϵ_{ref} étant le signe du flanc auquel appartient le point de référence)

La quantité l'_{ref} sera multipliée par le rapport R/R_{ref} pour les points situés sur une sphère de rayon R différent de celle de rayon R_{ref} correspondant au point de référence.

g) Calcul des écarts par rapport au point de référence :

Soit l_i la longueur de l'arc correspondant à l'angle C_i d'un point quelconque. L'écart de ce point par rapport au point de référence est :

$$\Delta l = \epsilon (l'_{ref} - l_i) \quad (\text{III-90})$$

Les écarts Δl étant faibles, on peut admettre qu'ils sont portés par les normales aux points palpés.

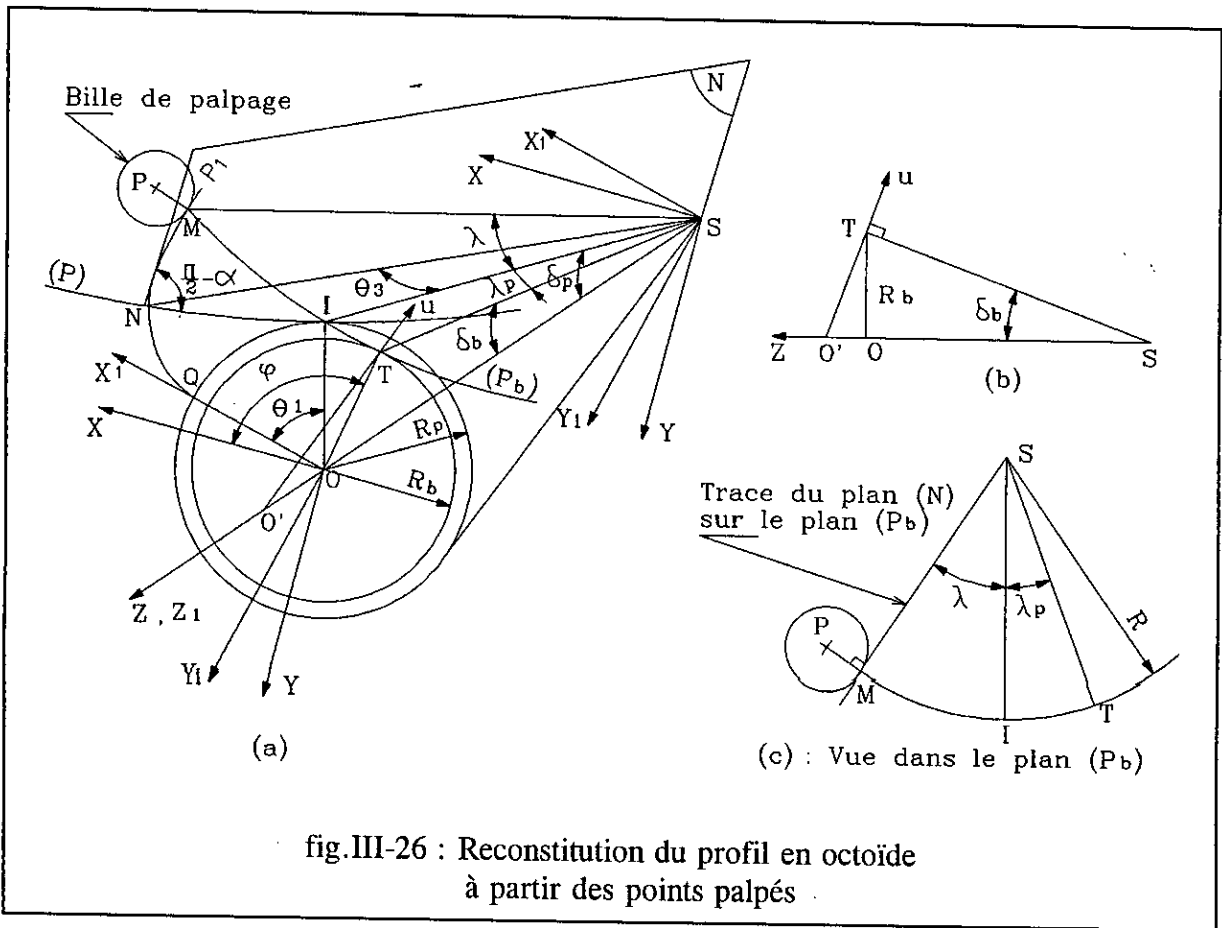
La méthode du point de référence est bien vérifiée pour les points théoriques : elle donne des écarts Δl nuls en tous ces points.

VII-2) Reconstitution du profil en octoïde à partir des points palpés

En construisant le cône de base (fig.III-26) tangent au plan (P_b) qui est normal à celui de génération (N), la reconstitution du profil de la denture pratique devient similaire à celle du profil en développante sphérique, mais il faut garder en vue que ce cône de base dépend de la position du point considéré. La méthode de calcul que nous avons exposée pour la reconstitution du profil en développante sphérique s'applique également ici de la même façon.

VII-2-1) Coordonnées et normale au point palpé

Deux méthodes peuvent être envisagées, l'une qui calcule directement l'angle δ_b mais par approximations successives et l'autre qui fait appel à la méthode du point de référence pour la développante sphérique et le programme de calcul des points théoriques de la denture octoïde.



VII-2-1-1) 1ere méthode

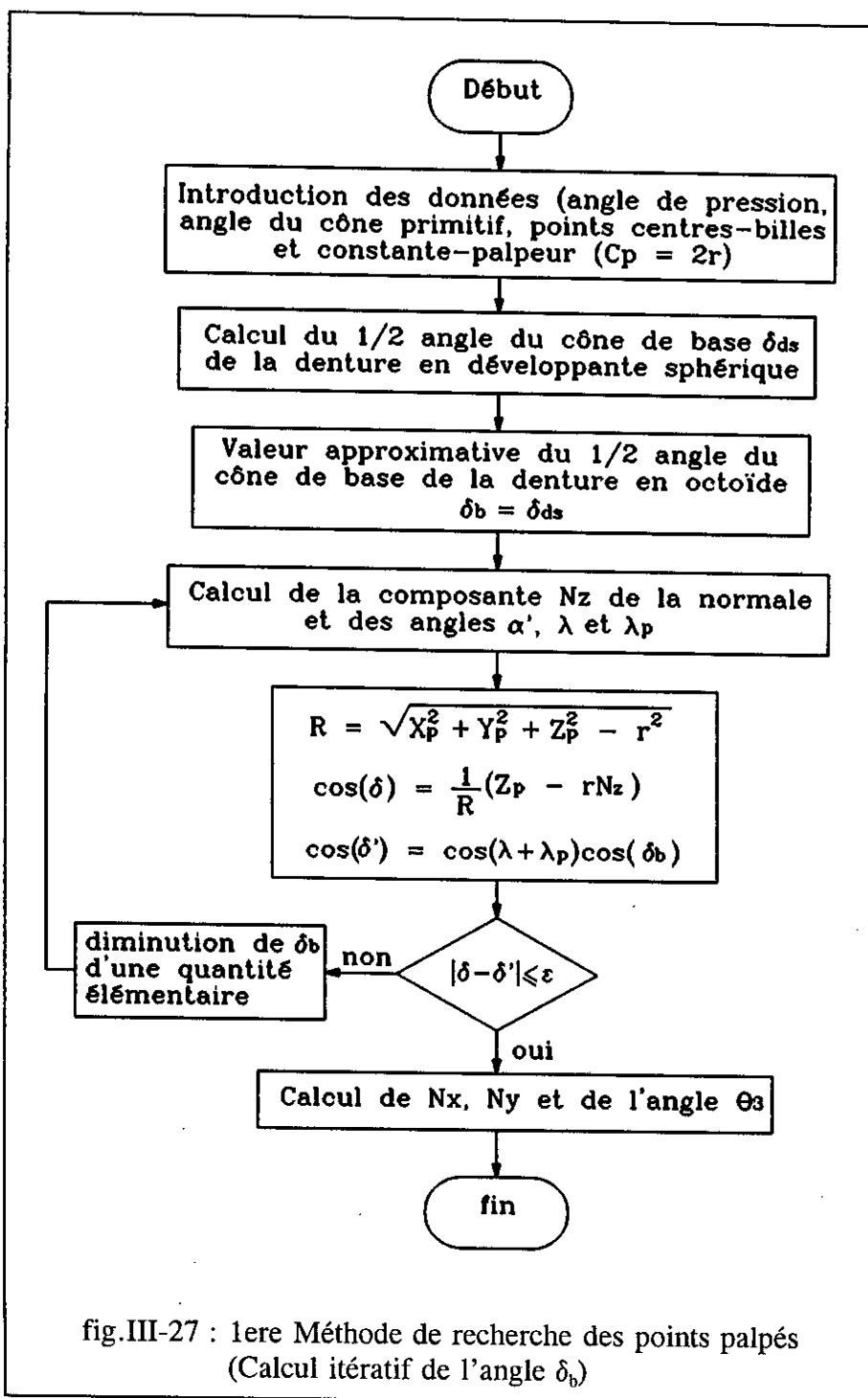
On sait que la composante suivant Z de la normale s'exprime par la relation :

$$N_z = \frac{rZ_p - \sqrt{(rZ_p)^2 - (R^2 + r^2)(Z_p^2 - R^2 \cos^2 \delta_b)}}{(R^2 + r^2)}$$

Pour la denture octoïde, l'angle δ_b du cône de base est variable. Sa détermination nécessite un calcul approché. L'organigramme illustré par la fig.III-27 récapitule la procédure de son calcul (ϵ est l'erreur admise prise égale à $1,75 \times 10^{-8}$ rad soit 10^{-6} deg).

La relation $\cos \delta' = \cos(\lambda + \lambda_p) \cos \delta_b$ est obtenue en appliquant la relation (III-7) au triangle sphérique MTA (voir fig.III-16) rectangle en T et de centre S.

Les éléments α' , λ et λ_p indiqués également sur la même figure, sont donnés par les relations suivantes déduites des triangles sphériques rectangles IMN et ITA :



$$\cos \alpha' = \frac{\sin \delta_b}{\sin \delta_p} \quad (\text{III-91})$$

$$\cos \lambda_p = \frac{\cos \delta_p}{\cos \delta_b} \quad (\text{III-92})$$

$$\cos \lambda = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} \quad (\text{III-93})$$

λ est positif pour les points situés à l'extérieur du cône primitif, négatif dans le cas contraire.

La normale étant connue, on calcule les coordonnées du point touché à l'aide de la relation vectorielle :

$$\vec{SM} = \vec{SP} - r\vec{N} \quad (\text{III-94})$$

Cette méthode de calcul devient assez longue lorsqu'il s'agit de traiter un grand nombre de points (il faut environ 25 secondes de calcul par point sur le calculateur HP 9836). Nous avons également établi une autre méthode rapide qui consiste à calculer la normale à la surface de denture octoïde à partir de la connaissance des points de la développante sphérique.

VII-2-1-2) 2eme méthode

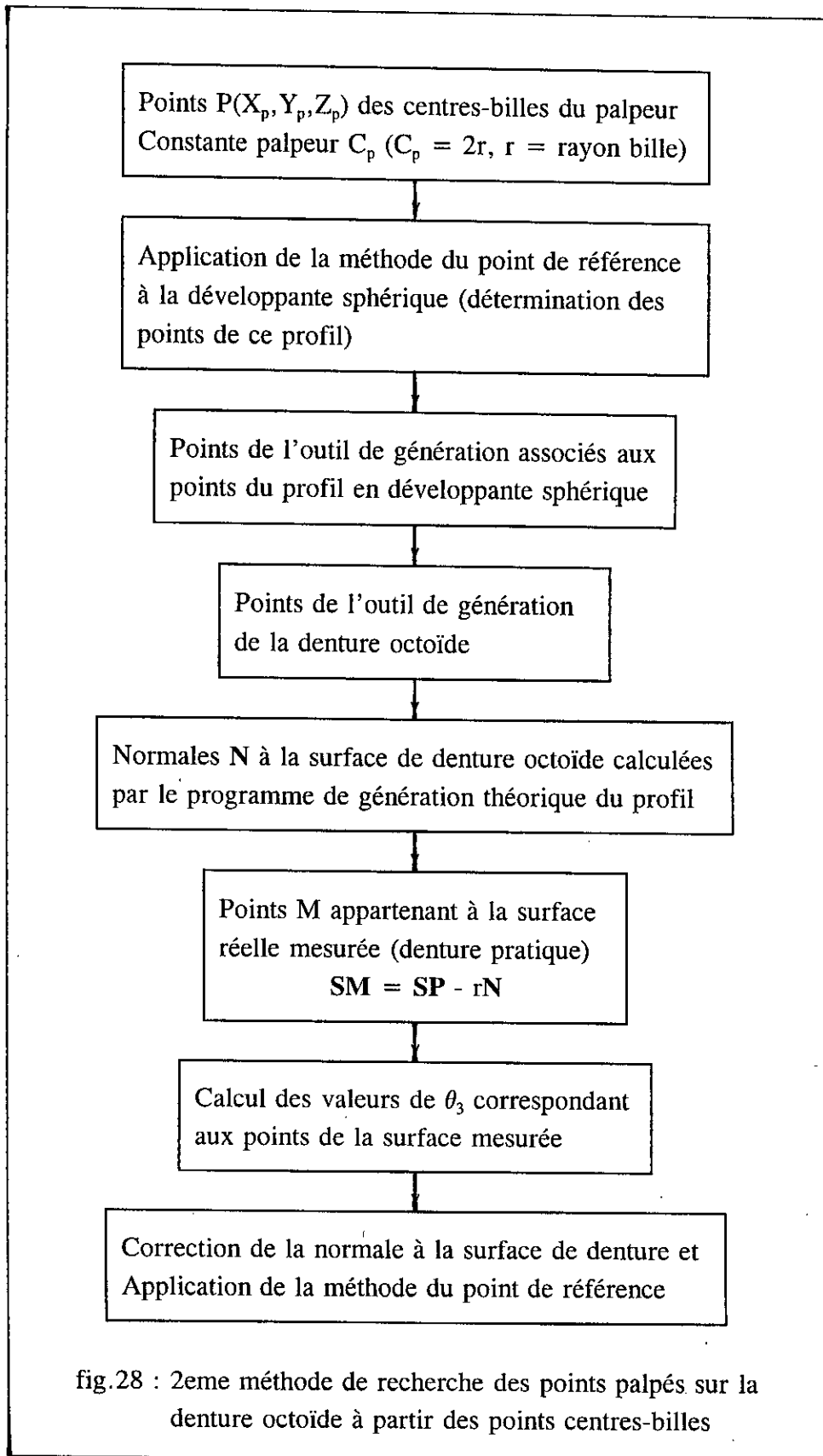
Dans cette méthode, on applique d'abord aux points de la denture octoïde la méthode du point de référence pour la développante sphérique. La normale ainsi obtenue permet de déterminer le point du profil défini en développante sphérique à l'aide de la relation (III-94). On détermine ensuite les points de l'outil générateur de ce profil et les points correspondants de l'outil octoïde. Ensuite, à l'aide du programme de génération théorique de la surface de denture octoïde, on calcule les normales à cette surface. De nouveau, on applique la relation (III-94) pour déterminer les points palpés sur la pièce mesurée. Et enfin, on effectue une correction de la normale en la calculant en ces points. La fig.III-28 récapitule la procédure de calcul.

Cette méthode à l'avantage d'être plus rapide que la première mais ne fournit pas la vraie normale au point touché; les points recherchés exprimés par la relation (III-94) n'appartiennent donc pas réellement à la surface mesurée. Toutefois, les deux méthodes donnent pratiquement les mêmes résultats.

Les points touchés avec leurs normales étant connus, il ne reste qu'à calculer les écarts par rapport aux points de référence.

VII-2-2) Ecart par rapport au point de référence

On choisit un point palpé quelconque et on suppose qu'il appartient au profil théorique de la denture. On détermine les écarts des autres points palpés par rapport à ce point de référence comme suit :



a) **Calcul de θ_3** : Si l'on utilise la méthode itérative pour le calcul de δ_b , on calculera l'angle θ_3 par la relation:

$$\sin\theta_3 = \frac{\sin\lambda}{\cos\alpha} \quad (\text{III-95})$$

Par contre, si on utilise la 2eme méthode, l'angle θ_3 sera donné par la relation (III-59). On calcule les éléments λ , α' et δ_b par les relations suivantes :

$$\sin\lambda = \sin\theta_3 \cos\alpha \quad (\text{III-96})$$

$$\sin\alpha' = \frac{\sin\alpha}{\cos\lambda} \quad (\text{III-97})$$

$$\sin\delta_b = \sin\delta_p \cos\alpha' \quad (\text{III-98})$$

b) **Calcul de θ_2** : La valeur de cet angle s'obtient en résolvant l'équation :

$$\begin{aligned} &\cos\nu_f \sin\theta_2 \cos\theta_3 + \sin\nu_f \cos\nu_f (1 - \cos\theta_2) \operatorname{tg}\alpha + \\ & - (\sin^2\nu_f + \cos^2\nu_f \cos\theta_2) \sin\theta_3 = 0 \end{aligned}$$

Pour une denture octoïde de 1ere espèce, on considère $\nu_f = 0$ et l'on obtient $\theta_2 = \theta_3$.

c) **Calcul de θ_1** : Le roulement sans glissement du cône primitif du pignon sur celui de la roue conique génératrice permet d'écrire :

$$\theta_1 = \frac{\cos\nu_f}{\sin\delta_p} \theta_2$$

Pour une denture octoïde de 1ere espèce, cette relation devient :

$$\theta_1 = \frac{\theta_2}{\sin\delta_p}$$

d) **Calcul des angles B_1** (équation III-57, fig.III-16) : on a :

$$\sin B_1 = \frac{\sin\lambda_p}{\sin\delta_p}$$

λ_p est donné par la relation (III-92).

e) Calcul de l'angle C (fig.III-29) :

$$C = \varphi - \varepsilon(\theta_1 + B_1) \quad (III-99)$$

φ est donné par la relation (III-83).

f) Longueur de l'arc de référence pris sur le cercle de base du cône primitif coupé par la sphère de rayon R :

$$l'_{ref} = \varepsilon f(P_c - S_p) + l_{ref} \quad (III-100)$$

$$l_{ref} = R \sin \delta_p C_{ref} \quad (III-101)$$

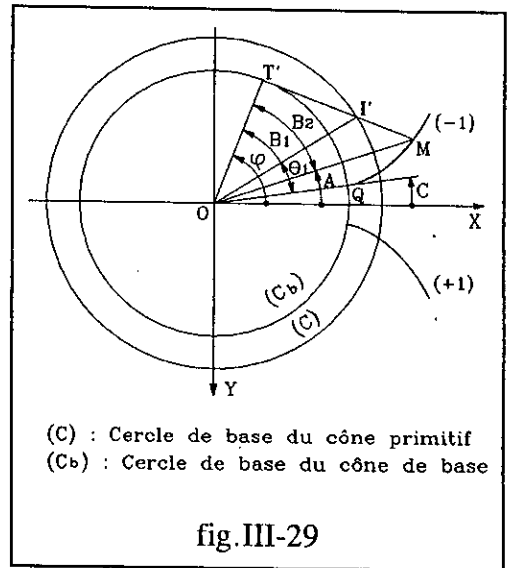


fig.III-29

avec :

$f = 0$ si $\varepsilon = \varepsilon_{ref}$, $f = 1$ si $\varepsilon = -\varepsilon_{ref}$ (ε_{ref} étant le signe du flanc contenant le point de référence auquel correspond C_{ref}). P_c et S_p sont le pas circonférentiel et l'épaisseur curviligne définis sur le cercle du cône primitif du pignon.

g) Ecart suivant la normale par rapport au point de référence : L'écart d'un point M, quelconque par rapport au point de référence est :

$$\Delta l = \varepsilon (l'_{ref} - l_i) \quad (III-102)$$

avec :

$$l_i = R \sin \delta_p C_i \quad (III-103)$$

L'écart Δl ainsi calculé est un arc du cercle du cône primitif du pignon, et en vertu du roulement sans glissement de ce cône sur celui de la roue génératrice, c'est aussi le même arc sur le cercle de base de cette roue. Dans le cas de petites rotations, on peut admettre que Δl est porté par la tangente t au cercle (2) au point M' (fig.III-30). On a alors :

$$\Delta \vec{l} = \Delta l \vec{t} \quad (III-104)$$

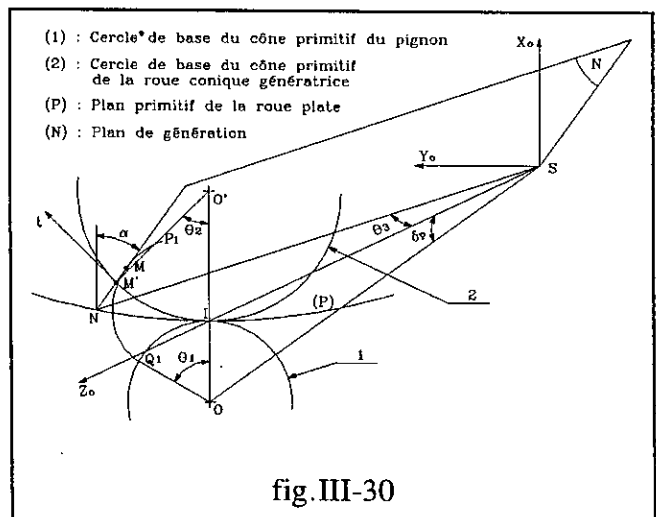


fig.III-30

L'écart suivant la normale à la surface de denture est la projection de Δl sur cette normale. On l'exprime par le produit scalaire $\Delta l.N = \Delta l.t.N$. Les vecteurs t et N , exprimés dans le référentiel lié à l'outil, s'écrivent :

$$\vec{t} \begin{cases} \sin v_f \sin \theta_2 \\ \cos \theta_2 \\ -\cos v_f \sin \theta_2 \end{cases} \quad \vec{N} \begin{cases} \sin \alpha \\ \cos \alpha \cos \theta_3 \\ -\cos \alpha \sin \theta_3 \end{cases}$$

Leur produit scalaire conduit à la relation suivante :

$$\vec{t} \cdot \vec{N} = \cos \alpha (\cos \theta_2 \cos \theta_3 + \cos v_f \sin \theta_2 \sin \theta_3) + \sin \alpha \sin v_f \sin \theta_2 \quad (\text{III-105})$$

Pour une denture octoïde de 1ere espèce, cette relation devient tout simplement :

$$\vec{t} \cdot \vec{N} = \cos \alpha \quad (\text{III-106})$$

Comme pour la développante sphérique, en considérant le fichier des points théoriques pour la denture octoïde, on obtient Δl nuls en tous ces points.

Les valeurs de Δl dépendent évidemment du point de référence choisi mais une opération d'optimisation permet d'éliminer l'influence de ce point de référence.

VIII) CONCLUSION

Les modèles mathématiques présentés dans cette étude permettent, pour une denture conique droite théorique (profil en développante sphérique) ou pratique (profils en octoïde de 1ere ou 2eme espèce), l'établissement d'un logiciel de mesure sur une machine à mesurer tridimensionnelle à commande numérique.

La mesure en commande numérique introduit deux sortes d'erreurs; la première est due au fait d'admettre que la normale au point touché et passant par le centre-bille est la même que celle du point visé, le décalage entre ces points étant égal au rayon de la bille de palpation, la seconde est due aux défauts d'asservissement des axes-machine (erreurs tangentielles).

La méthode du point de référence permet de supprimer à la fois ces deux types d'erreurs, mais fournit des écarts par rapport à ce point de référence dont l'influence peut être éliminée par une opération d'optimisation. Elle donne une autre possibilité de contrôle d'une denture conique droite sur une MMT à commande manuelle ou à commande numérique équipée d'un logiciel de mesure des profils inconnus.

Les écarts par rapport au point de référence ne sont autres que les écarts réels rapportés au point de référence. Leur optimisation et celle des écarts fournis par la MMT (écarts réels) doivent donner, en principe, des résultats cohérents. Tel est l'objet du chapitre suivant.

OPTIMISATION DES ECARTS

D) INTRODUCTION

Les écarts obtenus par rapport au modèle théorique ou par la méthode du point de référence sont des erreurs globales. Ils se composent des erreurs de forme et de position. Les erreurs de position sont influencées par la construction du référentiel de mesure dans lequel s'effectue le relevé des points palpés sur la pièce ou encore par le défaut de centrage de la pièce au cours de l'usinage des éléments géométriques de référence (principalement son axe qui est matérialisé par l'alésage ou par les portées des paliers pour les pignons taillés dans le brut). Quant aux erreurs de forme, elles sont influencées par la méthode de taillage de la denture et par la forme de l'outil.

Pour séparer ces deux formes d'erreurs on utilisera une méthode d'optimisation proposée par le laboratoire de métrologie dimensionnelle de l'ENSAM de Lille (méthode de J.M. DAVID). Nous rappelons ici le principe de cette méthode; dans la référence [COO90], elle est décrite d'une façon détaillée.

Dans cette méthode d'optimisation, les points relevés constituent le champ de mesure. L'espace vectoriel considéré est un espace des vecteurs réels et est de dimension égal au nombre n de ces points. Un vecteur d'analyse d'un phénomène identifié est caractérisé par son effet au point considéré. Il est donc à n composantes. On définit aussi une base d'analyse qui est constituée par les m vecteurs représentant les phénomènes identifiés. Ce nombre m de vecteurs ne peut évidemment excéder le nombre n de points du champ de mesure.

On estime le vecteur des erreurs globales par un vecteur A s'exprimant par une combinaison linéaire des m vecteurs de la base d'analyse. Ceci laisse supposer que ces m vecteurs sont linéairement indépendants. La technique d'optimisation consiste à rechercher le vecteur A s'identifiant "au mieux" avec le vecteur erreur globale. Ceci se traduit par un vecteur différence entre le vecteur erreur globale et sa projection orthogonale sur la base d'analyse ayant la norme euclidienne minimale. Ce vecteur différence est appelé erreur résiduelle. L'opération d'identification est une optimisation aux moindres carrés.

Cette identification introduit une base orthonormale construite à partir de la base d'analyse par orthonormalisation basée sur la méthode de Graham-Schmidt.

Pour éclaircir les idées, nous allons mentionner le principe de cette méthode et l'appliquer aux résultats des mesures obtenus sur les pignons que nous avons mesurés sur la MMT. Dans ce chapitre, nous nous limitons à l'optimisation des vecteurs de défaut de position; l'optimisation des vecteurs de défaut de forme fait l'objet du chapitre suivant.

II) CONSTRUCTION DES VECTEURS DE LA BASE D'ANALYSE

Un point M_i d'une surface est caractérisé par ses coordonnées X_i , Y_i et Z_i , les composantes N_{xi} , N_{yi} et N_{zi} de sa normale unitaire sortante à la matière et l'erreur globale E_i ($i = 1$ à n , n étant le nombre de points mesurés).

Le déplacement d'un point de la pièce (système solide) peut être caractérisé par les défauts de position et de forme de cette pièce. Les défauts de position sont en général au nombre de six (une rotation et une translation suivant chaque axe) et peuvent être facilement quantifiés. Quant aux défauts de forme, ils sont influencés par les variations des paramètres caractérisant la surface mesurée. Leur modélisation est le plus souvent difficile à établir. Il est donc évident que tous les défauts recensés ne peuvent être quantifiés. Toutefois, la part des défauts non identifiés est exprimée par les erreurs résiduelles en optimisant les défauts identifiés.

La base d'analyse des vecteurs représentant les différents défauts identifiés peut contenir des vecteurs ayant une influence mutuelle entre eux (vecteurs dépendants). Par conséquent, il sera également difficile d'extraire la part de deux ou plusieurs phénomènes identifiés ayant le même effet. Donc, pour permettre d'extraire la part exacte revenant à chacun des vecteurs de la base d'analyse, il est nécessaire qu'ils soient linéairement indépendants, autrement dit, cette base d'analyse doit être orthogonale. Il en résulte que l'interprétation en paramètres de correction des phénomènes de défaut de forme étudiés est fortement influencée par la construction de la base d'analyse. Celle-ci reste un problème préoccupant de celui qui la conçoit [COO90].

En métrologie, les paramètres de déplacement sont toujours très faibles. En se mettant dans le cadre de la théorie de petits déplacements, on peut admettre qu'ils possèdent les propriétés de linéarité, de commutativité et d'associativité.

La méthode d'optimisation qu'on vient de citer permet de définir des coefficients caractérisant les défauts causés par les différents vecteurs d'analyse considérés. La base d'analyse peut donc être constituée de vecteurs de position et de défauts de forme.

II-1) Champ des vecteurs de position

Le champ de position peut être constitué des vecteurs de translation T_x , T_y et T_z et des vecteurs de rotation R_x , R_y et R_z suivant les axes X, Y et Z. Les écarts mesurés sur la surface réelle par rapport à son modèle théorique étant faibles, ces translations et rotations sont aussi faibles. On peut alors définir entre la surface théorique et la surface réelle une structure d'un tenseur de petits déplacements caractérisé par :

- une translation : $\vec{T} = T_x \vec{i} + T_y \vec{j} + T_z \vec{k}$ (IV-1)

- une rotation : $\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}$ (IV-2)

i, j et k sont respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes X, Y et Z.

En désignant par M_i un point de coordonnées X_i, Y_i, Z_i de la surface et $\Omega_i(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ le vecteur rotation angulaire, on a la relation :

$$\vec{R}_i = \vec{\Omega}_i \wedge \vec{OM}_i \quad (IV-3)$$

L'effet d'une translation ou d'une rotation élémentaire peut être calculé en chaque point d'une surface. On prend la valeur unité pour cette variation élémentaire et on calcule son effet suivant la normale à la surface pour chaque paramètre.

Au point M_i , l'effet suivant la normale du vecteur translation T_x suivant l'axe OX est défini comme suit :

$$T_{xi} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{xi} \\ N_{yi} \\ N_{zi} \end{pmatrix} = N_{xi} \quad (IV-4)$$

où N_{xi}, N_{yi} et N_{zi} sont les composantes de la normal N_i à la surface au point M_i .

Le vecteur T_x de translation a pour composantes :

$$T_x = (T_{x1}, T_{x2}, T_{x3}, \dots, T_{xn})$$

De la même façon, l'effet suivant la normale du vecteur translation T_y suivant l'axe OY est:

$$T_{yi} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{xi} \\ N_{yi} \\ N_{zi} \end{pmatrix} = N_{yi} \quad (IV-5)$$

Le vecteur T_y peut donc s'écrire sous la forme :

$$T_y = (T_{y1}, T_{y2}, T_{y3}, \dots, T_{yn})$$

Par analogie, le vecteur de translation suivant l'axe OZ s'écrit :

$$T_{zi} = N_{zi} \quad (IV-6)$$

$$T_z = (T_{z1}, T_{z2}, T_{z3}, \dots, T_{zn})$$

L'effet suivant la normale du vecteur rotation autour de l'axe OX est défini comme suit :

$$R_{xi} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} N_{xi} \\ N_{yi} \\ N_{zi} \end{Bmatrix} = (-N_{yi}Z_i + N_{zi}Y_i) \quad (IV-7)$$

Le vecteur rotation autour de l'axe OX s'écrit :

$$R_x = (R_{x1}, R_{x2}, R_{x3}, \dots, R_{xn})$$

De la même façon, l'effet suivant la normale du vecteur rotation autour de l'axe OY s'écrit:

$$R_{yi} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} N_{xi} \\ N_{yi} \\ N_{zi} \end{Bmatrix} = (N_{xi}Z_i - N_{zi}X_i) \quad (IV-8)$$

$$R_y = (R_{y1}, R_{y2}, R_{y3}, \dots, R_{yn})$$

Par analogie, l'effet suivant la normale du vecteur rotation autour de l'axe OZ est :

$$R_{zi} = (-Y_iN_{xi} + X_iN_{yi}) \quad (IV-9)$$

Le vecteur de rotation R_z autour de OZ peut donc s'écrire :

$$R_z = (R_{z1}, R_{z2}, R_{z3}, \dots, R_{zn})$$

II-2) Champ de défauts de forme

Sa construction dépend de la forme géométrique de la surface considérée. Dans notre cas, les surfaces sont celles des flancs des dentures. Les vecteurs de défauts de forme correspondent généralement aux défauts de réglage des machines de taillage des engrenages. Leur méthode de construction est indiquée dans le chapitre traitant l'optimisation des paramètres de réglage des machines de taillage.

III) ORTHONORMALISATION DES VECTEURS DE LA BASE D'ANALYSE

La méthode d'optimisation proposée par J.M. DAVID fait appel à une procédure d'orthonormalisation des vecteurs d'analyse construits. Cette procédure est basée sur la méthode de Gram-Schmidt qui peut être résumée comme suit [FRA82] (la base est constituée de m vecteurs réels à n composantes, l'espace vectoriel est désigné par $V_n^m(\mathbb{R})$) :

Soit $V_1, V_2, V_3, \dots, V_m$ une base de l'espace vectoriel $V_n^m(\mathbb{R})$. On définit :

$$\bar{Y}_1 = \bar{V}_1$$

$$\bar{Y}_2 = \bar{V}_2 - \frac{\bar{Y}_1 \cdot \bar{V}_2}{\bar{Y}_1 \cdot \bar{Y}_1} \bar{Y}_1$$

$$\bar{Y}_m = \bar{V}_m - \frac{\bar{Y}_1 \cdot \bar{V}_m}{\bar{Y}_1 \cdot \bar{Y}_1} \bar{Y}_1 - \frac{\bar{Y}_2 \cdot \bar{V}_m}{\bar{Y}_2 \cdot \bar{Y}_2} \bar{Y}_2 - \dots - \frac{\bar{Y}_{m-1} \cdot \bar{V}_m}{\bar{Y}_{m-1} \cdot \bar{Y}_{m-1}} \bar{Y}_{m-1}$$

Les vecteurs $G_i = Y_i / \|Y_i\|$, ($i = 1$ à m) sont deux à deux orthogonaux et forment une base orthonormale de $V_n^m(\mathbb{R})$

IV) OPTIMISATION DES VECTEURS D'ANALYSE

Il s'agit de représenter au mieux le champ d'erreurs E par un champ A (champ de projection) défini par une combinaison linéaire de m champs orthonormés [COO90] :

$$\vec{A} = \sum_{j=1}^{j=m} q_j \vec{G}_j \tag{IV-10}$$

En chaque point M_i ($i = 1$ à n , n étant le nombre de points), l'effet suivant la normale unitaire N du champ A est défini par la combinaison linéaire :

$$A_i = \sum_{j=1}^{j=m} q_j G_{ij} \tag{IV-11}$$

les q_j sont des coefficients que l'on déterminera en cherchant le minimum de la fonction :

$$T = \sum_{i=1}^{i=n} (E_i - A_i)^2 \tag{IV-12}$$

où E_i est l'effet suivant la normale du champ E au point M_i .

En substituant A_i par son expression, on obtient :

$$T = \sum_{i=1}^{i=n} E_i^2 - 2 \sum_{i=1}^{i=n} E_i \sum_{j=1}^{j=m} q_j G_{ij} + \sum_{i=1}^{i=n} \left(\sum_{j=1}^{j=m} q_j G_{ij} \right)^2 \tag{IV-13}$$

En tenant compte que les vecteurs unitaires G_j sont deux à deux orthogonaux, cette expression peut s'écrire sous la forme :

$$T = \sum_{i=1}^{i=n} E_i^2 - 2 \sum_{j=1}^{j=m} q_j \sum_{i=1}^{i=n} E_i G_{ij} + \sum_{j=1}^{j=m} q_j^2 \quad (\text{IV-14})$$

Soit $a_j = \sum_{i=1}^{i=n} E_i G_{ij}$. On peut alors réécrire T sous la forme :

$$T = \sum_{i=1}^{i=n} E_i^2 + \sum_{j=1}^{j=m} (q_j - a_j)^2 - \sum_{j=1}^{j=m} a_j^2 \quad (\text{IV-15})$$

Les quantités $\sum_{i=1}^{i=n} E_i^2$ et $\sum_{j=1}^{j=m} a_j^2$ ne dépendent que des données. Pour minimiser T il faut minimiser la quantité $\sum_{j=1}^{j=m} (q_j - a_j)^2$. Cette somme est positive ou nulle, il faut choisir $q_j = a_j$. Donc, la somme T est minimum lorsque les coefficients q_j sont égaux aux coefficients de Fourier relatifs à l'espace de projection.

IV-1) Retour à la base d'analyse

Le champ d'erreurs E étant exprimé dans la base orthonormée, on l'exprimera maintenant dans la base d'origine en calculant les coefficients b_j ($j=1$ à m) tel que l'on ait :

$$\sum_{j=1}^{j=m} b_j \vec{V}_j = \sum_{j=1}^{j=m} q_j \vec{G}_j \quad (\text{IV-16})$$

Les champs V_j ($j=1$ à m) sont les champs de base identifiés : les champs de position et ceux de défaut de forme qu'on a réussi à modéliser.

Les coefficients b_j ($j=1$ à m) sont donc les différents facteurs caractérisant les défauts de position (translations et rotations) et de forme (variation de l'épaisseur, déport, etc).

Les coefficients de position sont les différents déplacements et rotations que l'on imagine subir à la pièce posée sur le marbre de la machine, à mesurer pour la recentrer par rapport au référentiel théorique, autrement dit, ils caractérisent l'excentricité entre le référentiel théorique et celui de mesure, ou encore le défaut de position de la pièce dans son montage d'usinage.

Les coefficients de forme caractérisent les différents défauts de fabrication de la pièce (mauvais réglages des machines de production, usure d'outil de taillage, etc).

IV-2) Calcul des erreurs résiduelles

L'erreur résiduelle est la part des erreurs de tous les paramètres pouvant agir sur le champ d'erreurs E et qui ne sont pas identifiés. Au point M_i elle est définie par :

$$R_i = E_i - \sum_{j=1}^{j=m} b_j V_{ij} \quad (i=1 \text{ à } n) \quad (IV-17)$$

On interprète géométriquement le champ résiduel R comme un vecteur normal à l'espace de projection qui est constitué des vecteurs de la base d'analyse.

V) OPTIMISATION EN POSITION DES ECARTS RELEVES SUR UNE DENTURE CYLINDRIQUE

Cherchons les défauts de position de la pièce représentée sur la fig.II-10. Les mesures étant effectuées dans un plan normal à l'axe du pignon, les champs de position se réduisent aux champs de translation T_x (V_1), T_y (V_2) et de rotation R_z (V_3). Les tableaux IV-1a et IV-1b représentent leurs coefficients respectifs b_1 , b_2 et b_3 en optimisant les écarts réels et ceux calculés par rapport au point de référence.

Fichier Origine : DCM1PtTh+E	
Ecart quadratique moyen	: 0.1230175177
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0480718761
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.0347577000
Translation suivant Y en mm	: 0.0588587542
Rotation autour de Z en mm/m	: -1.6765227901
(a) : Optimisation en position des écarts réels	

Fichier Origine : DCM1-Eref	
Ecart quadratique moyen	: 0.0779125986
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0480718763
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.0347576999
Translation suivant Y en mm	: 0.0588587542
Rotation autour de Z en mm/m	: -0.6176468990
(b) : Optimisation en position des écarts par rapport au point de référence	

Tableau IV-1 : Optimisation en position d'un pignon cylindrique droit

Remarque

En mesurant le profil apparent d'une denture cylindrique hélicoïdale, l'optimisation en position s'effectue comme pour la denture droite : seuls les champs T_x , T_y et R_z peuvent être retenus.

Les tableaux IV-1a et IV-1b représentent des résultats tout à fait cohérents. En effet :

a) les écarts quadratiques moyens caractérisent la dispersion des résultats des mesures. Leurs valeurs ne dépendent que des écarts considérés.

b) Les écarts quadratiques résiduels moyens caractérisent les erreurs des phénomènes non identifiés. Comme les écarts par rapport au point de référence sont les différences entre les écarts réels des différents points et celui de ce point de référence, ils décrivent donc le même défaut que celui de ces écarts réels. Les vecteurs des bases d'analyse étant les mêmes, on doit alors s'attendre aux mêmes valeurs de écarts quadratiques résiduels. L'infime différence constatée est due aux erreurs d'approximations des calculs.

c) Les translations caractérisent l'excentricité entre les référentiels de mesure et théorique. Les points traités étant les mêmes, on doit alors s'attendre aux mêmes valeurs des coefficients d'optimisation des mêmes vecteurs d'analyse de position.

d) Les rotations autour de l'axe OZ sont différentes, résultat auquel on devrait s'attendre puisque dans la méthode du point de référence, on effectue à la pièce une rotation fictive supplémentaire correspondant à l'écart réel au point de référence. Compte tenu de la définition de la développante de cercle, cette rotation supplémentaire est le rapport de cet écart par le rayon du cercle de base. On peut alors écrire :

$$R_{z2} = R_{z1} + \frac{\epsilon_{ref} E_{ref}}{R_b} \quad (IV-18)$$

ϵ_{ref} est le signe du flanc auquel appartient le point de référence dont l'écart réel est E_{ref} , R_b le rayon du cercle de base, R_{z1} et R_{z2} les rotations respectives en optimisant les écarts réels et les écarts calculés par la méthode du point de référence.

A titre de vérification, pour le point de référence repéré sur la fig.IV-16 et qui est défini par $\epsilon_{ref} = -1$, $E_{ref} = -0.064676158$ mm et $R_b = 61.08002036$ mm (valeur calculée), on obtient :

$$R_{z2} = -1.6765227901 + \frac{0.064676158}{61.081002036} \times 1000 \approx -0.617646947 \text{ mm/m}$$

En comparant cette valeur avec celle de la fig.IV-1b, on remarque que la différence est insignifiante.

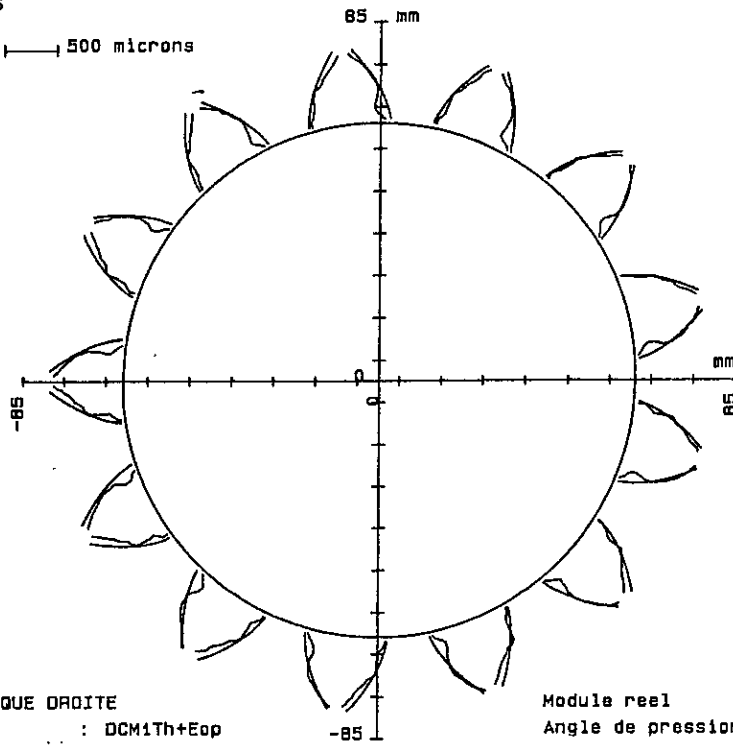
La fig.IV-1 illustre les écarts résiduels en tenant compte de ces résultats d'optimisation.

ECARTS RESIDUELS

Prog. : DC-R.MESUR

Grossissement : \longleftarrow 500 microns

Date : 14/10/1992



DENTURE CYLINDRIQUE DROITE
 Fichier mesure : DCM1Th+Eop
 Nbre de dents mesurees : 13
 Reference de la piece : ENSAM-LIL

Module reel : 10.000 mm
 Angle de pression reel : 20.000 deg
 Nombre de dents : 13
 Coefficient de depart : 0.4500

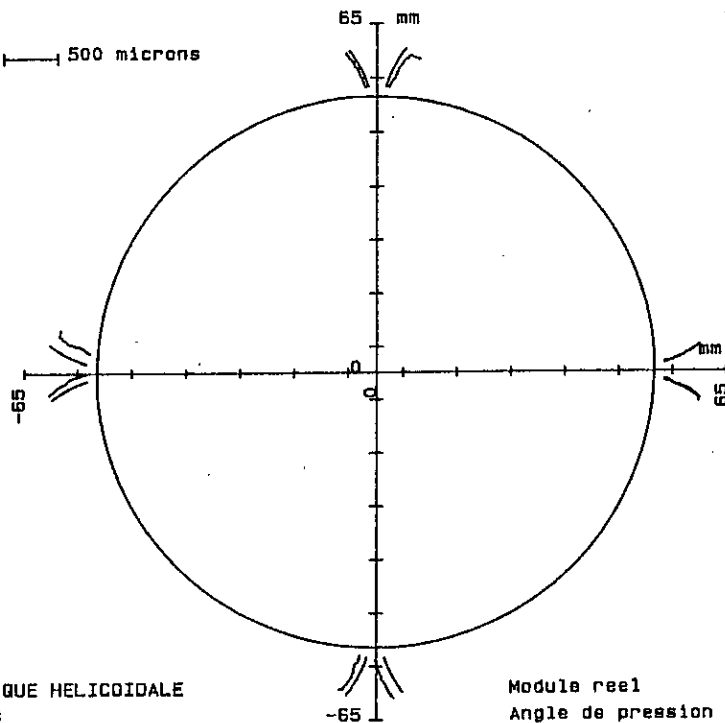
fig.IV-1

ECARTS REELS

Prog. : DC-R.MESUR

Grossissement : \longleftarrow 500 microns

Date : 28/11/1992



DENTURE CYLINDRIQUE HELICOIDALE
 (Helice a droite)
 Fichier mesure : GM1P11-42
 Nbre de dents mesurees : 4
 Reference de la piece : CVI-1141336

Module reel : 3.750 mm
 Angle de pression reel : 20.000 deg
 Angle d'helice primitive : 17.9167 deg
 Nombre de dents : 28
 Coefficient de depart : 0.5733

fig.IV-2

Pour une denture hélicoïdale, la relation entre R_{z1} et R_{z2} garde la même forme mais il faut tenir compte de l'inclinaison β_b de l'hélice de base. En effet, pour déterminer la rotation supplémentaire correspondant au point de référence (l'écart réel suivant la normale étant E_{ref}), on doit chercher l'écart défini dans un plan passant par ce point et normal à l'axe de la pièce. Evidemment, cet écart est porté par la tangente au cercle de base. On peut montrer facilement qu'il est égal à $E_{ref}/\cos(\beta_b)$. La formule précédente peut donc être écrite sous la forme :

$$R_{z2} = R_{z1} + \frac{\epsilon_{ref} E_{ref}}{R_b \cos \beta_b} \quad (IV-19)$$

Le tableau IV-2 récapitule les résultats d'optimisation des écarts relevés sur un pignon cylindrique hélicoïdal à l'aide d'une MMT UMC850 à commande numérique de Carl Zeiss équipée d'un logiciel de mesure des engrenages cylindriques. Les caractéristiques du pignon mesuré sont mentionnées sur la fig.IV-2 où on a représenté les écarts réels.

Fichier Origine : GM1PTh_240	
Ecart quadratique moyen	: 0.0697905052
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0451444958
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.0258799280
Translation suivant Y en mm	: 0.0291545025
Rotation autour de Z en mm/m	: -0.9368871341
(a) : Optimisation en position des écarts réels	

Fichier Origine : GM1P-Eref	
Ecart quadratique moyen	: 0.0798090876
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0451444959
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.0258799280
Translation suivant Y en mm	: 0.0291545024
Rotation autour de Z en mm/m	: -1.2221158238
(b) : Optimisation en position des écarts par rapport au point de référence	

Tableau IV-2 : Optimisation en position d'un pignon cylindrique hélicoïdal

Pour ce pignon, le point de référence choisi est caractérisé par $\epsilon_{ref} = -1$ et $E_{ref} = 0.0140714328$ mm. Avec $R_b = 51.53413679$ mm et $\beta_b = 16.80296685$ degrés, l'application de la formule (IV-19) donne $R_{z2} = -1.222115824$ mm/m.

VI) OPTIMISATION EN POSITION DES ECARTS RELEVES SUR UNE DENTURE CONIQUE DROITE

VI-1) Denture à développante sphérique

Les tableaux IV-3a et IV-3b illustrent, pour une denture à développante sphérique, les résultats d'optimisation en position des écarts réels fournis par la MMT et de ceux calculés suivant la méthode du point de référence (le pignon mesuré est représenté à la fig.III-19). On y constate pratiquement les mêmes valeurs à l'exception des rotations autour de l'axe Z, résultat auquel on devrait s'attendre puisque dans la méthode du point de référence, on effectue une rotation fictive supplémentaire de l'élément géométrique de base (ici le cône de base) correspondant à la valeur de l'écart réel au point de référence.

Fichier Origine : DS/O2Th+Em	
Ecart quadratique moyen	: 0.0644254172
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0563346427
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.1171966722
Translation suivant Y en mm	: 0.0332249161
Translation suivant Z en mm	: -0.0848863980
Rotation autour de X en mm/m	: 0.2886716481
Rotation autour de Y en mm/m	: 1.4253421194
Rotation autour de Z en mm/m	: 0.4629319220
(a) : Optimisation en position des écarts réels	

Fichier Origine : DSPtT+Eref	
Ecart quadratique moyen	: 0.1104199817
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0562887183
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.1170861764
Translation suivant Y en mm	: 0.0330273360
Translation suivant Z en mm	: -0.0853396441
Rotation autour de X en mm/m	: 0.2865396714
Rotation autour de Y en mm/m	: 1.4238940232
Rotation autour de Z en mm/m	: -2.2031578683
(b) : Optimisation en position des écarts par rapport au point de référence	

Tableau IV-3 : Optimisation en position d'un pignon conique droit à denture à développante sphérique

Comme pour la denture cylindrique droite, les rotations R_{z1} et R_{z2} autour de l'axe du pignon obtenues en optimisant respectivement les écarts réels et ceux par rapport au point de référence satisfont la même relation (IV-18) dans laquelle R_b est le rayon du cercle du cône de base qui roule sans glisser sur le plan de base. En désignant par R_{ref} le rayon de la sphère passant par le point de référence et de centre le sommet de ce cône de demi-angle au sommet δ_b , la relation (IV-18) devient :

$$R_{z2} = R_{z1} + \frac{\epsilon_{ref} E_{ref}}{R_{ref} \sin \delta_b} \quad (IV-20)$$

où E_{ref} est l'écart réel au point de référence, ϵ_{ref} le signe du flanc auquel appartient ce point.

A titre de vérification, pour le point de référence choisi, on a $\epsilon_{ref} = -1$, $E_{ref} = 0.103874$ mm, $R_{ref} = 85.001279$ mm et $\delta_b = 27.286765$ deg, la formule (20) donne :

$$R_{z2} \approx -2.2027 \text{ mm/m}$$

Si dans le cas de la denture cylindrique, la rotation R_{z2} calculé par la formule est très proche de celle fournie par l'optimisation, c'est parce que les développantes d'un même cercle sont parallèles entre elles (voir fig.II-2). En outre, pour une petite rotation du profil autour de l'axe de la pièce, les normales ne sont que très peu influencées. Il va de soit que cette propriété de profils parallèles n'est pas conservée pour la développante sphérique qui est tracée sur la sphère, ce qui explique la différence entre R_{z2} calculée par la formule et celle fournie par l'optimisation des écarts par rapport au point de référence. Toutefois, l'écart réel au point de référence étant très faible, leur différence est négligeable (exprimée en angle, elle est de l'ordre de 5×10^{-7} rad). L'analyse des écarts réels ou de ceux calculés par la méthode du point de référence aboutit en principe aux mêmes conclusions.

Les figures suivantes représentent des topographies des écarts résiduels (moyenne sur 4 dents) obtenus en optimisant en position les écarts réels (fig.IV-3) et les écarts par rapport au point de référence (fig.IV-4) relevés sur le pignon représenté à la fig.III-19.

TAILLAGE CONIFLEX

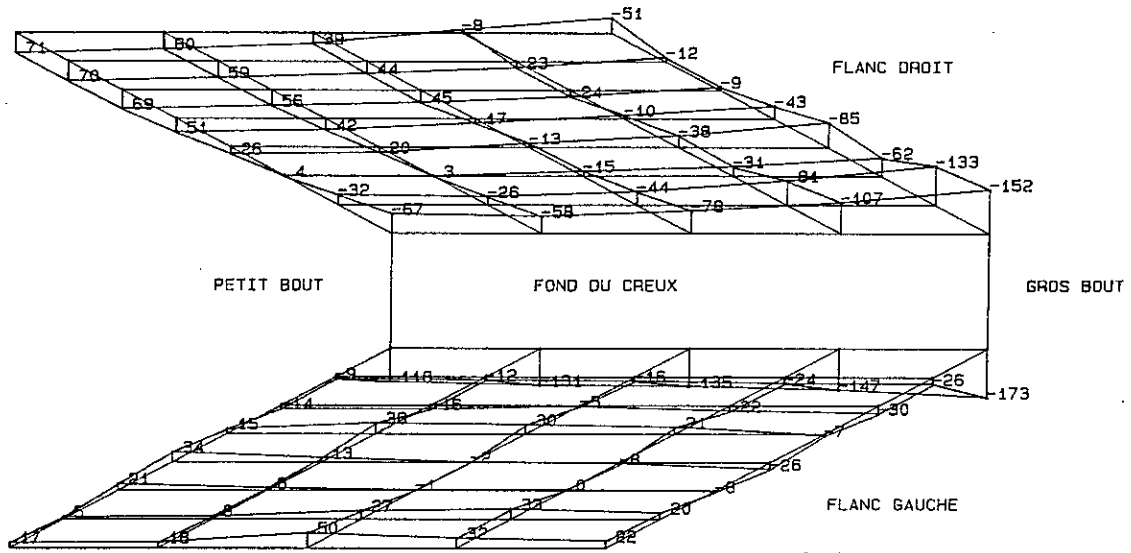
ECARTS RESIDUELS MOYENS (en microns)

PROFIL EN DEVELOPPANTE SPHERIQUE

ENGRENAGE CONIQUE DROIT

Prog. : RESULT-OPT

Date : 15/02/1993



PIGNON SNVI-CVI

Fichier optim. : DS/02ThEop

Fichiers origines : DS/02-Th+M

Nombre de dents mesurees : 4

fig.IV-3 : Optimisation en position des écarts réels

Demi-angle au sommet du :

* cone primitif : 29.7500 deg

* cone extérieur : 37.0167 deg

* cone intérieur : 25.4667 deg

Module : 6.4000 mm

Angle de pression : 22.5000 deg

Nombre de dents : 16

TAILLAGE CONIFLEX

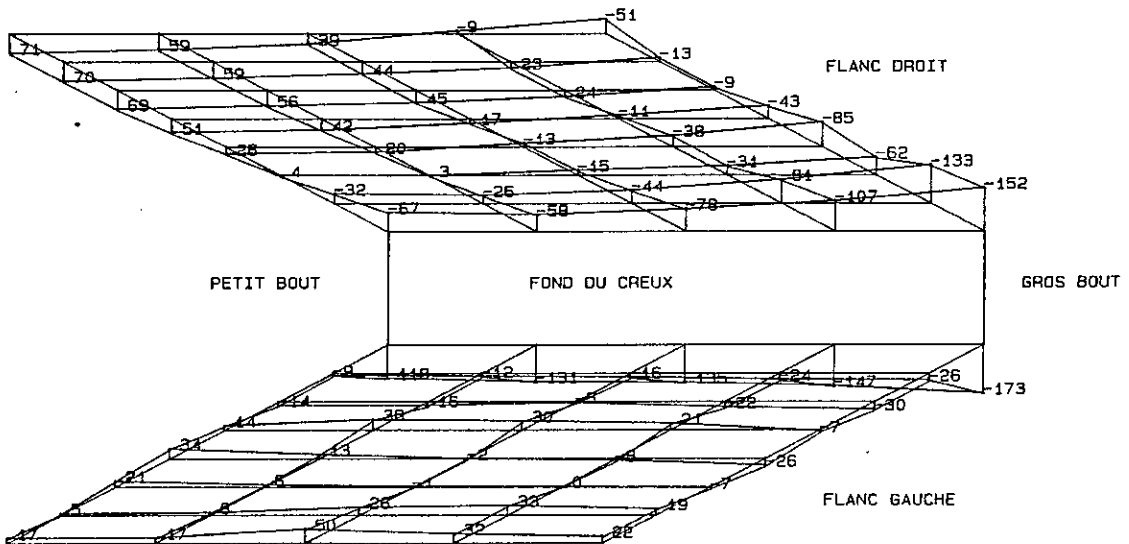
ECARTS RESIDUELS MOYENS (en microns)

PROFIL EN DEVELOPPANTE SPHERIQUE

ENGRENAGE CONIQUE DROIT

Prog. : RESULT-OPT

Date : 15/02/1993



PIGNON SNVI-CVI

Fichier optim. : DSPtT+Eopt

Fichiers origines : DSPtT+Eref

Nombre de dents mesurees : 4

fig.IV-4 : Optimisation en position des écarts par rapport au point de référence

Demi-angle au sommet du :

* cone primitif : 29.7500 deg

* cone extérieur : 37.0167 deg

* cone intérieur : 25.4667 deg

Module : 6.4000 mm

Angle de pression : 22.5000 deg

Nombre de dents : 16

VI-2) Dentures octoïdes

Les tableaux IV-4a et IV-4b représentent les résultats d'optimisation en position des écarts fournis par la MMT et de ceux calculés suivant la méthode du point de référence pour une denture octoïde de 1ere espèce. Les tableaux IV-5a et IV-5b correspondent au profil en octoïde de 2eme espèce. Les écarts ont été relevés sur le même pignon qui a été mesuré par rapport à la développante sphérique.

Fichier Origine : OCT1ThEmes	
Ecart quadratique moyen	: 0.0661800369
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0575327864
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.1177876023
Translation suivant Y en mm	: 0.0317243022
Translation suivant Z en mm	: -0.0934552799
Rotation autour de X en mm/m	: 0.2639511379
Rotation autour de Y en mm/m	: 1.4047109960
Rotation autour de Z en mm/m	: 0.4648896039
(a) : Optimisation en position des écarts réels	

Fichier Origine : OCT1CPeref	
Ecart quadratique moyen	: 0.1123369810
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0575207944
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.1177460382
Translation suivant Y en mm	: 0.0315379020
Translation suivant Z en mm	: -0.0940210317
Rotation autour de X en mm/m	: 0.2619012017
Rotation autour de Y en mm/m	: 1.4041119689
Rotation autour de Z en mm/m	: -2.2299727415
(b) : Optimisation en position des écarts par rapport au point de référence	

Tableau IV-4 : Optimisation en position d'un pignon conique droit à denture en octoïde de 1ere espèce

Fichier Origine : OCT2ThEmes	
Ecart quadratique moyen	: 0.0641802502
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0580849870
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.1167635143
Translation suivant Y en mm	: 0.0373856866
Translation suivant Z en mm	: -0.0527728845
Rotation autour de X en mm/m	: 0.3082544056
Rotation autour de Y en mm/m	: 1.4195013963
Rotation autour de Z en mm/m	: 0.4555208311
(a) : Optimisation en position des écarts réels	

Fichier Origine : OCT2CPeref	
Ecart quadratique moyen	: 0.1084195072
Ecart quadratique résiduel moyen	: 0.0580982509
===== Projections =====	
Translation suivant X en mm	: -0.1168000171
Translation suivant Y en mm	: 0.0372208404
Translation suivant Z en mm	: -0.0533577735
Rotation autour de X en mm/m	: 0.3064200404
Rotation autour de Y en mm/m	: 1.4198701799
Rotation autour de Z en mm/m	: -2.1481759557
(b) : Optimisation en position des écarts par rapport au point de référence	

Tabeau IV-5 : Optimisation en position d'un pignon conique droit à denture en octoïde de 2eme espèce

Remarque :

Puisque la denture octoïde peut être ramenée à la développante sphérique, la formule (IV-20) reste également valable pour cette denture. Considérons par exemple la denture octoïde de 2eme espèce. Le point de référence choisi est caractérisé par : $\epsilon_{ref} = -1$, $E_{ref} = 0.101433$ mm, $R_{ref} = 85.001249$ mm. L'angle δ_b associé à ce point de référence vaut = 27.272823 deg. La formule (IV-20) donne :

$$Rz2 \approx -2.1487 \text{ mm/m}$$

Les figures suivantes IV-5, IV-6, IV-7 et IV-8 représentent les topographies des écarts résiduels moyens obtenus en optimisant suivant le défaut de position les écarts réels et ceux par rapport au point de référence relevés par rapport aux profils en octoïde de 1ere et 2eme espèce.

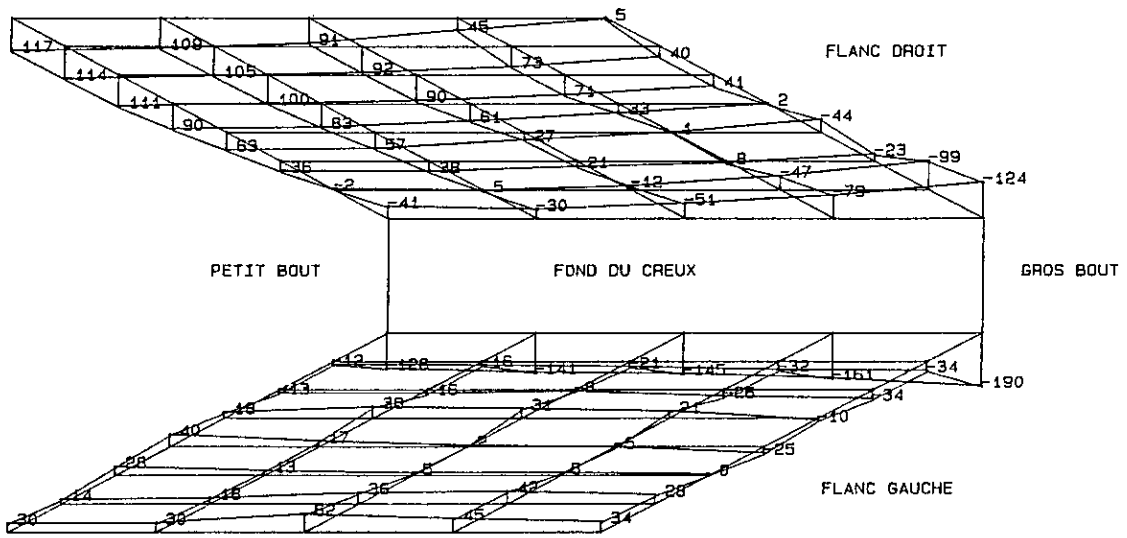
TAILLAGE CONIFLEX

ECARTS REELS MOYENS (en microns)
PROFIL EN OCTOIDE DE 1ere ESPECE

ENGRENAGE CONIQUE DROIT

Prog. : RESULT-MES

Date : 15/02/1993



PIGNON SNVI-CVI
Fichier mesure : OCT1-Th+M
Nombre de dents mesurees : 4

fig.IV-5 : Optimisation en position
des écarts réels

demi-angle au sommet du :

- * cone primitif : 29.7500 deg
- * cone exterieur : 37.0167 deg
- * cone interieur : 25.4667 deg

Module : 6.4000 mm
Angle de pression : 22.5000 deg
Nombre de dents : 16

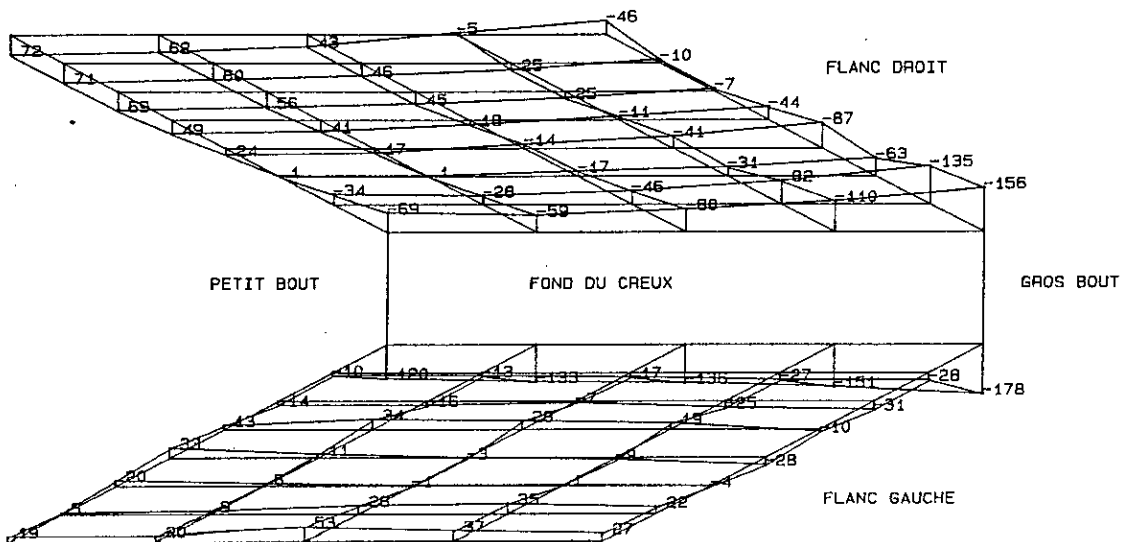
TAILLAGE CONIFLEX

ECARTS RESIDUELS MOYENS (en microns)
PROFIL EN OCTOIDE DE 1ere ESPECE

ENGRENAGE CONIQUE DROIT

Prog. : RESULT-OPT

Date : 15/02/1993



PIGNON SNVI-CVI
Fichier optim. : OCT1CPEopt
Fichiers origines : OCT1CPEref
Nombre de dents mesurees : 4

fig.IV-6 : Optimisation en position
des écarts par rapport
au point de référence

Demi-angle au sommet du :

- * cone primitif : 29.7500 deg
- * cone exterieur : 37.0167 deg
- * cone interieur : 25.4667 deg

Module : 6.4000 mm
Angle de pression : 22.5000 deg
Nombre de dents : 16

TAILLAGE CONIFLEX

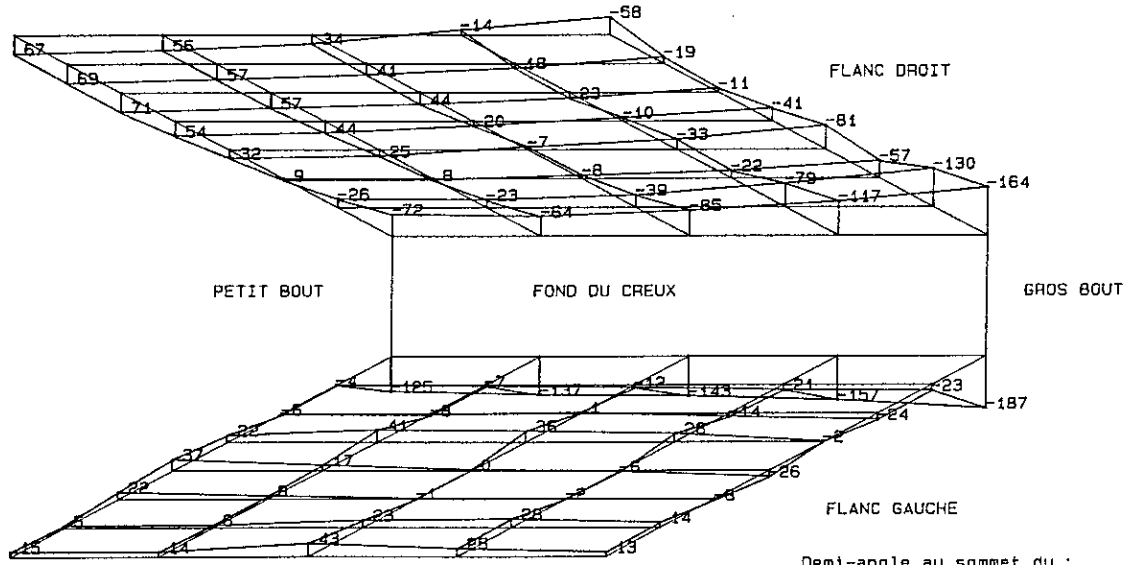
ECARTS RESIDUELS MOYENS (en microns)

PROFIL EN OCTOIDE DE 2eme ESPECE

ENGRENAGE CONIQUE DROIT

Prog. : RESULT-OPT

Date : 15/02/1993



PIGNON SNVI-CVI

Fichier optim. : OCT2ThEopt

Fichiers origines : OCT2-Th+M

Nombre de dents mesurees : 4

fig.IV-7 : Optimisation en position des écarts réels

Demi-angle au sommet du :

* cone primitif : 29.7500 deg

* cone extérieur : 37.0167 deg

* cone intérieur : 25.4667 deg

Module : 6.4000 mm

Angle de pression : 22.5000 deg

Nombre de dents : 16

TAILLAGE CONIFLEX

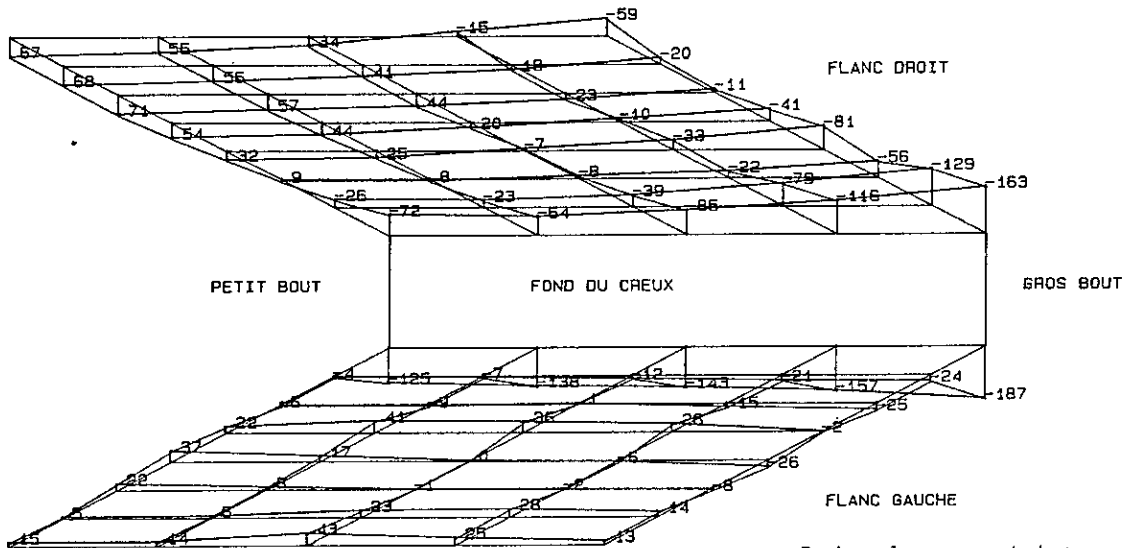
ECARTS RESIDUELS MOYENS (en microns)

PROFIL EN OCTOIDE DE 2eme ESPECE

ENGRENAGE CONIQUE DROIT

Prog. : RESULT-OPT

Date : 15/02/1993



PIGNON SNVI-CVI

Fichier optim. : OCT2CPEopt

Fichiers origines : OCT2CPEref

Nombre de dents mesurees : 4

fig.IV-8 : Optimisation en position des écarts par rapport au point de référence

Demi-angle au sommet du :

* cone primitif : 29.7500 deg

* cone extérieur : 37.0167 deg

* cone intérieur : 25.4667 deg

Module : 6.4000 mm

Angle de pression : 22.5000 deg

Nombre de dents : 16

VII) CONCLUSION

L'application de la méthode d'optimisation aux moindres carrés proposée par J.M. DAVID a permis de vérifier l'exactitude des méthodes de calcul des écarts par rapport au point de référence et de montrer que la méthode du point de référence consiste effectivement, comme montré en annexe 1, à effectuer une rotation autour de l'axe de la pièce d'un angle correspondant à l'écart réel de ce point de référence. Les écarts réels peuvent être ainsi transformés en écarts relatifs par rotation de la pièce autour de son axe. Il en résulte, en terme de coefficients d'optimisation, que le choix des écarts réels ou de ceux par rapport au point de référence n'influe pas sur leurs résultats d'analyse.

On constate que les coefficients quadratiques moyens résiduels de ces deux types d'écarts sont pratiquement identiques, ce qui signifie que les erreurs résiduelles qui représentent les effets des phénomènes non identifiés sont les mêmes. Donc, le choix de l'un ou l'autre type d'écarts n'influe pratiquement pas sur l'analyse des vecteurs d'analyse de défaut de forme qui est caractérisé par les erreurs résiduelles qu'on obtient en retranchant du champ erreur global les effets des vecteurs de position.

OPTIMISATION DES PARAMETRES DE REGLAGE DES MACHINES DE TAILLAGE

D) INTRODUCTION

On distingue principalement deux procédures d'analyse des effets des variations des paramètres de réglage des machines de taillage sur la géométrie de la surface de denture :

- analyse à partir des écarts relevés sur la surface de denture
- analyse à partir des portées obtenues en faisant engrener sur la machine à essayer le pignon à contrôler avec le pignon master.

Notre étude relève de la première procédure en utilisant la technique de mesure tridimensionnelle. A ce sujet, nous avons vu que l'ensemble des écarts relevés sur une surface peut être interprété par des coefficients traduisant le défaut de position. Les erreurs restantes constituent les purs défauts de forme qui peuvent être causés par de nombreux facteurs : la dilatation thermique de la pièce, l'usure (ou mauvais affûtage) de l'outil de taillage, les dérèglages ou mauvais réglages des paramètres de taillage de la machine, etc. La méthode d'optimisation de J.M DAVID permet de chiffrer les défauts de forme à condition de savoir les modéliser.

L'obtention d'une topographie des écarts peut être exploitée à profit pour apprécier les paramètres ayant provoqué une déviation de la surface réelle par rapport à la surface théorique en référant aux cartes-types. Ces cartes peuvent être obtenues en simulant l'effet des variations des paramètres définissant la surface mesurée (la pièce théorique étant représentée par un modèle mathématique ou simulée à partir de la chaîne cinématique de la machine de taillage) ou en agissant directement sur ces paramètres (la pièce est un master). Evidemment, la simulation est d'application plus rapide et permet d'étudier tous les paramètres intervenant dans le modèle mathématique. Pour les engrenages spiro-coniques, les références [LEM85] et [MAD87] fournissent des exemples de cartes d'erreurs simulant l'influence des modifications des paramètres de taillage.

Cette carte topographique représente l'effet global des variations de nombreux paramètres. Même si l'on possède des cartes de référence, il est difficile de séparer les parts d'erreurs revenant à ces paramètres, en particulier de séparer le défaut de position du défaut de forme, d'autant plus lorsqu'il existe deux ou plusieurs paramètres ayant des causes identiques (à un facteur multiplicateur près). A notre connaissance, les méthodes d'évaluation des corrections des réglages appliquées actuellement restent insuffisantes.

Nous proposons deux méthodes d'étude du défaut géométrique de la surface de denture en construisant les champs des vecteurs d'analyse correspondant aux paramètres de réglage des machines de taillage; la première est basée sur la modélisation de la surface de denture établie suivant sa génération théorique, la seconde, qui est plus générale, est basée sur l'influence des variations de ces paramètres de réglage sur l'épaisseur de denture puisque toute variation d'un réglage s'y manifeste. Les valeurs des corrections de ces réglages seront fournies en appliquant la méthode d'optimisation sus-citée.

Voyons plus en détail chacune de ces méthodes.

II) CONSTRUCTION DES CHAMPS D'ANALYSE DE DEFAUT DE FORME

II-1) 1ere méthode : Construction des vecteurs d'analyse en utilisant le modèle mathématique et en donnant une variation élémentaire au paramètre de réglage considéré.

Cette méthode à l'avantage d'étudier tous les paramètres qui interviennent dans la modélisation mathématique de la surface de denture. Nous la qualifions par "*méthode par simulation*".

On construit le vecteur d'analyse comme suit : Lorsque les paramètres P_1, P_2, P_3, P_j définissant la surface de denture prennent leurs valeurs nominales respectives $P_{o1}, P_{o2}, P_{o3}, P_{oj}$, on obtient la surface S_o décrite par les points $M_o(X_o, Y_o, Z_o)$ auxquels sont associées les normales $N_o(N_{xo}, N_{yo}, N_{zo})$. En faisant varier un paramètre P_k ($k=1$ à j) quelconque d'une quantité ΔP_k et en maintenant les autres constants, on obtient une autre surface S définie par les points $M(X, Y, Z)$ et les normales $N(N_x, N_y, N_z)$. L'erreur au point M suivant la normale à la surface S_o est donnée par le produit scalaire :

$$E_{nk} = M_o \vec{M} \cdot \vec{N}_o \quad (V-1)$$

ou encore :

$$E_{nk} = (X - X_o)N_{xo} + (Y - Y_o)N_{yo} + (Z - Z_o)N_{zo} \quad (V-2)$$

Si n est le nombre de points mesurés, le champ d'analyse W_k correspondant à ce paramètre P_k a donc pour composantes :

$$W_k = (E_{nk_1}, E_{nk_2}, E_{nk_3}, \dots, E_{nk_n})$$

L'optimisation aux moindres carrés donne un coefficient λ_k sans dimension. La valeur de la correction s'écrit :

$$\Delta P_{k_{opt}} = \lambda_k \Delta P_k \quad (V-3)$$

II-2) 2eme Méthode : Construction du vecteur d'analyse en considérant l'effet des variations des paramètres de réglage sur l'épaisseur de denture.

Cette méthode trouve particulièrement son application aux mesures manuelles ou aux points relevés en commande numérique à l'aide de logiciel de mesure de profils inconnus. Nous la qualifions par "*Méthode analytique*".

On construit le vecteur d'analyse comme suit : Si le réglage de la machine est régi par les paramètres P_1, P_2, P_3, P_j , et si l'on possède une relation $S = f(P_1, P_2, P_3, \dots, P_j)$, on pourra alors écrire:

$$dS = \frac{\partial f}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial f}{\partial P_2} dP_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial P_j} dP_j \quad (V-4)$$

L'analyse d'un paramètre P_k s'effectue en affectant une valeur non nulle à dP_k et en annulant les autres quantités dP_i ($i=1$ à j avec $i \neq k$). En étudiant donc le paramètre P_k , on aura:

$$dS = A_k dP_k \quad (V-5)$$

En associant à cette quantité un vecteur dS , l'effet de la variation ΔP_k sur la surface de denture s'exprime par le produit scalaire $dS.N$. Ce produit représente, au point donné, la composante du vecteur d'analyse de défaut de forme considéré. Si l'on a relevé n points et en appelant W_k ce vecteur, on aura :

$$W_k = (dS_1.N_1, dS_2.N_2, \dots, dS_n.N_n)$$

La construction du vecteur dS dépend évidemment de la forme géométrique de la surface mesurée. Nous éclaircissons ce point en considérant les dentures d'engrenages qui nous intéressent à présent.

III) OPTIMISATION DES VECTEURS D'ANALYSE DE DEFAUT DE FORME D'UNE DENTURE CYLINDRIQUE

- Le défaut de forme de la surface des flancs d'une denture cylindrique peut être causé par :
- un outil mal affûté ou usé (erreur sur l'angle de pression réel α_n)
 - un mauvais réglage de l'inclinaison de l'outil par rapport à l'axe de la pièce à tailler (erreur sur β_p)
 - un mauvais réglage de la profondeur de pénétration de l'outil (erreur sur le déplacement V du profil).

Chacun de ces paramètres influe d'une façon plus ou moins importante sur le défaut de forme de la surface de denture. Pour déterminer leurs influences nous passons d'abord à la construction de leurs champs d'analyse (on considère ici la méthode analytique).

On sait que l'épaisseur curviligne apparente de la denture sur un cercle de rayon R (fig.V-1) est donnée par la relation :

$$S_t = R \left[\frac{S_{pt}}{R_p} + 2(\text{inv}\alpha_t - \text{inv}\theta) \right] \quad (\text{V-6})$$

S_{pt} , l'épaisseur de denture au cercle primitif, est donnée par la formule :

$$S_{pt} = M_n \left(\frac{\pi}{2} + 2D \text{tg}\alpha_n \right)$$

Le coefficient de déport D s'exprime en fonction du déplacement V du profil par la relation:

$$D = \frac{V}{M_n} \quad \Rightarrow \quad V = DM_n$$

On a aussi (fig.V-1) :

$$R_b = R \cos\theta = R_p \cos\alpha_t = \frac{M_n Z}{2} \cdot \frac{\cos\alpha_t}{\cos\beta}$$

α_n est l'angle de pression réel, M_n le module réel et β l'angle de l'hélice primitive de denture.

En dérivant l'expression (V-6), on obtient :

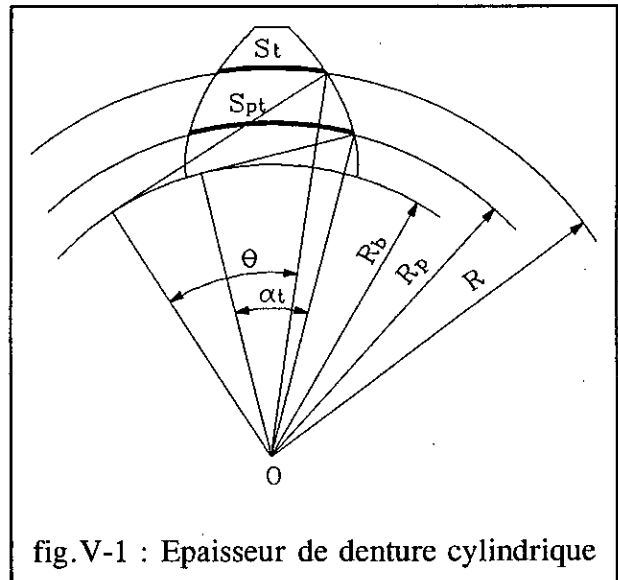


fig.V-1 : Epaisseur de denture cylindrique

$$dS_t = R \left\{ \frac{R_p dS_{pt} - S_{pt} dR_p}{R_p^2} + 2[d(\text{inv}\alpha_t) - d(\text{inv}\theta)] \right\} + \left[\frac{S_{pt}}{R_p} + 2(\text{inv}\alpha_t - \text{inv}\theta) \right] dR \quad (\text{V-7})$$

Cette quantité représente la variation totale de l'épaisseur curviligne de la dent. Rapportée au flanc, elle vaut $dS = dS_t/2$.

En posant :

$$A = \frac{R_p dS_{pt} - S_{pt} dR_p}{R_p^2} + 2[d(\text{inv}\alpha_t) - d(\text{inv}\theta)] + \left[\frac{S_{pt}}{R_p} + 2(\text{inv}\alpha_t - \text{inv}\theta) \right] \frac{dR}{R} \quad (\text{V-8})$$

on aura $dS = RA$.

De la relation : $R_b = R \cos\theta$, on en déduit :

$$dR_b = \cos\theta dR - R \sin\theta d\theta$$

$$\text{d'où :} \quad d\theta = \frac{\cos\theta dR - dR_b}{R \sin\theta} \quad (\text{V-9})$$

En calculant les différentielles dS_{pt} , dR_p , $d(\text{inv}\alpha_t)$, $d(\text{inv}\theta)$ et dR_b en fonction des paramètres de réglage de la machine de taillage et en tenant compte de la relation (V-9), on obtient :

$$A = \frac{\text{tg}\alpha_t}{R_p} dV + \left(\frac{V}{R_p} + \sin^2\alpha_t - \text{tg}\theta \sin\alpha_t \cos\alpha_t \right) \frac{d\alpha_n}{\cos\beta \cos^2\alpha_n} + \left(\sin^2\alpha_t \text{tg}\alpha_t + \text{tg}\theta \cos^2\alpha_t \right) \text{tg}\beta d\beta + \left(\frac{S_{pt}}{2R_p} + \text{inv}\alpha_t - 2\text{tg}\theta + \theta \right) \frac{dR}{R} \quad (\text{V-10})$$

Signalons que la quantité dR ne correspond pas à un paramètre de réglage de la machine de taillage. Dans ce qui suit on la prendra nulle pour éviter son influence sur les autres paramètres de défaut de forme. L'expression de A devient alors :

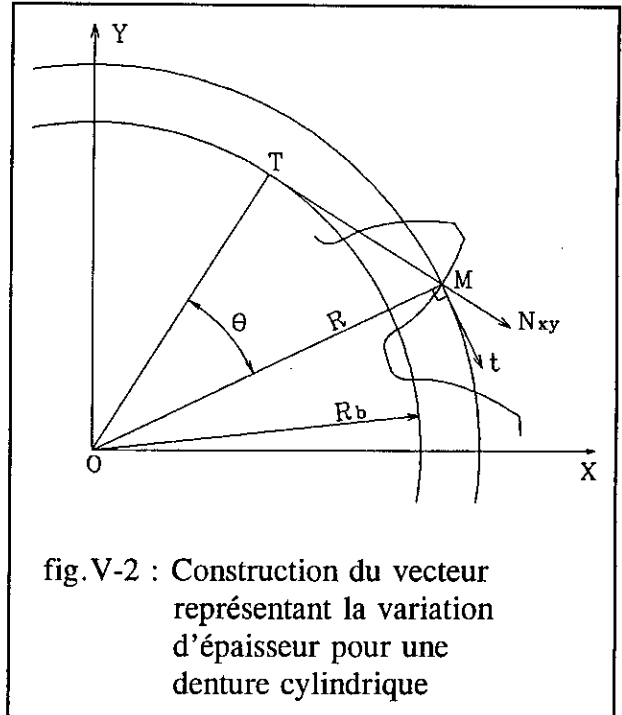
$$A = \frac{\text{tg}\alpha_t}{R_p} dV + \left(\frac{V}{R_p} + \sin^2\alpha_t - \text{tg}\theta \sin\alpha_t \cos\alpha_t \right) \frac{d\alpha_n}{\cos\beta \cos^2\alpha_n} + \left(\sin^2\alpha_t \text{tg}\alpha_t + \text{tg}\theta \cos^2\alpha_t \right) \text{tg}\beta d\beta \quad (\text{V-11})$$

Cette relation montre qu'une augmentation du déport ou de l'angle de l'hélice primitive donne un accroissement de l'épaisseur de denture le long de la hauteur de cette denture. Par contre, une augmentation de l'angle de pression donne un accroissement de l'épaisseur de denture sur le cercle de base et une diminution de cette épaisseur sur le cercle de tête.

III-1) Construction du vecteur d'analyse

On construit le vecteur $d\vec{S}$ en admettant que son support est celui de la tangente unitaire \vec{t} (fig.V-2), au point M, au cercle de rayon R. On oriente le vecteur \vec{t} à l'extérieur de la matière comme pour la normale à la surface de denture. Le vecteur $d\vec{S}$ a donc pour composantes :

$$\vec{dS} \begin{cases} dS.t_x \\ dS.t_y \\ 0 \end{cases}$$



L'effet suivant la normale \vec{N} du vecteur $d\vec{S}$ s'exprime par le produit scalaire de ces deux vecteurs. Comme pour la construction des champs de position, ce produit scalaire représente aussi la composante au point M du champ W_k de défaut de forme correspondant au paramètre considéré P_k de réglage de la machine de taillage. On a alors :

$$W_{k_i} = d\vec{S} \cdot \vec{N} = dS(t_x N_x + T_y N_y + t_z N_z) \quad (V-12)$$

$i = 1$ à n , n étant le nombre de points palpés.

Comme $t_z = 0$, on a donc :

$$W_{k_i} = d\vec{S} \cdot \vec{N} = dS(t_x N_x + T_y N_y)$$

ce qui peut être encore écrit sous la forme:

$$W_{k_i} = dS \|\vec{t}\| \cdot \|\vec{N}_{xy}\| \cos(\vec{t}, \vec{N}_{xy})$$

d'où :

$$W_{k_i} = dS \cos \beta_b \cos \theta$$

N_{xy} est la projection de la normale \vec{N} dans le plan normal à l'axe de la pièce. Son module vaut $\cos \beta_b$. L'effet de $d\vec{S}$ suivant la normale \vec{N} s'écrit alors sous la forme :

$$W_{k_i} = RA \cos \beta_b \cos \theta$$

Et puisque $R_b = R \cdot \cos\theta$, la composante du champ W_k s'écrit tout simplement:

$$W_{k_i} = d\vec{S} \cdot \vec{N} = R_b A \cos\beta_b \quad (V-13)$$

Le champ W_k a donc pour composantes :

$$W_k = (W_{k_1}, W_{k_2}, W_{k_3}, \dots, W_{k_n})$$

L'influence d'un paramètre de réglage donné (le déport par exemple) sur le défaut de forme de la denture s'obtient en lui donnant une variation élémentaire ($\Delta V = 0.1$ mm par exemple pour le déport) et en maintenant les autres paramètres constants. Pour les paramètres angulaires, on prendra une variation élémentaire de l'ordre de 1 mm/m (soit 10^{-3} rad).

Enfin, remarquons que lorsqu'on fait varier uniquement le déport, le produit scalaire $d\vec{S} \cdot \vec{N}$ est constant le long de la développante de cercle, ce qui signifie que l'effet suivant la normale d'une variation du déport est constant le long de la hauteur de denture.

Pour le paramètre P_k , l'optimisation aux moindres carrés donne un coefficient λ_k sans dimension. La valeur de la correction s'écrit :

$$\Delta \hat{P}_{k_{opr}} = \lambda_k \Delta P_k$$

ΔP_k est la variation unitaire (ΔV ou $\Delta \alpha_n$ ou $\Delta \beta$) du paramètre de réglage P_k (V ou α_n ou β).

III-2) Etude d'indépendance des vecteurs d'une base d'analyse

Les vecteurs d'analyse ainsi construits peuvent présenter, au sens mathématique, une dépendance entre eux et même avec les vecteurs du champ de position. On rencontre cette dépendance entre deux ou plusieurs vecteurs lorsqu'ils sont colinéaires ou lorsqu'un vecteur peut être exprimé par une combinaison linéaire d'un certain nombre des autres vecteurs du sous-espace.

L'application de la méthode d'étude d'indépendance des vecteurs d'une base d'analyse proposée par le laboratoire de métrologie de l'E.N.S.A.M de Lille permet de mettre en évidence les vecteurs présentant une dépendance entre eux. Cette méthode est clairement expliquée dans la référence [COO90]. Elle consiste à projeter un vecteur dans le sous-espace des autres vecteurs et à exprimer le rapport entre la norme de sa partie non décomposable et de sa norme avant analyse. Ce rapport appelé "*coefficient d'indépendance*" peut être considéré comme le carré d'un sinus généralisé. S'il est proche de 1, le vecteur est presque orthogonal au sous-espace des autres vecteurs, s'il est proche de zéro le vecteur appartient presque à ce sous-espace.

Dans cette méthode, on définit aussi les coefficients qui expriment la décomposition du vecteur à analyser sur la base d'analyse des autres vecteurs. Ils peuvent être considérés comme des cosinus généralisés. Si la décomposition de ce vecteur sur l'un des autres vecteur

donne un coefficient proche de zéro, ces deux vecteurs sont presque orthogonaux. Si ce coefficient est proche de 1, les deux vecteurs sont presque colinéaires (en présence de vecteurs fortement dépendants, l'analyse d'une base constituée de plus de deux vecteurs pourrait donner des coefficients erronés). Ces coefficients permettent donc de repérer les vecteurs présentant une dépendance mutuelle.

La fig.V-3 donne la décomposition de chacun des vecteurs d'analyse du défaut de forme d'une denture cylindrique hélicoïdale (les suffixes "sim" et "cal" se rapportent respectivement aux vecteurs construits suivant la méthode par simulation et la méthode analytique, les lettres A, B et V désignent respectivement l'angle de pression α_n , l'angle d'hélice primitive β et le déport V).

On constate, selon les coefficients de décomposition, que les vecteurs d'analyse construits suivant la méthode par simulation ou analytique sont pratiquement identiques. Il est clair que l'optimisation d'un vecteur défini par l'une ou l'autre méthode donnera pratiquement le même coefficient.

La fig.V-3b montre que le vecteur à analyser se projette totalement sur la base d'analyse des autres vecteurs (la dépendance est totale). Quant à la fig.V-3a, nous pensons que la faible indépendance provient des approximations de calcul du fait d'admettre que la normale au point touché est la même que celle au point visé.

L'étude d'indépendance montre que les champs de variation du déport (V3) et de l'angle d'inclinaison de l'hélice primitive (V2) sont très dépendants. En reprenant deux à deux les vecteurs de la fig.V-3a par exemple, la fig.V-4c montre clairement cette dépendance. En conséquence, il est impossible de déterminer simultanément les corrections à apporter sur les réglages du déport et de l'inclinaison de l'outil de taillage par rapport à l'axe de la pièce. La base d'analyse se réduit donc à deux vecteurs : le vecteur d'analyse de l'angle de pression avec celui de l'inclinaison de l'hélice primitive ou avec celui du déport.

Les figures V-4a et V-4b montrent que la meilleure base d'analyse qu'on peut retenir est constituée des champs de variation de l'angle de pression et de l'angle d'inclinaison de l'hélice primitive. La fig.V-4b montre aussi que la base d'analyse est acceptable si l'on s'intéresse uniquement aux paramètres correspondants au déport et à l'angle de pression (cas de la denture cylindrique droite).

En ajoutant maintenant les champs de position aux deux champs de défaut de forme retenus, on trouve (fig.V-5 et fig.V-6) que les nouvelles bases d'analyse sont pratiquement acceptables étant donné que les coefficients d'indépendance sont très proches de 1 et que les coefficients de décomposition de chaque vecteur d'analyse sur les autres vecteurs du sous-espace sont faibles.

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 2    V 3
-5.4586 5.7137
SOMME DES CARRES DE V 1      :    1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :    0.000000865
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :    0.000929993
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 3
-0.1832 1.0467
SOMME DES CARRES DE V 2      :    1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :    0.000000029
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :    0.000170371
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2
0.1750 0.9554
SOMME DES CARRES DE V 3      :    1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :    0.000000026
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :    0.000162767
    
```

FICHIERS :

```

GM1P-dAsin ----> V 1
GM1P-dBsin ----> V 2
GM1P-dVsin ----> V 3
    
```

(a)

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 2    V 3
-5.4862 5.7413
SOMME DES CARRES DE V 1      :    1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :    0.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :    0.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 3
-0.1823 1.0465
SOMME DES CARRES DE V 2      :    1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :    0.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :    0.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2
0.1742 0.9556
SOMME DES CARRES DE V 3      :    1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :    0.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :    0.000000000
    
```

FICHIERS :

```

GM1P-dAcal ----> V 1
GM1P-dBcal ----> V 2
GM1P-dVcal ----> V 3
    
```

(b)

fig.V-3 : Etude d'indépendance des vecteurs d'analyse du défaut de forme d'une denture cylindrique

- (a) : Vecteurs construits suivant la méthode par simulation
- (b) : Vecteurs construits suivant la méthode analytique

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

V 2
0.1694
SOMME DES CARRES DE V 1 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.971305090
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.985548117

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

V 1
0.1694
SOMME DES CARRES DE V 2 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.971305090
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.985548117

FICHIERS :
GM1P-dAsim ----> V 1
GM1P-dBsim ----> V 2

(a)

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

V 2
0.3369
SOMME DES CARRES DE V 1 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.886529495
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.941556953

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

V 1
0.3369
SOMME DES CARRES DE V 2 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.886529495
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.941556953

FICHIERS :
GM1P-dAsim ----> V 1
GM1P-dVsim ----> V 2

(b)

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

V 2
0.9850
SOMME DES CARRES DE V 1 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.029752808
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.172490023

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

V 1
0.9850
SOMME DES CARRES DE V 2 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.029752808
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.172490023

FICHIERS :
GM1P-dBsim ----> V 1
GM1P-dVsim ----> V 2

(c)

fig.V-4 : Mise en évidence de la dépendance entre les vecteurs d'analyse du défaut de forme

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 2    V 3    V 4    V 5
0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
SOMME DES CARRES DE V 1      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 1.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 1.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 3    V 4    V 5
0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
SOMME DES CARRES DE V 2      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 1.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 1.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2    V 4    V 5
0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
SOMME DES CARRES DE V 3      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 1.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 1.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 4 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2    V 3    V 5
0.0000 0.0000 0.0000 0.1694
SOMME DES CARRES DE V 4      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.971305090
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 0.985548117
    
```

DECOMPOSITION de V 5 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2    V 3    V 4
0.0000 -0.0000 -0.0000 0.1694
SOMME DES CARRES DE V 5      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.971305090
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 0.985548117
    
```

FICHIERS :

```

TX      ----> V 1
TY      ----> V 2
RZ      ----> V 3
GMIP-dAsim ----> V 4
GMIP-dBsim ----> V 5
    
```

fig.V-5

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 2    V 3    V 4    V 5
0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
SOMME DES CARRES DE V 1      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 1.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 1.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 3    V 4    V 5
0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
SOMME DES CARRES DE V 2      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 1.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 1.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2    V 4    V 5
0.0000 0.0000 0.0000 -0.0000
SOMME DES CARRES DE V 3      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 1.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 1.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 4 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2    V 3    V 5
0.0000 0.0000 0.0000 0.3369
SOMME DES CARRES DE V 4      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.886529495
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 0.941556953
    
```

DECOMPOSITION de V 5 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2    V 3    V 4
-0.0000 -0.0000 -0.0000 0.3369
SOMME DES CARRES DE V 5      : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.886529495
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  : 0.941556953
    
```

FICHIERS :

```

TX      ----> V 1
TY      ----> V 2
RZ      ----> V 3
GMIP-dAsim ----> V 4
GMIP-dVsim ----> V 5
    
```

fig.V-6

III-3) Optimisation des vecteurs d'analyse

On effectue l'optimisation des vecteurs d'analyse de défaut de forme construits suivant la méthode par simulation en considérant le fichier des points et normales théoriques et des écarts mesurés (écarts réels). Par contre, on effectue l'optimisation des vecteurs d'analyse construits suivant la méthode analytique en considérant le fichier des points et normales réels (points touchés) et des écarts calculés par rapport au point de référence.

Les valeurs des corrections à effectuer sur les paramètres de réglage de la machine de taillage s'obtiennent en multipliant les coefficients donnés par l'optimisation par 0.1 mm pour le déport V et par 0.001 rad pour les angles de pression α_n et d'inclinaison β de l'hélice primitive.

A remarquer que l'angle de pression d'une denture cylindrique n'est pas un paramètre de réglage mais son optimisation peut témoigner de l'usure ou d'un mauvais affûtage de l'outil de taillage.

a) Denture cylindrique droite

Théoriquement, pour une denture cylindrique droite, on n'effectue pas de réglage de l'inclinaison de la génératrice de l'outil de taillage par rapport à l'axe de la pièce. Il reste donc à analyser l'influence du déport et de l'angle de pression.

A titre de comparaison, La fig.V-7 récapitule les résultats d'optimisation en position et en forme pour le pignon de la fig.II-10 en considérant toutes les combinaisons des champs de défaut de forme.

Conformément à l'étude d'indépendance, on constate que les deux vecteurs d'analyse de défaut de forme présentent une dépendance mutuelle. Théoriquement, si la base d'analyse est parfaitement orthogonale, les coefficients d'optimisation n'auraient pas changé comme on le remarque pour les vecteurs de position qui ne changent pratiquement pas de valeurs. Cependant, la dépendance entre ces deux vecteurs de forme étant faible, on peut admettre leurs coefficients comme corrections à apporter aux paramètres correspondants de réglage de la machine de taillage.

b) Denture cylindrique hélicoïdale

En tenant compte de l'étude d'indépendance des champs d'analyse et en considérant les écarts relevés sur le pignon cylindrique hélicoïdal de la fig.IV-3, la fig.V-8 récapitule les résultats d'optimisation en position et en forme.

On remarque que pour le vecteur représentant la variation de l'angle de pression, les deux méthodes de construction des vecteurs d'analyse donnent des coefficients différents; l'écart moyen exprimé en degré est de l'ordre de 0.012 (soit 43" environ). Quant aux deux autres paramètres, les deux méthodes donnent pratiquement les mêmes résultats.

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : DCM1P1Th+E

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1230175177
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0470559134

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0347577000
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0588587542
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -1.6765227902
DCM1-dAsim : -2.4431591341

(a)

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : DCM1P1Th+E

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1230175177
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0333110728

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0347577000
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0588587542
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -1.6765227901
DCM1-dVsim : -1.0144016148

(b)

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : DCM1P1Th+E

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1230175177
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0327104372

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0347577000
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0588587542
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -1.6765227901
DCM1-dAsim : -1.5733298865
DCM1-dVsim : -0.9953319098

(c)

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : DCM1-Eref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0779125986
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0470169105

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0347261793
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0588053770
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -0.6161265137
DCM1-dAcal : -2.4916001203

(d)

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : DCM1-Eref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0779125986
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0333136783

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0347576999
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0588587542
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -0.6176468990
DCM1-dVcal : -1.0133014064

(e)

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : DCM1-Eref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0779125986
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0326884663

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0347373719
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0588243306
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -0.6166663840
DCM1-dAcal : -1.6068632408
DCM1-dVcal : -0.9935354752

(f)

fig.V-7 : Optimisation en position et en forme
d'une denture cylindrique droite

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : GM1PTh_240

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0697905052
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0430784182

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0258799280
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0291545025
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -0.9368871341
GM1P-dAsim : -0.4048972221
GM1P-dBsim : -1.8039844759

(a)

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : GM1P-Eref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0798090876
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0430905076

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0258861958
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0291615633
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -1.2223427272
GM1P-dAcal : -0.6061916537
GM1P-dBcal : -1.7906057385

(c)

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : GM1PTh_240

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0697905052
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0430785299

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0258799280
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0291545025
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -0.9368871341
GM1P-dAsim : 0.8826889964
GM1P-dVsim : -0.4091534809

(b)

*** ENSAM *** OPTIMISATION ***

DATE : 19/11/1992
NOM DU FICHIER :
FICHIERS ORIGINES : GM1P-Eref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0798090876
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0430905076

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.0258861958
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0291615633
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -1.2223427272
GM1P-dAcal : 0.6654076892
GM1P-dVcal : -0.4044864200

(d)

fig.V-8 : Optimisation en position et en forme
d'une denture cylindrique hélicoïdale

IV) OPTIMISATION DES VECTEURS D'ANALYSE DE DEFAUT DE FORME D'UNE DENTURE CONIQUE DROITE

Etant donné la difficulté de matérialiser l'outil de génération d'une denture à développante sphérique, on ne réalise que la denture en octoïde.

Le pignon que nous avons mesuré est taillé sur une machine Gleason Coniflex à l'aide de deux fraise disques de grand diamètre. Selon le procédé de génération utilisé sur cette machine, la denture taillée est en octoïde de 2eme espèce.

Le défaut de forme de denture peut provenir du :

a) positionnement de la pièce à tailler

- 1) Réglage de la position du sommet S du cône primitif de manière à avoir ce point sur l'axe de rotation du berceau (fig.V-9).
- 2) Réglage de l'inclinaison de l'axe de la pièce par rapport à celui du berceau de façon à amener le plan normal en S à ce dernier axe tangent au cône de pied du pignon (réglage suivant l'angle $\delta_p - \nu_f$).

b) positionnement de l'outil de taillage

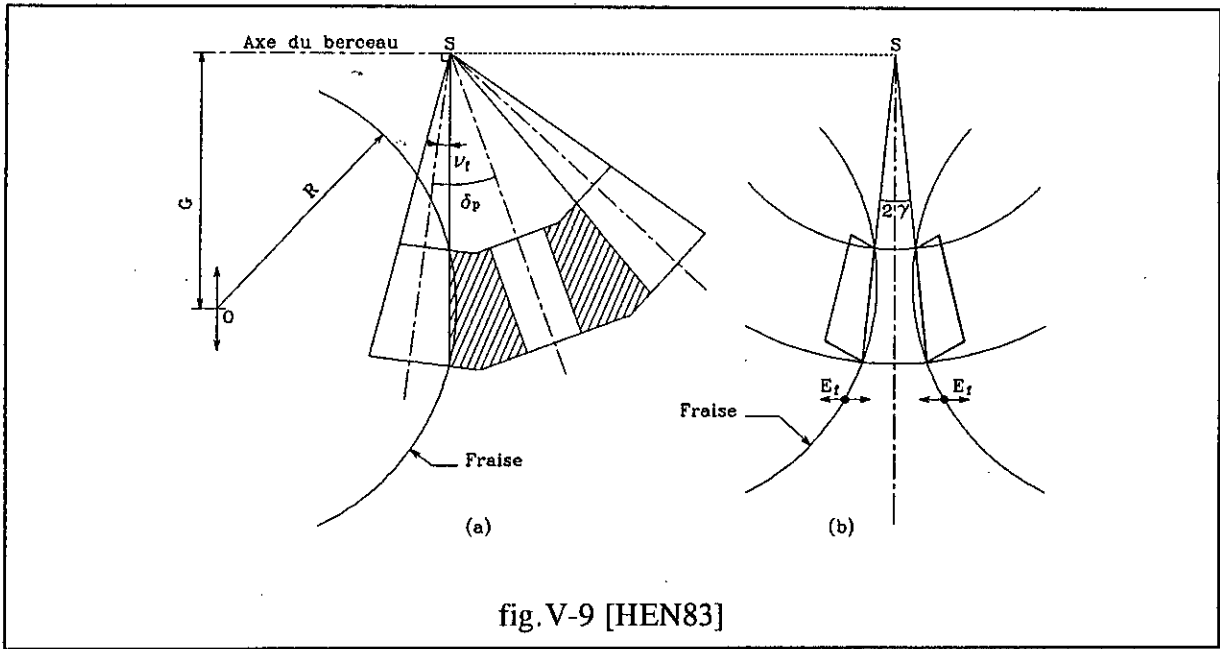
- 1) Réglage définissant la distance G (génératrice moyenne du cône de pied du pignon) de telle sorte que les fraises soient en regard de la denture taillée (fig.V-9a).
- 2) Réglage de l'inclinaison γ de chacun des demi-berceaux des fraises (fig.V-9b).
- 3) Réglage de l'écartement E_f des fraises de manière à ce que les plans qui les matérialisent passent par le sommet S du cône primitif.
- 4) Inclinaison des fraise de manière à ce que leurs plans soient inclinés d'un angle égale à l'angle de pression α par rapport à la normale au plan primitif de la roue plate génératrice.
- 5) profondeur de pénétration des fraises (déport V)

Les modifications de ces réglages (dérèglages par exemple ou usure de l'outil de taillage) engendrent donc un défaut géométrique de la surface de denture par rapport à la géométrie théorique. Une première appréciation de ces défauts peut être fournie par la carte topographique des écarts relevés à l'aide de la machine à mesurer tridimensionnelle.

A remarquer que sur ces machines de taillage, l'angle de pression n'est pas un paramètre réglable; il est fixe pour une machine de taillage donnée. Son optimisation peut témoigner, comme pour la denture cylindrique, de l'usure ou d'un mauvais affûtage de l'outil de taillage.

On peut noter déjà les constatations suivantes :

- a) la position du sommet S du cône primitif est donnée par l'optimisation en position.
- b) les fraises sont de diamètre suffisamment grand pour permettre le taillage de toute la largeur de denture du pignon sans nécessiter de mouvement d'avance dans le sens longitudinal. Leurs plans matérialisent les flancs de denture de la roue plate génératrice. Une petite variation du réglage de la distance G n'influe pratiquement pas sur la forme de la denture du pignon.



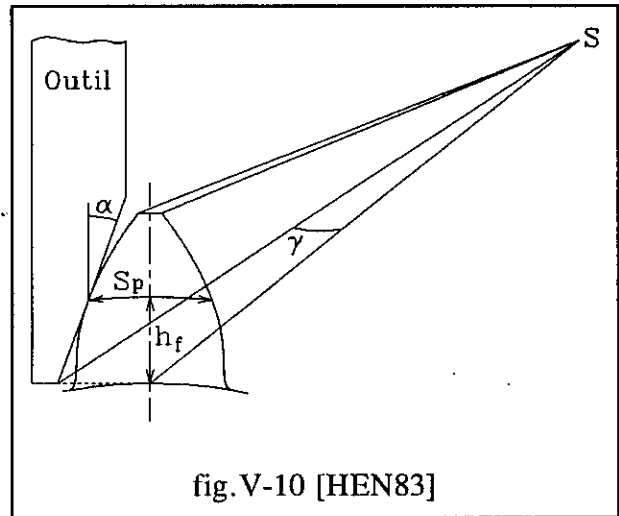
Voyons maintenant l'influence des autres paramètres sur la géométrie de la surface de denture.

On calcule l'angle γ par la formule approximative (fig.V-10) :

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\frac{S_p}{2} + h_f \operatorname{tg} \alpha}{R_f} \quad (\text{V-14})$$

et l'écartement E_f par la relation :

$$E_f = G \sin \gamma \quad (\text{V-15})$$



R_f est la génératrice du cône de pied, S_p l'épaisseur primitive de denture et α l'angle de pression.

La hauteur h_f du creux s'exprime par la relation :

$$h_f = C_f M - V \quad (\text{V-16})$$

où C_f désigne le coefficient de creux (il est égal à 1,25 pour une denture normalisée) et V le déplacement du profil (déport).

Les réglages E_f et γ ont des effet similaires. En effet, en dérivant la relation (V-15), on obtient:

$$dE_f = G \cos \gamma d\gamma$$

G et γ étant constants pour tous les points de la surface de denture, cette relation montre que les vecteurs d'analyse correspondant à l'écartement E_f et à l'inclinaison γ des fraises sont colinéaires.

Enfin, l'angle $(\delta_p - \nu_f)$ n'est autre que l'angle intérieur δ_i du pignon. Cet angle n'intervient pas dans la modélisation mathématique de la surface de denture. Il n'est donc pas possible de prévoir son influence sur la géométrie de denture en appliquant la méthode par simulation, mais on peut assimiler son effet à celui de l'angle δ_p du cône primitif du pignon qui est effectivement un paramètre caractéristique de la denture.

Dans ce qui suit, on étudiera uniquement l'influence des paramètres suivants :

- l'angle δ_p du cône primitif du pignon,
- l'angle de pression α ,
- l'inclinaison γ des fraises,
- le déport V (profondeur de pénétration des fraises ou déplacement du profil de denture).

Bien que la denture à développante sphérique n'étant pas réalisable, on construit aussi les vecteurs d'analyse de défaut de forme en admettant les mêmes réglages que pour la denture octoïde dans le but de comparer les résultats d'optimisation.

IV-1) Denture à développante sphérique

Evidemment, les variations des paramètres de réglage se manifestent sur l'épaisseur de la denture. Celle-ci est donnée par la relation (III-34). On a :

$$S = R \sin \delta \left\{ \frac{S_p}{R_p} + 2(\theta_p - \theta) - 2 \left[\arccos \left(\frac{\text{tg} \delta_b}{\text{tg} \delta_p} \right) - \arccos \left(\frac{\text{tg} \delta_b}{\text{tg} \delta} \right) \right] \right\} \quad (\text{V-17})$$

On rappelle que cette formule n'est valable que pour les points situés sur ou à l'extérieur du cône de base (voir chapitre III).

La relation (V-17) permet d'écrire :

$$dS = \frac{\partial S}{\partial R} dR + \frac{\partial S}{\partial \delta} d\delta + \frac{\partial S}{\partial S_p} dS_p + \frac{\partial S}{\partial R_p} dR_p + \frac{\partial S}{\partial \theta_p} d\theta_p + \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial S}{\partial \delta_b} d\delta_b + \frac{\partial S}{\partial \delta_p} d\delta_p \quad (\text{V-18})$$

Cherchons maintenant l'influence des variations des paramètres de réglage sur l'épaisseur de denture.

Comme la denture étant caractérisée à son gros bout, son cercle primitif a pour rayon :

$$R_p = \frac{MZ}{2}$$

Le module M et le nombre de dents Z étant des paramètres invariables, on a donc $dR_p = 0$. En admettant $dR = d\delta = 0$ (point restant sur le même cercle intersection de la sphère et du cône passant par le point considéré), la relation (V-18) devient :

$$dS = \frac{\partial S}{\partial S_p} dS_p + \frac{\partial S}{\partial \theta_p} d\theta_p + \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial S}{\partial \delta_b} d\delta_b + \frac{\partial S}{\partial \delta_p} d\delta_p \quad (V-19)$$

L'épaisseur primitive S_p de denture est donnée par la relation :

$$S_p = \frac{\pi M}{2} + 2V \operatorname{tg} \alpha \quad (V-20)$$

ou par la relation approximative :

$$S_p = 2(R_f \operatorname{tg} \gamma - h_f \operatorname{tg} \alpha) \quad (V-21)$$

En dérivant la relation (V-20), on obtient :

$$dS_p = 2 \left(\operatorname{tg} \alpha dV + \frac{V d\alpha}{\cos^2 \alpha} \right) \quad (V-22)$$

et en dérivant la relation (V-21), on aura :

$$dS_p = 2 \left[\operatorname{tg} \gamma dR_f + \frac{R_f d\gamma}{\cos^2 \gamma} - \left(\operatorname{tg} \alpha dh_f + \frac{h_f d\alpha}{\cos^2 \alpha} \right) \right] \quad (V-23)$$

avec :

$$dR_f = - \frac{L_p}{R_f} \left(\frac{L_p}{\operatorname{tg} \delta_p} d\delta_p + \frac{h_f}{L_p} dV \right) \quad (V-24)$$

et

$$dh_f = -dV \quad (V-25)$$

L_p est la longueur de la génératrice du cône primitif. Elle peut s'écrire sous la forme :

$$L_p = \frac{MZ}{2 \sin \delta_p} \quad (\text{V-26})$$

La quantité $d\gamma$ peut être fixée ou calculée à l'aide de la relation (V-15). Dans ce dernier cas, on aura :

$$d\gamma = \frac{dE_f}{G \cos \gamma}$$

On calcule $d\delta_b$, $d\theta_p$ et $d\theta$ en utilisant respectivement les relations suivantes :

$$\sin \delta_b = \sin \delta_p \cos \alpha \quad (\text{V-27})$$

$$\cos \delta_p = \cos \delta_b \cos(\theta_p \sin \delta_b) \quad (\text{V-28})$$

$$\cos \delta = \cos \delta_b \cos(\theta \sin \delta_b) \quad (\text{V-29})$$

δ_p et δ_b désignent les angles du cône primitif et du cône de base.

Tous calculs faits, on obtient :

$$d\delta_b = \frac{\cos \delta_p \cos \alpha d\delta_p - \sin \delta_p \sin \alpha d\alpha}{\cos \delta_b} \quad (\text{V-30})$$

$$d\theta_p = \frac{\sin \delta_p d\delta_p - [\theta_p \cos^2 \delta_b \sin(\theta_p \sin \delta_b) + \sin \delta_b \cos(\theta_p \sin \delta_b)] d\delta_b}{\sin \delta_b \cos \delta_b \sin(\theta_p \sin \delta_b)} \quad (\text{V-31})$$

$$d\theta = - \frac{[\theta \cos^2 \delta_b \sin(\theta \sin \delta_b) + \sin \delta_b \cos(\theta \sin \delta_b)] d\delta_b}{\sin \delta_b \cos \delta_b \sin(\theta \sin \delta_b)} \quad (\text{V-32})$$

Les dérivés partielles de la relation (V-19) s'écrivent :

$$\frac{\partial S}{\partial S_p} = \frac{R \sin \delta}{R_p} \quad (\text{V-33})$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta_p} = 2 R \sin \delta \quad (\text{V-34})$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = -2 R \sin \delta \quad (\text{V-35})$$

$$\frac{\partial S}{\partial \delta_b} = \frac{2 R \sin \delta}{\cos^2 \delta_b} \left(\frac{1}{\sinh_1 \operatorname{tg} \delta_b} - \frac{1}{\sinh_2 \operatorname{tg} \delta} \right) \quad (\text{V-36})$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta_p} = - \frac{2 R \sin \delta}{\operatorname{tgh}_1 \sin \delta_p \cos \delta_p} \quad (\text{V-37})$$

avec :

$$\operatorname{cosh}_1 = \frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta_p} \quad \text{et} \quad \operatorname{cosh}_2 = \frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta}$$

IV-2) Dentures octoïdes

Au chapitre III, on a également établi la formule qui exprime l'épaisseur curviligne de la denture octoïde. Elle est donnée par la relation :

$$S = R \sin \delta \left\{ \frac{S_p}{R_p} - 2 \left[\theta_1 + \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta_p} \right) - \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta} \right) \right] \right\} \quad (\text{V-38})$$

En posant :

$$\theta = \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta} \right) \quad \text{et} \quad \theta' = \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \delta_b}{\operatorname{tg} \delta_p} \right)$$

on aura :

$$S = R \sin \delta \left[\frac{S_p}{R_p} - 2(\theta_1 + \theta' - \theta) \right] \quad (\text{V-39})$$

Compte tenu que $dR = d\delta = dR_p = 0$, la quantité dS s'écrit sous la forme :

$$dS = \frac{\partial S}{\partial S_p} dS_p + \frac{\partial S}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \frac{\partial S}{\partial \theta'} d\theta' + \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta \quad (\text{V-40})$$

La fig.V-11 illustre les angles sphériques θ_1 , θ , θ' , δ_b et les autres angles mentionnés ci-après.

La quantité dS_p est donnée par la relation (V-22) ou (V-23).

Evidemment, le calcul des dérivés partielles est très simple. Par contre, le calcul des quantités $d\theta_1$, $d\theta'$ et $d\theta$ est assez long. Nous nous contentons d'écrire uniquement leurs expressions finales. Donc, tous calculs faits, on obtient :

$$d\theta' = \frac{\cos \lambda_p d\lambda_p - \cos \delta_p \sin \theta' d\delta_p}{\sin \delta_p \cos \theta'} \quad (\text{V-41})$$

$$d\theta = \frac{\cos(\lambda + \lambda_p)}{\sin \delta \cos \theta} (d\lambda + d\lambda_p) \quad (\text{V-42})$$

La relation :
$$tg v_f = \frac{h_f \sin \delta_p}{R_p} \quad (V-47)$$

permet d'écrire :
$$dv_f = \frac{\cos^2 v_f}{R_p} (h_f \cos \delta_p d\delta_p - \sin \delta_p dV) \quad (V-48)$$

La relation entre les angles θ_2 et θ_3 (voir chapitre III) donne :

$$d\theta_2 = \frac{1}{B_6} (A_6 dv_f + A_7 d\theta_3 + B_7 d\alpha) \quad (V-49)$$

avec :
$$A_6 = (1 - \cos \theta_2) [\cos(2v_f) tg \alpha - \sin \theta_3 \sin(2v_f)] - \sin v_f \sin \theta_2 \cos \theta_3$$

$$B_6 = (\sin v_f \sin \theta_2 tg \alpha + \cos \theta_2 \cos \theta_3 + \cos v_f \sin \theta_2 \sin \theta_3) \cos v_f$$

$$A_7 = -\cos v_f \sin \theta_2 \sin \theta_3 - (\sin^2 v_f + \cos^2 v_f \cos \theta_2) \cos \theta_3$$

$$B_7 = \frac{\sin v_f \cos v_f (1 - \cos \theta_2)}{\cos^2 \alpha}$$

Finalement, en tenant compte du rapport de conjugaison du pignon avec la roue conique génératrice, on peut écrire :

$$d\theta_1 = \frac{1}{\sin \delta_p} (\cos v_f d\theta_2 - \theta_1 \cos \delta_p d\delta_p - \theta_2 \sin v_f dv_f) \quad (V-50)$$

IV-3) Construction du vecteur d'analyse

En admettant que la variation dS est tangente au cercle de rayon $R \sin \delta$ et en orientant la tangente t (fig. V-12) à l'extérieur de la matière comme pour la normale, le vecteur $d\vec{S}$ a pour composantes :

$$d\vec{S} \begin{cases} \varepsilon dS \sin A \\ -\varepsilon dS \cos A \\ 0 \end{cases}$$

avec :
$$\sin A = \frac{Y_1}{R \sin \delta}$$

Y_1 est la coordonnée du point M exprimée dans le référentiel (S, X_1, Y_1, Z_1) lié à la dent considérée. L'axe SX_1 est tel qu'il passe dans le creux et l'axe SZ_1 est celui du pignon.

Au point M, l'effet de la variation dS suivant la normale à la surface de denture s'exprime par le produit scalaire :

$$d\vec{S} \cdot \vec{N} = \epsilon dS (N_{x1} \sin A - N_{y1} \cos A) \quad (V-51)$$

Cette quantité représente la composante du vecteur d'analyse de défaut de forme au point considéré. Si l'on a relevé n points et en appelant W_k ce vecteur, on aura :

$$W_k = (W_{k1}, W_{k2}, W_{k3}, \dots, W_{kn})$$

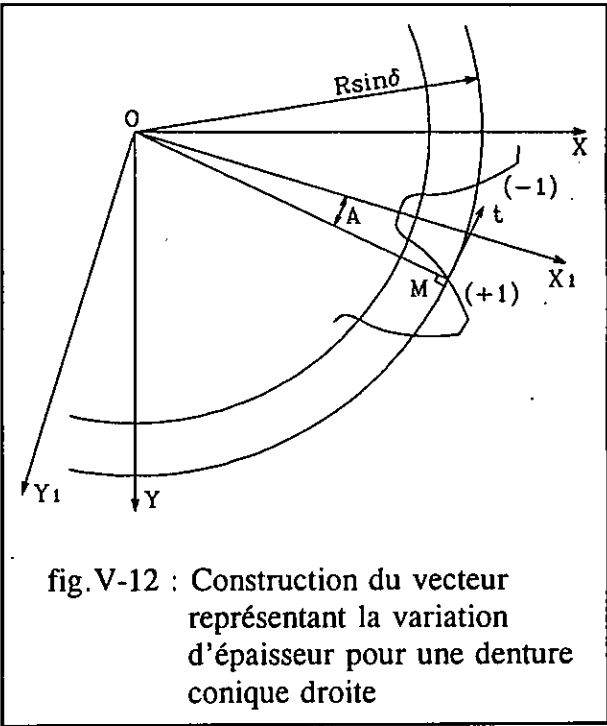


fig.V-12 : Construction du vecteur représentant la variation d'épaisseur pour une denture conique droite

IV-4) Etude d'indépendance des vecteurs d'analyse

Nous nous contentons d'appliquer cette étude d'indépendance aux vecteurs construits pour les dentures en octoïde de 2eme espèce et en développante sphérique; la denture octoïde de 1ere espèce s'approche sensiblement de cette dernière.

a) Denture octoïde de 2eme espèce

A titre de comparaison, nous appliquons l'étude d'indépendance aux vecteurs construits suivant la méthode par simulation et la méthode analytique pour laquelle on a considéré les points réellement touchés par le palpeur au cours de la mesure de la surface de denture (les suffixes "sim" et "cal" se rapportent respectivement aux vecteurs d'analyse de défauts de forme construits suivant la méthode par simulation et la méthode analytique. Les lettres A, P, V et G désignent respectivement l'angle de pression α , l'angle δ_p du cône primitif, le déport V et l'inclinaison γ des fraises).

Les figures V-13a et V-13b donnent la décomposition de chacun des vecteurs sur les autres vecteurs de la base d'analyse et les coefficients d'indépendance.

On voit clairement que les bases d'analyse ne sont pas orthogonales du fait que les vecteurs V2, V3 et V4 sont dépendants entre eux. la dépendance est forte entre V3 et V4 (la fig.V-13a montre que ces deux vecteurs sont colinéaires). En conséquence, il est impossible de prévoir simultanément la part d'erreur revenant à chacun de ces deux vecteurs (réglages du déport V et de l'inclinaison γ des fraies).

En réduisant la base d'analyse aux trois premiers vecteurs, il apparaît clairement sur la fig.V-14 que les vecteurs V2 et V3 sont dépendants. Un résultat similaire est observé en considérant les vecteurs V1, V2 et V4 de la fig.V-13. La base se réduit encore à deux vecteurs qui peuvent être. En reprenant la fig.V-13, ces deux vecteurs sont V1 et V2, ou V1 et V3 ou V1 et V4. L'étude d'indépendance appliquée à ces couples de vecteurs montre que ces bases peuvent être admises pour chiffrer les corrections à apporter aux paramètres de réglage de la machine de taillage.

On constate, selon les coefficients de décomposition des vecteurs de la fig.V-14, que les vecteurs d'analyse construits suivant les deux méthodes sont pratiquement similaires. On doit alors s'attendre à ce que l'optimisation donne des coefficients pratiquement pareils en prenant les vecteurs de défaut de forme définis suivant ces deux méthodes de construction.

En ajoutant maintenant les vecteurs de position à la base constituée des vecteurs V1 et V3 par exemple, on observe sur la fig.V-15, qui donne la décomposition des quatre premiers vecteurs, que le champ de déplacement V3 (TZ) présente une dépendance avec V7 et V8. Cette dépendance est très forte entre V3 et V8. Cette situation impose à soustraire l'un de ces deux champs.

Le choix peut être fixé en imposant une qualité géométrique de la denture (suppression de V3) ou la position théorique du sommet du cône primitif du pignon (suppression de V8). En retranchant le vecteur translation TZ, La fig.V-16 montre que la base d'analyse est nettement améliorée.

L'étude d'indépendance montre également que le champ de translation TZ présente une forte dépendance avec les deux autres vecteurs d'analyse de défaut de forme V2 et V4 de la fig.V-13. Dans l'optimisation, on sacrifiera donc le vecteur TZ au profit des vecteurs de défaut de forme sinon l'optimisation en forme ne pourra se faire qu'avec le vecteur V1.

Remarque

La fig.V-14 montre que les translations TX (V1) et TY (V2) dépendent respectivement des perpendicularités RY (V5) et RX (V4). On montre [COO90] que si l'on choisit de confondre le centre de rotation avec le centre de gravité des points, les produits scalaires des champs translation rotation seront tous nuls, donc champs orthogonaux. Il n'en est pas le cas pour notre pignon conique droit puisque le centre de rotation est le sommet du cône primitif et le centre de gravité des points mesurés n'est évidemment pas confondu avec ce point. Dans ce suit nous conservons la base d'analyse retenue ci-dessus puisque V4 et V5 n'ont pas d'influence sur les champs de défaut de forme.

b) Denture à développante sphérique

Toutes les constatations et remarques observées en considérant les vecteurs d'analyse pour une denture octoïde de 2eme espèce on les retrouve pour la développante sphérique. Les figures V-17 et V-18 sont représentées à titre d'illustration.

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 2      V 3      V 4
-2.2638 -55905.1052 55907.1917
SOMME DES CARRES DE V 1      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000006699
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :      0.002588271
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 3      V 4
-0.4356 -23808.0413 23808.9636
SOMME DES CARRES DE V 2      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000001286
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :      0.001133933
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 2      V 4
-0.0000 -0.0000      1.0000
SOMME DES CARRES DE V 3      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :      0.000000045
    
```

DECOMPOSITION de V 4 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 2      V 3
0.0000      0.0000      1.0000
SOMME DES CARRES DE V 4      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :      0.000000045
    
```

FICHIERS :

```

OCT2-dAsim ----> V 1
OCT2-dPsim ----> V 2
OCT2-dVsim ----> V 3
OCT2-dGsim ----> V 4
    
```

(a)

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 2      V 3      V 4
-3.8236 -5.6221 9.2086
SOMME DES CARRES DE V 1      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.00001655
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :      0.001286433
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 3      V 4
-0.2615 -1.4705 2.4085
SOMME DES CARRES DE V 2      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.80000113
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :      0.000336444
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 2      V 4
-0.1767 -0.6756 1.6338
SOMME DES CARRES DE V 3      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000000052
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :      0.000228058
    
```

DECOMPOSITION de V 4 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 2      V 3
0.1083 0.4142 0.6115
SOMME DES CARRES DE V 4      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000000019
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :      0.000139523
    
```

FICHIERS :

```

OCT2-dAcal ----> V 1
OCT2-dPcal ----> V 2
OCT2-dVcal ----> V 3
OCT2-dGcal ----> V 4
    
```

(b)

fig.V-13 : Etude d'indépendance des vecteurs d'analyse du défaut de forme d'une denture octoïde de 2eme espèce

(a) : Vecteurs construits suivant la méthode par simulation

(b) : Vecteurs construits suivant la méthode analytique

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 2      V 3
      -3.6746   3.4446
SOMME DES CARRES DE V 1      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000165574
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE   :      0.012867537
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 3
      -0.2721   0.9374
SOMME DES CARRES DE V 2      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000012260
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE   :      0.003501455
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 2
      0.2903    1.0668
SOMME DES CARRES DE V 3      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000013952
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE   :      0.003735267
    
```

FICHIERS :

```

OCT2-dAsim ----> V 1
OCT2-dPsim ----> V 2
OCT2-dVsim ----> V 3
    
```

(a)

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 2      V 3
      -3.7531   3.5185
SOMME DES CARRES DE V 1      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000656713
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE   :      0.025626415
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 3
      -0.2663   0.9375
SOMME DES CARRES DE V 2      :      1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :      0.000046593
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE   :      0.006825877
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
      V 1      V 2
      0.2840    1.0666
SOMME DES CARRES DE V 3      :      1.000000000
SOMME DES CARRÉS des RESIDUS :      0.000053008
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE   :      0.007280670
    
```

FICHIERS :

```

OCT2-dAcal ----> V 1
OCT2-dPcal ----> V 2
OCT2-dVcal ----> V 3
    
```

(b)

fig.V-14 : Mise en évidence de la dépendance entre les vecteurs d'analyse du défaut de forme d'une denture octoïde de 2eme espèce

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 2    V 3    V 4    V 5    V 6    V 7    V 8
0.0000  0.0000  0.0000 -0.9882  0.0000  0.0000 -0.0000
SOMME DES CARRES DE V 1      :  1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :  0.023434642
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :  0.153083774
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 3    V 4    V 5    V 6    V 7    V 8
0.0000 -0.0000 -0.9882  0.0000 -0.0000 -0.0000  0.0000
SOMME DES CARRES DE V 2      :  1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :  0.023434642
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :  0.153083774
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2    V 4    V 5    V 6    V 7    V 8
0.0000 -0.0000 -0.0000  0.0000 -0.0000 -0.2665  0.9357
SOMME DES CARRES DE V 3      :  1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :  0.007262245
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :  0.085218808
    
```

DECOMPOSITION de V 4 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2    V 3    V 5    V 6    V 7    V 8
0.0000 -0.9882 -0.0000  0.0000 -0.0000 -0.0000  0.0000
SOMME DES CARRES DE V 4      :  1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS :  0.023434642
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE  :  0.153083774
    
```

FICHIERS :

```

TX      ----> V 1
TY      ----> V 2
TZ      ----> V 3
RX      ----> V 4
RY      ----> V 5
RZ      ----> V 6
OCT2-dAsim ----> V 7
OCT2-dVsim ----> V 8
    
```

fig.V-15 : Etude d'indépendance des vecteurs d'une base d'analyse des défauts de position et de forme d'une denture octoïde de 2eme espèce

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

V 2	V 3	V 4	V 5	V 6	V 7
0.0000	0.0000	-0.9882	0.0000	-0.0000	-0.0000
SOMME DES CARRES DE V 1			:	1.000000000	
SOMME DES CARRES des RESIDUS			:	0.023434642	
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE			:	0.153083774	

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

V 1	V 3	V 4	V 5	V 6	V 7
0.0000	-0.9882	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
SOMME DES CARRES DE V 2			:	1.000000000	
SOMME DES CARRES des RESIDUS			:	0.023434642	
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE			:	0.153083774	

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

V 1	V 2	V 4	V 5	V 6	V 7
0.0000	-0.9882	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
SOMME DES CARRES DE V 3			:	1.000000000	
SOMME DES CARRES des RESIDUS			:	0.023434642	
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE			:	0.153083774	

DECOMPOSITION de V 4 sur la BASE d'ORIGINE

V 1	V 2	V 3	V 5	V 6	V 7
-0.9882	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
SOMME DES CARRES DE V 4			:	1.000000000	
SOMME DES CARRES des RESIDUS			:	0.023434642	
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE			:	0.153083774	

DECOMPOSITION de V 5 sur la BASE d'ORIGINE

V 1	V 2	V 3	V 4	V 6	V 7
0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
SOMME DES CARRES DE V 5			:	1.000000000	
SOMME DES CARRES des RESIDUS			:	1.000000000	
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE			:	1.000000000	

DECOMPOSITION de V 6 sur la BASE d'ORIGINE

V 1	V 2	V 3	V 4	V 5	V 7
-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0926
SOMME DES CARRES DE V 6			:	1.000000000	
SOMME DES CARRES des RESIDUS			:	0.991424486	
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE			:	0.995703011	

DECOMPOSITION de V 7 sur la BASE d'ORIGINE

V 1	V 2	V 3	V 4	V 5	V 6
-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0926
SOMME DES CARRES DE V 7			:	1.000000000	
SOMME DES CARRES des RESIDUS			:	0.991424486	
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE			:	0.995703011	

FICHIERS :

TX	---->	V 1
TY	---->	V 2
RX	---->	V 3
RY	---->	V 4
RZ	---->	V 5
OCT2-dAsim	---->	V 6
OCT2-dVsim	---->	V 7

fig.V-16 : Exemple d'une base d'analyse des défauts de position et de forme d'une denture octoïde de 2eme espèce

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 2    V 3
3.6626 -3.4242
SOMME DES CARRES DE V 1 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.000000044
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.000209259
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 3
0.2730 0.9349
SOMME DES CARRES DE V 2 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.000000003
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.000057135
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2
-0.2920 1.0696
SOMME DES CARRES DE V 3 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.000000004
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.000061111
    
```

FICHIERS :

```

DSTh-dAsim ----> V 1
DSTh-dPsim ----> V 2
DSTh-dVsim ----> V 3
    
```

(a)

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 2    V 3
3.6527 -3.4039
SOMME DES CARRES DE V 1 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 3
0.2730 0.9319
SOMME DES CARRES DE V 2 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.000000000
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1    V 2
-0.2938 1.0731
SOMME DES CARRES DE V 3 : 1.000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.000000000
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.000000000
    
```

FICHIERS :

```

DSPtTdAcal ----> V 1
DSPtTdPcal ----> V 2
DSPtTdVcal ----> V 3
    
```

(b)

fig.V-17 : Etude d'indépendance des vecteurs d'analyse du défaut de forme d'une denture à développante sphérique

- (a) : Vecteurs construits suivant la méthode par simulation
- (b) : Vecteurs construits suivant la méthode analytique

DECOMPOSITION de V 1 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 2   V 3   V 4   V 5   V 6   V 7   V 8
0.0000 0.0000 0.0000 -0.9882 0.0000 -0.0000 -0.0000
SOMME DES CARRES DE V 1   : 1.0000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.023375932
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.152891896
    
```

DECOMPOSITION de V 2 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1   V 3   V 4   V 5   V 6   V 7   V 8
0.0000 -0.0000 -0.9882 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
SOMME DES CARRES DE V 2   : 1.0000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.023375932
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.152891896
    
```

DECOMPOSITION de V 3 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1   V 2   V 4   V 5   V 6   V 7   V 8
0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 -0.0000 0.2670 0.9334
SOMME DES CARRES DE V 3   : 1.0000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.007331995
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.085627072
    
```

DECOMPOSITION de V 4 sur la BASE d'ORIGINE

```

-----
V 1   V 2   V 3   V 5   V 6   V 7   V 8
0.0000 -0.9882 -0.0000 0.0000 -0.0000 0.0000 0.0000
SOMME DES CARRES DE V 4   : 1.0000000000
SOMME DES CARRES des RESIDUS : 0.023375932
COEFFICIENT d'INDEPENDANCE : 0.152891896
    
```

FICHIERS :

```

TX      ----> V 1
TY      ----> V 2
TZ      ----> V 3
RX      ----> V 4
RY      ----> V 5
RZ      ----> V 6
DSTh-dAsim ----> V 7
DSTh-dVsim ----> V 8
    
```

fig.V-18 : Etude d'indépendance des vecteurs d'une base d'analyse des défauts de position et de forme d'une denture à développante sphérique

IV-5) Optimisation des vecteurs d'analyse

Comme pour la denture cylindrique, on effectue l'optimisation en considérant les points et normales théoriques et les écarts mesurés lorsqu'on utilise les vecteurs de forme construits suivant la méthode par simulation, ou en considérant les points touchés, leurs normales associées et les écarts par rapport au point de référence lorsqu'on utilise les vecteurs de forme construits suivant la méthode analytique.

Les valeurs des corrections à effectuer sur les paramètres de réglage de la machine de taillage s'obtiennent en multipliant leurs coefficients donnés par l'optimisation par 0.01 mm pour les réglages dimensionnels (déport V par exemple) et par 10^{-4} rad pour les réglages angulaires (inclinaison γ des fraises par exemple).

En tenant compte des résultats de l'étude d'indépendance, les figures V-19 et V-20 représentent les coefficients d'optimisation en position et en forme pour le pignon conique droit de la fig. III-9 taillé suivant le procédé Gleason Coniflex avec deux fraises circulaires de grand diamètre. La fig. V-19 correspond à la denture définie en octoïde de 2eme espèce et la fig. V-20 à la denture à développante sphérique.

Comme on le remarque sur ces deux figures que le défaut de forme de la denture provient principalement d'une erreur d'inclinaison des axes des fraises par rapport à la normale au plan primitif de la roue plate génératrice (angle de pression) ou encore d'une usure de l'arête de coupe. Cette constatation est en accord parfait avec les résultats de mesure représentés sur les figures III-10, III-19 et III-20.

Contrairement aux techniques couramment utilisées pour évaluer les corrections des paramètres de réglage et qui fait appel à l'expérience personnelle du régleur, la méthode d'optimisation permet de chiffrer ces corrections. Ainsi, compte tenu des variations des paramètres de réglage introduites initialement, la valeur de correction de l'angle de pression vaut $-58'38''$ (fig. V-19a), celle du déport est de l'ordre de -0.02mm (fig. V-19b ou fig. V-19e).

FICHIERS ORIGINES : OCT2ThEmes

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0641802502
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0379756782

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1167635143
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0373856866
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.3082544056
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4195013963
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : 0.4555208311
OCT2-dAsim : -170.5636970600
OCT2-dPsim : -1.4469078696

(a)

FICHIERS ORIGINES : OCT2CPEref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1084195072
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0379591991

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1160878367
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0370095485
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.3047541901
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4112049495
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -2.1509881531
OCT2-dAcal : -170.2459062660
OCT2-dPcal : -1.5709871681

(d)

FICHIERS ORIGINES : OCT2ThEmes

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0641802502
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0379871691

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1167635143
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0373856866
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.3082544056
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4195013963
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : 0.4555208311
OCT2-dAsim : -164.3925649970
OCT2-dVsim : -1.7319191947

(b)

FICHIERS ORIGINES : OCT2CPEref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1084195072
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0379834091

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1160866309
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0370096798
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.3047559439
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4111899015
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -2.1509881050
OCT2-dAcal : -163.7361413500
OCT2-dVcal : -1.8591788047

(e)

FICHIERS ORIGINES : OCT2ThEmes

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0641802502
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0379871687

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1167635143
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0373856866
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.3082544056
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4195013963
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : 0.4555208311
OCT2-dAsim : -164.3924222710
OCT2-dGsim : -0.6895237232

(c)

FICHIERS ORIGINES : OCT2CPEref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1084195072
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0379741242

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1160871264
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0370096356
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.3047553169
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4111960767
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -2.1509879333
OCT2-dAcal : -163.8006134640
OCT2-dGcal : -0.7438584417

(f)

fig.V-19 : Optimisation en position et en forme
d'une denture octoïde de 2eme espèce

FICHIERS ORIGINES : DS/02Th+Em

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0644254172
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0356259865

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1171966722
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0332249161
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.2886716481
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4253421194
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : 0.4629319220
DSTh-dAsim : -169.8825353990
DSTh-dPsim : 0.2129066946

(a)

FICHIERS ORIGINES : DSPt+Eref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1104199817
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0354595351

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1163684975
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0328424334
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.2850001840
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4151550939
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -2.2060226401
DSPtTdAcal : -168.3146588630
DSPtTdPcal : 0.1379642200

(d)

FICHIERS ORIGINES : DS/02Th+Em

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0644254172
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0356260090

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1171966722
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0332249161
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.2886716481
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4253421194
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : 0.4629319220
DSTh-dAsim : -170.7823939600
DSTh-dVsim : 0.2562954773

(b)

FICHIERS ORIGINES : DSPt+Eref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1104199817
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0354595351

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1163684975
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0328424334
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.2850001840
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4151550939
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -2.2060226401
DSPtTdAcal : -168.8974194060
DSPtTdVcal : 0.1663659270

(e)

FICHIERS ORIGINES : DS/02Th+Em

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.0644254172
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0356260091

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1171966722
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0332249161
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.2886716481
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4253421194
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : 0.4629319220
DSTh-dAsim : -170.7824164290
DSTh-dGsim : 0.1020376885

(c)

FICHIERS ORIGINES : DSPt+Eref

ECART QUADRATIQUE MOYEN : 0.1104199817
ECART QUADRATIQUE RESIDUEL MOYEN : 0.0354595351

***** PROJECTIONS *****

TRANSLATION SUIVANT X en mm : -0.1163684975
TRANSLATION SUIVANT Y en mm : 0.0328424334
ROTATION AUTOUR DE X en mm/m : 0.2850001840
ROTATION AUTOUR DE Y en mm/m : 1.4151550939
ROTATION AUTOUR DE Z en mm/m : -2.2060226401
DSPtTdAcal : -168.8974194060
DSPtTdGcal : 0.0662336002

(f)

fig.V-20 : Optimisation en position et en forme
d'une denture à développante sphérique

V) CONCLUSION

L'optimisation des champs d'analyse des variations des paramètres de réglage de la machine de taillage montre une concordance acceptable entre les deux méthodes de construction des champs, la méthode par simulation et la méthode analytique. Si la première méthode qui consiste à construire les champs d'analyse à partir du modèle mathématique définissant la surface de denture semble être classique, la seconde, par contre, est une originalité. Celle-ci ne fait appel qu'aux relations liant les paramètres de réglage et est d'une application générale; les points pouvant être fournis par une MMT à commande numérique (en comparaison point à point ou en mesure en scanning) ou à commande manuelle.

La base d'analyse d'origine construite est le plus souvent non orthogonale et il est par conséquent difficile d'extraire la part d'erreur exacte de chaque vecteur de cette base. L'application de la méthode d'étude d'indépendance des vecteurs d'analyse proposée par le laboratoire de métrologie de l'E.N.S.A.M de Lille a permis de repérer les vecteurs présentant une dépendance mutuelle.

La base d'analyse qu'on peut admettre comme orthogonale (celle qui permet de chiffrer simultanément la part d'erreur revenant à chaque vecteur de cette base d'analyse) peut être constituée :

- **pour une denture cylindrique** : des champs de position TX, TY et RZ et de deux vecteurs de défaut de forme, le champ de variation de l'angle de pression avec celui de variation de l'inclinaison de l'hélice primitive de la denture ou avec celui de variation du déport.

- **pour une denture conique droite** : des champs de position TX, TY, RX, RY, RZ et de deux champs de défauts de forme, le champ de variation de l'angle de pression avec celui de l'angle du cône primitif ou avec celui du déport ou avec celui de l'inclinaison des fraises.

Contrairement aux techniques couramment utilisées pour évaluer les corrections des paramètres de réglage et qui fait appel à l'expérience personnelle du régleur, on peut chiffrer, grâce à la méthode d'optimisation aux moindres carrés, la correction qu'il faut effectuer sur le paramètre de réglage de la base d'analyse retenue. La qualité de production peut être nettement améliorée.

CONCLUSION GENERALE

Nous présentons un travail qui permet, grâce à l'utilisation de la machine à mesurer tridimensionnelle, le contrôle géométrique des surfaces de dentures des engrenages cylindriques et coniques droits sur machine à commande numérique ou à commande manuelle. Pour arriver à ces possibilités, nous avons développé les points suivants :

1) La modélisation mathématique correspondant à la génération théorique de la surface de denture de chaque type d'engrenages. Nous avons considéré, pour l'engrenage cylindrique, le profil en développante de cercle qui est exclusivement le plus utilisé, et pour l'engrenage conique droit, les profils en développante sphérique (denture assurant la conjugaison exacte des profils en contact) et en octoïde de 1ere et 2eme espèce (dentures pratiques).

Cette méthode permet de définir la surface de denture d'une pièce donnée en introduisant ses paramètres caractéristiques dans le programme de calcul, l'automatisation de la mesure grâce à la commande numérique et la comparaison point à point entre la pièce mesurée et le modèle étalon qui est une référence mathématique.

Nous établissons la procédure de calcul qui permet de déterminer les points de la développante sphérique connaissant ceux du profil en octoïde et inversement. Un résultat original qui consiste à ramener la denture octoïde à la développante sphérique est proposé.

La mesure en commande numérique qui s'effectue, dans le cas présent, en accostage suivant la normale nécessite la connaissance d'un fichier de points et normales théoriques. Elle introduit deux sortes d'erreurs :

- a) l'erreur de correction du rayon de la bille de palpage suivant la normale au point visé. Cette erreur est due au fait d'admettre que la normale passant par le centre-bille est la même que celle du point visé. Le point recherché est donc différent du point touché.
- b) l'erreur due aux défauts d'asservissements des axes-machines (erreur suivant la tangente à la surface au point visé). Cette erreur peut être très importante dans le cas de mesure de surface à très faible rayon de courbure.

Pour annuler ces erreurs, la méthode du point de référence en est une solution originale.

2) La méthode du point de référence. Comme pour la modélisation mathématique, cette méthode se base sur la génération théorique de la surface de denture, mais elle exploite directement les points centres-billes de palpage que la machine fournit en mesure manuelle ou en commande numérique à l'aide de logiciel de mesure de profils inconnus. Dans cette

méthode, on détermine la vraie normale au point touché et passant par le centre-bille et les coordonnées de ce point qui appartient effectivement à la surface mesurée. Ainsi, on élimine à la fois les deux erreurs qu'on vient de citer

Les points touchés étant parfaitement connus, il reste à calculer les écarts pour pouvoir analyser le défaut de forme de la denture. Pour cela, nous établissons une procédure de calcul qui donne les écarts par rapport à un point mesuré quelconque, appelé point de référence, supposé appartenir au profil théorique, donc à erreur nulle. On élimine ensuite l'influence de ce point de référence auxquels se rapportent ces écarts en appliquant la méthode d'optimisation aux moindres carrés proposée par J.M. DAVID.

Nous établissons aussi, pour les roues coniques droites, les formules qui calculent, en un point quelconque de la hauteur de denture (à partir du cône de base), les épaisseurs curvilignes pour les dentures en développante sphérique et en octoïde. Ce résultat est également une originalité de ce travail.

En supposant qu'au point de référence l'écart est nul, revient à effectuer une rotation fictive de la pièce autour de son axe correspondant à l'écart réel en ce point. Ce point de vue est confirmé par les résultats d'optimisation en position en prenant les écarts réels et ceux calculés par rapport au point de référence. Ce qui signifie que les erreurs restantes appelées aussi erreurs résiduelles qualifient dans les deux cas le même type de défaut de denture qu'on appelle le défaut de forme lequel est influencé par les défauts de réglage de la machine de taillage.

3) L'optimisation des paramètres de réglage des machines de taillage. Un résultat de mesure exprimé par un grand nombre d'écarts est difficilement interprétable, mais l'application de la méthode d'optimisation qu'on vient de citer permet de traduire l'ensemble de ces écarts en coefficients correspondant à l'influence des paramètres considérés. Nous proposons deux méthodes de construction des vecteurs d'analyse correspondant à l'influence des variations des paramètres de réglage de la machine de taillage, la méthode par simulation et la méthode analytique. La première méthode utilise la modélisation mathématique où l'on fait varier d'une quantité élémentaire les paramètres correspondants aux différents réglages. Dans la seconde méthode, on cherche l'influence de ces réglages en dérivant l'expression de l'épaisseur de denture puisque toute variation d'un paramètre de réglage s'y manifeste. Si la méthode par simulation semble classique, la méthode analytique est une originalité, elle ne fait appel qu'aux relations liant les paramètres de réglage et est d'une application générale : les points pouvant être fournis par une MMT à commande numérique ou manuelle. Enfin, les résultats d'optimisation montrent que les deux méthodes sont pratiquement équivalentes.

Notons que pour chiffrer la part exacte d'erreur de chaque paramètre intervenant dans la base d'analyse considérée, il faut que cette base soit orthogonale. Dans notre cas, cette condition limite le nombre de vecteurs d'analyse de défaut de forme pour lesquels on peut chiffrer simultanément les parts d'erreurs leur revenant.

Contrairement au contrôle conventionnel de la géométrie de denture des engrenages qui fait appel surtout à la finesse d'appréciation et à l'expérience personnelle du régleur, la mesure sur MMT permet de chiffrer, grâce à la méthode d'optimisation, la correction qu'il faut apporter au paramètre de réglage connu. La qualité géométrique de la denture peut donc être nettement améliorée.

TECHNIQUES DE MESURE D'UNE SURFACE SUR MACHINES A MESURER TRIDIMENSIONNELLES

I) INTRODUCTION

Sur une machine à mesurer tridimensionnelle, un point à mesurer peut être soit imposé, soit fixé arbitrairement. Dans le premier cas, le point est généralement parfaitement connu par ses coordonnées et sa normale; le palpage s'effectue à la volée en commande numérique. Cette technique permet la comparaison point à point entre les modèles théorique et réel. Dans le second cas, le point est obtenu par palpage en commande manuelle ou automatisée en utilisant le scanning. Cette technique nécessite une procédure pour la détermination de la normale afin de trouver le point qui a été effectivement touché sur la surface mesurée. La connaissance de cette normale n'est pas suffisante pour faire une comparaison comme dans la technique précédente; il faut faire appel à une méthode de calcul des écarts. Pour éclaircir les idées, nous allons passer en revue chacune de ces techniques.

Dans ce qui suit, nous supposons que la machine à mesurer est équipée d'un palpeur universel à bille.

II) MESURE EN COMMANDE NUMERIQUE EN COMPARAISON POINT A POINT

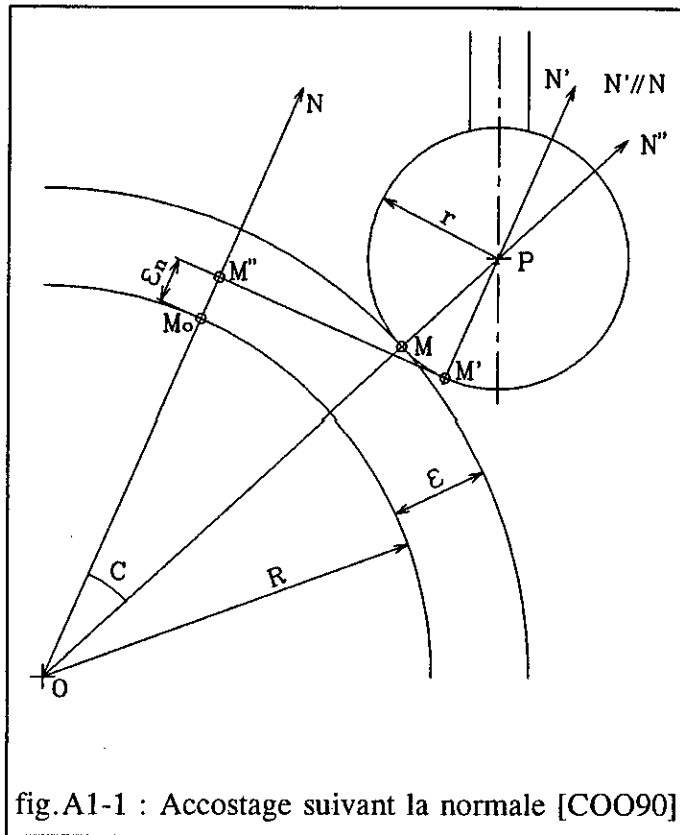
Cette technique est très avantageuse car elle permet également l'automatisation de la mesure (changement automatique de palpeurs, mesure de plusieurs pièces sur la même machine, etc) et une reproduction de la gamme de mesure.

Dans cette technique, la surface à mesurer est comparée à son modèle théorique qui est synthétisé par un ensemble de points définis par leurs coordonnées X, Y et Z et les composantes N_x , N_y et N_z de leurs normales associées. Ces points sont stockés dans un fichier et lus successivement par la machine au cours du palpage de la surface à mesurer.

Le modèle théorique est établi soit par modélisation mathématique, soit par numérisation (par exemple, par la Conception Assistée par Ordinateur) d'une pièce étalon (master). Dans cette procédure, on assimile la surface, au point considéré, à son plan tangent dit aussi facette. Le palpage de la surface réelle s'effectue en accostage suivant la normale à cette facette et sortante à la matière.

Au cours de la mesure, la machine enregistre les coordonnées des points centres-bille. Le passage de ces points aux points supposés touchés s'effectue en admettant que la normale passant par le centre-bille est la même que celle du point visé. En désignant par r le rayon de la bille (fig.A1-1), M' le point supposé touché, M le point réellement touché, M_o le point visé, N la normale en ce point et S l'origine du référentiel de mesure, on a :

$$S\vec{M}' = S\vec{P} - r\vec{N} \quad (A1-1)$$



On calcule l'écart suivant la normale N par le produit scalaire $M_oM'.N$. soit :

$$\epsilon_n = (X' - X_o)N_x + (Y' - Y_o)N_y + (Z' - Z_o)N_z \quad (A1-2)$$

Cette quantité qualifie l'excès de matière si elle est positive, le manque de matière si elle est négative.

En annexe 2, on exprime les effets de l'erreur d'accostage sur cette grandeur.

Le vecteur erreur suivant la tangente au point visé s'écrit :

$$\vec{\epsilon}_t = M_o\vec{M}' - \epsilon_n\vec{N} \quad (A1-3)$$

Il caractérise les erreurs d'asservissement des axes-machines. Dans le cas de mesure de profil à faible rayon de courbure, cette erreur peut être très importante (voir annexe 2).

Les coordonnées du point M'' (point supposé appartenir à la surface mesurée) s'obtiennent à l'aide de la relation :

$$\vec{SM}'' = \vec{SM}_o + \epsilon_n \vec{N} \quad (A1-4)$$

Les coordonnées des points M' , M'' et la valeur de ϵ_n sont stockées au fur et à mesure du déroulement de l'opération de mesure de la surface. Elles peuvent être récupérées en fin de l'opération pour analyse et traitement.

Le point M'' n'appartenant pas à la surface mesurée, il en résulte une erreur $\Delta\epsilon = \epsilon - \epsilon_n$ (ϵ est l'écart vrai au point touché) qui peut fausser considérablement l'écart ϵ_n .

Pour annuler cette erreur, l'idéal serait d'avoir le point touché situé sur la normale au point visé, donc d'annuler aussi l'erreur angulaire C sur la direction de la normale.

En mesure en commande numérique en comparaison point à point, il est difficile d'annuler l'erreur angulaire C car elle dépend de la précision de construction du référentiel de mesure et des erreurs d'asservissement des axes-machines.

En calculant la vraie normale au point touché, il est possible d'annuler ces erreurs. La méthode originale que nous allons exposer ci-après permet d'aboutir à ce résultat.

III) MESURE EN SCANNING OU EN COMMANDE MANUELLE

La mesure manuelle est intéressante lorsqu'il s'agit de dépouiller une zone particulière de la surface à mesurer mais elle est longue. La mesure en scanning est employée pour sa rapidité de mesure d'une part, et d'autre part, pour poursuivre un contour comme dans une opération de copiage, mais elle exige que le palpé soit effectué dans l'un des plans constituant le référentiel-machine.

Comme dans la technique de mesure précédente, la machine à mesurer n'enregistre que les points centres-billes de palpé (fig.A1-2). De plus, dans cette technique de mesure, la normale et le point touché ne sont pas connus. La méthode que nous qualifions de "méthode du point de référence" permet de déterminer la normale passant par le centre-bille et le point effectivement touché et de calculer les écarts suivant cette normale. Signalons que l'idée de cette méthode est de J.M DAVID.

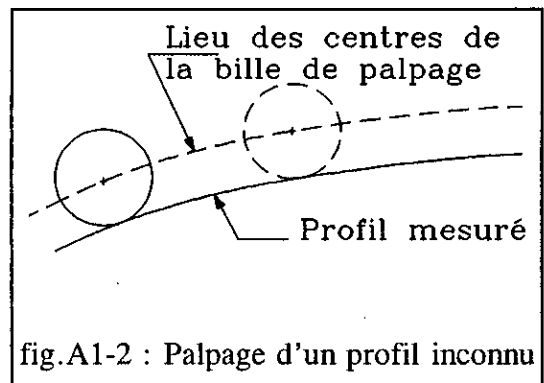


fig.A1-2 : Palpage d'un profil inconnu

III-1) Principe de la méthode du point de référence

Nous la qualifions ainsi parce qu'elle calcule les écarts par rapport à un point. Ce point appelé "Point de référence" est choisi arbitrairement parmi les points palpés appartenant à la surface mesurée. Il est par convention à écart nul. Il est donc supposé appartenir au profil théorique. Les écarts des autres points sont calculés par rapport à ce point de référence.

III-1-1) Recherche de la normale au point touché

Le passage du point P centre-bille au point touché M s'effectue suivant la vraie normale en ce dernier point à l'aide de la relation vectorielle :

$$\vec{SM} = \vec{SP} - r\vec{N}'' \quad (\text{A1-5})$$

La normale N'' étant inconnue, on la déterminera en reconstituant le profil théorique passant par le point touché. Elle sera obtenue en considérant le principe de génération de ce profil.

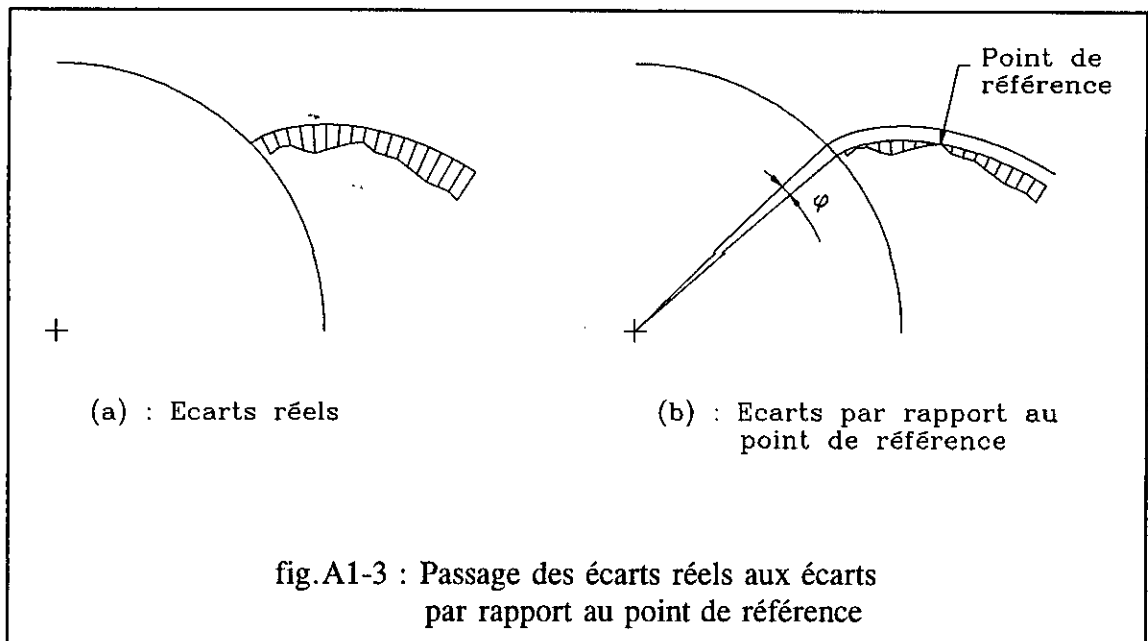
Les procédures de calculs présentées pour les dentures cylindriques à développante de cercle et coniques droites donnent une idée sur la manière dont on peut aborder le problème pour déterminer la normale au point touché.

III-1-2) Ecart par rapport au point de référence

La normale calculée N'' passe par le centre-bille et le point réellement touché, les erreurs d'asservissement sont alors annulées. Il reste donc à calculer l'écart suivant cette normale. Pour l'obtenir, on choisit un point de référence quelconque par rapport auquel on calcule cet écart. La méthode consiste à calculer les différences des écarts entre les différents points et le point de référence. En désignant par ϵ_0 l'écart réel en ce point particulier et ϵ_1 l'écart réel en un point touché, l'écart entre ces deux points s'exprime par la différence $\epsilon_1 - \epsilon_0$. La méthode du point de référence permet de calculer directement cette différence sans nécessiter la connaissance des valeurs ϵ_1 et ϵ_0 . Pour éclaircir les idées, prenons l'exemple de la denture à développante de cercle. Le choix du point de référence est fixé en faisant un calage angulaire fictif de la pièce autour de son axe jusqu'à ramener le profil théorique au point de référence. Ensuite, on calcule la rotation supplémentaire qu'il faut pour ramener ce profil à un autre point touché. En tenant compte des propriétés de la développante de cercle, le produit de cette rotation supplémentaire par le rayon du cercle de base est égal à la différence $\epsilon_1 - \epsilon_0$.

L'angle de calage correspondant à l'écart réel au point de référence étant très faible, les normales aux points touchés sont alors très peu influencées.

Les fig. A1-3 illustre un relevé d'écarts réels (fig. A1-3a) et leur conversion en écarts par rapport au point de référence (fig. A1-3b). Ces derniers sont obtenus en effectuant une rotation d'angle φ du profil théorique.



Il faut remarquer que dans cette méthode, on calcule des écarts relatifs, dépendant du point de référence. L'influence du choix de ce point peut être éliminée par une opération d'optimisation aux moindres carrés proposée par J.M DAVID.

IV) CONCLUSION

Le contrôle des pièces sur les machines à mesurer à commande manuelle ou utilisant un logiciel de mesure en scanning est possible grâce à la méthode du point de référence. Cette méthode qui est une originalité peut être également appliquée aux résultats des mesures obtenues en comparaison point à point. D'ailleurs, nous la recommandons dans le cas de mesure de profil à faible rayon de courbure.

Notons aussi que l'utilisation de la méthode du point de référence permet d'éliminer les erreurs d'asservissement des axes-machines, erreurs qui sont inévitables en comparaison point à point.

A titre de comparaison, pour une denture cylindrique, les résultats d'optimisation des écarts réels et des écarts par rapport au point de référence sont tout à fait concordants (voir les résultats d'optimisation en position présentés au chapitre IV).

PROCEDURES DE PALPAGE DES SURFACES SUR UNE MMT, ERREURS D'ACCOSTAGE

D) PROCEDURES DE PALPAGE DES SURFACES

Les logiciels de base des machines à mesurer tridimensionnelles permettent de mesurer très facilement un plan, un cercle, un cylindre, une sphère, un cône, etc, sur une portion ou toute la surface. Evidemment, le résultat de mesure est d'autant meilleur que la surface palpée est complète et le nombre de points est élevé.

Les autres surfaces non intégrées dans le logiciel de la machine sont considérées comme des surfaces complexes. Leur mesure est possible grâce à l'introduction du palpeur universel à bille.

Au cours du palpé de la surface mesurée, la machine enregistre les coordonnées du centre de la bille. Pour les surfaces dont on veut comparer au modèle théorique établi par modélisation mathématique ou par numérisation (pièce étalon), la connaissance de la normale est nécessaire pour deux raisons :

- le palpeur étant une bille, il faut connaître les cosinus directeurs de la normale pour déterminer le point mesuré sur la surface
- le palpé optimal est obtenu lorsque le palpeur accoste la surface suivant la normale.

On distingue trois procédures de mesure des surfaces [COO90] et [COO91] :

a) Point connu, normale connue : La surface étant entièrement numérisée, la machine vient accoster, en commande numérique, le point à mesurer suivant la direction de sa normale sortante à la matière. La correction du rayon de la bille de palpé est immédiatement effectuée pour déduire le point palpé sur la surface réelle ainsi que le calcul de l'écart suivant la normale (fig.A2-1) entre ces deux surfaces. Cet écart qualifie l'excès ou le manque de matière suivant que son signe est positif ou négatif.

Dans cette procédure, on assimile la surface au point à mesurer à son plan tangent : on parle de facette.

Grâce à la commande numérique et au potentiel informatique dont elle est équipée la machine, cette technique de mesure permet une automatisation de la mesure (changement automatique de palpeurs, mesure de plusieurs pièces sur la même machine, etc) et une reproduction de la gamme de mesure.

b) point connu, normale inconnue : on vient palper à proximité et autour du point visé trois points pour déterminer la normale au plan tangent. Il est clair que la normale ainsi déterminée n'est qu'approximative (cas de mesure de surface à faible rayon de courbure) mais elle est d'autant meilleure que les trois points choisis sont situés au voisinage du point visé.

c) Point inconnu, normale inconnue : On vient palper le point que l'on souhaite mesurer et on enregistre le centre-bille. Puis on applique la procédure précédente pour déterminer la normale. On peut ensuite déterminer les points appartenant à la surface mesurée en effectuant la correction du rayon de la bille et reprendre la procédure précédente pour redéfinir la normale au point visé. Cette procédure permet, en l'absence d'une modélisation mathématique ou d'une numérisation par CAO d'une surface complexe, de comparer une pièce à une autre considérée comme la pièce maîtresse

II) ERREURS D'ACCOSTAGE

Dans l'annexe 1 de la référence [COO90], on trouve une discussion sur les effets de la direction d'accostage sur l'erreur de mesure. Nous utilisons les mêmes figures pour établir d'autres relations mettant en évidence ces effets.

Le point visé n'étant jamais atteint, on introduit une erreur suivant la normale et une erreur dans le plan tangent au point considéré. Cette dernière permet d'apprécier la position relative des points touché et visé.

Les erreurs d'accostages sont dues, en général, au défaut de géométrie des axes-machines, aux erreurs de leurs asservissements et à la position de la pièce à mesurer par rapport à son référentiel théorique. La première catégorie d'erreurs qui est influencée par le défaut de rectitude peut être corrigée [COO90], la seconde peut être réduite par un dimensionnement correct des organes mobiles et par un choix judicieux des éléments de transmission de mouvement, la troisième peut être aussi réduite en effectuant une première mesure à laquelle on applique le critère d'optimisation et de réaliser ensuite une seconde mesure dans le référentiel optimisé (pour la mesure de notre pignon conique droit, nous avons tenu compte uniquement du résultat d'optimisation suivant son axe car l'origine du référentiel de mesure est très influencée par la position sur cet axe du sommet du cône extérieur).

La fig.A2-2 montre l'incertitude que causerait une erreur sur la direction d'accostage. En désignant par R le rayon de courbure de la pièce dont le centre de courbure est le point O , r le rayon de la bille de palpation, on a la relation suivante :

$$\sin A = \frac{R}{R + r} \sin B \quad (A2-1)$$

A cause des défauts de perpendicularité des axes-machines, un cercle mesuré dans le plan XY par exemple semble être une hélice dont le grand axe est incliné de 45 degrés [COO89]. C'est donc la direction d'accostage qui provoquerait une erreur de mesure supplémentaire. On conçoit que pour cette direction d'accostage, l'erreur sur la direction de la normale serait la limite admissible. Le palpé de surfaces à faible rayon de courbure (bord d'attaque d'aube par exemple) est un cas typique. Admettons $R = 2 \text{ mm}$ et $r = 1 \text{ mm}$, on aura alors B-A (erreur sur la direction de la normale) = 16.87 deg qui est une erreur assez large.

Voyons maintenant l'influence de l'erreur d'accostage sur l'erreur suivant la normale. Pour cela considérons la fig. A2-3 que l'on suppose tracée dans un plan. On désigne par ϵ et ϵ_n les erreurs vraie et calculée. En mesure en commande numérique, la normale vraie au point touché M n'étant pas connue, on effectue la correction du rayon de la bille en déterminant le point M' par la relation :

$$\vec{OM}' = \vec{OM} - r\vec{N} \quad (\text{A2-2})$$

L'erreur calculée suivant la normale est donnée par le produit scalaire :

$$\epsilon_n = M_o\vec{M}' \cdot \vec{N} \quad (\text{A2-3})$$

on a :

$$M_o\vec{M}' = M_o\vec{T} + \vec{TP} + P\vec{M}'$$

En posant $M_oT = t$ (erreur d'asservissement) et $TP = \lambda$, l'erreur ϵ_n s'écrit :

$$\epsilon_n = \lambda \cos B - r \quad (\text{A2-4})$$

La relation vectorielle $OP = OS + SP$ permet d'écrire :

$$OP^2 = OS^2 + SP^2 + 2OS.SP \cos B$$

En tenant compte que :

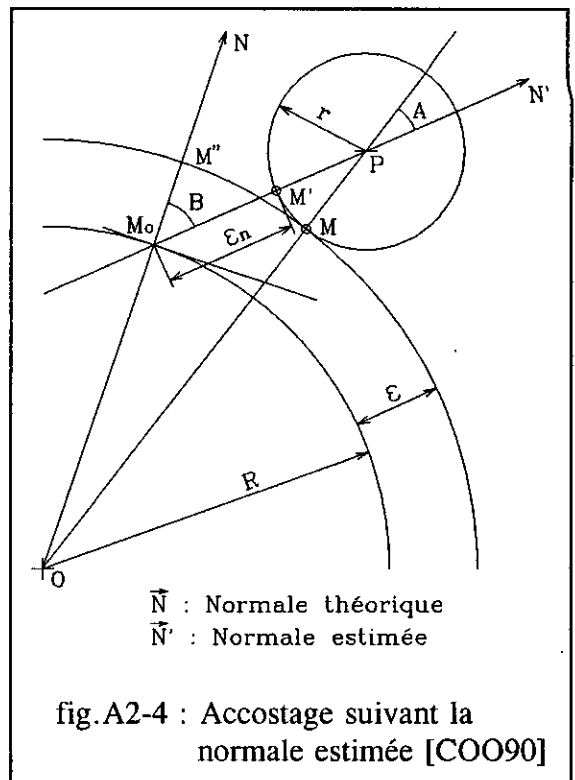
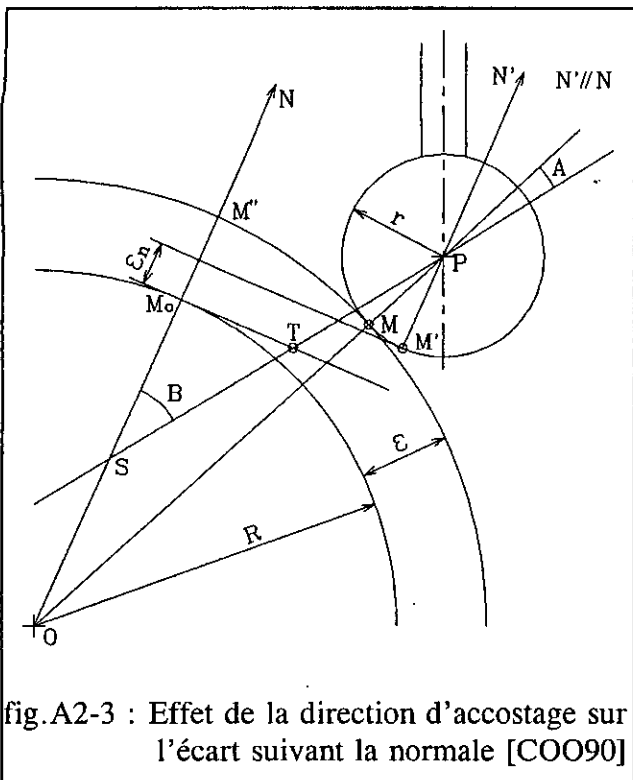
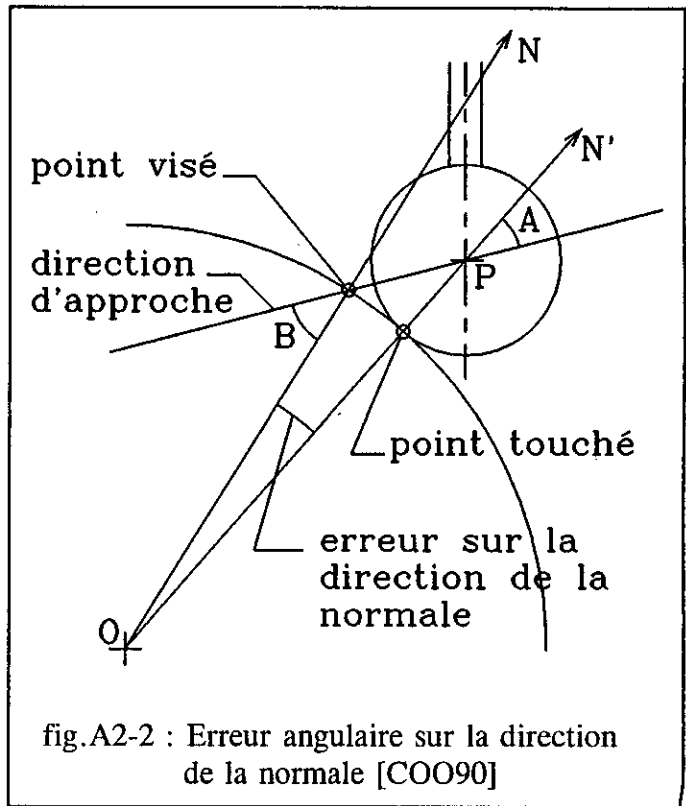
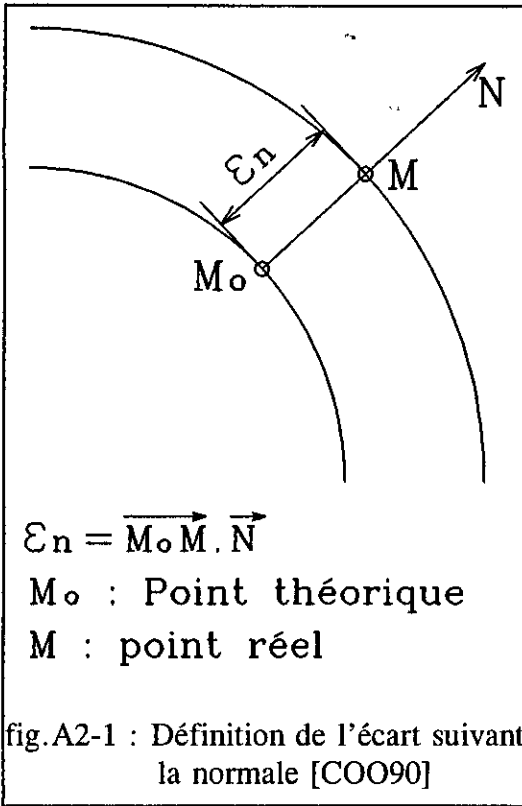
$$OS = R - \frac{t}{\text{tg} B}$$

et

$$SP = \frac{t}{\sin B} + \lambda$$

on aura :

$$OP^2 = R^2 + \lambda^2 + t^2 + 2\lambda R \cos B + 2t\lambda \sin B \quad (\text{A2-5})$$



Puisque $OP = R + \epsilon + r$ et compte tenu de la relation (A2-4), on obtient l'expression suivante :

$$\frac{(\epsilon_n + r)^2}{\cos^2 B} + t^2 + 2(\epsilon_n + r)(R + t.tgB) - (\epsilon + r)(2R + r + \epsilon) = 0 \quad (A2-6)$$

On pose $\Delta\epsilon_n = \epsilon - \epsilon_n$. La relation (A2-6) prend la forme :

$$\frac{(r + \epsilon - \Delta\epsilon_n)^2}{\cos^2 B} + t^2 + 2(r + \epsilon - \Delta\epsilon_n)(R + t.tgB) - (\epsilon + r)(2R + r + \epsilon) = 0 \quad (A2-7)$$

II-1) Effet de l'erreur sur la direction d'accostage

En posant $t = 0$ (accostage sans erreur d'asservissement), on aura :

$$\cos B = \frac{r + \epsilon - \Delta\epsilon_n}{\sqrt{2R\Delta\epsilon_n + (\epsilon + r)^2}} \quad (A2-8)$$

Avec $\epsilon = 0$ (point touché situé sur la surface théorique), $R = 2\text{mm}$, $r = 1\text{mm}$ et en limitant l'erreur sur la normale à $1\mu\text{m}$, l'erreur tolérée sur la direction d'accostage sera de 4.4 degrés. Dans ce cas, l'erreur angulaire (B-A) sur la direction de la normale est de 1.5 degrés.

La fig. A2-3 permet d'écrire également :

$$R + r + \epsilon_n = (R + r + \epsilon)\cos(B-A) \quad (A2-9)$$

En tenant compte que $\Delta\epsilon_n = \epsilon - \epsilon_n$, on aura :

$$\Delta\epsilon_n = (R + r + \epsilon)[1 - \cos(B-A)] \quad (A2-10)$$

Avec $B-A = 16.87$ degrés (si $A = 0$ l'accostage se faisant suivant la normale au point touché) et en maintenant les mêmes valeurs des autres paramètres, cette relation donne $\Delta\epsilon_n = 129\mu\text{m}$ (on aurait obtenu le même résultat en résolvant l'équation (A2-7) où l'on considère $B = 45$ degrés). Cette valeur est totalement inadmissible, mais ce cas correspond au palpé des points sur des surfaces à très forte courbure.

II-2) Effet de l'erreur suivant la tangente

On suppose $B = 0$ (direction d'accostage parallèle à la normale). La relation (A2-7) résolue par rapport à t donne :

$$t = \sqrt{2\Delta\epsilon_n \left(R + r + \epsilon - \frac{\Delta\epsilon_n}{2} \right)} \quad (\text{A2-11})$$

Avec $R = 2\text{mm}$, $r = 1\text{mm}$, $\epsilon = 0$ et $\Delta\epsilon_n = 1\mu\text{m}$, on trouve une erreur d'asservissement $t = 77\mu\text{m}$.

En exprimant $\Delta\epsilon_n$ en fonction de t , la relation (A2-11) donne :

$$\Delta\epsilon_n \cong \frac{t^2}{2(R + r + \epsilon)} \quad (\text{A2-12})$$

cette relation montre que t influe pratiquement peu sur $\Delta\epsilon_n$ (influence qu'on peut admettre de second ordre).

II-3) Effet de l'erreur d'estimation de la normale

Dans le cas de points connus et normales inconnues, on détermine la normale par palpement de trois points autour du point imposé. Cette normale n'est qu'approximative. En général, elle ne passe pas par le centre de courbure O . On suppose que l'accostage s'effectue suivant cette normale et sans erreur d'asservissement (fig. A2-4). On a alors :

$$\vec{OM}' = \vec{OP} - r\vec{N}$$

et :

$$\epsilon_n = M_o \vec{M}' \cdot \vec{N} = \lambda - r \quad (\text{A2-13})$$

La distance $M_oP = \lambda$ peut être donnée par la relation :

$$M_oP^2 = OM_o^2 + OP^2 - 2OM_o \cdot OP \cos(B-A)$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\Delta\epsilon_n^2 - 2(r + \epsilon)\Delta\epsilon_n - 2R(R + r + \epsilon)[1 - \cos(B-A)] = 0 \quad (\text{A2-14})$$

d'où :

$$\cos(B-A) = 1 - \frac{\Delta\epsilon_n[\Delta\epsilon_n - 2(r + \epsilon)]}{2R(R + r + \epsilon)} \quad (\text{A2-15})$$

Avec $R = 2\text{mm}$, $r = 1\text{mm}$, $\epsilon = 0$ et en tolérant $1\mu\text{m}$ sur l'erreur suivant la normale ($\Delta\epsilon_n = -1\mu\text{m}$), l'erreur angulaire sur la direction de la normale sera de 1.05 degré ce qui correspond à $B = 3.14$ degrés.

Si $B-A = 16.87$ degrés, la relation (A2-14) donne $\Delta\epsilon_n = -231\mu\text{m}$. Il apparaît clairement que l'incertitude sur l'estimation de la normale fausse considérablement l'erreur ϵ_n .

Si $B = 16.87$ degrés ce qui correspond à $B-A = 5.71$ degrés, la relation (A2-14) donne $\Delta\epsilon_n = -29\mu\text{m}$. On estime encore que c'est une forte erreur suivant la normale.

Remarque

Avec $B-A = 5.71$ degrés, la relation 10 donne $\Delta\epsilon_n = 15\mu\text{m}$, ce qui signifie que l'accostage en commande numérique suivant la normale définie correctement (par modélisation mathématique par exemple) améliore les résultats de mesure et qu'il faut autant que possible éviter l'estimation de la normale par palpage du plan tangent.

III) CONCLUSION

Les exemples numériques qu'on vient de citer montrent qu'en mesure en commande numérique les erreurs d'asservissement sont inévitables, mais dans la pratique, elle peuvent être considérées du second ordre du fait que les pièces mesurées ont des rayon de courbure suffisamment grands. Quant aux erreurs suivant la normale, elles sont influencées par la direction d'accostage. Elles peuvent prendre des valeurs totalement erronées et plus particulièrement dans le cas de mesure en accostage suivant les normales estimées.

Il existe différentes techniques de correction; la référence [COO90] cite quelques unes, elle propose par exemple pour la procédure de point connu et normale inconnue une méthode de mesure itérative qui améliore l'estimation de la normale au point imposée.

La méthode du point de référence est également une technique de correction très efficace car elle permet d'éliminer les erreurs d'asservissement et de définir la vraie normale au point touché, les points mesurés pouvant être relevés en commande numérique ou manuelle sans nécessiter une nouvelle mesure.

RECHERCHE DU POINT DE L'OUTIL OCTOÏDE ASSOCIÉ AU POINT DU PROFIL D'UNE DENTURE CONIQUE DROITE PRATIQUE

Au chapitre III, nous avons défini le profil de la denture octoïde à partir de l'outil de génération qui est matérialisé par son plan incliné d'un angle α par rapport à la normale au plan primitif de la roue plate génératrice. Si l'on veut éviter, dans la méthode du point de référence, le calcul itératif de l'angle du cône de base, on doit chercher les points de l'outil de génération correspondants à ceux de la surface de denture du pignon. Ce qui conduit au calcul de l'angle θ_3 . Dans cet annexe, on donne les calculs en supposant connu l'angle δ .

D) RAPPEL DES COORDONNÉES THÉORIQUES D'UN POINT DE LA SURFACE DE DENTURE :

Exprimé dans le référentiel (A3-S, X_1, Y_1, Z_1) lié au pignon à tailler (voir fig. III-14), un point M de la surface de denture est défini par le vecteur SM dont les composantes X_1, Y_1 et Z_1 sont données par la matrice :

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta_p \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & \sin\delta_p \cos\theta_1 \\ -\cos\delta_p \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & -\sin\delta_p \sin\theta_1 \\ -\sin\delta_p & 0 & \cos\delta_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{pmatrix}$$

X_o, Y_o et Z_o sont les coordonnées du point M dans le référentiel (S, X_o, Y_o et Z_o) lié à l'outil. Elles sont définies par les relations suivantes :

$$X_o = \frac{Z_o \sin\theta_3 \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3} \quad (\text{A3-1})$$

$$Y_o = \frac{Z_o \sin\theta_3 \cos\theta_3}{\operatorname{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3} \quad (\text{A3-2})$$

$$Z_o = R\sqrt{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha \cos^2\theta_3} \quad (\text{A3-3})$$

Z_o peut être encore écrit sous la forme :

$$Z_o = R\sqrt{\frac{\text{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3}{1 + \text{tg}^2\alpha}} \quad (\text{A3-3bis})$$

Les points mesurés étant définis dans le référentiel (S,X,Y,Z) obtenu par rotation autour de l'axe SZ_1 du référentiel (S,X₁,Y₁,Z₁) tel que l'axe SX passe par le milieu de l'entre-dent, on a alors $Z = Z_1$.

Les points du profil en octoïde calculés par ces relations sont définis à partir de ceux de l'outil de taillage. Dans ce qui suit, on déterminera le point de l'outil de taillage associé au point touché considéré qui est défini dans le référentiel de mesure (S, X, Y, Z) construit sur la pièce.

II) RELATION ENTRE LES ANGLES δ ET θ_3 :

$$\text{On a : } Z = Z_1 = Z_o \cos\delta_p - X_o \sin\delta_p = R \cos\delta \quad (\text{A3-4})$$

δ étant l'angle entre l'axe SZ et le vecteur SM.

En élevant au carré la relation (A3-4), on aura :

$$Z^2 = Z_o^2 \cos^2\delta_p + X_o^2 \sin^2\delta_p - 2X_o Z_o \sin\delta_p \cos\delta_p \quad (\text{A3-5})$$

En remplaçant X_o par son expression il vient :

$$Z^2 = Z_o^2 \left\{ \cos^2\delta_p + \frac{\text{tg}^2\alpha \sin^2\theta_3 \sin^2\delta_p}{(\text{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3)^2} - \frac{2\text{tg}\alpha \sin\delta_p \cos\delta_p \sin\theta_3}{\text{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3} \right\} \quad (\text{A3-6})$$

ou encore :

$$\begin{aligned} Z^2(\text{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3)^2 &= Z_o^2 [(\text{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3)^2 \cos^2\delta_p + \\ &+ \text{tg}^2\alpha \sin^2\delta_p \sin^2\theta_3 - 2\text{tg}\alpha \sin\delta_p \cos\delta_p \sin\theta_3 (\text{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3)] \end{aligned} \quad (\text{A3-7})$$

La relation (A3-3bis) permet d'écrire :

$$\text{tg}^2\alpha + \cos^2\theta_3 = \left(\frac{Z_o}{R} \right)^2 (1 + \text{tg}^2\alpha) \quad (\text{A3-8})$$

d'où la relation :

$$\left(\frac{Z}{R}\right)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \theta_3) = (\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \theta_3)^2 \cos^2 \delta_p + \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \delta_p \sin^2 \theta_3 - 2 \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_p \cos \delta_p \sin \theta_3 (\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \theta_3) \quad (\text{A3-9})$$

En tenant compte que :

$$\left(\frac{Z}{R}\right) = \cos \delta \quad \text{et} \quad \cos^2 \theta_3 = 1 - \sin^2 \theta_3$$

on obtient :

$$(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \theta_3) \cos^2 \delta = \cos^2 \delta_p [(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)^2 + \sin^4 \theta_3 + - 2(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin^2 \theta_3] + (\operatorname{tg} \alpha \sin \delta_p \sin \theta_3)^2 + 2 \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_p \cos \delta_p \sin^3 \theta_3 + - 2 \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_p \cos \delta_p (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin \theta_3 \quad (\text{A3-10})$$

d'où l'équation du quatrième degré en $\sin(A3-\theta_3)$:

$$\cos^2 \delta_p \sin^4 \theta_3 + 2 \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_p \cos \delta_p \sin^3 \theta_3 + [(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(\cos^2 \delta - 2 \cos^2 \delta_p) + \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \delta_p] \sin^2 \theta_3 + - 2 \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_p \cos \delta_p (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin \theta_3 + (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(\cos^2 \delta_p - \cos^2 \delta) = 0 \quad (\text{A3-11})$$

soient : $x = \sin(\theta_3)$

$$A_1 = \cos^2 \delta_p$$

$$A_2 = 2 \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_p \cos \delta_p$$

$$A_3 = (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(\cos^2 \delta - 2 \cos^2 \delta_p) + \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \delta_p$$

$$A_4 = - 2(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_p \cos \delta_p$$

$$A_5 = (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)^2 (\cos^2 \delta_p - \cos^2 \delta)$$

$$\text{La relation (A3-11) devient : } A_1 x^4 + A_2 x^3 + A_3 x^2 + A_4 x + A_5 = 0 \quad (\text{A3-12})$$

II-1) Résolution d'une équation du 4eme degré

En posant $x = X + a$, on aura :

$$A_1 X^4 + (4aA_1 + A_2) X^3 + (6a^2 A_1 + 3aA_2 + A_3) X^2 + (4a^3 A_1 + 3a^2 A_2 + 2aA_3 + A_4) X + (a^4 A_1 + a^3 A_2 + a^2 A_3 + aA_4 + A_5) = 0 \quad (\text{A3-13})$$

et en prenant :

$$4aA_1 + A_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{A_2}{4A_1}$$

on obtient :

$$\begin{aligned} X^4 + \left(6a^2 + 3\frac{A_2}{A_1}a + \frac{A_3}{A_1}\right)X^2 + \left(4a^3 + 3\frac{A_2}{A_1}a^2 + 2\frac{A_3}{A_1}a + \frac{A_4}{A_1}\right)X + \\ + a^4 + \frac{A_2}{A_1}a^3 + \frac{A_3}{A_1}a^2 + \frac{A_4}{A_1}a + \frac{A_5}{A_1} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A3-14})$$

Soient :

$$\begin{aligned} B_1 &= 6a^2 + 3\frac{A_2}{A_1}a + \frac{A_3}{A_1} \\ B_2 &= 4a^3 + 3\frac{A_2}{A_1}a^2 + 2\frac{A_3}{A_1}a + \frac{A_4}{A_1} \\ B_3 &= a^4 + \frac{A_2}{A_1}a^3 + \frac{A_3}{A_1}a^2 + \frac{A_4}{A_1}a + \frac{A_5}{A_1} = 0 \end{aligned}$$

L'équation (A3-14) prend finalement la forme canonique:

$$X^4 + B_1X^2 + B_2X + B_3 = 0 \quad (\text{A3-15})$$

qui peut être écrite en produit de deux facteurs :

$$X^4 + B_1X^2 + B_2X + B_3 = (X^2 + pX + q)(X^2 - pX + q') = 0 \quad (\text{A3-16})$$

Cette relation permet d'écrire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} q + q' - p^2 = B_1 \\ p(q' - q) = B_2 \\ qq' = B_3 \end{cases}$$

L'identité $(q + q')^2 = (q' - q)^2 + 4qq'$ permet d'écrire :

$$(B_1 + p^2)^2 = \left(\frac{B_2}{p}\right)^2 + 4B_3 \quad (\text{A3-17})$$

d'où :

$$p^6 + 2B_1p^4 + (B_1^2 - 4B_3)p^2 - B_2^2 = 0 \quad (\text{A3-18})$$

soit : $y = p^2 \Rightarrow y \geq 0$

l'équation (A3-18) devient :

$$y^3 + 2B_1y^2 + (B_1^2 - 4B_3)y - B_2^2 = 0 \quad (\text{A3-19})$$

En posant $y = Y + b$, on aura :

$$Y^3 + (3b+2B_1)Y^2 + (3b^2+4bB_1+B_1^2-4B_3)Y + b^3+2B_1b^2+(B_1^2-4B_3)b-B_2^2 = 0 \quad (\text{A3-20})$$

Si on choisit b par la relation :

$$3b + 2B_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad b = -\frac{2B_1}{3} \quad (\text{A3-21})$$

le terme en Y^2 disparaît et l'équation (A3-20) prend la forme canonique :

$$Y^3 + C_1Y + C_2 = 0 \quad (\text{A3-22})$$

avec : $C_1 = 3b^2 + 4bB_1 + B_1^2 - 4B_3$

$$C_2 = b^3 + 2B_1b^2 + (B_1^2 - 4B_3)b - B_2^2 = 0$$

En posant $Y = u + v$, on aura :

$$Y^3 = u^3 + v^3 + 3uvY \quad (\text{A3-23})$$

L'équation (A3-22) devient :

$$u^3 + v^3 + (3uv + C_1)Y + C_2 = 0 \quad (\text{A3-24})$$

On peut choisir u et v tels que : $3uv + C_1 = 0$ (A3-25)

u et v seront donc solutions du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} u^3 + v^3 + C_2 = 0 \\ 3uv + C_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^3 + v^3 = -C_2 \\ u^3v^3 = -\frac{C_1^3}{27} \end{cases}$$

u^3 et v^3 sont les racines de l'équation :

$$Z^2 + C_2Z - \frac{C_1^3}{27} = 0 \quad (\text{A3-26})$$

dont le discriminant est :

$$\Delta = C_2^2 + \frac{4C_1^3}{27}$$

Si $\Delta \geq 0$, l'équation (A3-26) admet 2 racines réelles u^3 et v^3 :

$$u^3 = \frac{-C_2 - \sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow u = \sqrt[3]{\frac{-C_2 - \sqrt{\Delta}}{2}}$$

$$v^3 = \frac{-C_2 + \sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{-C_2 + \sqrt{\Delta}}{2}}$$

Si $\Delta < 0$, on peut utiliser par exemple une résolution trigonométrique de l'équation (A3-22).
On pose : $Y = \lambda z$, avec :

$$z = \cos\theta \quad \text{et} \quad \lambda^2 = -\frac{4C_1}{3} \quad (C_1 < 0)$$

Soit : $\cos\varphi = \frac{3C_2}{\lambda C_1}$:

L'équation (A3-22) devient :

$$4z^3 - 3z = \cos\varphi \quad (\text{A3-27})$$

d'où : $\cos(3\theta) = \cos\varphi \Rightarrow 3\theta = \varphi + 2k\pi \quad (\text{A3-k} = 0, 1, 2, \dots)$

L'équation (A3-22) admet donc pour racines réelles :

$$Y_1 = \lambda \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right), \quad Y_2 = \lambda \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right), \quad Y_3 = \lambda \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{4\pi}{3}\right)$$

II-2) Calcul de θ_3

Puisqu'on a posé $y = p^2 = Y + b$, on ne retient donc que $y \geq 0$.

p^2 étant connu, on calcule les coefficients q et q' à l'aide des relations suivantes:

$$q = \frac{1}{2} \left(B_1 + p^2 - \frac{B_2}{p} \right) \quad (\text{A3-28})$$

$$q' = \frac{1}{2} \left(B_1 + p^2 + \frac{B_2}{p} \right) \quad (\text{A3-29})$$

On détermine maintenant les racines de l'équation (A3-16) en résolvant les relations :

$$X^2 + pX + q = 0 \quad \Rightarrow \quad X = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$X^2 - pX + q' = 0 \quad \Rightarrow \quad X = \frac{+p \pm \sqrt{p^2 - 4q'}}{2}$$

Les racines de l'équation (A3-12) sont calculées à l'aide de la relation :

$$x = X + a$$

et puisque $x = \sin(\theta_3)$, $\Rightarrow \theta_3 = \arcsin(x)$.

On obtient ainsi 4 racines qui satisfont la relation (A3-12). Dans notre cas, il ne peut y avoir qu'une seule solution pratique : la valeur de θ_3 à retenir doit être de même signe que la différence $(\delta - \delta_p)$ et tel que $|x| < 1$ et est minimale. A titre de vérification, on a introduit les points théoriques et l'on a bien obtenu les résultats escomptés.

Les valeurs de θ_3 étant connues, on calcule les coordonnées X_o , Y_o et Z_o à l'aide des relations (A3-1), (A3-2) et (A3-3).

Dans la méthode du point de référence on ne s'intéresse pas aux coordonnées théoriques du point touché mais à sa normale associée qui peut être facilement définie connaissant les angles θ_2 et θ_1 .

III) CALCUL DE θ_2 EN FONCTION DE θ_3

Les angles de rotation θ_2 de la roue conique génératrice et θ_3 du plan de génération sont reliés par la relation :

$$\begin{aligned} & \sin \nu_f \cos \nu_f (1 - \cos \theta_2) \operatorname{tg} \alpha + \cos \nu_f \sin \theta_2 \cos \theta_3 + \\ & - (\sin^2 \nu_f + \cos^2 \nu_f \cos \theta_2) \sin \theta_3 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A3-30})$$

ν_f étant l'angle de creux du pignon.

Pour une denture octoïde de 1ere espèce, on prend $\nu_f = 0$. La relation (A3-30) donne alors $\theta_2 = \theta_3$. Pour une denture octoïde de 2eme espèce, on a $\nu_f \neq 0 \Rightarrow \theta_2 \neq \theta_3$.

La relation (A3-30) peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} & \cos\nu_f \cos\theta_3 \sin\theta_2 - (\sin\nu_f \operatorname{tg}\alpha + \cos\nu_f \sin\theta_3) \cos\nu_f \cos\theta_2 + \\ & + (\cos\nu_f \operatorname{tg}\alpha - \sin\nu_f \sin\theta_3) \sin\nu_f = 0 \end{aligned} \quad (\text{A3-30bis})$$

Soient : $A = \cos\nu_f \cos\theta_3$

$$B = [\sin\nu_f \operatorname{tg}\alpha + \cos\nu_f \sin\theta_3] \cos\nu_f$$

$$C = [\cos\nu_f \operatorname{tg}\alpha - \sin\nu_f \sin\theta_3] \sin\nu_f$$

il vient : $A \sin(\theta_2) - B \cos(\theta_2) + C = 0$ (A3-31)

On pose : $A = l \cos\varphi$

$$B = l \sin\varphi$$

avec : $l = \sqrt{A^2 + B^2}$

et $\operatorname{tg}\varphi = \frac{B}{A}$

l'équation (A3-31) devient : $l \sin(\varphi - \theta_2) = C$ (A3-32)

d'où : $\theta_2 = \varphi - \arcsin\left(\frac{C}{l}\right)$ (A3-33)

IV) CONCLUSION :

la méthode de calcul présentée ici permet de déterminer les points de l'outil générateur de la denture octoïde connaissant les points appartenant à cette denture. Elle permet, par conséquent, de trouver les points associés de la denture ou de l'outil à développante sphérique.

BIBLIOGRAPHIE

[BOU92] M. BOUAZIZ, J.M. DAVID, R. LEBORZEC et T. COOREVITS: Contrôle de dentures coniques droites sur machines à mesurer tridimensionnelle. 3eme congrès mondial des engrenages et des transmissions, Paris 12, 13 et 14 Février 1992.

[BOU93a] M. BOUAZIZ et J.M. DAVID: Contrôle des surfaces de denture coniques droites pratiques sur machines à mesurer tridimensionnelles. 2eme Conférence Internationale sur l'influence de la technologie sur l'état d'une couche de finition. Gorzow Wlkp (Pologne) 20, 21, 22 Octobre 1993. Publié également à la revue de l'E.N.P "Algerian Journal of Technology", série A, Volume 10, N°1, 1994

[BOU93b] M. BOUAZIZ et J.M. DAVID : Techniques de contrôle sur machines à mesurer tridimensionnelle. 3eme Séminaire National de Mécanique, Institut de Génie Mécanique de l'Université de Annaba, 5 et 6 Décembre 1993.

[BOU95] M. BOUAZIZ, J.M. DAVID, J.P. BARRAND et T. COOREVITS : Géométrie des surfaces de dentures des engrenages coniques droits, optimisation des paramètres de réglage des machines de taillage. Bulletin N° 110 de l'Institut de l'Engrenage et des Transmissions, Septembre 1995, Paris, France.

[BOU86] P. BOUCHAREINE : Pourquoi fallait-il changer la définition du mètre? Bulletin BNM N° 66, Octobre 1986. France.

[BRE84] K.H. BREYER : Contrôle des cotes, des formes et des positions sur les centre de mesure tridimensionnelle installés à proximité immédiate de la production. VDI-Berichte 529, Düsseldorf, 1984.

[BRE87a] K.H. BREYER : Utilisation rationnelle des centres de mesure 3D et leur intégration dans la fabrication. I.M.T Symposium 1987, Oberkochen.

[BRE87b] K.H. BREYER : UMESS 36, Programme de mesure standard pour centres de mesure universels Zeiss. I.M.T. Symposium 1987, Oberkochen.

[BRE87c] K.H BREYER et HEIDENHEIM : Evolution de la technique de mesure 3D. I.M.T Symposium 1987, Oberkochen.

[BRE87d] K.H. BREYER et HEIDENHEIM : Dans quelle situation la correction par calculateur est-elle un atout ? I.M.T Symposium 1987, Oberkochen.

[BRO63] I.N. BRONSTEIN et K.A. SEMENDIAEV : Aide-mémoire de mathématiques. Editions Eyrolles, 1963, Paris.

[CHA87] R.O. CHAMBERS et R.E. BROWN : Coordinate measurement of bevel gear teeth. SAE, International Off-Highway & Exposition, Milwaukee. Wisconsin, Sept. 14-17, 1987.

[COE86] J.M. COEVOET : Modification d'une machine de métrologie à disque de roulement pour le contrôle du profil et de la distorsion des engrenages. Revue I.E.T. N° 89, Décembre 1986, Paris.

[COO83] T. COOREVITS : Réglage assisté par ordinateur des machines à tailler les engrenages spiro-coniques. Projet de fin d'études N° 19, ENSAM Lille 1983.

[COO89] T. COOREVITS : Utilisation du Machine Checking Gauge pour la surveillance et la correction de la précision des machines à mesurer tridimensionnelles. Séminaire sur la métrologie tridimensionnelle. ENSAM, Lille, 22/06/1989.

[COO90] T. COOREVITS : Contribution au développement des techniques d'autocalibrage appliquées aux machines à mesurer tridimensionnelles. Thèse de doctorat, Février 1990. ENSAM Lille.

[COO91] T. COOREVITS et J.M. DAVID : Le contrôle tridimensionnel sur machine à mesurer et machine-outil. Edition Techno-Nathan 1991. Paris

[DAV81] J.M. DAVID : Utilisation des machines à mesurer tridimensionnelles. Revue B.N.M. N° 44, Avril 1981. France.

[DAV84] J.M. DAVID : Apport de la machine à mesurer tridimensionnelle dans une politique moderne de cotation et de contrôle dimensionnel des pièces mécaniques. Revue B.N.M. N° 55, Janvier 1984. France.

[DAV88] J.M. DAVID : Principes généraux de conditionnement de l'air des salles de machines à mesurer tridimensionnelles. Rapport de la Société d'Etude et de Recherche de l'ENSAM de Lille, 1988.

[DEF87] A.L. DEFRETIN : Taillage des roues coniques. Cours, ENSAM de Lille, 1987

[DES94] J.M. DESPREZ : Optimisation des portées issues de cartographies d'erreurs des dentures d'engrenages cylindriques. Mémoire de DEA, ENSAM Lille, Septembre 1994.

[FAU90] L. FAURE : Evolution du contrôle de la précision des engrenages la révision de la norme ISO 1328. 4eme Journée d'Etudes Transmissions Mécaniques, ECAM - Lyon, Juin 1990.

- [FOR76] P. FORT : Kontrolle von räumlichen Flächen an Koordinaten-meßmaschine. Fertigung 5, 1976.
- [FRA82] FRANK AYRES Jr : Matrices, cours et problèmes, série schaum, McGraw-Hill, Paris, 1982
- [FRA83] FRANK AYRES Jr : Trigonométrie, cours et problèmes, série schaum, McGraw-Hill, Paris, 1983
- [GIA86] P. GIACOMO : Les définitions successives du mètre, aperçu historique. Bulletin BNM N° 66, Octobre 1986. France.
- [GRU81] B. GRUBER : Outillage et mesure, Edition SPES, 1981, Vevey, Suisse.
- [HEN65] G. HENRIOT : Manuel pratique des engrenages. Dunod 1965, France
- [HEN83] G. HENRIOT : Traité théorique et pratique des engrenages. tomes 1 et 2, 5eme édition, Dunod 1983, France
- [HER87a] K. HERZOG : Métrologie multidimensionnelle Zeiss, équipement, logiciel, application. I.M.T Symposium 1987, Oberkochen (Allemagne).
- [HER87b] K. HERZOG : Systèmes de palpage et de mesurage des machines à mesurer à multicoordonnées. I.M.T Symposium 1987, Oberkochen (Allemagne).
- [IET86] : Bulletin hors série, Spécial machines, I.E.T. Mars 1986, Paris.
- [KEP89] P. KEPPENS et P. POTY : Contrôle dimensionnel des pompes centrifuges. Projet de fin d'études N° 103, ENSAM Lille 1989.
- [LAU69] E.H. LAURIA : Mécanique analytique des engrenages gauches hélicoïdaux. Revue S.E.I.E. N° 57, Décembre 1969, Paris.
- [LEB80] R. LEBORZEC : Choix des déports des dentures en engrenages cylindriques. Revue I.E.T. N° 76, Décembre 1980, Paris.
- [LEB81] R. LEBORZEC et J. MARZOUKI : Déport de denture en engrenages coniques à denture droite. Revue I.E.T. N° 77, Octobre 1981. Paris.
- [LEB89] R. LEBORZEC : Etude générale de l'engrenage. Cours, ENSAM de Lille, 1989.
- [LEC76] J. LECLERC et J.M. LEBEGUE : Métrologie des cales étalons, méthode de mesure par comparaison. BNM et Edition Chiron. Paris 1976.
- [LEM85] A.J. LEMANSKI, H. K. FRINT et W.D. GLASOW : Manufacturing perspective in the design of bevel gearing. USA, 1985.

- [LIN87] A. LINDMAYER : Mesure de profils et de courbes sur les centres de mesure tridimensionnelle Zeiss. I.M.T Symposium 1987, Oberkochen.
- [LIT87] F.L. LITVIN, WEI-JIUNG TSUNG, J.J. COY et C. HEINE : Method for generation of spiral bevel gears with conjugate gear tooth surfaces. Journal of mechanisms, transmissions and automation in design, vol. 109, June 1987, USA.
- [MAD87] D. MADROSKY : Conception des engrenages spiro-coniques, géométrie et simulation du comportement. Thèse de Doctorat, Juillet 1987, INSA de Lyon, France.
- [MAR73] J. MARTIN : Cours de mathématiques. Dunod 1973, Paris
- [MAT95] J.P. MATHIEN : Contrôle des machines à mesurer. Techniques de l'ingénieur R1318. Janvier 1995. France.
- [NEU82] B. NEUHAUS et H.J. NEUMANN : Dreidimensionale Messung von Zahnflanken an Zylinder- und Kegelrädern. VDI, Berichte Nr 434, 1982, Oberkochen.
- [NEU84] H.J. NEUMANN : Contrôle de roues cylindriques et coniques sur un centre de mesure tridimensionnelle. Conférence tenue au séminaire "Technologie de mesure multicoordonnées", Aix la Chapelle, Mars 1984.
- [NEU85] H.J. NEUMANN : L'influence de l'incertitude de mesure sur l'exploitation des tolérances dans la fabrication. I.M.T Symposium 1987, Oberkochen.
- [NEU87a] H.J. NEUMANN : Utilisation des centres de mesure tridimensionnelle CNC dans les ateliers de production. I.M.T Symposium 1987, Oberkochen.
- [NEU87b] H.J. NEUMANN : Vitesse de mesure, incertitude de mesure et sensibilité à l'environnement vus comme critères de performance des centres de mesure 3D. I.M.T Symposium 1987, Oberkochen.
- [PAD86] P. PADILLA, B. ANSELMETTI, L. MATHIEU et M. RABOYEAU : Production mécanique. Dunod 1986, Paris.
- [PAS92] M. PASQUIER: Comment améliorer le procédé de mesure et d'analyse sur une machine manuelle de contrôle profil-distorsion. 3eme congrès mondial des engrenages et des transmissions, Paris 12, 13 et 14 Février 1992.
- [PER91] D. PERSONNE : Machines à mesurer tridimensionnelle et robot de mesure. Revue Française de Mécanique N°1991-1
- [PRI85] M. PRIEL et B. SCHATZ : Organisation d'un laboratoire d'étalonnage. Techniques de l'ingénieur R1215. Juillet 1985. France.
- [PRI86] M. PRIEL et B. SCHATZ : Tolérance dimensionnelle et incertitude de mesure. Bulletin BNM N° 65, Juillet 1986. France.

[RAF67] J.C. RAFY et M. GODY : Le calcul des engrenages coniques droits à développante de cercle sphérique. revue S.E.I.E. N° 53 Septembre 1967, Paris.

[RAF68] J.C. RAFFY et M. GODET : La validité de l'approximation de tredgold pour les engrenages coniques droits. Revue S.E.I.E. N° 54, Janvier 1968, Paris.

[ROC65] F. ROCHAT : Les engrenages coniques, procédés, machines et outils utilisés pour leur fabrication. revue S.E.I.E N° 47, Juin 1965. Paris

[ROC68] F. ROCHAT : Lignes et surfaces d'action des engrenages à axes parallèles et à axe concourants. Interférence et dimensions des dents. revue S.E.I.E. N° 56, Octobre 1968. Paris

[ROE92] H. ROEHR : Using CMMs for measurement of bevel gears, worms, hobs and cutters. 3eme congrès mondial des engrenages et des transmissions, Paris 12, 13 et 14 Février 1992.

[ROŠ89] M. ROSENBAUM : Le contrôle de conformité en fabrication mécanique. Séminaire sur la métrologie tridimensionnelle. ENSAM, Lille, 22/06/1989.

[SPI83] M.R. SPIEGEL : Analyse vectorielle, cours et problèmes, série schaum, McGraw-Hill, Paris, 1983.

[SUL74] Gerd SULZER und Rolf HOLLER : Zahnradmessung mit numerisch geführter 3-Koordinaten-meßmaschine. VDI-Z 116 N°14, Oktober 1974.

[TES91]: TESA-LEITZ : L'univers de la mesure : catalogue des instruments et appareils de mesure de différents constructeurs (Tesa, Mercer, Standard, Interapid, Etalon, Leitz et Brown&Chap), 1991, France.

[TSA87] TSAI Ry : A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses. IEEE Journal of robotics and automation. Vol RA.3, N°4, Aout 1987, p 323-344.

[TSA-CHI87] Y.C. TSAI et P.C. CHIN : Surface geometry of straight and spiral bevel gears. Journal of mechanisms, transmissions and automation in design, vol. 109, December 1987, USA.

[WIE76] D. WIENER : Eignung gerad- und schrägverzahnter Kegelrader. Werkstatt und Betrieb 109. Ettlingen 1976.

[WEK79] M. WEK, T. Pfeifer et D. Ernst : Messung der Flankengeometrie von kegelrädern auf einer Mehrkoordinaten-Meßmaschine. Industrie Anzeiger, 101 Jg N° 64 v10.8, 1979. Aachen.