

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
Département d'Hydraulique

Mémoire de Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'Etat en
Hydraulique
Thème

**Etude du coup de bélier en cas gravitaire
en charge et loi de manœuvre**

Dirigé par :
Mr. MOULOUDI

Réalisé Par :
BENAICHA Med ennacer.

Promotion : 2011
ENP 10, Avenue Hassen Badi, BP.186 EL HARRACH, ALGER

ان ظاهرة المطرقة المائية التي تتشكل في الأنابيب في حالة الدفع و السيلان بالجاذبية مضرّة بالملحقات المكونة لهذا النظام و تنتج هذه الظاهرة عن عدة أسباب . لهذا الغرض نوضح بعض طرق دراسة هذه الظاهرة و اعداد برنامج اعلام الي يمكننا من تشخيص هذه الظاهرة لمختلف الاعتبارات و خاصة التربة المحيطة بالأنبوب . و أخيرا نصل الى تحديد وسيلة الحماية أين تكون الضاهرة محرّضة بتشغيل عضو الضبط الواقع في الجزء السفلي للأنبوب لتحديد قانون تشغيل هذا الأخير .
كلمات مفتاحية: قانون اليد العاملة، المطرقة المائية، حالة الجاذبية.

Résumé :

Le régime transitoire étant un phénomène nuisible aux systèmes hydrauliques en charge, étant dû à divers causes, on se propose de faire dans le cadre de cette thèse une analyse théorique et physique du coup de bélier et de quelque cas spécifique le caractérisant, dans le but de la compréhension et de la protection des installations hydrauliques de ce phénomène.

Nous avons présente différentes méthodes d'analyse du régime transitoire. Ainsi qu'un programme informatique que nous avons élaboré et qui nous permet de simuler le régime transitoire pour diverses considérations et particulièrement l'effet du sol sur une conduite enterrée, ainsi on a calculé les états de contraintes maximales que peut subir la conduite en procédant à une fermeture instantanée et rapide.

Enfin il sera proposé un moyen de lutte contre le coup de bélier en cas gravitaire en charge, ou le régime transitoire est provoqué par la manoeuvre de l'organe de régularisation placé à l'extrémité aval de la conduite. Une loi de manoeuvre de l'organe de régularisation sera proposée pour l'atténuation du coup de bélier, dont le temps de fermeture sera étudié d'une façon adéquate.

Mots clés: loi de main oeuvre, coup de berier, cas gravitaire.

Abstract :

The transient flow being a hamful phenomenon for hydraulics systems, and due to various reasons, one intends to make in the setting of this thesis a theoretical and physical analysis of the water hammer and some specifics cases characterizing it. Where the flow processes are governed by an equation of the continuity and an equation of motion, in the purpose of an undestanding and protection of the hydraulic facilities against this phenomenon.

We presented also diffirent methods of analysis of the transient. As well the computer program that we have elaborated and that permitted us to simulate the transient for various considerations and particularly the effect of soil on a buried pipe, so, one calculated the states of maximum pressure that the conduct can undergo during proceeding to an instantaneous and fast closing.

Finally we ended up by exposing means of struggle against the water hammer in the heady gravitational conduct (piping system linking the reservoirs south west of Cherchell to this one of Sidi Ghiles), where the transient is caused by a valve stroking, which is put in the downstream end of the pipe. A law of valve stroking will be proposed for the reduction of the water hammer, whose closure time will be studied in an adequate way.

Key words: law of hand work, hummer water , gravity case.

Remerciements

Je remercie, avant tout, dieu le tout puissant de m'avoir donné patience, santé et volonté tout au long de ma formation.

Je remercie mon promoteur Mr. Mouloudi pour son travail et l'aide qui a pu me donner durant l'élaboration de ce projet.

Je remercie l'ensemble des enseignants qui ont contribué à ma formation ainsi tous ceux qui de près ou de loin ont participé à la réalisation de ce travail.

Je remercie les membres de jury qui nous en fait l'honneur de juger notre travail.

Dédicace

Je dédie ce travail

A ma plus belle étoile qui puisse exister dans l'univers ; ma chère mère, celle à qui je souhaite une longue vie.

A mon cher père qui n'a pas cessé de m'encourager et de se sacrifier pour que je puisse franchir tout obstacle durant toutes mes années d'études, que dieu me le garde en très bonne santé.

A mes frères et mes sœurs

A toute la famille BENAICHA et la famille YAHYAOUI

A toute mes amis

A tous ceux que j'ai oubliés qui m'ont apporté l'aide et le soutien durant ces années de formation.

Merci à tous.

BENAICHA

Sommaire

Introduction général	1
Chapitre I : Etude bibliographique.....	3
I.1 Introduction	3
I.2 Types d'écoulements	3
I.2.1. Ecoulement permanent	3
I.2.2. Ecoulement non permanent.....	3
I.2.3. Ecoulement uniforme.....	4
I.2.4. Ecoulement non uniforme.....	4
I.2.5. Ecoulement transitoire.....	4
I.3 Historique	4
I.4 Conclusion	6
Chapitre II Analyse du régime transitoire.....	8
II.1 Introduction	8
II.2 Cause des écoulements transitoires en charge	8
II.2.1 Cas d'un arrêt d'une pompe sur une conduite de refoulement.....	10
II.2.2 Cas d'une fermeture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire.....	10
II.3 Risques dus aux coups de bélier.....	11
II.4 Analyse physique des écoulements transitoire en charge	12
II.4.1 Introduction	12
II.4.2 Cas de fermeture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire.....	13
II.4.3 Cas d'ouverture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire.....	17
II.4.4 Cas d'une conduite de refoulement.....	17
II.5 Equations de base d'un écoulement transitoire	19
II.5.1 Hypothèse de base.....	19
II.5.2 Mise en équation	20
II.5.2.1 Equations de SAINT VENANT	20
II.5.2.2 Equation de continuité	20
II.5.2.3 Equation dynamique	24
II.6 Les équations aux caractéristiques	28
II.7 Les équations d'ALLIEVI	33
II.8 Conclusion.....	37
Chapitre III Méthode de détermination du coup de bélier.....	38
III.1. Introduction	38
III.2. Méthode arithmétique	38
III.2.METHODE GRAPHIQUE DE SCHNYDER – BERGERON.....	39
III.2.1 INTRODUCTION.....	39
III.2.2 Valeur et intérêt pratique de la méthode graphique	40
III.2.3 Représentation graphique du phénomène du coup de bélier	41
III.2.4 Application à un cas général	43
III.2.4.1 Cas d'une conduite de diamètre constant en négligeant le frottement.....	45
III.2.4.2 Prise en compte de la perte de charge	47

III.2.4.3 Cas d'une conduite de diamètre constant en tenant compte de la perte de charge.....	49
III.2.5 Règle général pour la construction des épures de SCHNYDER-BERGERON	51
III.2.6 Conclusion sur la méthode de Bergeron.....	52
III.3 Méthode numérique	52
III.3.1 INTRODUCTION.....	52
III.3.2 Méthode des différences finies	53
III.3.2.1 Discrétisation des opérateurs différentiels.....	53
III.3.2.2 Schémas implicites.....	55
III.3.2.3 Schémas explicites	55
III.3.3 Equation aux caractéristiques	55
III.3.4 Intégration du système différentielle.....	56
III.3.5 Condition aux limites	58
III.4 Analyse des méthodes de résolution et critique de choix de la méthode appropriée..	63
III.5 Conclusion.....	65
CHAPITRE IV APPLICATIONS NUMERIQUES.....	66
IV.1 Introduction.....	66
IV.2 Elaboration d'un programme d'analyse du coup de bélier.....	66
IV.3 Analyse du coup de bélier sur une adduction gravitaire en charge	70
IV.3.1 Présentation de l'adduction.....	70
IV.3.2 Analyse du régime transitoire sans influence du sol.....	71
IV.3.3 Calcul du coup de bélier pour une fermeture instantanée $t=0$	71
IV.3.4 Calcul du coup de bélier pour une fermeture rapide $t=5s$	73
IV.4 Analyse du régime transitoire avec influence du sol.....	74
IV.4.1 Calcul du coup de bélier pour une fermeture instantanée $t=0$	74
IV.4.2 Calcul du coup de bélier pour une fermeture rapide $t=5s$	76
IV.5 Conclusion	77
Chapitre V Etude de loi de manœuvre avec l'influence du sol.....	78
V.1 Introduction.....	78
V.2 Détermination de la loi de manœuvre.....	78
V.2.1 Organe de régulation	78
V.2.2 Détermination du coup de bélier imposé	80
V.2.3 Détermination du temps de fermeture	81
V.3 Coup de bélier imposé pour une fermeture du Robinet-vanne	84
V.4 Procède général de la détermination d'une loi de manœuvre.....	87
V.4.1 Principe	87
V.4.2 Détermination du débit Q_{Li} en fonction de la position de fermeture.....	87
V.5 Détermination du débit Q_k en fonction des caractéristiques du robinet-vanne.....	89
V.6 Dédution graphique de la loi de manœuvre.....	91
V.7 Recommandation de protection.....	92
V.8 Conclusion.....	92
Conclusion général.....	93

Liste des figures

Fig.II.1 Création d'une onde élastique.....	3
Fig.II.2 Oscillation en masse.....	3
Fig.II.3 : Evolution de l'écoulement en fonction du temps	16
Fig.II.5 Ouverture brusque d'une vanne	17
Fig.II.6 Evolution de l'écoulement en fonction du temps dans une conduite de refoulement.....	18
Fig.II.7 Adduction gravitaire	19
Fig.II-7 : forces et contraintes radiales dans un tuyau	20
Fig.II.8 : Déplacement d'un élément liquide.....	22
Fig.II.9 : forces exercées sur une tranche liquide.....	25
Fig.II.10 : Déplacement d'une onde dans le plan (X, t).....	32
Fig.II.11 Présentation des ondes F' et f'	36
Fig.III.1 : caractéristique de la conduite en régime transitoire	41
Fig.III.2 : Caractéristique de la conduite en régime transitoire.....	42
Fig.III.3: Représentation graphique de la solution.....	43
Fig.III.4 : Epure de BERGERON pour un cas général	45
Fig.III.5.(a,b,c,d) : Calcul graphique du coup de bélier	46
Fig.III.6 : Prise en compte des pertes de charge dans une épure de Bergeron	48
Fig.III.7 : Prise en compte des pertes de charge dans une épure de Bergeron	49
Fig.III.8 Calcul graphique d'une conduite forcée en tenant compte des pertes de charge concentré à l'amont d'après O.SCHNYDER.	50
Fig. III-9 : Discrétisation de la conduite.....	57
Fig. III-10 Conditions aux limites.....	59
Fig.III.11 : Coefficient de débit en fonction du pourcentage d'ouverture de la vanne.....	63
Fig.IV.1 Organigramme d'analyse du régime transitoire cas gravitaire conduite de caractéristiques unique	69
Fig.IV.2 : Condition d'écoulement initial.....	71
Fig.IV.3 Variation de la charge au niveau de la vanne en fonction du temps, pour une fermeture instantanée t=0.....	72
Fig.IV.4 Variation de la charge au niveau de la vanne en fonction du temps, pour une fermeture rapide t=5s.....	73
Fig.IV.5 Variation de la charge au niveau de la vanne en fonction du temps, pour une fermeture instantanée t=0s. Analyse avec influence du sol.....	75
Fig.IV.6 Variation de la charge au niveau de la vanne en fonction du temps, pour une fermeture instantanée t=5s.....	76
Fig.V.1 vanne à opercule	79
Fig. n°V.3 Déplacement d'une onde dans un plan (x,t)	88
Fig. n°V.4 Variation du débit en fonction des pas de fermeture de la vanne.....	89
Fig. n°V.5 Variation de débit à la droite de la vanne en fonction de la position de l'opercule de la vanne.....	90
Fig.V.6 Loi de manœuvre robinet vanne à opercule.....	92

INTRODUCTION GENERAL

Toute modification du régime permanent de l'écoulement dans un réseau en charge, notamment suite à une modification de vitesse ou du débit, provoquée par une manœuvre d'une vanne ou par un arrêt brusque de pompage, génère un ensemble complexe de phénomènes appelé écoulement transitoire ou non permanent ou encore coup de bélier. Cet écoulement entraîne souvent de brusques variations de pression, si la modification du débit est brutale. Les perturbations correspondantes peuvent se révéler très dangereuses et causer d'énormes dommages matériels et qui ont déjà été à l'origine de plusieurs pertes de vie.

En effet, bien que le fonctionnement en régime transitoire d'une installation hydraulique soit très exceptionnel, les phénomènes qui en résultent peuvent avoir des conséquences fâcheuses. Ainsi, la surpression générée peut entraîner la rupture de la canalisation et la détérioration d'appareils traversés par le fluide en certaines zones qu'il faut savoir prévoir, lorsque la pression maximale admissible de la conduite est dépassée. La modification de la pression peut se révéler être une dépression qui peut atteindre la pression de vapeur saturante du liquide transporté. Dans ce cas, il apparaît, dans certaines zones de la conduite, le risque de la cavitation entraînant l'aplatissement et la ruine de celle-ci par implosion.

Il est donc capital de prévoir et d'étudier ces phénomènes transitoires afin de réduire leurs effets par l'utilisation de dispositifs spéciaux et le dimensionnement correct des différents composants d'une installation. Pour cela, il est nécessaire d'analyser et de comprendre un ensemble de phénomènes qui évoluent et dont la prévision s'avère difficile dès que le réseau examiné devient un peu complexe.

Introduction General

Les installations dans lesquelles des coups de bélier sont susceptibles de se produire se retrouvent dans une foule de champs d'activités : aqueducs, stations de pompage, centrales hydroélectriques, refoulement des eaux usées, transport d'hydrocarbures, boucles thermiques (caloducs), systèmes de refroidissement, montages et procédés industriels, centrales nucléaires, systèmes d'irrigation..... etc.

L'étude des écoulements transitoires vise donc :

- 1-A apprécier la réaction des réseaux d'eau sous pression durant les écoulements transitoires.
- 2-A déterminer les zones à risque, c'est-à-dire là où les pressions en régime non permanent dépassent les limites prescrites.
- 3- A déterminer la loi de manœuvre de fermeture et d'ouverture de la vanne.

Donc l'étude du phénomène des écoulements transitoires en charge vise à déterminer si la pression dans l'ensemble d'un système est à l'intérieur des limites prescrites, suite à une perturbation de l'écoulement.

Evidemment, en définissant l'étendue d'une étude de coups de bélier, on prévoira l'examen des variations de débit et de pression qui résultent de mauvaise opération du système, de son opération normale et des opérations d'urgence. Le concepteur d'un système de transport de liquide sous pression aura avantage à effectuer le design du réseau en ne perdant jamais de vue les considérations du coup de bélier. En effet, certains choix judicieux au stade de conception peuvent minimiser l'étendue d'un éventuel problème de coups de bélier, et donc réduire le coût du système projeté.

Chapitre I Etude bibliographique

I.1 Introduction :

L'étude du phénomène du coup de bélier a fait, depuis presque un siècle et demi, l'objet d'une succession de travaux tendant à dégager de la théorie mathématique, des formules pratiques pour ses divers effets. Ceci a pris, dans ces dernières années, un intérêt particulier en raison de l'importance exceptionnelle des conduites amenant les forces hydrauliques aux puissantes usines d'énergie électrique, il paraît donc utile, au point de vue de l'art de l'ingénieur, de faire l'inventaire de ces travaux et d'en indiquer sommairement les résultats.

I.2 Types d'écoulements

I.2.1. Ecoulement permanent

L'écoulement de liquide est dit permanent lorsque les propriétés du fluide et les caractéristiques hydrauliques de celui-ci restent invariables dans le temps, c'est à dire :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0, \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

U : vitesse d'écoulement,

P : la pression,

ρ : masse volumique.

Ainsi les équations de mouvement se réduisent à une seule, qui peut être obtenue en écrivant pour un volume élémentaire quelconque du liquide l'équilibre des forces de pression, de pesanteur et d'inertie, Soit :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + g \frac{\partial Z}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial X} = 0$$

x : abscisse compté horizontalement.

Z : altitude du volume élémentaire.

v : vitesse du volume élémentaire.

I.2.2. Ecoulement non permanent

L'écoulement du liquide est dit non permanent si la vitesse et la pression varient dans le temps (t) en un point donné de l'espace (x) rempli de liquide en mouvement, les vitesses et les pressions en écoulement non permanent sont les fonctions de quatre variables indépendantes à savoir : coordonnées (x, y, z) du point examiné et le temps (t).

On distingue un écoulement non permanent en charge et à surface libre.

I.2.3. Ecoulement uniforme

Un écoulement est dit uniforme lorsque la vitesse du fluide à un instant donné, à une même direction et une même intensité en tous points de ce fluide $\frac{\partial U}{\partial X} = 0$.

I.2.4. Ecoulement non uniforme

Un écoulement est dit non uniforme si la vitesse du fluide varie d'une section à l'autre c'est-à-dire $\frac{\partial U}{\partial X} \neq 0$.

I.2.5. Ecoulement transitoire

L'écoulement est dit transitoire lorsque les paramètres hydrauliques à savoir la vitesse et la pression et les propriétés du fluide sont des fonctions des temps et de l'espace $U=U(t)$, $P=P(x, t)$.

$$\frac{\partial U}{\partial X} \neq 0, \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0, \frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial U}{\partial t} \neq 0$$

Avec :

U : vitesse d'écoulement.

P : la pression.

Ce phénomène transitoire peut se manifester soit dans un canal à ciel ouvert ou bien dans une conduite en charge, par accroissement ou décroissement du débit.

I.3 Historique :

L'hydraulique est une science aussi ancienne que la civilisation humaine parce qu'elle commande toutes les utilisations de l'eau.

Le médecin THOMAS YOUNG en 1808 a élaboré expérimentalement sa théorie de la propagation des ondes de pression due aux pulsations cardiaques. L'occasion de ses études, il introduisit le célèbre module d'YOUNG.

Le général MENBREA en 1858, paraît avoir été le premier à étudier le travail de la dilatation élastique d'un tuyau et de la compression de la colonne liquide qu'il contient pour l'absorption d'une quantité d'énergie donnée. Il admettait que le coup de bélier pouvait faire travailler la paroi du tuyau jusqu'à sa limite d'élasticité [21].

G. HACKER publia, en 1870 une formule exprimant la réaction maximum et fit des expériences au moyen de divers robinets. Une étude d'A.CASTIGLIANO, sur le même objet, fut publiée en 1874 [21].

Deux ans plus tard, en 1876, les recherches de MAREY sur les pulsations artérielles et ses expériences sur les petits mouvements de l'eau dans un tuyau, de caoutchouc amenèrent H.RESAL à en calculer, par une analyse très simple, la formule de propagation ondulatoire. Comme il considérait une colonne liquide sans écoulement contenue dans un tube élastique, mince et dépourvu de tension longitudinale, il était fondé à négliger les actions mutuelles des anneaux et il pouvait négliger la compressibilité du liquide et admettre le parallélisme des tranches [21].

En 1878, KOTEWEGG publia une analyse plus complète du phénomène; se préoccupant de la propagation du son, il devait tenir compte de la compression de l'eau [10].

En 1878, M.MICHAUD avait publié ses travaux sur les coups de bélier dans les tuyaux à propos de la conduite du funiculaire de Lausanne à Ouchy et noté le caractère oscillatoire du phénomène [21].

Le professeur STODOLA, dans l'étude sur la régularisation des turbines qu'il fit paraître en 1893-1894, s'attacha à simplifier les équations du problème, de manière à aboutir à des formules pratiques que les hypothèses faites ne permettent pas d'accueillir sans réserves, notamment en ce qui concerne le volume à donner aux réservoirs d'air [21].

Les premières expériences des ingénieurs sur les effets du coup de bélier ne s'éclairèrent pas des travaux théoriques précités, les observations ne portèrent que sur des longueurs faibles de conduites et, dans ces conditions, le relèvement de la pression semblait se produire instantanément dans tout le tuyau, parce que sa propagation s'effectue avec une vitesse considérable (1400 m/s). Ce vice d'expérimentation affecta notamment les essais réitérés des Américains, B.WESTAN en 1884 (conduite de 37 m), de B.RUSSEL en 1889 du Sibley College, sous la direction du professeur Carpenter, en 1892-1893 (conduites de 50 m et 125 m) [21].

En 1887, JEAN BARRE de Saint Venant (France) a publié les équations fondamentales régissant l'écoulement non permanent [8].

La solution définitive du problème a été donnée par l'hydraulicien Italien LORENZO ALLIEVI (mort en 1942) dans un mémoire magistral intitulé "Teoria General Del Moto Perturbato Del L'acqua Nei Tubi Impressioni" publié en 1903 dans les annales de la société des ingénieurs et architectes Italiens.

Le nom d'Allievi est resté lié à la théorie des écoulements non permanents dans les conduites en charge, car sa présentation analytique est un chef-d'œuvre d'élégance et de clarté mathématique. Celle-ci a ensuite été raffinée par différents auteurs en étudiant son application aux problèmes particuliers posés par les conditions usuelles de la pratique courante telles que les conduites forcées, les conduites de refoulement,.....etc [8].

Le professeur N.JOUKOVSKY, de l'Université et de l'institut technique de Moscou, paraît avoir, le premier, procédé avec toute l'ampleur et toute l'exactitude nécessaires aux études théoriques et aux expériences susceptibles d'élucider pleinement les questions relatives au coup de bélier. Mais son travail, publié seulement en russe à l'origine (1898) et traduit deux ans plus tard en allemand, n'a

pas trouvé dans les milieux Scientifiques et techniques la diffusion immédiate qu'il méritait, et il n'a trouvé une mention explicite que dans l'Encyclopédie des Sciences Mathématiques, publié à Leipzig en Mai 1906 [21].

Par la suite des ingénieurs praticiens ont développé des méthodes pour résoudre des formes simplifiées des équations principales de SAINT VENANT en utilisant particulièrement des méthodes d'intégration graphique et numérique [1],[8].

Ainsi, le Suisse OTHMAR SCHNYDER a été le premier à établir une méthode graphique pour solutionner le problème d'écoulement non permanent dans les conduites de refoulement des pompes en 1929. Il a étendu ensuite cette méthode aux cas de systèmes en charge quelconques, particulièrement, aux conduites alimentant les turbines.

Le français LOUIS BERGERON a trouvé en 1933 la même méthode appelée « Méthode de Bergeron » et qui fut employée universellement dans la pratique pendant plusieurs années. En 1937, BERGERON a montré que la méthode graphique établie pour le calcul des ondes du coup de bélier est applicable à d'autres problèmes de la théorie d'élasticité et d'électricité. Cette méthode est développée dans son ouvrage publié en 1949 ayant pour intitulé «Du coup de bélier en hydraulique au coup de Foudre en électricité». Il est à noter que le principe de la méthode avait été donné par les autrichiens KREITNER et LOWY en 1928. L'avantage des méthodes d'intégration graphique est à mener l'analyse à une compréhension approfondie du phénomène physique. Aujourd'hui avec l'arrivée des ordinateurs et l'accroissement constant de leur puissance, ces méthodes ont évidemment été remplacées dans la pratique courant par des méthodes numériques [9].

MONGE a, déjà en 1789, développé une méthode graphique pour intégrer des équations hyperboliques aux dérivées partielles qu'on nomme "la méthode des caractéristiques ou la méthode d'intégration numérique". Cette méthode a, ensuite, été adaptée et retravaillée de façon à permettre son implantation sur les calculateurs numériques.

CHAUDY, en 1987, a présenté une description complète de cette méthode de calcul. La méthode des caractéristiques a été développée par STREETER V.L. (USA 1966) et VICHNIEVSKY K.P. (URSS 1965). Encore aujourd'hui, cette méthode est largement utilisée et demeure extrêmement populaire bien qu'elle présente certaines faiblesses pour le calcul des écoulements transitoires dans des systèmes hydrauliques très complexe. Par ailleurs pour pallier à ces insuffisances, on procède soit aux meilleures méthodes d'interpolation, soit à l'utilisation des schémas numériques de différences finis ou d'éléments finis.

Dans le même domaine, B.BAHRAR, H.RIEUTORD, et R.MOREL, ont mené une étude avec le minimum d'hypothèse tant sur l'écoulement que sur le comportement de la paroi, ou sont également prises en compte les déformations de flexion et de cisaillement ainsi que les effets dynamiques liés à l'inertie de la paroi.[16]

Actuellement, B.SALAH analyse tous les travaux de JEAGER et HALLIWEL et développe un modèle mathématique permettant le calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées, en tenant compte des caractéristiques mécaniques du sol et de la conduite.

I.4 Conclusion :

Vu l'importance majeure de l'étude économique d'un tel projet, les savants et les ingénieurs qui ont apporté leur contribution à l'étude de ces phénomènes complexes plus d'un siècle et demi.

Cette procédure n'a cessé d'être élargie et consolidée pour rendre compte des divers phénomènes qui accompagnent le passage des ondes de coup de bélier dans les tuyauteries. Une étude du coup de bélier vise donc à déterminer si la pression dans l'ensemble d'un système est à l'intérieur des limites prescrites, suite à une perturbation de l'écoulement.

Chapitre II

Analyse du régime transitoire

II.1 Introduction :

Dans le cadre de ce chapitre, nous essayerons de donner quelques définitions sur ce qu'est le phénomène transitoire, ses causes et ses conséquences sur les systèmes hydrauliques en charge. Nous utiliserons également l'équation de la continuité et de la dynamique appliquées sur une tranche liquide pour établir les équations qui réagissent le phénomène.

II.2 Cause des écoulements transitoires en charge :[15],[5]

Lorsque dans une installation hydraulique, les conditions de l'écoulement permanent sont perturbées, il en résulte une variation importante et très rapide des pressions locales due à l'inertie de la masse de liquide contenu dans le réseau. En réalité les manœuvres ne sont jamais instantanées et l'arrêt d'une pompe centrifuge, bien que très rapide, demande un certain temps.

L'origine et l'importance de ces écoulements résultent des inévitables régimes transitoires qui apparaissent dans l'exploitation des réseaux :

- * Dans un système de refoulement ou d'adduction, ces écoulements apparaissent respectivement lors de l'arrêt de pompage et pendant la fermeture ou l'ouverture des vannes de sectionnement.

- * Dans les systèmes hydroélectriques de haute ou moyenne chute, ces régimes font partie inhérente du fonctionnement normal puisque le rôle de ces aménagements est souvent de répondre à des appels instantanés de puissances sur le réseau électrique. Il faut alors démarrer le système dans les délais les plus brefs pour des appels de puissance de pointe. Inversement, en cas de disjonction, il faut couper la veine liquide avant l'emballement des turbines.

- * Dans les réseaux d'irrigation, l'objectif sera toujours de réagir le plus vite possible aux appels ou refus de débit.

Ces régimes transitoires peuvent créer des charges très supérieures à celles des régimes permanents. De plus, ils peuvent générer des fonctionnements instables. On doit donc calculer les ouvrages en charge de façon que les régimes transitoires admis et imposés ne compromettent ni la sécurité du système ni la stabilité de fonctionnement.

Les régimes transitoires en charge peuvent être divisés en deux catégories principales :

- * Les régimes créant des ondes élastiques que l'on appelle encore « coup de bélier ».
- * Les régimes créant des oscillations en masse du liquide.

Le coup de bélier est un phénomène de propagation d'ondes qui met en jeu la compressibilité de l'eau et l'élasticité de la conduite, alors que dans le mouvement en masse, la colonne liquide est assimilée à un solide monobloc, ce qui revient à supposer l'eau incompressible et la conduite infiniment rigide.

En fait, il ne s'agit pas de deux phénomènes rigoureusement distincts mais plutôt de deux approches différentes d'un même phénomène transitoire dû à la manœuvre d'un organe sur une conduite, l'une ou l'autre de ces approches étant, suivant les cas, la mieux appropriée pour décrire ce phénomène physique.

Les schémas suivants permettront de comprendre intuitivement la raison de cette distinction



Fig. II.1 Création d'une onde élastique

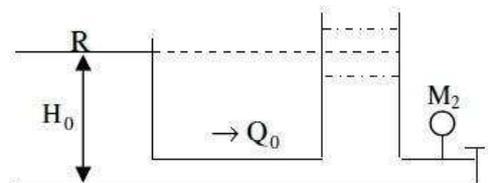


Fig. II.2 Oscillation en masse

Dans les deux figures, un réservoir alimente une conduite forcée très résistante fermée par une vanne d'extrémité. Dans la figure à droite la vanne est précédée d'un tube piézométrique de grand diamètre qu'on appelle cheminée d'équilibre.

Partant d'un régime permanent établi caractérisé par le débit Q_0 , fermons instantanément la vanne d'extrémité et observons les manomètres placés sur les deux circuits :

Celui de gauche accuse instantanément une surpression considérable très rapidement variable selon une période assez bien définie. Celui de droite, par contre, met en évidence un phénomène périodique très lent analogue au balancement d'un tube en U. La surpression maximale est cette fois-ci beaucoup plus faible. Les deux phénomènes s'amortissent ensuite lentement par suite des frottements.

Dans notre travail, on s'intéressera au premier cas, à savoir : les régimes transitoires créant les ondes élastiques ou les coups de bélier.

Parmi toutes les causes possibles et fréquentes du coup de bélier, on citera:[5]

- ➔ La mise en marche ou l'arrêt des pompes.
- ➔ L'ouverture ou la fermeture des vannes.
- ➔ Le remplissage ou la vidange du système.
- ➔ Des instabilités dans l'alimentation d'une pompe ou d'une turbine.
- ➔ Une panne d'électricité aux moteurs qui entraînent les pompes.
- ➔ La mise en marche ou la modification de l'opération d'une turbine.
- ➔ Une variation du niveau d'un réservoir à une extrémité du réseau.
- ➔ etc.....

On examinera brièvement ci-après les deux cas les plus fréquents en hydraulique, à savoir : l'arrêt d'une pompe alimentant une conduite de refoulement et la fermeture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire.

II.2.1 Cas d'un arrêt d'une pompe sur une conduite de refoulement :

Si on suppose que l'arrêt de la pompe est instantané, la dépression puis la surpression qui lui succède affectent la conduite sur toute sa longueur à l'exception du point situé à l'extrémité où la pression garde la valeur constante qu'impose le réservoir. [18]

Si l'arrêt de la pompe a une durée non nulle, on peut en première approximation considérer cet arrêt comme une suite de petites manœuvres instantanées créant des perturbations qui se propagent successivement vers le réservoir en se superposant ; il s'ensuit que l'onde de dépression n'a plus un front vertical lors d'un arrêt instantané.

Donc, suite à une disjonction du moteur électrique, le débit ne soit brusquement plus fourni. Ceci entraînera:

- *La diminution de la pression au début de la conduite de refoulement.
- *L'eau se déprime et la conduite se contracte.

II.2.2 Cas d'une fermeture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire : [5],[17]

Les considérations qui ont été développées pour l'onde de dépression résultant de l'arrêt d'une pompe peuvent être transposées au cas de l'onde de surpression produite par la fermeture d'une vanne.

Dans une conduite d'adduction gravitaire de nature donnée, reliée à l'extrémité aval d'une vanne, si on ferme ou on ouvre cette vanne, une variation de la pression et de la vitesse en fonction de temps sera provoquée, c'est-à-dire qu'un régime variable se substituera au régime permanent initial. Ceci aura pour effet à l'endroit de la vanne :

- *Annulation de la vitesse.
- *Augmentation de la pression.
- *Dilatation (éventuellement allongement) de la conduite dans les limites élastique.
- *Compressibilité du liquide.

Dans les deux cas, les surpressions ou les dépressions peuvent atteindre des grandeurs assez considérables si la manœuvre de la vanne ou l'arrêt des pompes est suffisamment rapide et brusque et il peut en résulter de ces chocs des accidents de rupture des conduites et des installations. C'est pourquoi, ces installations doivent toujours être examinées du point de vue effet du coup de bélier, dont la brutalité est susceptible d'entraîner l'éclatement des canalisations en cas des surpressions élevées ou l'aplatissement de ces conduites en cas des dépressions.

II.3 Risques dus aux coups de bélier [7], [5]

Les conséquences du coup de bélier peuvent être néfastes elles deviennent de plus en plus dangereuses à mesure que les paramètres modificateurs deviennent importants (variation de pressions et de débits dans le temps).

Ces phénomènes se produisant dans une conduite en charge, peuvent provoquer des risques à la suite d'une dépression ou surpression engendrée par les manœuvres brusques.

a. Cas de surpression

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par une pression importante se produisant à la suite d'une fermeture instantanée ou rapide d'une vanne de sectionnement ou bien à la suite d'une dépression causée par l'arrêt brusque d'une pompe. Si la pression totale c'est-à-dire la pression en régime permanent majorée de

la valeur de surpression due au coup de bélier dépasse la pression maximale admissible des tuyaux il y a risques de rupture de ces derniers et déboîtement des joints (les anneaux d'étanchéité seront délogés).

b. Cas de dépression

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par l'apparition d'une pression relative négative, à la suite d'un arrêt brusque d'une pompe ou d'une ouverture instantanée d'une vanne de sectionnement. Si cette pression devient inférieure à 10m CE il se produit une poche de cavitation. Si le profil en long de la canalisation est déformable la canalisation peut être aplatie par implosion et les joints peuvent être aspirés. Le phénomène de cavitation une fois apparu peut provoquer la détérioration de la couche d'enduit intérieur du tuyau.

La succession de surpression et de dépression provoque la fatigue de la conduite (détérioration du matériau constituant) ce qui donnerait naissance à des fissurations et par la suite tout simplement la rupture de la canalisation.

II.4 Analyse physique des écoulements transitoire en charge :

II.4. 1 Introduction :

On connaît que la fermeture d'une vanne placée sur une conduite d'adduction gravitaire entraîne l'apparition d'une onde de surpression se propageant à une grande vitesse, appelée célérité d'onde, vers l'amont où se trouve le réservoir. Par contre, lors de l'ouverture de cette même vanne, une onde de dépression prend naissance à cet endroit et se propage à la même célérité vers l'amont.

Un phénomène semblable, commençant par une dépression, se produira sur une conduite de refoulement, si le débit ne soit plus fourni, suite à un arrêt des groupes électropompes.

Dans ce qui suit, on analysera ce phénomène pour les trois cas suivants :

- Cas de fermeture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire ;
- Cas d'ouverture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire ;
- Cas d'arrêt d'une pompe sur une conduite de refoulement.

II.4.2 Cas de fermeture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire:[1],[7]

Soit une conduite d'adduction gravitaire AB de longueur L alimentée en A par un réservoir R, dont la surface libre est à la pression atmosphérique et terminée en B par une vanne V (Fig. II.3).

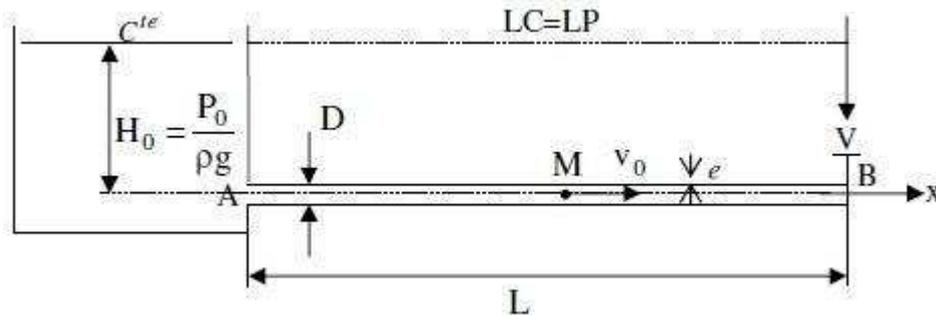


Fig. II .3 Conduite d'adduction gravitaire à caractéristique unique

Pour simplifier l'analyse, on suppose que la conduite est horizontale et que l'écoulement initial est permanent avec une vitesse moyenne v_0 et une pression p_0 .

On suppose également que la conduite est idéale (pertes de charge nulles) et à caractère unique (le diamètre D , la nature et l'épaisseur e des parois de la canalisation constants), par conséquent, la ligne piézométrique (LP) en régime permanent coïncide avec la ligne de charge (LC).

Soit v_0 et p_0 la vitesse et la pression moyennes dans une section M qui sera repérée par son abscisse x mesuré par sa distance à partir de l'extrémité amont A; l'origine des abscisses sera donc le point A.

On constatera quatre phases :

Phase 01 : Dans cet état, la vitesse des particules liquides qui initialement était v_0 s'annule du fait que ces particules viennent buter contre cette vanne. Ceci a pour conséquence que toute l'énergie cinétique du liquide se transforme en travail de déformation du tuyau et du liquide, compression du liquide et dilatation de la paroi de la conduite (C'est justement cette compressibilité du liquide qui permet d'expliquer le coup de bélier).

La fermeture complète de la vanne, qui fait passer la vitesse de v_0 à zéro, provoque derrière elle une onde de surpression, alors que dans le reste de la conduite l'écoulement persiste à la vitesse v_0 et la pression p_0 . Cette onde se propage vers l'amont avec une célérité ($-C$). Au droit de la vanne, la pression devient $p_0 + \Delta p$ où

p est l'augmentation de la pression p . Il est clair que les particules qui suivent immédiatement celles qui se sont immobilisées, sont stoppées à leur tour et ainsi de suite. Donc, l'onde de surpression (annulation de la vitesse et l'augmentation de la pression) se propagera à une vitesse " C ", dite vitesse de propagation d'onde ou célérité, de la vanne vers le réservoir (Fig. II-4-b).

Une fois que toutes les particules du liquide se sont immobilisées dans la conduite et que cette dernière se soit complètement dilatée (une compression du liquide et une dilatation de la paroi de la conduite), la pression dans cette conduite sera $p+\Delta p_1$ supérieure donc à celle régnant dans le réservoir (juste à l'entrée de la conduite).

Donc, au temps $t=L/C$ l'onde de surpression atteint le réservoir, et on a un état caractérisé par

$$\text{Phase 1} \left\{ \begin{array}{l} V_1=0 \\ P_1=P_0+\Delta P \end{array} \right.$$

Ainsi, le liquide qui a franchi à la vitesse v_0 la section A entre $t = 0$ et $t=L/C$ sert à compenser la variation de volume dû à la dilatation de la conduite.

Phase 02: Comme l'état à la fin de la phase 01 n'est pas un état d'équilibre, alors on enregistre un écoulement du liquide de la conduite vers le réservoir vidant ainsi la conduite du volume accumulé sous la surpression. La vitesse d'écoulement de l'eau dans la zone décompressée est égale à v_0 mais de signe contraire, c'est-à-dire, elle est dirigée vers l'amont (réservoir). Dans ce cas, le diamètre tend à reprendre son état initial. En conséquence une énergie cinétique apparaît progressivement (Fig. II-4-d).

Cette transformation s'effectue également sous forme d'une propagation par une onde de dépression qui a la même célérité " C " et dirigée vers la vanne, qu'elle atteint au temps $t=2L/C$

Cette onde de dépression entraîne les variations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V_2=\Delta V_1=-V_0 \\ \Delta P_2=-\Delta P_1 \end{array} \right.$$

A la fin de la deuxième phase la conduite retrouve son diamètre initial et la pression devient p_0 et l'écoulement sera finalement caractérisé par :

$$\text{Phase 2} \left\{ \begin{array}{l} V_2=-V_0 \\ P_2=+P_0 \end{array} \right.$$

Phase 03: Comme le liquide continue toujours à s'écouler de la conduite vers le réservoir, au niveau de la vanne, ce liquide tend à se détacher de la vanne tout en produisant un abaissement de pression (une transformation de l'énergie cinétique en dépression), c'est-à-dire que l'onde de dépression au contact de la vanne se réfléchit sans changement de signe. Cette onde se propagera alors de la vanne vers le réservoir (Fig. II-4-f) avec les caractéristiques suivantes:

$$\begin{cases} \Delta V_3 = -\Delta V_2 = V_0 \\ \Delta P_3 = \Delta P_2 = \Delta P_1 \end{cases}$$

Après un temps $t=3L/C$, l'onde de dépression arrive au réservoir, l'eau sera immobilisée et la pression sera inférieure à la pression initiale, ce qui engendre une contraction de la conduite et l'écoulement sera caractérisé par :

$$\text{Phase 3} \begin{cases} V_3 = 0 \\ P_3 = P_0 - \Delta P_0 \end{cases}$$

Phase 04 : Comme la pression p_3 est inférieure à celle du réservoir qui est maintenue constante et égale à p_0 , l'eau s'écoulera alors du réservoir vers la vanne, donc on assiste au remplissage de la conduite augmentant ainsi la pression dans la conduite de $P_0 - \Delta P_1$ à p_0 . Cela vaut dire que l'onde de dépression se réfléchit sur la surface libre du réservoir en changeant le signe et devient une onde de surpression (ou compression) qui descend la conduite. La vitesse du liquide sera égale, à ce moment à v_0 (Fig.III.3.h). Donc cette onde a les caractéristiques suivantes :

$$\begin{cases} \Delta V_4 = \Delta V_3 = V_0 \\ \Delta P_4 = -\Delta P_3 = \Delta P_1 \end{cases}$$

Il est évidente qu'une fois la dépression $-\Delta p$ aura été complètement supprimée, la conduite va reprendre son état initial et se retrouvera donc dans les mêmes conditions que celles qui existaient juste à la fermeture de la vanne.

Par conséquent, au temps $t=4L/C$, on a un écoulement identique à l'écoulement de l'état initial, caractérisé par:

$$\text{Phase 4} \begin{cases} V_4 = V_0 \\ P_4 = P_0 \end{cases}$$

Alors le phénomène se reproduira théoriquement à l'infini. Mais en réalité, l'amortissement du phénomène est dû aux pertes de charge par frottement et à la dissipation d'une partie de l'énergie du liquide dans le réservoir.

On peut donc conclure que le phénomène est périodique de période $T=4L/C$.

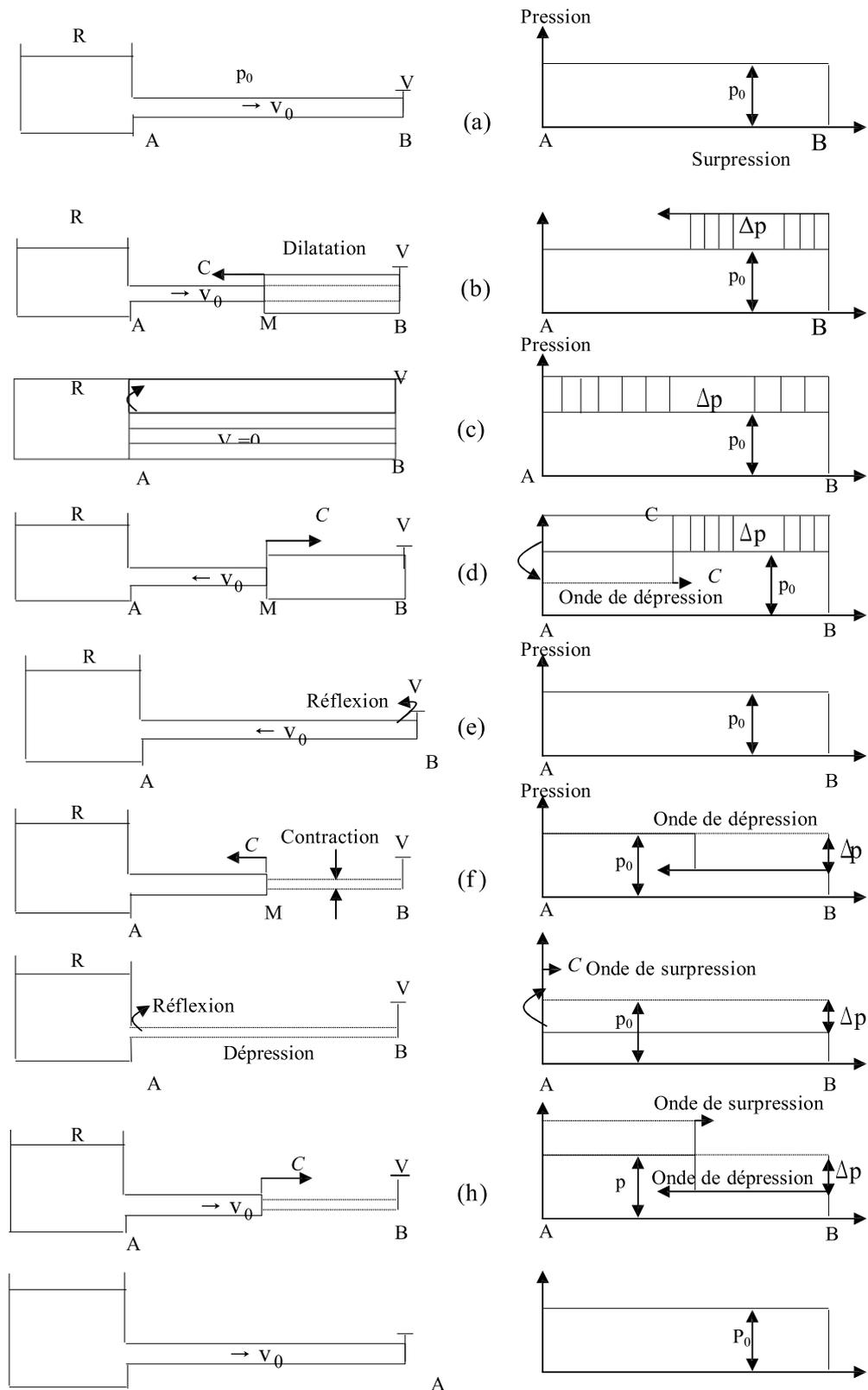


Fig. II.3 : Evolution de l'écoulement en fonction du temps

II.4.3 Cas d'ouverture d'une vanne sur une conduite d'adduction gravitaire : [5],[1]

Si on ouvre brusquement une conduite d'adduction gravitaire initialement pleine d'eau au repos et en charge, l'eau se met à couler et la conduite est parcourue par une onde de dépression jusqu'au réservoir amont, onde qui revient ensuite sous forme de surpression qui se superposera à la dépression existante dans la conduite (Fig. II.5).

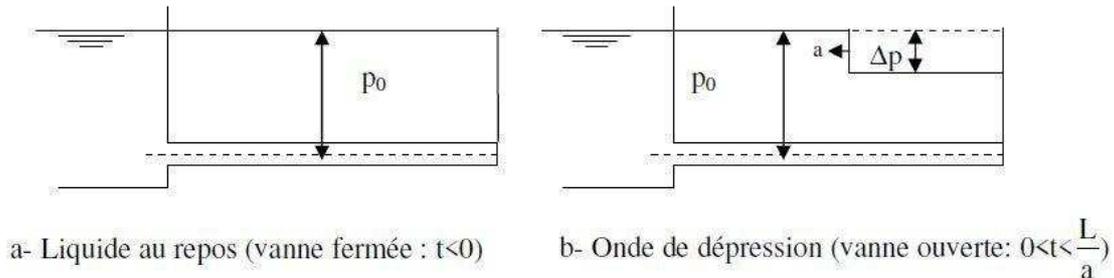


Fig.II.5 Ouverture brusque d'une vanne

Dans tous les cas, il est nécessaire de calculer les conduites pour qu'elles résistent à ces phénomènes : surpressions et dépressions. En particulier, elles devront résister à l'écrasement dû à la pression atmosphérique dans le cas où les dépressions seraient suffisantes pour créer la cavitation et la rupture de la colonne d'eau.

II.4.4 Cas d'une conduite de refoulement :

Soit une conduite de refoulement de diamètre D et de longueur L , dont le débit Q_0 se trouve brusquement arrêté à la suite d'une disjonction (Fig. II-6-a). On admettra une élasticité de la conduite et une compressibilité de l'eau. Quatre phases peuvent alors être envisagées.

Phase 01 : Par suite de son inertie, la colonne d'eau va poursuivre son chemin ascendant, mais la conduite n'est plus alimentée, il va donc se produire à partir de la pompe une dépression, de tranche en tranche l'eau se déprime et la conduite se contracte successivement par diminution élastique de son diamètre. L'onde de dépression se propage jusqu'au réservoir à une vitesse, ou célérité " C ". Le temps mis par cette onde pour atteindre le réservoir est L/C (Fig. II-6-b). Au bout de ce temps, la conduite est totalement en dépression et l'eau est immobile.

Phase 02 : Par suite de son élasticité, la conduite reprend son diamètre initial et cela de proche en proche, en considérant les tranches successives à partir du réservoir. L'eau revient alors dans la conduite et au bout d'un nouveau temps L/C , c'est-à-dire à $2L/C$ depuis l'origine du phénomène, tout l'eau redescend mais va se trouver arrêtée par le clapet de la pompe qui entre temps s'est fermé (Fig. II-6-c).

Phase 03 : La première tranche de fluide en contact avec le clapet va être comprimée par les tranches suivantes provoquant une dilatation de la conduite dans le sens pompe réservoir. Au bout d'un nouveau temps L/C c'est-à-dire à $3L/C$ de l'origine) toute la conduite sera dilatée avec une eau sur pressée, immobile (Fig. II-6-d).

Phase 04 : L'élasticité permet à la conduite de reprendre, de poche en poche du réservoir à la pompe, son diamètre initial. Au bout d'un nouveau temps, c'est-à-dire à $4L/C$ depuis l'origine, on se retrouve dans la même situation qu'au moment de l'arrêt brusque de la pompe. La période du mouvement est donc $4L/C$. Le phénomène se produirait théoriquement à l'infini, s'il n'était pas freiné, amorti, par les pertes de charge résultant du frottement de l'eau dans la conduite (Fig. II-6-e).

Ce phénomène, pour le cas d'une conduite de refoulement est donc caractérisé, tout d'abord par une dépression, puis par une surpression.

Dans l'un comme dans l'autre cas, le coup de bélier est maximal à la pompe (conduite de refoulement) ou au robinet d'arrêt (conduite d'adduction gravitaire) et nul à l'autre extrémité (réservoir).

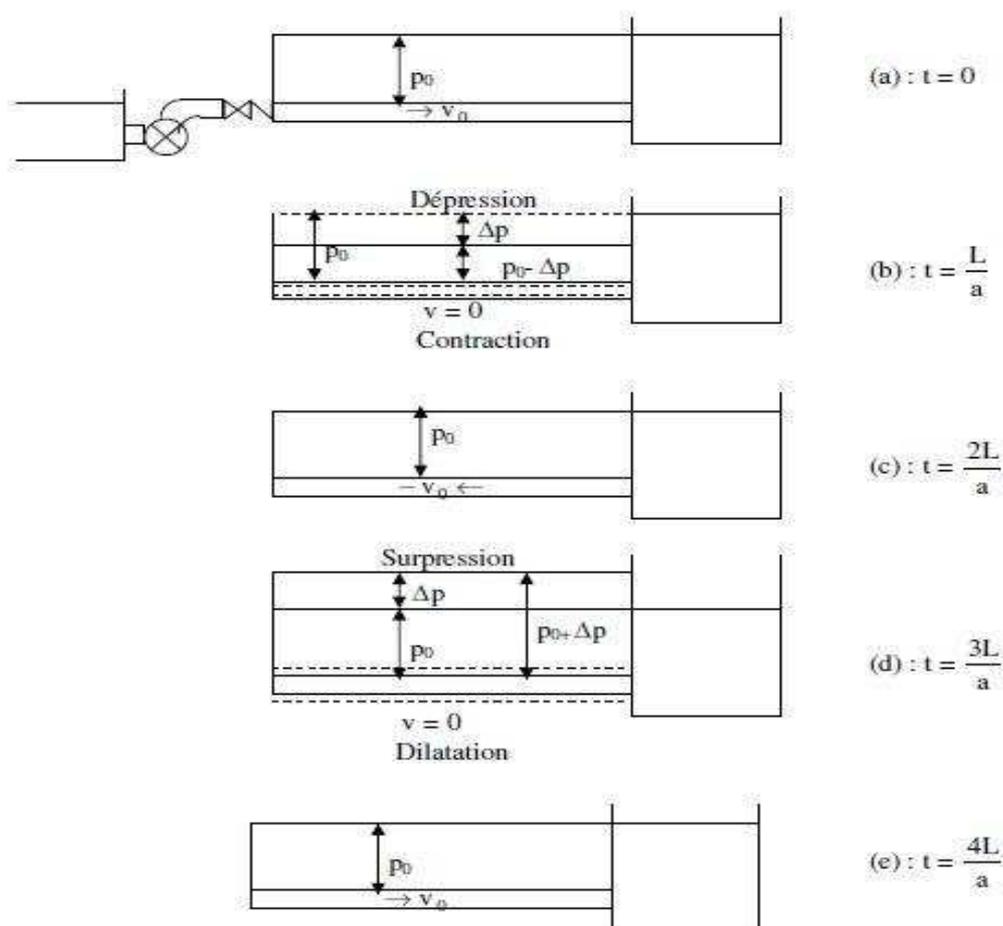


Fig. II-6 Evolution de l'écoulement en fonction du temps dans une conduite de refoulement.

II.5 Equations de base d'un écoulement transitoire :

II.5.1 Hypothèse de base : [5],[13]

Soit une conduite d'adduction gravitaire AB alimentée en A par un réservoir, dont la surface libre est à la pression atmosphérique et terminée en B par une vanne V.

On suppose tout d'abord que le diamètre D , la nature et l'épaisseur e des parois de la canalisation AB soient constants, autrement dit une conduite à caractéristique unique.

On ne tient pas compte de l'inégale répartition des vitesses et des pressions dans une section transversale quelconque de la canalisation. Soit v et p la vitesse et la pression moyennes dans une section M qui sera repérée par son abscisse x mesuré par sa distance à l'extrémité aval B en suivant la canalisation; l'origine des abscisses sera donc le point B. La vitesse v et la pression p sont fonctions de x et de t , par conséquent, il faudra deux équations pour résoudre le problème.

On néglige les frottements le long de la canalisation, ils ont simplement pour effet de réduire progressivement l'amplitude des ondes de surpressions et dépressions constituant le coup de bélier et, dans le cas d'une fermeture rapide de la vanne, cet amortissement est assez faible et peut être négligé au moins en première approximation. On supposera que la canalisation AB est dépourvue de tout système élastique local tel que des poches d'air ou d'une surface libre déformable en contact avec l'air sous pression ou à la pression atmosphérique (Cloche à air ou cheminée d'équilibre).

Finalement, dans les hypothèses d'un liquide incompressible et d'un tuyau indéformable, il y aura obligatoirement rupture de la canalisation. En fait, l'expérience montre que dans ce phénomène spécial, caractérisé par de rapides accroissements de pression, la compressibilité de l'eau et l'élasticité des parois de la canalisation ne sont plus négligeables comme on l'admet ordinairement en hydraulique. Il n'est plus questions d'oscillations de masse mais d'un régime transitoire, créant des ondes élastiques où la pression, la vitesse et le débit varient à la fois dans le temps et en chaque point de la conduite.

II.5.2 Mise en équation : [1], [5], [7]

II.5.2.1 Equations de SAINT VENANT

Nous allons établir les deux équations connues sous le nom d'équations de SAINT-VENANT à partir des équations générales qui sont l'équation de continuité et l'équation dynamique.

II.5.2.2 Equation de continuité :

Nous allons d'abord rappeler certains résultats de mécanique des matériaux et les utiliser pour déterminer les contraintes dans les tuyaux sous pression.

Appelons σ_1 et σ_2 les contraintes longitudinale et radiale, ζ_1 et ζ_2 les déformations correspondantes, E le module d'élasticité de la conduite (module de YOUNG) et ν le module de poisson.

La loi de HOOKE permet d'écrire :
$$\zeta_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2)$$

$$\zeta_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)$$

Contrainte σ_2 :

Si "D" est le diamètre et "e" l'épaisseur du tuyau. La pression interne "P" exerce une force "P.D" sur une demi-circonférence.

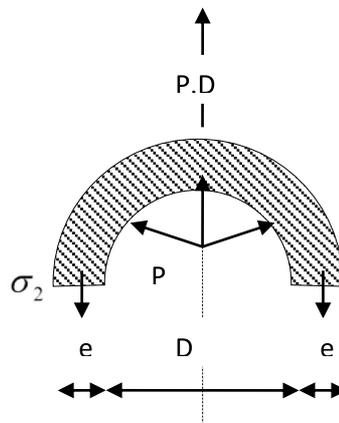


Figure II-7 : forces et contraintes radiales dans un tuyau

La contrainte est donc : $\sigma_2 = \frac{PD}{2e}$

Contrainte σ_1 :

On distingue deux cas

- **Premier cas :** Si la conduite a suffisamment de joints, on peut considérer qu'il n'y a ni contraintes, ni déformations longitudinales et que les éléments cylindriques successifs sont indépendants entre eux (donc $\nu = 0$). Dans ce cas, on a $\nu_1 = \nu = 0$ (ν n'est pas alors le module de poisson du matériau proprement dit mais son équivalent pour la canalisation globale).

- **Deuxième cas :** La contrainte longitudinale doit être prise en compte. Elle dépend dans ce cas de la façon dont le tuyau est ancré aux extrémités :

- ✓ Tuyau ancré aux deux extrémités : on a donc $\zeta_1 = 0$ et par conséquent

$$\sigma_1 = \nu\sigma_2.$$

- ✓ Tuyau libre à une extrémité : la force qui s'exerce à l'extrémité du tuyau est égale $\frac{P \cdot \pi \cdot D^2}{4}$, cette pression peut être nulle dans le cas

où la vanne d'extrémité serait grande ouverte. Cette force s'exerce sur le périmètre entier du tuyau $\pi \cdot D$, donc sur la surface $\pi \cdot D \cdot e$, la

contrainte est donc $\sigma_1 = \frac{P \cdot D}{4e}$ qu'on peut écrire $\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{2}$.

Récapitulation :

L'expression de la contrainte radiale : $\sigma_2 = \frac{P \cdot D}{2e}$

L'expression de la contrainte longitudinale : $\sigma_1 = K_c \sigma_2$

Nous allons exprimer l'équation de continuité en analysant les déformations à masse constante d'un volume de liquide entre les instants « t » et « t+dt ». Pour cela, nous allons exprimer que cette masse $\rho v = \rho \cdot S \cdot \Delta L$ reste constante.

Soit :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dS}{S} + \frac{d(\Delta L)}{\Delta L} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Avec :

ρ : la masse volumique du liquide.

S : la section radiale.

ΔL : la variation de longueur de l'élément liquide.

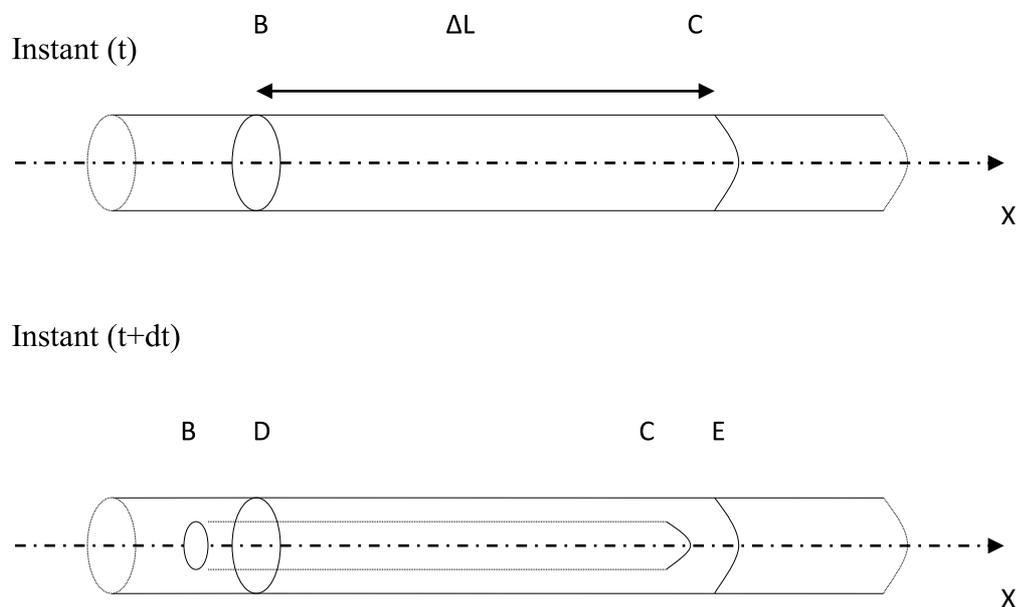


Fig. II.8 : Déplacement d'un élément liquide.

Variation de longueur de l'élément liquide

Expriment la variation ΔL :

$$\Delta L (t) = X_C - X_B$$

$$\Delta L (t + dt) = X_E - X_D$$

$$d(\Delta L) = (X_E - X_C) - (X_D - X_B)$$

$$d(\Delta L) = U_C \cdot dt - U_B \cdot dt = (U_C - U_B) dt$$

$$\text{D'où} \quad d(\Delta L) = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot \Delta L \cdot dt$$

$$\text{Et} \quad \frac{d(\Delta L)}{\Delta L} = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot dt \quad (\text{II.2})$$

- Variation de la masse volumique de l'élément liquide :

Par définition, le module d'élasticité du fluide ε est égal à $dP / (d\rho/\rho)$.

On en déduit l'égalité suivante :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\varepsilon} \quad (\text{II.3})$$

-Variation de section de l'élément liquide :

La section de l'écoulement liquide reste en permanence égale à celle de l'élément de tuyau qui l'entoure. On a donc :

$$\frac{dS}{S} = 2 \frac{dr}{r} = 2d\zeta_2 = \frac{2}{E} (d\sigma_2 - \nu d\sigma_1)$$

On a vu précédemment que $\sigma_1 = K_c \sigma_2$. Si on pose $f = 1 - K_c \nu$, on obtient :

$$\frac{dS}{S} = \frac{2f}{E} d\sigma_2 = \frac{D}{E \cdot e} f dP \quad (\text{II.4})$$

Avec :

S : La section de la conduite,

E : Module de Young du matériau,

e : Epaisseur de la conduite,

D : Diamètre de la conduite.

On remplace chaque terme de l'équation (II.1) par les expressions données dans les équations (II.2, II.3 et II.4), on obtient l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right) \frac{dP}{dt} = 0 \quad (\text{II.5})$$

On voit que le terme $\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right)$ dépend d'une part de la compressibilité de l'eau (ε), d'autre part des caractéristiques du tuyau $\left(\frac{D}{E \cdot e} \right)$ et de la façon dont ce dernier est assemblé et ancré (f).

Ce terme est donc en général une caractéristique de l'installation sur laquelle on étudie le coup de bélier. On pose donc :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{E \cdot e} f \right) \quad (\text{II.6})$$

Ce qui donne comme nouvelle expression de l'équation de continuité :

$$\rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) = 0 \quad (\text{II.7})$$

L'équation (II.7) représente la première équation de SAINT-VENANT

II.5.2.3 Equation dynamique :

On va suivre un petit élément de volume dans son mouvement et lui appliquer le théorème des quantités de mouvement :

$$\frac{d(mU)}{dt} = \sum F_{ex} \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$\sum F_{ex}$: La somme des forces extérieures.

m : La masse de la tranchée.

U : La vitesse d'écoulement.

Qui indique que la dérivée de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures appliquées à l'élément fluide.

$$\frac{d(mU)}{dt} = \frac{dm}{dt}U + m\frac{dU}{dt}$$

La masse de l'élément liquide ne varie pas dans son déplacement.

On a donc : $\frac{dm}{dt} = 0$

Donc $\frac{d(mU)}{dt} = m\frac{dU}{dt} = \rho.S.dX.\frac{dU}{dt}$ (II.9)

Les forces extérieures appliquées et projetées sur l'axe de la conduite pour une couche d'eau d'épaisseur dX, (figure II.9) sont :

- La pression sur une face de la tranche dX : P S
- La pression sur l'autre face : $- \left(P + \frac{\partial P}{\partial X} dX \right) S$

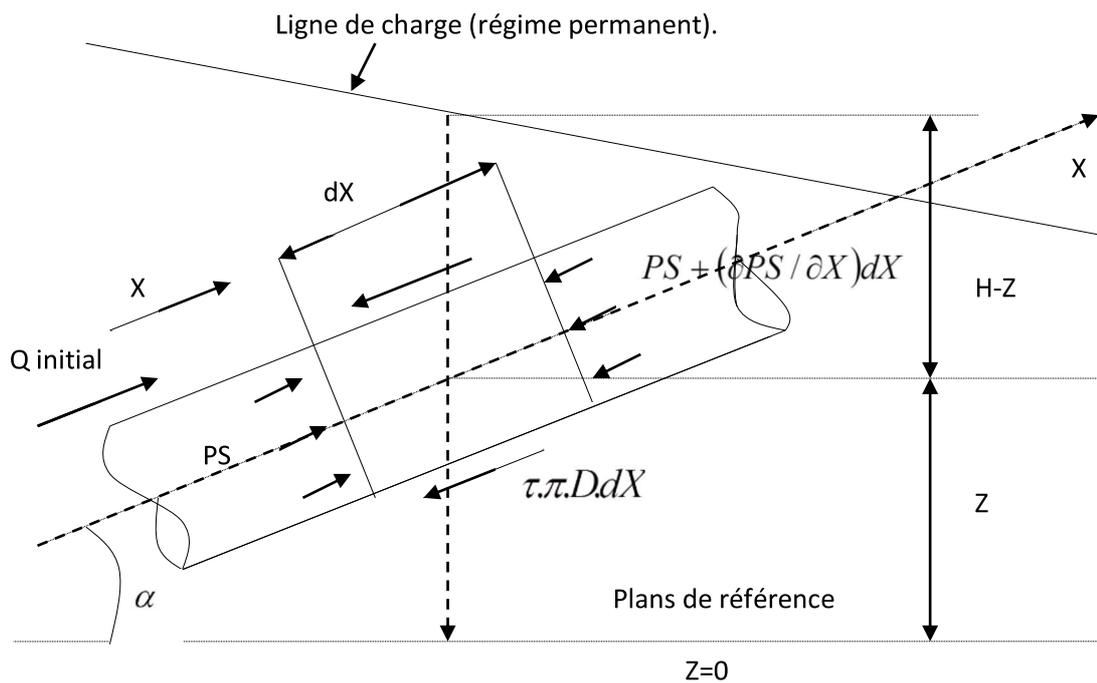


Figure II.9 : forces exercées sur une tranche liquide.

On signale que : $\frac{dZ}{dX} = \sin \alpha$ et $P = \rho g(H - Z)$

A partir de la figure (II.9) on aura :

$$\sum F_{ex} = PS - \left(PS - SdX \frac{\partial P}{\partial X} \right) - \rho g S dX \sin \alpha - \tau \pi D . dX \quad (\text{II.10})$$

On détermine d'abord le terme $\tau . \pi . D$

Les pertes de charge étant représentées par ΔP donnée par la formule :

$$\Delta P = \rho g \lambda \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}$$

On peut écrire alors que la force de frottement Fr se calcule par l'une des deux formules suivantes :

$$Fr = \tau . \pi . D . L \quad \text{ou} \quad Fr = \Delta P . \pi . \frac{D^2}{4}$$

D'où l'on déduit :

$$\tau . \pi . D = \frac{\pi D^2}{4} \rho g \frac{\lambda U^2}{2gD} = j \rho g S \quad (\text{II.11})$$

Avec $j = \frac{\lambda U^2}{2gD}$ (gradient hydraulique).

On injecte l'expression $\tau . \pi . D$ dans l'équation (II.10), on aura :

$$\sum F_{ex} = - \frac{\partial P}{\partial X} S dX - \rho g S \sin \alpha dX - j \rho g S dX \quad (\text{II.12})$$

En portant l'équation (II.12) dans l'équation (II.9) on obtient après simplification par $\rho . S . dX$:

$$\frac{dU}{dt} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} - g(\sin \alpha + j)$$

Ou bien :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \quad (\text{II.13})$$

L'expression (II.13) est la seconde équation de SAINT-VENANT.

On sait que :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial X}$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X}$$

D'où on aura :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \quad (\text{II.14})$$

L'équation (II.14) représente la 2^{ème} équation de SAINT-VENANT.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} = -\frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \end{array} \right. \quad (\text{III.15})$$

Par conséquent les équations (II.7) et (II.14) représentent le système (II.15) des équations de SAINT-VENANT.

II.6 Les équations aux caractéristiques :[5]

Les deux équations de SAINT-VENANT établies permettent de traduire tous les mouvements transitoires. Nous allons les transformées pour obtenir des équations plus maniables et ayant un sens physique plus évident.

A partir du système (II.15) on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) = 0 \quad (a) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \quad (b) \end{array} \right. \quad (II.16)$$

En multipliant (a) par $\frac{C}{\rho}$ on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} C \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j) \end{array} \right. \quad (II.17)$$

Ajoutons-les d'abord puis retranchons la première de la deuxième. On obtient le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial X} + (C + U) \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + (C + U) \frac{\partial P}{\partial X} \right) = -g(\sin \alpha + j) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + (U - C) \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{1}{\rho C} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + (U - C) \frac{\partial P}{\partial X} \right) = g(\sin \alpha - j) \end{array} \right. \quad (II.18)$$

La première équation du système (II.18) montre que si on se place sur un trajet tel que $\frac{dX}{dt} = U + C$, la quantité $\frac{\partial U}{\partial t} + (U + C) \frac{\partial U}{\partial X}$ exprime sur ce trajet la dérivée totale par rapport au temps de la vitesse $\frac{dU}{dt}$ de même pour la pression, on

aura donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho C} \left(\frac{dP}{dt} \right) = -g(\sin \alpha + j) \\ \frac{dU}{dt} - \frac{1}{\rho C} \left(\frac{dP}{dt} \right) = -g(\sin \alpha + j) \end{array} \right. \quad (\text{II.19})$$

En utilisant les expressions suivantes :

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial X} \frac{dX}{dt} = \frac{dX}{dt} \sin \alpha \quad \left(\text{car } \frac{\partial Z}{\partial t} = 0 \right)$$

$$P = \rho g(H - Z)$$

Il vient donc :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d[\rho g(H - Z)]}{dt} = \rho g \left[\frac{dH}{dt} - \frac{dZ}{dt} \right]$$

$$\frac{dP}{dt} = \rho g \left[\frac{dH}{dt} - \frac{dX}{dt} \sin \alpha \right]$$

D'où les équations du système (II.16) et leurs conditions respectives s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = U + C \\ \frac{dU}{dt} + \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} = -\frac{g}{C}(U + C) \sin \alpha - g(\sin \alpha + j) \end{array} \right. \quad (\text{II.20})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = U - C \\ \frac{dU}{dt} - \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} = -\frac{g}{C}(U - C) \sin \alpha - g(\sin \alpha + j) \end{array} \right. \quad (\text{II.21})$$

Les équations aux caractéristiques sont représentées par les deux premières équations des systèmes (II.20), et (II.21) quant aux deux dernières équations des mêmes systèmes, elles sont dites de compatibilité.

En général, on a toujours $C \gg U$ d'où il vient :

$$1) \text{ Pour } \frac{dX}{dt} = U + C \approx C$$

$$\text{On a : } \frac{dU}{dt} + \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} = -gj$$

$$2) \text{ Pour } \frac{dX}{dt} = -C$$

$$\text{On a : } \frac{dU}{dt} - \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} = -gj$$

Ou autrement écrites :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ \frac{g}{C} \frac{d}{dt} \left(\frac{C}{g} U \pm H \right) + gj = 0 \end{array} \right.$$

On introduit le débit $Q = U.S$ dans cette dernière expression tout en la multipliant

$$\text{par } \frac{C}{g} : \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{C}{gS} Q \pm H \right) + Cj = 0$$

Comme $dX = \pm Cdt$ on aura donc le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ d \left(\frac{C}{gS} Q \pm H \right) + j dX = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.22})$$

Le système (II.22) représente les équations aux caractéristiques.

Interprétation des équations aux caractéristiques

Le système (II.22) peut s'écrire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ d\left(H \pm \frac{C}{gS} Q\right) + j dX = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.23})$$

La figure (II.10) explique bien la première équation du système (II.23) qui représente deux droites sous la forme $dX = Cdt$.

D'autre part, on constate que pour une onde se déplaçant le long d'un trajet vérifiant $dX = Cdt$, il y a conservation de la deuxième équation. La pression se transforme donc en débit (et vice-versa) suivant l'expression :

$$H(B, t) + \frac{C}{gS} Q(B, t) = H\left(A, t - \frac{L}{C}\right) + \frac{C}{gS} Q\left(A, t - \frac{L}{C}\right) - \int_{A(t-\frac{L}{c})}^{B(t)} j dX$$

En d'autres termes, un observateur se déplaçant à la vitesse C selon le sens positif adopté voit se conserver le long de son déplacement la quantité $H + \frac{C}{gS} Q$ aux pertes de charge près.

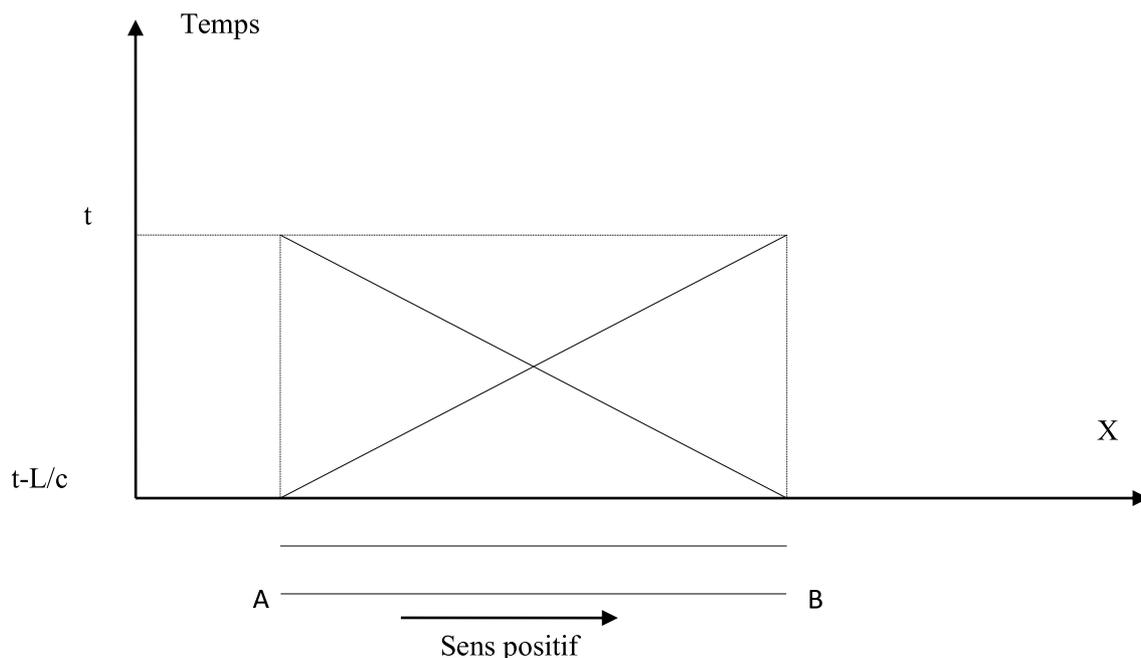


Figure II.10 : Déplacement d'une onde dans le plan (X, t).

II.7 Les équations d'ALLIEVI :[1]

Les équations (II.16a) et (II.16b) de SAINT-VENANT sont générales et traduisent tous les mouvements transitoires. On peut donc les simplifier en rétrécissant le champ de leur validité. Négligeons par exemple les pertes de charge et

admettons qu'on ne s'intéresse qu'aux variations telles que $U \cdot \frac{\partial U}{\partial X}$ soit négligeable

devant $\frac{\partial U}{\partial t}$. ceci est souvent vrai en hydraulique sous pression puisqu'en front

d'onde $\frac{\partial U}{\partial t}$ est égal à $(-C \frac{\partial U}{\partial t})$ et que U est faible devant C, on peut également

négliger $(U \frac{\partial U}{\partial X})$ devant $\frac{\partial P}{\partial t}$.

Le système des équations (II.16) devient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g \sin \alpha \end{array} \right. \quad (\text{II.24})$$

Comme : $\sin \alpha = \frac{\partial Z}{\partial X}, \frac{\partial Z}{\partial t} = 0$ et $P^* = P + \rho g Z$

On peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left(\frac{\partial P^*}{\partial t} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial X} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.25})$$

Ces deux équations s'intègrent pour donner le système de solutions :

$$\left\{ \begin{array}{l} P^* = P^*_0 + F\left(t - \frac{X}{C}\right) + f\left(t + \frac{X}{C}\right) \\ U = U_0 + \frac{1}{\rho C} \left[F\left(t - \frac{X}{C}\right) - f\left(t + \frac{X}{C}\right) \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.26})$$

Où F et f représentent des fonctions quelconques des variables $\left(t - \frac{X}{C}\right)$ et $\left(t + \frac{X}{C}\right)$

. C'est à partir de ces équations que sont établies les solutions analytiques pour les cas simples, en faisant intervenir les conditions aux limites.

On peut écrire le système (III.26) sous forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} P^* - P^*_0 = F + f \\ U - U_0 = \frac{1}{\rho C} (F - f) \end{array} \right.$$

Effectuons les opérations suivantes :

1. divisons la première équation par ρg
2. multiplions le terme de droite de la deuxième équation par ρg ,
puis divisons (F-f) de ce même terme par (ρg) .
3. faisons sortir le signe moins (-) du terme (F-f).

Le système devient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P^*}{\rho g} - \frac{P^*_0}{\rho g} = \frac{F}{\rho g} + \frac{f}{\rho g} \\ U - U_0 = -\frac{g}{C} \left(\frac{f}{\rho g} - \frac{F}{\rho g} \right) \end{array} \right.$$

En développant les termes : $\frac{P^*}{\rho g}$ et $\frac{P^*_0}{\rho g}$

Nous retrouvons : $H = \frac{P^*}{\rho g}$ et $H_0 = \frac{P^*_0}{\rho g}$

Posons en suite : $F' = \frac{f}{\rho g}$ et $f' = \frac{F}{\rho g}$

Il vient alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} H - H_0 = F' + f' \\ U - U_0 = -\frac{g}{C} (F' - f') \end{array} \right. \quad (\text{II.27})$$

Enfin nous aurons :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = H - H_0 = F' \left(t - \frac{X}{C} \right) + f' \left(t + \frac{X}{C} \right) \\ U - U_0 = -\frac{g}{C} \left[F' \left(t - \frac{X}{C} \right) - f' \left(t + \frac{X}{C} \right) \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.28})$$

Le système (II.28) représente les équations d'ALLIEVI.

Avec :

$b = |H - H_0|$: Valeur du coup de bélier,

F' et f' : sont des signes fonctionnels qui dépendent des conditions aux limites.

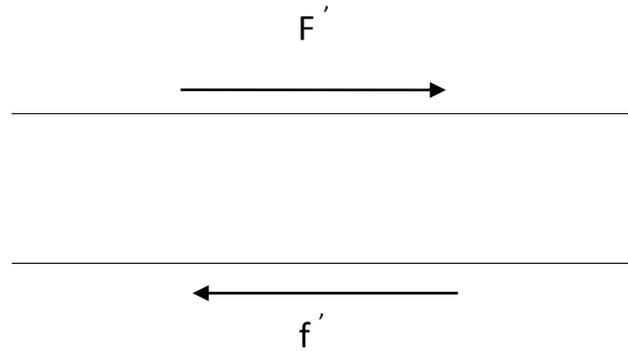
Interprétation des équations d'ALLIEVI [1]

Supposons un observateur se déplaçant le long de la conduite de telle façon que la loi de son mouvement soit : $\left(t - \frac{x}{c} \right) = cte$, c'est-à-dire : $x = c t + b$ ($b = cte$).

Autrement dit l'observateur se déplace d'un mouvement uniforme de vitesse C en sens inverse de la vitesse d'écoulement U . pour cet observateur la fonction $F' \left(t - \frac{x}{c} \right)$ reste constant en chaque point, cette fonction représente donc une onde se propageant dans la conduite avec la vitesse C en sens inverse de U .

De manière analogue un second observateur se déplaçant le long de la conduite et en sens inverse, c'est-à-dire avec une loi de mouvement tel que $(t + x/c = cte)$, observerait que la fonction $f' \left(t + \frac{x}{c} \right)$ reste constante en chaque point, cette fonction $f' \left(t + \frac{x}{c} \right)$ représente donc une onde se propageant le long de la conduite avec une vitesse $-C$, c'est-à-dire dans le même sens que U .

Donc la surpression (ou dépression) en chaque point de la conduite résulte de la superposition en ce point des deux ondes F' et f' se propageant dans la conduite en sens inverse avec la même vitesse absolue C .(Fig.II.11)

Fig.II.11 Présentation des ondes F' et f'

Remarquons au passage que F' , f' et la surpression ($F' + f'$) indépendantes de la pression statique H_0 au point considéré et sont fonction uniquement de x et t .

II.8 Conclusion

Les deux équations de Saint-Venant sont obtenues en appliquant le théorème de quantité de mouvement et de continuité. Elles nous permettent de traduire tous les mouvements transitoires en hydraulique sous pression.

La transformation de ces équations à des équations aux caractéristiques donne un sens physique plus évident au problème.

Finalement les équations d'ALLIEVI représentent un cas simple des équations de Saint-Venant.

Chapitre III

Méthode de détermination du coup de bélier

III.1.Introduction :

Les différentes méthodes d'analyse du phénomène du coup de bélier sont basées sur les équations de ST-VENANT.

Ces équations forment un système d'équations différentielles partielles du premier ordre de type hyperbolique.

$$\rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j)$$

Tenant compte de la complexité du phénomène, il n'existe pas de solutions analytiques complètes permettant de résoudre le problème. Des méthodes approximatives, graphiques ou numériques ont donc pris le relais pour permettre aux ingénieurs de quantifier ce type de phénomènes, parmi ces méthodes on cite les suivantes:

- Méthode arithmétique.
- Méthode des différences finies.
- Méthode des caractéristiques.
- Méthode algébrique.
- Méthode graphique (SCHNYDER-BERGERON).
- Méthode des éléments finis.
- Méthode de série de FOURIER.

III.2. Méthode arithmétique

La méthode arithmétique basée sur deux hypothèses :

- Pertes de charge négligeables.
- La conduite est supposée horizontale.

Les équations de coup de bélier deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gS} \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + g \cdot S \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \end{array} \right. \quad \text{(III.1)}$$

Ces équations sont de type hyperbolique, donc elles admettent des solutions de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} H = H_0 + f\left(t + \frac{X}{C}\right) + f\left(t - \frac{X}{C}\right) \\ Q = Q_0 - \frac{g \cdot S}{C} \left[F\left(t + \frac{X}{C}\right) - F\left(t - \frac{X}{C}\right) \right] \end{array} \right. \quad (\text{III.2})$$

Il reste de déterminer f et F suivant les conditions initiales et aux limites. Cette méthode a été abandonnée, quand les moyens de calcul numérique étaient apparus et ont été développés, en plus elle ne présente pas la réalité à la négligence de pertes de charge.

Cette méthode a été utilisée dans le temps vu le manque de moyens informatiques.

Actuellement la méthode n'est plus applicable car elle ne représente pas la réalité des écoulements (conduites généralement inclinées, pertes de charge souvent importantes). [16]

III.2.METHODE GRAPHIQUE DE SCHNYDER - BERGERON

III.2.1 INTRODUCTION :

La méthode analytique d'Allievi donne un large vu d'ensemble sur le problème de propagation des ondes des écoulements transitoires.

Néanmoins, cette méthode n'a, en définitive, qu'un champ d'application très restreint; notamment, elle ne tient pas compte de l'influence des pertes de charge ni des caractéristiques très variées des conduites industrielles et des conditions très variables des manœuvres de fermeture ou d'ouvertures.[4]

C'est ainsi que même déjà Allievi avait trouvé qu'il était nécessaire de compléter la théorie analytique par une méthode de construction graphique, afin d'aboutir plus rapidement aux résultats numériques dans des cas particuliers. Allievi savait aussi employer cette méthode avec une grande habileté pour effectuer des démonstrations théoriques. Mais pour l'usage purement pratique, les épures du coup de bélier suivant la méthode Schnyder Bergeron sont préférables.[3],[2]

La méthode graphique a été proposée en 1929 par Othmar Schnyder pour le calcul des coups de bélier dans les conduites de refoulement des pompes, qu'il a ensuite étendue aux systèmes en charge quelconques en particulier aux

conduites forcées (1932). Indépendamment de Schnyder, Louis Bergeron a proposé la même méthode en 1931. [9]

La méthode graphique peut s'adapter aux problèmes les plus divers, de sorte qu'elle est devenue un moyen auxiliaire indispensable pour les ingénieurs concepteurs. Elle permet d'aboutir d'une manière élégante et relativement simple à une solution générale des problèmes qui à première vue, paraissent les plus compliqués.

Actuellement, elle a perdu beaucoup de son intérêt en raison de l'existence des ordinateurs. Néanmoins, pédagogiquement parlant, la méthode graphique à conserver toute sa valeur. Il s'agit de résoudre graphiquement les équations d'Allievi sur un tronçon de canalisation compris entre deux diaphragmes successifs.

III.2.2 Valeur et intérêt pratique de la méthode graphique :

La compréhension de la méthode rend tout ingénieur capable de l'appliquer à un cas quelconque, aussi compliqué que soit-il. L'utilisation de la méthode pour résoudre des cas pratiques et concrets permet à l'ingénieur de se familiariser progressivement avec son emploi; s'il les suit avec attention, il peut acquérir rapidement un certain entraînement et, en outre, ce qui n'est pas le moins intéressant, une réelle expérience des phénomènes qui se produisent dans les installations hydrauliques industrielles. .[13]

Le plus grand avantage de la méthode graphique est en effet de suivre le phénomène étudié avec une rigueur et une fidélité absolue, d'en être même l'exacte reconstitution qui s'accomplit en fait sous les yeux du calculateur, comme au ralenti, de sorte qu'il lui est loisible, à chaque instant de l'analyser et de le discuter. André Blondel, le savant électricien a fort bien dit de cette méthode *"pourquoi l'appeler la méthode graphique? Elle est bien mieux que cela! C'est une méthode expérimentale qui réalise le phénomène avec la règle et l'équerre, avec elle, il n'est plus besoin de modèle réduit"*. [13],[21]

Ce qui justifie et motive cette opinion, c'est que, à chaque instant, on connaît à la fois la pression et le débit, et non la pression seule, comme cela est le cas dans les méthodes algébrique de calcul de propagation d'ondes. Ces dernières, toujours établies en vue de rechercher la pression, ont conduit à trouver des règles sur la réflexion et le passage des ondes de pression qui sont certes très utiles pour le calcul mais qui, en ignorant le débit, font croire à une sorte d'indépendance de la pression qui fausse parfois profondément le jugement des ingénieurs. Ce n'est en effet, ni la pression ni le débit, mais le changement d'état : pression-débit qui, provoqué en un lieu à un instant donné, se propage en se reproduisant identiquement en chaque lieu où il passe, constituant ainsi justement ce qu'on appelle une onde, mais serait mieux nommé « Front-d'onde ». Et c'est à la

propagation de ce front d'onde qu'est liée à la loi linéaire entre les deux grandeurs qui caractérisent l'état du milieu : pression – débit en hydraulique. [8]

III.2.3 Représentation graphique du phénomène du coup de bélier : [1],[9]

En additionnant et en retranchant membre à membre les équations d'ALLIEVI du système (III.28) trouvées au chapitre IV, on obtient :

$$b - \frac{a}{g}(U - U_o) = 2F' \quad (III.3)$$

$$b + \frac{a}{g}(U - U_o) = 2f'$$

S : la section de la conduite

Q_o, U_o : le débit et la vitesse en régime permanent.

q, U : le débit et la vitesse à un instant quelconque.

Les équations ci-dessus peuvent s'écrire comme suit :

$$b = \frac{a}{gS}(q - Q_o) + 2F' \quad (III.4)$$

$$b = -\frac{a}{gS}(q - Q_o) + 2f'$$

Or, nous avons vu que, pour un observateur se déplaçant en sens inverse du courant, à la vitesse a , la valeur de F' restait toujours la même. En conséquence, si l'on rapporte q et b à deux axes OH et OQ , la première équation de (III.2) pour une valeur de F' , est l'équation d'une droite de pente $+\frac{C}{gS}$. (Figure III.1)

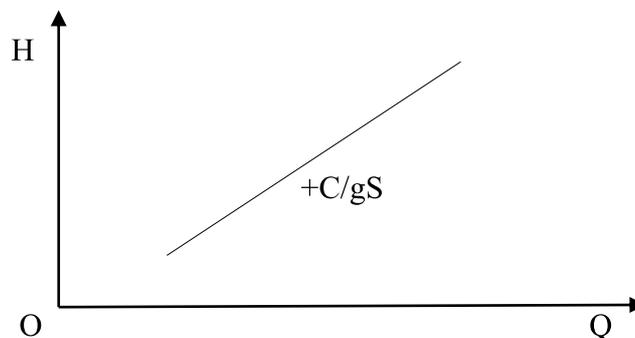


Figure III.1 : caractéristique de la conduite en régime transitoire

De même, pour un observateur se déplaçant dans le sens du courant à la vitesse $-C$, la valeur de f' reste constante et, dans le même système de coordonnées, la deuxième équation de (III.2), pour une valeur de f' , est l'équation d'une droite de pente $-\frac{C}{gS}$ (figure III.2)

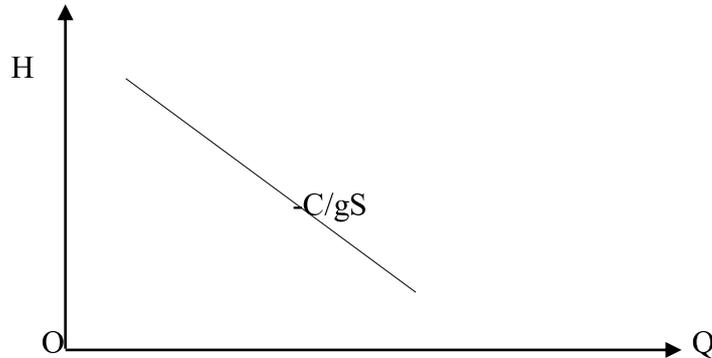


Figure III.2 : Caractéristique de la conduite en régime transitoire

Cette représentation est la base de la méthode graphique de BERGERON qui exprime que, pour un observateur se déplaçant à la vitesse a des ondes, parti d'un point donné à un temps donné où les caractéristiques Q_0 H_0 du régime sont connues, la pression et le débit sont liés par une loi linéaire. Si l'on imagine alors deux observateurs partant à la rencontre l'un de l'autre des extrémités d'un tronçon de conduite, ils verront les points du régime se déplacer sur des droites $+\frac{C}{gS}$ pour l'un $-\frac{C}{gS}$ pour l'autre, de sorte qu'à leur rencontre, c'est à dire à l'intersection des droites, ils ne pourront constater que le même débit et la même pression. (Figure III.3)

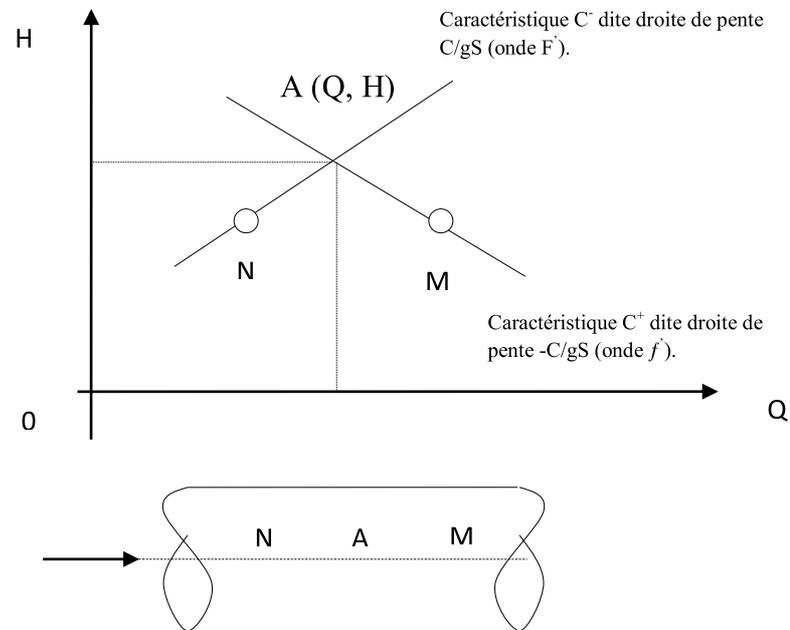


Figure III.3: Représentation graphique de la solution.

III.2.4 Application à un cas général :[1]

Supposons un tronçon de conduite de longueur L et de section S , dans lequel la célérité d'onde est « c », terminé à ses extrémités par des appareils A et B quelconques (vanne, turbine, pompe, réservoir d'air etc...) dont les courbes caractéristiques $H(Q)$ sont respectivement ψ_A et ψ_B et sont variables dans le temps à chaque instant.

Supposons que la vitesse dans la canalisation soit dirigée de A vers B, choisissons comme unité de temps $T = L/c = 1$ temps mis par l'observateur pour se déplacer entre A et B.

Prenons comme origine des temps l'instant où le premier des appareils, A par exemple, commence à varier et supposons que le second appareil B commence à varier au temps θ tel que $0 < \theta < 1$.

Avant le temps 0, le point figuratif du régime en tout point de A à B est O_M point d'intersection des courbes caractéristiques $\psi_{A(0)}$ et $\psi_{B(0)} = \psi_B(\theta)$ des deux appareils à l'instant 0, ce point O_M reste valable pour tout observateur partant de B à un temps antérieur à θ et pour tout observateur partant de A à un temps antérieur à 0.

D'autre part le temps -1 est le dernier instant lequel l'observateur parti de B trouve encore en A le régime initial puisqu'il arrive au temps 0.

En fin $\theta-1$ est le dernier instant pour lequel l'observateur parti de A trouve encore en B le régime initial puisqu'il y arrive au temps θ .

Soit $\psi_{A(\theta+1)}$ et $\psi_{B(1)}$ les courbes caractéristiques ψ_A à l'instant $\theta+1$ et ψ_B à l'instant 1.

Supposons que l'observateur parti de B au temps θ ; le régime en B à son départ étant encore le régime initial défini par le point $O_M=O_B$.

La droite caractéristique pour cet observateur sera la droite ϕ passant par le point θ_B et le coefficient angulaire C/gS car il sera déplacé en sens contraire de la vitesse d'écoulement à son arrivée en A au temps $(\theta+1)$, le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_A(\theta+1)$ de l'extrémité A_0 ; à cet instant il sera donc à leur point d'intersection $(\theta+1)_A$.

Si maintenant l'observateur rebrousse chemin de A vers B la droite caractéristique du régime en tout lieu où il passe sera pour lui la droite ϕ .

Passant par le point connu $(\theta+1)_A$ et de coefficient angulaire $-c/gS$ puisqu'il se déplace dans le même sens que la vitesse d'écoulement.

En arrivant en B au temps $(\theta+2)$, le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_B(\theta+2)$ de l'appareil B, à cet instant il sera donc à leur point d'intersection $(\theta+2)_B$.

En faisant repartir l'observateur on détermine successivement les lignes :

-En A à l'extrémité $(\theta+3)$ soit le point $(\theta+3)_A$

.En B à l'extrémité $(\theta+4)$ soit le point $(\theta+4)_B$

Supposons maintenant l'observateur parti de A au temps limite 0 le régime en A, 0 son départ étant encore le régime initial défini par le point $O_M=O_B=O_A$, la droite caractéristique pour cet observateur sera la droite ϕ passant par le point O_A de coefficient angulaire $-C/g.S$.

A son arrivée en B au temps 1 le point figuratif du régime sera donc à l'intersection de la droite ϕ et la courbe caractéristique $\psi_B(1)$ de l'appareil B à cet instant il sera donc à leur point d'intersection 1B si maintenant l'observateur rebrousse chemin de B vers A la droite caractéristique du régime en tous points où il passe sera la droite ϕ passant par le point 1B et de coefficient angulaire $+C/gS$ en arrivant en A au temps 2 le point figuratif du régime sera sur cette droite ϕ et sur la courbe caractéristique $\psi_B(2)$ de l'extrémité A ; à cet instant il sera donc à leur point d'intersection 2A.

En faisant repartir l'observateur vers B en déterminant successivement les régimes :

- En B à l'instant 3 soit le point 3B
- En A à l'instant 4 soit le point 4A, etc.

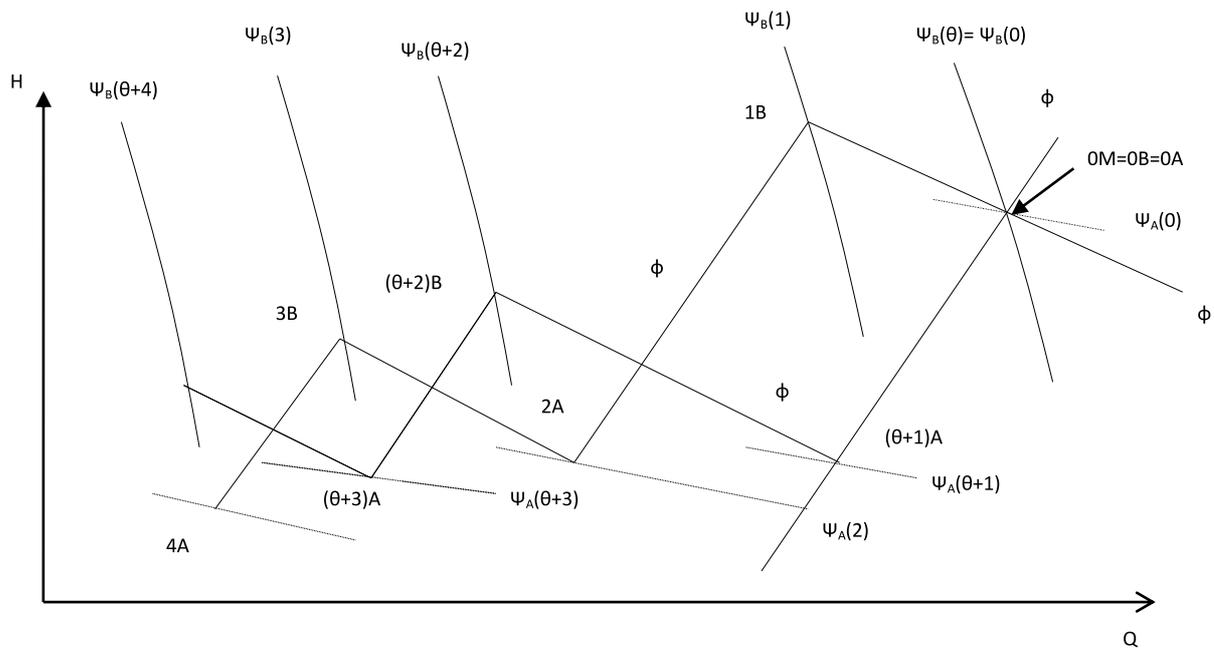


Figure III.4 : Epure de BERGERON pour un cas général

III.2.4.1 Cas d'une conduite de diamètre constant en négligeant le frottement :

On suppose que la fermeture de l'obturateur d'une conduite forcée simple (Fig.III-5-a) s'effectue linéairement en un temps T c'est-à-dire que la section effective de l'ouverture de l'obturateur diminue linéairement de 1 à 0 (Fig. III-5-b). On suppose, ensuite, qu'il y a en A un très grand réservoir (Fig. III-5-a), de sorte que la pression H0 reste constante.

En B, se trouve l'obturateur. Comme unité de temps on choisit la phase de la conduite $\theta=2L/C$ On trace la famille de paraboles ψ_i qui représentent les conditions aux limites au temps 0, 1, 2..... et on les désigne par $\psi_0 \psi_1 \psi_2.....$

Au temps $t=-\epsilon$, l'écoulement est encore permanent dans toute la conduite. On a partout $H = H_0$ et $Q = Q_0$. Le point figuratif du régime correspondant B0 est, par conséquent, valable pour toute la conduite (Fig. III-5-c).

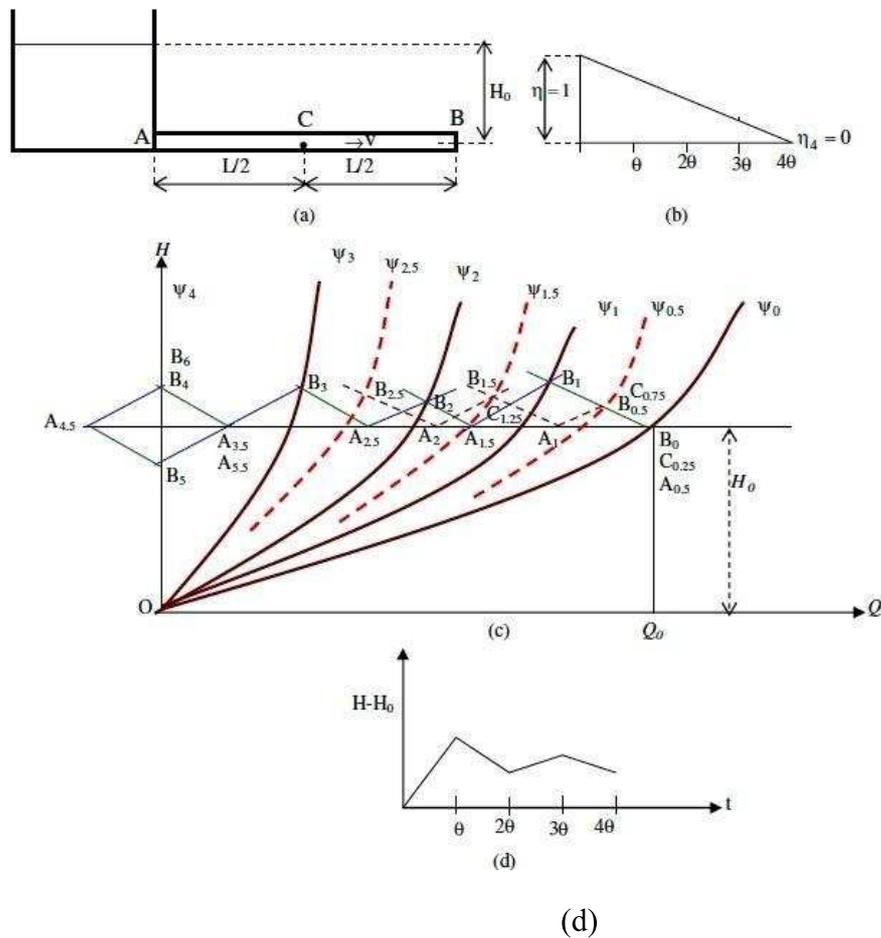


Fig III.5.(a,b,c,d) : Calcul graphique du coup de bélier .

(Fermeture linéaire lente)

Ce régime dure pour le point B jusqu'au temps $t = 0$ (point B0). Mais pour le point A il dure jusqu'au temps $t = 0.5$, où la première onde de pression venant de B arrive au point A (point A0.5 de l'épure). Pour le point C du milieu de la conduite, l'écoulement permanent dure jusqu'au temps $t = 0.25$ (point C0.25). Par conséquent, les trois points B0, A0.5, et C0.25 coïncident.

On suit maintenant un observateur qui se déplace au temps $t = 0.5$ de A en suivant le courant dans la direction « +v ». Pour cet observateur, tous les points figuratifs du régime se trouvent sur une droite caractéristique qui passe par le point A0.5 et dont le coefficient angulaire est $tg\alpha = -C/gS$. et observateur arrive en B au temps $t = 0.5 + 0.5=1$. Mais à cet instant, les conditions aux limites de l'obturateur B sont déterminées par la parabole $\psi 1$. Le point figuratif du régime B1 se trouve donc au point d'intersection de cette parabole 1 y avec la droite caractéristique précédente. L'observateur quitte maintenant le point B et se déplace dans la direction « -v » de B vers A, où il arrive au temps 1.5. Tous les points figuratifs du régime que rencontre cet observateur se trouvent sur une droite caractéristique qui passe par le point B1 et dont le coefficient angulaire est $= C/gS$. Mais au point A, on connaît les conditions

aux limites. On a en ce point à tout instant $H = H_0$ et les conditions aux limites sont données par l'horizontale $H=H_0$. Au point d'intersection de cette droite caractéristique avec l'horizontale $H = H_0$ se trouve donc le point figuratif du régime A1.5 qui indique la pression et le débit en A au temps 1.5. A partir de ce point, l'observateur continue à se déplacer le long de la conduite forcée de A vers B et inversement. Les points figuratifs du régime décrivent alternativement des droites caractéristiques, dont les points d'intersection avec les paraboles, $\psi_1 \psi_2 \psi_3 \dots$ et avec l'horizontale $H = H_0$ donnent les points B2, A2.5, B3, A3.5, B4.....

Sur la figure III-5, il a été admis que le temps de fermeture est $T=4\theta=4.2L/C$ la parabole ψ_4 coïncide avec la verticale passant par O. Puisque désormais, l'obturateur reste fermé, toutes les autres paraboles $\psi_5 \psi_6 \dots$ coïncident également avec cette verticale. Les points figuratifs du régime décrivent désormais le losange B4, A4.5, B5, A5.5, B6.....

Aux temps 1, 2, 3, 4, la pression en B est donnée par $H_1, H_2, H_3, H_4 \dots$. On porte ces ordonnées sur un diagramme temps- pression (Fig. III-6-d), d'après lequel on voit la variation de la pression en fonction du temps. Mais on peut aussi déterminer graphiquement la pression en B dans les phases intermédiaires 0.5 ; 1.5 ; 2.5 ... Pour cela, on suit un seconde observateur qui part au temps $t=0$ de A et qui arrive au temps $t = 0.5$ en B. Pour lui, tous les points figuratifs du régime se trouvent sur une droite caractéristique de coefficient angulaire $tg\alpha = -C/gS$ passant par le point A0 qui est identique au point A0.5, puisqu'au temps 0 et 0.5 l'écoulement est encore permanent en A. Mais au temps $t = 0.5$ le régime en B est donné par la parabole en trait discontinu $\psi_{0.5}$ dont le point d'intersection avec cette droite caractéristique donne le point B0.5. En partant de ce point de départ B0.5, on obtient les points A1, B1.5, A2,..... l'observateur se déplaçant entre B et A alternativement dans un sens et dans l'autre. Jusqu'au temps 0.25 l'écoulement en C au milieu de la conduite est permanent. Le point C0.25 coïncide avec A0.5 et B0. Au temps 0.75 le régime en C est identique au régime en B au temps 0.5, le point figuratif du régime C0.75 coïncide donc avec B0.5. Désormais le régime en C est toujours donné par le fait qu'on suive deux observateurs qui partent simultanément de A et B et qui se rencontrent en C. Par exemple, le point figuratif du régime C1.25 est donné par le point d'intersection de deux droites caractéristiques partant des points B1 et A1. [3],[14]

III.2.4.2 Prise en compte de la perte de charge : [5]

Dans l'application du cas général nous avons supposé que les pertes de charge sont nulles, mais dans le cas réel elles existent sous la forme d'une intégrale

$$\int_0^L j(Q(X,t))dX \text{ où le débit est celui de la conduite sur le parcours de l'onde, c'est-à-dire que } X \text{ et } t \text{ sont liées par } X - X_0 = \pm C. (t - t_0).$$

Par la méthode graphique on remplace cette perte de charge en ligne par des pertes de charge concentrées : on tronçonne la canalisation en n tronçons élémentaires et on y place de s diaphragmes qui ont une loi de perte de charge égale à $j.L/n$.

La présence d'un diaphragme modifie l'épure ainsi que c'est indiqué sur les figures III.6 et III.7 : on retranche les pertes de charge de la droite caractéristique provenant du point d'où vient le débit. L'intersection de la courbe ψ ainsi obtenue, avec l'autre caractéristique donne la solution.

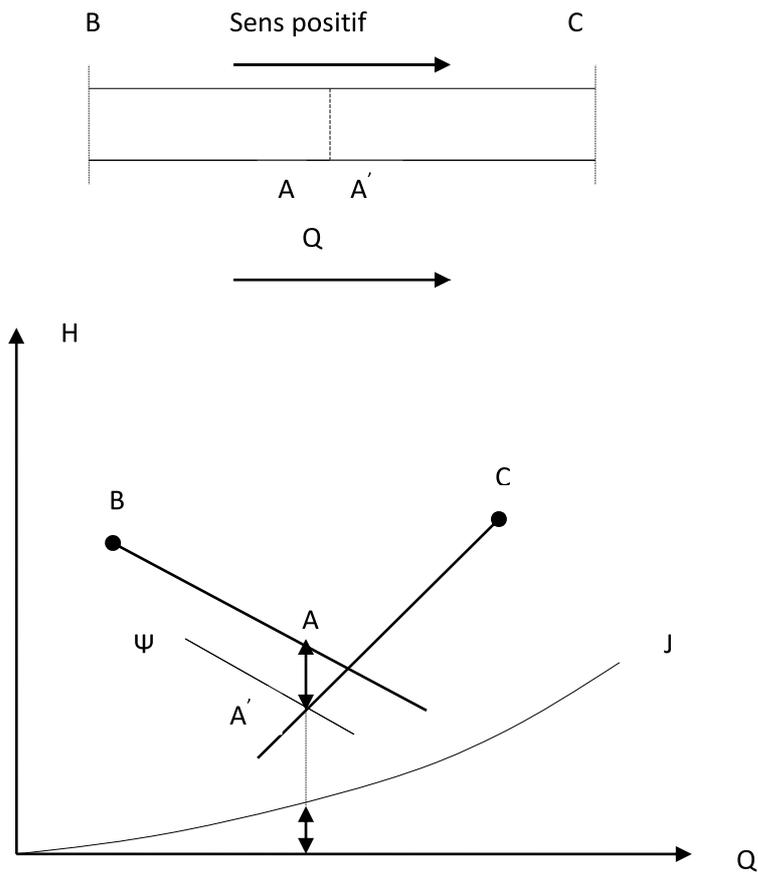


Figure III.6 : Prise en compte des pertes de charge dans une épure de Bergeron (Q en sens positif).

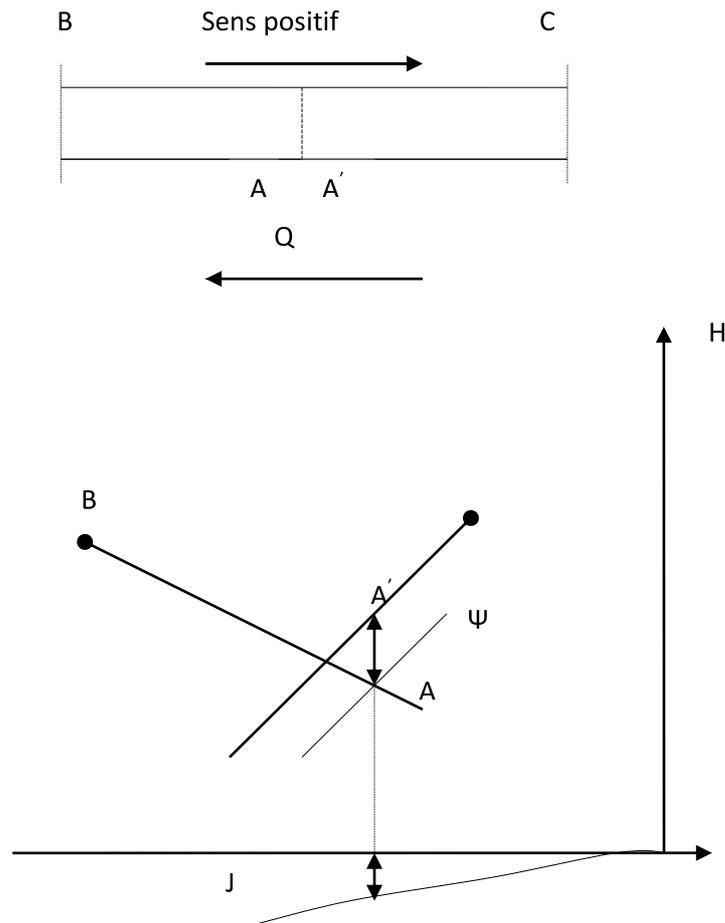


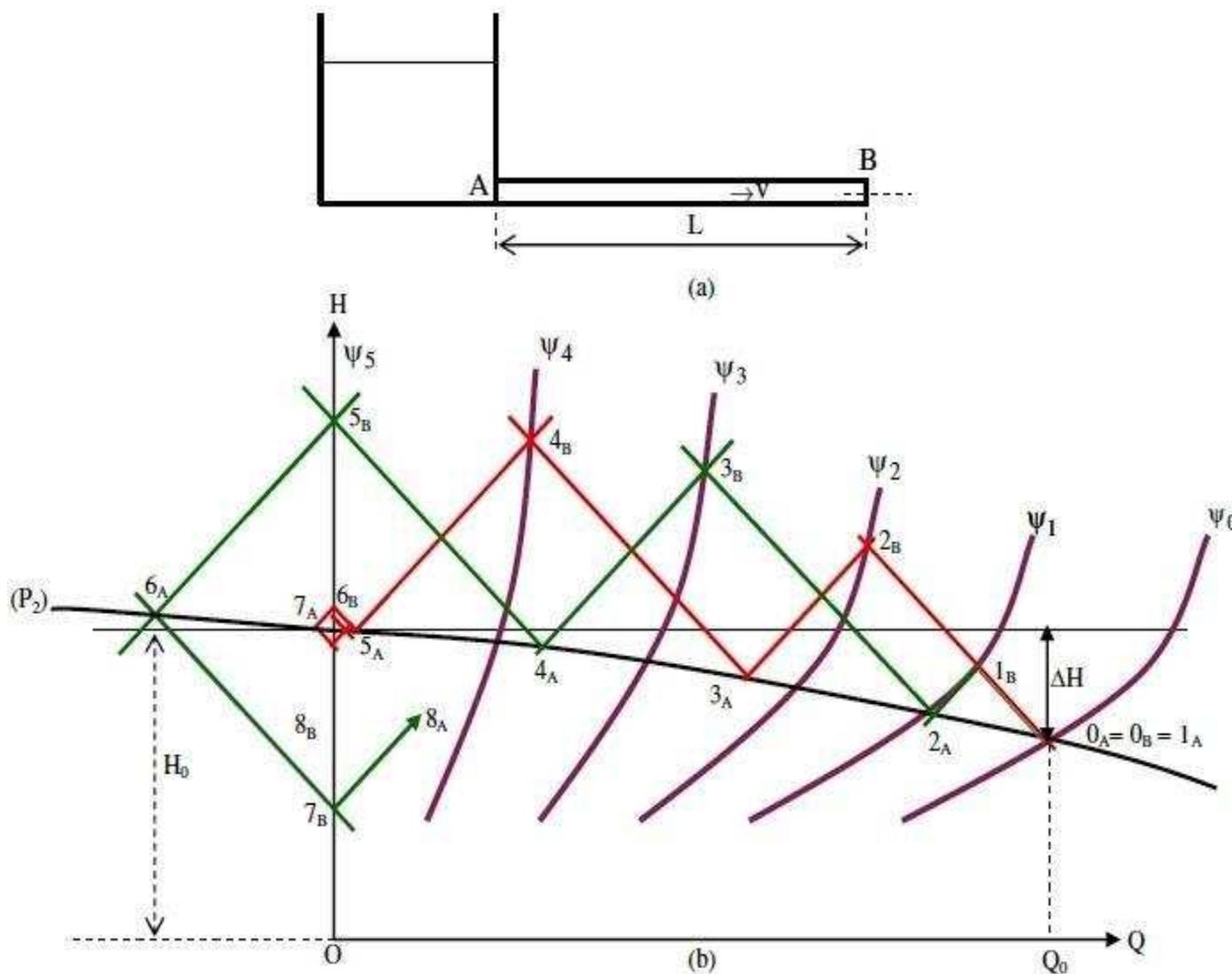
Figure III.7 : Prise en compte des pertes de charge dans une épure de Bergeron (Q en sens négatif).

III.2.4.3 Cas d'une conduite de diamètre constant en tenant compte de la perte de charge :[3],[5],[9]

Dans la théorie analytique l'introduction des pertes de charge dues au frottement est parfois possible, mais elle est plus souvent compliquée. La méthode graphique offre l'avantage de permettre l'introduction des pertes par frottement dans les calculs. On le fait, en admettant que la perte de charge due au frottement, qui en réalité répartie sur toute la longueur de la conduite, se trouve concentrée en quelques points de celle-ci. SCHNYDER considère que la perte de charge concentrée à l'extrémité amont de la conduite, donc au réservoir. C'est l'hypothèse la plus simple pour le calcul graphique. Il est aisé de tracer comme conditions aux limites à l'extrémité amont de la conduite, au lieu d'une horizontale ($H = H_0$), la courbe de perte de charge correspondante qui est une parabole : $H = \lambda \cdot \frac{V^2}{2gD} + \frac{V^2}{2g}$

Donc, la perte de charge totale le long de la conduite AB peut être considérée comme proportionnelle au carré du débit, ce qui revient à remplacer la droite d'ordonnée H_0 par les deux branches de paraboles (P1) et (P2) symétriques par

rapport à leur sommet E (Fig.III-8). Par ailleurs, rien n'est à changer dans le calcul. L'hypothèse de SCHNYDER conduit dans certains cas à des coups de bélier trop faibles. BERGERON a proposé soit de répartir les pertes de charge le long de la conduite forcée, soit de les concentrer à son extrémité aval. Le calcul est ainsi un peu plus compliqué. La méthode de SCHNYDER-BERGERON s'est révélée extraordinairement souple. Elle a permis de résoudre de nombreux problèmes de coup de bélier. Les points figuratifs du régime en A aux divers instants sont donc sur (P1) et (P2) et l'épure s'en déduit facilement ; elle montre clairement l'affaiblissement progressif de l'amplitude des surpressions après la fermeture de la vanne. Comme unité de temps, on a pris $= \frac{L}{c}$. La fermeture de la vanne est lente avec $T=5L/C$.



III.8 Calcul graphique d'une conduite forcée en tenant compte des pertes de charge concentré à l'amont d'après O.SCHNYDER.

III.2.5 Règle général pour la construction des épures de SCHNYDER-BERGERON :[9],[5]

On examinera ci-après les règles générales du tracé graphique de la propagation des ondes des écoulements transitoires en charge dans une conduite ou un système de conduites forcées et ce à partir du principe de base et des conditions aux limites. En pratique, une conduite ou un système de conduites forcées est en général composé de tronçons de diamètre, d'épaisseur et de nature de matériaux variables. Pour chacun de ces tronçons, la célérité a une certaine valeur, par conséquent le coefficient angulaire C/gS varie d'un élément à l'autre. Donc, on peut avoir plusieurs cas pour le calcul de coup de bélier:

* Pour une conduite à caractéristique unique de longueur L , on prend L/C comme unité de temps

* Pour une conduite à caractéristique multiple, composée de plusieurs tronçons de longueurs L_1, L_2, L_3, \dots . On prend comme unité de temps un diviseur commun aux divers temps $\frac{L_1}{C_1}, \frac{L_2}{C_2}, \frac{L_3}{C_3}, \dots$ etc quitte à ce que le résultat ne soit qu'approché.

* D'une manière générale, en partant, au temps q , des sections d'extrémités de la conduite, on détermine de proche en proche les paramètres (H, Q) existants à un instant quelconque dans une section quelconque ou dans un changement de caractéristique. Par ailleurs, on doit tenir compte des caractéristiques imposées à certaines extrémités du réseau (conditions aux limites) par des appareils ou des machines dont le fonctionnement varie avec le temps.

* Lorsqu'il y a des branchements c'est-à-dire une partition en un nœud, on doit écrire que la somme algébrique de tous les débits est nulle en ce point. On doit alors distinguer, au nœud, les régimes correspondant aux sections des différents tronçons.

Pour tenir compte des pertes de charge, il suffit d'admettre que ces pertes dues au frottement qui sont en réalité réparties sur toute la longueur de la conduite, se trouve concentrée en quelques points de celle-ci., comme si l'on avait installé des diaphragmes fictifs en ces points et dont chacun possède une loi de perte de charge égale à $\frac{L_j}{N}$. Schnyder se représente la perte de charge concentrée à l'extrémité amont de la conduite, donc au réservoir. Bergeron a proposé soit de répartir les pertes de charge le long de la conduite forcée, soit de les concentrer à son extrémité aval. Le calcul est ainsi un peu plus compliqué.

III.2.6 Conclusion sur la méthode de Bergeron :

De ce qui précède, on peut conclure que la méthode graphique, en plus qu'elle tient compte des pertes de charge et peut être employée en cas d'embranchements et de variation de sections des conduites, elle a les avantages particuliers suivants:

- Elle est applicable, quelles que soient les courbes caractéristiques des appareils, se trouvant aux deux extrémités de la conduite, sans aucune déformation de ces courbes que l'on a, au contraire, intérêt à conserver dans leur vérité. Ceci n'est pas le cas dans la méthode analytique où les équations enchaînées d'Alliévi n'ont pu être établies que dans le cas où la courbe caractéristique de l'appareil B, situé à l'extrémité gauche, est une parabole, c'est-à-dire pour le cas d'un orifice pur et simple en B, et où la courbe caractéristique de l'appareil A, situé à l'extrémité gauche est une horizontale de niveau constant, c'est-à-dire dans le cas d'un réservoir infini en A.[8],[5]

- Elle donne à la fois le débit et la pression à chacun des temps considérés même pour des points intermédiaires et des régimes intercalaires en A et B. Dans la méthode d'Alliévi, les équations enchaînées ne déterminent que la pression, et ne renseignent absolument pas sur le débit au même instant.[21]

- Elle est beaucoup plus rapide car elle se résume à un simple tracé d'une droite et d'un élément de la courbe caractéristique pour nous renseigner sur l'état (H, Q) à un lieu déterminé au temps considéré.

- Enfin, elle met en évidence la physique et la nature des écoulements transitoires en charge. En effet, celui qui réalise l'épure voit la canalisation évoluer sous ses yeux et participe à une expérience réelle, puisque les organes placés aux deux extrémités de la conduite interviennent par leurs caractéristiques hydrauliques réelles $H(Q)$ à un instant donné et précis. L'épure devient ainsi une synthèse du phénomène observé.[16]

III.3 Méthode numérique :

III.3.1 INTRODUCTION :

Le calcul des écoulements transitoire en charge (coups de bélier) par les méthodes numériques a beaucoup évolué dans les dernières années. Aujourd'hui, l'ingénieur concepteur n'effectue habituellement plus lui-même ce type d'analyse. En effet, la complexité des problèmes que l'on traite maintenant exige souvent l'utilisation de programmes sophistiqués qu'on ne retrouve que chez les consultants spécialisés. Donc, l'apparition des ordinateurs a favorisé le développement rapide de la modélisation mathématique et en conséquence la résolution des équations fondamentales des écoulements des fluides en régime transitoires par des méthodes

numériques. Parmi les méthodes numériques utilisées, nous allons présenter ci-après une méthode numérique très fréquemment utilisée dans le traitement des équations aux dérivées partielles hyperboliques et quasi linéaires. Il s'agit de la méthode des caractéristiques. Le choix de cette méthode a été fait en raison de sa précision et de l'interprétation physique qu'elle permet.

III.3.2 Méthode des différences finies :[11]

Cette méthode consiste à estimer par approximation des valeurs d'une ou de plusieurs fonctions à partir d'une ou plusieurs conditions.

Cette approximation représente une discrétisation du domaine et de remplacer les opérateurs différentiels par les opérateurs basés sur des intervalles de temps et d'espace finis Δt et Δx , puis à résoudre le système d'équations algébrique ainsi obtenu en tenant compte des conditions initiales et aux limites.

La méthode des différences finies peut être divisée en deux schémas :

- Schémas implicites.
- Schémas explicites.

III.3.2.1 Discrétisation des opérateurs différentiels :

Soit une fonction $u(x, t)$, continue et continûment différentielle, le développement en série de Taylor autour du point (x, t) s'écrit :

$$u(x + \Delta x, y + \Delta y) = u(x, y) + \frac{1}{1!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right) u + \frac{1}{2!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 u + \dots + \frac{1}{(n-1)!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial}{\partial y} \right)^{n-1} u + R_n$$

Où le reste R_n est de l'ordre de $[|\Delta x| + |\Delta y|]^n$, ce que l'on écrit habituellement :

$$R_n = O \left\{ [|\Delta x| + |\Delta y|]^n \right\}$$

Ainsi, le développement en série de Taylor de $u(x+\Delta x, y)$ autour de (x, y) s'écrit,

- Si $n=4$.

$$u(x + \Delta x, y) = u(x, y) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + O(\Delta x^4)$$

En développement à l'ordre 2 (avec $n=3$) on a :

$$u(x + \Delta x, y) = u(x, y) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + O(\Delta x^3)$$

(III.5)

Et

$$u(x - \Delta x, y) = u(x, y) - \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + O(\Delta x^3)$$

(III.6)

Où les dérivées sont évaluées au point (x, y) , ce que l'on note communément :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y} \quad \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x, y}$$

En divisant (III.5) avec $n = 2$ par Δx , on obtient :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y} = \frac{u(x + \Delta x) - u(x, y)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

(III.7)

Si l'on néglige le reste $O(\Delta x)$ dans cette équation, on obtient une approximation de l'opérateur différentiel $\frac{\partial u}{\partial x}$ au point $x(x, y)$ par un opérateur aux différences finies avant (avant car Δx et devant x dans $x + \Delta x$).

En divisant (III.6) avec $n = 2$ par Δx , on obtient :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y} = \frac{u(x, y) - u(x - \Delta x, y)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

(III.8)

qui correspond à l'approximation de $\frac{\partial u}{\partial x}$ par un opérateur aux différences finies arrière.

Finalement, on soustrayant (III.8) de (III.7) et en divisant par $2\Delta x$, on obtient l'approximation de $\frac{\partial u}{\partial x}$ par un opérateur aux différences finies centrales :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x, y} = \frac{u(x + \Delta x, y) - u(x - \Delta x, y)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) + 0$$

(III.9)

Donc l'ordre d'approximation d'une méthode aux différences finies se détermine à l'aide de la formule de Taylor.[6]

III.3.2.2 Schémas implicites :[11],[6]

Les schémas implicites calculent les caractéristiques de l'écoulement à un instant donné en fonction des caractéristiques de l'écoulement à ce même instant. Ces schémas ont été appliqués dans plusieurs domaines (l'aérodynamique, coup de bélier dans les réseaux simples). Leurs résultats démontrent l'intérêt de cette méthode. En plus, elles nous permettent de prendre les termes non linéaires, qui apparaissent dans les équations principales.

Pratiquement ce modèle a été mis en œuvre pour étudier l'écoulement non permanent du liquide dans des réseaux multi branches avec différents appareils de protection.

Dans le cas de son application aux problèmes transitoires en charge il est nécessaire de garder une relation entre le pas de temps (dt) et pas d'espace (dx).

Or ce dernier n'est pas toujours proportionnel à la longueur de la conduite par conséquent la méthode devient imprécise, il est donc recommandé d'utiliser une autre méthode.

La solution implicite est plus compliquée mais elle offre un avantage de stabilité « inconditionnellement stable ».

III.3.2.3 Schémas explicites :

Les schémas explicites permettent de calculer les caractéristiques de l'écoulement à un instant donné, en fonction des caractéristiques de l'écoulement supposé connues à l'instant précédent et le travail sera répété pour tous les nœuds.

La solution explicite offre un avantage de simplicité mais elle pose des problèmes de stabilité pour le choix du pas.

III.3.3 Equation aux caractéristiques :[16],[1],

Les équations de la dynamique et de la continuité forment un système d'équations quasi linéaire différentielle partielles de type hyperbolique, exprimé en fonction de deux variables dépendantes l'une de l'autre, que sont la vitesse (débit) et la pression, et deux autres variables indépendantes l'une de l'autre, que sont le temps et l'espace. Ces équations sont transformées en quatre équations ordinaires (équations aux caractéristiques) ; ou les termes de moindre importance sont négligés dans le but d'introduire le plus simple possible ces équations pour une conduite à caractéristiques (géométrique et mécanique) unique. Reprenant le système(II.22)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ d\left(\frac{C}{gS}Q \pm H\right) + jdX = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.22})$$

On remplace «Q/S» par «U» et on multiplie la 2^{ème} équation du système précédant par «g/C», et comme «dX=±C dt», on obtient le système final des équations aux caractéristiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = \pm C \\ \frac{dU}{dt} \pm \frac{g}{c} \frac{dH}{dt} = -g \cdot j \end{array} \right. \quad (\text{III.10})$$

Sachant que «j» représente le gradient hydraulique et $j = \lambda \frac{U^2}{2Dg}$, on écrit le système ci-dessus de manière suivante :

$$C^+ \left\{ \begin{array}{l} \frac{g}{c} \cdot \frac{dH}{dt} + \frac{dU}{dt} + \lambda \frac{U \cdot |U|}{2D} = 0 \\ \frac{dX}{dt} = +C \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{III.11} \\ \text{III.12} \end{array}$$

$$C^- \left\{ \begin{array}{l} -\frac{g}{c} \cdot \frac{dH}{dt} + \frac{dU}{dt} + \lambda \frac{U \cdot |U|}{2D} = 0 \\ \frac{dX}{dt} = -C \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{III.13} \\ \text{III.14} \end{array}$$

III.3.4 Intégration du système différentielle:[16],[20]

Pour effectuer l'intégration des deux équations de compatibilité (III-11) et (III-13) successivement le long les caractéristiques C^+ et C^- discrétisons la conduite en un certain nombre de points. Ces points de discrétisation seront supposés suffisamment proches pour nous permettre d'écrire:

$$dF(x,t) = F_{(i+1)} - F_{(i)} \quad \text{III.15}$$

Avec F une fonction telle que H ou Q aux points de discrétisation successifs (i) et (i+1). La canalisation est considérée comme constituée de N tronçons égaux, soit N+1 sections (Fig. III-9) et H et U sont initialement connus à chaque section.

De la figure, on voit que le pas de temps $\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \tau$.

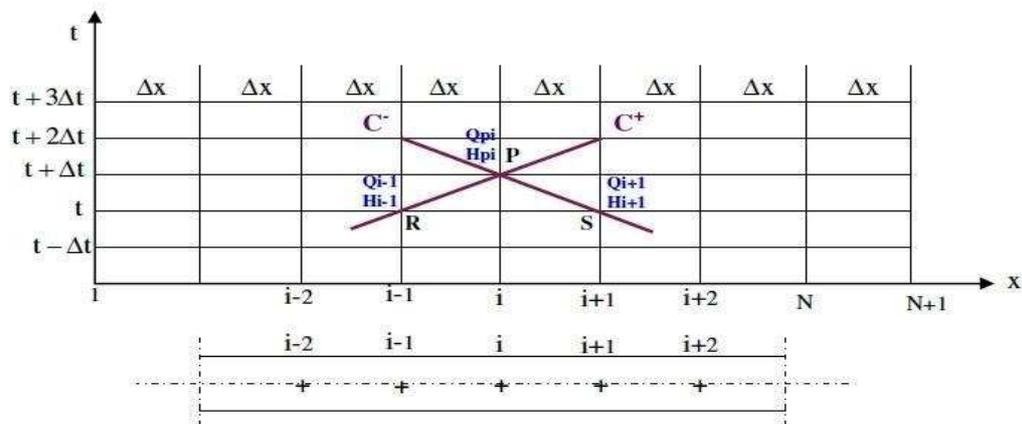


Fig. III-9 : Discrétisation de la conduite

La condition de stabilité du réseau choisi, dite condition de Courant- Friedrich-Levy, est la suivante :

$$Cr = \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot c \leq 1$$

En multipliant l'équation (IV.9) par $\frac{c dt}{g} = \frac{dx}{g}$, et en introduisant la section S de la conduite en remplaçant la vitesse U par le débit Q, l'équation (III.11) est écrite sous une forme plus aisée le long de la caractéristique C⁺.

$$\int_{HR}^{Hp} dH + \frac{c}{g.S} \cdot \int_{QR}^{Qp} dQ + \frac{\lambda}{2.g.D.S^2} \cdot \int_{xR}^{xp} Q|Q|dx = 0 \quad (IV.16)$$

La variation de Q avec x sous une intégrale dans l'équation ci-dessus est priori inconnue, on introduit alors une approximation du 1^{er} ordre pour évaluer ce terme, ce qui est satisfaisant pour la plupart des problèmes d'écoulement transitoire. L'intégration de l'équation et une intégration similaire le long de la caractéristique C⁻ en S et en P, donnent :

$$C^+ \left\{ \begin{aligned} Hp &= HR - B(Qp - QR) - R \cdot QR \cdot |QR| = 0 \end{aligned} \right. \quad (III.17)$$

$$C^- \left\{ \begin{aligned} Hp &= HB + B(Qp - QB) + R \cdot QS \cdot |QS| = 0 \end{aligned} \right. \quad (III.18)$$

Avec : $B = \frac{c}{g.S}$ et $R = \lambda \cdot \frac{\Delta x}{2.g.D.S^2}$.

Ces deux dernières équations sont aussi valables pour un écoulement permanent qui est un cas spécifique de l'écoulement non permanent. Pour l'écoulement non permanent les conditions de débit sont $Qp=QR=QS$ et le terme «R.QR.|QR|» représente la perte de charge le long d'une tranche de longueur ΔX.

L'analyse du coup de bélier débute généralement avec un régime d'écoulement permanent au temps zéro ou H et Q sont connus en tous point de la conduite au temps $t = \Delta t$, ensuite $t=2\Delta t$, etc.....jusqu'à ce que le temps d'analyse désirer soit couvert.

A n'importe quel point d'analyse, section i, les deux équations de comptabilités sont résolues simultanément pour les inconnues Q_{pi} et H_{pi} , on peut alors écrire les équations (III.17) et (III.18) sous la forme suivante :

$$C^+ : H_{pi} = C_p - B \cdot Q_{pi} \quad (III.19)$$

$$C^- : H_{pi} = C_M + B \cdot Q_{pi} \quad (III.20)$$

Où C_p et C_M sont des constantes connues dans l'application des équations pour le calcul de débit et de charge en un point spécifié et en un temps donné :

$$C_p = H_{i-1} + B \cdot Q_{i-1} - R \cdot Q_{i-1} \cdot |Q_{i-1}| \quad (III.21)$$

$$C_M = H_{i+1} - B \cdot Q_{i+1} + R \cdot Q_{i+1} \cdot |Q_{i+1}| \quad (III.22)$$

En éliminant « Q_{pi} » des équations (III.19) et (III.20), on obtient :

$$H_{pi} = \frac{(C_p + C_M)}{2} \quad (III.23)$$

De la même manière pour « H_{pi} », on aura :

$$Q_{pi} = \frac{(H_{pi} - C_M)}{B} \quad (III.24)$$

Dans la procédure de calcul, au temps «t», la charge et le débit du temps précédent nécessaire au calcul au temps t, en tout point de la conduite (section i) sont toujours connus, soit comme étant les conditions initiales de l'écoulement, soit comme étant les résultats de l'étape de calcul précédente.

III.3.5 Condition aux limites :[5],[12],[16]

A chaque extrémité d'une canalisation, une seule des deux équations de compatibilité est valable pour les deux variables. Au niveau de l'extrémité amont (figIII.2) l'équation (III.18) est valable le long de la caractéristique «C⁻», et au niveau de l'extrémité aval (figIII.2) l'équation (III.17) est valable le long de la caractéristique «C⁺». Chacune de ces équations linières, en termes de Q_{pi} et H_{pi} , transmettent à leurs conditions aux limites respectives le comportement du liquide dans la conduite durant le phénomène transitoire.

On aura donc besoin d'une équation auxiliaire, dans chaque cas, qui définit

Q_p et H_p , pour cela l'équation auxiliaire doit fournir des informations sur le comportement des extrémités de la conduite. Chaque condition à la limite est résolue indépendamment des autres limites et indépendamment du calcul des points intérieurs pour un même intervalle de temps. Nous donnons dans ce qui suit quelques exemples de conditions aux limites.

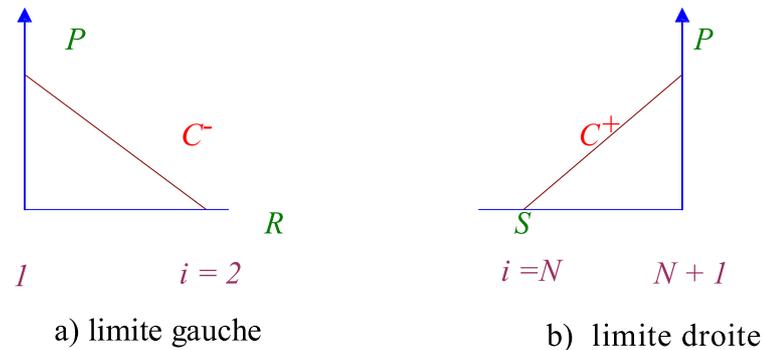


Fig. III-10 Conditions aux limites.

a) Réservoir à l'extrémité amont d'une conduite :

Pour un réservoir de grande dimension à l'extrémité amont d'une canalisation, l'élévation du plan d'eau est considéré comme étant constante, du fait que le régime transitoire ne dure qu'une courte période. La condition de charge à la limite de la conduite s'écrit alors : $HP_1 = H_R$ Où H_R : est l'élévation du plan d'eau du réservoir par rapport au niveau de référence (dans ce développement que nous avons présenté ainsi que dans le programme d'analyse que l'on verra par la suite, on a considéré le niveau de la vanne en aval de la conduite comme étant le plan de référence). [4],[12] .

Si le plan d'eau du réservoir est variable de quelque manière que ce soit, sur une courte période de temps, comme des vagues par exemple, la condition s'écrit :

$$H_{p1} = H_R + \Delta H \cdot \sin \omega t$$

Ou :

ΔH : est l'amplitude de la vague.

ω : La fréquence de l'oscillation.

Donc que ce soit pour un réservoir à niveau constant ou animé de vague, à n'importe quel pas de temps H_{pi} est connue, et on détermine Q_{pi} directement de l'équation suivante :

$$Q_{p1} = \frac{(H_{p1} - CM)}{B}$$

Dans le figure n°III.10 la notation « 1 » se réfère à la section amont, c'est à dire qu'on trouve les conditions (charge et débit) à la limite en « 1 » sur le plan (x,t) au temps t. CM est variable dans la procédure de calcul, mais dans ce cas-ci elle dépend seulement des conditions du pas de temps précédent au niveau de la section « 2 » (point de calcul précédent l'extrémité amont de la conduite). Donc en résumé les conditions au limite amont (section 1) au temps t=At dépendent des conditions d'écoulement au temps t=0 au point de discrétisation précédent la limite amont, c'est à dire la section 2.

Remarquons que dans le cas d'un réservoir se trouvant à l'extrémité aval d'une conduite, HPI est déterminée de la même manière que pour le réservoir en amont, et le débit Q_{pi} est donné par la formule suivante :

$$Q_{p1} = \frac{(C_p - H_{p1})}{B}$$

b) Débit comme étant une fonction du temps à l'extrémité amont de la conduite :

Le débit délivré par une pompe peut être exprimé comme une fonction explicite du temps :

$$Q_{pi} = Q_0 + \Delta | \sin \omega t |$$

Donc le débit est connu à n'importe quel instant et H_{pi} est calculé à partir de l'équation (III.24) pour chaque pas de temps.

c) Pompe centrifuge en extrémité amont avec courbe caractéristique H(Q) connue :

Le comportement d'une pompe centrifuge à vitesse constante peut être inclus dans l'analyse en définissant la courbe caractéristique H(Q) de la pompe. Dans le cadre d'un programme de calcul informatique cela peut être accompli en stockant les valeurs définissant en tableau ou en utilisant une équation reliant le débit et la charge.

S'il y a pompage à partir d'un réservoir d'aspiration dont le plan d'eau est admis comme référence pour les cotes piézométriques, on peut utiliser alors une équation de cette forme :

$$H_{p1} = H_s + Q_{pi} \cdot (\alpha_1 + \alpha_2 Q_{pi}) \quad (III.25)$$

Avec H_s la charge délivrée par la pompe et α_1 , α_2 des constantes qui décrivent la courbe caractéristique. L'équation (IV.25) représente la relation analytique entre deux variables qui doivent être déterminées simultanément l'équation (IV.20), la solution est :

$$Q_{p1} = \frac{1}{2\alpha_2} [B - \alpha_1 - \sqrt{(B - \alpha_1)^2 + 4\alpha_2(CM - Hs)}] \quad (\text{III.26})$$

Q_{p1} connu, H_{p1} peut être déterminée de (III.25) ou de (III.20).

d) Cas d'une conduite fermée à son extrémité aval :

L'extrémité aval d'une conduite divisée en N tranches égales se trouve à la section N+1 (figure III.10 b), puisque l'extrémité est fermée le débit au niveau de la section N+1 est toujours nul, $Q_{PN+1}=0$, et H_{PN+1} est déterminée de (III.18) ou (III.19).

e) Vanne à l'extrémité aval d'une conduite :

Si le plan de référence des cotes piézométriques est pris au niveau de la vanne, le débit passant à travers cette dernière pendant le régime permanent est donnée par la formule suivante :

$$Q_0 = (Cd.S_v)_0 (2.g.H_0)^{1/2} \quad (\text{III.27})$$

Dans laquelle :

- Q_0 : débit en régime permanent en (m³/s).
- S_v : section d'écoulement de la vanne en (m²).
- Cd : coefficient de débit, en fonction du type et du degré d'ouverture de la vanne (figure n°IV.11).
 - (0) : l'indice zéro indique l'état initial de la vanne, c'est à dire complètement ouverte.
- H_0 : La pression en m.c.e. au niveau de la vanne.

Après manœuvre de la vanne l'écoulement est à l'état transitoire et l'équation (III.27) s'écrit :

$$Q_p = (Cd.S_v) \cdot \sqrt{2.g.H_p} \quad (\text{III.28})$$

Ou :

H_p : est la pression en m.c.e. au niveau de la vanne après manœuvre de cette dernière.

Q_p : est le débit passant la vanne.

En définissant « τ' » comme paramètre adimensionnel décrivant le degré d'ouverture de la vanne, on peut écrire :

$$\tau' = \frac{(Cd.S_v)}{(Cd.S_v)_0} \quad (\text{III.29})$$

En divisant (III.28) par (III.29), on obtient :

$$Qp = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau' \sqrt{Hp} \quad (\text{III.30})$$

*Pour un écoulement permanent vanne complètement ouverte $\tau'=1$.

*Pour une vanne complètement fermée $\tau'=0$.

*Pour une vanne en pleine manœuvre, c'est à dire qui passe de la position complètement ouverte, partiellement ouverte et enfin fermée si la loi de manœuvre est supposée linéaire, donc la variation du débit sera aussi linéaire dans le temps, pour un temps de fermeture « t_f » complète de la vanne, le paramètre τ' peut être exprimé comme suit :

$$\tau' = \left(1 - \frac{t}{t_f}\right) \quad (\text{III.31})$$

Les caractéristiques hydrauliques des vannes diffèrent grandement suivant le genre de celles-ci, de la perte de charge qu'elles occasionnent et du degré d'ouverture, on présente dans la figure n°III.11., la valeur du coefficient de débit en fonction du pourcentage d'ouverture, de quelques types de vanne.

En résolvant simultanément les équations (III.30) et (III.19), on obtient :

$$Qp(N + 1) = -B + \sqrt{(BCv)^2 + 2CvCp} \quad (\text{III.32})$$

Ou $C_v = (Q_0 \cdot \tau')^2 / (2 \cdot H_0)$, connaissant Q_{PN+1} on déduit directement H_{PN+1} soit de (III.19) ou de (III.30).

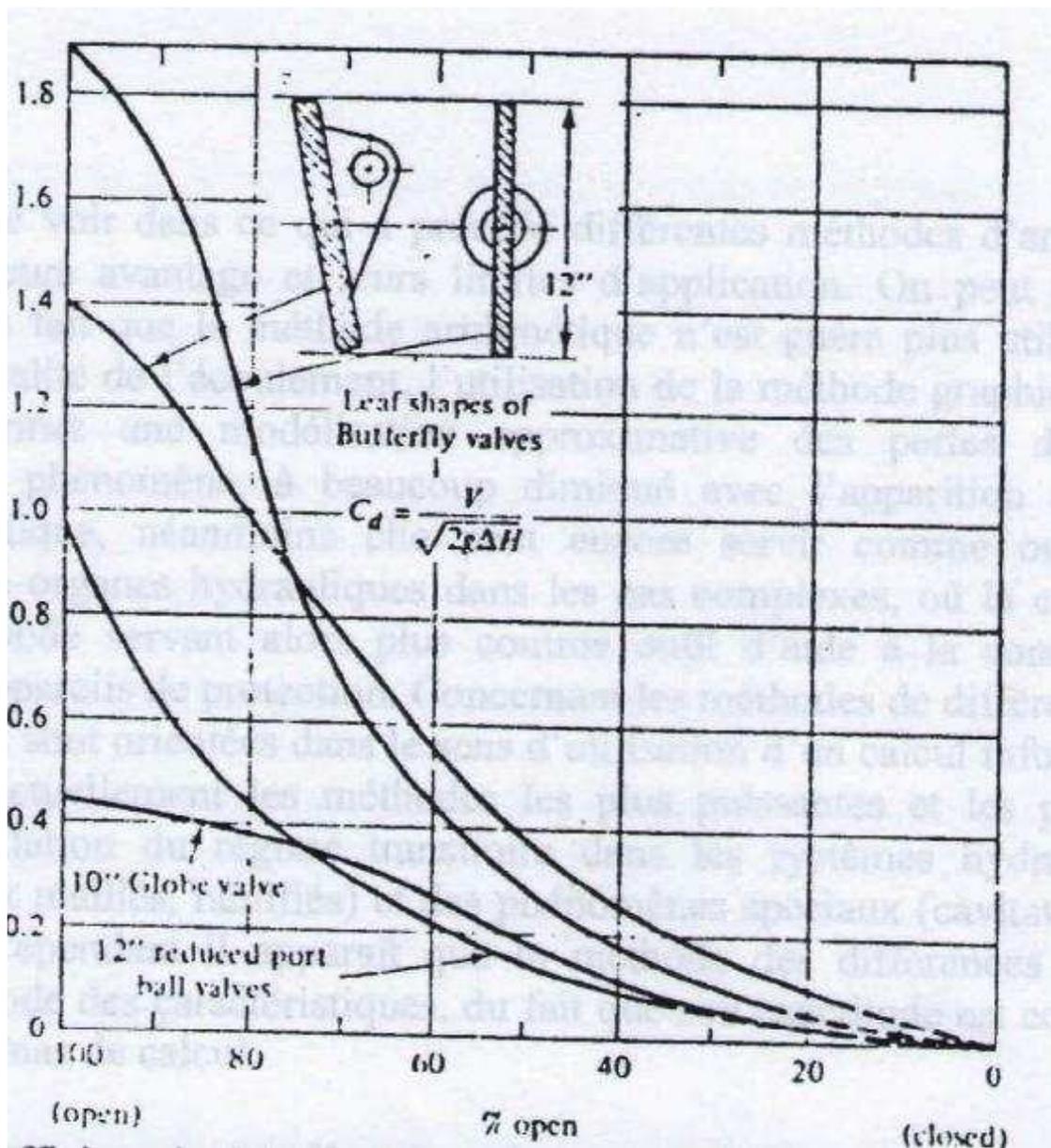


Figure n III.11 : Coefficient de débit en fonction du pourcentage d'ouverture de la vanne.[12]

f) Orifice à l'extrémité aval d'une conduite :

Les mêmes équations que pour le cas d'une vanne à l'extrémité aval de la conduite sont valables, en prenant $\tau'=1$ comme constant dans le temps.

En définitive pour calculer les conditions d'écoulement au premier pas de temps du régime transitoire, il faut connaître les conditions d'écoulement initiales (conditions aux limites incluses), c'est à dire à $t=0$, ainsi les conditions aux points intérieurs sont calculées pour $t=\Delta t$, concernant les points aux extrémités il faudrait connaître la singularité (réservoir vanne etc...) les caractérisant, par exemple pour connaître les conditions au niveau d'un réservoir au même temps Δt , il faut connaître les condition au point de discrétisation le précédant, mais au pas de temps antérieur

c'est à dire $t=0$, de même pour les conditions à l'extrémité aval. L'ensemble des conditions au temps $t=\Delta t$ étant connues on peut passer au calcul des conditions au temps $t=2.\Delta t$, en procédant exactement de la même manière, et ainsi de suite jusqu'à ce que tous les intervalles de temps soient couverts.

III.4 Analyse des méthodes de résolution et critique de choix de la méthode appropriée :

Le but de cette analyse est d'expliquer les limites d'application des trois méthodes examinées (méthode analytique (Allievi), méthode graphique et méthode des caractéristiques), ainsi les conséquences que les spécificités de ces méthodes entraînent pour l'utilisateur. Par ailleurs, en tenant compte de nombreux exemples numériques résolus par différents auteurs sur l'utilisation de ces méthodes, on essayera ci-après de donner les avantages et les inconvénients de ces méthodes.

a) Méthode analytique d'Allievi

Allievi a eu le grand mérite d'avoir étudié successivement les manœuvres les plus importantes des organes de fermeture (fermeture, ouverture, manœuvres rythmiques). Il a résumé tous les résultats graphiquement dans une série d'abaques, grâce à laquelle on voit immédiatement comment varie la pression en fonction du temps de fermeture ou d'ouverture.

Néanmoins, l'application de cette méthode dans les calculs des ondes des écoulements transitoires en charge est assez restreinte. En fait, on se heurte rapidement à de grandes difficultés de calcul surtout si la conduite présente des embranchements, des variations de section...etc. Seuls quelques cas très simples peuvent être traités ainsi. Par ailleurs les équations d'Allievi ont été établies en négligeant les pertes de charge.

b) Méthode graphique de Schnyder – Bergeron :

La méthode graphique permet de résoudre tous les problèmes, même les plus complexes. Les avantages de la construction de l'épure sont, d'une part sa rapidité d'exécution et, d'autre part, l'impossibilité de commettre des erreurs dans sa réalisation. L'exactitude résulte de la perfection dans le parallélisme des droites caractéristiques tracées. L'impossibilité de commettre des erreurs tient au principe même de la construction de l'épure qui se poursuit en partant toujours des derniers points obtenus.

Mais l'utilisation de cette méthode dans des cas complexes se fait alors au prix d'un travail long et délicat ; car dès que la complexité du réseau croît (présence de plusieurs équipements hydrauliques, de branchements ou de maillage de réseau), la construction graphique devient difficile et peu maniable. C'est pourquoi, cette

méthode n'est utilisée actuellement que pour des cas simples ou pour la compréhension physique du phénomène, surtout qu'elle est supplantée par l'ordinateur.

De plus, cette méthode peut conduire dans certains cas à des erreurs importantes:

*La plupart des liquides contiennent de faibles volumes d'air en forme de bulles; donc, quand les pressions augmentent, les bulles d'air sont comprimées et inversement. Puisque le module d'élasticité ϵ dépend de la pression et comme la célérité d'onde "C" est fonction de ϵ ; par conséquent, ces variations ne peuvent être pris en compte par la méthode graphique.

* Les pertes de charge sont réparties le long de la conduite, alors que la méthode graphique est basée sur la concentration de ces pertes soit à l'extrémité amont soit à l'extrémité aval de la conduite.

c) Méthodes numériques :

Les méthodes numériques programmées sur ordinateur permettent de tester un grand nombre de cas de fonctionnement, d'étudier plusieurs variantes par la modification des données d'entrée afin de choisir la solution optimale. Elles permettent également de calculer les paramètres recherchés (débits, pressions) en fonction du temps aux divers points du réseau si compliqué que ce soit.

Par ailleurs ces méthodes présentent les avantages suivants :

*La prise en compte de la répartition des pertes de charge le long de la conduite.

*La prise en compte du profil en long de la conduite.

*L'inclusion de plusieurs conditions aux limites en même temps.

*La présentation des résultats avec la précision voulue sous forme tabulaire ou graphique.

III.5 Conclusion:

Du fait que la méthode analytique se limite à l'examen des cas simples tout en négligeant les pertes de charge et que la méthode graphique devienne confuse lorsque les installations hydrauliques sont complexes d'une part, et que les méthodes numériques présentent des avantages de traiter le phénomène étudié avec des précisions voulues quelques soient la complexité du réseau, d'autre part , on opte pour les méthodes numériques dans l'examen des exemples numériques qui seront traités dans le prochain chapitre.

La méthode des caractéristiques est adoptée pour la résolution numérique des équations caractérisant l'écoulement transitoire en charge.

CHAPITRE IV Application numérique

IV.1 Introduction :

Le présent chapitre sera consacré à l'examen un cas pratique afin d'apprécier l'importance et les avantages indiscutables des méthodes numériques et particulièrement la méthode des caractéristiques dans l'analyse des écoulements transitoires en charge. Ces exemples ont pour but de confirmer les connaissances théoriques ayant trait à la propagation des ondes élastiques d'une part, et de représenter des cas pratiques rencontrés dans la gestion et l'exploitation des différents systèmes hydrauliques d'autre part.

Pour se faire, on va analyser la propagation des ondes des écoulements transitoires en charge due à la perturbation des écoulements permanents initiaux, soit par une excitation à la limite gauche au niveau d'un réservoir alimentant une conduite d'adduction gravitaire, soit par une manœuvre de la vanne d'obturation située à la limite droite du système.

Ces exemples seront traités en résolvant les équations dynamiques et de continuité modélisant les écoulements transitoires en charge tout en utilisant la méthode des caractéristiques.

IV.2 Elaboration d'un programme d'analyse du coup de bélier :

Dans le but de faire une analyse du régime transitoire dans une adduction gravitaire en charge, nous avons élaboré un programme informatique sur Matlab, pour le calcul du coup de bélier dans une conduite gravitaire en charge à caractéristique (géométrique et mécanique) unique, véhiculant à partir d'un réservoir un débit Q constant, et contrôlé à son extrémité aval par une vanne. Ce programme est basé sur la méthode des caractéristiques, que nous avons jugé la plus adéquate pour ce genre d'analyse. En outre le programme nous permet de calculer les variations de pression et de débit au point intérieur de la conduite, ainsi que les conditions aux limites, limite amont (réservoir) et aval (vanne).

Les données à entrer dans le programme pour l'analyse du coup de bélier (calcul de la célérité et des conditions d'écoulement) sont :

Caractéristiques géométriques de la conduite : diamètre, épaisseur, longueur.

Caractéristiques mécaniques du matériau de la conduite : Module de Young, coefficient de Poisson.

Caractéristique hydraulique de la conduite : la rugosité absolue « ϵ », pour le calcul de la perte de charge par la formule de Darcy-Weisbach. Le coefficient de frottement « λ » est calculé par la formule de Nikuradze pour un régime turbulent rugueux.

Conditions initiales de l'écoulement : débit et l'élévation du plan d'eau du réservoir par rapport à la vanne.

Propriétés du liquide véhiculé : masse volumique et module d'élasticité, dans notre cas ceux de l'eau.

Les caractéristiques mécaniques du sol pour une analyse avec influence du sol : Module de Young, coefficient de Poisson.

Temps de fermeture complète de la vanne, l'analyse se fait pour une variation linéaire du débit.

Le programme permet de faire une analyse suivant diverses considérations :

Calcul du coup de bélier avec ou sans influence du sol, c'est à dire le calcul de la célérité de propagation d'onde dans une conduite enterrée, ou non enterrée.

Calcul de la célérité en fonction de l'ancrage de la conduite.

Analyse du coup de bélier avec ou sans effet de perte de charge.

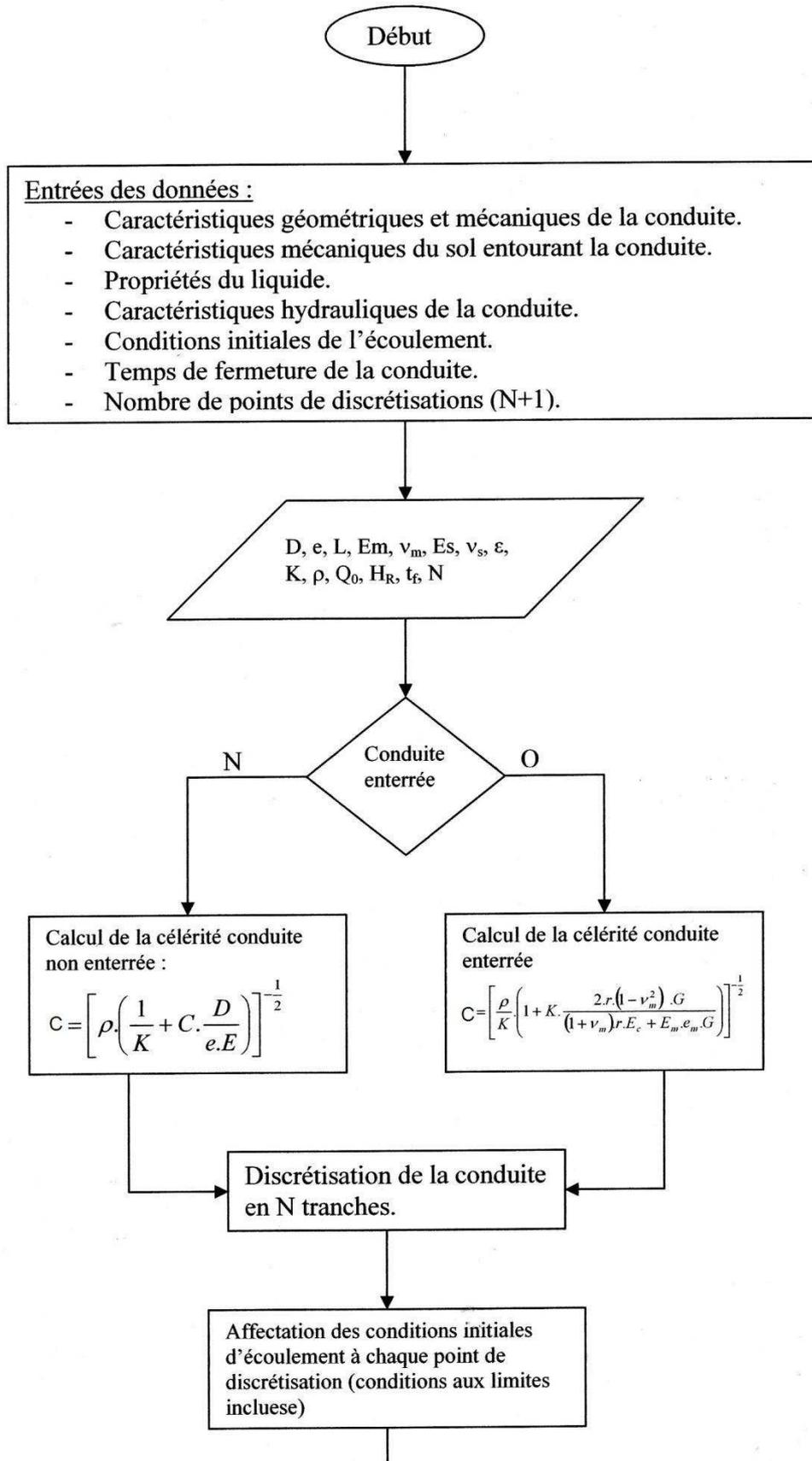
Analyse du coup de bélier pour le temps souhaité de fermeture de la vanne (fermeture instantané $t=0$ incluse).

Analyse du coup de bélier en tout point de la conduite, en fonction du nombre de point de discrétisation que l'on désire (le nombre de tranches N).

L'analyse se fait pour différents pas de temps.

- Le temps d'analyse totale, est de deux fois le cycle d'oscillation ($4L/a$).

La figure n°IV.1 représente l'organigramme du programme de calcul du coup de bélier.



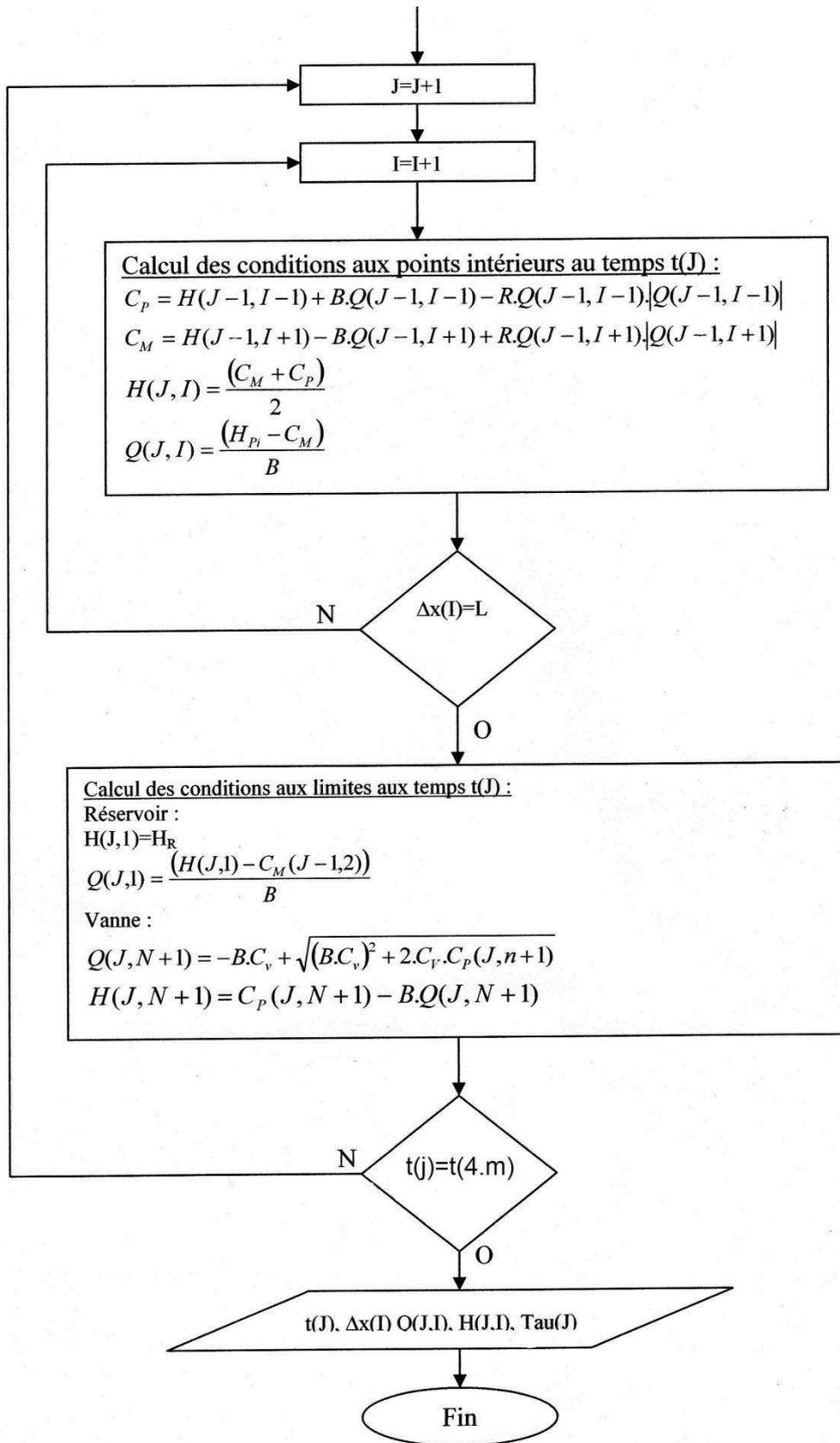


Fig.IV.1 Organigramme d'analyse du régime transitoire cas gravitaire conduite de caractéristiques unique

IV.3 Analyse du coup de bélier sur une adduction gravitaire en charge :

Dans ce qui suit nous allons procéder au calcul de coup de bélier dans une adduction gravitaire en charge, avec influence du sol pour l'hypothèse de la raideur du sol, à titre de comparaison on procédera au même calcul sans tenir compte de l'influence du sol, aussi pour visualiser l'atténuation du phénomène l'analyse se fera en considérant les pertes de charges dans l'équation de calcul. Dans le but de connaître la pression maximale possible durant le régime transitoire l'analyse se fera pour une fermeture instantanée (cas théorique), c'est à dire pour un temps de fermeture égal à zéro $t=0$, on fera aussi une simulation pour un temps de fermeture rapide $t=5s$.

IV.3.1 Présentation de l'adduction :[17]

C'est une adduction gravitaire en charge reliant les réservoirs jumelés $2 \times 250 \text{ m}^3$ au sud-ouest de Cherrhell, au réservoir 500 m^3 de Sidi Ghiles pour l'alimentation en eau potable de cette dernière.

Caractéristiques des deux réservoirs :

Tableaux n°3.2 : Caractéristiques des réservoirs reliés par l'adduction :

Caractéristiques	Sud-ouest	Sidi Ghiles
Capacité en (m^3)	2×250	500
Cote d'arrivée ÇA en (m)	201,95	119,65
Cote radier CR en (m) NGA	198,95	115,55

De ces valeurs on déduit l'élévation du plan d'eau du réservoir par rapport à la vanne:

La cote NGA du plan d'eau est de 201,95m.

La cote NGA de la vanne est de 115,55m.

L'élévation du plan d'eau par rapport à la vanne est $HR=86,4\text{m}$.

Caractéristiques de la conduite :

Les besoins journaliers en eau potable de Sidi Ghiles sont de 550.00 m^3 . La conduite a été dimensionnée pour véhiculer un débit de $80,83 \text{ l/s}$ Le diamètre de la conduite est : $D=300\text{mm}$.

L'épaisseur de la conduite est : $e=5\text{mm}$.

La longueur de la conduite est : $L=7770\text{m}$.

La conduite est en fonte.

Le module d'élasticité du matériau constituant la conduite est : $E_m=1.10^{11} \text{ Pascal}$.

Le coefficient de Poisson du matériau constituant la conduite est : $\nu_m=0,3$

Caractéristique du sol de remblayage :

Nous ne disposons d'aucune information sur la nature exacte du sol de remblayage, toutefois la formation géologique de la région est constituée principalement de sols argilo limoneux et sablo graveleux. Pour les besoins de notre analyse nous supposerons que le sol de remblayage est argilo limoneux :

Le module de Young est $E_s=2.10^8 \text{ Pascal}$.

Le coefficient de Poisson est $\nu_s=0.33$.

IV.3.2 Analyse du régime transitoire sans influence du sol :

L'étude du coup de bélier sans influence du sol, consiste à calculer la célérité de propagation d'onde pour une conduite non enterrée, on choisit de calculer cette dernière en considérant l'ancrage de la conduite.

Les données à introduire dans le programme de calcul sont :

Le diamètre de la conduite : $D=300\text{mm}$

L'épaisseur de la conduite : $e=5\text{mm}$.

La longueur de la conduite $L=7770\text{m}$.

La rugosité absolue de la conduite : $s=0,25\text{mm}$

Module de Young matériau : $E_m=1.10^{11}$ Pascal.

Coefficient de Poisson matériau : $\nu_m=0.3$.

Masse volumique de l'eau $\rho=1000\text{ kg/m}^3$.

Module d'élasticité de l'eau : $K=2.10^9$ Pascal

Temps de fermeture de la vanne $t=0\text{s}$ et $t=5\text{s}$.

Conduite divisée en 10 tranches, $N=10$.

Débit initial véhiculé par la conduite : $Q_0=80,83\text{ l/s}$.

L'élévation du plan d'eau du réservoir par rapport à la vanne : $HR=86,4\text{m}$.

IV.3.3 Calcul du coup de bélier pour une fermeture instantanée $t=0$:

Dans ce qui suit nous allons étudier la variation de pression au niveau de la vanne après la fermeture instantanée, c'est à dire pour un temps de fermeture $t=0$, théoriquement on devrait avoir une succession de surpression puis de dépression. Mais tout d'abord, analysons les conditions initiales d'écoulement, pour mieux apprécier l'impact du coup de bélier sur le système. Les conditions d'écoulement initiales sont représentées sur la figure n°IV.2 :

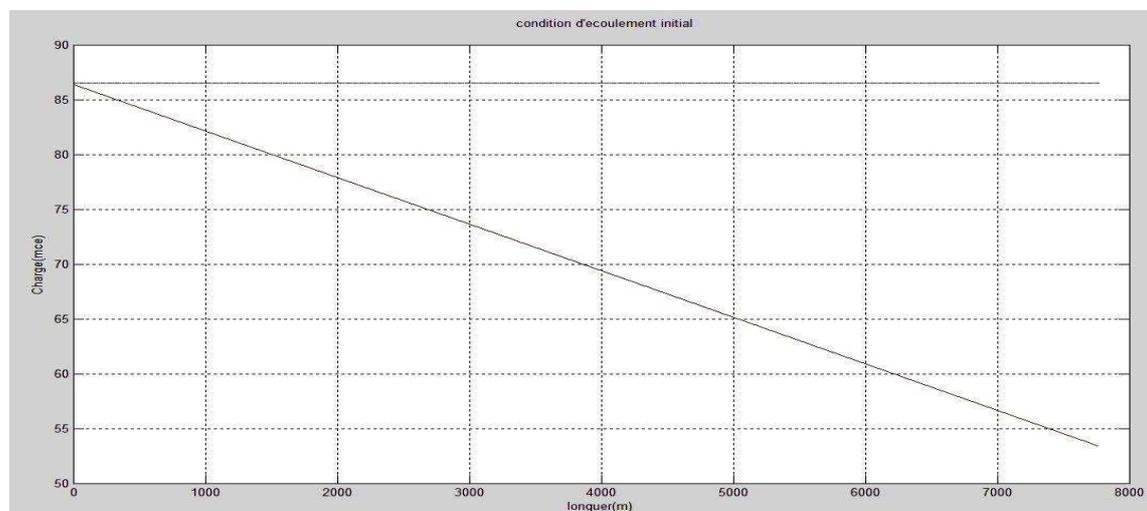
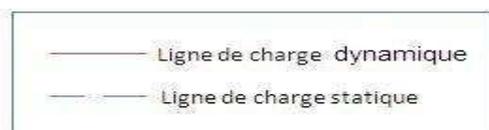


Figure IV.2 : Condition d'écoulement initial.

Le graphique figure n°IV.3 montre l'évolution de la charge, en régime permanent, le long de la conduite, on voit que la cote piézométrique au niveau du réservoir est de 86,4m, et au niveau de la vanne elle est de 53,45m, le niveau de la vanne étant pris comme plan de référence, la pression en m.c.e. à son niveau est de 53,45m. Pour visualiser la variation de pression au niveau de la vanne, effectuons une simulation du régime transitoire avec un temps de fermeture de la vanne $t=0$ s. On exprime les résultats obtenus sous forme de graphique, la figure n°3.18, montre la variation de la charge au niveau de la vanne.

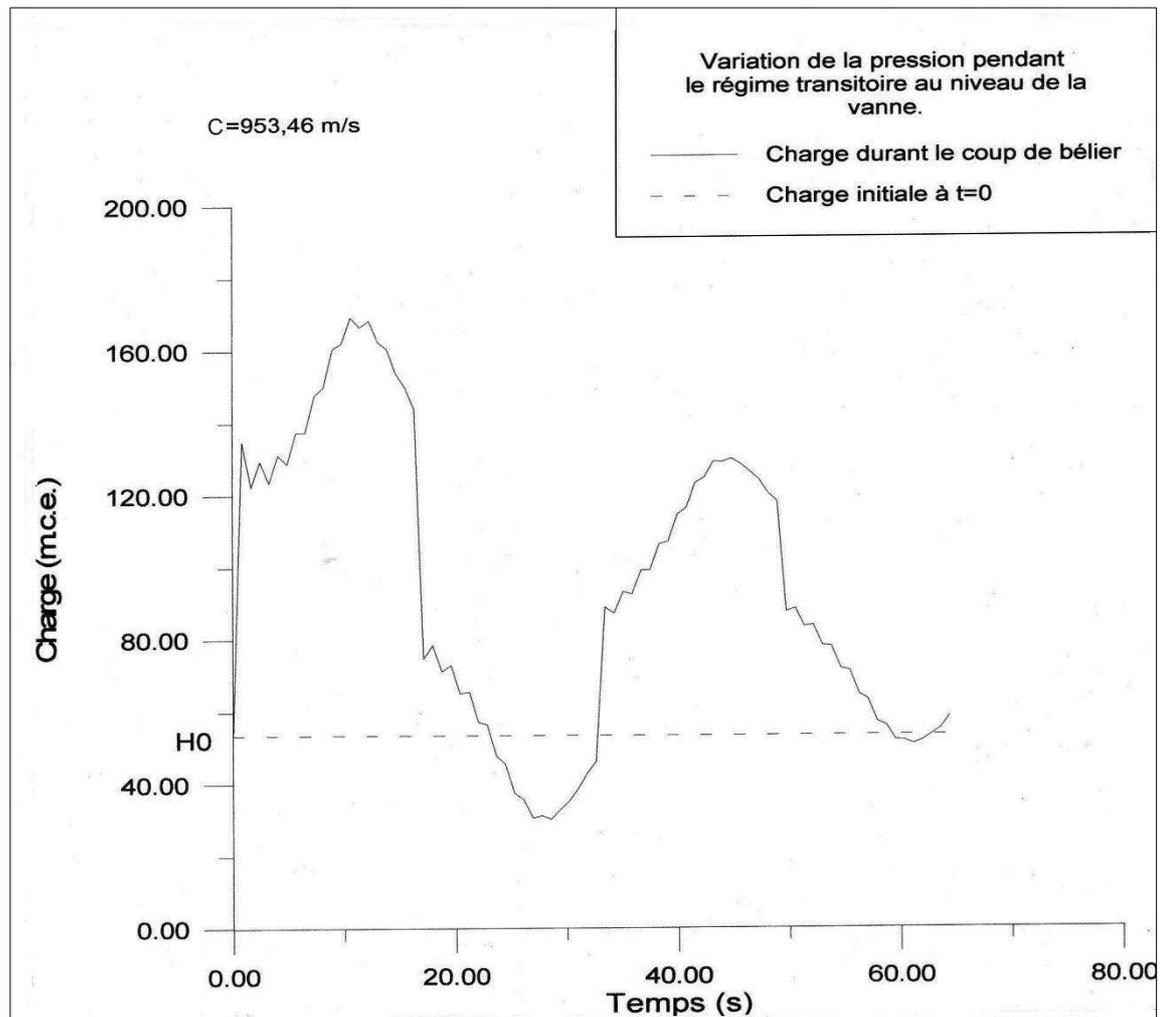


Fig.IV.3 Variation de la charge au niveau de la vanne en fonction du temps, pour une fermeture instantanée $t=0$.

Interprétation :

Le graphique représenté sur la figure n°IV.3 montre la variation de pression au niveau de la vanne pour un temps de fermeture nul. C'est à dire qu'à l'instant $t=0$ la vanne est complètement fermée ($Q=0$), il y a alors naissance d'une onde de pression qui se propage le long de la conduite avec une célérité de 953,46 m/s. La surpression maximale est de 169,29 mce au temps $t=10,6$ s, soit à peu de chose près « L/C », et la dépression maximum est de 30,16 mce au temps $t=28,5$ s, soit « $3L/C$ ». Les temps « L/C » et « $3L/C$ » représentent respectivement les états de surpression et de dépression maximum. Ces valeurs obtenues représentent les variations de pression maximum que peu subir ce

système à la suite d'un coup de bélier. En termes de pourcentage l'augmentation maximum de pression est de 217%, et la diminution est de 43%, ce qui créera un état de contrainte au quel ne pourront jamais résister la vanne et la conduite sans mesure réductrice du coup de bélier.

IV.3.4 Calcul du coup de bélier pour une fermeture rapide $t=5s$:

L'analyse du régime transitoire pour un temps de fermeture $t=5s$ est plus réaliste, cependant l'analyse d'une fermeture instantanée était nécessaire dans le but de connaître les états de contrainte maximums que peut engendrer un coup de bélier. En pratique il ne peut y avoir un temps de fermeture nul pour cela on se propose d'étudier dans ce qui suit, un coup de bélier provoquer par une fermeture rapide « $t=5s$. », toujours sans tenir compte de l'influence du sol et pour les mêmes considérations que la fermeture instantanée. La simulation du régime transitoire à l'aide du programme que nous avons élaboré donne les résultats suivants :

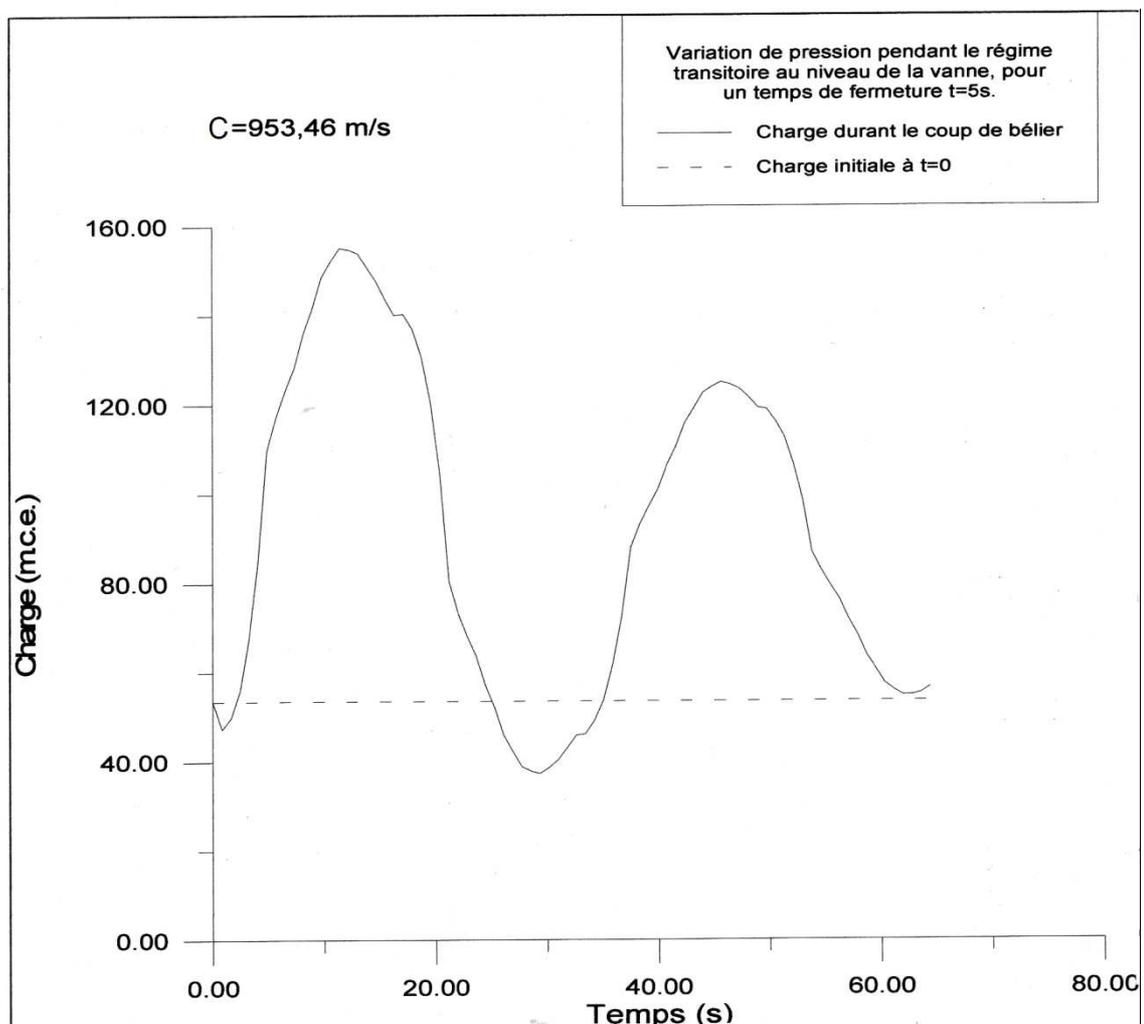


Fig.IV.4 Variation de la charge au niveau de la vanne en fonction du temps, pour une fermeture rapide $t=5s$.

Interprétation :

Le graphique ci-dessus montre que le coup de bélier crée par cette fermeture rapide (variation linéaire du débit), $t_f < 2L/C$, qui est susceptible de se produire en pratique si le système n'est pas protégé ; commence par une légère diminution de pression, ce qui n'est pas dans le sens de l'étude théorique qui dit que le coup de bélier produit par la fermeture d'une vanne commence par la propagation d'une onde de surpression, toutefois cela s'explique aisément ; cette diminution de pression est due à la perte de charge provoquée par la réduction de la section de passage de la vanne, de plus cette diminution n'a duré que deux seconde (avant la fermeture complète), et tout de suite après il y a eu une augmentation qui coïncide avec le début de propagation de l'onde de pression. La surpression maximale est de 155,18 mce au temps $t=11,4s$, toujours aux environs de « L/C », et la dépression maximale est de 37,27 mce au temps $t=29,33s$. On voit bien que la surpression et la dépression maximales pour un temps de fermeture $t=5s$ sont respectivement inférieures de 28% et 19% à la surpression et dépression maximales pour un temps de fermeture $t=0s$. Aussi on voit bien que les enveloppes de surpression sont beaucoup plus importantes que celles de dépression, augmentation de pression de 190% et diminution de 30%, cela s'explique par le fait que le réservoir à niveau constant tend à réduire la dépression à tel point qu'au temps $t=60s$ ($7L/C$) il n'y a même plus de dépression, c'est à dire que même si la pression varie (augmentation puis diminution jusqu'à l'atténuation) elle reste néanmoins supérieure à la charge initiale au droit de la vanne. Aussi on peut dire que plus on augmente le temps de fermeture moins le coup de bélier est important.

IV.4 Analyse du régime transitoire avec influence du sol :

On choisit de faire l'étude du coup de bélier avec du sol pour l'hypothèse de la raideur du sol, c'est à dire que la conduite ne se déforme pas librement sous l'effet des contraintes engendrées par le coup de bélier. Pour ce faire on calculera la célérité de propagation d'onde pour une conduite mince à caractéristiques unique par la formule donnée par Salah B. De même que pour l'analyse sans influence du sol le calcul de coup de bélier se fera pour deux temps de fermeture de la vanne, à savoir $t=0s$ et $t=5s$.

IV.4.1 Calcul du coup de bélier pour une fermeture instantanée $t=0$:

De la même manière que pour l'analyse sans influence du sol, on procède à une simulation du régime transitoire en considérant la raideur du sol, pour un temps de fermeture théorique $t=0s$, toujours dans le but de connaître les variations de pression maximales possibles.

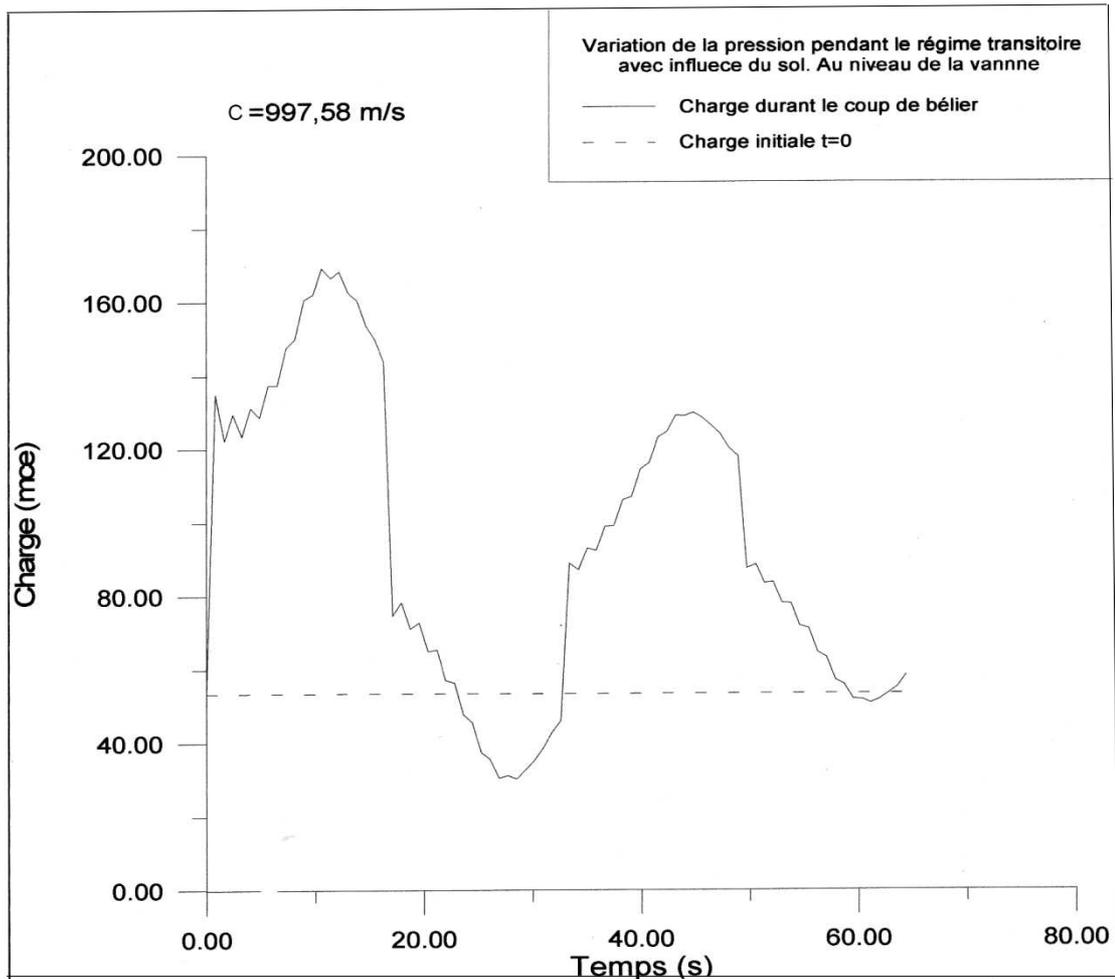


Fig.IV.5 Variation de la charge au niveau de la vanne en fonction du temps, pour une fermeture instantanée $t=0s$. Analyse avec influence du sol.

Interprétation :

Au premier abord le graphique (figure n°IV.5) donnant la variation de la charge au niveau de la vanne pour une fermeture instantanée, avec influence du sol a exactement la même allure que le graphique (figure n°IV.3) de l'analyse sans influence du sol, cependant on voit que la célérité de propagation a augmenté, elle est devenue de 997,58 m/s, soit une augmentation de 6%, qui peut paraître minime, mais qui trouve toute son importance du point de vue économique, c'est à dire qu'il en coûtera plus cher si on veut protéger cette conduite en augmentant l'épaisseur des parois par exemple. Aussi on voit une nette augmentation dans les valeurs extrêmes de pression ; la surpression maximale passe de 169,29 à 174,36 mce, et la dépression de 30,16 mce à 26,28 mce, soit une augmentation de la surpression et de la dépression respectivement de 9% et de 8%. Concernant la conformité avec l'étude théorique, elle est respectée, en effet la surpression maximale se produit à $t=10,13s$ ce qui correspond au temps L/C , et la dépression maximale à $t=27,26s$, soit au temps $3L/C$.

IV.4.2 Calcul du coup de bélier pour une fermeture rapide $t=5s$:

Dans ce qui suit nous allons procéder au calcul de coup de bélier pour une fermeture rapide, au niveau de la vanne sur 6 cycles d'oscillation et ainsi visualiser l'atténuation progressive du phénomène (figure n°IV.6).

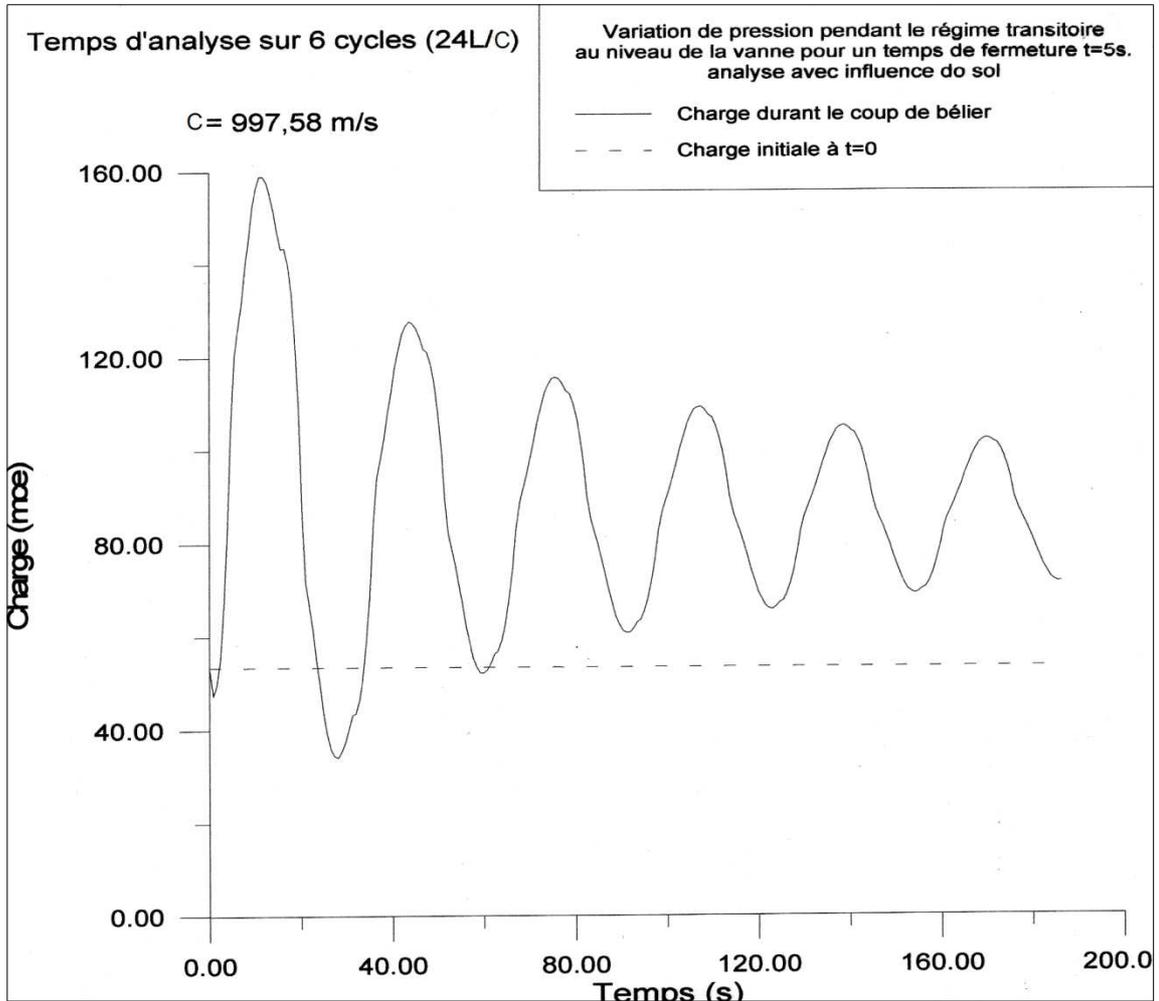


Fig.IV.6 Variation de la charge au niveau de la vanne en fonction du temps, pour une fermeture instantanée $t=5s$. Analyse avec influence du sol sur 6 cycles d'oscillation

Interprétation :

En analysant le graphique figure n° IV.6, qui représente la variation de la pression au niveau de la vanne avec influence du sol, sur une période de 6 cycles ($24L/C$) d'oscillation pendant le régime transitoire, qui a été provoqué par une fermeture rapide $t=5s$, on s'aperçoit que le premier cycle (de 0 à 30s) a une forme identique au graphique n°IV.4 donnant la variation de la charge pour une analyse sans influence du sol, ce qui est tout à fait normale car les conditions sont les mêmes, sauf que la célérité d'onde a une valeur supérieure (du fait de la raideur du sol), $C=997,58\text{m/s}$. La surpression maximale est de 158,97 mce au temps $t=10,9s$, et la dépression maximale est de 34,04mce au temps $t=28,04s$, soit une augmentation de 7,5% pour la surpression et 6 % pour la dépression par rapport à l'analyse sans effet du sol, ce qui confirme la tendance d'augmentation du coup de bélier en considérant l'effet du sol. Toutefois le plus intéressant à la vue de ce graphique

c'est l'atténuation progressive du phénomène au cours du temps, en effet à chaque nouveau cycle la pression maximum diminue clairement, l'onde de surpression commence à s'atténuer sous l'effet des pertes de charge sans toutefois ces dernières influencent sa période d'oscillation de façon importante, jusqu'à ce que l'on retrouve les conditions initiales d'écoulement. Aussi on remarque qu'à partir du 2^{ème} cycle il n'y a plus de dépression seul des variations (augmentations et diminution) successive de la surpression, cependant ces variations rapide de pression provoque l'état de fatigue de la conduite. Aussi on voit que la dépression maximale ne descend pas en dessous de 25mce ce qui écarte tout risque de mise sous vide de la conduite.

IV.5 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons vu en détail les principales méthodes d'analyse du régime transitoire, aussi nous avons justifié notre choix de faire le calcul de coup de bélier par la méthode des caractéristiques ; stabilité du schéma de calcul, grande précision dans les résultats, solution exacte du problème original..., aussi le programme que nous avons établi nous a grandement facilité la tâche pour simuler divers cas de coup de bélier (fermeture rapide instantanée, calcul avec ou sans influence du sol). De plus on a pu voir en analysant l'adduction de 7770m reliant les réservoirs de Cherchell à celui de Sidi Ghiles, l'état de contrainte dégradant que provoque le coup de bélier si le système hydraulique n'est pas protégé. Nous avons aussi concrètement visualisé la tendance à augmenter la puissance du coup de bélier qu'a l'effet du sol entourant la conduite, et que si la protection contre le régime transitoire était faite sans considérer ce paramètre cela pourrait avoir des conséquences assez graves sur le bon fonctionnement du système.

Chapitre V Etude de loi de manœuvre avec l'influence du sol

V.1 Introduction :

A l'issue du calcul de coup de bélier, provoqué par la manœuvre d'un organe de régulation placé à l'extrémité aval de la conduite, effectué sur l'adduction qui fait l'objet de notre étude, on a vu que la charge pouvait prendre des valeurs importantes en tout point de la conduite. Ces surpressions et dépressions ont un effet dévastateur sur la conduite et les équipements qu'elle porte (fissuration de la conduite, aspiration des joints, dégradation des vannes, compteurs...). Dans de telles circonstances on est dans l'obligation de trouver un moyen de protection adéquat qui assurerait le bon fonctionnement et la longévité du système hydraulique. On a vu dans le chapitre précédent que les valeurs de coup de bélier étaient inversement proportionnelles au temps de fermeture de la vanne, c'est à dire que plus le temps de fermeture était grand moins les surpressions et dépressions étaient importantes. Autrement dit la loi de variation du débit influe sur les pressions. On doit donc définir (imposer) une valeur de coup de bélier, comme étant un cas spécifique du régime transitoire, pour lequel la pression du liquide reste constante dans la conduite au cours de la manœuvre. Donc pour protéger une conduite en cas gravitaire en charge du régime transitoire, on doit définir une loi de manœuvre qui permet de maintenir un coup de bélier dont la valeur ne dépasse pas la valeur imposé au système hydraulique considéré. Ce coup de bélier doit être proposé de telle manière que les contraintes engendrées soient inférieures aux contraintes de rupture de la conduite. [18]

Dans ce dernier chapitre on essaiera de déterminer un temps de fermeture approprié, qui protégera correctement le système contre le coup de bélier, on établira aussi la courbe caractéristique du robinet vanne ainsi que le calcul du débit en amont de la vanne pendant la manœuvre, qui nous permettront de déduire la loi de manœuvre du robinet vanne en fonction de ces caractéristiques.

V.2 Détermination de la loi de manœuvre

V.2.1 Organe de régulation :

On entend par organe de régulation; les robinets-vannes, ils permettent de régulariser les débits qui transitent dans une canalisation. Aussi ces appareils permettent d'isoler un tronçon en cas d'entretien ou de réparation d'une conduite avarié. On distingue deux types de robinets-vannes :

* Les robinets dits "quart de tour", pour les faibles diamètres. Ces derniers sont utilisés comme robinets de prise ou d'arrêt dans les branchements d'immeubles ou pour la commande des appareils sous chaussées.[12]

* Les robinets vannes pour les moyens et gros diamètres, on y distingue différents types d'obturateurs ; robinets vannes à opercule, à papillon, à boisseau, à soupape, à disque etc. Ces robinets vannes permettent des ouvertures et fermetures lentes, correctement dimensionnés leur manœuvre ne provoque généralement pas de perturbation de l'écoulement.[12]

Les robinets vannes sont des pièces à brides, qui doivent être installés dans des endroits accessibles, par exemple dans des chambres en maçonneries où la manœuvre se fait à l'aide d'un volant placé sur la tête du robinet. La manœuvre de ces appareils peut être motorisée en vue d'une utilisation télécommandée, et surtout dans le but d'avoir des variations de débits contrôlés.[14]

Au passage de ces organes, même s'ils sont entièrement ouverts, la veine liquide subit une contraction suivie d'un épanouissement souvent accompagné d'une déviation. Ces diverses causes de pertes de charge s'influencent mutuellement et il est difficile de prévoir par le calcul la perte de charge résultante. Aussi on préfère utiliser comme pour les coudes ou les déviations, des formules expérimentales de la forme générale :

$$J = \alpha_k \frac{U^2}{2.g} \quad (V.1)$$

Dans laquelle :

j = perte de charge provoquée par l'organe.

α_k : coefficient de perte de charge.

Le coefficient « k » varie évidemment avec le degré d'ouverture du robinet vanne et avec les caractéristiques de l'appareil. On donne ci-après l'ordre de grandeur pour un robinet vanne à opercule, dans notre étude on choisit de protéger la canalisation par un robinet vanne à opercule dont on déterminera la courbe caractéristique (loi de manœuvre).[19]

Robinet-vanne ordinaire à passage direct (Vanne à opercule) :

Les robinets-vannes à opercule sont très utilisés dans les systèmes d'alimentation en eau potable. Leur dispositif de fermeture est constitué d'un opercule logé dans une calotte hémisphérique. Ils possèdent la faculté de permettre des ouvertures et fermetures lente. On représente le robinet vanne à opercule dans la figure n V.1 .

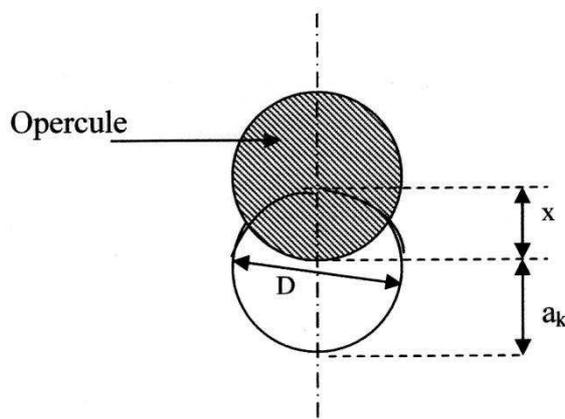


Fig. V.1 vanne à opercule

x : course de l'opercule. D : diamètre de la conduite

Tableau n°V.1 : coefficient de perte de charge en fonction de l'ouverture d'un robinet vanne à opercule :[1]

X	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	8/8
α_k	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17	97,8	0

La course x de l'opercule étant proportionnelle au nombre de tour de la vis de commande, on constate que l'action du robinet vanne n'est pas du tout proportionnelle au nombre de tours du volant mais que cette action sur la réduction du débit est surtout sensible à la fin de la course de l'opercule.[1]

Pour des considérations de convention, on notera dans le paragraphe suivant :

* D par a_0 , ouverture complète de la vanne.

* $a_k = a_0 - x$, ouverture du robinet vanne à opercule pendant la manœuvre.

V.2.2 Détermination du coup de bélier imposé :

Au cours de la manœuvre de régulation, il peut se produire deux variations de pression ; une augmentation de pression (coup de bélier croissant), et une diminution de pression (coup de bélier décroissant). Le coup de bélier imposé consiste à lui affecter une valeur constante de pression (surpression) à ne pas dépasser durant la manœuvre de la vanne, et pour laquelle sera dimensionnée la conduite ainsi que l'ensemble des équipements hydrauliques (dimensionnement mécanique).[16]

On détermine la valeur du coup de bélier imposé par la méthode majorant, et cela consiste à majorer la charge en régime permanent au droit de la vanne par une fraction de la charge statique de l'écoulement, c'est à dire que la valeur du coup de bélier sera fonction de la charge statique d'écoulement, dans notre cas l'élévation du plan d'eau du réservoir par rapport à la vanne HR. Le pourcentage de majoration peut varier de 30 à 80% pour les systèmes les plus favorables à un coup de bélier. Pour notre analyse on choisit de majorer la charge au droit de la vanne de 60% de la charge statique (HR).

$$b=0,6.H_R \quad (V.2)$$

$$H_v=H_0+b \quad (V.3)$$

Avec :

- b: valeur du coup de bélier en (mce).
- H_0 : charge au droit de la vanne en régime permanent en (mce).
- HR : Charge statique en (mce).

Valeur numérique du coup de bélier imposé :

Les valeurs des charges pour l'adduction Cherchell- Sidi Ghiles, sont :

- Charge au droit de la vanne en régime permanent : $H_0=53,45$ mce.
- Charge statique du système : $HR=86,4$ m.c.e.
- Le coup de bélier imposé est : $b=51,84$ m.c.e (équation V.2)

La surpression au niveau de la vanne pendant la manœuvre ne doit pas dépasser :

$$H_0 + b = 105,29 \text{ mce} \quad (\text{équation V.3}).$$

Donc le temps de fermeture complète de la vanne doit être tel que la valeur de surpression ci-dessus ne soit pas dépassé, c'est à dire que l'on impose le coup de bélier et on dimensionne en conséquent.

V.2.3 Détermination du temps de fermeture :

Dans ce qui suit nous allons déterminer le temps de fermeture de la vanne, pour lequel la surpression maximum sera inférieure au coup de bélier imposé. Pour cela nous allons faire une simulation du régime transitoire avec influence du sol pour différents temps de fermeture de la vanne ; 60s, 90s, 120s, 300s, 600s, 900s, en fonction des valeurs obtenues (surpression et dépression au droit de la vanne) et d'un paramètre « n » que l'on expliquera par la suite, on fera le choix de temps qui s'impose.

En fonction du temps de fermeture et du temps d'aller-retour de l'onde surpression « θ », on tire le nombre de pas « n » de fermeture du robinet vanne. En effet chaque robinet vanne est caractérisé par un nombre de pas de fermeture, par exemple si l'on veut motoriser un robinet vanne, on doit connaître le nombre de pas du volant pour la fermeture complète du robinet-vanne. Le nombre de pas de fermeture est donné par la relation suivante :

$$n = \frac{T_f}{\theta} \quad (\text{V.4})$$

$$\theta = 2L/C \quad (\text{V.5})$$

Dans lesquelles :

- T_f : temps de fermeture de la vanne en (seconde).
- θ : temps d'aller-retour de l'onde de surpression en (seconde)
- L : longueur de la conduite en (m).
- C : célérité de l'onde en (m/s).
- n : le nombre de pas de fermeture.

On voit dans ces deux dernières formules que les deux seules inconnues sont le temps de fermeture et le nombre de pas de fermeture.

La figure (figure n°V.2) ci-après montre la variation de la pression en mce pendant la manœuvre au droit de la vanne pour différents temps de fermeture.

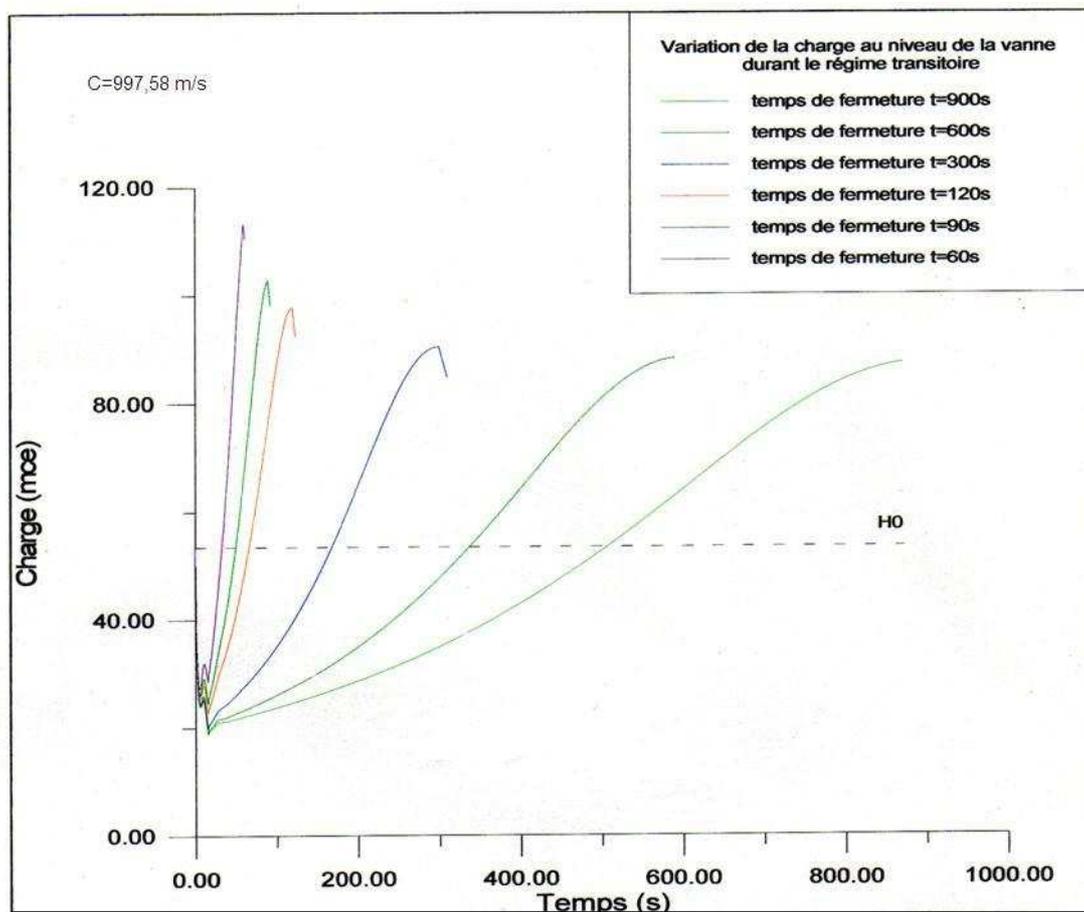


Figure n°V.2 : Variation de la pression au droit de la vanne pendant sa manœuvre pour différents temps de fermeture.

Interprétation :

A partir du graphique on voit du graphique que la variation de pression commence par des dépressions. Ces baisses de pression sont dues à la perte de charge créée par la réduction de la section utile d'écoulement de la vanne, ensuite on a des surpressions inversement proportionnelles au temps de fermeture. On tire du graphique de variation de la charge au droit de la vanne, pour les différents temps de fermeture les valeurs de surpression et de dépression maximum suivantes :

Tf= 1 minute :

La surpression : 113,24 mce.

La dépression : 27,16 mce.

Le nombre de pas n=4

Tf= 1,5 minutes:

La surpression : 102,85 mce.

La dépression : 24,46 mce.

Le nombre de pas n=6.

Tf= 2 minutes :

La surpression : 97,80 mce.

La dépression : 22,69 mce.

Le nombre de pas n=8.

Tf= 5 minutes :

La surpression : 90,44 mce.

La dépression : 19,88 mce .

Le nombre de pas n=20.

Tf= 10 minutes :

La surpression : 88,30 mce.

La dépression : 19,05 mce

Le nombre de pas n=39.

Tf= 15 minutes :

La surpression : 87,41 mce.

La dépression : 18,78 mce

Le nombre de pas n=58.

D'après ces résultats on voit que les fermetures en 1 et 1,5 min sont à exclure car trop dangereuses, le coup de bélier résultant dépasse le coup de bélier imposé, par contre les autres temps de fermeture sont satisfaisants dans la mesure où la surpression maximale est inférieure au coup de bélier imposé. Par mesure de sécurité on choisit d'adopter un temps de fermeture de 15 minutes, ayant la valeur de surpression la moins importante, et l'augmentation de pression la plus lente, ce qui ne peut qu'être bénéfique à la conduite. Cette fermeture du robinet vanne en 15 minutes se fait pour un nombre de pas de fermeture $n=58$.

V.3 Coup de bélier imposé pour une fermeture du Robinet-vanne [19]

On a l'expression de la perte de charge dans le cas d'une variation parabolique de la vitesse :

$$\Delta H = \frac{\lambda.L}{2.D} \left[\frac{V_1^2}{2.g} + \frac{V_2^2}{2.g} \right] \quad (V.6)$$

En reprenant les expressions (II.22) et (V.6) , on détermine les valeur de coup de bélier h_{Li} , pour un pas de fermeture θ .

En considérant que les coups de bélier au niveau du réservoir sont nuls, $h_{0i}=0$. Pour le i^{e} pas de fermeture, On trouve les deux équations suivantes :

$$V_{Li} = V_0 - \frac{2g}{c} \cdot \left[\sum_{i=0}^{n-i} h_{Li} + \frac{h_{Li}}{2} \right] - \frac{k}{2.c} \left[\sum_{i=0}^{n-1} V_{Li}^2 + \sum V_{Li}^2 - V_{L0} \right] \quad (V.7)$$

$$h_{Li} = \frac{c}{g} (V_0 - V_{Li}) - 2 \cdot \left(\sum_{i=0}^{n-1} h_{Li} \right) - \frac{1}{2.g} \left[(2+k) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} V_{Li}^2 + \frac{k+2}{2} V_{Li}^2 \right] + \frac{2-k}{2.g} \cdot \left[\sum_{i=0}^{n-1} V_{0i}^2 + \frac{V_{0i}^2}{2} \right] \quad (V.8)$$

Avec : h_{Li} : valeur du coup de bélier au niveau de la vanne.

V_0 : vitesse d'écoulement en régime permanent.

V_{Li} : vitesses d'écoulement en régime transitoire.

$K=\lambda.L/D$ avec λ : coefficient de frottement.

Pour $i=n$, en considérant que h_{Li} augmente pendant la première phase et demeure constant, lorsque la durée de fermeture est de $t=n.\theta$, on peut poser :

$$V_{Li}=V_{Ln}=0 \quad (V.9)$$

L'expression (V.8) devient donc :

$$h_{Li} = \frac{c}{g} (V_0) - 2 \cdot \left(\sum_{i=0}^{n-1} h_{Li} \right) - \frac{1}{2.g} \left[(2+k) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} V_{Li}^2 \right] + \frac{2-k}{2.g} \cdot \left[\sum_{i=0}^{n-1} V_{0i}^2 + \frac{V_{0i}^2}{2} \right] \quad (V.10)$$

Ou bien on peut écrire :

$$h_{Ln} + 2 \cdot (n-1) \cdot h_{Ln} = \frac{CV_0}{g} - \frac{2+k}{2.g} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} V^2 li + \frac{2-k}{2.g} \cdot [(\sum_{i=0}^{n-1} V^2 0i) + \frac{V^2 l_0}{2}] \quad (V.11)$$

D'autre part on a :

$$V_{L_0} = V_0 \quad (V.12)$$

On peut écrire que :

$$(2n-1) \cdot h_{Ln} = \frac{CV_0}{g} + \frac{2-k}{4.g} V_0^2 + \frac{2-k}{2.g} \sum_{i=0}^{n-1} V^2 0i - \frac{2+k}{2.g} \sum_{i=0}^{n-1} V^2 li \quad (V.13)$$

Si on considère que pendant la manœuvre de fermeture, la vitesse V_{Li} va varier de V_0 pour $i=0$ à V_{Ln} pour $i=n$ par la relation suivante :

$$V_i = (n-i) \cdot V_0/n \quad (V.14)$$

$$\text{Ou bien} \quad V_i^2 = (V_0/n)^2 \cdot (n-i)^2 \quad (V.15)$$

L'expression (V.14) peut s'écrire aussi :

$$\sum_{i=0}^{n-1} V_i^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{V_0}{n}\right)^2 \cdot (n-i)^2 = \frac{V_0^2}{n^2} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \quad (V.16)$$

Donc à partir de la relation (V.13), et on tenant compte de (V.16), on obtient :

$$(2n-1) \cdot h_{Ln} = \frac{CV_0}{g} - \frac{2+k}{2.g} \frac{V_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 + \frac{2-k}{2.g} \cdot \left[\frac{V_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 + \frac{V_0^2}{2}\right] \quad (V.17)$$

C'est-à-dire :

$$(2n-1) h_{Ln} = \frac{CV_0}{g} - \frac{2-k}{4.g} \cdot V_0^2 - \frac{k}{g} \frac{V_0^2}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \quad (V.18)$$

En déterminant h_{Ln} , on trouve :

$$h_{Ln} = \frac{CV_0}{g(2n-1)} - \frac{k-2}{4.g(2n-1)} V_0^2 - \frac{k}{g(2n-1)n^2} V_0^2 \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \quad (V.19)$$

En divisant le terme par H_0 :

$$\frac{h_{Ln}}{H_0} = \frac{CV_0}{g(2n-1)H_0} - \frac{k-2}{4.g(2n-1)H_0} V_0^2 - \frac{k}{g(2n-1)n^2 H_0} V_0^2 \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \quad (V.20)$$

En général $k \gg 2$, c-à-d $k-2 \approx k$, on ne fait pas une grande erreur, si on néglige le terme $V_0^2/2.g$, on peut donc écrire :

$$\xi = \frac{h_{Ln}}{H_0} = \frac{CV_0}{g(2n-1)H_0} - \frac{k}{g(2n-1)H_0} V_0^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \right] \quad (V.21)$$

En tenant compte que $\varphi = \frac{v_0}{\sqrt{2gH_0}}$ et $W = \frac{CV_0}{gH_0}$ (V.22)

On peut écrire :

$$\xi = \frac{W}{2n-1} - \frac{2k\varphi^2}{2n-1} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{n^2} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \right] \quad (V.23)$$

Ou bien

$$\xi = \frac{W}{2n-1} - \frac{k\varphi^2}{2n-1} \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{n^2} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (n-i)^2 \right] \quad (V.24)$$

L'examen du paramètre adimensionnel W montre que ce dernier englobe le régime initial permanent (V_0, H_0) et la propriété hydrodynamique de la conduite. D'une manière plus simple, ce rapport est interprété d'une autre façon pour connaître sa signification.

On peut écrire :

$$W = \frac{CV_0}{gH_0} = \frac{2CV_0}{2gH_0} \quad (V.25)$$

Ou bien $\frac{W}{2} = \frac{CV_0}{2gH_0}$ (V.26)

Autrement dit :

$$\frac{W}{2} = \frac{C}{\sqrt{2gH_0}} \cdot \frac{V_0}{\sqrt{2gH_0}} \quad (V.27)$$

On constate que :

Le terme $\frac{C}{\sqrt{2gH_0}}$ désigné par φ_1 indique le coefficient de vitesse d'onde pour le régime transitoire.

Le terme $\frac{V_0}{\sqrt{2gH_0}}$ désigné par φ indique le coefficient de vitesse de l'écoulement.

On obtient : $W = 2 \cdot \varphi_1 \cdot \varphi$.

De même si on pose $k=0$, par simplification, l'expression (V.24) permet de déterminer le temps de fermeture en fonction du coup de bélier imposé et le paramètre W, On obtient :

$$n = \frac{t}{\theta} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{W}{\xi} + 1 \right) \quad (V.28)$$

Ou bien :

$$t = \frac{L}{C} \cdot \left(\frac{W}{\xi} + 1 \right) \quad (V.29)$$

V.4 Procède général de la détermination d'une loi de manœuvre

V.4.1 Principe :

Un coup de bélier se produisant dans une conduite en charge à écoulement gravitaire, ne peut être maîtrisé que si la loi de manœuvre d'un robinet - vanne placé à l'extrémité aval de la conduite est parfaitement connue.

Les données caractéristiques de la conduite, constituent une base réelle pour la détermination d'une telle loi de manœuvre qui est très bénéfique pour la protection de la conduite. Cette loi de manœuvre imposée au dispositif d'obturation du robinet-vanne permet d'assurer une répartition du coup de bélier, restant dans une limite ne provoquant pas l'endommagement de la conduite. Le procédé de détermination d'une telle loi nécessite la connaissance des valeurs h_{Li} des coups de bélier et les valeurs V_{Li} des vitesses y correspondant.

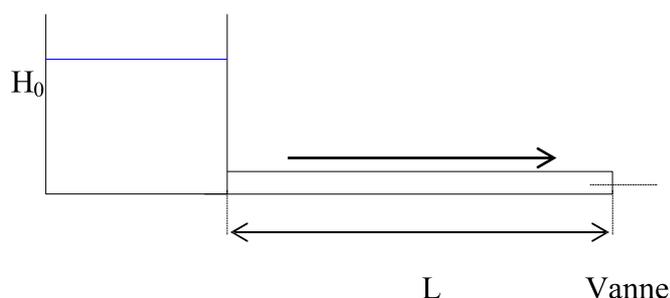
On présente cette loi sous forme de courbe $a_k/a_o=f(t)$, fonction du temps, où le rapport a_k/a_o représente la position de l'organe d'obturation du robinet - vanne. Cette loi de manœuvre, une fois déterminée, permet d'éviter les formes de coups de bélier croissantes et décroissantes qui ne font que favoriser le vieillissement de la conduite, et parfois même des cassures. [20]

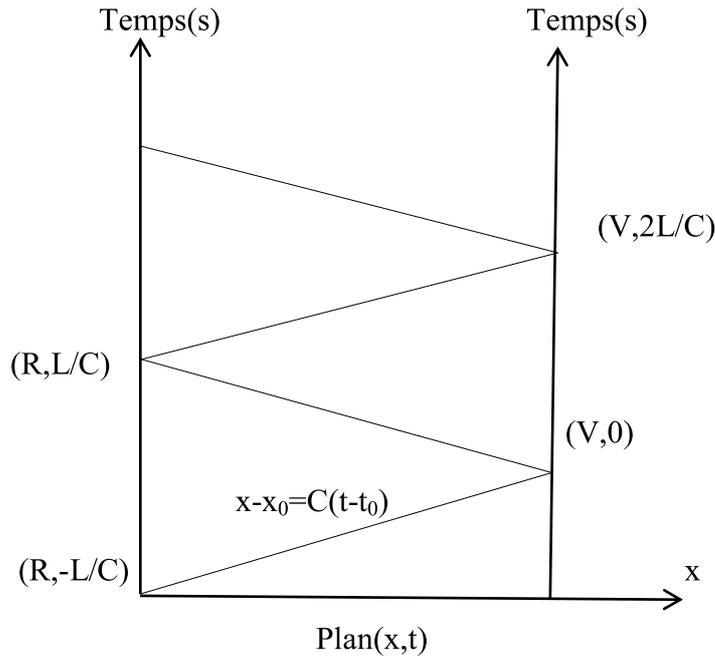
A la base de la relation (V.7), le procédé consiste à déterminer d'abord les valeurs des vitesses V_{Li} au niveau de la section de vannage, à l'extrémité aval de la conduite, au fur et à mesure de la manœuvre de l'organe d'obturation, ensuite la détermination du débit passant dans la conduite.

$$Q_{Li}=V_{Li}.A=f(i) \quad (V.30)$$

V.4.2 Détermination du débit Q_{Li} en fonction de la position de fermeture

Considérons le diagramme(x,t) de la figure n°V.3



Fig. n°V.3 Déplacement d'une onde dans un plan (x,t)

Ce diagramme représente les droites caractéristiques pour différents pas de temps. Dans le calcul de la loi de manœuvre le pas de temps coïncide avec le pas de fermeture du robinet vanne. Cette idée a été retenue du fait qu'en pratique le coup de bélier est en général important non seulement au premier pas de manœuvre, mais également juste en amont du robinet vanne. Il serait donc intéressant de connaître la variation du débit en fonction du pas de fermeture « i » du robinet-vanne.

La figure ci-dessus montre qu'au premier pas de fermeture (de temps), l'onde de coup de bélier ainsi créée par la manœuvre à $t=0s$, arrive au réservoir au bout d'un temps $t=\theta/2=L/C$, cette onde se propage dans la conduite avec une célérité « C », en perturbant l'écoulement à son passage. Donc le régime demeure permanent tant qu'il n'a pas été traversé par cette onde et les conditions d'écoulement y sont connues, on pourra donc le long de la droite C^+ déterminer les conditions d'écoulement où le régime a été perturbé en appliquant les équations de compatibilité, tel est le principe de la méthode des caractéristiques que nous avons vu au chapitre précédent. En arrivant au réservoir cette onde est réfléchiée et repart vers la vanne avec la même vitesse « C » mais de sens contraire, elle y arrive à $t=2L/C$.

A ce moment la vanne a adopté une autre position de fermeture (encore partiellement ouverte) et l'onde retourne de nouveau vers le réservoir et ainsi de suite jusqu'à ce que le phénomène s'amortisse. Donc pour pouvoir tracer la courbe qui représente la variation du débit en fonction du pas de fermeture de la vanne, qui nous servira par la suite dans la détermination de la loi de manœuvre, il faudrait connaître la relation liant le couple charge vitesse (débit) en fonction de la position du robinet-vanne dans le temps, c'est à dire pendant le phénomène. Cette relation est tirée du système des équations aux caractéristiques, les relations (V.7) et (V.8) sont données pour une conduite à caractéristique unique en cas gravitaire en charge.[19]

La résolution de l'équation (V.7) permet de connaître le débit juste en amont de la vanne « Q_{Li} » pour différentes valeurs du pas « i » (position de fermeture de l'organe de régulation). Sachant que $Q_{Li}=A.V_{Li}$, on note les résultats dans le tableau ci-après :

Tableau n°V.2 : Variation du débit « Q_{Li} » en phase de fermeture :

i	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	58
$Q_{Li}(l/s)$	80,83	58,8	50,8	44,08	41,14	37,21	31,97	25,11	16,51	6,46	0

On représente la variation du débit Q_{Li} en fonction du nombre de pas « i » de fermeture de la vanne dans la figure n°V.4, sachant le nombre de pas nécessaire à la fermeture totale de la vanne est $n=58$ pas.

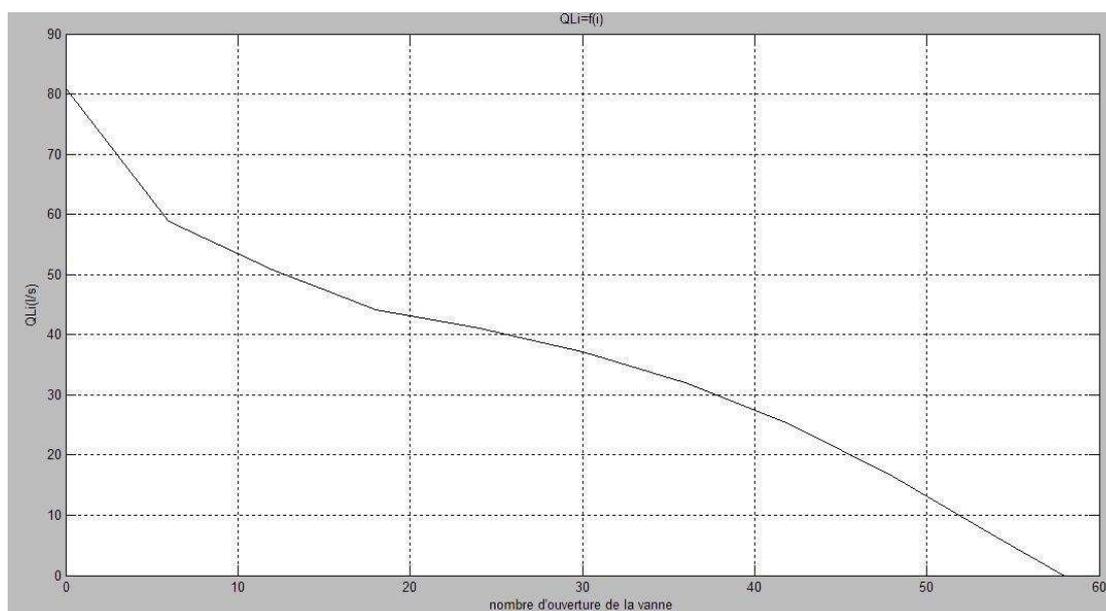


Fig. n°V.4 Variation du débit en fonction des pas de fermeture de la vanne

V.5 Détermination du débit Q_k en fonction des caractéristiques du robinet-vanne :

La détermination du débit au droit de la vanne, consiste à calculer les valeurs du débit en fonction de la position de l'opercule de la vanne, pour cela on supposera que la vanne est comme un orifice caractérisé par un coefficient de débit « C_d » qui est fonction du coefficient de perte de charge singulière, et d'une section variable « S_k », on utilise la formule suivante :

$$Q_k = C_k \cdot S \cdot \sqrt{2g(H_0 + h_{Ln})} \quad (V.31)$$

$$C_k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{(\zeta_k + 1)}} \quad (V.32)$$

C_k : coefficient de débit.

S : section d'ouverture au cours de la manœuvre.

ζ_k : coefficient de perte de charge singulière qui est en fonction du pas de fermeture du robinet-vanne.

ϵ : coefficient du contraction suppose constant pris égal à 0,8.

On note les caractéristiques du dispositif dans le tableau suivant :

Tableau n.V.3: Caractéristiques du dispositif, robinet vanne à opercule D=300mm :

a_k/a_0	1	7/8	6/8	5/8	4/8	3/8	2/8	1/8	0
S_k/S_0	1	0,948	0,856	0,740	0,609	0,466	0,315	0,159	0
$S_k(m^2 \cdot 10^{-2})$	7,07	6,702	6,052	5,232	7,306	3,295	2,227	1,124	0
ζ_k	0	0,07	0,260	0,810	2,06	5,52	17,0	97,8	0
Cd	0	0,774	0,713	0,594	0,458	0,314	0,188	0,081	0

Tableau n V.4: Variation du débit au droit « Q_k » de la vanne en fonction de l'ouverture relative

a_k/a_0	1	7/8	6/8	5/8	4/8	3/8	2/8	1/8	0
$Q_k(m^3/s)$	2,570	2,358	1,961	1,412	0,896	0,470	0,190	0,041	0,000

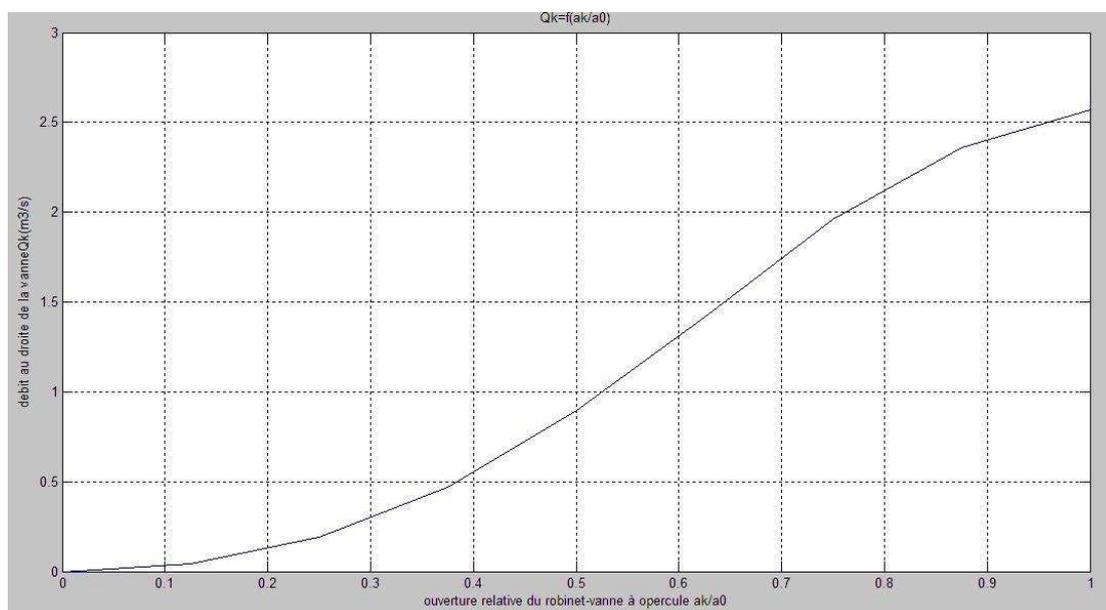


Fig. n°V.5 Variation de débit à la droite de la vanne en fonction de la position de l'opercule de la vanne.

Interprétation :

Le graphique de la figure n° V.5 , représente la courbe caractéristique du robinet vanne et montre la variation du débit au droit de la vanne, pendant la manœuvre, en fonction des caractéristiques du robinet vanne à opercule, c'est à dire qu'elle permet de connaître le débit passant sous la vanne en fonction de l'ouverture de cette dernière. Cette courbe est aussi fonction du coup de bélier imposé, le débit au droit de la vanne est calculé en fonction d'une valeur imposée de surpression.

V.6 Dédution graphique de la loi de manœuvre :

La loi de manœuvre est une loi qui détermine la position de l'organe de régulation, dans notre cas l'opercule du robinet vanne, pendant la manœuvre. Autrement dit cette loi nous donne la position de l'opercule, qui est exprimée en fonction de l'ouverture relative « a_k/a_o », dans le temps (de $t=0$ jusqu'au temps de fermeture complète de la vanne). Jusqu'à présent nous avons déterminé la variation du débit au cours de la manœuvre, ainsi que la courbe caractéristique, variation du débit en fonction de la position de l'opercule, du robinet pour un coup de bélier imposé. Etant donné que nous ne connaissons pas les lois régissant certains paramètres, comme le coefficient de débit dont le calcul est basé sur des valeurs expérimentales du coefficient de perte de charge singulière au niveau de la vanne, on déterminera cette loi de manœuvre « $a_k/a_o=f(i=t/\theta)$ » graphiquement et ce en combinant entre les graphiques figure V.4 et V.5. On note les valeurs de l'ouverture relative en fonction du temps (pas de manœuvre) dans le tableau suivant :

Tableau n°V.5: Ouverture relative en fonction du temps de manœuvre, loi de manœuvre :

$i=t/\theta$	a_k/a_o
0	1
1,62	0,875
2,1	0,75
2,7	0,625
3	0,5
3,6	0,375
4,2	0,25
4,8	0,175
6	0,162
12	0,15
18	0,138
24	0,125
30	0,119
36	0,11
42	0,106
48	0,075
54	0,038
58	0

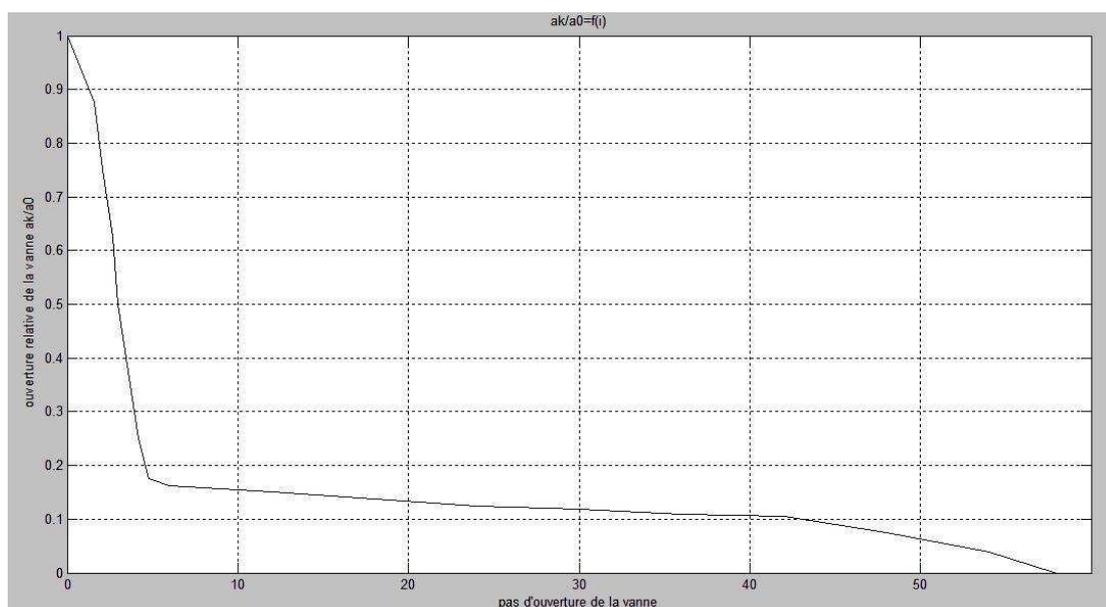


Fig.V.6 Loi de manœuvre robinet vanne à opercule.

Interprétation :

Cette dernière courbe représente la loi de manœuvre du robinet vanne, qui indique à chaque instant de la manœuvre la position de l'opercule. Elle est déterminée en fonction des caractéristiques du robinet vanne choisi et aussi en fonction du coup de bélier imposé et du temps de fermeture de la vanne qui maintient la surpression inférieure à la valeur imposée de coup de bélier. Donc le robinet vanne qui sera installé en pratique devra avoir une loi de manœuvre similaire à celle-ci pour que la conduite et les équipements qu'elle porte soient correctement protégés contre le régime transitoire. On voit du graphique que la fermeture est assez rapide au début ce qui provoque une surpression assez importante, néanmoins inférieure à la valeur imposée, aussi on voit que la fin de la fermeture (de 2/8 à 0) se fait très lentement, c'est à dire du pas 5 à 58, ce qui prévient d'une variation rapide de pression.

Cette loi de manœuvre donne une variation des conditions d'écoulement assez rapide au début et très lente par la suite. C'est à dire que même si le système hydraulique subit de fortes variations de pression (toutefois inférieures à la valeur imposée), elles seront très lentes et ne provoqueront pas un état de fatigue de la conduite.

V.7 Recommandation de protection

Pour protéger correctement l'adduction reliant les réservoirs sud-ouest de Cherchell à celui de Sidi Ghiles, nous recommandons de doter cette adduction à son extrémité aval d'un robinet vanne à opercule à fermeture lente, de temps de fermeture $t=15$ minutes (58 pas de fermeture) et ayant une loi de manœuvre similaire à celle élaborée. Aussi en considérant la valeur de coup de bélier que nous avons imposé (pression de 10 bar), les équipements ainsi que la conduite devront être dimensionnés de manière à résister à une pression nominale de 10 bar

V.8 Conclusion :

Dans ce dernier chapitre, on a proposé un moyen de protection, de l'adduction en cas gravitaire en charge, contre le coup de bélier, cela consiste à doter le robinet vanne d'un temps de fermeture pour le quel, la surpression ne dépasse pas le coup de bélier imposé, le temps choisit est de $t=15$ minutes, qui n'est pas un temps contraignant si la manœuvre se fait manuellement. Puis en fonction des caractéristiques du robinet vanne, à opercule, on a déterminé la loi de manœuvre de ce dernier qui montre l'évolution de l'opercule pendant la manœuvre du robinet-vanne. Cette manœuvre permet d'avoir une variation de pression lente vers la fin de la fermeture du robinet vanne. Aussi on a proposé un dimensionnement mécanique de la conduite et des équipements qu'elle porte. Ainsi le système l'adduction étudiée sera correctement dimensionné (mécaniquement parlant) et équipé pour lutter contre le coup de bélier, ce qui garantira son bon fonctionnement et sa longévité.

CONCLUSION GENERALE

L'écoulement transitoire en charge est un domaine très vaste qui a fait l'objet de nombreux travaux. Cependant, eu égard aux conséquences fâcheuses que peuvent entraîner ces écoulements d'une part, et aux difficultés rencontrées dans la résolution des systèmes d'équations due à la non linéarité de ces équations et aux formes multiples et complexes des conditions aux limites d'autre part, ces écoulements demeurent un sujet d'actualité et attirent toujours l'attention des spécialistes concepteurs des installations hydrauliques. C'est pourquoi, on peut considérer que le présent travail pourrait contribuer d'une manière ou d'une autre à éclaircir certains aspects se rapportant au phénomène des écoulements transitoires en charge.

Ainsi, nous avons examiné dans le premier chapitre les différents régimes d'écoulement, et une étude bibliographique des écoulements transitoires en charge.

Dans le cadre de deuxième chapitre, nous essayerons de donner quelques définitions sur ce qu'est le phénomène transitoire, ses causes et ses conséquences sur les systèmes hydrauliques en charge. Nous utiliserons également l'équation de la continuité et de la dynamique appliquées sur une tranche liquide pour établir les équations qui réagissent le phénomène.

Dans le chapitre 3, nous avons examiné les différentes méthodes utilisées pour la solution des systèmes d'équations représentant les écoulements transitoires en charge.

Ainsi, la méthode analytique d'Alliévi a été exposée en premier lieu. Cette méthode, bien qu'elle donne une solution suffisamment claire et simple sur la propagation des ondes élastiques créant des surpressions et des dépressions le long de la conduite, elle présente l'inconvénient de se baser sur des hypothèses simplificatrices telles que la négligence des pertes de charge et des termes du second ordre rentrant dans les équations régissant les écoulements transitoires en charge. De plus, son application est limitée à des cas pratiques simples.

La méthode graphique de Schnyder Bergeron a le mérite de mettre en évidence la nature et le sens physique du phénomène des écoulements transitoires en charge. Cette méthode a l'avantage d'être utilisée même dans le cas des conduites à caractéristiques multiples et de prendre en compte les pertes de

charge dans les conduites. Des cas pratiques ont été examinés tout en développant le procédé de construction des épures. Toutefois, cette méthode a l'inconvénient de devenir confus dans le cas des installations hydrauliques complexes.

La méthode des caractéristiques a été choisie, parmi les autres méthodes numériques, pour la solution des équations gouvernant les écoulements transitoires en charge, du fait qu'elle est très fréquemment utilisée dans le traitement des équations hyperboliques en raison de l'interprétation physique qu'elle permet. Cette méthode, comme les autres méthodes numériques, a l'avantage de prendre en considération tous les paramètres (pertes de charge, profil en long de la conduite, les diverses conditions aux limites réelles,.....) et de donner numériquement et graphiquement l'état charge – débit, et avec une grande précision, dans n'importe quelle section à un instant donné.

Dans le quatrième chapitre, une application numérique concernant un cas pratique a été examinée en détail. Un certain nombre de résultats numériques et graphiques illustrant le comportement des installations hydrauliques soumises aux écoulements transitoires en charge ont été obtenus. Les résultats obtenus dénotent et confirment l'intérêt et l'importance que revêt la méthode des caractéristiques dans la simulation des écoulements transitoires dans la pratique pour les différents cas examinés.

Dans le dernier chapitre nous avons essayé de déterminer un temps de fermeture approprié, qui protégera correctement notre système contre le coup de bélier, on établira aussi la courbe caractéristique du robinet vanne ainsi que le calcul du débit en amont de la vanne pendant la manœuvre, qui nous permettront de déduire la loi de manœuvre du robinet vanne en fonction de ces caractéristiques.

Enfin, nous espérons que ce modeste travail, a contribué à l'étude et à la maîtrise des écoulements transitoires en charge en développant des programmes permettant la prédiction des conséquences de ces écoulements dans les systèmes hydrauliques identiques à ceux que nous avons examinés. Nous espérons également que les résultats obtenus soient pris en compte dans la conception et l'exploitation des projets hydrauliques.

Bibliographie

- [1] **CARLIER.M** "Hydraulique générale et appliquée", Edition Eyrolles, paris 1972.
- [2] **A.LENCASTRE** "Hydraulique générale", Edition Eyrolles, paris 1983.
- [3] **ANDRE.DUPONT** "Hydraulique urbaine", Tome II Eyrolles, paris 1977.
- [4] **M.ESCAND.L** " Hydraulique générale", Tome II Edition, paris 1971.
- [5] **M.MEUNIER** "Les coup de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression", ENGREF, Paris 1980.
- [6] **M.BOUMARAH, A.GOURDIN** " Méthodes numériques appliquées ", OPU, Edition1993.
- [7] **JEAGER C.** : "Hydraulique technique", Edition Dunod, Paris 1954
- [8] **OURAGH.YOUCEF** "Ecoulement forcé en Hydraulique" Tome II OP, 1986.
- [9] **BERGERON L.** : "coup de Bélier en hydraulique au coup de Froude en électricité" Edition DUNOD, Paris 1950
- [10] **ARRIS S.TIJSELING** : "Johannes Von Kriess and the History of Water Hammer", Journal of hydraulic engineering, ASCE / January 2007
- [11] **PISKONOV.N** "Calcul intégral et différentiel et intégral" Tome II première partie OPU Edition corrigée
- [12] **STREETER V.L. & BENJAMIN W.E.** : "Fluid mechanics (Sixth Edition) " Mc Graw Hill Book Company, USA
- [13] **VARLET.H** "Usines de dérivation" Eyrolles, paris 1965.
- [14] **HUG M.** : " Mécanique des fluides appliquée", Edition Masson, Paris 1975

- [15] **B.SALAH, A.KETTAB, B.MASSOUH, B.MBANGANGOYE** "Célérité de l'onde de coup de bélier dans les réseaux enterrés", revue la Houille Blanche, n°3/4,2001.
- [16]**B.SALAH** "Etude du régime transitoire dans un réseau d'eau sous pression enterré ", Thèse de doctorat d'état
- [17] **AHSAM N .** " Etude du reseau d'A.E.P de la ville SidiGhiles(W.Tipaza)" M.F.E ENSH Promotion 2004
- [18] **B. SALAH , S.BEDNARCZYK,** "Regime transitoire dans une conduite en charge" , Revenue scientifique n°3, E.N.P, Alger 1986 .
- [19] **B. SALAH** "Contribution à l'étude du régime transitoire dans une conduite en charge gravitaire", Thèse de Magister, ENP 1986.
- [20] **B. SALAH, F. MASSOUH, A. KETTAB** "Loi de manœuvre d'un robinet –vanne, cas des conduites en PVC enterées", Colloque scientifique et technique, HYDROTOP, 6^e édition, Marseille (France), Avril 2001.
- [21]**GOUPIL M. :** " Notice sur les principaux travaux concernant le coup de bélier et spécialement sur le mémoire et les expériences du professeur JOUKOVSKY (1898) ", Annales des ponts et chaussées 1907-I, N° 03, pp.199-221.