

P0002/05B

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

ECOLE NATIONAL POLYTECHNIQUE

Département Hydraulique

Laboratoire de Recherche Sciences de l'Eau



Mémoire de Projet de Fin d'Etudes

THEME :

**ETUDE DE LA DISPERSION DE LA
POLLUTION DANS UN PORT**

Dirigé par :

M^{me} S. Benmamar.

M^r A. Bilek

Etudié par :

M^{me} M. Bekka

Promotion : Juin 2004 - 2005

Remerciements



Il est sans nul doute que tout travail ne peut être accompli sans l'aide de quelqu'un même d'une manière indirecte

Pour cela je remercie mon honorable promotrice M^{me} Benmamar pour avoir bien voulu m' introduire à un sujet aussi intéressant que celui de « l'impacte de la pollution sur la cote marine », je lui exprime aussi ma profonde reconnaissance pour ses précieux conseils et son engagement constant pour l'élaboration du présent document.

Je ne saurai oublié de remercier suffisamment M^r Bilek mon co-promoteur qui n'a pas hésité à mettre à ma disposition ses connaissances et qui m'a dirigé tout le long de mon travail.

Mes remerciements vont aussi aux membres du jury pour avoir pris la peine d'étudier et d'apporter leurs critiques constructives à ce modeste travail, en l'occurrence M^r Mouloudi, M^r Belhadj, M^r Benziada, M^r Nebbache, M^r Semmar.

Je tiens à exprimer encore ma gratitude à tous mes professeurs du département d'hydraulique pour leurs assistances pédagogiques et scientifiques.

Et enfin, j'adresse mes remerciements à toutes mes amis, camarades et collègues pour leurs sympathie et leur présence continue tout le long de mon cursus.

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à **ma très chère maman** qui m'a mise au monde et qui m'a protégé.

A l'âme de **mon très cher père**.

A **ma très cher belle-mère** et **mon beau-père**.

A **mon cher mari Sahim** qui m'a accompagné avec patience et compréhension durant l'accomplissement de mon travail.

A **mon cadeau du ciel, ma fille, mon ange : Camelia**.

A **mes frères et sœurs spécialement mon frère Lamri**.

A **toute ma famille chacun par son nom**.

A **mes belles sœurs et toute la famille de mon mari**.

TABLE DES MATIERES

| | |
|--|----|
| INTRODUCTION GENERALE | 01 |
| Chapitre I : Généralités..... | 02 |
| Introduction..... | 02 |
| I- Notions d'hydraulique maritime..... | 02 |
| 1- Définitions..... | 02 |
| a. La marée..... | 02 |
| b. La houle..... | 02 |
| c. L'estuaire..... | 02 |
| d. Les différents types d'estuaires..... | 03 |
| 2- L'hydrodynamique d'un estuaire..... | 04 |
| 3- Le déferlement de la houle..... | 05 |
| II- Nature et origine de la pollution..... | 05 |
| 1- Définition..... | 05 |
| 2- Classification selon la source et le type de pollution..... | 05 |
| a. Origine de la pollution..... | 05 |
| b. Type de polluant..... | 06 |
| III- Les sources de pollution sur la côte Algérienne..... | 07 |
| 1- Sources de pollution..... | 07 |
| a. Source marine..... | 07 |
| b. Source industrielle..... | 08 |
| c. Pollution d'origine atmosphérique..... | 08 |
| 2- Source de pollution dans la baie d'Alger..... | 08 |
| 3- Source de pollution dans la baie de Bou Ismail..... | 09 |
| 4- Source de pollution dans la zone de Tenes..... | 09 |
| 5- Source de pollution du golfe de Ghazaouet et la baie de Beni-saf..... | 09 |
| 6- Source de pollution du golfe d'Oran..... | 09 |
| 8- Source de pollution du golfe de Bejaia..... | 10 |
| 9- Source de pollution dans la baie de Jijel..... | 10 |
| IV- Aperçu général sur les métaux lourds | 10 |
| V- Impact des métaux sur le milieu marin..... | 11 |
| Conclusion..... | 12 |

| | |
|--|----|
| Chapitre II : Modélisation mathématique du transport de la pollution dans un port | 13 |
| Introduction..... | 13 |
| I- Modèle hydrodynamique..... | 13 |
| 1- Hypothèses de Saint Venant..... | 13 |
| 2- Etablissement des équations de saint venant..... | 14 |
| 3- Hypothèses simplificatrices..... | 15 |
| II- Modèle de transport..... | 17 |
| 1- Equation de base..... | 17 |
| 2- Intégration de l'équation de transport sur la profondeur..... | 19 |
| Conclusion..... | 22 |
| Chapitre III : Modélisation numérique du transport de la pollution dans un port..... | 23 |
| Introduction..... | 23 |
| I- Discrétisation et maillage..... | 25 |
| II- L'analyse de l'approximation..... | 26 |
| 1- Erreur de troncature..... | 26 |
| 2- Stabilité d'un schéma aux différences finies..... | 26 |
| 3- Consistance d'un schéma aux différences finies..... | 26 |
| 4- Convergence d'un schéma aux différences finies..... | 26 |
| III- Schéma explicite, schéma implicite..... | 27 |
| 1- Schéma explicite..... | 27 |
| 2- Schéma implicite..... | 27 |
| IV- Choix du schéma numérique..... | 28 |
| V- Description du schéma de Mac Cormack..... | 29 |
| 1- Stabilité du schéma | 30 |
| 2- Application du schéma de Mac Cormack au modèle mathématique étudié..... | 31 |
| VI- Conditions initiales et conditions aux limites..... | 34 |
| 1- Conditions initiales..... | 34 |
| 2- Conditions aux limites..... | 34 |
| a. Conditions amont et aval..... | 34 |
| b. Conditions de symétrie..... | 35 |
| VII- Mise en œuvre numérique..... | 35 |
| Conclusion..... | 37 |

| | |
|---|----|
| Chapitre IV : Interprétation des résultats..... | 38 |
| Introduction..... | 38 |
| I. Présentation du modèle d'application..... | 38 |
| II. Profils des hauteurs et des vitesses..... | 39 |
| III. Profils des concentrations..... | 40 |
| 1. Cas d'une source non continue..... | 40 |
| 2. Cas d'une source continue..... | 43 |
| Conclusion..... | 45 |
| CONCLUSION GENERALE..... | 47 |

Liste des paramètres

Nous donnons ici une liste des notations utilisées au cours de cette étude :

- C_h : Coefficient de Chézy ($m^{1/2}/s$).
 C_μ : Constante numérique.
 C : Concentration du polluant (kg/m^3).
 c' : Fluctuation de la concentration du polluant (kg/m^3).
 D : Coefficient de diffusion moléculaire (m^2/s).
 D_t : Diffusivité turbulente (m^2/s).
 g : Accélération de la pesanteur (m/s^2).
 H : La hauteur de l'eau (m).
 h : La côte de la surface libre (m).
 n : Coefficient de Manning ($s/m^{1/3}$).
 Q : Débit d'écoulement (m^3/s).
 R_h : Rayon hydraulique (m).
 S_{ct} : Nombre de Schmidt turbulent.
 S_{fx} : Pente de frottement eau- fond dans les directions x.
 S_{fy} : Pente de frottement eau- fond dans les directions y.
 t : La variable de temps (s).
 u_* : Vitesse de frottement (m/s).
 U : Composante longitudinale de la vitesse de l'écoulement (m/s).
 \bar{U} : Composante longitudinale de la vitesse moyenne de l'écoulement (m/s).
 u' : Fluctuation de la vitesse dans la direction longitudinale (m/s).
 V : Composante transversale de la vitesse de l'écoulement (m/s).
 \bar{V} : Composante transversale de la vitesse moyenne de l'écoulement (m/s).
 v' : Fluctuation de la vitesse dans la direction transversale (m/s).
 W : Composante verticale de la vitesse de l'écoulement (m/s).
 \bar{W} : Composante verticale de la vitesse moyenne de l'écoulement (m/s).
 w' : Fluctuation de la vitesse dans la direction verticale (m/s).
 x, y, z : Les composantes cartésiennes (m).
 Δx : Le pas d'espace dans la direction des x (m).
 Δy : Le pas d'espace dans la direction des y (m).
 Z_f : La coordonnée vertical d'un point appartenant au fond (m).
 Z_s : La coordonnée vertical d'un point appartenant à la surface libre (m).
 Δt : Le pas de temps (s).
 ν_t : Viscosité cinématique turbulente (m^2/s).
 ν : Viscosité cinématique du fluide (m^2/s).
 ν_T : Viscosité totale (m^2/s).
 ρ : Masse volumique du fluide (kg/m^3).
 Ω : Vitesse angulaire de la terre (rad/s).
 μ : La viscosité dynamique du fluide ($N.s/m^2$).

τ_x^s : Tenseur de contrainte à la surface libre dans la direction x (N/m^2).

τ_y^s : Tenseur de contrainte à la surface libre dans la direction y (N/m^2).

τ_x^f : Tenseur de contrainte au fond dans la direction x (N/m^2).

τ_y^f : Tenseur de contrainte au fond dans la direction y (N/m^2).

*“Lorsque l’homme aura coupé le dernier arbre, pollué la dernière goutte d’eau,
tué le dernier animal et pêché le dernier poisson,
alors il se rendra compte que l’argent n’est pas comestible....“*
(proverbe indien)

Introduction générale

Malgré son statut de “ mer la plus surveillée du monde “, la méditerranée souffre. Si l'on observe attentivement la constitution de l'eau, on y trouvera des gouttelettes de pétrole ainsi que d'autres substances peu propices à la santé maritime. En effet, les pays méditerranéens ont souvent tendance à considérer la mer comme leur tout –à– l'égout : pétrole, polluants chimiques, déchets radioactifs, goudrons, métaux lourds menacent à la fois la faune et la flore marine.

Le littoral d'Alger est pratiquement touché par diverses pollutions. On constate une densité urbaine importante sur la côte qui déverse ses rejets dans les eaux marines et des usines qui rejettent leurs déchets industriels et contribuent à polluer le milieu sous l'effet des substances toxiques et corrosives.

Aujourd'hui, de nombreux pays se sont dotés de normes plus au moins sévères qui fixent les seuils de rejet de pollution à ne pas dépasser.

Pour fixer ces seuils de rejet, il apparaît nécessaire de concevoir des méthodes et des outils de prédiction des profils des concentrations de la pollution résultants de ces rejets. Les modèles physiques (modèles réduits et les modèles analogiques) étant très chers à concevoir; la modélisation mathématique reste l'instrument le plus efficace et le moins coûteux. Elle présente plusieurs avantages, en particulier l'absence des effets d'échelles et la possibilité de reproduire le phénomène naturel d'une manière précise connaissant la géométrie du prototype et les lois physiques .

La modélisation mathématique consiste en la résolution d'un ensemble d'équations décrivant le comportement dynamique du processus physique. Les équations peuvent être résolues en utilisant des techniques analytiques ou numériques.

En général, l'application des techniques analytiques est limitée aux cas ayant des géométries très simples. En revanche, le nombre de problèmes résolus numériquement ne cessent d'augmenter avec l'arrivée sur le marché d'ordinateur de plus en plus performant.

Dans notre étude après avoir donné au premier chapitre un aperçu général sur l'hydraulique maritime et les différents types de pollutions qui touchent la côte marine. Nous sommes passés au deuxième chapitre à l'élaboration d'un modèle hydrodynamique 2.5 D permettant de décrire les écoulements à surface libre.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation numérique par discrétisation du système d'équation obtenu par un schéma aux différences finies qui est le schéma explicite de Mac Cormack; et à l'élaboration d'un modèle informatique permettant la résolution de ce système d'équations.

Dans le quatrième chapitre, nous donnons une application du modèle numérique pour un cas de dispersion de pollution dans un port académique, les résultats obtenus sont analysés dans ce chapitre.

En dernier lieu, une conclusion générale est donnée.

Chapitre I : Généralités

Le milieu littoral comprend, la côte elle-même (écosystèmes des plages, dunes littorales, estuaires...) et l'eau de mer baignant les côtes. La pollution des eaux marines en méditerranée était de façon générale le principal problème d'environnement qui se pose. Cette pollution a été attribuée au manque généralisé de système adéquat de traitement et d'évacuation des eaux usées domestiques et industrielles, aux déversements de pesticides et hydrocarbures et à la présence de micro-organismes pathogènes.

La méditerranée présente plusieurs caractéristiques qui l'exposent aux risques de pollution (Abdelkarim, 2003).

- La configuration du bassin méditerranéen qui constitue en elle-même un facteur de vulnérabilité.
- Absence presque totale de marées, car c'est une mer semi fermée. La circulation des courants en eaux profondes ramène les déchets vers les côtes.
- L'urbanisation accélérée des côtes qui est due à la pression exercée sur le milieu naturel (pression humaine et économique).

I. Notions d'hydraulique maritime

1. Définitions

a. La marée

La marée est un phénomène complexe dans les embouchures des fleuves, lieux de rencontre de l'eau de mer et de l'eau douce, parfois turbide, des fleuves. Les processus hydrauliques sont compliqués, d'une part, par la topographie tourmentée (chenaux, bancs, faible profondeur), d'autre part, par la présence simultanée d'eaux de densité et de composition physico-chimique différentes. Les processus sédimentologiques sont encore plus compliqués, car les matériaux de fonds sont souvent des vases aux caractéristiques versatiles et dont les évolutions semblent être sous la dépendance des phénomènes hydrauliques du second ordre.

b. La houle

La surface de la mer présente généralement une suite indéfinie d'ondulations parallèles presque identiques qui se propagent de façon sensiblement uniforme vers le rivage. On appelle houle cet ensemble d'ondulations ou de vagues.

c. L'estuaire

C'est la région où le cours d'eau se jette dans la mer. Les estuaires sont soumis à une double influence, maritime et fluviale. Cette dualité se retrouve dans tous les phénomènes estuariens :

- mélange d'eaux de différentes salinités (douce et salée) ;
- bouchons vaseux (accumulation de sédiments au point où les effets de la marée cessent de se faire ressentir).

Cependant, l'importance économique des estuaires, comme axes privilégiés de pénétration des grands navires au cœur des régions industrielles, font que leur étude est une nécessité actuelle en vue d'améliorer les profondeurs des chenaux de navigation. (Benghrifa, 1995) De plus, les estuaires sont encore capables d'apporter loin dans les terres les importants débits d'eau nécessaire au refroidissement des grands aménagements thermoélectriques. Enfin les estuaires sont souvent un berceau fragile de la faune et la flore, dont il convient d'éviter la destruction par des aménagements inconsidérés.

d. Les différents types d'estuaires

Le mélange des eaux estuariennes peut s'effectuer de trois façons différentes:

- ***Estuaire à coin salé***

Lorsque le cours d'eau par son débit a plus de puissance que la marée, l'eau douce d'amont coule en surface sur l'eau salée et garde son individualité assez loin en mer. La pénétration du coin d'eau salée de fond vers l'amont, augmente avec la hauteur du niveau de la mer et diminue avec le débit du fleuve. La friction qui se manifeste au contact des eaux douces et salées, circulant à des vitesses différentes, engendre une turbulence constituée de tourbillons à axes horizontaux. Leur effet est de mélanger les eaux inférieures et supérieures, mais seulement localement du fait de la faible ampleur des tourbillons et de l'effet opposé de la pesanteur des eaux salées inférieures. En définitive, dans ce système d'écoulement, les mélanges locaux sont faibles et les problèmes importants soulevés sont surtout les remontées ou les descentes extrêmes d'eau salée préjudiciables soit à l'agriculture soit aux industries utilisant l'eau salée ou l'eau douce (Bonnefille, 1980).

- ***Estuaires bien mélangés***

On appelle estuaires bien mélangés, les embouchures où la transition entre la mer et le fleuve s'effectue progressivement, la salinité variant le long de l'estuaire en fluctuant au rythme de la marée ou des variations du débit fleuve, mais en étant pratiquement constante à un instant donné dans chaque section de l'estuaire, c'est-à-dire sans stratification de densité sur la verticale (Benghrifa, 1995). Cette situation idéale est assez rare, son intérêt est d'avoir inspiré les premières approximations de la théorie des courants résiduels, car l'homogénéité saline sur la verticale n'exclut pas des répartitions de vitesses complexes sur la verticale et l'apparition de stratification en ce qui concerne les autres constituants de l'eau.

- ***Estuaires partiellement mélangés***

C'est le cas le plus général, la salinité varie progressivement de l'aval vers l'amont, oscillant au rythme des marées et du débit du cours d'eau, en étant un peu différente entre le fond et la surface (Bonnefille, 1980).

Pratiquement, dans ces deux derniers types d'estuaires mélangés, la salinité résultante est le fait de grands tourbillons à axe vertical engendrés par le frottement sur les rives ou les bancs de sable et par la différence de vitesse entre les différents chenaux de l'estuaire; parfois par exemple, le flot se manifeste d'abord sur les rives et le jusant débute dans l'axe de l'estuaire. Ceci montre, d'une part combien la conception de l'estuaire bien mélangé est idéale, à moins de remplacer la notion de section par celle

de zone à la dimension des tourbillons verticaux, c'est-à-dire de l'ordre du kilomètre, d'autre part qu'à la notion de stratification saline sur la verticale, il faudrait ajouter celles de fluctuation de vitesse et salinité sur la largeur, variations que la théorie des courants résiduels ignore volontairement.

2. L'hydrodynamique d'un estuaire

Dans un estuaire, l'onde - marée dérivée pénètre dans une sorte d'entonnoir à profondeur faible, où les profondeurs sont d'ailleurs modifiées par la marée ; en effet, les fonds de sable ou de vase sont meubles, certains découvrent, d'autres se creusent là où s'écoule le **jusant**, ils sont remaniés quand le flot les recouvre. L'onde se déforme au cours de cette propagation, la pleine mer va plus vite que la basse mer ; elle la rattrape ce qui produit le phénomène du **mascaret**, c'est-à-dire une montée rapide de la mer en quelques minutes.

La propagation de la marée est contrariée par le débit du cours d'eau qui s'écoule vers la mer. Dans certains cas, les eaux douces d'origine fluviale ne se mélangent pas immédiatement avec l'eau salée de la mer ; plus légères elles surnagent en surface. Il se forme alors un coin salé, l'eau de mer remonte l'estuaire sur le fond, l'eau du fleuve descend vers l'aval en surface. Du fait du mouvement de la marée, le **coin salé** n'est pas fixe, il oscille et se déforme avec le flot et le jusant. Parfois le coin salé ne se forme pas, la salinité de l'eau varie alors progressivement de l'aval vers l'amont; l'estuaire est alors dit **bien mélangé** (Bonnefille, 1980).

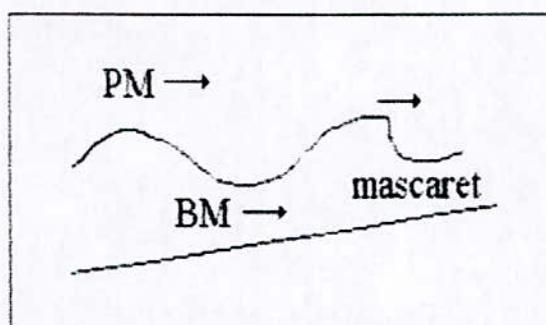


Figure I.1 : Mascaret

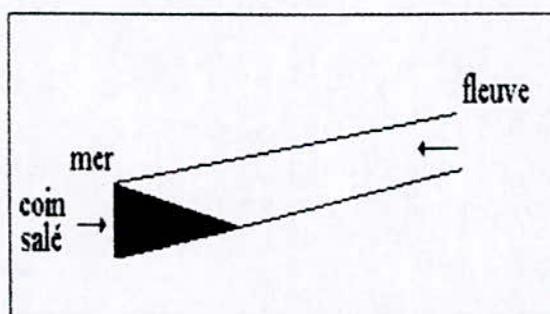


Figure I.2 : Coin salé

Les marées dans les estuaires ont une importance industrielle considérable, elles conditionnent l'accès des ports situés au fond des estuaires qui sont des ports de mer dans les terres. Le problème de l'approfondissement des chenaux navigables des estuaires se repose sans cesse à mesure que croissent les tirants d'eau des navires. Dans les estuaires les gros navires se laissent porter par la pleine mer à la montée, ils sont ainsi assurés de trouver une profondeur suffisante (Benghrifa, 1995).

3. Le déferlement de la houle

Le déferlement est un phénomène au cours duquel l'onde est partiellement ou totalement détruite, il est caractérisé par un haut degré de turbulence et une grande dissipation d'énergie. Ce phénomène se produit lors des éventualités suivantes :

- La vitesse des particules sur la crête de l'onde dépasse la célérité de la vague ;
- L'accélération des particules sur la crête est plus grande que l'accélération de la pesanteur ;
- La surface libre devient verticale.

Les Différents types de déferlement sont observés. D'une part, le déferlement au large est causé soit par une barre au niveau de laquelle le fond remonte brusquement, soit en

hauts-fonds avec deux vagues se superposant, soit par le vent. Et d'autre part, le déferlement lorsque la houle arrive sur la cote. Ce dernier peut être décomposé en trois types: Le déferlement glissant ou déversant par pente faible, le déferlement plongeant par pente plus forte, et le déferlement gonflant ou frontal par pente forte(Benghrifa, 1995).

II. Nature et origine de la pollution

1. Définition

La pollution marine est malheureusement aujourd'hui un fait solidement établi qui concerne l'ensemble des mers et des océans du globe. Ainsi admet-on à l'échelon mondial une définition commune : « La pollution est l'introduction par l'homme dans le milieu marin y compris les estuaires directement ou indirectement, des substances ou d'énergie pouvant entraîner des effets délétères tels que dommages aux ressources biologiques, danger pour la santé humaine, entraves aux activités maritimes (pêche), diminution de la qualité de l'eau de point de vue son utilisation et réduction des possibilités offertes dans le domaine des loisirs » (Noémie & Castallenet, 2003).

2. Classification selon la source et le type de pollution

a. Origine de la pollution

Selon l'origine de la pollution, on distingue trois catégories : pollution urbaine, pollution industrielle et pollution agricole.

□ Pollution urbaine

Due principalement aux rejets domestiques (eaux domestiques, eaux collectives de lavage, huiles de vidange, médicaments périmés, matières fécales, etc.). Elle est liée aux grandes concentrations urbaines.

Les eaux usées des habitations et des commerces entraînent la pollution urbaine de l'eau. Les polluants urbains sont représentés par les déchets domestiques, les eaux d'égouts et de tous les produits dont se débarrassent les habitants d'une agglomération. Le flot déversé est très variable en fonction de l'importance de l'agglomération et de son activité (Abdelkarim, 2003).

Le «tout à l'égout» est une expression significative, elle exprime cette diversité. On trouve les excréments, les restes d'aliments, les déversements d'abattoirs, les déversements hospitaliers, les lessives, les détergents, les insecticides, les hydrocarbures, les déchets de la petite industrie et divers produits toxiques.

□ ***Pollution industrielle***

Les rejets liquides industriels véhiculent une importante pollution organique et toxique. Il s'agit de différents déchets provenant des industries diverses qui sont principalement installées au niveau du rivage à la fois pour se débarrasser des déchets directement et pour faire refroidir leurs machines (Industrie alimentaire, Industrie agricole, Tannerie et textile, Papeterie, Industrie physique, Industrie chimique, Industrie pétrochimie).

Ce type de pollution peut avoir un effet toxique sur les organismes vivants et nuire au pouvoir d'auto épuration de l'eau, ou causer l'accumulation de certains éléments dans la chaîne alimentaire (métaux, radioactivité, etc.).

L'impact des rejets industriels sur la qualité de l'eau est fonction de leur affinité avec l'oxygène, de la quantité de solides en suspension, et de leurs teneurs en substances organiques et inorganiques. Dans le meilleur des cas, une première étape d'épuration se fait sur le site même de production, le reste des eaux usées étant ensuite dirigé vers les systèmes de traitement municipaux. Malheureusement, pour de nombreuses unités de production, les eaux usées retournent dans un cours d'eau sans traitement préalable, ou insuffisamment assainies (Amara, 1993).

□ ***Pollution agricole***

L'agriculture, l'élevage et l'aviciculture sont responsables du rejet de nombreux polluants organiques et inorganiques dans les eaux de surface et souterrains. Ces contaminants comprennent à la fois des sédiments provenant de l'érosion des terres agricoles, des composés phosphorés ou azotés issus des déchets animaux et des engrais commerciaux, notamment des nitrates (Bellan & Pérès, 1994).

b. Type de polluant

Selon le type de polluant, on peut classer la pollution en trois catégories :

□ ***Pollution physique***

On parle de ce type de pollution quand le milieu marin est modifié dans sa structure physique par divers facteurs. Elle regroupe la pollution mécanique (effluents solides), la pollution thermique (réchauffement de l'eau par des usines) et la pollution atomique (retombées de radioéléments issus des explosions d'armes nucléaires, résidus des usines atomiques et accidents nucléaires).

□ Pollution chimique

La pollution chimique est engendrée par des rejets de produits chimiques à la fois d'origine industrielle et domestique. Dans ce qui suit, on déterminera les polluants responsables qu'ils soient organiques ou inorganiques (Amara, 1993).

Les micropolluants chimiques organiques sont représentés essentiellement par :

- Les hydrocarbures ;
- Les pesticides ;
- Les détergents.

Alors que les micro-polluants chimiques inorganiques sont :

- Les métaux lourds ;
- Les substances indésirables ;
- Les substances à concentrations excessives.

□ Pollution biologique

La contamination bactérienne du milieu marin se fait d'une manière directe par les baignades ou indirecte par les rejets des eaux usées ou par les eaux de ruissellement. Dans le milieu marin, les bactéries servent de nourriture à de nombreux organismes marins, elles favorisent la fixation d'algues ou de larves sur certains substrats, elles permettent également la dégradation de certains polluants tels que naphthalène, pesticides, cellulose, hydrocarbures, etc. Cependant, leur effet peut être nuisible (Bellan & Pérès, 1994).

III. Les sources de pollution sur la côte Algérienne

L'Algérie présente une façade maritime qui s'étend sur 1200Km de Marsat Ben Mhidi (frontière Algéro-marocaine) au cap Roux. De grandes échancrures plus ou moins ouvertes vers le Nord forment des baies, au fond desquelles, il se trouve un certain nombre de ports plus ou moins importants, tel que Ghazaouet, Oran, Mostaganem, Bejaia, Annaba, etc.

Le réseau hydrographique est composé de 24 oueds et 16 embouchures qui constituent des collecteurs de polluants en matière dissoute et MES (matière en suspension) provenant des activités humaines ou alors d'origine naturelle (Amara, 1993).

1. Sources de pollution.

a. Source marine

Les principaux polluants du bassin algérien ayant leurs origines dans la mer Méditerranée ou sur les navires sont (Bellan & Pérès, 1994) :

- Les pétroles et les produits pétroliers qui sont véhiculés le long des côtes algériennes.
- Déversement délibéré par les navires des eaux, des cales et de ballast en raison d'insuffisance de station de déballastage.
- Les immersions des déchets.

- Les détritiques persistants et les eaux usées rejetées par les bateaux qui échouent dans les eaux côtières.
- Les peintures antifouling qui empêchent le dépôt d'organismes sur les bateaux et qui manifestent des effets nuisibles sur le plan biologique.

b. Source industrielle

- **Usines chimiques**

- Usine de zinc de Ghazaouet et les usines de conserverie et des pâtes à papier, tel que Bejaia, Mostaganem, Chlef, Baba Ali.
- Unité de Skikda : Chlore, soude et mercure.
- Unité Sonic et Sonatrach du golfe d'Arzew, dont ils proviennent des déchets basiques contenant de la matière organique biodégradable altérant le bilan d'oxygène.

- **Usines pétrochimiques**

Tel que les usines de Arzew, Alger, Bejaia et Skikda.

- **Centrale thermique**

Tel que Marsat El-Hadjadj et Djen-Djen (Jijel).

c. Pollution d'origine atmosphérique

La pollution atmosphérique provient des différentes concentrations industrielles implantées sur le littoral, et des grandes agglomérations urbaines (Alger, Annaba, Oran).

Les substances polluantes proviennent des particules et poussières dégagées par les complexes d'engrais phosphatés et les cimenteries (Rais Hamidou, Beni Saf, Chlef, Bejaia) et qui contiennent les métaux lourds (Amara, 1993).

2. Source de pollution dans la baie d'Alger

La région d'Alger présente 81 unités industrielles, avec la présence d'importantes quantités de rejets industrielles et domestiques. (Abdelkarim, 2003). Elle se caractérise par :

- Rejets industriels et domestiques concentrés au niveau du secteur occidental.
- Présence de nombreux navires en mouillage dans la rade.
- Présence de deux oueds principaux qui déversent leurs eaux dans la baie :
 - Oued El-Harrach : ses eaux sont chargées des déchets domestiques et industriels de toute la zone.
 - Oued El-Hamiz : ses eaux reçoivent essentiellement des rejets domestiques.
- Les activités portuaires et les égouts qui déversent leurs eaux dans le port.

3. Source de pollution dans la baie de Bou Ismail

- Apports des oueds : les principaux oueds qui se déversent dans la baie sont (Amara, 1993) :
 - Oued Mazafran : il prend sa source de la plaine de mitidja, il débouche entre Zeralda et Douaouda.
 - Oued Nador.
 - Oued Beni Messous : ses eaux sont chargées de rejets domestiques et industriels du fait qu'il traverse les communes de Cheraga et Beni Messous, il débouche dans la baie d'El-Djamila.
- Rejets industriels et domestiques des villes et complexes touristiques qui l'entourent.
- Présence de différentes industries dans la région de Bou-Ismaïl (industrie textiles, plastique, cuirs, pcaux, etc.).

4. Source de pollution dans la zone de Tenes

La région de Tenes contient deux collecteurs d'eaux usées, à l'intérieur du port et à l'extérieur.

- Présence d'une unité de transformation et de conserverie de la sardine, située à l'Ouest de la zone portuaire et qui déverse ses eaux en mer sans traitement.
- Absence de station d'épuration, ainsi les eaux usées de la ville sont rejetées directement en mer par l'intermédiaire de l'oued Allala.
- La vidange des navires s'effectue au niveau des quais.
- Présence de l'usine de céramique.

5. Source de pollution du golfe de Ghazaouet et la baie de Beni-saf .

- Présence de l'unité "METANOF", située près du port de Ghazaouet, qui est une usine d'électrolyse de zinc ;
- Activités portuaires des deux ports (Ghazaouet, Beni-Saf);
- Présence d'une cimenterie implantée au niveau de la région de Beni-Saf ;
- Rejets industriels, domestique et urbains des villes de Ghzaouet et Beni-saf et qui sont véhiculés en mer sans traitement;
- Apport des oueds : Tefna et El-Hallouf qui débouchent dans la baie de Beni-saf et oued El-Marsa qui se déverse dans le golfe de Ghazaouet.

6. Source de pollution du golfe d'Oran

- Le complexe touristique de la baie des Andalouses, d'où l'augmentation du volume des rejets domestique pendant la saison estivale ;
- L'activité présente dans le port d'Oran ainsi que les eaux urbaines et domestiques qui se déversent sans traitement préalable en mer ;
- Les bateaux en mouillage dans la rade constituent aussi une source potentielle de pollution.

7. Source de pollution du golfe d'Arze-Mostaganem

Le golfe d'Arzew-Mostaganem comprend trois ports :

- Port pétrolier d'Arzew : constitue une zone industrielle très importante ;
- Port gazier de Bethouia : spécialisé dans le transport des hydrocarbures, et la présence d'importantes activités industrielles tel que : complexe G.N.L (gaz naturel liquéfié), et la centrale thermique, ces unités rejettent ses eaux usées, ainsi que les eaux de refroidissement qui sont déversées directement en mer ;
- Port mixte (marchand et pêche) de Mostaganem :
 - A l'intérieur de ce port, se déversent les eaux usées de la ville de Mostaganem par l'intermédiaire de 11 émissaires.
 - La présence du complexe de la papeterie CELPAP qui constitue la plus grande source de pollution industrielle du secteur Est du golf. Il se compose de 4 unités (Abdelkarim, 2003) :
 - * L'unité de fabrication de la pâte à papiers ;
 - * L'unité d'électrolyse de saumure ;
 - * L'unité de fabrication du chlorure ferrique ;
 - * L'unité des traitements des eaux.

8. Source de pollution du golfe de Bejaia

- Activité anthropique, par les rejets directs d'oued Soummam, l'unité de l'ENCG (déchets d'origine végétale), l'ECOTEX (matière organique, colorant) et SONATRACH ;
- Présence du port de commerce et pétrolier de Bejaia muni d'une station de déballastage fonctionnant à 70%.

9. Source de pollution dans la baie de Jijel

L'industrie au niveau de la ville du Jijel, ne présente pas une grande importance en raison de la faible activité industrielle qui est caractérisée par la présence de petites unités, particulièrement les textiles, le cuir, et quelques industries alimentaires , aussi la quantité des eaux résiduaires est faible (Amara, 1993).

IV. Aperçu général sur les métaux lourds

La présence des métaux lourds dans l'eau, l'atmosphère et par conséquent, la chaîne alimentaire, est certainement le cas le plus intéressant parmi les problèmes posés par la pollution de l'environnement.

Les métaux lourds présent dans le milieu marin, sont d'origine naturelle ou artificielle.

* Naturels : les métaux proviennent de l'érosion terrestre, le lessivage des sols ainsi que par les activités sismiques et volcaniques, et le transport par voie atmosphérique.

* Artificiels : les métaux peuvent provenir des déversements industriels dans le milieu marin, des rejets des eaux domestiques et l'emploi des produits en agriculture.

Parmi les métaux lourds existant dans le milieu marin, on a (Abdelkarim, 2003):

- Le zinc

Les concentrations du zinc sont les plus élevées, se trouvent principalement au niveau des zones côtières où les rejets industriels sont plus marqués. En effet, le maximum de concentration enregistré à la station de Ghazaouet, est dû probablement à l'importance des rejets de l'usine de zinc.

- Le cuivre

Les teneurs en cuivre sont relativement élevées près de la côte. Le maximum de concentration est enregistré dans la baie d'Alger, en relation avec la présence d'importantes activités industrielles et des différents polluants qui sont véhiculés par oued El-Hamiz et oued El-Harrach.

- Le plomb

La pollution par le plomb a plusieurs origines parmi lesquelles les industries (fonderies de la métallurgie, les câbles, bâtiments..), les incinérations d'ordures et les peintures réalisées avec des composés de sulfates et de plomb basique. En plus, le plomb est utilisé comme agent de traitement de certaines maladies en agriculture. Les fortes teneurs en plomb se localisent dans les zones côtières, en relation avec l'importance des rejets urbains et industriels, en particulier à Alger où la fluctuation entre la côte et le large est beaucoup plus marquée.

- Le cadmium

A l'état naturel, il est presque toujours associé à d'autres métaux (zinc et plomb). Sa concentration naturelle dans les mers est de l'ordre du microgramme. Les agents de contamination dus à l'activité humaine sont essentiellement les mines et les raffineries, les rejets industriels et les eaux usées urbaines, les engrais phosphatés et les insecticides. Dans le milieu marin, le cadmium est rapidement transféré aux sédiments puis absorbé par les organismes vivants sur la vase.

- Le mercure

Le mercure présente un risque majeur pour l'écosystème marin et pour le consommateur humain, en raison de sa toxicité et de ses capacités de bio magnification par la chaîne alimentaire. Il est utilisé dans des activités très variées (Industrie papetière, Industrie de bois, Industrie chimique, Agriculture...).

V. Impact des métaux sur le milieu marin

On retrouve pratiquement tous les métaux dans le milieu marin, presque tous sont bio accumulés dans les chaînes alimentaire marines et il forment les substances les plus durables du milieu. Les termes de bioaccumulation et bioconcentration sont définis comme suit :

- La bioconcentration est l'accroissement direct de concentration d'un polluant lorsqu'il passe de l'eau dans un organisme aquatique.
- La bioaccumulation est la somme des absorptions d'un polluant par voie directe et alimentaire par des espèces aquatiques. Ce phénomène de bioaccumulation est bien connu grâce à certaines espèces capables d'accumuler des doses de substances naturelles plusieurs milliers de fois au-delà de la concentration que l'on rencontre dans le sol (Abdelkarim, 2003).

Pour modéliser ce type de comportement physique, il est classique d'utiliser d'une part, le modèle mathématique de Saint Venant qui consiste à étudier les écoulements à surface libre dans le cas où la longueur d'onde est grande par rapport à la profondeur de l'écoulement. Et d'autre part, le modèle de transport que nous expliquerons dans le chapitre suivant.

Chapitre II : Modélisation mathématique du transport de la pollution dans un port

Les équations de Saint Venant, publiées en 1871, sont encore aujourd'hui d'une extrême importance en hydraulique maritime ou fluviale, elles régissent les écoulements à surface libre en eaux peu profondes. Le modèle mathématique de Saint-Venant à deux dimensions et demie (2,5D) dans le plan horizontal découle de l'intégration verticale des équations de Navier-Stokes à trois dimensions (3D) en posant différentes hypothèses fondamentales dont celle de la pression hydrostatique (ou ondes longues). L'intégration latérale des équations de Saint-Venant produit le modèle unidimensionnel (1,5D). Le modèle de Saint-Venant est également appelé "modèle des eaux peu profondes", "équations d'ondes longues" et en anglais "shallow water equations". Il est à noter que l'hypothèse de pression hydrostatique limite l'applicabilité du modèle de Saint-Venant aux situations exemptes de ruptures de la topographie ou du niveau d'eau (chutes, ressauts hydrauliques), l'étude des crues.

I. Modèle hydrodynamique

Pour nous permettre de déterminer, les champs de vitesses et de profondeur en tout point du domaine physique étudié lors d'un écoulement, non permanent, en eau peu profonde, sur fond fixe et véhiculant de fines particules solides, nous allons développer ci-après un modèle hydrodynamique qui nous permettra de simuler le phénomène de transport de la pollution dans un port.

Ce modèle hydrodynamique bidimensionnel est déterminé à partir du modèle mathématique régissant les écoulements à surface libre non permanent, qui lui-même découle des principes fondamentaux de la mécanique à savoir le principe de conservation de la masse et de la conservation de quantité de mouvement. Les équations obtenues constituent une généralisation des équations différentielles de l'écoulement non permanent graduellement varié de Saint Venant avec deux dimensions «spatiales» (Hadj-Rabia, 1994).

1. Hypothèses de Saint Venant

Les hypothèses adoptées et qui sont appliquées aux équations de conservation de masse et de quantité de mouvement sont (Hug, 1975) et (Kherbache, 2004) :

a. Répartition uniforme des vitesses, chaque vitesse calculée représente une vitesse moyennée sur la verticale (sur une colonne d'eau) ;

b. La pression est hydrostatique sur la profondeur car l'accélération verticale est négligeable devant l'accélération de la pesanteur donc : $\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = g \frac{\partial H}{\partial x}$ et

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = g \frac{\partial H}{\partial y} ;$$

c. La variation de la masse volumique de l'eau est négligeable ;

d. La composante verticale de la vitesse W ainsi que ces variations (spatiales et temporelles) sont faibles, ceci implique :

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial t} = 0 ;$$

- Les variations verticales des deux composantes horizontales U et V sont faibles ;
 e. Les pertes de charge générales sont celles du mouvement permanent et uniforme de même profondeur ;
 f. Faible pente du fond du port.

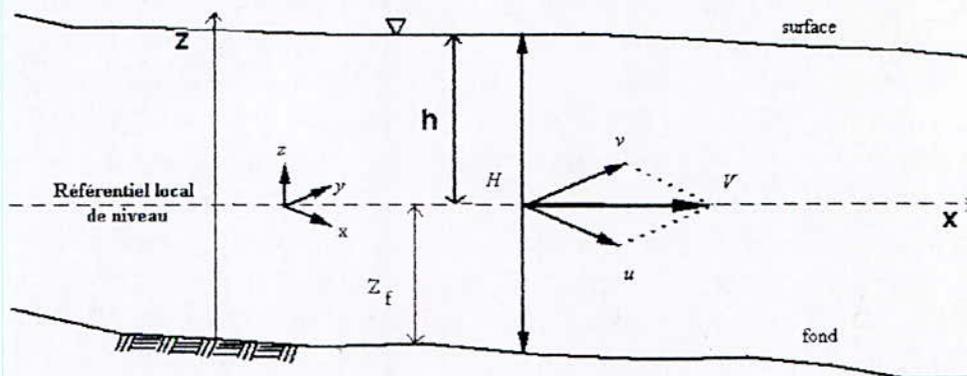


Figure II.1 : Domaine de calcul

2. Etablissement des équations de saint venant

En adoptant les hypothèses simplificatrices citées ci avant et après intégration nous obtenons le système d'équations hyperboliques suivant (Hadj-Rabia, 1994) :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{V}}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-1})$$

- **Equation de la quantité de mouvement selon x :**

$$\frac{\partial H\bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{U}\bar{V}}{\partial y} = \Omega H\bar{V} + g \sin \alpha (z_s - z_f) - Hg \cos \alpha \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H\bar{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{\tau}_{xy}}{\partial y} - \tau_x^f + \tau_x^s \right) \quad (\text{II-2})$$

- **Equation de la quantité de mouvement selon y :**

$$\frac{\partial H\bar{V}}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}\bar{V}}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{V}^2}{\partial y} = -\Omega H\bar{U} - Hg \cos \alpha \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H\bar{\tau}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{\tau}_{yy}}{\partial y} - \tau_y^f + \tau_y^s \right) \quad (\text{II-3})$$

avec, $\frac{\partial(H\bar{U})}{\partial t}$, $\frac{\partial(H\bar{V})}{\partial t}$: Les accélérations locale de l'écoulement ;

$\frac{\partial(H\bar{U}^2)}{\partial x} + \frac{\partial(H\bar{U}\bar{V})}{\partial y}$, $\frac{\partial(H\bar{U}\bar{V})}{\partial x} + \frac{\partial(H\bar{V}^2)}{\partial y}$: Les accélérations spatiale de l'écoulement ;

$\Omega H\bar{V}$, $\Omega H\bar{U}$: Les forces de Coriolis ;

$Hg \cos \alpha \frac{\partial h}{\partial x}$, $Hg \cos \alpha \frac{\partial h}{\partial y}$: Les forces de gravité ;

$\frac{1}{\rho}(\tau_y^f - \tau_y^s), \frac{1}{\rho}(\tau_x^f - \tau_x^s)$: Les contraintes du fond et du vent ;

$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} (H \overline{\tau_{xx}}) + \frac{\partial}{\partial y} (H \overline{\tau_{xy}}) \right), \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x} (H \overline{\tau_{yx}}) + \frac{\partial}{\partial y} (H \overline{\tau_{yy}}) \right)$: Les contraintes effectives ;

$g \sin \alpha (z_s - z_f)$: Les pentes de frottement eau- fond.

3. Hypothèses simplificatrices

Pour simplifier l'étude, on émet les hypothèses suivantes :

- Faible pente du fond. ($\sin \alpha \approx \tan \alpha$ et $\cos \alpha \approx 1$)

Le système d'équations de Saint Venant à 2,5D devient :

$$\frac{\partial H \overline{U}}{\partial t} + \frac{\partial H \overline{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{U} \overline{V}}{\partial y} = \Omega H \overline{V} - \frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{H^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H \overline{\tau_{xx}}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{\tau_{xy}}}{\partial y} - \tau_x^f + \tau_x^s \right) \quad (\text{II-4})$$

$$\frac{\partial H \overline{V}}{\partial t} + \frac{\partial H \overline{U} \overline{V}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{V}^2}{\partial y} = -\Omega H \overline{U} - \frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{H^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H \overline{\tau_{yx}}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{\tau_{yy}}}{\partial y} - \tau_y^f + \tau_y^s \right) \quad (\text{II-5})$$

- Si on néglige la force de Coriolis, les équations (II-4) et (II-5) deviennent :

$$\frac{\partial H \overline{U}}{\partial t} + \frac{\partial H \overline{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{U} \overline{V}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{H^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H \overline{\tau_{xx}}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{\tau_{xy}}}{\partial y} - \tau_x^f + \tau_x^s \right) \quad (\text{II-6})$$

$$\frac{\partial H \overline{V}}{\partial t} + \frac{\partial H \overline{U} \overline{V}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{V}^2}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{H^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H \overline{\tau_{yx}}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{\tau_{yy}}}{\partial y} - \tau_y^f + \tau_y^s \right) \quad (\text{II-7})$$

- Si on néglige la contrainte du vent, on obtient :

$$\frac{\partial H \overline{U}}{\partial t} + \frac{\partial H \overline{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{U} \overline{V}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{H^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H \overline{\tau_{xx}}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{\tau_{xy}}}{\partial y} - \tau_x^f \right) \quad (\text{II-8})$$

$$\frac{\partial H \overline{V}}{\partial t} + \frac{\partial H \overline{U} \overline{V}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{V}^2}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{H^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial H \overline{\tau_{yx}}}{\partial x} + \frac{\partial H \overline{\tau_{yy}}}{\partial y} - \tau_y^f \right) \quad (\text{II-9})$$

- Les contraintes de fond sont généralement données par :

$$\tau_x^f = \frac{\rho g}{C_h^2} \overline{U} \sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2} = \rho g H \left[\frac{n^2 \overline{U} (\overline{U}^2 + \overline{V}^2)^{1/2}}{H^{4/3}} \right] \quad (\text{II-10})$$

$$\tau_y^f = \frac{\rho g}{C_h^2} \overline{V} \sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2} = \rho g H \left[\frac{n^2 \overline{V} (\overline{U}^2 + \overline{V}^2)^{1/2}}{H^{4/3}} \right] \quad (\text{II-11})$$

où, C_h est le coefficient de Chézy donné par : $C_h = \frac{1}{n} R_h^{1/6}$, n étant le coefficient de Manning et R_h , le rayon Hydraulique.

$$\text{On pose : } S_{fx} = \frac{n^2 \bar{U} (\bar{U}^2 + \bar{V}^2)^{1/2}}{H^{4/3}} \quad (\text{II-12})$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 \bar{V} (\bar{U}^2 + \bar{V}^2)^{1/2}}{H^{4/3}} \quad (\text{II-13})$$

où : S_{fx} et S_{fy} : sont respectivement les pentes de frottement eau- fond du canal dans les directions x et y respectivement (Graba, 2002).

Le système d'équations de Saint Venant à 2,5D devient :

$$\frac{\partial \bar{H}\bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{H}\bar{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{H}\bar{U}\bar{V}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fx} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \bar{H}\bar{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{H}\bar{\tau}_{xy}}{\partial y} \right) \quad (\text{II-14})$$

$$\frac{\partial \bar{H}\bar{V}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{H}\bar{U}\bar{V}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{H}\bar{V}^2}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fy} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \bar{H}\bar{\tau}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{H}\bar{\tau}_{yy}}{\partial y} \right) \quad (\text{II-15})$$

- Modélisation de la turbulence :

En 1973, J. Kuiperd et C. Bvreugdenhil , ont proposé l'hypothèse suivante :

Dans un régime d'écoulements turbulent, pour une profondeur d'eau constante les contraintes effectives des équations (II-14), (II-15), sont données par les relations suivantes :

$$\frac{1}{\rho H} \left(\frac{\partial \bar{H}\bar{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{H}\bar{\tau}_{xy}}{\partial y} \right) = \nu_t \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-16})$$

$$\frac{1}{\rho H} \left(\frac{\partial \bar{H}\bar{\tau}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{H}\bar{\tau}_{yy}}{\partial y} \right) = \nu_t \left(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-17})$$

avec, $\nu_T = \nu_0 + \nu_t$ où ν_0 :viscosité cinématique de l'eau et ν_t :viscosité turbulente donnée par l'expression : $\nu_t = C_\mu Hu_*$ avec, u_* :vitesse de frottement, C_μ :coefficient semi empirique ($0,2 < C_\mu < 0,4$), ν_T :viscosité totale (Kherbache, 2004).

A partir de ces simplification, on aboutit à :

$$\frac{\partial \bar{H}\bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{H}\bar{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{H}\bar{U}\bar{V}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fx} + H\nu_t \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-18})$$

$$\frac{\partial \bar{H}\bar{V}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{H}\bar{U}\bar{V}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{H}\bar{V}^2}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fy} + H\nu_t \left(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-19})$$

En posant : $\bar{U} = \bar{U}$, $\bar{V} = \bar{V}$, et en les remplaçant dans les équations (II-18) et (II-19), on obtient :

$$\frac{\partial H\bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{U}\bar{V}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fx} + H\nu_T \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-20})$$

$$\frac{\partial H\bar{V}}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}\bar{V}}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{V}^2}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fy} + H\nu_T \left(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-21})$$

Après les hypothèses et élaboration du système d'équations représentant notre modèle hydrodynamique, nous passons à l'étude du phénomène de transport en écoulement turbulent et à l'élaboration du modèle régissant ce phénomène.

II. Modèle de transport

La partie suivante porte sur l'étude des phénomènes de dispersion de polluants conservatifs dans les écoulements de fluide incompressible, et l'élaboration de l'équation de transport pour déterminer la concentration du polluant pour n'importe quelles conditions aux limites et initiales.

1. Equation de base

Le théorème de Leibnitz stipule que la variation dans le temps d'une grandeur physique f dont on souhaite établir le bilan dans un volume V appelé volume de contrôle et en l'absence de terme source s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \int_V f dV = \int_V \frac{\partial f}{\partial t} dV + \int_S f \bar{v}_i \bar{n} dS \quad (\text{II-22})$$

avec, S : surface extérieure du volume de contrôle ; \bar{V}_i : vitesse de déplacement des points de S ; \bar{n} : vecteur normal unitaire extérieur à la surface S .

Si on applique ce théorème sur le bilan de masse d'une substance de concentration C dans un volume de contrôle V et en l'absence de terme source, on a :

$$\frac{d}{dt} \int_V (\rho_s C) dV = \int_V \frac{\partial (\rho_s C)}{\partial t} dV + \int_S \rho_s C \bar{V}_i \bar{n} dS = - \int_S \bar{\xi}_i \bar{n} dS \quad (\text{II-23})$$

où : $\bar{\xi}$ ($\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$) représente le flux de masse de la substance en question à travers la surface du volume de contrôle S . Il s'exprime par la loi de Fick : $\bar{\xi} = -\rho_s D \overline{\text{grad } C}$ avec, D : Diffusion moléculaire (m^2/s) ; ρ_s : Masse volumique de la substance.

En remplaçant dans l'équation de bilan de masse et en simplifiant par ρ_s , on trouve :

$$\int_V \frac{\partial C}{\partial t} dV + \int_S C \bar{V}_i \bar{n} dS = - \int_S D \overline{\text{grad } C} \bar{n} dS. \quad (\text{II-24})$$

Et comme :

$$\int_S D \overline{\text{grad } C} \bar{n} dS = \int_V \text{Div} (D \overline{\text{grad } C}) dV \quad (\text{II-25})$$

$$\int_S C \bar{V}_i \bar{n} dS = \int_V \text{Div} (C \bar{V}) dV \quad (\text{II-26})$$

Ce qui implique :

$$\int_V \left[\frac{\partial C}{\partial t} + \text{Div} (C \bar{V}) - \text{Div} (D \overline{\text{grad } C}) \right] dV = 0 \quad (\text{II-27})$$

On peut donc écrire en chaque point :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \text{Div}(C \vec{V}) = \text{Div}(D \overrightarrow{\text{grad } C}) \quad (\text{II-28})$$

Cette équation est adaptée au transport dans les écoulements turbulents à l'aide de l'approche statistique de Reynolds qui consiste à décomposer chaque valeur instantanée en valeur moyenne plus valeur fluctuante, donc :

$$C = \bar{C} + c' \text{ avec, } \bar{C} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} C dt \text{ et } \bar{c}' = 0$$

$$V_i = \bar{V}_i + v'_i \text{ avec, } \bar{V}_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} V_i dt \text{ et } \bar{v}'_i = 0$$

En remplaçant dans (II-28) et après application de l'opérateur moyenne d'ensemble, on trouve :

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \text{Div}(\bar{C} \bar{\vec{V}}) = \text{Div}\left(D \overrightarrow{\text{grad } \bar{C}} - (\bar{u}'c' + \bar{v}'c' + \bar{w}'c')\right)$$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = \text{Div}\left(D \overrightarrow{\text{grad } \bar{C}}\right) - \text{Div}(\bar{u}'c' + \bar{v}'c' + \bar{w}'c')$$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} + \bar{C} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} \right) = \text{Div}\left(D \overrightarrow{\text{grad } \bar{C}}\right) - \text{Div}(\bar{u}'c' + \bar{v}'c' + \bar{w}'c') \quad (\text{II-29})$$

L'équation de continuité pour un fluide incompressible donne :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} = 0.$$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = \text{Div}\left(D \overrightarrow{\text{grad } \bar{C}}\right) - \text{Div}(\bar{u}'c' + \bar{v}'c' + \bar{w}'c') \quad (\text{II-30})$$

Le premier terme du second membre de l'équation (II-30) représente la diffusion moléculaire qui est en général négligeable devant le second terme $\text{Div}(\bar{u}'c' + \bar{v}'c' + \bar{w}'c')$.

Les nouvelles inconnues $\bar{u}'c'$, $\bar{v}'c'$, et $\bar{w}'c'$ représentent les termes de corrélation entre les fluctuations de vitesse et les fluctuations de concentration. Physiquement ces corrélations multipliées par la densité ρ représentent le transport de masse due au mouvement fluctuant par « convection différentielle » c'est à dire une convection supplémentaire à celle représentée par la vitesse débitante moyenne du premier membre de l'équation qui ne transporte d'ailleurs que la concentration moyenne.

La modélisation de ces termes la plus simple et la plus utilisée dans les applications pratiques consiste à introduire une diffusivité turbulente D_t d'une manière analogue à la viscosité turbulente donc :

$$\bar{u}'c' = -D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}, \quad \bar{v}'c' = -D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \text{ et } \bar{w}'c' = -D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial z}$$

Cette diffusivité turbulente s'exprime dans la même unité que la viscosité turbulente

(en m^2/s) leur rapport S_{ct} s'appelle nombre de Schmidt turbulent $S_{ct} = \frac{\nu_t}{D_t}$.

En effet, les mécanismes générateurs des tensions de Reynolds et des flux turbulents de masse sont voisins ; dans les deux cas il s'agit du transport et de la dispersion d'une

grandeur physique par un champ de vitesse fluctuant donc générateur de dispersion. C'est pourquoi la viscosité turbulente et la diffusivité turbulente, sans être égales, sont du même ordre de grandeur.

Le nombre de Schmidt turbulent est compris entre 0.6 et 1. En pratique, on suppose connue la valeur du nombre de Schmidt turbulent et on calcule D_t à partir de la viscosité turbulente $D_t = \nu_t / S_{ct}$.

L'équation (II-30) devient donc :

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} + \bar{W} \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} \right) \quad (II-31)$$

De la même manière que pour les équations du modèle hydrodynamique il sera donc raisonnable d'intégrer l'équation bidimensionnel de transport sur la profondeur ce qui aboutit à l'équation de convection diffusion moyennée sur la profondeur qui constitue notre modèle de transport qui n'est cependant pas applicable en cas de stratification ou dans le cas d'écoulement secondaire important.

2. Intégration de l'équation de transport sur la profondeur

L'équation bidimensionnel de transport s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{UC}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{VC}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) \quad (II-32)$$

L'intégration des équations sur la profondeur se fait en utilisant la règle de dérivation sous le signe « somme ». Soit :

$$G(t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\tau} u dz = \int_{-h}^{\tau} \frac{\partial u}{\partial t} dz + \left[u(\tau) \frac{\partial \tau}{\partial t} - u(-h) \frac{\partial (-h)}{\partial t} \right] \quad (II-33)$$

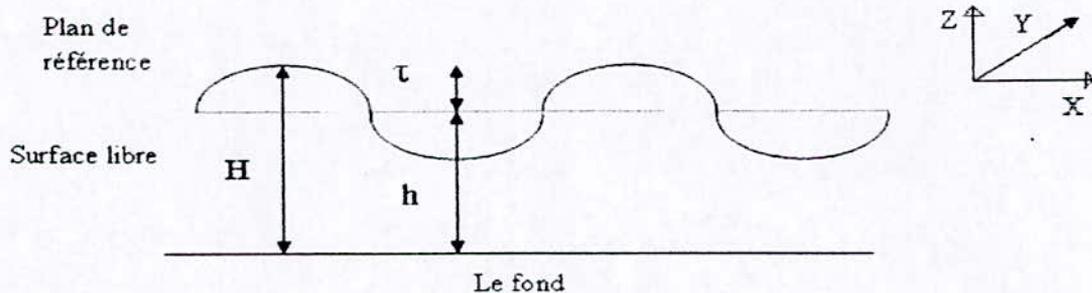


Figure II-1 : L'allure de la surface libre

On considère en outre les conditions cinématique à la surface et au fond.

- Pour $z = \tau$, on a l'équation de la surface libre :

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + u(\tau) \frac{\partial \tau}{\partial x} + v(\tau) \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (II-34)$$

- Pour $z = -h$; on a l'équation du fond :

$$u(-h) \frac{\partial h}{\partial x} + v(-h) \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-35})$$

L'intégration du premier membre donne :

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\tau} \left(\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{UC}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{VC}}{\partial y} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\tau} \bar{C} dz - \left[\bar{C}(\tau) \frac{\partial \tau}{\partial t} - \bar{C}(-h) \frac{\partial(-h)}{\partial t} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\tau} \bar{UC} dz - \left[\bar{U}(\tau) \bar{C}(\tau) \frac{\partial \tau}{\partial x} - \bar{U}(-h) \bar{C}(-h) \frac{\partial(-h)}{\partial x} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\tau} \bar{VC} dz - \left[\bar{V}(\tau) \bar{C}(\tau) \frac{\partial \tau}{\partial y} - \bar{V}(-h) \bar{C}(-h) \frac{\partial(-h)}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (\text{II-36})$$

En considérant (les conditions cinématique à la surface et au fond) et que la concentration au fond et à la surface libre est nulle, les termes entre crochets s'annulent.

De même que pour les vitesses moyennées sur la profondeur, on définit la concentration moyennée sur la profondeur :

$$\bar{\bar{C}} = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\tau} \bar{C} dz; \quad \beta_{\bar{U}\bar{V}} = \frac{1}{HCU} \int_{-h}^{\tau} \bar{U} \bar{C} dz; \quad \beta_{\bar{C}\bar{V}} = \frac{1}{HCV} \int_{-h}^{\tau} \bar{C} \bar{V} dz$$

$\beta_{\bar{U}\bar{V}}, \beta_{\bar{C}\bar{V}}$ sont des termes correctifs qui résultent de l'intégration verticale des équations de transport de la concentration ; Ils traduisent l'action des fluctuations sur le mouvement moyen, c'est à dire, expliquent les variations verticales de U et V et ils sont utilisés pour corriger les termes des flux advectifs de la concentration verticalement intégrée. Ces coefficients de la correction du flux de la concentration dépendent de la distribution de la vitesse verticale, et souvent sont supposées égaux à l'unité supposant une distribution constante de la vitesse verticale (Graba, 2002).

D'où :

$$\int_{-h}^{\tau} \left(\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{UC}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{VC}}{\partial y} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} (H\bar{\bar{C}}) + \frac{\partial}{\partial x} (H\bar{\bar{C}}\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial y} (H\bar{\bar{C}}\bar{V}) \quad (\text{II-37})$$

L'intégration du second membre de l'équation (II-32) donne :

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\tau} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) \right] dz &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\tau} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) dz - \left[\left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right)_{\tau} \frac{\partial(\tau)}{\partial x} - \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right)_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\tau} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) dz - \left[\left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right)_{\tau} \frac{\partial(\tau)}{\partial y} - \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right)_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial y} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\tau} \bar{C} dz - \left[\bar{C}(\tau) \frac{\partial(\tau)}{\partial x} - \bar{C}(-h) \frac{\partial(-h)}{\partial x} \right] \right) \right) - \left[\left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right)_{\tau} \frac{\partial(\tau)}{\partial x} - \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right)_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x} \right] \\
&+ \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \left(\frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\tau} \bar{C} dz - \left[\bar{C}(\tau) \frac{\partial(\tau)}{\partial y} - \bar{C}(-h) \frac{\partial(-h)}{\partial y} \right] \right) \right) - \left[\left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right)_{\tau} \frac{\partial(\tau)}{\partial y} - \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right)_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial y} \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\tau} \bar{C} dz \right) \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left[D_t \left(\bar{C}(\tau) \frac{\partial(\tau)}{\partial x} - \bar{C}(-h) \frac{\partial(-h)}{\partial x} \right) \right] - \left[\left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right)_{\tau} \frac{\partial(\tau)}{\partial x} - \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right)_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x} \right] \\
&+ \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \left(\frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\tau} \bar{C} dz \right) \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left[D_t \left(\bar{C}(\tau) \frac{\partial(\tau)}{\partial y} - \bar{C}(-h) \frac{\partial(-h)}{\partial y} \right) \right] - \left[\left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right)_{\tau} \frac{\partial(\tau)}{\partial y} - \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right)_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial y} \right]
\end{aligned} \quad (II-38)$$

En considérant les conditions cinématiques et que la concentration au fond et à la surface sont nulles, l'intégration du second membre de l'équation (II-32) donne:

$$\int_{-h}^{\tau} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) \right] dz = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial \overline{HC}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial \overline{HC}}{\partial y} \right) \quad (II-39)$$

L'équation de transport s'écrit finalement:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{HC}) + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{HC\bar{U}}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{HC\bar{V}}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial \overline{HC}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial \overline{HC}}{\partial y} \right) \quad (II-40)$$

Pour simplifier l'écriture, on pose :

$$C = \bar{C}, \bar{U} = \bar{U} \text{ et } \bar{V} = \bar{V}$$

L'équation précédente devient:

$$\frac{\partial}{\partial t} (HC) + \frac{\partial}{\partial x} (HC\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial y} (HC\bar{V}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial HC}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial HC}{\partial y} \right) \quad (II-41)$$

Après élaboration de l'équation régissant le phénomène de transport; le système d'équations représentant notre modèle mathématique est :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial (H\bar{U})}{\partial x} + \frac{\partial (H\bar{V})}{\partial y} = 0 \quad (II-42)$$

$$\frac{\partial H\bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{U}\bar{V}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fx} + H\nu_{\tau} \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} \right) \quad (II-43)$$

$$\frac{\partial H\bar{V}}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}\bar{V}}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{V}^2}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fy} + H\nu_{\tau} \left(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial y^2} \right) \quad (II-44)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (HC) + \frac{\partial}{\partial x} (HC\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial y} (HC\bar{V}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial HC}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial HC}{\partial y} \right) \quad (II-45)$$

$$\text{avec, } D_t = \frac{\nu_{\tau}}{S_{ct}} = \frac{C_{\mu} u_* H}{S_{ct}} \quad (II-46)$$

Le système d'équations obtenu contient des termes non linéaires.

La complexité de ces équations ne permet pas la résolution analytiquement. On passe maintenant à la discrétisation numérique de ces équations.

Chapitre III : **Modélisation numérique du transport de la pollution dans un port**

Depuis longtemps, le domaine hydraulique s'est contenté uniquement de l'approche expérimentale, de la reproduction des phénomènes à étudier en modèles réduits qui donnaient d'assez bons résultats.

L'utilisation des ordinateurs et les progrès réalisés en informatique ont permis de corriger les défauts (lenteur des calculs faits à la main...) et de résoudre ainsi les modèles mathématiques qui décrivent le phénomène en s'appuyant sur des méthodes numériques. Lorsqu'on s'intéresse à une méthode de résolution numérique, on doit d'abord résoudre les équations continues régissant le phénomène dans des intervalles discrets d'espaces et de temps. Autrement dit effectuer une discrétisation. Les techniques privilégiées pour les modélisations sont :

- Méthode des différences finis ;
- Méthode des éléments finis ;
- Méthode des volumes finis.

Le choix de la méthode à utiliser et son emploi est assez délicat, et représente tout un art : c'est « l'analyse numérique » (Berreksi, 1993).

Parmi les différentes méthodes citées ci-dessus, on optera pour la méthode des différences finies, du moment quelle est la plus utilisée et la plus appropriée pour le traitement des problèmes relatifs aux écoulements non permanents dans les canaux découverts. La mise en œuvre de la méthode des différences finies se fait en trois étapes (Ikni, 2001) :

❖ **Etape de discrétisation**

L'étape de discrétisation est une opération de transformation de la géométrie initiale (originale) à une géométrie discrétisée tout en gardant sa forme originale. Ceci se fait par traçage des lignes parallèles aux axes x et y . L'intersection de ces lignes donne un réseau (une grille) qui s'appelle le maillage (figure III.1).

Elle consiste à identifier un nombre fini de points discrets (nœuds) dans le domaine spatio-temporel d'intérêt (figure III.1). C'est en ces points que la solution exacte est approchée.

• **Points (Nœuds) réguliers**

Les points réguliers sont des points (Nœuds) qui se trouvent à l'intérieur de la géométrie loin des frontières. Le calcul numérique de la fonction dans ce genre de points, se fait par l'application directe de l'équation aux différences finies.

• **Points (Nœuds) irréguliers**

Les points irréguliers sont des points (Nœuds) qui se trouvent proche de la frontière avec une distance égale à une fraction du pas h .

Le calcul numérique de la fonction dans ce genre de nœuds demande un traitement particulier.

❖ Etape d'approximation

L'étape d'approximation consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans l'équation différentielle par des approximations en différences discrètes. Ces approximations sont écrites en terme d'évaluations nodales de la fonction inconnue.

Cette étape mène vers un ensemble d'équation algébrique avec des valeurs nodales discrètes comme inconnues.

❖ Etape de résolution

Cette dernière étape consiste à résoudre le système d'équation algébrique à l'étape obtenue précédente, et permet l'obtention d'une approximation discrète de la solution de l'équation différentielle d'origine.

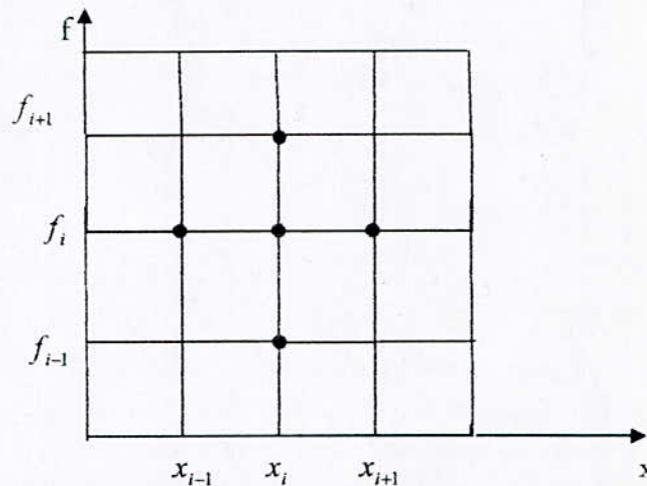


Figure III.1 : Maillage élémentaire

Le principe de la méthode aux différences finies est de calculer d'une part la valeur de la fonction f qui nous intéresse en des points discrets de l'espace-temps (x,t) et d'autre part d'approximer les dérivées partielles en un nœud M par des différences faisant intervenir la valeur de la grille voisine (Berreksi, 1993).

Si f est une fonction continue et continûment différentiable, on écrit alors :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad \text{ou} \quad \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} \quad (\text{III-1})$$

avec, $f_i = f(x_i)$ et $x_i = (i-1)\Delta x$

Dans les différenciations ci-dessus, on a utilisé respectivement une différence avant et une différence arrière.

L'ordre d'approximation dans une méthode aux différences finies se détermine à l'aide d'un développement en série de Taylor de la fonction f :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{\Delta x}{1!} \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_x + \dots + \frac{(\Delta x)^{n-1}}{(n-1)!} \left. \frac{\partial^{(n-1)} f}{\partial x^{n-1}} \right|_x + O(\Delta x)^n \quad (\text{III-2})$$

avec, Δx pas d'espace ; $O(\Delta x)^n$: l'erreur de troncature.

Par ailleurs, la méthode des différences finies peut-être facilement étendue au cas où la fonction f considérée dépend de deux ou plusieurs variables. Ainsi, si f dépend de

deux variables (x, t) ; et si dans le plan $0xt$ on trace une série de droites parallèles aux axes, déterminant de la sorte un réseau de points (i, j) auxquels correspondent les coordonnées de la fonction inconnue $f_{i,j}$; on peut écrire pour les différences centrales :

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x}$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta t}$$

D'une manière similaire, pour les dérivées de second ordre, on a :

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right]_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{\Delta x^2}$$

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right]_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{\Delta t^2}$$

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t} \right]_{i,j} = \frac{(f_{i+1,j+1} - f_{i-1,j+1}) - (f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j-1})}{4\Delta x \Delta t}$$

$\Delta x, \Delta t$: Pas de l'approximation suivant les direction x et t respectivement.

I. Discrétisation et maillage

La discrétisation consiste à remplacer les grandeurs étudiées, qui sont normalement des fonctions continue en espace et en temps, par des grandeurs discrètes définies en un nombre limité de points d'espace (appelés nœuds du maillage) et ne prenant une valeur que pour un nombre limité d'instantes séparés par un intervalle Δt généralement constant.

A deux dimensions d'espace, le maillage peut être régulier rectiligne ou curviligne (mailles carrées, rectangulaires ou en forme de quadrangles) ou irrégulier (triangles...) en liaison avec les techniques de discrétisation des équations (différences finis dans notre cas).

La discrétisation dans l'espace introduit une schématisation géométrique dans laquelle disparaît tout détail de dimension inférieure à la maille de calcul (distance entre points retenus).

L'aptitude du calcul à représenter les détails est donc en particulier limitée par le nombre de points du maillage, c'est-à-dire par la capacité de l'ordinateur ; Elle évolue donc rapidement au cours des années. En quelques années de développement des modèles numériques, les chercheurs ont pu passer de quelques centaines de points à plusieurs dizaines de milliers.

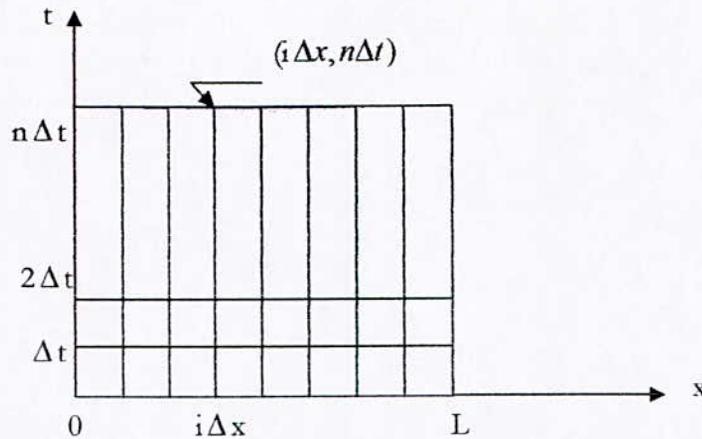


Figure III.2 : Exemple de discrétisation pour une fonction $f(x, t)$

De la même manière, la discrétisation en temps induit une perte du détail des évolutions à l'intérieur du pas de temps (Ikni, 2001).

II. L'analyse de l'approximation

1. Erreur de troncature

L'erreur de troncature vient du fait qu'on a tronqué le développement en série de Taylor de la fonction f . L'erreur de troncature par pas est la différence entre la valeur calculée et la valeur exacte, en supposant qu'au pas précédent la valeur calculée et la valeur exacte étaient identiques.

2. Stabilité d'un schéma aux différences finies

Bien entendu, les opérations de l'algorithme ne sont jamais effectuées exactement. Lors de la résolution d'un algorithme, on n'attaque pas le pas $j \rightarrow j+1$ dans les mêmes conditions que le pas $0 \rightarrow 1$, car on l'aborde avec un lourd handicap : la lourde charge est constituée par la somme des erreurs de discrétisation précédentes (et l'arrondis à l'occasion !). Les erreurs sont donc petites à chaque opération, mais comme il y a beaucoup d'opérations, leur accumulation peut avoir un effet désastreux.

Par conséquent, on dira qu'un schéma numérique est stable s'il est peu sensible à l'accumulation des erreurs de discrétisation et d'arrondis.

3. Consistance d'un schéma aux différences finies

On dit qu'un schéma est consistant (ou compatible), si les équations aux différences sont construites à partir d'une expression équivalente à l'équation de départ au second ordre près. En d'autres termes, ceci veut dire que les dérivées partielles sont remplacées par des différences finies effectivement voisines. La « qualité » de cette consistance s'appelle « la précision du schéma ». Cela signifie que l'erreur de troncature, tend vers zéro, lorsque les dimensions du maillage tendent vers zéro.

4. Convergence d'un schéma aux différences finies

Le schéma numérique est convergent si la solution du problème discrétisé tend, en un certain sens, vers la solution du problème aux dérivées partielles, lorsque Δx et Δt tendent simultanément vers zéro (Berreksi, 1993).

III. Schéma explicite, schéma implicite

Dans un problème évolutif en temps, après discrétisation, nous sommes donc amenés à déterminer les valeurs aux nœuds des inconnues à l'instant $(n+1)\Delta t$ en fonction des valeurs connues à l'instant $n\Delta t$ (nous avons alors un schéma à deux niveaux) et éventuellement des instants précédent (nous parlons alors de schéma à trois niveaux ou plus). Il existe deux schémas pour aborder la résolution par différences finies.

- Schéma explicite ;
- Schéma implicite.

1. Schéma explicite

Une première méthode consiste à exprimer explicitement les valeurs inconnues de la grandeurs G au temps $t+\Delta t$ en fonction des valeurs connues de G au temps t , le domaine temps étant discrétisé en intervalles réguliers Δt . La méthode des différences finies est alors dite explicite (Boisson, Gay & Gotteland, 1990)

La discrétisation des grandeurs en schéma explicite donne :

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{G_{i,j+1} - G_{i,j}}{\Delta t} = \frac{G_{i,j+1} - G_{i,j}}{k}$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{G_{i+1,j} - G_{i-1,j}}{\Delta x} = \frac{G_{i+1,j} - G_{i-1,j}}{h}$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{G_{i+1,j} + G_{i-1,j} - 2G_{i,j}}{\Delta x^2} = \frac{G_{i+1,j} + G_{i-1,j} - 2G_{i,j}}{h^2}$$

$$G = \frac{G_{i,j+1} + G_{i,j}}{2}$$

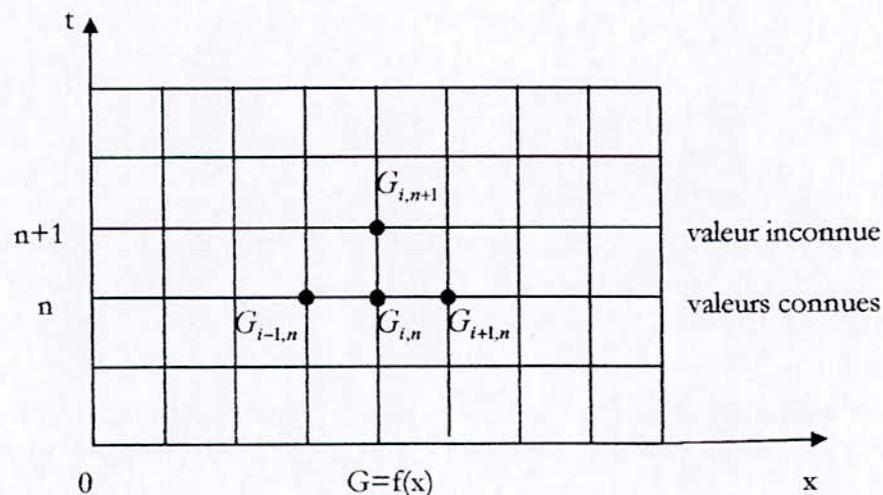


Figure III.3 : Schéma explicite

2. Schéma implicite

Dans les méthodes explicites, les dérivées partielles sont exprimées à l'aide de différences finies des valeurs de la variable au pas de temps t . Dans les méthodes implicites, par contre, les dérivées partielles sont exprimées à l'aide des valeurs de la variable au temps $t+\Delta t$.

permise, ce qui donnera un temps de calcul relativement inférieur comparé au schéma explicite dans lequel Δt est limité par une condition de stabilité.

- **Simulation des sommets abruptes** : Du moment que le pas de temps Δt est souvent très petit, les méthodes explicites sont plus appropriées pour l'analyse des phénomènes transitoires dans lesquels des sommets brusques de courte durée apparaissent, mais dans les méthodes implicites, de tels sommets sont généralement lissés.
- **Formation de chocs** : La méthode explicite est plus convenable que la méthode implicite dans le cas où il y a apparition de choc ou de mascaret (discontinuités) dans le phénomène étudié.

Plusieurs schémas aux différences finies explicites de second ordre ont été développés pour la résolution des systèmes d'équation de nature hyperbolique, qu'on rencontre toujours dans la dynamique des fluides. Au milieu de celle-ci, on trouve le schéma explicite de Mac Cormack, qui est l'un des plus utilisés dans l'intégration des équations du mouvement du type hyperbolique non linéaire. L'avantage principal de ce schéma, réside dans son aptitude à bien traiter les discontinuités -ondes de chocs-. Plusieurs tests unidimensionnels et bidimensionnels, démontrent la performance et la précision de ce schéma, même appliqué à des écoulements à géométrie irrégulière et bathymétrie variable (Hadj-Rabia, 1994).

V. Description du schéma de Mac Cormack

La méthode de Mac Cormack consiste à discrétiser les équations de base en deux séquences, une séquence de production et une autre de correction. Le but est de calculer une valeur des variables de l'écoulement au niveau du pas de temps $(k+1)$, sachant que leurs valeurs sont connues au pas de temps K .

Considérons les équations de base sous formes conservative, régissant l'écoulement étudié, et données en coordonnées cartésiennes par le système :

$$U_t + E_x + F_y + S = 0$$

Tel que :

$$E_x = \frac{\partial E}{\partial x}$$

$$F_y = \frac{\partial F}{\partial y}$$

Le schéma de Mac Cormack appliqué au système ci-dessus se compose de deux étapes (Graba, 2002) :

a) Etape de prédiction:

$$\tilde{U} = U_{i,j}^k + \tau_x (E_{i,j}^k - E_{i-1,j}^k) + \tau_y (F_{i,j}^k - F_{i,j-1}^k) - \Delta t S_{i,j}^k \quad \begin{cases} 2 \leq i \leq n \\ 2 \leq j \leq m \end{cases}$$

b) Etape de correction:

$$\hat{U} = \tilde{U}_{i,j} + \tau_x (\tilde{F}_{i+1,j} - \tilde{F}_{i,j}) + \tau_y (\tilde{F}_{i,j+1} - \tilde{F}_{i,j-1}) - \Delta t \tilde{S}_{i,j} \quad \begin{cases} 2 \leq i \leq n \\ 2 \leq j \leq m \end{cases}$$

$$\text{où, } \tau_x = \frac{\Delta t}{\Delta x} ; \quad \tau_y = \frac{\Delta t}{\Delta y}$$

La solution au temps (k+1) est tel que :

$$U_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} (U_{i,j}^k + \hat{U}_{i,j})$$

Les indices i et j correspondent aux points du maillage suivant les directions x et y respectivement.

Dans l'exemple développé ci-dessus, auquel le schéma de Mac Cormack a été appliqué, les différences finies arriérés sont utilisées pour l'approximation des dérivées partielles spatiales dans l'étape prédiction et les différences finies avant utilisant les variables prédites sont utilisées dans l'étape correction (Hadj-Rabia, 1994).

Il faut savoir par ailleurs qu'il est possible d'utiliser les différences finies avant dans l'étape prédiction et les différences finies arrières dans l'étape correction, comme il est possible d'alterner la direction de différenciation d'un pas de temps à l'autre.

1. Stabilité du schéma

Par opposition aux schémas aux différences finies implicites, qui ne nécessitent pas de condition de stabilité, une condition de stabilité est par contre exigée pour les schémas explicites.

Ainsi le schéma de Mac Cormack est stable que si la condition de stabilité de « Courant -Friedrichs -Lewy » (C.F.L) est satisfaite. Cette condition est exprimée, pour les écoulements bidimensionnel par l'expression suivante :

$$C_n = \frac{(V + \sqrt{gh})\Delta t}{b(x)(\Delta x)(\Delta y)} [(\Delta x)^2 + b(x)(\Delta y)^2]^{1/2} \leq 1$$

où : V est la vitesse résultante au point du maillage $V = \sqrt{(U^2 + V^2)}$

$b(x)=b$: est la largeur du canal.

C_n : est le nombre de courant.

L'analyse de stabilité de Von Neumann pour les schémas précédents donne pour le schéma de Mac Cormack la condition de stabilité suivante :

$$C_n \leq 1$$

Cette condition (C.F.L) doit être satisfaite en tout point du maillage, il est donc évident de prendre l'incrément de temps Δt .

$$\Delta t = \frac{C_n b(x)(\Delta x)(\Delta y)}{\max(V + \sqrt{gh}) [(\Delta x)^2 + b(x)(\Delta y)^2]^{1/2}}$$

A chaque instant t, la condition (C.F.L) fixe le pas de temps Δt , sachant que les pas d'espace Δx , Δy sont supposés constants (Euvrard, 1985).

2. Application du schéma de Mac Cormack au modèle mathématique élaboré

A partir des équations régissant notre problème :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(H\bar{U})}{\partial x} + \frac{\partial(H\bar{V})}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial H\bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}^2}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{U}\bar{V}}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fx} + H\nu_T \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial H\bar{V}}{\partial t} + \frac{\partial H\bar{U}\bar{V}}{\partial x} + \frac{\partial H\bar{V}^2}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(g \frac{H^2}{2} \right) - gHS_{fy} + H\nu_T \left(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(HC) + \frac{\partial}{\partial x}(HC\bar{U}) + \frac{\partial}{\partial y}(HC\bar{V}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_t \frac{\partial HC}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_t \frac{\partial HC}{\partial y} \right)$$

avec,

$$D_t = \frac{\nu_t}{S_{ct}} = \frac{C_\mu H u_*}{S_{ct}}$$

Et en effectuant les changement de variables suivants :

$$U = \bar{U}H ; \quad V = \bar{V}H ; \quad F = H\bar{U}^2 + \frac{gH^2}{2} ; \quad S = H\bar{V}^2 + \frac{gH^2}{2} ; \quad G = H\bar{U}\bar{V} ; \quad C = HC ;$$

$$O = HC\bar{U} ; \quad P = HC\bar{V} ; \quad M = H u_* \text{ et } N = H \nu_T$$

les équations deviennent :

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = N \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} \right) - gHS_{fx}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = N \left(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial y^2} \right) - gHS_{fy}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial O}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{C_\mu}{S_{ct}} M \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{C_\mu}{S_{ct}} M \frac{\partial C}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial O}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{C_\mu}{S_{ct}} M \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \frac{\partial M}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{C_\mu}{S_{ct}} M \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \frac{\partial M}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y}$$

Appliquons maintenant le schéma de Mac Cormack aux équations du mouvement, après le changement de variables ci-dessus :

- Etape de prédiction

$$\frac{(\tilde{H}_{i,j} - H_{i,j}^n)}{\Delta t} + \frac{(U_{i+1,j}^n - U_{i,j}^n)}{\Delta x} + \frac{(V_{i+1,j}^n - V_{i,j}^n)}{\Delta y} = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\tilde{U}_{i,j} - U_{i,j}^n)}{\Delta t} + \frac{(F_{i+1,j}^n - F_{i,j}^n)}{\Delta x} + \frac{(G_{i+1,j}^n - G_{i,j}^n)}{\Delta y} = \\ & -gH_{i,j}^n S_{fx_{i,j}}^n + N_{i,j}^n \left[\frac{(\bar{U}_{i+1,j}^n + \bar{U}_{i-1,j}^n - 2\bar{U}_{i,j}^n)}{(\Delta x)^2} + \frac{(\bar{U}_{i,j+1}^n + \bar{U}_{i,j-1}^n - 2\bar{U}_{i,j}^n)}{(\Delta y)^2} \right] \\ & \frac{(\tilde{V}_{i,j} - V_{i,j}^n)}{\Delta t} + \frac{(G_{i+1,j}^n - G_{i,j}^n)}{\Delta x} + \frac{(S_{i+1,j}^n - S_{i,j}^n)}{\Delta y} = -gH_{i,j}^n S_{fy_{i,j}}^n \\ & + N_{i,j}^n \left[\frac{(\bar{V}_{i+1,j}^n + \bar{V}_{i-1,j}^n - 2\bar{V}_{i,j}^n)}{(\Delta x)^2} + \frac{(\bar{V}_{i,j+1}^n + \bar{V}_{i,j-1}^n - 2\bar{V}_{i,j}^n)}{(\Delta y)^2} \right] \\ & \frac{\tilde{C}_{i,j} - C_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{O_{i+1,j}^n - O_{i,j}^n}{\Delta x} + \frac{P_{i,j+1}^n - P_{i,j}^n}{\Delta y} = \frac{C_\mu}{S_{ct}} M_{i,j}^n \left(\frac{C_{i+1,j}^n + C_{i-1,j}^n - 2C_{i,j}^n}{\Delta x^2} \right) \\ & + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \left(\frac{M_{i+1,j}^n - M_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \left(\frac{C_{i+1,j}^n - C_{i,j}^n}{\Delta x} \right) + \frac{C_\mu}{S_{ct}} M_{i,j}^n \left(\frac{C_{i,j+1}^n + C_{i,j-1}^n - 2C_{i,j}^n}{\Delta y^2} \right) \\ & + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \left(\frac{M_{i,j+1}^n - M_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \left(\frac{C_{i,j+1}^n - C_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \end{aligned}$$

De cette étape, on tire les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{i,j} &= H_{i,j}^n - \tau_x (U_{i+1,j}^n - U_{i,j}^n) - \tau_y (V_{i+1,j}^n - V_{i,j}^n) \\ \tilde{U}_{i,j} &= U_{i,j}^n - \tau_x (F_{i+1,j}^n - F_{i,j}^n) - \tau_y (G_{i+1,j}^n - G_{i,j}^n) + \Delta t (-gH_{i,j}^n S_{fx_{i,j}}^n) \\ & + N_{i,j}^n \left(\frac{\tau_x^2}{\Delta t} (\bar{U}_{i+1,j}^n + \bar{U}_{i-1,j}^n - 2\bar{U}_{i,j}^n) + \frac{\tau_y^2}{\Delta t} (\bar{U}_{i,j+1}^n + \bar{U}_{i,j-1}^n - 2\bar{U}_{i,j}^n) \right) \\ \tilde{V}_{i,j} &= V_{i,j}^n - \tau_x (G_{i+1,j}^n - G_{i,j}^n) - \tau_y (S_{i+1,j}^n - S_{i,j}^n) + \Delta t (-gH_{i,j}^n S_{fy_{i,j}}^n) \\ & + N_{i,j}^n \left(\frac{\tau_x^2}{\Delta t} (\bar{V}_{i+1,j}^n + \bar{V}_{i-1,j}^n - 2\bar{V}_{i,j}^n) + \frac{\tau_y^2}{\Delta t} (\bar{V}_{i,j+1}^n + \bar{V}_{i,j-1}^n - 2\bar{V}_{i,j}^n) \right) \\ \tilde{C}_{i,j} &= C_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (O_{i+1,j}^n - O_{i,j}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (P_{i,j}^n - P_{i,j+1}^n) + \frac{C_\mu}{S_{ct}} M_{i,j}^n \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (C_{i+1,j}^n + C_{i-1,j}^n - 2C_{i,j}^n) \\ & + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (M_{i+1,j}^n - M_{i,j}^n) (C_{i+1,j}^n - C_{i,j}^n) + \frac{C_\mu}{S_{ct}} M_{i,j}^n \frac{\Delta t}{\Delta y^2} (C_{i,j+1}^n + C_{i,j-1}^n - 2C_{i,j}^n) \\ & + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \frac{\Delta t}{\Delta y^2} (M_{i,j+1}^n - M_{i,j}^n) (C_{i,j+1}^n - C_{i,j}^n) \end{aligned}$$

• Etape de correction :

$$\frac{(\hat{H}_{i,j} - \tilde{H}_{i,j}^n)}{\Delta t} + \frac{(\tilde{U}_{i,j}^n - \tilde{U}_{i,j}^n)}{\Delta x} + \frac{(\tilde{V}_{i,j}^n - \tilde{V}_{i,j}^n)}{\Delta y} = 0$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(\hat{U}_{i,j} - \tilde{U}_{i,j}^n)}{\Delta t} + \frac{(\tilde{F}_{i,j}^n - \tilde{F}_{i-1,j}^n)}{\Delta x} + \frac{(\tilde{G}_{i,j}^n - \tilde{G}_{i,j-1}^n)}{\Delta y} = \\
& \quad - g\tilde{H}_{i,j}^n \tilde{S}_{fx,i,j}^n + \tilde{N}_{i,j}^n \left(\frac{(\tilde{U}_{i+1,j}^n + \tilde{U}_{i-1,j}^n - 2\tilde{U}_{i,j}^n)}{(\Delta x)^2} + \frac{(\tilde{U}_{i,j+1}^n + \tilde{U}_{i,j-1}^n - 2\tilde{U}_{i,j}^n)}{(\Delta y)^2} \right) \\
& \frac{(\hat{V}_{i,j} - \tilde{V}_{i,j}^n)}{\Delta t} + \frac{(\tilde{G}_{i,j}^n - \tilde{G}_{i-1,j}^n)}{\Delta x} + \frac{(\tilde{S}_{i,j}^n - \tilde{S}_{i,j-1}^n)}{\Delta y} = \\
& \quad - g\tilde{H}_{i,j}^n \tilde{S}_{fy,i,j}^n + \tilde{N}_{i,j}^n \left(\frac{(\tilde{V}_{i+1,j}^n + \tilde{V}_{i-1,j}^n - 2\tilde{V}_{i,j}^n)}{(\Delta x)^2} + \frac{(\tilde{V}_{i,j+1}^n + \tilde{V}_{i,j-1}^n - 2\tilde{V}_{i,j}^n)}{(\Delta y)^2} \right) \\
& \frac{\hat{C}_{i,j} - \tilde{C}_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{\tilde{O}_{i,j}^n - \tilde{O}_{i-1,j}^n}{\Delta x} + \frac{\tilde{P}_{i,j}^n - \tilde{P}_{i,j-1}^n}{\Delta y} = \frac{C_\mu}{S_{ct}} \tilde{M}_{i,j}^n \left(\frac{\tilde{C}_{i+1,j}^n + \tilde{C}_{i-1,j}^n - 2\tilde{C}_{i,j}^n}{\Delta x^2} \right) \\
& \quad + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \left(\frac{\tilde{M}_{i,j}^n - \tilde{M}_{i-1,j}^n}{\Delta x} \right) \left(\frac{\tilde{C}_{i,j}^n - \tilde{C}_{i-1,j}^n}{\Delta x} \right) \\
& \quad + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \tilde{M}_{i,j}^n \left(\frac{\tilde{C}_{i,j+1}^n + \tilde{C}_{i,j-1}^n - 2\tilde{C}_{i,j}^n}{\Delta y^2} \right) + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \left(\frac{\tilde{M}_{i,j}^n - \tilde{M}_{i,j-1}^n}{\Delta y} \right) \left(\frac{\tilde{C}_{i,j}^n - \tilde{C}_{i,j-1}^n}{\Delta y} \right)
\end{aligned}$$

De cette étape, on tire les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{i,j} &= \tilde{H}_{i,j}^n - \tau_x (\tilde{U}_{i,j}^n - \tilde{U}_{i-1,j}^n) - \tau_y (\tilde{V}_{i,j}^n - \tilde{V}_{i,j-1}^n) \\
\hat{U}_{i,j} &= \tilde{U}_{i,j}^n - \tau_x (\tilde{F}_{i,j}^n - \tilde{F}_{i-1,j}^n) - \tau_y (\tilde{G}_{i,j}^n - \tilde{G}_{i,j-1}^n) + \Delta t (-g\tilde{H}_{i,j}^n \tilde{S}_{fx,i,j}^n) \\
& \quad + \tilde{N}_{i,j}^n \left(\frac{\tau_x^2}{\Delta t} (\tilde{U}_{i+1,j}^n + \tilde{U}_{i-1,j}^n - 2\tilde{U}_{i,j}^n) + \frac{\tau_y^2}{\Delta t} (\tilde{U}_{i,j+1}^n + \tilde{U}_{i,j-1}^n - 2\tilde{U}_{i,j}^n) \right) \\
\hat{V}_{i,j} &= \tilde{V}_{i,j}^n - \tau_x (\tilde{G}_{i,j}^n - \tilde{G}_{i-1,j}^n) - \tau_y (\tilde{S}_{i,j}^n - \tilde{S}_{i,j-1}^n) + \Delta t (-g\tilde{H}_{i,j}^n \tilde{S}_{fy,i,j}^n) \\
& \quad + \tilde{N}_{i,j}^n \left(\frac{\tau_x^2}{\Delta t} (\tilde{V}_{i+1,j}^n + \tilde{V}_{i-1,j}^n - 2\tilde{V}_{i,j}^n) + \frac{\tau_y^2}{\Delta t} (\tilde{V}_{i,j+1}^n + \tilde{V}_{i,j-1}^n - 2\tilde{V}_{i,j}^n) \right) \\
\hat{C}_{i,j} &= \tilde{C}_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\tilde{O}_{i+1,j}^n - \tilde{O}_{i,j}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\tilde{P}_{i,j}^n - \tilde{P}_{i,j+1}^n) + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \tilde{M}_{i,j}^n \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (\tilde{C}_{i+1,j}^n + \tilde{C}_{i-1,j}^n - 2\tilde{C}_{i,j}^n) \\
& \quad + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (\tilde{M}_{i+1,j}^n - \tilde{M}_{i,j}^n) (\tilde{C}_{i+1,j}^n - \tilde{C}_{i,j}^n) \\
& \quad + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \tilde{M}_{i,j}^n \frac{\Delta t}{\Delta y^2} (\tilde{C}_{i,j+1}^n + \tilde{C}_{i,j-1}^n - 2\tilde{C}_{i,j}^n) + \frac{C_\mu}{S_{ct}} \frac{\Delta t}{\Delta y^2} (\tilde{M}_{i,j+1}^n - \tilde{M}_{i,j}^n) (\tilde{C}_{i,j+1}^n - \tilde{C}_{i,j}^n)
\end{aligned}$$

$$\text{où, } \begin{cases} \tau_x = \frac{\Delta t}{\Delta x} \\ \tau_y = \frac{\Delta t}{\Delta y} \end{cases}$$

La solution au temps (n+1) est telle que :

$$\begin{cases} H_{i,j}^{n+1} = (H_{i,j}^n + \hat{H}_{i,j})/2 \\ \bar{U}_{i,j}^{n+1} = (\bar{U}_{i,j}^n + \hat{U}_{i,j})/2 \\ \bar{V}_{i,j}^{n+1} = (\bar{V}_{i,j}^n + \hat{V}_{i,j})/2 \\ C_{i,j}^{n+1} = (C_{i,j}^n + \hat{C}_{i,j})/2 \end{cases}$$

Ainsi, nous obtenons les équations de notre système discrétisés ci-dessus.

VI. Conditions initiales et conditions aux limites

Une équation aux dérivées partielles admet d'une manière générale, une infinité de solution particulière désirée et déterminée à partir de quelques conditions supplémentaires. Dans la majorité des cas, ces conditions portent sur le comportement particulier de la solution sur une courbe qu'on appelle souvent frontière ou limite.

1. Conditions initiales

La notion de conditions initiales est évidemment liée aux conditions qui correspondent au temps initial $t = 0$. Ainsi, afin de commencer les calculs à partir de l'état initial de l'écoulement, les valeurs des quatre variables H, \bar{U}, \bar{V} et \bar{C} et C devront être choisies et spécifiées en tous points du maillage.

Le choix des valeurs des quatre variables H, \bar{U}, \bar{V} et \bar{C} , se fait habituellement à partir de la limite amont (Hadj-Rabia, 1994).

2. Conditions aux limites

a. Conditions amont et aval

La prise en compte des conditions limites est un aspect très important lors de l'utilisation des techniques numériques dans le but d'obtenir de bons résultats.

Pour un écoulement bidimensionnel en régime supercritique, par exemple, trois conditions aux frontières doivent être spécifiées à l'amont et aucune à l'aval ; alors que pour le même écoulement mais en régime subcritique, deux conditions aux limites doivent être spécifiées à l'amont et une condition à l'aval (voir le tableau III.1).

Tableau III.1 : Conditions amont et aval pour différent cas de figure.

| Problème Considéré | Ecoulement subcritique $Fr < 1$ | | Ecoulement supercritique $Fr > 1$ | |
|-----------------------|---------------------------------|------|-----------------------------------|------|
| | Amont | Aval | Amont | Aval |
| 1,5D | 1 | 1 | 2 | 0 |
| 2,5D | 2 | 1 | 3 | 0 |

Dans notre cas, les valeurs de H, U et V sont spécifiées à l'amont (conditions initiales) et ne changent pas durant le calcul.

b. Conditions de symétrie

Dans le but de calculer les variables de l'écoulement h , u et v au niveau de l'axe de l'écoulement (axe de symétrie géométrique), il est préconisé d'employer une procédure adéquate, qui n'est que la procédure de réflexion.

Le principe de cette dernière est que les valeurs des variables h , u , v , c , aux points fictifs du maillage soient remplacées par les valeurs correspondant immédiatement aux points intérieurs (Figure III.5).

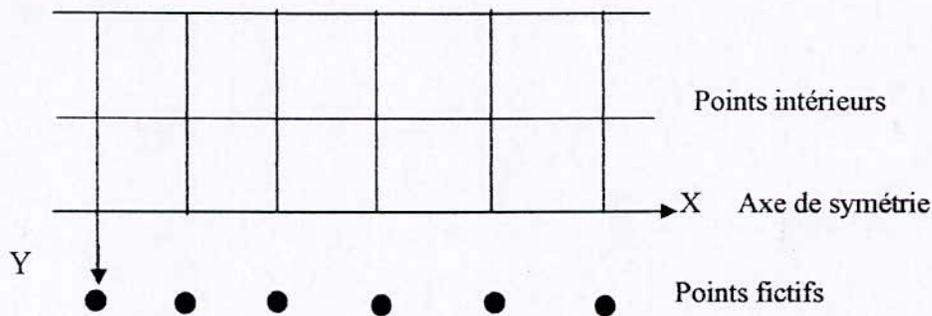
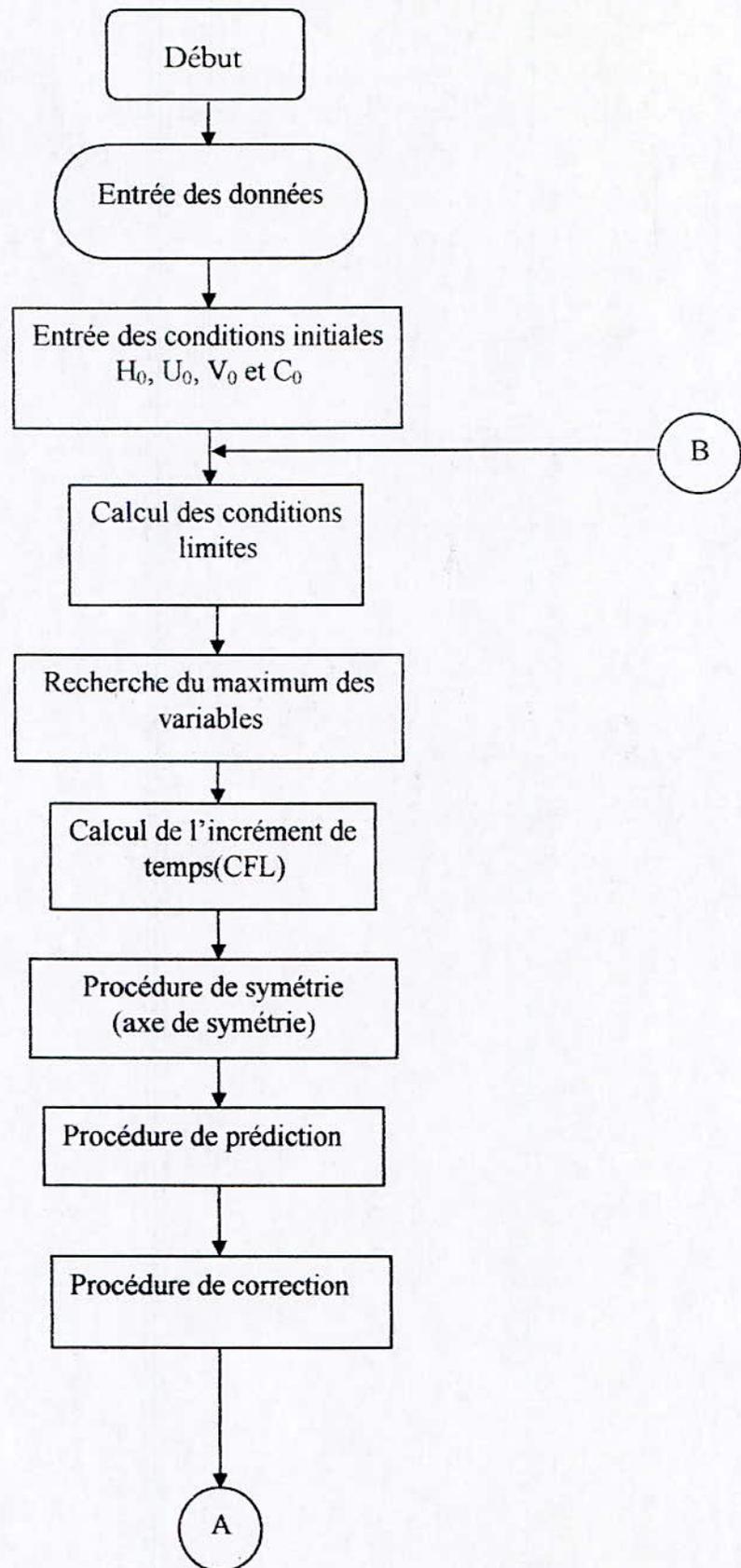


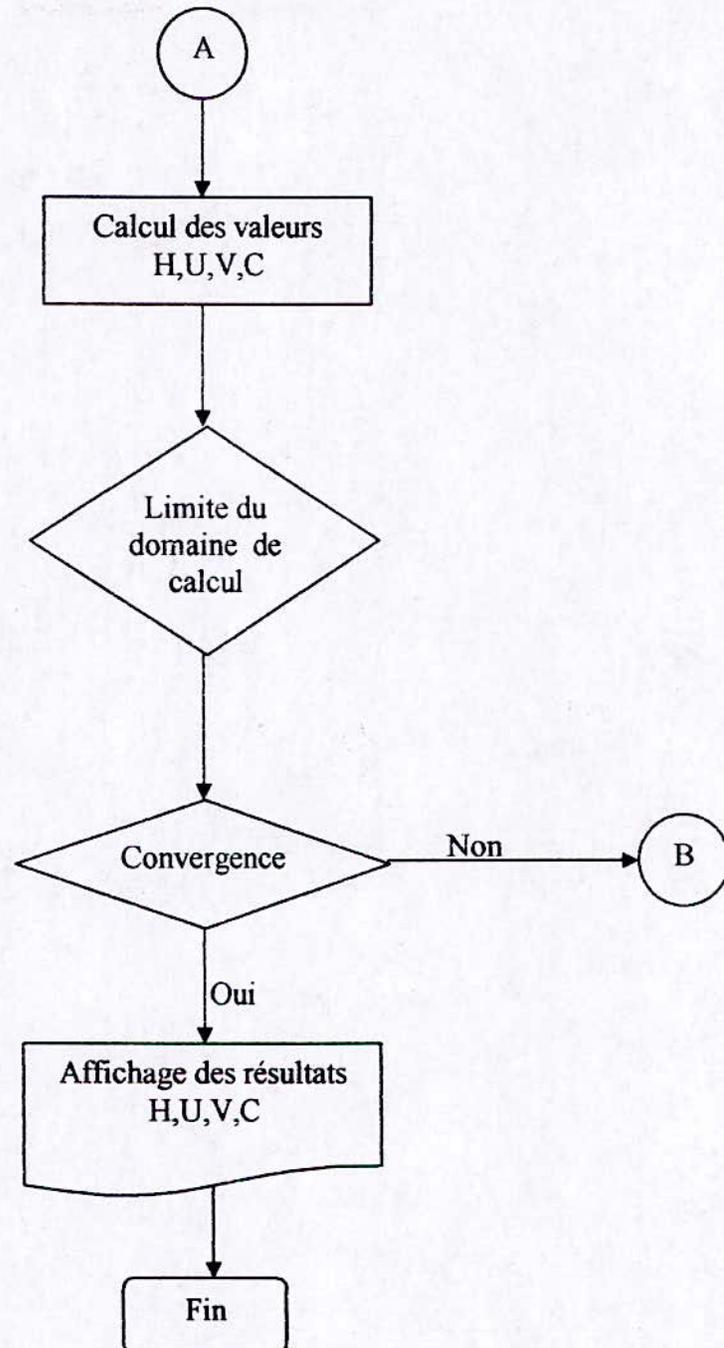
Figure III.5 : Procédure de réflexion à l'axe de symétrie

Dans ce cas, une réflexion symétrique est utilisée pour h , u et c ; Alors qu'une réflexion antisymétrique est utilisée pour avoir v (Graba, 2002).

VII. Mise en œuvre numérique

La résolution du système d'équation obtenu s'est fait par l'élaboration d'un programme de calcul en Fortran Microsoft Developer Studio donné par l'organigramme suivant :





Les résultats obtenus et leurs interprétations seront développés dans le chapitre suivant.

Chapitre IV : Interprétation des résultats

Le modèle numérique élaboré nous permet de déterminer les profils des hauteurs des vitesses ainsi que l'évolution des profils de concentration.

I. Présentation du modèle d'application

Pour nous permettre de vérifier et de tester les performances ainsi que la fiabilité du modèle mis au point, nous avons retenu une application portant sur un port académique répondant dans une certaine mesure à l'ensemble des conditions requises pour cet usage.

Il convient, compte tenu des difficultés rencontrées à trouver un cas d'application approprié, de préciser que l'exemple que nous retenons ne constitue pas tout à fait l'idéale, car les valeurs devant servir de base de comparaison sont obtenues à partir d'une simulation découlant d'un modèle mathématique qui utilise les mêmes concepts que ceux que nous avons établis.

Cet exemple d'application, à défaut de mieux, peut être considéré comme une approche acceptable permettant, dans une certaine mesure, une comparaison objective.

Le modèle développé, permet de simuler l'ensemble des cas liés au transport de polluants satisfaisant aux hypothèses de base citées au début de cette étude.

Cependant, vu son caractère général dû essentiellement aux concepts ayant servi pour son élaboration, une adaptation est souvent nécessaire. Cette adaptation porte, sur certaines conditions ou paramètres caractérisant le modèle vis à vis du cas à simuler.

Les conditions d'écoulement sont :

- Hauteur d'écoulement $H_0 = 0,128\text{m}$;
- Un débit d'écoulement $Q = 49,4(\text{l/s})$;
- Un coefficient de rugosité de Manning $n = 0,029$;
- Une vitesse longitudinale $U_0 = 0,362(\text{m/s})$;
- Une vitesse transversale $V_0 = 0(\text{m/s})$.

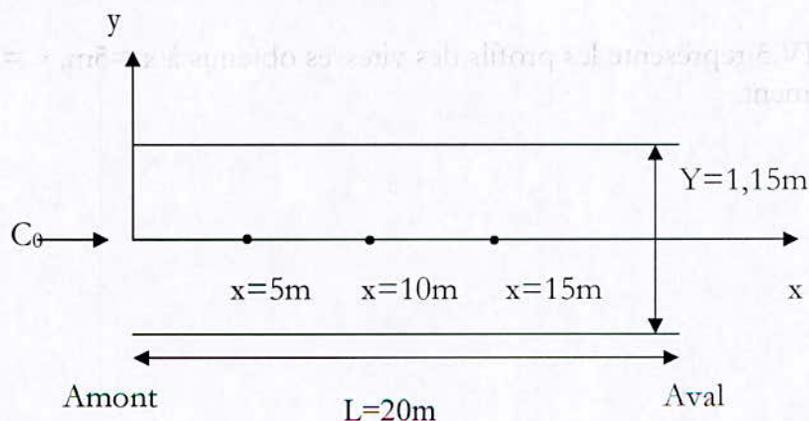


Figure IV.1: Schéma de calcul

Nous avons considéré une source de pollution uniforme sur toute la largeur d'une section en amont de l'écoulement qui s'arrête après 10 secondes de rejet d'une pollution de concentration $C_0=70\text{ppb}$.

Nous avons ensuite considéré une source de pollution continue (1g/l) répartie uniformément sur toute la largeur d'une section en amont de l'écoulement correspondant à $x = 0\text{m}$.

II. Profils des hauteurs et des vitesses

Le processus de calcul des variables hydrodynamiques (hauteur et vitesses) pour une simulation avec un pas de temps de l'ordre de 10^{-3} secondes, nécessite des valeurs initiales. On a considéré une hauteur uniforme sur tout les points du maillage $H_0 = 0.128\text{m}$; des profils paraboliques des vitesses avec des valeurs maximums au pics $V = 0.368\text{m/s}$; pour tout les points du maillage de dimension $33*10$.

La figure IV.2 donne le profil des hauteurs d'écoulement sur une distance de 20m qui reste constante pour un écoulement uniforme à très faible pente.

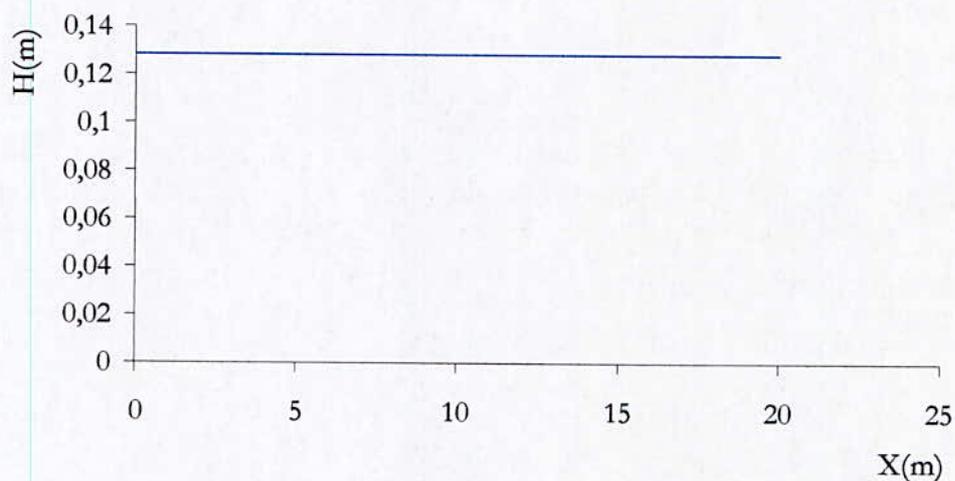


Figure IV.2 : Profil de $H=f(X)$.

La figure IV.3 représente les profils des vitesses obtenus à $x = 5\text{m}$, $x = 10\text{m}$ et $x = 15\text{m}$ respectivement.

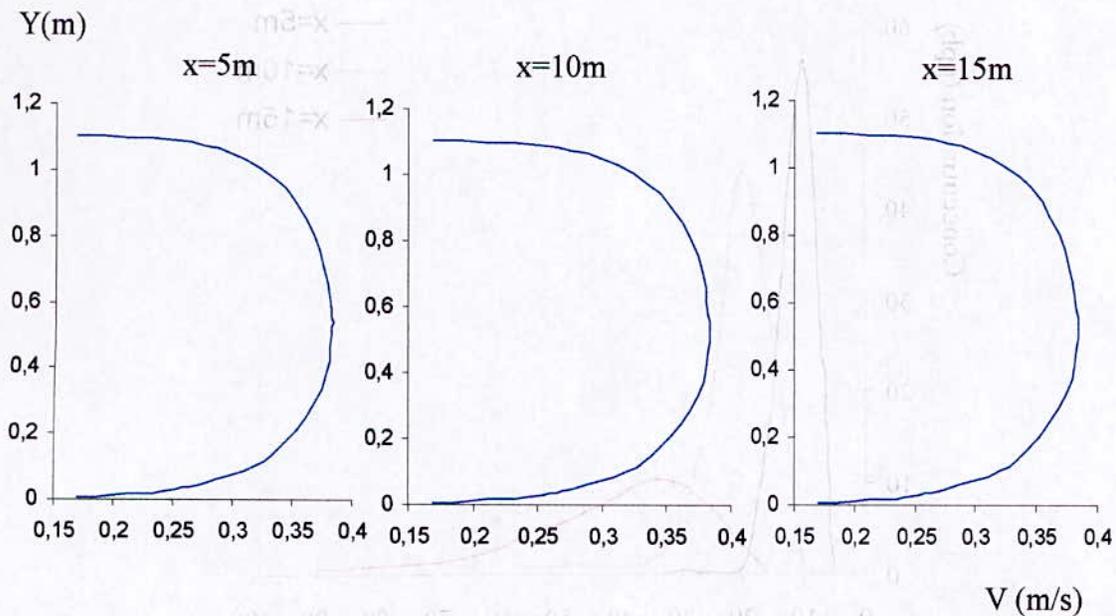


Figure IV.3 : Profils des vitesses à $x=5m$, $x=10m$ et $x=15m$ de la source de pollution.

III. Profils des concentrations

1. Cas d'une source non continue

On va présenter dans cette partie, le profil de la concentration moyennée sur la profondeur obtenu par notre modèle numérique, pour les mêmes conditions d'écoulement citées précédemment et pour une source de pollution de concentration $C_0 = 70$ ppb répartie sur toute la largeur de la section d'écoulement correspondant à $x = 0$ pendant une période de 10 secondes.

❖ Variation de la concentration en fonction du temps

La figure IV.4 montre les profils des concentrations en fonction du temps à $x = 5m$, $x = 10m$ et $x = 15m$ pour un débit d'écoulement $Q = 90l/s$.

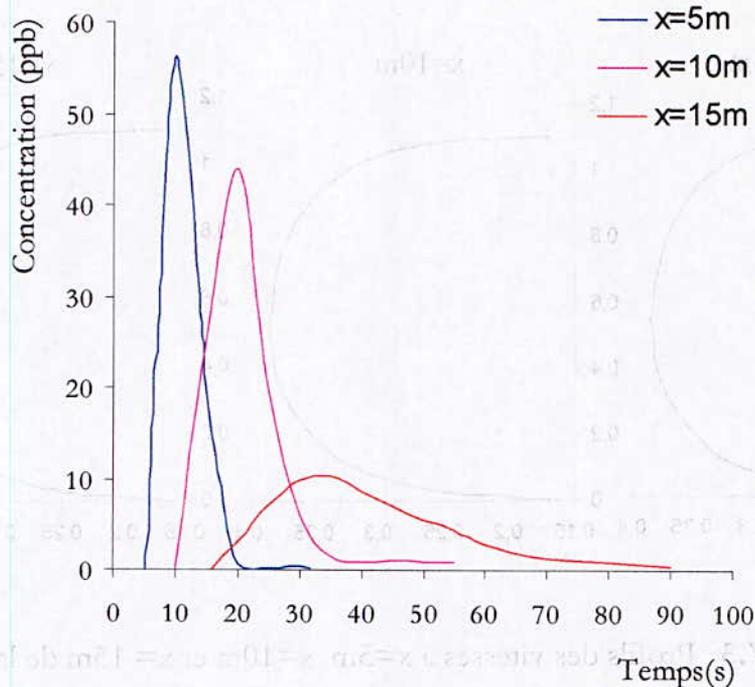


Figure IV.4 : Profils des concentrations moyennés sur la profondeur à $x=5\text{m}$, $x=10\text{m}$ et $x=15\text{m}$ pour un débit $Q=90\text{l/s}$ ($H=0,175\text{m}$ et $U=0,47\text{m/s}$).

Analyse des résultats

On remarque que :

- Les profils de concentration sont pointus en amont ce qui est un caractère du transport convectif. Ils deviennent plus arrondis quand on va vers l'aval ce qui est une caractéristique du transport diffusif.
- Malgré que les vitesses d'écoulement soient les mêmes (écoulements uniformes) le temps de passage de la pollution par une section devient de plus en plus important quand on va vers l'aval.

En faisant une analyse des profils de concentration, on voit que:

- A la section $x = 5\text{m}$, la pollution arrive après 5 secondes et traverse la section alors qu'on est toujours en période convective, le profil de la concentration est pointu : c'est le transport convectif qui l'emporte.
- A la section $x = 10\text{m}$, la pollution arrive après 10 secondes, on est toujours en période convective (voir Figure IV.3). La valeur de la concentration augmente rapidement et atteint son pic puis redescend mais plus lentement à la fin. On commence à entrer en période diffusive où le mélange diffusif turbulent retarde la traversé de la pollution.
- A la section $x = 15\text{m}$, la pollution arrive après 16 secondes, on est à la fin de la période convective. La concentration augmente lentement puis décroît encore plus lentement. On entre en période diffusive. La courbe de concentration est arrondie avec une queue de basse concentration qui s'allonge à des temps importants. Le passage de cette fraction de concentration est retardée par l'effet du mélange turbulent.

❖ Variation de la concentration en fonction de la largeur

Les figures IV.5, IV.6 et IV.7 représentent la relation entre la concentration du polluant dans l'eau et la dispersion transversale pour différentes sections $x=5m, x=10m$ et $x=15m$ par rapport au lieu d'injection à une concentration C_0 .

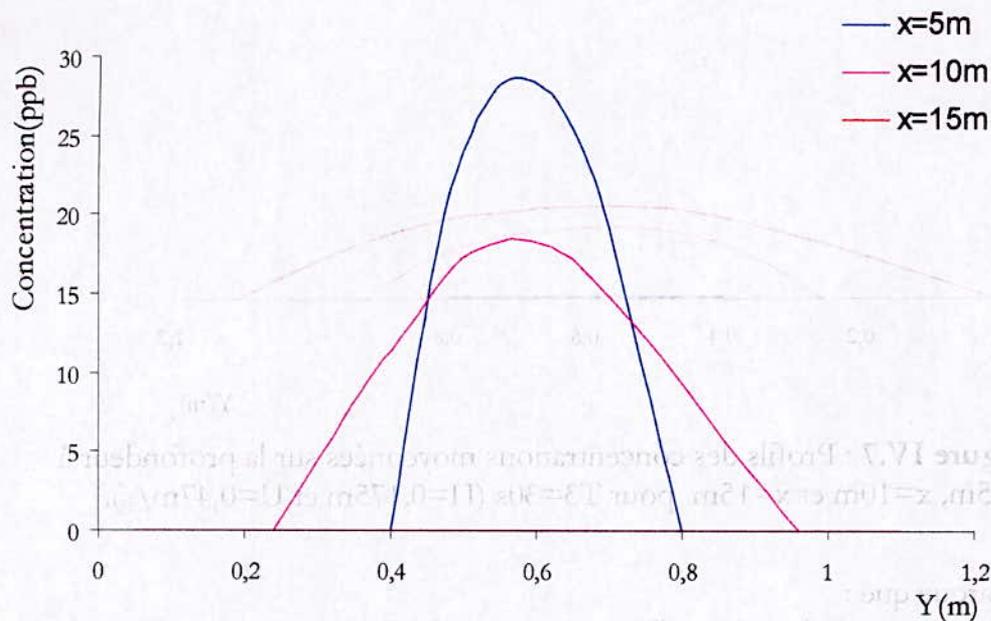


Figure IV.5 : Profils des concentrations moyennés sur la profondeur à $x=5m, x=10m$ et $x=15m$ pour $T_1=14s$ ($H=0,175m$ et $U=0,47m/s$).

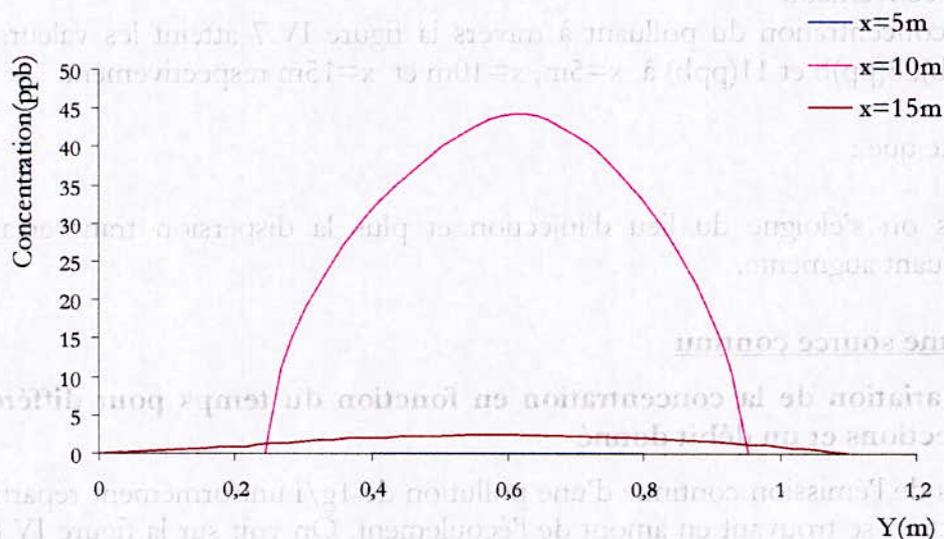


Figure IV.6 : Profils des concentrations moyennés sur la profondeur à $x=5m, x=10m$ et $x=15m$ pour $T_2=20s$ ($H=0,175m$ et $U=0,47m/s$).

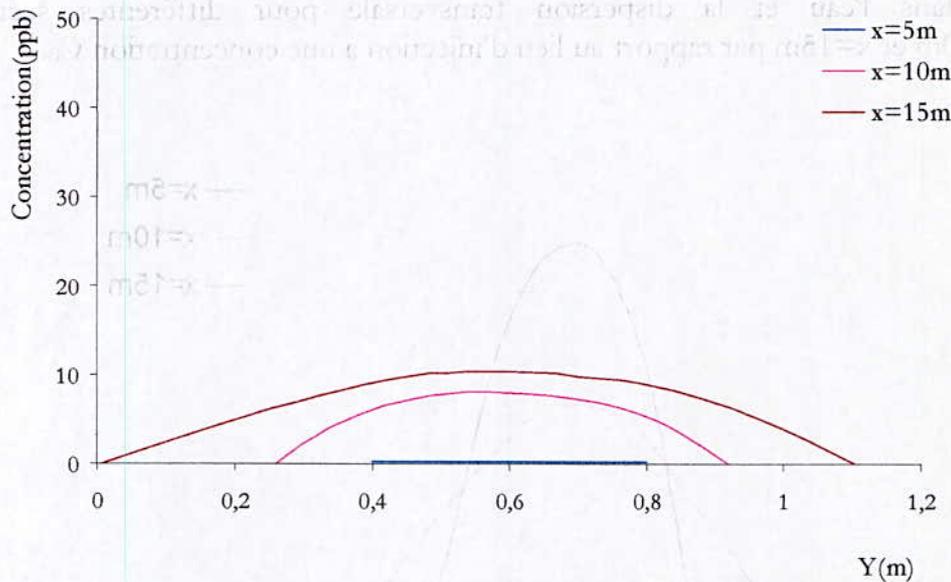


Figure IV.7 : Profils des concentrations moyennées sur la profondeur à $x=5m$, $x=10m$ et $x=15m$ pour $T_3=30s$ ($H=0,175m$ et $U=0,47m/s$).

On remarque que :

- La concentration du polluant à travers la figure IV.5 est nul à $x=15m$ par contre la concentration atteint les valeurs 27(ppb) et 17(ppb) à $x=5m$ et $x=10m$ respectivement.
- La concentration du polluant à travers la figure IV.6 est nul à $x=5m$ par contre la concentration atteint les valeurs 44(ppb) et 3(ppb) à $x=10m$ et $x=15m$ respectivement.
- La concentration du polluant à travers la figure IV.7 atteint les valeurs 0.05 (ppb), 8(ppb) et 11(ppb) à $x=5m$, $x=10m$ et $x=15m$ respectivement.

On constate que :

- Plus on s'éloigne du lieu d'injection et plus la dispersion transversale du polluant augmente.

2. Cas D'une source continu

❖ Variation de la concentration en fonction du temps pour différentes sections et un débit donné

Dans le cas de l'émission continue d'une pollution de $1g/l$ uniformément répartie sur toute la section se trouvant en amont de l'écoulement. On voit sur la figure IV.8 que la concentration croît rapidement pendant une première période qui correspond à la période convective après cette période la concentration continue à croître mais moins rapidement puis elle devient presque constante en période diffusive.

- les valeurs atteintes à 5m sont plus importantes que les valeurs atteintes à 10m et 15 m.
- Le taux de croissance en période diffusif à 15m est plus importantes que celui à 5 m et 10 m.

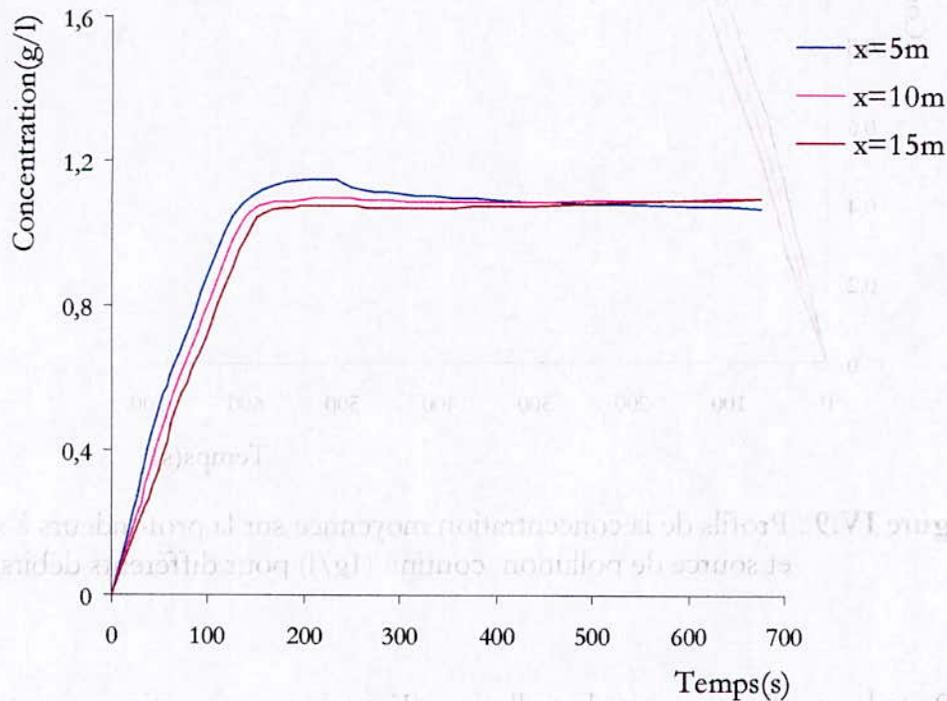


Figure VI.8 : Profils des concentrations moyennée sur la profondeur pour le cas d'une source continue (1g/l) à différentes sections pour $Q=130\text{l/s}$, $H=0.143\text{m}$, et $U_0=0.8\text{(m/s)}$.

❖ Variation de la concentration en fonction du temps pour différents débits et une section donnée

Dans le cas d'une source de pollution continue, l'influence de la variation du débit n'est pas très significative sur les valeurs des concentrations atteintes.

Comme on peut le voir sur la figure VI.9, l'augmentation du débit engendre une croissance de la période convective. Et pendant cette période, comme on peut bien le voir pour $Q=200\text{ (l/s)}$, la concentration croît jusqu'à atteindre une valeur plus importante que 1g/l puis décroît puisqu'on est toujours en période convective ou le passage de la pollution est rapide, le taux de pollution donc qui arrive à la section est moins important que le taux de pollution qui en sort. Après, la concentration continue à croître mais moins rapidement jusqu'à devenir constante en période diffusif.

Néanmoins, on remarque que les valeurs de la concentration atteintes en période diffusif sont légèrement plus importantes lorsque le débit augmente.

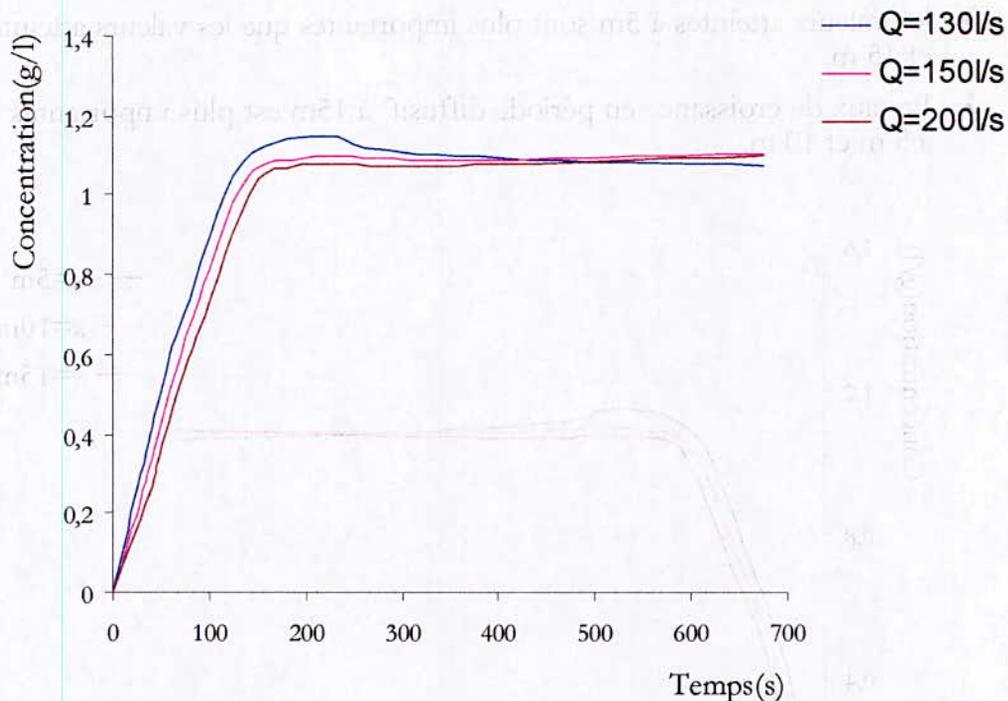


Figure IV.9 : Profils de la concentration moyennée sur la profondeur à $x = 10\text{m}$ et source de pollution continue (1g/l) pour différents débits.

- Pour le cas d'une source de pollution d'émission non continue, on peut dire en conclusion que:

- La dispersion de la pollution se fait suivant deux mécanismes qui sont la convection et la diffusion turbulente. Elle est caractérisée par deux périodes :

- Une période convective pendant laquelle la convection agit d'une manière prédominante. Les profils de concentration obtenus pendant cette période sont pointus et les temps de traversé sont faibles.
- Une période diffusive, On obtient alors des profils de concentration moins pointus et des temps de traversé plus importants.

- Si les pics de concentrations atteints en amont sont plus importants que les pics atteints en aval; le temps de passage de la pollution est plus grand dans une section se trouvant en aval que dans une section se trouvant en amont de l'écoulement.

- La dispersion transversale du polluant augmente au fur et à mesure qu'on s'éloigne du point d'injection.

- Pour le cas d'une source de pollution d'émission continue comme on l'a vu dans notre application, on peut dire :

- Dans une première période qui correspond à la période convective la concentration croît très rapidement jusqu'à atteindre des valeurs légèrement plus importantes que la valeur de la concentration à la source de pollution. Après cette période la concentration continue à

croître mais moins rapidement jusqu'à se stabiliser à une certaine valeur en période diffusive.

- La croissance du débit engendre une légère croissance des valeurs auxquelles la concentration se stabilise.

Conclusion générale

Ce travail cerne l'étude numérique de la simulation de la dispersion de la pollution dans un port à travers la résolution numérique d'un modèle mathématique 2.5D, permettant une représentation précise des mécanismes responsables de cette dispersion et des phénomènes hydrodynamiques présents dans le milieu récepteur.

La résolution du modèle mathématique est faite en utilisant un schéma au différences finies qui est le schéma de Mac Cormack dont le critère de stabilité (C.F.L) est satisfait pour un nombre de courant $C_n \leq 1$ (voir chapitre III). Plusieurs essais ont été nécessaires pour déterminer les valeurs adéquates du nombre de courant C_n pour chaque application avec différentes conditions initiales et aux limites.

Une étude de l'influence du débit d'écoulement sur la dispersion de la pollution, nous a permis de constater que l'augmentation du débit allonge la période convective et augmente les valeurs des pics atteints pour la source de pollution. En contre partie, les temps de passage de la pollution d'une section donnée deviennent moins importants.

L'augmentation du débit n'engendre que de petites variations des valeurs de la concentration uniforme atteintes.

Vu le manque de données concernant un cas réel de la dispersion de la pollution dans un port, on était obligé de traiter un cas fictif qui représente un port académique.

Références bibliographiques

Abdelkarim, Z. (2003) : “ Niveaux des contaminants inorganique (Pb, Cd, Cu, Zn, Ni et Mn) dans les sédiments superficiels de la zone côtière (côte algérienne) “. Thèse de l'institut nationale des sciences de la mer et de l'aménagement du littorale.

Amara, M. (1993) : “ Contribution à l'étude de la dynamique de la pollution en zone côtière cas de Bou-ismail “. Thèse de l'institut nationale des sciences de la mer et de l'aménagement du littorale.

Buil, N. (1999) : “ Modélisation tridimensionnelle du transport de polluants dans les écoulements à surface libre “. Thèse de l'université Claude Bernard. Lyon.

Bonnefille, R. (1980) : “ Cours d'hydraulique maritime “. Masson. Paris.

Benghrifa, S. (1995) : “ Etude hydrodynamique et sedimentologique de l'équilibre du littoral sur modèle réduit physique“. Thèse de magister de l'école nationale polytechnique. Alger.

Bellan, G. & Pérès, J. (1994) : “ La pollution des mers“. Que sais-je. France.

Boisson, C., Gay, B. & Gotteland, M. (1990) : “Différences finies : Quelques applications en mécanique des fluides“. Polycopier de l'Ecole centrale de Lyon.

Berreksi, A. (1998) : “ Simulation et analyse des écoulements bidimensionnels à surface libre en zone de transitions“. Thèse de magister de l'école nationale polytechnique. Alger.

Euvrard, D. (1985) : “ Résolution numérique des équations aux dérivées partielles“. Masson. Paris.

Ganoulis, J. (1991) : “ Water resources engineering“. Springer-verlag. Berlin. Vol. 29. pp. 435-458.

Graf, W.H. (1996) : “ Ecoulement non permanent et phénomènes de transport“. Presses polytechniques et universitaires Romandes. Lausanne.

Graba, M. (2002) : « Etude numérique de la dispersion longitudinal dans les cours d'eau“. Mémoire de magister de l'université de Bejaia.

Hug, M. (1975) : “ Mécanique des fluides appliquée“. Eyrolles. Paris.

Hadj-Rabia, N. (1994) : “ Contribution à l'étude d'un modèle numérique bidimensionnel de transport de sédiments en suspension“. Thèse de magister de l'école nationale polytechnique. Alger.

Ikni, T. (2001) : “ Simulation numérique des écoulements à surface libre dans des canaux à géométrie variable en utilisant le schéma de Beam et Warming“. Thèse de magister de l'école nationale polytechnique. Alger.

Kherbache, K. (2004) :“Contribution à l'élaboration d'un modèle hydrodynamique par la méthode des volumes finis“. Projet de fin d'étude de l'école nationale polytechnique. Alger.

Noémie, E. & Castallenet, F. (2003) : “ Rapport sur la pollution marine par hydrocarbure“. Lycée daumier. Marseille. France.

ملخص:

تعتبر هذه المذكرة مساهمة في تشكيل نموذج حسابي لتمثيل انتشار تلوث في ساحل البحري جريان قليل العمق ذو انسياب هائج. هذه الدراسة تظهر قسمين مهمين انتشار التلوث تتم بواسطة معادلة النقل حيث حل المعادلات يتطلب حل ثلاث معادلات النموذج هيدروديناميك لسانت فنونت دراسة حسابية حيث حلت المعادلات التي تمثل النموذج الرياضي باستعمال طريقة من طرق الفروقات المتناهية ألا وهي مخطط ماك كورماك

Résumé :

Ce mémoire est une contribution à la modélisation de la dispersion de la pollution dans les côtes marines peu profond en régime turbulent.

La dispersion est un phénomène physique composé de deux mécanismes : L'advection et la diffusion.

L'advection et la diffusion sont régies par une équation de transport dont la résolution nécessite les trois équations du modèle hydrodynamique de Saint Venant.

Une étude numérique où on a appliqué un schéma aux différences finies explicite; le schéma de Mac Cormack aux quatre équations représentant notre modèle mathématique.

Mots clés

Ecoulement à surface libre, modèle de Saint Venant, pollution côtière, méthode aux différences finies , schéma de Mac Cormack.

ABSTRACT:

This memoir is a contribution to the dispersion pollution modelling in the coast with turbulent flow.

The dispersion phenomena which is composed of two mechanism; The advection and the diffusion is governed by a transport equation which the solution necessitate to resolved three equations of the hydrodynamic model of Saint Venant .

A numerical study where the explicit scheme of Mac Cormack was adopted to solve the four equations that represent our mathematical model

Key words

Flow on free surface, model of Saint Venant, Coastal pollution, finite-difference scheme , scheme of Mac Cormack,