

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
 REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
 وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
 MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
 Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
 BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
 Ecole Nationale Polytechnique

Département d'hydraulique

## Projet de fin D'Etudes

Thème

CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION  
 DES RÉSEAUX DE  
 DISTRIBUTION D'EAU EN OPTENT LA  
 MÉTHODE DES ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

Proposé par :  
 Mr. M. TADJINE

Etudié par :  
 Mr. L. BELKACEMI

Dirigé par :  
 Mr. M. TADJINE

PROMOTION 2003

1000

1

2

3

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	i
RÉSUMÉ.....	ii
INTRODUCTION.....	iii
CHAPITRE I	
Modélisation du problème.....	1
I. Introduction.....	1
I.1 Modèles Mathématique d'optimisation .....	1
I.1.1 Généralités .....	1
I.2 Programmation linéaire.....	3
I.2.1 Définition .....	3
I.2.2 Formulations diverses.....	3
I.2.3 Forme standard d'un programme linéaire .....	3
I.2.4 Forme canonique d'un programme linéaire .....	4
I.2.5 Algorithme de résolution .....	5
I.3 Programmation non linéaire.....	7
I.3.1 Définition .....	7
I.3.2 Existence de la solution .....	7
I.3.3 Les méthodes primales .....	7
I.3.4 Les méthodes utilisant la notion de dualité .....	8
I.3.5 Méthode de pénalité .....	8
I.3.6 Méthode de dualité lagrangienne .....	9
I.3.7 Lagrangien généralisé (augmenté) .....	9
I.4 La programmation dynamique [23].....	9
Formulation du problème d'optimisation des réseaux de distribution....	10
Définition .....	10
I.5 Formulation du problème .....	11
Introduction .....	11
A. approche implicite .....	11
B. approche explicite.....	11
I.5.1 Contraintes du problème.....	11
I.5.2 Contraintes physiques.....	11
I.5.3 La perte de charge dans une canalisation.....	11
I.5.4 Loi de continuité au nœud.....	12
I.5.5 Loi de conservation d'énergie .....	13
I.5.6 Contraintes techniques.....	14
A. Bornes de pressions.....	14
B. Bornes de vitesses .....	14
I.5.7 Contraintes commerciale.....	15
A. Canalisations.....	15
I.6 Discussion du problème.....	15
I.6.1 Cas de débits fixes aux nœuds.....	16
I.6.2 Cas de débits inconnus.....	17
Conclusions.....	18
CHAPITRE II	
II Introduction.....	19
Partie I Méthodes de simulation (équilibrage).....	20
II.1 Méthode de Hardy Cross.....	20
II.1.1 Méthode des mailles.....	20
II.1.2 Méthode des nœuds.....	20
II.1.2.3 commentaires.....	21
II.2 Méthode de linéarisation de l'équation de perte de charge.....	21
II.2.1 commentaires.....	22
II.3 Méthode de Newton Raphson.....	23
II.3.1 principe.....	23

II.3.2 Méthode des mailles.....	23
II.3.3 Méthode des nœuds.....	23
II.3.4 commentaires .....	24
Partie II Méthodes optimisation.....	25
II.4 Recherche locale et recherche globale.....	25
II.5 Quelques méthodes classiques d'optimisation locale.....	25
II.5.1 Méthodes des conduites équivalentes .....	26
II.5.2 Méthode des longueurs équivalentes.....	26
II.5.2.1 Principe.....	26
II.5.3 Méthode des diamètres équivalents de DEB et SARKAR .....	28
II.5.3.1 Principe.....	28
II.5.3.2 Commentaires.....	29
II.5.4 Méthode de Featherston et El Jumaily [12] .....	30
II.5.4.1 Principe.....	30
II.5.4.2 Commentaires.....	30
II.5.5 Méthode de l'arbre minimal Laby (1963), Lebdi (1985) : [22] .....	31
II.5.5.1 Principe.....	31
II.6 Méthodes Basées sur la Programmation mathématique.....	32
II.6.1 Méthodes heuristiques avec une programmation linéaire itérative .....	32
II.6.2 Méthode de Morgan et Goulter (1985) [29].....	32
II.6.3 Méthodes primales.....	33
II.6.4 Méthode de Alperovits et Shamir [1] .....	34
II.6.5 Méthodes de programmation non linéaire utilisant la notion de dualité .....	34
II.6.6 Méthode de Jacoby (1968) .....	34
II.6.6.1 Principe.....	34
II.6.7 Méthode de LANSEY et MAYS [21].....	35
II.7 Les méthodes d'optimisation globale.....	37
II.7.1 Classification des méthodes d'optimisation globale.....	37
a. Les méthodes énumératives.....	38
b. Les méthodes stochastiques, .....	38
II.7.2 Principe d'un algorithme stochastique d'optimisation globale.....	38
II.7.3 Les principaux métaheuristiques modernes.....	39
II.7.4 La méthode du recuit simulé.....	40
II.7.5 La méthode de recherche tabou.....	42
II.7.5.1 Principe de base.....	43
II.7.5.2 Critère d'aspiration.....	44
II.7.5.3 Intensification.....	44
II.7.5.4 Diversification.....	45
II.7.6 Les algorithmes génétiques.....	45
II.7.6.1 Principe de base.....	46
II.7.6.2 Calcul de la qualité.....	46
II.7.6.3 Opérateurs de reproduction.....	46
A. Sélection.....	47
B. Croisement.....	47
C. Mutation.....	47
CHAPITRE III	
La méthode des Algorithmes Génétique.....	49
III Introduction .....	49
III.1 Principe des algorithmes génétique.....	50
III.2 Caractéristiques des algorithmes génétique .....	50
III.2.1 Codage .....	52
A. Codage binaire.....	52



B. Codage réel.....	52
III.2.2 l'espace de recherche (Environnement) .....	52
III.2.3 La fonction d'évaluation.....	53
III.2.4 Le rôle du hasard .....	53
III.3 Les opérateurs génétiques .....	53
III.3.1 Opérateur de sélection.....	54
III.3.1.1 Ordonnancement.....	54
III.3.1.2 Roue de la loterie biaisée.....	54
III.3.1.3 Sélection par tournoi .....	55
III.3.2 Opérateur de croisement.....	56
III.3.3 Opérateur de mutation.....	57
III.3.4 La stratégie élitiste.....	58
III.4 Les grandes lignes de l'algorithme.....	58
III.5 Autre paramètre .....	59
III.6 Le codage réelle.....	60
III.6.1 Opérateur de croisement .....	61
III.6.2 Opérateur de mutation.....	62
III.7 Formulation du problème.....	63
III.7.1 Manipulation de Contrainte.....	65
 CHAPITRE IV application	
IV Introduction.....	66
IV.1 Simulation .....	66
IV.2 Description du programme .....	66
IV.3 Validations du programme .....	68
IV.3.1 données du réseau académique.....	68
A. Données des conduites.....	69
B. Données des nœuds.....	69
IV.3.2 Approbations des méthodes d'équilibrage.....	69
A. Résultats aux conduites.....	70
B. Résultats aux nœuds.....	70
IV.4 Résultats d'optimisation de la méthode des Algorithme Génétique.....	71
A. interprétation graphique.....	72
B. Résultats de pressions.....	73
IV.5 Comparaisons des Résultats de différent Méthodes .....	73
IV.5.1 Comparaison des pressions .....	74
 Application II.....	75
IV.6 Réseau de bordj EIKiffan.....	75
IV.6.1 Présentation du réseau.....	75
A. Situation géographique.....	75
B. Relief.....	75
C. Situation actuelle de bordj El Kifan.....	75
C. Démographie .....	75
IV.6.2 Données du Réseau.....	77
IV.6.3 Résultats après optimisation.....	78
IV.6.4 Résultats des pressions.....	80
IV.7 Application de la méthode LPGM (2000) [24].....	81
IV.7.1 Comparaisons.....	82
IV.8 Analyse des Résultats.....	83
IV.8.1 Évolution des générations de chromosomes .....	84
IV.8.2 Effet du nombre de générations.....	84
IV.8.3 Effet de la taille du réseau.....	84
IV.8.4 Effet de la taille de la population.....	84
 Conclusion générale .....	86
Bibliographie.....	87
ANNEXE.....	90



## REMERCIEMENT

*Je remercie vivement .M. MOHAMED TADJINE prometteur de ce travail, de m'avoir suivies, orientées tout au long de ce travail, pour mener à bien ce projet.*

*Je destine ma vive gratitude à tous les enseignants qui ont contribues à ma formation.*

*Je remercie tous les personnels de la bibliothèque.*

*Mes sincères remerciements s'adressent à tout les amis et collègues.*

**LYES. BELKACEMI**

## DEDICACE

*Je dédie ce travail à ceux qui m'ont mis au monde, et qui ont consacré leur jeunesse pour me bien élevé, mes très chères parents.*

*A tous mes frères et soeurs, à mon neveu **WASSIM**.*

*En fin, à tous les miens, proches et éloignés.*

الموضوع مساهمة في توجيه شبكة توزيع المياه الملخص يتمثل هذا العمل المتواضع في إنجاز نموذج رقمي لتجويد شبكة توزيع المياه المطلوب إذ هو إيجاد الأقطار الجيدة للقنوات بغرض تقليص تكاليف الشبكة مع مراعاة الشروط الهيدروليكية الضغط أدنى و كذا التجارية (المعايير التجارية للأقطار) بعد طرح الإشكالية رصيا يا تم تقديم عرض شامل لمختلف نماذج المتعلقة بتجويد الشبكات قمنا بآء نجاز نموذج رقمي وذلك باستعمال طريقة " خوارزمية وراثية".  
تمثل النتائج العددية لشبكات حقيقية و أخرى أكاديمية دليلا على إمكانية تطبيق هذه النظرية عمليا.

**Subject:** contribution to the optimization of the distribution networks of water

**Summary:** This study consists worked out a digital model of optimization of the distribution networks of water. It is a question of determining the optimal diameters of the conduits, so as to minimize the cost of the network. While imposing certain constraints hydraulics (requirement for pressure minimum) and commercial (range of the commercial diameters).

After having, presenting the mathematical formulation of the problem. As well as the various methods of optimization, we worked out a digital model relating to the method of the genetic algorithms (AG) or evolutionary methods of optimization.

The practical interest of this method is famous by these relative numerical results have two networks real and academic.

**Sujet :** contribution à l'optimisation des réseaux de distribution d'eau

**Résumé :** Cette étude consiste a élaboré un modèle numérique d'optimisation des réseaux de distribution d'eau. Il s'agit de déterminer les diamètres optimaux des conduites, de manière à minimiser le coût du réseau. Tout en imposant certaines contraintes hydraulique (exigence de pression minimum) et commerciale (gamme des diamètres commerciaux).

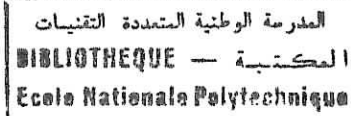
Après avoir, présenter la formulation mathématique du problème. Ainsi que les différentes méthodes d'optimisation, nous avons élaboré un modèle numérique relatif à la méthode des algorithmes génétiques (AG) ou des méthodes d'optimisation évolutives.

L'intérêt pratique de cette méthode est illustre par ces résultats numériques relatifs a deux réseaux réelle et académiques.

**Mots clés :** systèmes de distribution de l'eau, algorithmes génétiques, recherche de frontière, conception optimale, optimisation.

الدرجّة الوطنيّة المتعددة الفنون  
المكتبة —  
BIBLIOTHEQUE —  
Ecole Nationale Polytechnique

# INTRODUCTION



## Introduction

Comme la partie essentielle de systèmes d'approvisionnement en eau, les réseaux de distribution d'eau représentent un des plus grands capitaux d'infrastructure de la société industrielle. La simulation du comportement hydraulique dans un réseau sous pression est comportant des boucles de conduites, est une tâche complexe passant par la résolution d'un système d'équations non linéaires. Le processus de solution implique la considération simultanée des équations d'énergie, de continuité et de la fonction de perte de charge [Wood et autres, 1993].

Un certain nombre de différentes méthodes pour équilibrer les réseaux hydrauliques, ont été développées au cours des dernières années. Couplé à la disponibilité du matériel puissant, le développement de ces méthodes a amélioré considérablement la capacité de simuler le comportement hydraulique de grands réseaux de distribution de l'eau [Rossman, 1993]; [Wood, 1980]. Ces modèles jouent un rôle important dans la disposition et la conception des systèmes de distribution de l'eau.

Le choix des diamètres de conduites (particulièrement d'un ensemble de diamètres jugés discrets disponibles dans le commerce) pour constituer un réseau d'approvisionnement en eau de moindres frais financiers s'est avéré un problème difficile pour la planification du réseau.

Le coût d'actionner un système de distribution de l'eau peut être substantiel (en raison de l'entretien, de la réparation, du traitement des eaux, des coûts énergétiques, etc.), mais un des coûts principaux est toujours celui des canalisations elles-mêmes. Ces dernières années un certain nombre de techniques d'optimisation ont été développées principalement pour l'aspect de minimisation de coût de la planification de réseau. L'importance d'obtenir la meilleure disposition de diamètre optimal de conduite pour chaque conduite du réseau est soulignée par le fait que les décisions prises pendant des phases de disposition et de conception détermineront les coûts finals d'opérations. Puisque la considération commune de la disposition et de la conception du réseau est extrêmement complexe et puisque la disposition est en grande partie limitée par l'endroit des routes, beaucoup de différentes formulations de problème et méthodes de résolution ont été proposées et examinées pour la conception du moindre coût [Alperovits et autres, 1977 ], [ Quindry et autres, 1981 ], [ Ormsbee et autres, 1986 ], [ Granados, 1986 ], [ Labye et autres, 1988 ] [ Fujiwara et autres, 1990 ], [ Eiger et autres, 1994 ] [ Loganathan et autres, 1995 ] et autre.

Le problème de conception optimal des systèmes de distribution de l'eau a été regardé car le choix des tailles des conduites réduira au minimum le coût global.

Dans ce travail, on se propose de résoudre le problème d'optimisation des diamètres de conduites en utilisant la méthode des algorithmes génétique.

L'étude décrit l'application d'une technique relativement nouvelle d'optimisation au problème de conception de moindre coût des réseaux de distribution de l'eau. L'algorithme génétique (AG) est présenté sous sa forme originale suivie de différentes améliorations possibles nécessaires pour son exécution efficace dans l'optimisation des réseaux de distribution de l'eau. Deux exemples un pris de la littérature et l'autre de la thèse de M. lefkir [24] illustre l'approche utilisée pour la formulation du problème et les caractéristiques de convergence du AG.

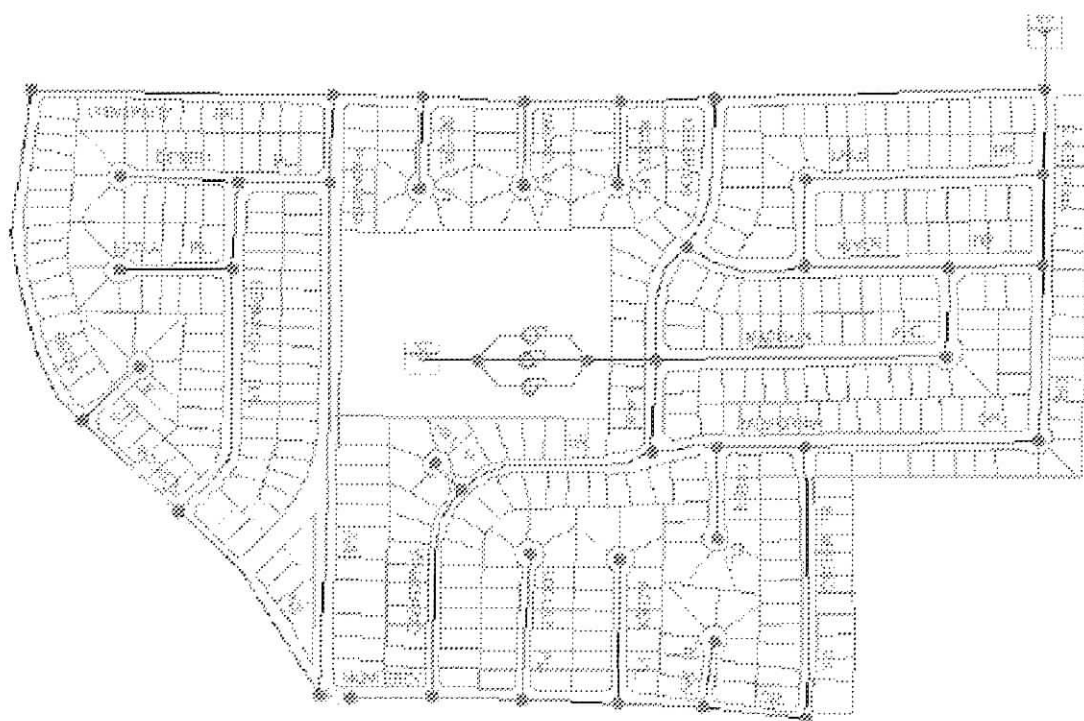
Le mémoire est organisé comme suite :

- Dans le premier chapitre présentons et formulons le problème qu'on se propose de traiter. Et nous montrons la complexité du programme mathématique qui en découle.
- Le second chapitre est consacré à l'étude bibliographique des travaux antérieurs dans le domaine de l'optimisation des réseaux maillés et délégué quelque méthode d'optimisation moderne.
- Le troisième chapitre est consacré à une étude descriptive détaillée de la méthode des algorithmes génétique, et nous montrons son intérêt par rapport aux d'autres méthodes.
- En fin, le dernier chapitre est consacré à l'application des algorithmes génétique sur des réseaux de distribution, suivie d'une interprétation des résultats obtenue.

Suite à la conclusion générale de l'étude et aux références bibliographiques, une annexe est consacrée à certaines définitions mathématiques, quelque rappelle théorique et une description générale concernant le programme qu'on a élaboré sous MATLAB.



## Schéma d'un réseau d'eau potable d'une ville



CHAPITRE I  
FORMULATION DU  
PROBLEME D'OPTIMISATION  
DES RESEAU DE  
DISTRIBUTION

## Partie I Modélisation du problème

### I.1 Introduction

Dans beaucoup de cas pratiques relatifs à la conception des réseaux de distribution d'eau, l'ingénieur est amené à prendre d'une manière rationnelle les meilleures décisions permettant de concevoir un réseau à coût minimum tout en vérifiant les contraintes imposées par les données du site d'une part et les exigences techniques et commerciale d'autre part. Les données du problème concerne la topographie du site, la relation ressources besoins ainsi les caractéristiques intrinsèques du réseau. Les exigences techniques traduisent un niveau de service souhaité avec une bonne sécurité du réseau.

Le problème ainsi défini peut être représenté par un programme mathématique composé d'une fonction à minimisée représentant le coût du réseau à optimiser, sujet à des contraintes techniques, physiques et commerciales délimitant ainsi le champ des solutions réalisables.

### I.1 Modèles Mathématique d'optimisation

#### 1.1.1 Généralités

Dans les problèmes d'ingénierie qui se rapportent à des cas réels de recherche opérationnelle, la tâche revient souvent à maximiser ou à minimiser une fonction objective. Cette fonction, enclenche à des contraintes, s'exprime au moyen de variables de décision, définissant ainsi un problème d'optimisation dit programme mathématique. Lorsque les termes de la fonction objective ainsi que ceux des contraintes sont linéaires, le problème d'optimisation est dit linéaire, par contre si l'un des termes de la fonction objective ou des contraintes du problème, renferme des fonctions non linéaires ou se présente sous forme d'un produit de deux ou plusieurs variables de décisions, le problème est non linéaire. Ainsi un programme mathématique peut être défini par

$$PM \begin{cases} \min F(x) \\ \text{sous les contraintes} \\ g_i(x_i) \leq 0 \\ x_i \in R^+ \end{cases} \quad (I.1)$$

Tout vecteur  $x$  satisfaisant les contraintes d'égalités et les contraintes d'inégalités est appelé solution admissible. Un vecteur minimisant la fonction  $F(x)$  est une solution optimale  $x^*$  qui n'est pas nécessairement unique. En effet, quelques problèmes non linéaires possèdent des solutions multiples minimisant toutes la fonction  $F(x)$ . Ceci dépend essentiellement de la nature de la fonction objective.

Dans une partie du domaine admissible, un point stationnaire apparaît comme solution optimale locale, inférieure à toutes solutions réalisables. Un tel point peut être un maximum, un minimum ou un point d'inflexion.

**Remarque :**

- Si la fonction a optimisé où les contraintes dépendent des paramètres aléatoires ou mal connus, le problème est dit problème de programmation stochastique. On se ramène au cas déterministe (où les variables ne dépendent pas de variable aléatoires) en prenant l'espérance mathématique du critère stochastique.
- Si les variables de décision sont des fonctions du temps, le problème est donc un problème dynamique et les technique utilisées sont la programmation dynamique et la théorie du contrôle.
- Si le problème d'optimisation est à  $n$  fonction coût :  $F_1(V_1, \dots, V_n), \dots, F_n(V_1, \dots, V_n)$  qui seront respectivement les fonctions économique de  $n$  centres de décision (joueurs),  $V_i$  les variable de décisions respectives.

Il est clair qu'aucun joueur ne peut optimiser sa fonction sans tenir compte du comportement des autres joueurs. Le problème d'optimisation à résoudre constitue donc la théorie des jeux à  $n$  personnes. Lorsque les variables de décisions sont dynamiques, on parle de jeux différentiels à  $n$  personnes.

Suivant les propriétés de la fonction objective  $F$  celles des fonctions  $g$  et suivant la définition du sous ensemble  $S$  de  $R$ , on distingue trois types de programmation mathématique.

## I.2 Programmation linéaire

### I.2.1 Définition

La programmation linéaire est l'une des nombreuses techniques de programmation mathématique très connue du fait de sa simplicité théorique malgré les quelques réflexions qu'elle impose sur son utilisation sur ordinateur et son application à des problèmes physiques de grande taille.

Le programme linéaire s'écrit d'une manière très précise, il consiste en une fonction objective unique, c'est une fonction linéaire des variables du problème, qui présente l'objectif souhaité, dans notre cas on souhaite de minimiser le coût des conduites.

La Programmation Linéaire est appliquée aussi pour résoudre les problèmes de qualité et de quantité d'eau, Pour la qualité de l'eau l'objectif courant est la minimisation du coût de traitement des eaux.

$$PM \begin{cases} \min F(x) \\ \text{sous les contraintes} \\ g_i(x) \leq 0 \\ x_i \in R^+ \\ F, g_i \text{ sont linéaires ou affines} \end{cases} \quad (I.2)$$

### I.2.2 Formulations diverses

### I.2.3 Forme standard d'un programme linéaire

Un programme linéaire (PL) se présente sous la forme de  $m$  équations à  $n$  inconnus et d'une fonction objective linéaire à minimiser.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i & i = 1, m \\ x_j \geq 0 & j = 1, n \end{cases} \quad (I.3)$$

$$\text{Minimiser } \begin{cases} F(x_i) = \sum_{j=1}^n C_j x_j & i = 1, n \\ C_j & j = 1, n \text{ sont des coefficients associés à } (x_j). \end{cases} \quad (I.4)$$

Soit sous forme matricielle :

$$\text{Contraintes } AX = B \quad x \geq 0$$

$$\text{Minimiser } F(x) = (c_1, \dots, c_n) \cdot (x_1, \dots, x_n)^t = CX.$$

Où

A est la matrice  $m \times n$  de composantes générale  $a_{ij}$ .

$$A = [a_{ij}] \quad i=1, \dots, m \quad j=1, \dots, n$$

$$X = (x_1, \dots, x_n)^T \quad \text{Vecteur colonne appartenant à } \mathbb{R}^{n+}$$

$$B = (b_1, \dots, b_m)^T \quad \text{Vecteur colonne à } m \text{ composant}$$

$$C = (c_1, \dots, c_n) \quad \text{Vecteur ligne à } n \text{ composant.}$$

## 1.2.4 Forme canonique d'un programme linéaire

C'est la forme :

Contrainte

$$\begin{cases} AX \geq B \\ X \geq 0 \\ B \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Minimiser } F(x) = CX.$$

La forme canonique se ramène à la forme standard en introduisant des variables supplémentaires, dits variable d'écart telle que

$$\begin{cases} AX + X^0 = B \\ X \geq 0 \\ X^0 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Minimiser } F(x) = CX.$$

## I.2.5 Algorithme de résolution

Les méthodes de résolution d'un programme mathématique diffèrent suivant la nature du problème à traiter. Pour un programme linéaire, plusieurs techniques de résolution, dont l'algorithme usuel du simplexe, sont distinguées.

### *Algorithme du simplexe*

Développée par G.B Dantzig aux Etats Unis en 1947, la méthode du simplexe, malgré les difficultés qu'impose sa mise en œuvre numérique, est extrêmement efficace en pratique, du fait qu'elle permet de résoudre des programmes linéaires de grandes tailles en temps de calcul relativement faibles.

L'algorithme du simplexe, est un algorithme itératif, dans lequel le point initial correspond à une solution de base et le point de convergence correspond à une solution optimale. Le point initial correspond à un vecteur associé à la base du système composé de vecteurs colonnes linéairement indépendants. Le processus itératif consiste à faire subir au système, à chaque itération, des transformations par pivotation, tout en respectant certaines conditions d'optimalité.

Soit le programme linéaire suivant :

$$PL1 \begin{cases} \text{Max } Z = CX \\ AX = b \\ X \geq 0 \end{cases} \quad (I.5)$$

Avec :

A : est une matrice (m×n)

X : le vecteur des variables de décision ( $x_1, \dots, x_n$ )

b : le second membre de l'équation (I.5) ( $b_1, \dots, b_m$ ).

**Remarque :** le système composé de contraintes d'inéquations du type :

$$\sum_{k=1}^n a_{ik} x_k \leq b_i \quad \text{Se ramène en un système d'équations du type :}$$

$$\sum_{k=1}^n a_{ik} x_k + x_{n+1} = b_i \quad \text{En introduisant des variables d'écart } x_{n+1} \geq 0.$$

Etant donné une base B (m×m), composée de (m) vecteurs colonnes linéairement indépendants de A. Le système (PL1) s'écrit sous forme :



$$BX_B + NX_N = b \quad (\text{I.6})$$

Avec

$$A = (B, N) \quad \text{et} \quad X = (X_B, X_N)$$

D'où :

$$X_B = B^{-1}b - B^{-1}NX_N \quad (\text{I.7})$$

La partition des colonnes de A et X induit une partition de C en  $(C_B, C_N)$ , la fonction objective s'écrit ainsi :

$$Z = C_B X_B - C_N X_N$$

En remplaçant  $X_B$  de la formule (I.6) on obtient :

$$Z = C_B B^{-1}b - (C_B B^{-1}N - C_N) X_N \quad (\text{I.8})$$

la solution de base admissible initiale, associée à  $(X_N = 0)$ , donne une valeur initiale de la fonction objective :

$$Z_0 = C_B B^{-1}b \quad \text{et} \quad X_B = B^{-1}b \quad (\text{I.9})$$

Le système subit des transformations par pivotation, en respectant les deux règles suivantes :

- Une condition suffisante pour le choix de la colonne  $a_j$  à introduire dans la base B, est :

$$Z_j - C_j = \min \{ Z_j - C_j ; Z_j - C_j < 0 \} \quad (\text{I.10})$$

- Une condition pour le choix de la colonne  $A^{B(r)}$  à éliminer de B pour obtenir B' est qu'une ligne (r) vérifie :

$$\frac{Y_{r0}}{Y_{rj}} = \min \left\{ \frac{Y_{i0}}{Y_{ij}} ; Y_{ij} > 0 \right\} \quad (\text{I.11})$$

## I.3 Programmation non linéaire

### I.3.1 Définition

Un problème de programmation non linéaire consiste à minimiser une fonction  $f(x)$  linéaire ou non linéaire, sous les contraintes  $g_i(x) \leq 0$  ( $i=1, \dots, m$ ) non linéaire il s'agit donc d'un programme mathématique de forme :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } F(x) \\ g_i(x) \leq 0 \quad (\text{non linéaire}), \quad i = 1, \dots, m \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

### I.3.2 Existence de la solution

Pour un programme linéaire, l'existence d'une solution optimale est acquise, sauf dans des cas particuliers.

Tandis que dans un programme non linéaire (PNL) l'existence, voir même l'unicité de la solution, n'est pas assurée à cause de la non convexité du problème.

La plus part des méthode existantes en programmation non linéaire sous contrainte peut se rattacher à deux grand familles.

### I.3.3 Les méthodes primales

Se caractérise par le fait qu'elle opèrent directement sur le problème donnée (Primal), elles engendrent une séquence de solution en assurant une croissance monotone de la fonction a minimiser.

Nous citons, a titre indicatif :

La méthode du gradient projeté.

La méthode du gradient réduit.

Les méthodes de linéarisation.

Ces méthodes présentent l'avantage que, si le processus itératif est interrompu, elles procurent une solution approchée satisfaisantes, par contre, elles ont généralement l'inconvénient d'être de mise au point délicate, et copropriété de convergence globale est souvent difficile à obtenir.

### I.3.4 Les méthodes utilisant la notion de dualité

Leur principe commun consiste à ramener le problème initial, à la résolution d'une suite de problèmes d'optimisation sans contrainte.

Contrairement à la méthode primale, les méthodes duales sont plus robustes et la convergence globale est souvent plus facile à obtenir, en contre partie, elles présentent l'inconvénient de ne fournir, une solution primale réalisable qu'en fin de convergence.

Optimisation non linéaire sans contraintes :

$$\text{On cherche à résoudre : } \begin{cases} \text{Minimiser } F(x) \\ x \in R^n \end{cases}$$

Dans l'hypothèse où  $f$  est continue et différentiable, les méthodes d'optimisation sans contraintes dans  $R^n$  consistent à rechercher un point  $x^*$  stationnaire  $\nabla f(x^*) = 0$ .

Il s'agit des procédures itératives où l'on engendre une suite de points  $x^0, x^1, \dots, x^k$  convergeant vers un optimum local de  $f$ ; à chaque étape  $k^{k+1}$ ,  $x$  est définie par :

$$x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k$$

Où

$d_k$  est une direction de déplacement qui peut être calculée par :

- Soit le gradient de  $f$  en  $x^k$
- Soit à partir du gradient : nous citerons à titre d'exemple la méthode quasi-Newton.
- Soit choisie de façon (arbitraire) à condition que se soit une direction de descente, ie

$$\nabla f(x^k) d_k < 0.$$

$\lambda_k$  : Le pas de déplacement dans la direction  $d$  qui peut être évalué par une méthode d'optimisation unidimensionnelle.

### I.3.5 Méthode de pénalité

Consiste à ramener le problème avec contraintes au problème d'optimisation sans contraintes suivant :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } \phi(x) = F(x) + H(g_i(x)) \\ x \in R^n \end{cases}$$

Avec :

$$H = \sum_{i=1}^m h(g_i(x))$$

(Dans le cas d'une pénalité extérieur on a  $h(g_i(x)) = r[g_i(x)]^2$ ).

### I.3.6 Méthode de dualité lagrangienne

Consiste à ramener le problème à un problème dual (D) de programmation non linéaire sans contraintes, soit :

$$D \begin{cases} \min \{F(x) + \sum \lambda_i g_i(x)\} = \min(L(x, \lambda)) \\ \lambda_i \in R^{n+} \end{cases}$$

$\lambda_i$  : Multiplicateur de lagrange.

$L(x, \lambda)$  : Fonction de lagrange.

### I.3.7 Lagrangien généralisé (augmenté)

Pour remédier aux inconvénient des méthodes de pénalité et dualité (Hestenes et powelle, 1969) ont proposer une des méthode basé sur la combinaison des deux approche (dualité + pénalité).

### I.4 La programmation dynamique [23]

La programmation dynamique permet de traiter des problèmes complexes, en les décomposant en plusieurs étapes ou périodes ; chaque étape comprend un certain nombre d'états.

La programmation dynamique permet de prendre une séquence de décisions mutuellement reliées entre elles, a fin d'optimiser une fonction économique connue, elle est basée sur le principe d'optimalité de BELLMAN qui énonce qu'une politique optimale à la propriété suivante :

Les décisions futures doivent constituer une politique optimale, quelles que soient les décisions prises pour atteindre un état particulier.

## Partie II Formulation du problème d'optimisation des réseaux de distribution

### Définition

un réseau maillé est un graphe convexe qui est constitué d'une série de tronçon disposée de tel manière qu'il soit possible de décrire une ou plusieurs boucle fermés en suivant son trace ; une telle boucle s'appelle une maille .

A partir d'un ou plusieurs réservoirs, l'eau est transportée aux abonnés à travers des canalisations reliées entre elles, sous forme d'un ensemble maillé formant un réseau.

Deux types de réseaux sont à distingués :

Les réseaux maillés : tout réseau (R) constitué de ( $n$ ) nœuds et de ( $t$ ) tronçons, formant des contours fermés ( $m$ ), est dite maillé, si la relation suivante est vérifié ( $m = t - n + 1$ ).

Une maille constituée par un circuit est dite *fermée*, si le nombre de points d'eau est égal ou supérieur à 2, chaque chaîne reliant les points d'eau deux à deux seront considérés comme une maille dite *ouvert* ou *fictive*.

Les réseaux ramifiés : un ensemble de conduites connectées entre elles, dont la structure est sous forme d'arbre. Chaque nœud de consommation est relié à son point d'alimentation par un chemin unique. Le sens d'écoulement est orienté de l'amant (la source) vers l'aval (point de consommation).

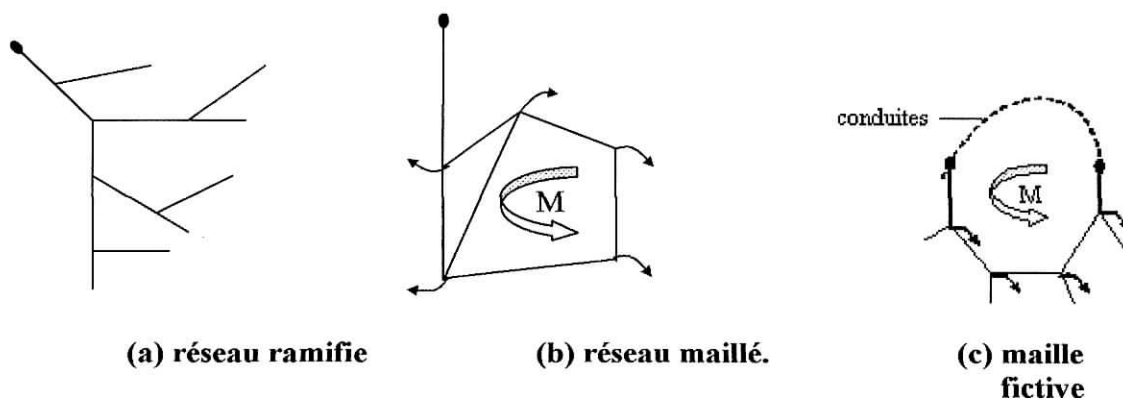


Figure (I-1) : les différents types de réseaux

## I.5 Formulation du problème

### Introduction

L'optimisation des réseaux mailés peut se faire soit :

#### A. approche implicite

C'est-à-dire une conception du réseau la plus économique possible avec aussi les cotes et la consommation aux nœuds (cas des appels aléatoires) ; les diamètres et la rugosité des conduites sont alors connus.

#### B. approche explicite

Il s'agit de déterminer dans une gamme commerciale les diamètres optimaux des conduites de façon à minimiser ou, réduire le coût total du réseau.

### I.5.1 Contraintes du problème.

Pour assurer un meilleur fonctionnement du réseau, on est contraint à prendre en compte tous les paramètres associés au problème d'optimisation des réseaux, il est indispensable donc de considérer toutes les contraintes citées ci-dessous.

### I.5.2 Contraintes physiques.

Le transport de l'eau sous pression dans des canalisations est régi par des lois physiques analogues aux lois de Kirchhoff, et qui traduisent le comportement de l'eau au nœud, ainsi que la distribution d'énergie aux mailles.

### I.5.3 La perte de charge dans une canalisation.

Dans une première approximation, seules les pertes de charge linéaires sont présentes en compte, qui sont fonctions du débit acheminé par les conduites, de la nature et de la section des canalisations. Ces fonctions sont données a priori, en désignant par  $Q_{ij}$  le débit véhiculé dans la conduite de diamètre  $D_{ij}$ , sous forme :

$$|J_{ij}(Q, D)| = R_{ij} Q_{ij}^\alpha \quad (\text{I-13})$$

avec,

$R_{ij}$  : la résistance hydraulique de la conduite en court, fonction du débit et des caractéristiques des conduites.

D'après l'étude de Hazen-Williams (voire annexe), la formule donnant l'expression de la perte de charge linéaire est :

$$J_{ij} = \alpha \left( \frac{Q}{C} \right)^{1,852} D^{-4,67} \quad (\text{I-14})$$

avec,

$\alpha = 10,69$  pour  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ].

$C$ : coefficient de Hazen-Williams.

Les pertes de charge produites par les accessoires du réseau, peuvent être prises en compte en assimilant ces organes à des brins équivalents. Les clapets sont assimilés à des brins à sens d'écoulement unique et d'une certaine longueur, tandis que, s'il y a lieu de faire recours à une reprise par pompage, la hauteur de refoulement est introduite comme perte de charge ponctuelle variable affecté du signe négatif.

En chaque nœud, les traits ou les croix sont générateurs de perte de charge entre les canalisations adjacentes considérées deux à deux. Ces pertes de charge dépendent de l'ensemble des débits entrant ou sortant au nœud considéré.

#### 1.5.4 Loi de continuité au nœud.

En chaque nœud du réseau, la somme des débits qui arrivent à ce nœud est égale à la somme des débits qui en sortent. D'où l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_{ij} Q_{ij} = q_j \quad (\text{I-15})$$

Avec :

$q_j$  : débit de consommation au nœud  $j$ .

$Q_{ij}$  : débit véhiculé dans la conduite  $(ij)$  aboutissant au nœud  $j$ .

$\varepsilon_{ij} = +1$  si le débit est entrant dans le nœud  $j$ .

$\varepsilon_{ij} = -1$  si le débit est sortant du nœud  $j$ .

$\varepsilon_{ij} = 0$  si le débit n'appartient pas au nœud  $j$ .

L'écriture matricielle des équations de continuité au nœuds qui en découle, est donnée par l'expression suivante :

$$EQ = q \quad (\text{I-16})$$

avec,

$E = (\varepsilon_{ij})_{\substack{j,i=1,n}}$  : La matrice de nœuds constitué de  $n$  lignes et de  $t$  colonnes.



### I.5.5 Loi de conservation d'énergie

Dans le cas d'une maille fermée (m), la somme algébrique des pertes de charge doit être nulle sur le parcours de cette maille.

$$\sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = 0 \quad (\text{I.17})$$

M : est l'ensemble de conduites appartenant à la maille en question.

$\delta_{ij} = +1$  si le sens de l'écoulement dans le tronçon i est le même que le sens de la maille.

$\delta_{ij} = -1$  dans le cas contraire.

$\delta_{ij} = 0$  dans le cas où le tronçon n'appartient pas à la maille.

Dans le cas de maille fictive (cas de plusieurs réservoirs), la somme algébrique des pertes de charge, dans les conduites appartenant à cette maille, est égale à la différence de charge entre les nœuds d'extrémité de la maille (les nœuds des réservoirs).

Soit :

$$\sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = \Delta Z = Z_{R1} - Z_{R2} \quad (\text{I.18})$$

L'écriture matricielle des équations de conservation d'énergie est donnée par l'expression suivante :

$$M \cdot \Delta h(Q) = \delta' \quad (\text{I.19})$$

Avec :

$M = (\delta_{ij})_{i,j \in M}$  : la matrice des mailles, constitué de n lignes et de t colonnes.

$$\delta' \begin{cases} 0 & \text{si la maille est fermée.} \\ \Delta Z & \text{si la maille est ouverte.} \end{cases}$$

## I.5.6 Contraintes techniques

### A. Bornes de pressions

Pour avoir un service meilleur, une charge minimale, en chaque nœud du réseau, est imposée, au-dessous de laquelle, le réseau est considéré comme défaillant. La valeur de cette pression est fixée de façon à éviter la détérioration de la conduite par dépression, et d'assurer l'alimentation des points les plus défavorables.

Une pression maximal est parfois imposée, afin d'éviter l'éclatement de la conduite par surpression.

Soit, pour chaque nœud, les bornes de pression suivantes :

$$P_{\min}^i \leq P_i \leq P_{\max}^i \quad (\text{I-20})$$

Soit, sous forme matricielle

$$P_{\min} \leq P \leq P_{\max} \quad (\text{I-21})$$

La considération des contraintes de pressions bornées, depuis le réservoir, conduit à une nouvelle contrainte dite de chemin :

$$\sum_{(ij) \in P} \beta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} \leq \Delta h_{\min} \quad (\text{I-22})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{ij} = 0 \quad \text{si la conduite (ij) n'appartient pas au chemin (L)} \\ \quad 1 \quad \text{si le sens d'écoulement dans la conduite (ij) est le même que celui du chemin.} \\ \quad -1 \quad \text{si le sens d'écoulement est opposé à celui du chemin.} \end{array} \right.$$

### B. Bornes de vitesses

Les débits de distribution prisent en compte correspondent aux demandes de pointe. C'est pourquoi la vitesse moyenne d'écoulement dans les conduites peut être limitée supérieurement à une valeur  $V_{\max}$  dans certains brins afin de réduire le risque de détérioration par coups de bélier ou par cavitation.

Cette vitesse moyenne est prise parfois limitée inférieurement en période de pointe par une valeur  $V_{\min}$  afin de réduire le risque de dépôts.

Soit, pour chaque conduite (ij) :

$$V_{\min}^{ij} \leq V_{ij} \leq V_{\max}^{ij} \quad (I-23)$$

Soit sous forme matricielle :

$$V_{\min} \leq V \leq V_{\max} \quad (I-24)$$

### I.5.7 Contraintes commerciale

#### A. Canalisations

Un tronçon de conduite est caractérisé par sa longueur, son diamètre, sa rugosité et son emplacement dans le réseau. Le prix d'une conduite varie en fonction de la nature du matériau utilisé. Il comprend le coût du matériau, du transport et de l'installation.

De par les facteurs économique du pays considéré et le rapport offre et demande du marché, la gamme commerciale des canalisations destinées à l'alimentation en eau potable, subit, au cours du temps, des changements sur le plan prix et disponibilité. Par conséquent, on doit tenir compte, de la gamme commerciale ( $D_{com}$ ) disponible sur le marché avec une gamme de prix associé.

Soit :

$$d \in D_{com} \quad d \in D = \{(d_{n1}, C_{n1}), (d_{n2}, C_{n2}), \dots, (d_{ns}, C_{ns})\} \quad (I-25)$$

### I.6 Discussion du problème

Compte tenu des contraintes citées ci-dessus et de la fonction objective à minimisée, le problème qui en découle est un programme mathématique en nombre discret, non linéaire et non convexe.

Soit le programme discret suivant :

$$PM1 \left\{ \begin{array}{l} \min F(D_1, \dots, D_n) = \sum_{i,j=1}^t \sum_k C_{ij} L_{ij} \\ S.C : \\ M.Ah(Q) = \delta' \\ EQ = q \\ P_{\min} \leq P \leq P_{\max} \\ V_{\min} \leq V \leq V_{\max} \\ D \in D_{com} \end{array} \right. \quad (I.27)$$

Le domaine réalisable est généralement vide, dans le cas de pressions aux nœuds fixes. Lorsque les pressions sont bornées, on est amené par cette approche à un problème de programmation non linéaire mixte. Et dans tous les cas, l'approche discrète conduit souvent à un problème extrêmement lourd et pratiquement irrésoluble.

Une conversion du programme discret (PM1) en programme continu est possible, en introduisant une formulation continue des diamètres (voir équation (I.14)).

Le programme qui en découle :

$$\begin{cases}
 \min F(D_1, \dots, D_n) = \sum_{i,j} \sum_{k=1}^l (a + bd_i^e) L_{ij} \\
 S.C : \\
 M \cdot \Delta h(Q) = \delta^r \\
 EQ = q \\
 P_{\min} \leq P \leq P_{\max} \\
 V_{\min} \leq V \leq V_{\max} \\
 D_{\min} \leq D \leq D_{\max}
 \end{cases} \quad (I.28)$$

Cette approche ayant l'avantage de simplifier nettement le problème, on se ramène alors à un problème de minimisation d'une fonctionnelle, lorsque les pressions aux nœuds sont supposées fixe, et à un programme non linéaire, Dans le cas de pressions bornées.

Il est à noter que l'approche continue, bien qu'elle simplifie le problème discret, elle conduit à une distribution théorique des diamètres, cette solution irréalizable en pratique, doit être corrigée selon des techniques appropriées, afin de la rendre réalisable.

### I.6.1 Cas de débits fixes aux nœuds

Le programme mathématique (PM1), tel qu'il est formulé, est un programme linéaire, lorsque le débits sont supposés fixes.

Le sous ensemble des diamètres ( $d_{ijk}$ ), associé au tronçon (ij), est défini à partir des conditions de vitesse, soit :

$$V_{\min} \leq V \leq V_{\max} \quad (I.29)$$

$$V_{\min} \leq \frac{4|Q|}{\pi d_{ij}^2} \leq V_{\max} \tag{I.30}$$

Soit :

$$\frac{4|Q_{ij}|}{\pi V_{\max}} \leq d_{ij}^2 \leq \frac{4|Q_{ij}|}{\pi V_{\min}} \tag{I.31}$$

Le diamètre d'un tronçon appartenant à la conduite (ij) est compris donc dans un intervalle borné  $d_{ijk} \in [\underline{d}_i, \bar{d}_i]$ .

$$\begin{cases} \min F(D_1, \dots, D_n) = \sum_{i,j} c_{ij} L_{ij} \\ \sum_{(ij) \in M} \delta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} = 0 \\ \sum_{(ij) \in P} \beta_{ij} J(Q_{ij}) L_{ij} \leq \Delta h_{\min} \\ \sum x_{ijk} = L_{ij} \end{cases} \tag{I.32}$$

Le programme ainsi formulé, est un programme linéaire, qui peut être résolu par des techniques appropriées.

### I.6.2 Cas de débits inconnus

Du fait que le sens de circulation effectif de l'écoulement est préalablement inconnu, les expressions des pertes de charge ainsi que celle des débits apparaît, dans la formulation du programme (PM1), en valeurs absolues,

$$\Delta h = f(j(|Q|), |Q|) \tag{I.33}$$

Par conséquent, tout point  $M_i(j(Q), Q)$ , se trouve dans un domaine constitué par la réunion du premier et troisième quadrant. ce domaine, illustré ci-dessous, étant non convexe, De même, pour la fonction objective à minimiser, donnée par l'expression (I-18), qui est non convexe en terme de débits.

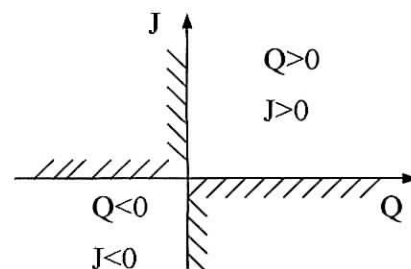


Figure (I-2) : effet de sens inconnu de circulation sur domaine de résolution

D'autre part, en exprimant le diamètre en fonction du débit et de la perte de charge, et en injectant dans la contrainte de vitesse (I-5), il en résulte que le domaine des solutions réalisable est compris entre deux courbes ( $\Gamma_1$ ) et ( $\Gamma_2$ ) décrites ci-dessous :

$$(\Gamma_1) : \text{représente la borne inférieure du domaine réalisable : } |Q| = \left( \frac{V^{\alpha}_{\min}}{|J|^2} \right)^{\gamma}$$

$$(\Gamma_2) : \text{représente la borne supérieure du domaine réalisable: } |Q| = \left( \frac{V^{\alpha}_{\max}}{|J|^2} \right)^{\gamma}$$

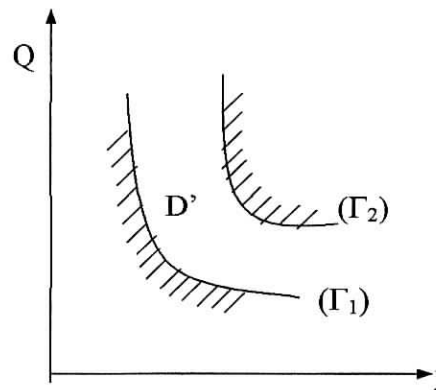


Figure (I-3) : domaine réalisable non convexe délimité par les courbes ( $\Gamma_1$ ) et ( $\Gamma_2$ )

### Conclusions

L'approche discrète conduit à un problème d'optimisation avec une fonction objective discrète et non dérivable à minimiser, dans un domaine discret et non convexe ce qui est mathématiquement impossible à résoudre. Une approche continue est donc nécessaire pour rendre les fonctions composant le problème continues et dérivables. Le problème qui en découle est irrésoluble sous sa forme originale, une décomposition en sous problèmes relativement simples s'impose.

CHAPITRE II  
GENERALITE SUR  
LES METHODES  
D'OPTIMISATION



## II. Introduction

Avant d'entamer le problème d'optimisation, des travaux de recherches ont été orientés vers la simulation des réseaux de distribution sans tenir compte du coût du projet.

Le problème consiste à déterminer sous des contraintes de pressions et de vitesses, les diamètres et les débits dans les tronçons du réseau ainsi que les pressions aux nœuds.

Les Méthodes les plus significatives développées dans ce sens sont celles de Hardy Cross, Newton Raphson et la méthode de linéarisation des pertes de charge.

Durant les dernières décennies, beaucoup d'ingénieurs et chercheurs ont focalisé leurs attentions sur le développement des techniques de gestion et d'analyse des réseaux de distribution d'eau potable. Plusieurs modèles d'optimisation permettant de minimiser le coût total du réseau ont été ainsi développés, sans perte des performances requises. A la fin du siècle dernier l'ingénieur Bresse à proposer une formule simple, utilisée comme approche préliminaire pour une estimation du diamètre en fonction du débit véhiculé, dans une conduite d'un réseau donnée.

Pendant les années cinquante, les études ont été orientées vers une généralisation du problème, par la recherche d'une solution économique pour l'ensemble du réseau.

Développée par Tong et Col en [1961], améliorée par Raman en [1966] puis modifiée par Deb et Sarkar [1971], l'approche du réseau équivalent fut le pas initial dans l'optimisation des réseaux. Bien qu'elle souffre de rigueur et de justifications acceptables. Elle est basée essentiellement sur la méthode de Hardy-cross comme modèle d'analyse.

D'autres approches ont été développées par la suite, fondées sur des bases mathématiques rigoureuses, en utilisant les techniques de la programmation mathématique et la théorie des graphes. Ces approches sont généralement très lourdes à maître en œuvre, mais elles améliorent sensiblement la solution du problème d'optimisation des réseaux d'alimentation en eau potable.

Ces dernières années, de nouvelles techniques utilisant les algorithmes évolutionnaire tel que les algorithmes génétiques ont été appliqués pour l'optimisation des réseaux de distribution d'eau.

## Partie I Méthodes de simulation (équilibrage)

### II.1 Méthode de Hardy Cross

#### II.1.1 Méthode des mailles :

Le principe est de choisir, pour une distribution de diamètre initiale, une distribution des débits dans les tronçons du réseau, de manière à satisfaire l'équation de continuité aux nœuds (équation II.1), tout en vérifiant l'équation de conservation d'énergie pour chaque maille (équation II.2). Si celle-ci n'est pas vérifiée, une correction du débit ( $\Delta Q$ ) pour chaque maille est appliquée.

$$\text{Equation des nœuds} \quad \sum Q_{ij} + q_i = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\text{Equation de mailles} \quad \sum J_{ij} = 0 \quad (\text{II.2})$$

$$\text{Avec :} \quad J_{ij} = R_{ij} Q_{ij}^\alpha \quad (\text{II.3})$$

L'expression de la correction ( $\Delta Q$ ) pour chaque maille est :

$$\Delta Q^{it} = \frac{\sum_{i=1}^n J_{ij}^{it}}{\alpha \sum_{i=1}^n \left( \frac{J_{ij}^{it}}{Q_{ij}^{it}} \right)} \quad (\text{II.4})$$

Une fois la répartition des débits pour chaque tronçon est déterminée, une éventuelle correction sur les diamètres portant sur la vérification de la contrainte de vitesse est imposée. Le processus itératif s'arrête lorsque la contrainte de vitesse est vérifiée sur tous les tronçons du réseau.

#### II.1.2 Méthode des nœuds :

Une formulation analogue à celle présentée précédemment à été développée. Cette méthode dite «méthode des nœuds» consiste à choisir une distribution des charges aux nœuds, satisfaisant l'équation de mailles, tout en vérifiant l'équation des nœuds.

Si elle n'est pas vérifiée, une correction de la charge est appliquée. L'expression de la correction ( $\Delta H$ ) pour un coefficient  $\alpha=2$  est :

$$\Delta H^{it} = \frac{2(\sum_{i=1}^n Q_{ij}^{it} + q_i)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Q_{ij}^{it}}{J_{ij}^{it}} \right)} \quad (\text{II.5})$$

### II.1.2.3 Commentaires

La méthode de Hardy Cross constitue le pas initial dans le dimensionnement des réseaux d'alimentation en eau potable. Néanmoins elle présente certains inconvénients :

- Pour la convergence du processus itératif, une distribution initiale des débits plus au moins proche de la solution est exigée. Ce qui justifie le nombre important d'itérations.
- Les expressions des corrections ( $\Delta Q$ ), ( $\Delta H$ ) correspondant respectivement aux méthodes des mailles et des nœuds, manquent de rigueur mathématique, ce qui influe sur la précision des résultats.
- Pour la méthode des mailles elle ne peut s'appliquer que dans le cas des réseaux maillés, contrairement à la méthode des nœuds qui peut être appliquée même sur des réseaux ramifiés.
- Elles ne peuvent s'appliquer que sur de nouveaux réseaux (réseaux neuf).

## II.2 Méthode de linéarisation de l'équation de perte de charge

### II.2.1 Principe

Proposée par Wood et Charles (1972) reprise par Lejeune et col (1972), la méthode de linéarisation consiste à résoudre, par un processus itératif, un système d'équation linéaire composé des équations de continuité aux nœuds d'une part et des équations de mailles linéarité d'autre part. La linéarisation de la perte de charge par rapport au débit donne un aspect laminaire au régime d'écoulement.

Les équations de mailles (équation II.1, II.2) deviennent :

$$\text{Pour chaque maille } \sum R_{ij} Q_{ij} = 0 \quad (\text{II.6})$$

$$\text{Pour chaque nœud } \sum Q_{ij} = q_i \quad (\text{II.7})$$

Le problème revient donc à résoudre le système linéaire suivant :

$$A Q = B \quad (\text{II.8})$$

**A** : une matrice composée de (m) lignes relatives aux équations de mailles (équation II.6), contenant les valeurs des résistances hydrauliques ( $R_{ij}$ ) des tronçons participant dans la maille, plus ( $n^2$ ) lignes relatives aux équations de continuité aux nœuds (équation II.7) portant des valeurs de  $\pm 1$  suivant le sens du débit.

**B** : un vecteur de m composantes nulles relatives aux équations de mailles, et ( $n^2$ ) composantes portant les valeurs ( $q_i$ ).

La solution ( $Q_k$ ) obtenu à l'itération ( $k$ ) du système précédent, constitue un paramètre permettant la correction de la résistance ( $R_{ij}$ )<sub>k</sub> par une nouvelle valeur ( $R_{ij}$ )<sub>k+1</sub> tel que :

$$(R_{ij})_{k+1} = (R_{ij})_k (Q_{ij})_k \quad (\text{II.9})$$

Un nouveau système linéaire à résoudre est ainsi formulé. Le processus itératif s'arrête lorsque la différence des débits obtenus entre deux itérations devient négligeable.

## II.2.2 Commentaires

La linéarisation des équations de perte de charge simplifie énormément le problème, du fait qu'on se ramène à résoudre successivement des systèmes d'équations linéaires, mais l'hypothèse erronée d'un écoulement laminaire affecte la précision des résultats obtenus. Néanmoins, Cette méthode peut fournir une répartition initiale des débits pour les autres méthodes d'équilibrage.

## II.3 Méthode de Newton Raphson

### II.3.1 Principe :

De point de vue mathématique, La méthode de Newton Raphson est une méthode d'optimisation d'un programme mathématique non linéaire sans contraintes, avec la fonction objective à minimiser représentée par l'expression d'équilibre énergétique sur l'ensemble des mailles, et les débits comme variables de décisions. Ceci pour la méthode des mailles. Pour la méthode des nœuds, la fonction objective à minimiser est formulée à partir de l'équation de continuité aux nœuds, avec les charges aux nœuds comme variables de décision.

### II.3.2 Méthode des mailles

La fonction objective est dans ce cas :

$$\text{Min } F(\mathbf{Q}) = \sum R_{ij} Q_{ij}^2 \quad (\text{II.10})$$

$R_{ij}$  : la résistance hydraulique de la conduite (ij).

Démarrant d'une répartition initiale des débits, le procédé de Newton Raphson, conduit à la résolution d'un système linéaire à chaque itération déterminant ainsi la correction du débit.

$$\Delta \mathbf{Q}^k = \mathbf{J}^{-1} F(\mathbf{Q}^k) \quad (\text{II.11})$$

$\mathbf{J} = \nabla F(\mathbf{Q}^k)$  : est la matrice jacobienne du système à l'itération  $k$ , dont les éléments sont composés de la dérivée de l'équation de perte de charge par rapport au débit. Le processus itératif s'arrête lorsque la correction ( $\Delta Q$ ) devient négligeable.

### II.3.3 Méthode des nœuds

Le programme mathématique qui en découle consiste à minimiser sur l'ensemble des tronçons connectés à un nœud  $i$  la fonction suivante:

$$\text{Min } F(H_i) = \sum Q_{ij} + q_i = \sum R_{ij}^{-1/\alpha} (H_i - H_j)^{1/\alpha} + q_i \quad (\text{II.12})$$

$H_i, H_j$  : côtes piézométriques aux nœuds  $i$  et  $j$ .

Démarrant d'une répartition initiale des charges aux nœuds, le processus itératif commence. A chaque itération ( $k$ ) une correction ( $\Delta H^k$ ) sur les charges aux nœuds est apportée.

$$\Delta \mathbf{H}^k = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{H}^k) \quad (\text{II.13})$$

$\mathbf{J} = \nabla F(\mathbf{Q}^k)$  : est la matrice jacobéenne du système à l'itération  $k$ , dont les éléments sont composés de la dérivée de l'équation de continuité par rapport à la charge aux nœuds.

Le processus itératif s'arrête lorsque la correction ( $\Delta H$ ) devient négligeable.

### II.3.4 Commentaires

En raison du fondement mathématique assez rigoureux de la méthode d'une part, et le développement des techniques numériques d'autre part, la méthode de Newton Raphson est la plus susceptible pour mieux représenter le problème d'équilibrage. La méthode des nœuds est la plus suggérée pour traiter tous les cas de figure des réseaux qui se présentent (maillés ou ramifiés).

## Partie II Méthodes optimisation

### II.4 Recherche locale et recherche globale

Dans tout ce manuscrit, le terme d'"optimisation globale" fait référence à la recherche des optima globaux de la fonction objective. De ce point de vue, la méthode d'optimisation globale vise la détermination des optima globaux du problème, en évitant le piègeage dans l'un de ses optima locaux. Cette dénomination présente néanmoins une certaine ambiguïté, car on rencontre souvent dans la littérature la dénomination de "méthode locale", qui fait cette fois référence au mécanisme de recherche, lorsqu'il procède par voisins successifs. Ainsi, le recuit simulé est une méthode de *recherche locale* (la solution testée est une voisine de la solution courante), qui sera de notre point de vue une méthode d'*optimisation globale* (la méthode est en principe capable de déterminer les optima globaux de la fonction objectif).

Nous pouvons partager les méthodes en deux catégories. Celles qui permettent de déterminer un minimum local, ces méthodes sont appelées méthodes locales, et celles qui s'efforcent de déterminer un optimum global, ces méthodes sont appelées méthodes de recherche globale.

Ces méthodes ne s'excluent pas mutuellement. Afin d'améliorer les performances d'une recherche, plusieurs auteurs [Glov89] combinent les deux types d'algorithmes. Une recherche globale permet de bien explorer l'espace de recherche ; cette phase est appelée "diversification"; et une recherche locale permet de bien exploiter une "zone prometteuse" (susceptible de contenir un minimum global), localisée lors de l'exploration du domaine de recherche ; cette phase est appelée "intensification".

Nous présentons dans ce chapitre quelques méthodes classiques d'optimisation locale. Puis nous décrivons trois métaheuristiques d'optimisation globale : le recuit simulé, la méthode de recherche tabou et les algorithmes génétiques.

### II.5 Quelques méthodes classiques d'optimisation locale.

Le principe d'une méthode d'optimisation locale est le suivant : à partir d'une solution de départ  $x_0$ , considérée temporairement comme étant la valeur minimale  $x_{min}$ , on engendre par transformations élémentaires une suite finie de voisins. [47]

### II.5.1 Méthodes des conduites équivalentes

Ces méthodes sont basées essentiellement sur la méthode de Hardy Cross comme modèle d'analyse. Elles consistent à remplacer le réseau réel, par un réseau fictif, dit équivalent, dont toutes les conduites portent un diamètre unique fixe, avec des longueurs inconnues. Les longueurs « équivalentes » sont déterminées en résolvant le système d'équations non linéaire obtenu en annulant le gradient de la fonction coût.

### II.5.2 Méthode des longueurs équivalentes

#### II.5.2.1 Principe.

Développée initialement par Tong et Al [35], la longueur équivalente, est définie comme étant la longueur d'une conduite de diamètre égal à 200 mm, avec un coefficient de Hazen-Williams CHW, égal à 100, et qui donne la même perte de charge que pour une conduite véhiculant le même débit, de diamètre D et de longueur L.

$$L_e = L_e = L \left( \frac{100}{CHW} \right)^{1,85} \left( \frac{200}{D} \right)^{4,86} \quad (\text{II.14})$$

$L_e$  : Longueur équivalente (m).

L, D : Longueur et diamètre réels respectivement.

En introduisant l'équation (II.12) dans la formule de Hazen-William, on obtient la relation suivante :

$$L_e = \frac{\Delta H}{0.19 \cdot Q^{1,85}} \quad (\text{II.15})$$

La condition de convergence qui en découle pour chaque maille :

$$\sum L_{e_i} = 0 \quad (\text{II.16})$$

$m_p$  = Ensemble du tronçon appartenant à la maille ( $m_p$ ).

Avec des contraintes à respecter pour chaque maille et chaque nœud.

$$\text{Pour chaque nœud} \quad \sum Q = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$\text{Pour chaque maille} \quad \sum \Delta H = 0 \quad (\text{II.18})$$



Une correction sur les débits est effectuée à chaque fois que la condition (II.14) n'est pas satisfaite.

L'expression du facteur de correction pour une maille, peut être déduite après un calcul mathématique se basant sur la minimisation de la fonction comprenant la somme des longueurs équivalentes, afin de satisfaire la condition (II.15). Soit :

$$\Delta Q = \frac{\sum_{i=1}^n Le_i}{1,85 \sum_{i=1}^n \left( \frac{Le_i}{Q_i} \right)} \quad (\text{II.19})$$

Le calcul des diamètres optimaux pour chaque conduite, se fait à partir des valeurs des longueurs équivalentes obtenues, et en connaissant les longueurs et les coefficients de Hazen Williams réels.

$$D_i = 200 \left( \frac{L_i}{Le_i} \right)^{0,21} \left( \frac{100}{CHW_i} \right)^{0,38} \quad (\text{II.20})$$

Afin d'avoir une solution techniquement réalisable, il sera nécessaire d'adopter pour les diamètres commerciaux les plus proches des diamètres optimaux calculés.

Des modifications ont été apportées à cette méthode par V.Raman et S.Raman, faisant intervenir les débits dans l'expression de la condition de convergence ainsi que celle du facteur de correction.

La condition de convergence pour chaque maille devient :

$$\sum_M \left( \frac{Le_i}{Q_i} \right) = 0 \quad (\text{II.21})$$

La valeur du facteur de correction, obtenue de la même manière que celle développée précédemment :

$$\Delta Q = \frac{\sum \frac{Le_i}{\Delta Q_i}}{2,85 \left( \sum \frac{Le_i}{Q_i^2} \right)} \quad (\text{II.22})$$

Ces méthodes permettent de déterminer directement les dimensions à donner aux conduites, contrairement à la méthode de HARDY CROSS où les dimensions sont déterminées par essais successifs nécessitant un calcul hydraulique de tout le réseau à chaque essai.

Une des inconvénients de ces techniques, est qu'elles sont restreintes aux nouveaux réseaux composés d'un réservoir et d'un réseau maillé pour lequel l'eau s'écoule par gravité.

### II.5.3 Méthode des diamètres équivalents de DEB et SARKAR

#### II.5.3.1 Principe.

Le diamètre équivalent est défini comme étant le diamètre d'une conduite de (100m) de longueur et de coefficient de Hazen-Williams égal à (100), et qui donne, pour un même débit, la même perte de charge que la conduite réelle.

$$De = D \left( \frac{CHW}{100} \right)^{0,381} \left( \frac{100}{L} \right)^{0,206} \quad (\text{II.23})$$

De : Diamètre équivalent en (m).

D : Diamètre (m).

Chw : Coefficient de Hazen-Williams

L : Longueur de la conduite.

Après une introduction de cette équation dans la formule de Hazen-Williams, et une transformation de la fonction coût par introduction des multiplicateurs de Lagrange, Deb et Sarkar déterminent une fonction objective reliant le coût d'une conduite à sa longueur et son diamètre équivalent, soit :

$$C_{ci} = k (0,73)^m \frac{Q_i^{0,381}}{\Delta H_i^{0,206m}} \quad (\text{II.24})$$

$C_{ci}$  : Coût d'une conduite

$m, k'$  : Constantes

$L$  : longueur (m)

On cherche donc à minimiser pour chaque maille, le coût des conduites équivalentes qui composent le réseau, tout en respectant les charges et les consommations données aux nœuds. D'où la condition de convergence qui correspond à la dérivée nulle.

$$\Delta Q = \frac{A' - \sum \left( \frac{De_i}{Q_i} \right)^m}{(0,381 m - 1) \sum \left( \frac{De_i}{Q_i} \right)^m} \quad (\text{II.25})$$

Avec:

$$\sum \left( \frac{De_i}{Q_i} \right)^m = \frac{\left( \frac{dC_c}{dQ_1} \right)}{0,381mk} = A' \quad (\text{II.26})$$

Le processus itératif est arrêté si la condition (II.23) est satisfaite, ce qui permet de déduire les valeurs des diamètres réels en fonction des conduites équivalentes.

$$D_i = D_{ei} \left( \frac{L_i}{100} \right)^{0,206} \left( \frac{100}{CHW} \right)^{0,381} \quad (\text{II.27})$$

### II.5.3.2 Commentaires

Bien que cette méthode propose une formule générale de la fonction coût, comprenant le coût des conduits, du réservoir ainsi que celui de la pompe d'adduction et de l'entretien, elle souffre de contradictions, du fait que la fonction coût est inversement proportionnelle aux longueurs des conduites, de même, La condition à satisfaire conduit à une maximisation du coût plutôt qu'à une minimisation, ce qui semble illogique.

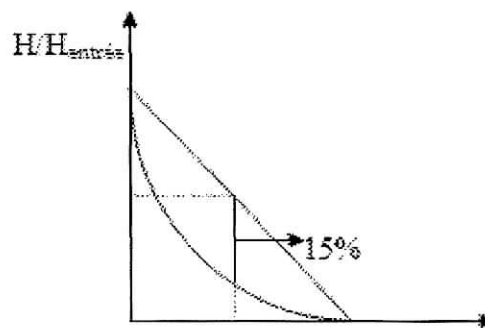
## II.5.4 Méthode de Featherston et El Jumaily [12]

### II.5.4.1 Principe

Cette méthode est basée sur un modèle de simulation pour le calcul hydraulique, et sur l'hypothèse que la solution la plus économique correspond à une perte de charge unitaire unique et constante sur tout le réseau, pour la correction des diamètres. Le processus itératif s'arrête lorsque la valeur de la fonction coût est minimale.

Dans les systèmes d'irrigation, WU (1975) a pu montrer que pour une conduite simple composée de tronçons de diamètres différents, amenant de l'eau à des conduites secondaires, la courbe de charge optimale entre le point d'entrée et le point de sortie de la conduite est une courbe concave qui donne au milieu de la conduite une charge inférieure de 15% à celle obtenue avec une ligne droite (voir Figure 2.1)

WU a remarqué cependant que la différence de coût du réseau avec l'hypothèse d'une variation linéaire de la charge ou avec celle de la courbe optimale n'est que de 2%. Il est donc admissible d'après WU de supposer que la variation linéaire est une perte de charge unitaire constante, qui donne au réseau un coût minimum.



**Figure 2.1** : Courbe de variation du rapport de charges en fonction de la longueur

### II.5.4.2 Commentaires

La méthode développée par Featherston et El Jumaily, est applicable à des réseaux composés d'un réservoir alimenté par une pompe d'adduction et d'un réseau de conduites maillé ou ramifié.

## II.5.5 Méthode de l'arbre minimal Laby (1963), Lebdi (1985) : [22]

### II.5.5.1 Principe

Cette méthode profite du fait qu'une ossature principale ramifiée  $R'$  de longueur minimale est associée à un réseau maillé  $R$  dont les diamètres sont fixés, pour des appels aléatoires des débits aux nœuds. Elle tient en compte de l'incidence de la longueur sur les prix, ainsi que la nécessité d'introduire dans le calcul d'optimisation, les paramètres hydrauliques et économiques des tronçons fermant les mailles.

Théoriquement chaque sens de circulation est possible, et seul un tirage au hasard permet une approche de l'optimum. Ceci a conduit [Laby] d'envisager, dans le cas d'un seul réservoir une procédure de calcul qui s'est révélée efficace par confrontation avec les résultats fournis par les méthodes classiques.

Suite à une extraction d'un réseau ramifié  $R'$  de longueur minimale à partir du réseau global, une distribution des débits aux prises ( $Q_p$ ) est déterminée à partir de la méthode de Clément, basée sur la répartition probabiliste de l'ouverture des prises. Une optimisation de l'arbre est effectuée et qui consiste à minimiser une fonction coût du réseau ramifié, exprimée en fonction de la perte de charge, tout en respectant la pression minimale aux nœuds par une technique appropriée.

Plusieurs distributions de diamètres des tronçons maillants sont fixées.

A chacune d'entre elles, correspond une séquence d'optimisation, correspondent aux étapes suivantes.

1. Etant donnée une distribution de diamètres fixe, une procédure d'équilibrage est lancée en considérant des appels aléatoires aux nœuds. Une distribution de débits de tous les tronçons du réseau est ainsi obtenue.
2. Pour une distribution de débits fixe sur tout le réseau, une procédure d'optimisation est lancée. Elle consiste à minimiser une fonction coût tout en sachant les pressions minimales aux nœuds à ne pas dépasser. Une nouvelle distribution des diamètres est ainsi obtenue pour tous les tronçons, avec leurs longueurs respectives.

## II.6 Méthodes Basées sur la Programmation mathématique

### II.6.1 Méthodes heuristiques avec une programmation linéaire itérative

Elles sont Basées sur la programmation linéaire comme modèle d'optimisation, et sur les méthodes heuristiques comme modèle de correction. Par faute de justifications valables des méthodes heuristiques, ces méthodes souffrent de rigueur et d'instabilité.

Parmi les travaux les plus significatifs dans cet axe d'investigation, ceux de Bhave [04] et Morgan et Goulter [29].

### II.6.2 Méthode de Morgan et Goulter (1985) [29]

La procédure de résolution de la méthode de Goulter et Morgan est basée sur la décomposition du problème d'optimisation en deux sous problèmes. Le premier est un programme linéaire formulé dans l'hypothèse d'une répartition fixe des débits avec la taille des diamètres économiques les plus proches de la répartition des diamètres en cours comme variable de décision. Le deuxième est un problème d'équilibrage qui consiste à déterminer une nouvelle répartition des débits démarrant des résultats du premier problème. Le processus itératif s'arrête lorsque les critères d'optimalité sont vérifiés.

Le programme linéaire qui en découle consiste à minimiser une fonction objective soumise aux contraintes de pression assurant une pression adéquate aux nœuds et aux contraintes de longueurs assurant que les longueurs remplacées ne dépassent pas les longueurs réelles des conduites.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{j=1}^{NL} C_{jdr} X_{jdr} + C_{jds} X_{jds} \\ \text{sujet à :} \\ \sum_{j=pi} (G_{jdr} X_{jdr} + G_{jds} X_{jds}) \leq H_{\min} - h_i \\ X_{jdr} \leq L_j \\ X_{jds} \leq L_j \end{array} \right. \quad (\text{II.28})$$

avec :

$C_{jdr}$  : Le coût unitaire de changement, dans le tronçon « j », d'une conduite de « D »<sup>ème</sup> diamètre en une conduite du « r »<sup>ème</sup> diamètre le plus grand

$$(C_{jdr} = C_r - C_d > 0).$$

$C_{jds}$  : Le coût unitaire de changement, dans le tronçon « j », d'une conduite de

« d »<sup>ème</sup> diamètre en une conduite du « s »<sup>ème</sup> diamètre le plus petit ( $C_{jds} = C_s - C_d < 0$ ).

$x_{idr}$  et  $x_{jds}$  : Les variables de décision correspondant respectivement à la longueur du segment de conduite de « d »<sup>ème</sup> diamètre remplacé par le « r »<sup>ème</sup> diamètre de plus grand ou « s »<sup>ème</sup> diamètre le plus petit.

NL : nombre de conduites dans le réseau.

$G_{jdr}$  et  $G_{jds}$  : La différence de gradient hydraulique lors du changement de diamètre ( $G_{jdr} = J_{jr} - J_{jd}$ ,  $G_{jds} = J_{js} - J_{jd}$ ).

$J_{jd}$  : le gradient hydraulique de diamètre n° « d » dans la conduite « j ».

$H_i$  : la charge minimale attribuée au nœud i.

$H_i$  : la charge existante.

Le modèle d'équilibrage consiste à déterminer la répartition des débits aux conduites à partir des résultats obtenus du programme linéaire.

Le processus itératif s'arrête lorsque le changement dans les dimensions des conduites devient négligeable.

La méthode est applicable à l'étude d'une nouvelle installation ainsi qu'au cas d'extension. L'avantage major de cette méthode est que les contraintes hydrauliques pour chaque itération sont respectées.

### II.6.3 Méthodes primales.

Dans cette catégorie de méthodes, le problème d'optimisation des réseaux de distribution est décomposé en deux sous programmes mathématiques. Un programme linéaire pour la sélection des diamètres candidats, et un programme non linéaire pour l'exploitation des résultats obtenus. Elle englobe les travaux de plusieurs chercheurs.

Quindry et Al (1979,1981) [32], Alperovits et Shamir [1], Fujiwara et col [16].

## II.6.4 Méthode de Alperovits et Shamir [1]

Développée en premier lieu par U. Shamir en 1977 [35], la méthode du gradient du programme linéaire (LPG) a reçue beaucoup d'intérêt ces dernières années et à fait l'objet de plusieurs publications apportant des critiques [33], modifications ou améliorations [34].

Le principe de base de la méthode du gradient du programme linéaire (LPG) est la décomposition la résolution du problème d'optimisation des réseaux de distribution d'eau en deux étapes. La première étape consiste à formuler et résoudre un programme linéaire, découlant de l'hypothèse d'une répartition des débits fixe, par une technique d'optimisation linéaire appropriée (algorithme du simplexe voir annexe A). La deuxième étape consiste à formuler et résoudre un programme non linéaire avec contrainte transformée par la suite en un programme linéaire sans contraintes par le biais de la dualité lagrangienne.

Le programme qui en découle est résolu en utilisant la méthode du gradient projeté comme il à été proposé par Alperovits et Shamir (1977) [1] ou par la méthode quasi-Newton comme il à été suggéré par Fujiwara et Col (1987).

## II.6.5 Méthodes de programmation non linéaire utilisant la notion de dualité

Elles consistent à ramener le problème initial, à la résolution d'une suite de problèmes d'optimisation sans contraintes. Contrairement aux méthodes primales, les méthodes duales sont plus robustes et la convergence globale est souvent plus facile à obtenir, mais elles présentent l'inconvénient de ne fournir une solution primale réalisable qu'en fin de convergence. Nous citons à titre indicatif, les travaux de Jacoby (1968), Shamir (1974) [35].

## II.6.6 Méthode de Jacoby (1968) :

### II.6.6.1 Principe

Le Modèle proposé par Jacoby utilise comme variable de décision trois paramètres : le diamètre, le débit ainsi que les pertes de charge.

Le programme mathématique qui en découle, consiste à minimiser une fonction objective comprenant le coût des conduites et celui des opérations de pompage, tout en respectant les contraintes physiques ainsi qu'hydrauliques (bornes de la vitesse et la pression en chaque nœud).



Après une transformation par la dualité Lagrangienne du programme non linéaire avec contrainte, en un programme mathématique duale sans contraintes, le problème revient à minimiser une fonction objective exprimée en fonction de deux paramètres (débit, diamètre) ou (diamètre, perte de charge) soit :

$$F = \sum (k_1 d_i^3 + k_2 d_i^2 + k_3 d_i + k_4) + \frac{C_{f\theta} \Delta H_p \Delta t}{\eta_p} q_p + \sum_{j=1} a_j \left( \sum \frac{\Delta H_i d_i^5}{K_i} + q_j \right) + \sum_{k=1}^m b_k (\sum \Delta h_i)_i \quad (\text{II.29})$$

$a_j$  et  $b_k$  : Des multiplicateurs de Lagrange.

Comme la fonction objective n'étant pas linéaire ni en terme de débit ni en terme de diamètre, la procédure de résolution se base sur un processus itératif, démarré d'un point de départ  $P_0$  ( $\Delta H_0$ ,  $Q_0$ ), en passant par des points transitoires  $P^1, \dots, P^i, P^{i+1}$ , pour lesquels la fonction  $F_0$  demeure décroissante d'une itération à une autre. Pour se faire, la correction sur le point  $P^{i+1}$  par rapport au point  $P^i$  suit une direction de descente dans le domaine réalisable tel que :

$$P_k^{i+1} = P_k^i - \lambda_i \frac{\text{grad} F(P_k^i)}{\|\text{grad} F(P_k^i)\|} \quad (\text{II.30})$$

Une solution optimale  $P$  ( $D$ ,  $Q$ ) est enfin obtenue, correspondant au couple  $P(\Delta H, Q)$  pour lequel la fonction est minimale. Les diamètres des conduites qui en découlent sont arrondis selon la gamme commerciale.

Cette méthode quoiqu'elle puisse être appliquée à de grands réseaux, elle présente l'inconvénient d'atteindre la convergence difficilement d'une part, et de générer une fonction objective non linéaire d'autre part.

### II.6.7 Méthode de LANSEY et MAYS [21]

En 1990, Lansey et Mays ont présenté une nouvelle méthode d'optimisation des réseaux de distribution d'eau potable, utilisant un couplage des techniques de programmation non linéaire et des techniques de simulation. Lansey et Mays utilisent la méthode du gradient réduit généralisé, qui consiste à réduire la complexité du problème par la résolution implicite des équations de masse et d'énergie.

La formule générale du problème d'optimisation pour la conception du réseau de distribution d'eau pourra être déclarée mathématiquement en termes de pressions aux nœuds  $H$  et les divers paramètres de décision  $D$ .

Où les paramètres de décision  $D$  définissent la dimension pour chaque composante dans le système tel que le diamètre des conduites.

L'objectif est de :

$$\text{Minimiser le coût } F(h, D) \quad (\text{II.31})$$

### Sujette aux contraintes physiques

$$G(h, d) = 0 \quad (\text{II.32})$$

Techniques :

$$W_{\min}(h, d) \leq W(h, d) \leq W_{\max}(h, d) \quad (\text{II.33})$$

Pour la résolution du problème ainsi défini, on utilise un modèle de simulation pour déterminer les pressions aux nœuds pour une ou plusieurs demandes d'échantillons. Le modèle de simulation simplifie la résolution des équations (II.32) représentant les Contraintes physiques tout en respectant les conditions de charge aux nœuds. Le nouveau problème réduit est :

$$\text{Min } F[H(D), D] \quad (\text{II.34})$$

Sujette à :

$$g(d): W_{\min}[H(D), D] \leq W[H(D), D] \leq W_{\max}[H(D), D] \quad (\text{II.35})$$

La technique utilisée pour résoudre ce problème est l'utilisation de la fonction de pénalité du Lagrangien augmenté ou les contraintes sont injectées dans la fonction objective, par le biais des termes de pénalité  $\lambda_i$ .

$$\text{Min } AL(H, D, \mu, \lambda) = f(H(D), D) + 1/2 \sum \lambda_i g_i(D) \quad (\text{II.36})$$

$\lambda_i$  : les paramètres de Lagrange.

La méthode quasi-Newton (voir annexe) est utilisée pour résoudre le problème (II.36).

## II.7 Les méthodes d'optimisation globale.

### II.7.1 Classification des méthodes d'optimisation globale.

Dans la littérature, les méthodes développées pour résoudre des problèmes d'optimisation globale sont réparties, selon les auteurs, en différentes classes [Törn89]. Pour Goldberg, selon les critères de robustesse, les méthodes d'optimisation sont subdivisées en trois types [Gold89]: les méthodes *déterministes*, les méthodes *énumératives*, et les méthodes *stochastiques* utilisant un processus aléatoire guidé.

$f$  est continue et dérivable en tout point du domaine  $S$  des solutions, ou  $f$  possède une constante de Lipchitz  $L$ , c'est-à-dire :

$$\forall (x_1, x_2) \in X^2, |f(x_1) - f(x_2)| \leq L \|x_1 - x_2\|$$

Les méthodes déterministes se divisent en deux classes principales : les méthodes d'exploration directe et les méthodes d'exploration indirecte.

Les méthodes indirectes cherchent à atteindre les extrema locaux en résolvant les systèmes d'équations, souvent non linéaires, obtenus en annulant le vecteur gradient de la fonction étudiée. La recherche d'un extremum hypothétique commence par la restriction de l'espace de recherche aux points de pente nulle dans toutes les directions.

Les méthodes d'exploration directes recherchent les optima locaux en se déplaçant dans une direction qui dépend du gradient de la fonction. Pour trouver un minimum local, on peut emprunter la direction de la plus forte pente.

Ces méthodes présentent deux inconvénients majeurs :

- en pratique, un grand nombre de fonctions à optimiser ne sont pas dérivables et souvent même pas continues. Il est difficile de savoir si la fonction  $f$  à étudier satisfait ou non à de telles conditions ;
- ces méthodes ne convergent vers l'optimum global que lorsque le point de départ de l'algorithme est proche de cet optimum.

**a. Les méthodes énumératives.**

Sont de principe simple ; dans un espace de recherche fini, ou infini mais discrétisé, un algorithme énumératif évalue la valeur de la fonction à optimiser en chaque point de l'espace solution. L'utilisation d'un tel algorithme est intéressante lorsque le nombre de points n'est pas très important. Mais en pratique beaucoup d'espaces de recherche sont trop vastes pour que l'on puisse explorer toutes les solutions une par une et tirer une information utilisable.

Ces méthodes présentent deux inconvénients majeurs :

- elles sont inadaptées aux problèmes de grande dimension ;
- elles ne sont pas guidées par un raisonnement ou un processus intelligent, qui conduit la recherche vers des sous-espaces, susceptible de contenir une bonne solution, sans balayer tout l'espace des solutions.

**b. Les méthodes stochastiques,**

qui sont des méthodes où l'approche de l'optimum est en partie ou entièrement guidée par un processus stochastique. Les procédures purement aléatoires, qui explorent et mémorisent le meilleur élément trouvé, ne sont pas non plus efficaces et robustes. On leur préfère les méthodes dites pseudo aléatoires; ces méthodes utilisent un choix aléatoire comme outil pour guider une exploration "intelligente" de l'espace des solutions.

Ces méthodes présentent un inconvénient majeur :

- on ne peut garantir leur convergence que d'une manière asymptotique (ou pas du tout...).

En résumé, les méthodes d'exploration traditionnelles, déterministes ou énumératives, ne sont pas efficaces pour tout type de problème. Lorsqu'on veut résoudre un problème difficile, dès que la dimension du problème est grande, ces méthodes peuvent avoir des temps de calcul déraisonnables, et on a alors recours aux méthodes stochastiques.

**II.7.2 Principe d'un algorithme stochastique d'optimisation globale.**

La plupart des algorithmes stochastiques sont itératifs et comportent trois éléments principaux : un mécanisme de perturbation, un critère d'acceptation et un critère d'arrêt. Ils sont appliqués à partir d'un ou plusieurs points de la fonction objectif, choisis aléatoirement.

1. la perturbation aléatoire :
  - toutes les coordonnées du vecteur solution courant, ou une partie seulement, sont perturbées, plusieurs coordonnées à la fois ou une par une,
  - la transformation suit une loi de distribution particulière dans un voisinage du point courant, par exemple une loi de distribution uniforme,
  - le ou les nouveaux points sont générés selon une loi qui dépend des points précédents et/ou des valeurs précédentes de la fonction objective, ou ne dépend que du point courant, etc.
  
2. le critère d'acceptation :
  - le ou les nouveaux points sont acceptés selon une certaine loi de probabilité,
  - le ou les nouveaux points sont acceptés selon certaines conditions,
  - le ou les meilleurs points sont conservés pour l'étape suivante, une recherche locale est effectuée à partir du ou des nouveaux points, etc.
  
3. les critères d'arrêt :
  - ils peuvent être liés à la qualité du minimum obtenu :
  - la procédure est arrêtée quand il n'y a plus d'amélioration de la solution après un certain nombre d'itérations,
  - elle s'arrête quand les perturbations ne dépassent plus un certain seuil.
  - ils peuvent être liés à des coûts de calcul ; la procédure s'arrête après :
    - un nombre maximal d'évaluations de la fonction objectif,
    - un nombre d'itérations fixées,
    - un certain temps de calcul fixé, etc.

### II.7.3 Les principaux métaheuristiques modernes.

Parmi les différentes méthodes stochastiques d'optimisation globale, nous allons uniquement nous intéresser aux heuristiques "modernes" [Reev95]. Le mot "heuristique" vient du grec *heurein* (découvrir) et qualifie tout ce qui sert à la découverte, à l'invention et à la recherche. Pour l'algorithmique, *les heuristiques sont des méthodes qui cherchent à approcher une solution optimale*; on les appelle parfois *méthodes approchées*.

Une heuristique peut être conçue pour résoudre un type de problème donné, ou bien être conçue comme une méthode générale, qui peut être adaptée à divers problèmes d'optimisation: dans le second cas, elle est désignée sous le terme de "*métaheuristique*".

Les métaheuristiques sont à l'origine dédiées aux problèmes combinatoires [Char96], où les paramètres ne peuvent prendre que des valeurs discrètes ; par exemple, dans le cas du problème du voyageur de commerce, la permutation de deux villes voisines est un moyen d'engendrer les tournées voisines d'une tournée donnée et la distance entre deux configurations peut être considérée comme le nombre minimal de transformations élémentaires nécessaires pour passer de l'une à l'autre. Cette distance, ainsi définie, induit une *topologie* dans l'espace des configurations. Pour l'optimisation d'une fonction continue, ces méthodes d'optimisation peuvent être adaptées moyennant des transformations plus au moins aisées, en inventant une nouvelle topologie. Chaque paramètre doit être *discrétisé* de façon individuelle. La difficulté majeure réside dans la détermination de la taille optimale du pas de discrétisation et de sa direction (résultant des variables sur lesquelles on agit) [Siar98].

Le choix de la loi de discrétisation est un compromis entre deux situations extrêmes :

- si le pas est trop petit, on n'explore qu'une région limitée de l'espace des configurations, et l'algorithme risque d'être piégé dans un minimum local ;
- si le pas est trop grand, la recherche devient quasiment aléatoire.

La meilleure solution peut consister à élaborer une topologie adaptative.

Les heuristiques comportent souvent plusieurs paramètres contrôlant les différents opérateurs et l'influence du ou des processus stochastiques. L'efficacité d'une heuristique dépend du choix de ses paramètres de contrôle. Ce réglage est complexe, surtout quand le nombre de paramètres est élevé et quand la plage de variation de chacun de ces paramètres est étendue.

Les différents paramètres sont généralement corrélés, ce qui rend encore plus difficile leur réglage. Enfin pour un jeu de paramètres de contrôle donnés, l'aspect stochastique fait que les résultats varient d'une exécution à l'autre.

#### II.7.4 La méthode du recuit simulé.

Le recuit simulé [Kirk83] [Cern85] trouve ses origines dans la thermodynamique. Cette méthode est issue d'une analogie entre le phénomène physique de refroidissement lent d'un corps en fusion, qui le conduit à un état solide, de basse énergie. Il faut abaisser lentement la température, en marquant des paliers suffisamment longs pour que le corps atteigne l'"équilibre thermodynamique" à chaque palier de température. Pour les matériaux, cette basse énergie se manifeste par l'obtention d'une structure régulière, comme dans les cristaux et l'acier.

L'analogie exploitée par le recuit simulé consiste à considérer une fonction  $f$  à minimiser comme fonction d'énergie, et une solution  $x$  peut être considérée comme un état donné de la matière dont  $f(x)$  est l'énergie. Le recuit simulé exploite généralement le critère défini par l'algorithme de Metropolis [Metr53] pour l'acceptation d'une solution obtenue par perturbation de la solution courante.

Pour une "température"  $T$  donnée, à partir d'une solution courante  $x$ , on considère une transformation élémentaire qui changerait  $x$  en  $s(x)$ . Si cette perturbation induit une diminution de la valeur de la fonction objectif  $f$ ,  $\Delta f = f(s(x)) - f(x) < 0$ , elle est acceptée.

Dans

le cas contraire, si  $\Delta f = f(s(x)) - f(x) \geq 0$ , la perturbation est acceptée tout de même avec une Probabilité  $p = \exp(-\Delta f / T)$  L'algorithme est présenté dans annexe.

Le paramètre de contrôle  $T$  est la "température" du système, qui influe sur la probabilité d'accepter une solution plus mauvaise. A une température élevée, la probabilité d'acceptation d'un mouvement quelconque tend vers 1 : presque tous les changements sont acceptés.

L'algorithme équivaut alors à une marche aléatoire dans l'espace des configurations. Cette température est diminuée lentement au fur à mesure du déroulement de l'algorithme pour simuler le processus de refroidissement des matériaux, et sa diminution est suffisamment lente pour que l'équilibre thermodynamique soit maintenu.

Nous présentons dans la figure 1.7 l'algorithme du recuit simulé.

L'efficacité du recuit simulé dépend fortement du choix de ses paramètres de contrôle, dont le réglage reste très empirique.

Les principaux paramètres de contrôle sont les suivants :

- la valeur initiale de la température,
- la fonction de décroissance de la température,
- le critère de changement de palier de température,
- les critères d'arrêt.

Pour le calcul de la température de départ, plusieurs méthodes ont été proposées. Une des méthodes est basée sur l'observation de la variation moyenne de la fonction  $f$ .



A partir d'une solution initiale  $x_0$  on génère, par transformations élémentaires aléatoires, un certain nombre de solutions  $x'_0$  (environ 50 à 100) telles que  $f(x'_0) > f(x_0)$ , et on calcule la variation moyenne  $\langle |\Delta f| \rangle_{init}$ . Une température initiale  $T_{init}$  est calculée de façon à accepter au départ une certaine proportion  $P_{init}$  de mouvements dégradant la fonction  $f$ . Pour une température initiale "moyenne", la valeur de  $P_{init}$  est de 0.5. La valeur de  $T_{init}$  est déduite de la formule suivante :

$$P_{init} = \exp \frac{-\langle |\Delta f| \rangle_{init}}{T_{init}}$$

Le rôle de la température  $T$  au cours du processus de recuit simulé est très important. Une forte décroissance de température risque de piéger l'algorithme dans un minimum local, alors qu'une faible décroissance au début du processus entraîne une convergence très lente de l'algorithme. Un compromis pour adapter la décroissance de la température à l'évolution du processus consiste à utiliser une variation logarithmique. La loi logarithmique de décroissance de la température, qui assure la convergence théorique du recuit simulé, est la suivante:

$$T_k = \frac{\mu}{\text{Log}(1+k)}$$

où

$k$  est le nombre de paliers de température effectués, et  $\mu$  une constante positive. En pratique, on adopte souvent une décroissance géométrique  $T_{k+1} = \alpha T_k$ , avec ( $0 < \alpha < 1$ ), car la loi précédente induit un temps de calcul prohibitif [Siar86] [Siar94].

Pour le changement de palier de température, on peut simplement spécifier un nombre de transformations, acceptées ou non, au bout duquel la température est abaissée.

### II.7.5 La méthode de recherche tabou

La recherche tabou **RT** est une métaheuristique originalement développée par Glover [Glov86] et indépendamment par Hansen [Hans86], sous l'appellation de "*steepest ascent mildest descent*". Elle est basée sur des idées simples, mais elle est néanmoins très efficace. Cette méthode combine une procédure de recherche locale avec un certain nombre de règles et de mécanismes permettant à celle-ci de surmonter l'obstacle des optima locaux, tout en évitant de cycler [Char96] [Reev95]. Elle a été appliquée avec succès pour résoudre de nombreux problèmes difficiles d'optimisation combinatoire : problèmes de routage de véhicule [Gend94], problèmes d'affectation quadratique [Skor90], problèmes d'ordonnancement [Widm89], problèmes de coloration de graphes [Hert87], etc.



### II.7.5.1 Principe de base.

Dans une première phase, la méthode de recherche tabou peut être vue comme une généralisation des méthodes d'amélioration locales. En effet, en partant d'une solution quelconque  $x$  appartenant à l'ensemble de solutions  $X$ , on se déplace vers une solution  $s(x)$  située dans le voisinage  $[S(x)]$  de  $x$ . Donc l'algorithme explore itérativement l'espace de solutions  $X$ .

Afin de choisir le meilleur voisin  $s(x)$  dans  $S(x)$ , l'algorithme évalue la fonction objectif  $f$  en chaque point  $s(x)$ , et retient le voisin qui améliore la valeur de la fonction objectif  $f$ , ou au pire celui qui la dégrade le moins.

L'originalité de la méthode de recherche tabou, par rapport aux méthodes locales, qui s'arrêtent dès qu'il n'y a plus de voisin  $s(x)$  permettant d'améliorer la valeur de la fonction objectif  $f$ , réside dans le fait que l'on retient le meilleur voisin, même si celui-ci est plus mauvais que la solution d'où l'on vient. Ce critère autorisant les dégradations de la fonction objectif évite à l'algorithme d'être piégé dans un minimum local. Mais il induit un risque de cyclage. En effet, lorsque l'algorithme a quitté un minimum quelconque par acceptation de la dégradation de la fonction objectif, il peut revenir sur ses pas, à l'itération suivante.

Pour régler ce problème, l'algorithme a besoin d'une mémoire pour conserver pendant un moment la trace des dernières meilleures solutions déjà visitées. Ces solutions sont déclarées *tabou*, d'où le nom de la méthode. Elles sont stockées dans une liste de longueur  $L$  donnée, appelée *liste tabou*. Une nouvelle solution n'est acceptée que si elle n'appartient pas à cette liste tabou.

Ce critère d'acceptation d'une nouvelle solution évite le cyclage de l'algorithme, durant la visite d'un nombre de solutions au moins égal à la longueur de la liste tabou, et il dirige l'exploration de la méthode vers des régions du domaine de solutions non encore visitées. Le pseudo code de l'algorithme tabou classique est présenté dans annexe.

La liste tabou est généralement gérée comme une liste "*circulaire*" : on élimine à chaque itération la solution tabou la plus ancienne, en la remplaçant par la nouvelle solution retenue.

Mais le codage d'une telle liste est encombrant, car il faudrait garder en mémoire tous les éléments qui définissent une solution. Pour pallier cette contrainte, on remplace la liste tabou de solutions interdites par une liste de "*transformations interdites*", en interdisant la transformation inverse d'une transformation faite récemment.

### II.7.5.2 Critère d'aspiration.

Le remplacement de la liste tabou des solutions visitées par la liste des transformations élémentaires  $\{x, s(x)\}$  conduit non seulement à l'interdiction de revenir vers des solutions précédentes (on évite le cyclage court), mais aussi vers un ensemble de solutions dont plusieurs peuvent ne pas avoir été visitées jusqu'ici. Il est donc primordial de corriger ce défaut et de trouver un moyen de lever l'interdiction de l'acceptation d'une transformation élémentaire  $\{x, s(x)\}$  déjà effectuée (donc appartenant à la liste tabou), sous un certain critère, appelé *critère d'aspiration*. Cette correction permet aussi de revenir à une solution déjà visitée et de redémarrer la recherche dans une autre direction. Cette idée est développée dans [Glov88], [Glov91] et [Glov92].

Le critère d'aspiration le plus simple et le plus couramment utilisé consiste à tester si la solution produite de statut tabou présente un coût inférieur à celui de la meilleure solution trouvée jusqu'à présent. Si cette situation se produit, le statut tabou de la solution est levé. Ce critère est évidemment très sévère, il ne devrait pas être vérifié très souvent, donc il apporte peu de changements à la méthode. D'autres critères d'aspiration plus complexes peuvent être envisagés. L'inconvénient de recourir trop souvent à l'aspiration est qu'elle peut détruire, dans une certaine mesure, la protection offerte par la liste tabou vis-à-vis du cyclage.

### II.7.5.3 Intensification

L'intensification consiste à approfondir la recherche dans certaines régions du domaine, identifiées comme susceptibles de contenir un optimum global. Cette intensification est appliquée périodiquement, et pour une durée limitée. Pour mieux intensifier la recherche dans une zone bien localisée, plusieurs stratégies sont proposées dans la littérature.

La plus simple consiste à retourner à l'une des meilleures solutions trouvée jusqu'à présent, puis de reprendre la recherche à partir de cette solution, en réduisant la longueur de la liste tabou pour un nombre limité d'itérations. Dans ce cas, on adapte la procédure de recherche tabou, en élargissant le voisinage de la solution courante (en augmentant la taille de l'échantillon  $S(x)$ ), tout en diminuant le pas des transformations. On peut aussi remplacer simplement l'heuristique tabou par une autre méthode plus puissante, ou mieux adaptée, pour une recherche locale.

#### II.7.5.4 Diversification

La diversification permet à l'algorithme de bien explorer l'espace des solutions, et d'éviter que le processus de recherche ne soit trop localisé et laisse de grandes régions du domaine totalement inexplorées. La plus simple des stratégies de diversification consiste à interrompre périodiquement l'acheminement normal de la procédure tabou, et à la faire redémarrer à partir d'une autre solution, choisie aléatoirement, ou "intelligemment". Une autre méthode consiste à biaiser la fonction d'évaluation  $f$ , en introduisant un terme qui pénalise les transformations effectuées fréquemment, afin de favoriser des transformations nouvelles. Ce type de stratégie de diversification peut être utilisé de façon continue, sans interrompre la procédure de recherche tabou.

En résumé, nous dirons que la diversification et l'intensification sont des concepts complémentaires, qui enrichissent la méthode de recherche tabou et la rendent plus robuste et plus efficace.

#### II.7.6 Les algorithmes génétiques

Les principes fondamentaux de ces algorithmes ont été exposés par Holland [Holl75]. Ces algorithmes s'inspirent du fonctionnement de l'évolution naturelle, notamment la sélection naturelle, et la procréation selon les règles de Mendel.

La sélection naturelle, que Darwin appelle l'élément "propulseur" de l'évolution, favorise les individus d'une population qui sont le mieux adaptés à un *environnement*. La sélection est suivie de la procréation, réalisée à l'aide de croisements et de mutations au niveau du patrimoine génétique des individus (ou "génotype"), constitué d'un ensemble de gènes. Ainsi deux individus "parents", qui se croisent, transmettent une partie de leur patrimoine génétique à leurs descendants. Le génotype de l'enfant fait que celui-ci est plus ou moins bien adapté à l'environnement. S'il est bien adapté, il a une plus grande chance de procréer dans la génération future. Au fur et à mesure des générations, on sélectionne les individus les mieux adaptés, et l'augmentation du nombre des individus bien adaptés fait évoluer la population entière.

Dans ce chapitre nous allons présenter d'abord le principe de base des algorithmes génétiques. Le paragraphe suivant sera consacré à la présentation des différents codages. Puis nous décrirons les opérateurs génétiques, avant de rappeler quelques résultats théoriques.

### II.7.6.1 Principe de base

Dans les algorithmes génétiques, on essaie de simuler le processus d'évolution d'une population. On part d'une population de  $N$  solutions du problème représentées par des individus. Cette population choisie aléatoirement est appelée population parent. Le degré d'*adaptation* d'un individu à l'environnement est exprimé par la valeur de la fonction coût  $f(x)$ , où  $x$  est la solution que l'individu représente. On dit qu'un individu est d'autant mieux adapté à son environnement, que le coût de la solution qu'il représente est plus faible. Au sein de cette population, intervient alors la *sélection* au hasard d'un ou deux parents, qui produisent une nouvelle solution, à travers les *opérateurs génétiques*, tels que le *croisement* et la *mutation*. La nouvelle population, obtenue par le choix de  $N$  individus parmi les populations parent et enfant, est appelée génération suivante. En itérant ce processus, on produit une population plus riche en individus mieux adaptés.

Cet algorithme comporte trois phases distinctes :

- la production de la population d'individus la mieux adaptée pour contribuer à la reproduction de la génération suivante (version artificielle de la sélection naturelle) ; elle peut être mise en œuvre sous plusieurs formes algorithmiques (comme on le verra au chapitre III) ;
- la phase de reproduction, qui exploite essentiellement les opérateurs de croisement et de mutation ;
- la stratégie de remplacement des populations parent et enfant par la génération suivante. Elle pourra être mise en œuvre sous plusieurs formes.

### II.7.6.2 Calcul de la qualité.

On détermine la population d'individus les mieux adaptés. On calcule la qualité de chaque individu de la population pour déterminer sa probabilité de sélection. Plus la qualité est élevée, mieux l'individu est adapté. On obtient cette qualité à partir de la fonction de coût  $f$  par une transformation telle que :

$$\text{Qualité}(x) = f_{\max} - f(x)$$

$f_{\max}$  devra être choisi de manière à ce que la valeur de  $\text{Qualité}(x)$  reste toujours positive.

### II.7.6.3 Opérateurs de reproduction.

La phase de reproduction exploite principalement deux opérateurs : le croisement et la mutation. Elle comporte aussi l'opération de sélection et l'opération de production de la génération suivante, à partir des populations parent et enfant.

### A. Sélection

La sélection consiste à choisir les paires d'individus qui vont participer à la reproduction de la population future. La fonction de sélection calcule une probabilité de sélection pour chaque individu, en fonction de sa qualité et de la qualité de tous les autres individus dans la population.

### B. Croisement

Le principal opérateur agissant sur la population de parents est le croisement, qui est appliqué avec une certaine probabilité, appelée taux de croisement  $P_c$  (typiquement proche de l'unité). Le croisement consiste à choisir deux individus représentés par leurs chaînes de gènes, tirés au hasard dans la population courante, et à définir aléatoirement un ou plusieurs points de croisement. Les nouvelles chaînes sont alors créées en inter changeant les différentes parties de chaque chaîne. La figure 2.2 montre une telle opération sur deux individus représentés par leurs chaînes codées sur 8 bits. Cet opérateur permet de bien explorer le domaine de variation des individus, et de diriger la recherche vers des régions intéressantes de l'espace d'étude en utilisant la connaissance déjà présente dans la population courante.

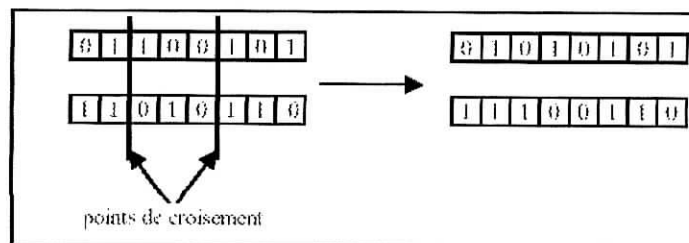


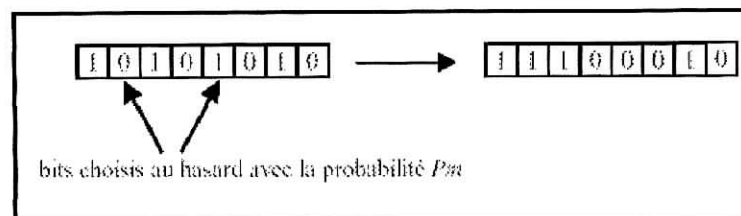
Figure.2.2 : l'opérateur de croisement dans le codage binaire.

### C. Mutation

L'opération de mutation protège les algorithmes génétiques des pertes prématurées d'informations pertinentes. Elle permet d'introduire une certaine information dans la population, qui a pu être perdue lors de l'opération de croisement. Ainsi elle participe au maintien de la diversité, utile à une bonne exploration du domaine de recherche. L'opérateur de mutation s'applique avec une certaine probabilité, appelée taux de mutation  $P_m$ , typiquement compris entre 0.001 et 0.01. Ce faible taux de mutation permet de dire que la mutation est considérée comme un mécanisme d'adaptation secondaire pour les algorithmes génétiques.

Dans le codage binaire, la mutation consiste à changer un bit 1 par le bit 0 et *vice versa*, pour chaque bit de la chaîne, avec la probabilité  $P_m$ . La figure 2.3 représente l'opération de mutation pour un individu représenté par une chaîne binaire codée sur 8 bits.

Une autre façon de faire consiste à choisir un individu à muter avec la probabilité  $P_m$ , et à changer un bit de cet individu choisi au hasard. Cette seconde méthode est plus intéressante, car la probabilité de mutation  $P_m$  est indépendante de la longueur du codage des variables des individus.



**Figure. 2.3 :** L'opérateur de mutation dans le codage binaire.

L'algorithme génétique fait évoluer une population. La sélection réduit la diversité de la population, tandis que les opérateurs génétiques, croisement et mutation, augmentent cette diversité.

CHAPITRE III  
LA METHODE DES  
ALGORITHMES  
GENETIQUE

## La méthode des Algorithmes Génétique

### III Introduction

Il existe un certain nombre de problèmes d'optimisation combinatoire dont la résolution nécessite le recours à des techniques heuristiques. Parmi ces techniques, notons: l'algorithme recherche Tabou, l'algorithme de recuit simulé et l'algorithme génétique. Dans ce chapitre, nous ferons une présentation générale de l'algorithme génétique en tant que méthode de résolution du problème. Dans un premier temps, nous exposerons le principe de base des algorithmes génétiques, puis nous caractériserons ces algorithmes qui reposent, entre autres, sur les notions d'opérateurs génétiques et de modèles de similitude. Pour terminer, nous ferons état de deux applications de ces algorithmes.

Les Algorithmes Génétiques (AG) représentent une famille assez riche et très intéressante d'algorithmes d'optimisation stochastique fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Les champs d'application sont fort diverses.

On les retrouve aussi bien en théorie des graphes qu'en compression d'images numérisées ou encore en programmation automatique, économie,... etc.

Les raisons de ce nombre d'applications sont claires. Leur principe est d'opérer une recherche stochastique sur un important espace à travers un ensemble – une population - de pseudo solutions. Ces algorithmes sont simples et très performants dans leur recherche d'amélioration. De plus, ils ne sont pas limités par des hypothèses contraignantes sur le domaine d'exploration. Ainsi, le mathématicien abordant le sujet n'a guère à se préoccuper de la continuité et de la différentiabilité de la fonction à optimiser.



### III.1 Principe des algorithmes génétique

Les algorithmes génétiques (AG) sont l'oeuvre de John Holland (1975) et de ses étudiants de l'Université du Michigan. Celui-ci a débuté ses recherches dans les années 70. Il s'est directement inspiré du modèle des lois de la nature de Darwin, modèle basé sur la survie des espèces les plus fortes. Tout comme dans la nature où les spécimens se reproduisent, dans le modèle des algorithmes génétiques les spécimens se reproduiront aussi; en particulier, ceux jugés plus forts se reproduiront à un rythme plus rapide. Des opérations génétiques sont effectuées sur deux candidats pour obtenir deux nouveaux candidats plus performants que leurs propres parents. La progéniture aura héritée des bons gènes de chaque parent, du moins on l'espère!

En biologie, on manipule des gènes et des chromosomes; il en va de même dans le modèle des AG. Les problèmes et les solutions seront encodés. L'encodage peut prendre différentes formes, une des plus usuelles étant la *chaîne de bits*. Ces chaînes sont comparables aux *chromosomes* des systèmes biologiques, alors que les caractères ou les bits qui composent les chaînes sont comparables aux *gènes*. L'ensemble de chaînes forme une *structure*, alors qu'en biologie le bagage génétique se nomme le *génotype*.

Pour trouver une solution à un problème, les AG utilisent une part de hasard. En effet, les candidats à la reproduction sont choisis de façon probabiliste, les gènes de chaque parent sont croisés de façon aléatoire dans la progéniture. En croisant ainsi de génération en génération les candidats jugés performants, on cherche à obtenir une progéniture plus performante que celle de la génération précédente, s'approchant ainsi d'une solution optimale.

### III.2 Caractéristiques des algorithmes génétique

Les AG, en tant qu'approche de résolution de problèmes, se caractérisent par un certain nombre d'aspects qui sont: le codage des paramètres du problème à traiter, l'espace de recherche de solutions, la fonction d'évaluation servant à sélectionner les chromosomes parents, et le rôle du hasard dans le choix des chromosomes. Dans cette section, nous allons passer en revue ces différents aspects.

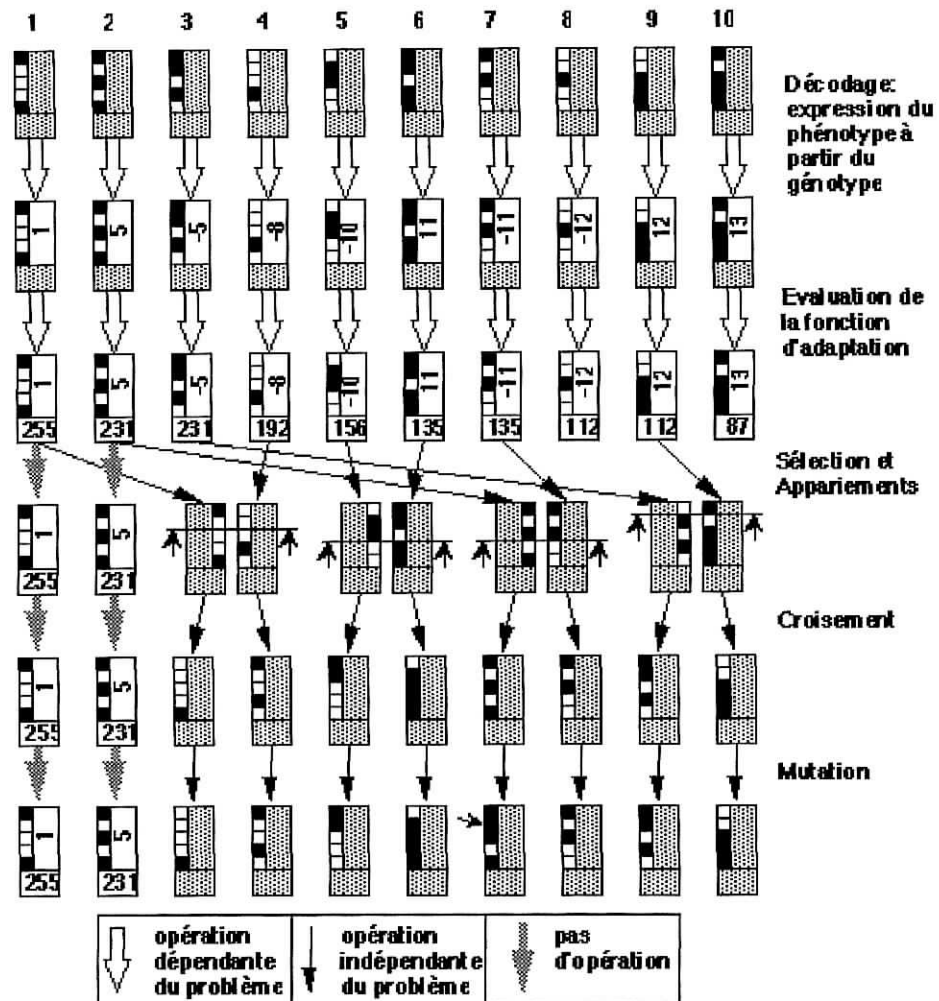


Figure 1: optimisation de la fonction  $C(x)$  Représentation de la première génération pour une population de 10 individus

### III.2.1 Codage

Plusieurs codes d'informations sont utilisés. Les plus fréquemment utilisés sont le code *binaire naturel* et le code *binaire de Gray*. Plus récemment le codage "*réel*" a fait son apparition.

#### A. Codage binaire

Ce codage consiste, pour un individu donné, à concaténer toutes ses variables codées en binaire. La chaîne binaire 1000| 0110| 1101, par exemple, correspond à un individu défini par

3 variables (8, 6, 13) en codage binaire naturel sur 4 bits chacune. Ce codage binaire présente plusieurs avantages : alphabet minimum, facilité de mise en place d'opérateurs génétiques et existence de résultats théoriques [Gold89]. Néanmoins, ce codage présente trois inconvénients majeurs :

- Les performances de l'algorithme sont diminuées lorsque la longueur de la chaîne augmente.
- Deux nombres décimaux voisins (exemple : 7 et 8) peuvent être très éloignés dans le codage binaire naturel (1000 et 0111) : falaise de Hamming. Ce problème peut être réglé en remplaçant le code binaire naturel par le code binaire de Gray.
- La dissymétrie entre le 0 (plus fréquent) et le 1.

#### B. Codage réel

Ce codage consiste simplement à la concaténation des variables  $x_i$  d'un individu  $x$ . Exemple un individu  $x$  (25, 31, 8) est codé 25| 31| 8. Ce codage présente des avantages majeurs. Il est plus précis que le codage binaire et l'espace de recherche est le même que l'espace du problème. Il a le mérite d'être simple à utiliser, l'évaluation de la fonction coût est plus rapide. Le codage réel évite de faire le transcoding du binaire naturel ou de Gray vers les réels à chaque évaluation. Néanmoins, il possède deux inconvénients, son alphabet est infini, et il a besoin d'opérateurs appropriés.

### III.2.2 l'espace de recherche (Environnement)

Un AG part généralement d'une population de chaînes générées aléatoirement. Dans cette population, on retrouvera à la fois des candidats très performants et d'autres qu'ils le sont moins. Une population initiale diversifiée est gage d'une solution de qualité, sinon on risque de se retrouver avec des espèces dégénérées et ne jamais s'approcher de la solution optimale.

Un mécanisme de sélection favorisera le choix de certains candidats plutôt que d'autres. Selon les méthodes de recherche conventionnelles, le déplacement dans l'espace de recherche se fait d'un point à un autre en général par des règles de transition déterministes. On avance d'un pas à la fois: on évalue la solution et, si elle n'est pas satisfaisante, on passe à la prochaine valeur de paramètre. Les AG, quant à eux, génèrent à chaque fois des solutions qui sont comme un ensemble de points dans un espace. Vu l'étendue du nuage de points, la recherche est plus rapidement cernée.

### III.2.3 La fonction d'évaluation

Les AG utilisent des fonctions d'évaluation dites *objectives* pour entreprendre une recherche efficace de structures plus performantes; ils ne requièrent que des valeurs des fonctions objectives associées aux chaînes individuelles. Les valeurs de la fonction objective serviront au processus de sélection des candidats aptes à la reproduction et au processus de survie de certaines espèces.

### III.2.4 Le rôle du hasard

Les AG utilisent des règles de transition probabilistes plutôt que déterministes. En effet, le hasard guide la recherche vers des régions de l'espace de recherche susceptibles d'améliorer la solution. Le choix des deux chromosomes est réalisé de façon probabiliste, en fonction de leur qualité. Dans le processus de croisement, le lieu de croisement à l'intérieur des chromosomes est choisi aléatoirement.

### III.3 Les opérateurs génétiques

Les opérateurs jouent un rôle prépondérant dans le possible réussite d'un AG. Nous en dénombrons trois principaux : l'opérateur de sélection, de croisement et de mutation. Si le principe de chacun de ces opérateurs est facilement compréhensible, il est toutefois difficile d'expliquer l'importance isolée de chacun de ces opérateurs dans la réussite de l'AG. Cela tient pour partie au fait que chacun de ces opérateurs agit selon divers critères qui lui sont propres (valeur sélective des individus, probabilité d'activation de l'opérateur, etc.).

### III.3.1 Opérateur de sélection

La sélection permet d'identifier statistiquement les meilleurs individus d'une population et d'éliminer les mauvais. On trouve dans la littérature un nombre important de principes de sélection plus ou moins adaptés aux problèmes qu'ils traitent. Les trois principes de sélection suivants ont retenu notre attention :

- Ordonnement (Ranking)
- Roue de la loterie biaisée
- Sélection par tournoi

#### III.3.1.1 Ordonnement

C'est le principe de sélection le plus simple, il consiste à attribuer à chaque individu son classement par ordre d'adaptation. Le meilleur (c'est à dire celui qui possède la meilleure fitness) sera numéro un, et ainsi de suite. On tire ensuite une nouvelle population dans cet ensemble d'individus ordonnés, en utilisant des probabilités indexées sur les rangs des individus. Cette procédure semble toutefois assez simpliste et exagère le rôle du meilleur élément au détriment d'autres éléments potentiellement exploitables. Le second, par exemple, aura une probabilité d'être sélectionné nettement plus faible que celle du premier, bien qu'il puisse se situer dans une région d'intérêt. Des procédures plus évoluées permettent de pondérer cette dominance des meilleurs éléments, c'est le cas des principes de roulette.

#### III.3.1.2 Roue de la loterie biaisée

Selon cette méthode, chaque chromosome sera dupliqué dans une nouvelle population proportionnellement à sa valeur d'adaptation. On effectue, en quelque sorte, autant de tirages avec remise qu'il y a d'éléments dans la population. Ainsi, dans le cas d'un codage 4 binaire, la fitness d'un chromosome particulier étant  $f(d(c_i))$ , la probabilité avec laquelle il sera réintroduit dans la nouvelle population de taille  $N$  est :

$$\frac{f(d(c_i))}{\sum_{j=1}^N f(d(c_j))}$$

Les individus ayant une grande fitness ont donc plus de chance d'être sélectionnés. On parle alors de sélection proportionnelle.

L'inconvénient majeur de cette méthode repose sur le fait qu'un individu n'étant pas le meilleur peut tout de même dominer la sélection. Elle peut aussi engendrer une perte de diversité par la domination d'un super individu. Un autre inconvénient est sa faible performance vers la fin quand l'ensemble des individus se ressemble. Dawid (1999) résume très bien tous ces inconvénients :

Pensez à une situation où une chaîne [chromosome pour nous] de la population a comparativement une fitness élevée mais n'est pas optimal ou proche de l'optimum. Disons que la fitness de cette chaîne est dix fois plus grande que la fitness moyenne. [...] il pourrait facilement arriver, après quelques générations, que la population ne soit entièrement constituée que de cette chaîne.

Dans un tel cas, l'algorithme génétique n'évoluera plus et l'optimum ne sera pas trouvé. Ce phénomène est appelé "convergence prématurée" et est l'un des problèmes les plus fréquents lors de l'utilisation des algorithmes génétiques. Un autre problème issu de la sélection proportionnelle est celui du "fine tuning" à la fin de la recherche.

### III.3.1.3 Sélection par tournoi

La sélection par tournois est une alternative aux techniques de sélection proportionnelle.

Le tournoi le plus simple consiste à choisir aléatoirement un certain nombre d'individus dans la population, et à sélectionner pour la reproduction celui qui a la plus grande adaptation. Au cours d'une génération, il y a autant de tournois que d'individus à remplacer. Les individus qui participent à un tournoi restent dans la population et sont de nouveau disponibles pour les tournois ultérieurs. La variance de ce processus est élevée.

La pression de sélection est ajustée par le nombre de participants à un tournoi. Choisir de nombreux participants conduit à une forte pression de sélection car un individu moyen ou faible aura moins de chance d'être sélectionné que dans le cas d'un tournoi binaire, réduit à deux individus. Cette possibilité de contrôler ainsi la pression de sélection évite le recours à l'ajustement dynamique de la fonction d'adaptation qui devient d'ailleurs totalement inutile.

Il existe plusieurs variantes de tournois. Avec le tournoi binaire probabiliste, sur deux individus en compétition, le meilleur gagne avec une probabilité comprise entre 0,5 et 1. Une faible valeur de cette probabilité réduit la pression de sélection. Une autre variante, le tournoi de Boltzmann, assure que la distribution des valeurs d'adaptation dans une population est proche d'une distribution de Boltzmann. Ceci permet de jeter un pont entre algorithmes génétiques et recuit simulé.

### III.3.2 Opérateur de croisement

L'opérateur de croisement permet la création de nouveaux individus selon un processus fort simple. Il permet donc l'échange d'information entre les chromosomes (individus). Tout d'abord, deux individus, qui forment alors un couple, sont tirés au sein de la nouvelle population issue de la reproduction. Puis un (potentiellement plusieurs) site de croisement est tiré aléatoirement (chiffre entre 1 et  $l-1$ ). Enfin, selon une probabilité  $pc$  que le croisement s'effectue, les segments finaux (dans le cas d'un seul site de croisement) des deux parents sont alors échangés autour de ce site (voir figure 2).

Cet opérateur permet la création de deux nouveaux individus. Toutefois, un individu sélectionné lors de la reproduction ne subit pas nécessairement l'action d'un croisement. Ce dernier ne s'effectue qu'avec une certaine probabilité. Plus cette probabilité est élevée et plus la population subira de changement.

Quoi qu'il en soit, il se peut que l'action conjointe de la reproduction et du croisement soit insuffisante pour assurer la réussite de l'AG. Ainsi, dans le cas du codage binaire, certaines informations (i.e. caractères de l'alphabet) peuvent disparaître de la population. Ainsi aucun individu de la population initiale ne contient de 1 en dernière position de la chaîne, et que ce 1 fasse partie de la chaîne optimale à trouver, tous les croisements possibles ne permettront pas de faire apparaître ce 1 initialement inconnue. En codage réel, une telle situation peut arriver si utilisant un opérateur simple de croisement, il se trouvait qu'initialement toute la population soit comprise entre 0 et 40 et que la valeur optimale était de 50. Toutes les combinaisons convexes possibles de chiffres appartenant à l'intervalle  $[0 ; 40]$  ne permettront jamais d'aboutir à un chiffre de 50. C'est pour remédier entre autre à ce problème que l'opérateur de mutation est utilisé.

Voici un exemple d'un croisement en codage réel pour un réseau de 8 conduites 8 diamètres et 7 nœuds qui forment deux boucles :

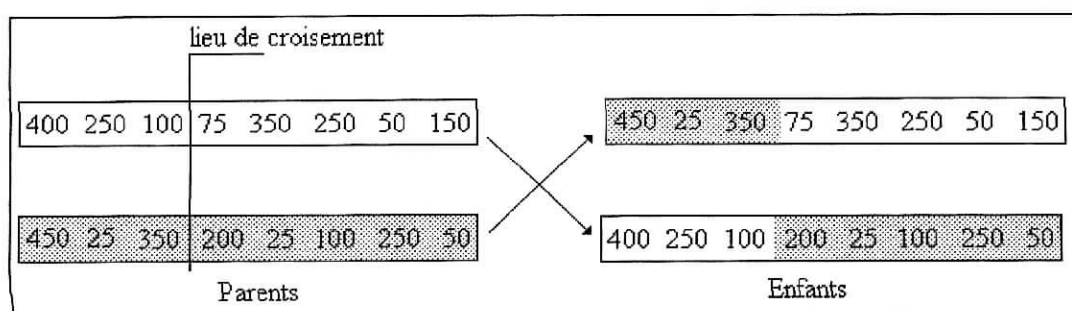


figure.2 - Croisement uniforme



### III.3.3 Opérateur de mutation

Classiquement, l'opérateur de mutation modifie aléatoirement les symboles d'un génotype avec une faible probabilité, typiquement de 0,01 à 0,001, égales au *taux de mutation*. Si ce dernier est trop élevé, l'évolution des individus de la population équivaut à une marche au hasard dans l'espace de recherche, et l'algorithme génétique perd de son efficacité. Quelquefois, la détermination de la valeur optimale de ce paramètre s'avère relativement pointue. Dans l'exemple de la figure 1, seul le deuxième bit de l'individu 7 est muté.

Plusieurs arguments justifient l'utilisation de la mutation. Ainsi, les actions combinées de la pression de sélection et du croisement peuvent faire disparaître des gènes, aux mêmes positions des génotypes pour tous les individus. La mutation est capable de réintroduire ces gènes dans la population et participe ainsi au maintien de la diversité, utile à une bonne exploration de l'espace de recherche.

D'autre part, la mutation assure une recherche locale aléatoire autour de chaque individu. Dans cet ordre d'idée, la mutation peut améliorer considérablement la qualité des solutions découvertes. En effet, le croisement perd de son importance lorsqu'une grande partie de la population est localisée dans les voisinages des maxima de la fonction d'adaptation. Dans ce cas, les individus situés sur un même pic sont souvent identiques et ne subissent aucune modification, ou alors, si les parents appartiennent à des pics différents, les descendants montreront généralement de faibles performances. En revanche, la recherche aléatoire due aux mutations donne une chance à chaque individu de s'approcher des positions exactes des maxima, autant que le permet la précision du codage.

Cet opérateur, qui est traditionnellement vu comme un moyen de pallier à certains manques du croisement, était considéré comme mineur par les spécialistes des algorithmes génétiques. Toutefois quelques résultats récents, tels que la résolution de problèmes utilisant seulement la mutation comme moteur de recherche, montrent que l'importance de cet opérateur était sous-estimée en contrepartie d'une surestimation de l'efficacité du croisement [Michalewicz].

L'utilisation de la mutation en tant qu'opérateur de recherche local suggère son remplacement par d'autres techniques locales plus efficaces, bien que dépendantes de la nature du problème, par exemple : une technique de gradient. Ce genre d'approche conduit à la conception d'algorithmes génétiques *hybrides*. [Davis]



On peut citer entre autre, l'inversion, la combinaison de l'inversion et du croisement, etc.

Ces opérateurs ont été utilisés avec succès dans plusieurs contextes.

Cependant, les trois opérateurs que nous avons étudiés dans cette partie ont fait la preuve de leur simplicité de mise en oeuvre algorithmique et de leur efficacité pour résoudre un nombre important de problèmes d'optimisation par les AG.

### III.3.4 La stratégie élitiste

Une stratégie élitiste consiste à conserver dans la population, d'une génération à l'autre, au moins l'individu ayant la meilleure adaptation. L'exemple de la figure 1 implante une stratégie élitiste puisque les 8 individus reproduits remplaceront les individus les moins bons de la génération courante pour obtenir la nouvelle génération, préservant ainsi les deux meilleurs.

Il apparaît qu'une telle stratégie améliore considérablement les performances de l'algorithme génétique pour certaines classes de fonctions, mais s'avère décevante pour d'autres classes, en augmentant le taux de convergences prématurées. En fait, une stratégie élitiste favorise l'exploitation des meilleures solutions, se traduisant par une recherche locale accentuée, au détriment de l'exploration de l'espace des génotypes.

### III.4 Les grandes lignes de l'algorithme.

De façon générale, un AG fonctionne de la manière suivante :

**Étape 1:** On génère une population initiale de taille  $n$  représentant le nombre de chromosomes, puis on choisit au hasard les gènes qui composent chaque chromosome: c'est la première génération de chromosomes.

**Étape 2:** On évalue chaque chromosome par la fonction objective, ce qui permet de déduire sa valeur d'aptitude.

**Étape 3:** Commencent alors des cycles de génération de populations, chaque nouvelle remplaçant la précédente. Le nombre de cycle  $k$  est déterminé au départ. Dans chaque cycle,  $n$  chromosomes sont choisis pour reproduction et croisement deux à deux. Après chaque cycle, les  $n$  nouveaux chromosomes créés remplaceront la génération précédente. Après la création de la  $k$ -ième population, les chromosomes ont évolué de façon telle que cette dernière génération contient des chromosomes qui sont meilleurs que ceux des générations précédentes.

### III.5 Autre paramètre

Les opérateurs de l'algorithme génétique sont guidés par un certain nombre de paramètres fixés à l'avance.

La valeur de ces paramètres influence la réussite ou non d'un algorithme génétique. Ces paramètres sont les suivants :

- La taille de la population,  $N$ , et la longueur du codage de chaque individu  $l$  (dans le cas du codage binaire). Si  $N$  est trop grand le temps de calcul de l'algorithme peut s'avérer très important, et si  $N$  est trop petit, il peut converger trop rapidement vers un mauvais chromosome. Cette importance de la taille est essentiellement due à la notion de *parallélisme implicite* qui implique que le nombre d'individus traité par l'algorithme est au moins proportionnelle au cube du nombre d'individus.
- La probabilité de croisement  $Pc$ . Elle dépend de la forme de la fonction de fitness. Son choix est en général heuristique (tout comme pour  $pm$ ). Plus elle est élevée, plus la population subit de changements importants. Les valeurs généralement admises sont comprises entre 0,5 et 0,9.
- La probabilité de mutation  $Pm$ . Ce taux est généralement faible puisqu'un taux élevé risque de conduire à une solution sous optimale.

Plutôt que de réduire  $pm$ , une autre façon d'éviter que les meilleurs individus soient altérés est d'utiliser la reconduite explicite de l'élite dans une certaine proportion. Ainsi, bien souvent, les meilleurs 5%, par exemple, de la population sont directement reproduits à l'identique, l'opérateur de reproduction ne jouant alors que sur les 95% restant. Cela est appelé une stratégie élitiste (3.3.4).

Partant du constat que les valeurs des paramètres des différents opérateurs sont eux-mêmes inconnus et ne peuvent être améliorés au fur et à mesure que de façon expérimental, certains auteurs, tels Novkovic et Sverko (1997), proposent d'utiliser une sorte de méta AG : l'un pour trouver l'individu optimal et l'autre pour trouver la valeur optimale des paramètres. Ces deux algorithmes tourneraient alors simultanément ou séquentiellement. Toutefois, il est inévitable que le temps de calcul s'alourdisse en conséquence.

### III.6 Le codage réelle

A l'aide du codage binaire, toutes les opérations sont assez simples à mettre en place. Malgré tout, quelques inconvénients existent :

- Il peut être difficile d'adapter ce codage à certains problèmes :

La représentation binaire traditionnelle utilisée pour les algorithmes génétiques crée des problèmes pour les problèmes d'optimisation de grandes dimensions à haute précision numérique. Par exemple, avec 100 variables appartenant au domaine  $[-500 ; 500]$  et dont une précision de 6 chiffres après la virgule est requises, la taille du chromosome est 3000. Cela, en retour, génère un espace de recherche d'environ 101000. Pour de tels problèmes, les algorithmes génétiques basés sur des représentations binaires ont de faibles performances.

- La distance de Hamming entre deux nombres réels proches peut être grand (exemple : 0111 qui vaut 7 et 1000 qui vaut 8, la distance est de 4). Ce qui crée bien souvent une convergence mais non l'obtention de la valeur optimale.
- Suivant le problème, la résolution de l'algorithme peut être coûteux en temps.
- Le croisement et la mutation peuvent être inadaptés (création d'individus n'appartenant pas à l'espace de recherche).

Une des améliorations majeures consiste alors à se servir de nombres réels directement. Les résultats donnés par Michalewicz (1992) et Michalewicz, Logan et Swaminathan (1994) montrent que la représentation binaire aboutit souvent à une moins bonne précision et qu'en règle général le gain en termes de temps de calcul (CPU) est positif. La conclusion à laquelle il arrive est naturellement qu'une représentation plus naturelle du problème offre des solutions plus efficaces.

En utilisant le codage réel, notre individu n'est alors plus qu'un chiffre à valeurs réelles dans l'espace des valeurs permises  $A = a, a \in D \subset R$ . L'opérateur de sélection reste identique à celui de la roue de loterie biaisée ou du tournoi. En revanche, il existe d'autres opérateurs de croisement et de mutation. Pour lesquels voir aussi une présentation de ces opérateurs à codage réel.

### III.6.1 Opérateur de croisement

L'opération de croisement simple tel que décrit dans le cas binaire ne peut s'effectuer ici dans le cas de recherche d'un point unique. Toutefois, pour une recherche de plus grande dimension, nous pouvons utiliser de façon analogique cet opérateur.

Ainsi, soient  $Y = (y_1, y_2, y_3)$  et  $X = (x_1, x_2, x_3)$  deux membres (vecteur de dimension trois) de la population initiale. Nous recherchons donc trois points dans un espace de recherche de dimension trois.

L'opération de croisement simple est identique dans le principe à celle décrite auparavant. Pour ce faire, nous générons un nombre aléatoire  $r$  à partir d'une distribution uniforme sur l'ensemble  $\{1, 2, 3\}$ , et deux nouveaux individus,  $\tilde{X}$  et  $\tilde{Y}$ , sont créés selon la règle suivante :

$$\tilde{x}_i = \begin{cases} x_i, & \text{si } i < r \\ y_i, & \text{sin on} \end{cases}$$

$$\tilde{y}_i = \begin{cases} y_i, & \text{si } i < r \\ x_i, & \text{sin on} \end{cases}$$

Un autre opérateur est le croisement arithmétique (valable même pour une recherche de dimension un). Ce croisement effectue une simple combinaison linéaire entre les parents. Soit, après avoir généré un chiffre aléatoire,  $\alpha = U(0, 1)$ , les nouveaux parents est :

$$\tilde{X} = \alpha X + (1 - \alpha)Y$$

$$\tilde{Y} = (1 - \alpha)X + \alpha Y$$

Enfin, il existe aussi le croisement heuristique. Cet opérateur effectue une extrapolation linéaire des deux individus. Un nouvel individu,  $\tilde{X}$ , est créé selon le processus suivant (sous l'hypothèse que  $X > Y$  en terme de fitness, sinon nous inversons  $X$  et  $Y$  dans les équations) :

$$\tilde{X} = X + r(X - Y).$$

$$\tilde{Y} = X.$$

Et où :

$$\text{faisabilité} = \begin{cases} 1, & \text{si } b_1^i < \tilde{x}_i < b_2^i, \forall i \\ 0, & \text{si non.} \end{cases}$$

Où  $b_1^i$  et  $b_2^i$  sont les bornes autorisées pour  $x_i$ , et avec  $r$  un nombre aléatoire tiré dans  $U(0,1)$ . Nous devons donc avoir tout le temps  $x_i \in [b_1^i, b_2^i]$ . Si  $\tilde{X}$  n'est pas faisable (i.e. faisabilité nulle) alors un nombre  $r$  est retiré et la procédure est recommencée jusqu'à ce que la solution soit faisable où qu'un certain nombre d'essais ait été effectué. Dans le cas où  $f(X) = f(Y)$  (même fitness) on reproduit simplement  $X$  et  $Y$ . Cet opérateur est le seul des croisements à utiliser *directement* une information reliée à la fitness. Comme nous le disons Michalewicz,

Logan et Swaminathan (1994) :

Cet opérateur est un croisement unique pour les raisons suivantes :

(1) il utilise les valeurs de la fonction objectif afin de déterminer une direction de recherche, (2) il produit seulement un enfant et (3) il peut ne produire aucun enfant. [...] Il semble que le croisement heuristique contribue à trouver une solution plus précise ; ses principales responsabilités [dans la recherche de la solution] sont (1) un fine tuning local et (2) une recherche dans une direction prometteuse.

### III.6.2 Opérateur de mutation

La mutation uniforme est identique à celle du codage binaire. Ainsi, chaque variable  $x_i \in X$  est changée selon une certaine probabilité en un nombre aléatoire tiré dans une distribution uniforme sur l'intervalle  $[b_1^i, b_2^i]$ , avec  $b_1^i$  et  $b_2^i$  les bornes inférieures et supérieures pour  $x_i$ .

La mutation non uniforme revient à changer la variable  $x_i$  en un nombre tiré dans une distribution non uniforme. Cette nouvelle variable  $\tilde{x}_i$  est telle que :

$$\tilde{x}_i = \begin{cases} x_i + (b_2^i - x_i)f(G), & \text{si } \alpha < 0.5, \\ x_i - (x_i - b_1^i)f(G), & \text{si } \alpha \geq 0.5. \end{cases}$$

avec

$$f(G) = \left( \tilde{\alpha} \left( 1 - \frac{G}{G_{\max}} \right) \right)^b,$$

$\alpha, \tilde{\alpha}$  = nombres aléatoires  $\in (0,1)$

$G$  = la génération courante,

$G_{\max}$  = le nombre maximum de génération (i.e. de création de nouvelle population)

$b$  = un paramètre déterminent le degré de non uniformité.

Un dernier opérateur de mutation existe : la mutation dans les bornes. Avec cet opérateur, chaque variable  $x_i \in X$  choisie pour muter prend pour valeur l'une des deux bornes  $b_1^i$  ou  $b_2^i$  avec équiprobabilité. A l'évidence, cet opérateur n'a d'intérêt et d'efficacité que si la solution est proche des bornes de l'espace de recherche. Notons qu'il est possible de combiner plusieurs opérateurs en même temps.

### III.7 Formulation du problème

La conception des réseaux de distribution de l'eau est souvent regardée comme problème d'optimisation du moindre coût avec des diamètres de conduites étant variables de décision.

La disposition de conduites, connectivité et des contraintes principales minimum imposées aux jonctions de conduites (noeuds) est considérée connues.

Il y a évidemment d'autres objectifs possibles, comme la fiabilité, redondance et /ou la qualité de l'eau, celle peut être incluse dans le processus d'optimisation.

Cependant, mesurer le problème avec ces objectifs pour l'usage dans des modèles de conception, les chercheurs se concentrant sur optimisation d'un objectif simple et du moindre coût. Même cela, limité la formulation de conception du réseau optimale représente un problème difficile à résoudre.

Le rapport mathématique suivant, du problème de conception optimal est présenté pour un réseau général d'approvisionnement en eau. La fonction objective est habituellement une fonction de coût des diamètres et des longueurs de conduites.

$$F(D_1, \dots, D_n) = \sum_{i=1}^N c(D_i, L_i) \quad (1)$$

où  $c(D_i, L_i)$  est le coût de la conduite  $i$  avec le diamètre  $D_i$  et la longueur  $L_i$  et  $N$  est le nombre de tout les conduites du réseaux. La fonction  $f$  doit être réduite au minimum sous les contraintes suivantes.

Pour chaque noeud de jonction (autre que la source) une contrainte de continuité devrait être satisfait

$$\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = Q_e \quad (2)$$

où  $Q_{in}$ , le débits dans la jonction,  $Q_{out}$ , est le débit sortir de la jonction et  $Q_e$ , représente l'apport ou la demande externe au noeud de jonction. Sous cette convention demande  $Q_e$  débits extraient à partir de la jonction sont positifs.

Pour chacune des boucles (mailles) du réseau la contrainte de conservation d'énergie peut être écrite

$$\sum \Delta h = 0 \quad (3)$$

Une contrainte additionnelle de conservation d'énergie est écrite pour des chemins entre tous les deux noeuds. La formule de Hazen-Williams est employée pour exprimer la limite de perte d'énergie (perte de charge).

$$\Delta h = \omega \left( \frac{Q}{C} \right)^{1.852} D^{-4.87} L \quad (4)$$

$\omega$  : coefficient en fonction des unités utilisées (voir annexe)

$C$  : coefficient de Hazen-Williams

La contrainte principale minimum pour chaque noeud dans le réseau est donnée sous la forme :

$$H_j \geq H_j^{\min} ; j = 1, \dots, M \quad (5)$$

où

$H_j$  est la charge au noeud  $j$ ,  $H_j^{\min}$  est la charge minimum exigé au même noeud, et  $M$  est le nombre de tous les noeuds du réseaux.

Le problème d'optimisation formulé de cette manière est non linéaire dû à l'équations de conservation d'énergie. En outre, des conduites sont fabriquées en un ensemble de diamètres (commerciale) discret, de ce fait des difficultés additionnées au problème, de rechercher la conception optimale du réseau.

### III.7.1 Manipulation de Contrainte

La méthode adopté pour ce problème est la méthode des algorithmes génétiques couplé à un efficace solveur hydraulique (équilibre du réseau) avait pour but de calculer des charges et des débits du réseau. Le solveur s'assure que les contraintes d'Equations (2) et de (3) sont satisfaites pour chaque solution produite.

La contrainte de pression d'Equation (5) n'est pas nécessairement satisfaite, car son rôle est de distinguer entre les solutions faisables et infaisables.

Plutôt d'ignorer solutions infaisables, et concentrant seulement sur les solutions faisables, solutions infaisables sont laissés joindre la population et aider à guider la recherche, mais d'un certain prix.

Une pénalité  $p$  ajoute à la fonction d'évaluation et elle est activée pour une solution infaisable, réduisant de ce fait sa force relativement aux autres individus de la population.

Donc son but est de défavoriser les individus qui viole la contrainte de pression minimale on lui ajoutant un coût proportionnel à la différence de charge.

$$F(D_1, \dots, D_n) = \sum_{i=1}^N c(D_i, L_i) + p \cdot \left\{ \max_j [\max(H_j^{\min} - H_j, 0)] \right\} \quad (6)$$

#### Remarque :

Durant les essais du programme en changeant les paramètres de l'algorithme on essaye de retoucher la fonction d'évaluation différemment (la partie ajoutée de la fonction objective), plutôt de prendre la valeur maximum du vecteur, on a somme tous les valeurs du vecteur, On a constaté que le programme donne des bons résultats, c'est-à-dire qu'il converge plus vite qu'auparavant.

$$F(D_1, \dots, D_n) = \sum_{i=1}^N c(D_i, L_i) + p \cdot \left\{ \sum_j^M [\max(H_j^{\min} - H_j, 0)] \right\} \quad (7)$$



CHAPITRE IV  
APPLICATIONS

## IV Introduction

Jusqu'ici beaucoup de modèles ont été développés à la conception optimale des réseaux de distribution d'eau potable. Le modèle de recherche algorithmes génétique (AG) est employé pour la minimisation de coût de conception d'un réseau de distribution d'eau potable. Dans le but de comparer les résultats obtenue par les programme élaborés, aux résultats des travaux de recherche antérieur.

Les expériences numériques effectuées sur le réseau de référence repose sur objectifs complémentaires :

- Elaboration d'un modèle efficace d'équilibrage des réseaux de distribution, reposant sur une étude comparative des résultats des différentes méthodes développées (méthode de Hardy Cross, la méthode de Newton Raphson et méthode de linéarisation des pertes de charge).
- Conception d'un modèle d'optimisation : Suite aux expériences numériques appliquées sur le réseau de référence relatives à la méthode des algorithmes génétique, les résultats numériques ont été comparés avec ceux obtenus par les différents travaux de recherches antérieurs.

### IV.1 Simulation

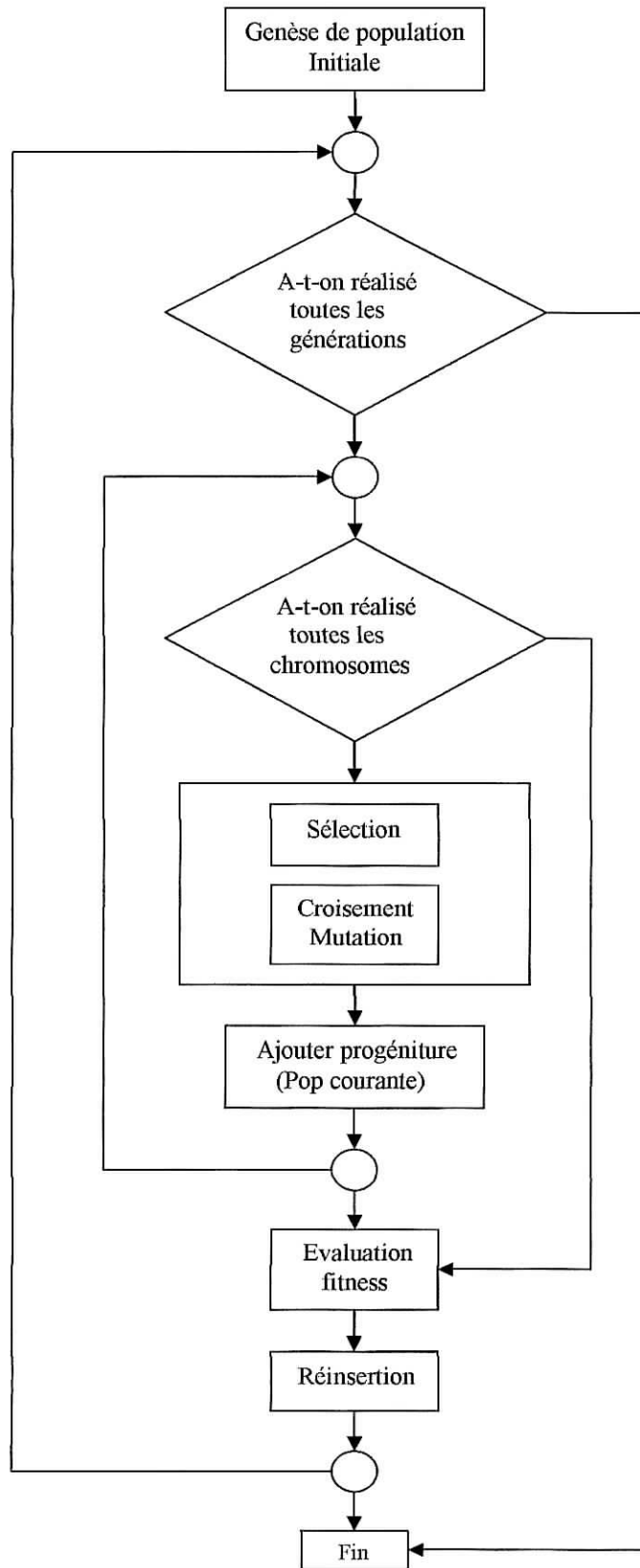
Nous avons traiter notre problème à l'aide d'un logiciel nommé **MATLAB**.

**MATLAB** est un système interactif et convivial de calcul numérique et de visualisation graphique destiné aux ingénieurs et scientifique. Il possède un langage de programmation à la fois puissant et simple d'utilisation. Il permet d'exprimer les problèmes et solution d'une façon aisée, contrairement aux autres langages de programmation.

**MATLAB** intègre des fonctions d'analyse numérique, de calcul matriciel, de traitement de signal, de visualisation graphique 2D et 3D, etc. il peut être utilisé de façon interactive ou en mode programmation. En mode interactif, l'utilisateur a la possibilité de réaliser rapidement des calculs sophistiqués et d'en présenter les résultats sous forme numérique ou graphique. En mode programmation, il est possible d'écrire des scripts (programmes) comme avec d'autres langages. L'utilisateur peut aussi créer ses propres fonctions pouvant être appelée de façon interactive ou par le scripts. On a introduite le programme d'optimisation et quelque fonction de programmation. [Voir annexe]

### IV.2 Description du programme

Le programme d'optimisation des réseaux de distribution (AG) est présente sous forme d'organigramme et pour plus de détaille voir annexe.

**Organigramme de l'algorithme génétique**

## Application I

### IV.3 Validations du programme

#### IV.3.1 données du réseau académique

Le réseau d'étude représenté sur le schéma (fig1) a été à l'origine présenté par Alperovits et Shamir (1977) et suivi de Goulter et autres (1986), Kessler et Shamir (1989), Savic et Walters (1997), et Cunha et Sousa (1999).

Le système a sept noeuds et huit conduites disposés dans deux boucles et est alimenté par gravitation de un réservoir de charge fixe de 210 m. Les conduites sont chacun de 1.000 m longs avec la valeur de Hazen-Williams CHW est de 130. La limitation minimum de pression est 30m au-dessus du niveau du sol pour chaque noeud. Il y a 14 diamètres commerciaux à choisir. Le tableau 1 (voir annexe) donne le coût par mètre linéaire pour chaque calibre de conduite.

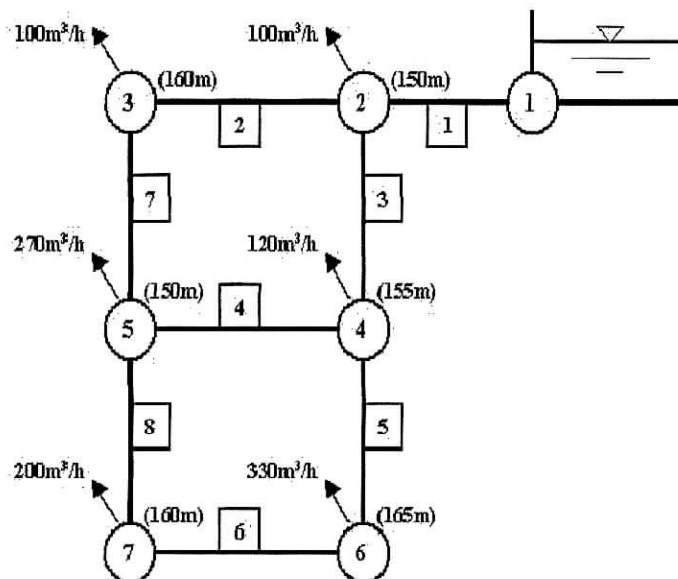


figure.1 réseau académique

**A. Données des conduites du réseau :**

N <sup>o</sup> conduite	Nœud amont	Nœud aval	CHW	Longueur (m)
1	1	2	130	1000
2	2	3	130	1000
3	2	4	130	1000
4	4	5	130	1000
5	4	6	130	1000
6	6	7	130	1000
7	3	5	130	1000
8	7	5	130	1000

**Tableau 4.1****B. Données aux nœuds du réseau :**

Nœud	Consommation (m <sup>3</sup> /h)	Élévation (m)
1	-1120,0	210
2	100,0	150
3	100,0	160
4	120,0	155
5	270,0	150
6	330,0	165
7	200,0	160

**Tableau 4.2****IV.3.2 Approbations des méthodes d'équilibrage**

Des expériences numériques ont été effectuées sur le réseau de référence afin de comparer les résultats des trois méthodes d'équilibrage. Pour ce qu'il s'agit de la méthode de Newton Raphson et Hardy Cross on été tires de la thèse de magistère de monsieur A. LEFKIR pour les faire comparer avec celle de la Méthodes de linéarisation de Wood Charles.

Pour cela une répartition de diamètre le long du réseau a été fixée pour titre d'exemple.

**A. Résultats après équilibrage du réseau :**

Diamètres en (inch)		Newton Raphson		Hardy Cross		Wood Charles	
Nº	D (in)	Q (l/s)	V (m/s)	Q (l/s)	V (m/s)	Q (l/s)	V (m/s)
1	16	311.11	2.39	311.08	2.40	308.99	1.57
2	14	119.12	1.20	119.15	1.20	117.95	1.23
3	14	164.21	1.65	164.16	1.65	164.04	1.70
4	6	20.31	1.11	20.28	1.11	20.31	1.15
5	14	110.56	1.11	110.55	1.11	110.73	1.15
6	6	18.9	1.03	18.89	1.04	18.73	1.06
7	10	91.34	1.80	91.38	1.80	90.95	1.85
8	10	36.65	0.72	36.66	0.72	36.27	0.74

**Tableau 4.3****B. Résultats des pressions aux nœuds du réseau :**

Nœuds	Newton Raphson	Hardy Cross	Wood Charles
	Pression (m)	Pression (m)	Pression (m)
1	---	---	---
2	50.54	47.91	55.83
3	37.48	33.98	41.92
4	40.00	35.80	43.62
5	37.86	31.61	39.68
6	27.33	22.39	30.14
7	26.09	19.33	27.45

**Tableau 4.4**

#### IV.4 Résultats après optimisation en optent la méthode des Algorithme Génétique :

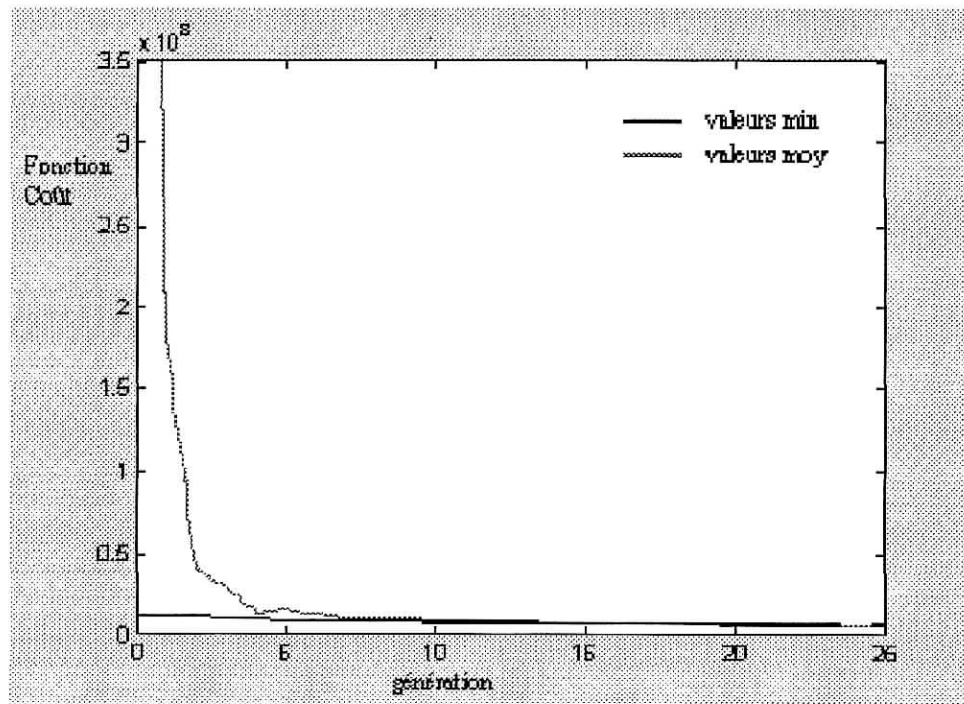
conduites	AG (1)			AG (2)			AG (3)		
	D (mm)	Q (l/s)	V (m/s)	D (mm)	Q (l/s)	V (m/s)	D (mm)	Q (l/s)	V (m/s)
1	450	309	1.94	450	309	1.94	450	309	1.94
2	350	143.75	1.49	250	92.68	1.88	250	99.11	2.02
3	350	138.25	1.43	400	189.32	1.50	400	182.89	1.45
4	25	<b>0.13</b>	<b>0.26</b>	100	9.15	1.16	50	1.68	0.85
5	350	105.12	1.09	400	147.16	1.17	350	148.21	1.54
6	150	13.12	0.74	250	55.16	1.12	300	56.21	0.79
7	350	116.75	1.21	250	65.68	1.34	250	72.11	1.47
8	250	41.88	0.85	25	<b>0.16</b>	<b>0.33</b>	50	1.21	0.62
Coût (\$)	420000			419000			404000		

Tableau 4.5

conduites	AG (4)			AG (5)			AG (6)		
	D (mm)	Q (l/s)	V (m/s)	D (mm)	Q (l/s)	V (m/s)	D (mm)	Q (l/s)	V (m/s)
1	450	309	1.94	450	309	1.94	400	309	2.45
2	350	154.3	1.60	350	156.67	1.63	350	156.64	1.62
3	350	127.69	1.33	350	125.32	1.30	350	125.36	1.30
4	25	<b>0.16</b>	<b>0.32</b>	25	<b>0.17</b>	<b>0.34</b>	25	<b>0.17</b>	<b>0.34</b>
5	300	94.54	1.34	300	92.16	1.30	350	92.20	0.96
6	75	2.54	0.57	25	<b>0.16</b>	<b>0.33</b>	25	<b>0.20</b>	<b>0.39</b>
7	350	127.3	1.32	350	129.67	1.35	350	129.64	1.34
8	250	52.46	1.07	250	54.84	1.12	250	54.80	1.12
Coût (\$)	402000			396000			366000		

Tableau 4.6

## A. interprétation graphique



**Figure 2.**interprétation graphique de la variation de la fonction coût au cours des génération.



**B. Résultats des pressions aux nœuds du réseau :**

Noeuds	AG (1)	AG (2)	AG (3)	AG (4)	AG (5)	AG (6)
1	---	---	---	---	---	---
2	53.07	53.07	53.07	53.07	53.07	47.77
3	37.43	30.39	28.72	36.64	36.45	31.22
4	42.82	43.13	43.44	43.54	43.69	38.34
5	43.59	33.69	30.76	42.13	41.79	36.62
6	29.66	30.04	27.47	28.08	28.48	25.86
7	30.68	30.19	30.39	27.71	26.99	21.83

Tableau 4.7

**IV.5 Comparaisons des Résultats de différent Méthodes utilisé**

No conduites	Alperovits Et Shamir D (in)	Goulter Et Al. D (in)	Kessler Et Shamir D (in)	Fetherston Et Col. D (in)	LPGM (2000) D (in)	AG D (in)
1	20 18	20 18	18	20	16	16
2	8 6	10 10	12 10	14	14	14
3	18	16	16	12	14	14
4	8 6	6 4	3 2	6	6	1
5	16	16 14	16 14	12	14	14
6	12 10	12 10	12 10	6	6	1
7	6	10 8	10 8	10	10	14
8	6 4	2 1	3 2	8	10	10
Coût (\$)	497525	435015	417500	417000	390595	366000
Gain (%)	-----	12.56	16.08	16.18	21.49	26.43

Tableau 4.8

**IV.5.1 Comparaison des pressions de chaque méthode**

Noeuds	Alperovits Et Shamir	Goulter Et Al.	Kessler Et Shamir	Fetherston Et Col.	LPGM (2000)	AG
1	---	---	---	---	---	---
2	53.96	53.26	---	54.67	50.54	47.77
3	32.32	30.30	---	42.86	37.48	31.22
4	44.97	43.87	---	39.00	40.00	38.39
5	32.31	30.62	---	41.56	37.86	36.50
6	31.19	29.85	---	24.46	27.33	25.92
7	31.57	29.85	---	28.54	26.09	21.70

**Tableau 4.9**

## Application II

### IV.6 Réseau de bordj ElKiffan

#### IV.6.1 Présentation du réseau

##### A. Situation géographique

La ville de Bordj-El-Kiffan est une ville touristique située à 20 Km à l'est de la ville d'Alger, limité par : la mer Au nord, la RNS 5 Au sud, la circonscription d'El-Harrach A l'ouest et la commune de Bordj el bahri à l'est. Avec une population de 2327 habitant. Et une superficie du terrain d'étude de 339,2 ha.

##### B. Relief

Le relief de la ville est plat (altitude moyenne 10 m) on distingue deux bassins versants séparés par une série de collines, l'une vers le nord (littoral) l'autre vers le sud (Bab Ezzour) la pente est moyenne.

##### C. Situation actuelle de bordj El Kifan

A présent l'alimentation en eau potable se fait à partir du réservoir de Belfort dont la capacité est de 2000 m<sup>3</sup>.

La conduite d'adduction est de 400 mm de diamètre sur une longueur de 3510 m suivie d'un second tronçon de 1340 m de longueur et de 300 mm de diamètre.

##### C. Démographie

Les chiffres relatifs à l'évolution de la population sont repris du livre "R.A.D.P" du gouvernorat du grand Alger, commune de Bordj-El-Kiffan. L'accroissement naturel est de 3.5 % avec une migration de 1,0 % et moyenne globale d'accroissement égale à 4,5 %.

L'estimation de la population pour l'horizon 2005 à partir de la formule des intérêts composés qui exprime un accroissement géométrique donne une population de 162683 habitant. Notons que l'urbanisation à moyen et à long terme nécessite l'extension du réseau et de la capacité d'adduction. *Consommation moyenne journalière et saisonnière par habitant* : Vu le caractère peu urbanisé de la ville de Bordj-El-Kiffan le coefficient de pointe est pris égal à 1,5, avec une dotation de 200 l/hab./j. Pour l'horizon 2005 la consommation saisonnière est donc égal à 300 l/hab./j. la demande de chaque quartier est estimée à partir de la densité et de la superficie de celui-ci. La demande totale représente la somme des demandes pour l'ensemble des quartiers ( $\sum$  densité Population  $\times$  dotation) elle est égale à 16448,6 m<sup>3</sup>/j.

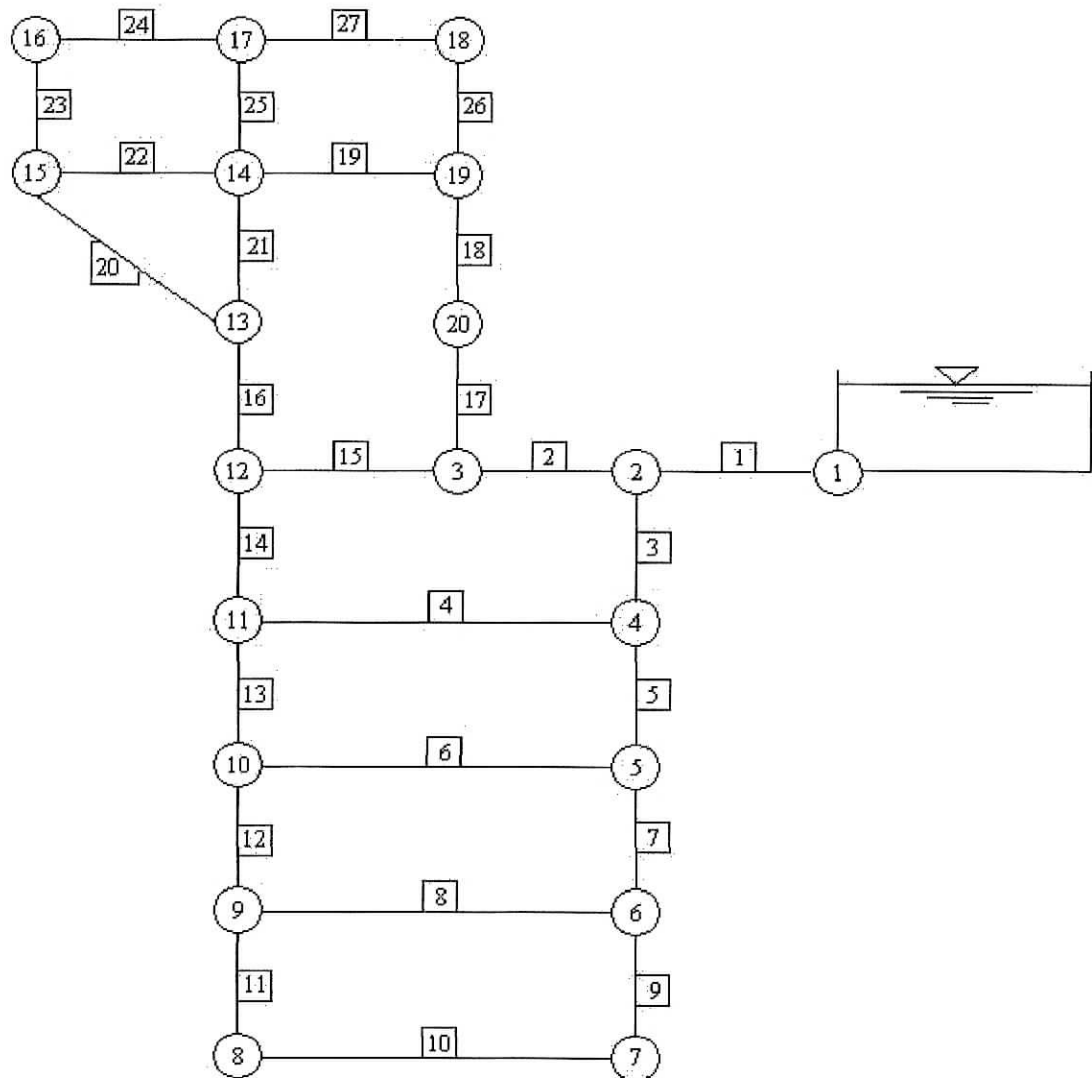


Figure.3 réseau de BORDJ EL KIFFAN

## IV.6.2 Données du Réseau

Données des conduites				
Nº de conduites	Nœud amont	Nœud aval	L (m)	CHW
1	1	2	140	106
2	2	3	385	106
3	2	4	539	106
4	4	11	941	106
5	4	5	677	106
6	5	10	539	106
7	5	6	319	106
8	6	9	385	106
9	6	7	726	106
10	7	8	314	106
11	9	8	803	106
12	10	9	275	106
13	11	10	1309	106
14	12	11	251	106
15	3	12	523	106
16	12	13	674	106
17	3	20	490	106
18	20	19	721	106
19	19	14	193	106
20	13	15	792	106
21	13	14	407	106
22	14	15	314	106
23	15	16	919	106
24	17	16	578	106
25	14	17	787	106
26	19	18	737	106
27	18	17	380	106

Tableau 4.10

Données des Nœuds		
Noeud	Consommation (l/s)	élévation (m)
1	570.99	45
2	10.72	34
3	115.85	14
4	24.56	18
5	23.00	15
6	41.24	13
7	22.31	09
8	36.57	06
9	57.71	09
10	35.72	08
11	52.82	10
12	36.80	10
13	26.21	08
14	16.33	08
15	19.84	07
16	19.54	03
17	14.98	07
18	03.04	09
19	06.71	08
20	07.05	07

Tableau 4.11

### IV.6.3 Résultats après optimisation avec la méthode des Algorithmes Génétique

N° de conduites	AG (1)			AG (2)		
	Diamètres (mm)	Débits (l/s)	Vitesses (m/s)	Diamètres (mm)	Débits (l/s)	Vitesses (m/s)
1	700	570.99	1.48	600	570.99	2.02
2	400	283.18	2.25	300	208.77	2.95
3	450	277.09	1.74	500	351.49	1.79
4	150	30.34	1.71	300	112.03	1.58
5	350	222.19	2.30	350	214.90	2.23
6	250	101.22	2.06	250	102.74	2.09
7	250	97.97	1.99	250	89.15	1.81
8	150	32.25	1.82	125	22.92	1.86
9	150	24.48	1.38	150	24.99	1.41
10	60	2.17	0.76	60	2.68	0.95
11	200	34.40	1.09	200	33.89	1.08
12	200	59.85	1.90	200	68.67	2.18
13	150	-5.64	0.32	60	1.65	0.58
14	125	16.84	1.37	200	-57.56	1.83
15	250	132.89	2.70	80	3.93	0.78
16	400	79.25	0.63	150	24.70	1.40
17	200	34.45	1.09	300	89.00	1.26
18	150	27.40	1.55	300	81.95	1.16
19	150	7.34	0.41	200	55.06	1.75
20	150	18.72	1.06	60	0.74	0.26
21	250	34.32	0.69	60	-2.25	0.80
22	125	17.75	1.44	150	31.76	1.80
23	150	16.63	0.94	125	12.66	1.03
24	80	2.91	0.58	100	6.88	0.88
25	100	7.58	0.96	80	4.72	0.94
26	125	13.35	1.08	150	20.18	1.14
27	150	10.31	0.58	125	17.14	1.40
Coût (DA)	5132130.00			5127190.00		

Tableau 4.12

N° de conduites	AG (3)			AG (4)		
	Diamètres (mm)	Débits (l/s)	Vitesses (m/s)	Diamètres (mm)	Débits (l/s)	Vitesses (m/s)
1	600	570.99	2.02	500	570.99	2.90
2	350	277.99	2.89	400	327.75	2.60
3	450	282.27	1.77	400	232.51	1.85
4	200	48.67	1.55	60	2.04	0.72
5	350	209.04	2.17	350	205.91	2.14
6	200	82.23	2.62	125	19.69	1.60
7	250	103.81	2.11	350	163.23	1.70
8	60	3.73	1.32	250	86.60	1.76
9	200	58.84	1.87	150	35.40	2.00
10	250	36.54	0.74	100	13.08	1.67
11	100	<b>0.033</b>	<b>0.004</b>	125	23.49	1.91
12	250	54.02	1.10	80	-5.40	1.07
13	100	7.50	0.96	125	10.63	0.87
14	125	11.65	0.95	200	61.41	1.95
15	300	120.37	1.70	350	173.26	1.80
16	250	71.91	1.46	250	75.05	1.52
17	200	41.78	1.33	200	38.65	1.23
18	200	34.74	1.10	200	31.60	1.00
19	125	14.80	1.20	80	7.76	1.54
20	200	35.45	1.13	200	36.81	1.17
21	150	10.25	0.58	125	12.03	0.98
22	80	4.75	0.94	60	1.56	0.55
23	200	20.36	0.65	150	18.53	1.05
24	60	<b>-0.82</b>	<b>0.29</b>	60	1.01	0.36
25	80	3.98	0.79	60	1.90	0.67
26	125	13.21	1.08	125	17.12	1.39
27	125	10.18	0.83	150	14.08	0.80
Coût (DA)	4960450.00			4648760.00		

Tableau 4.13

#### IV.6.4 Résultats des pressions aux nœuds du réseau

Noeuds	AG (1)	AG (2)	AG (3)	AG (4)
2	10.64	10.24	10.24	9.18
3	26.63	21.13	22.87	23.93
4	23.59	23.39	23.08	21.29
5	18.03	18.34	18.44	16.85
6	15.55	16.58	15.45	16.58
7	10.38	11.05	7.82	<b>2.42*</b>
8	9.68	8.58	10.11	<b>-3.35*</b>
9	11.44	10.21	7.11	16.27
10	16.99	17.07	9.4	12.90
11	13.90	24.35	20.47	19.40
12	17.72	20.50	22.41	23.76
13	19.05	13.84	19.07	19.97
14	18.23	18.98	18.04	16.66
15	13.97	13.56	15.10	15.66
16	12.30	9.31	17.04	12.72
17	11.23	10.23	11.92	10.38
18	10.20	14.20	12.20	10.10
19	18.50	21.71	20.36	22.67
20	30.72	25.74	25.71	27.32

Tableau 4.14



## IV.7 Application de la méthode LPGM (2000) [24]

N° des conduites	Diamètres (mm)	Débits (l/s)	Vitesses (m/s)
1	600	571	2.01
2	400	270.45	2.15
3	450	289.81	1.82
4	250	67.04	1.36
5	400	198.21	1.57
6	250	82.07	1.67
7	250	93.15	1.89
8	150	19.11	1.08
9	200	32.79	1.04
10	125	10.48	0.85
11	200	26.08	0.83
12	250	64.67	1.31
13	200	1.33	0.58
14	125	4.11	0.33
15	250	86.92	1.77
16	250	46.01	0.93
17	250	67.68	1.37
18	250	60.63	1.23
19	200	37.83	1.20
20	150	10.99	0.62
21	150	8.80	0.49
22	150	14.47	0.81
23	100	5.62	0.71
24	150	13.91	0.78
25	150	15.83	0.89
26	150	16.09	0.91
27	150	13.05	0.73
Coût (DA)	5479284.08		

Tableau 4.15

Noeuds	Pressions (m)
2	9.86
3	24.19
4	20.78
5	18.18
6	13.74
7	11.43
8	11.17
9	12.73
10	16.56
11	18.43
12	18.90
13	17.21
14	15.95
15	14.51
16	9.57
17	9.74
18	10.17
19	18.13
20	20.71

Tableau 4.16

### IV.7.1 Comparaisons entre la méthode LPGM (2000) et Algorithme Génétique

Nº des conduites	LPGM	AG 1	AG 2	AG 3	AG 4
1	600	700	600	600	500
2	400	400	300	350	400
3	450	450	500	450	400
4	250	150	300	200	60
5	400	350	350	350	350
6	250	250	250	200	125
7	250	250	250	250	350
8	150	150	125	60	250
9	200	150	150	200	150
10	125	60	60	250	100
11	200	200	200	100	125
12	250	200	200	250	80
13	200	150	60	100	125
14	125	125	200	125	200
15	250	250	80	300	350
16	250	400	150	250	250
17	250	200	300	200	200
18	250	150	300	200	200
19	200	150	200	125	80
20	150	150	60	200	200
21	150	250	60	150	125
22	150	125	150	80	60
23	100	150	125	200	150
24	150	80	100	60	60
25	150	100	80	80	60
26	150	125	150	125	125
27	150	150	125	125	150
Coût (DA)	5479284.08	5132130.00	5127190.00	4960450.00	4648760.00
Gain (%)	----	6.33	6.42	9.47	15.16

Tableau 4.17

## IV.8 Analyse des Résultats

Nous avons soumis l'implantation de l'algorithme génétique détaillée au chapitre précédent à une série de tests. Ces tests visent principalement la mesure d'efficacité de l'algorithme et de la qualité des solutions qu'il fournit. Nous avons effectué des analyses de sensibilité relatives aux paramètres intrinsèques de l'algorithme génétique, puis mesuré l'évolution de la performance en fonction des variations de ces paramètres.

Toutes les expériences ont été réalisées sur un micro-ordinateur Intel Pentium 4 compatible, 1.7 Ghz les valeurs obtenues pour la configuration de référence serviront en quelque sorte de valeurs étalon.

- Taille de la population : 100 chromosomes (individus)
- Le taux d'intervalle de génération (génération Gaps) est de 0.9
- Probabilité de croisement : 0.7
- Probabilité de mutation : 0.001
- Nombre de génération : 100

Etant donné le grand nombre d'expériences possibles, nous avons décidé de ne faire varier qu'un seul paramètre à la fois, les autres conservant les valeurs de la configuration de référence. Nous avons également choisi de n'utiliser que quelques valeurs discrètes. L'inconvénient majeur de l'algorithme génétique est le temps de calcul.

Dans l'environnement d'implantation et de mise en oeuvre considéré, les problèmes analysés changent dans la taille de  $1.5 \cdot 10^9$  possibilité de conception pour un réseau de 7 noeuds et 8 conduites et deux mailles avec 14 diamètres discrète, donc pour 100 chromosomes il nous faut  $15 \cdot 10^6$  génération, rien que pour 100 chromosomes et 100 générations il nous a fallu 4min et 25second donc pour atteindre  $1.5 \cdot 10^9$  possibilité in nous faut 406 jour, donc pour résoudre ce problème on a trois choix :

Soit posséder des grandes stations de calcul par exemple 740 Ghz.

Soit faire un calcul parallèle de plusieurs PC assez puissant

Soit de choisir nous même la population initiale, et faire exécuter le programme en fonction du nombre de chromosome, pour 100 générations puis tirer les meilleures et de là exécuter le programme avec la population sélectionnée pour 1000 génération par exemple.

### IV.8.1 Évolution des générations de chromosomes

Comme nous l'avons expliqué au chapitre précédent, une grande part de l'algorithme génétique dépend du hasard. La génération initiale est produite aléatoirement et le hasard affecte les opérateurs génétiques: choix des parents, lieu de croisement, choix du gène à muter ou probabilités de réalisation de ces opérateurs. Nous avons répété plusieurs fois le même problème avec les paramètres fixes définis précédemment et avons analysé les résultats obtenus à la centième génération. Les solutions obtenues sont les chromosomes ayant la meilleure évaluation de leurs générations.

### IV.8.2 Effet du nombre de générations

Nous avons voulu savoir comment se comparent les solutions obtenues à la dixième génération à celles obtenues à la vingtième, quarantième et soixantième jusqu'à centième générations. Étudions l'évolution des solutions selon les générations. Contrairement à notre hypothèse de départ à l'effet que plus le nombre de générations est grand, plus la solution s'améliore, si on choisie nous même la population initial avec des chromosome (individus) ni au moins optimaux nous pouvons facilement constater que l'algorithme génétique améliore la solution jusqu'à environ la vingtième génération. En effet, le coût diminue rapidement pendant les dix premières générations. Cette progression est par contre plus fiable jusqu'à environ la vingtième génération et plus.

### IV.8.3 Effet de la taille du réseau

Nous avons voulu savoir si la taille du réseau avait une influence sur la qualité des solutions. Notre expérience a porté sur les deux réseaux, académique et celui de bordj El kiffan, nous avons constater que le réseau de bordj El kiffan vu sa taille par rapport au réseau académique, il converge dès le premier essais contrairement a l'autre, ce la revient la diversité des diamètre, et le nombre de possibilité si important  $14^{27}$ .

### IV.8.4 Effet de la taille de la population

On a effectuée une série d'expériences pour étudie l'influence du nombre de chromosomes de la population sur la qualité de la solution. Nous avons obtenu des résultats pour des populations de 10, 40, 80 et 100 chromosomes. Chaque expérience a été répétée plusieurs fois. On a garder Les résultats les plus optimaux sont regroupés dans les tableaux. La figure [2] illustre le comportement des solutions, avec une population de 100 chromosomes sur une période de 100 générations. Les résultats confirment l'hypothèse à l'effet qu'une population de grande taille va inévitablement données de bons résultats Contrairement a la population de petite taille.

En comparaison, Nous remarquons qu'il y a une bonne diversité de réponses de génération en génération. Les populations de grande taille sont gage de diversité de chromosomes, et de ce fait de diversité de solutions, mais pas nécessairement de meilleures solutions. Une population de 10 chromosomes pourrait tout aussi bien produire la meilleure solution, il suffit qu'un croisement adéquat s'y produise

# CONCLUSION GENERALE

## Conclusion

L'objectif du modèle d'optimisation est de concevoir, un système de distribution d'eau à un coût minimum, tout en vérifiant les contraintes physiques traduites par les lois de conservation d'énergie et de continuité aux nœuds. Les contraintes hydrauliques relatives aux bornes de pressions nodales et de vitesses garantissant ainsi le respect des performances souhaité, et en fin, les contraintes commerciales exprimées par les gammes des prix des éléments composant le réseau.

En cet étude, une méthode d'Algorithme Génétique couplée à un simulateur hydraulique est proposé pour résoudre le problème d'optimisation des diamètres de conduites suite aux essais numériques élaborés sur plusieurs réseaux et sur le réseau de référence en particulier, en utilisant la méthode d'équilibrage, Méthode de linéarisation des pertes de charge (Wood Charles), est considéré comme le modèle le mieux adapté pour représenter le problème d'équilibrage, pour la conception d'un système de distribution d'eau optimale.

La méthode proposée essaye de surmonter certaines des limitations par rapport aux autres méthodes antérieures, à savoir, redondance dans les états de variable en raison d'employer un codage réel et la condition d'implantation un simulateur hydraulique pour évaluer la fiabilité de chaque individu dans une population. En outre, la méthode proposée inclut une fonction de pénalité variable, cela identifie le degré de violation de la contrainte de pression de tous les individus de la population courante en calculant la limite de pénalité.

La méthode a été examinée sur deux réseaux et a été montrée pour être efficace et robuste. Les résultats de l'application de cette méthode aux réseaux considérés par d'autres auteurs étaient favorables.

Comme perspective à ce travail, serait intéressant de traiter les points suivants :

- Optimisation multi objective
- Optimisation sur emplacement des vannes pour contrôler les pressions du réseau
- Optimisation de fonctionnement des pompes (réduire la consommation d'énergie), etc.

# BIBLIOGRAPHIE



---

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] ALPEROVITS, T., & SHAMIR, U., “ *Design of optimal water distribution systems*”, Water Resources Research, Vol 13, N° 6, 885- 900, 1977.
- [2] BAZZARAA, M.S., & JARVIS, J.J., “ *Linear programming and network flows*” , J. Wiley, New York, 1977.
- [3] BERTHOME, P., BOURGINE, P., EZERER, M., & PENADILE, Y., “ *Contribution à l’optimisation économique des réseaux arborescents de transport de l’eau. Dimensionnement d’un organe hydraulique*”, La Houille Blanche, N° 3, 1987.
- [4] BHAVE, P.R., “ *Noncomputer optimization of single-source networks*”, Journal of the Environmental Engineering Division, Vol 104, N° EE4, 1978.
- [5] BHAVE, P.R., “ *Optimization of gravity- fed water distribution systems*”, Journal of the Environmental Engineering , Vol 109,N° 1, 189-205, 1983.
- [6] BHAVE, P.R., “ *Optimal expansion of water distribution systems*”, Journal of the Environmental Engineering , Vol 111,N° 2, 177-197, 1985.
- [7] BHAVE, P.R., & SONAK, V.V., “ *A critical study of the linear programming gradient method for optimal design of water supply networks*” , ”, Water Resources research, vol 28, N° 6, 1577- 1584, 1992.
- [8] BOURGINE, P., & BREMOND, B., “ *Renforcement optimum des réseaux d’adduction d’eau potable en zone rurale. Méthode d’avant projet*”, La Houille Blanche, N° 1, 1988.
- [9] CAMPON, S., “ *Water supply systems from the source to the tap*”, Hors Série Hydroplus, 1997.
- [10] CENERERE, A., & MELE, P., “ *Optimal design of water distribution networks*”, Journal of Hydraulic Division, ESCE, 1983.
- [11] CUDRAZ, H.M., “ *Contribution à l’optimisation d’un réseau urbain de distribution d’eau*”, annales des Ponts & Chaussées, N° 42, 1987.
- [12] FEATERSTONE, R.E., & EL-JUMAILY, K.K., “ *Optimal diameter selection for pipe networks*”, Journal of Hydraulic Engineering, ESCE, 1983.
- [13] FUJIWARA, O., JENCHAIMAHA, K.B., & EDRISINGHE, N.C.P., “ *A modified linear programming gradient method for optimal design of looped water distribution networks*”, Water Resources Research, Vol 23, N° 6, 977-982, 1987.
- [14] FUJIWARA , O., & KHANG, D.B., “ *A Two-Phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks*” , Water Resources research, vol 26, N° 4, 1458- 1460, 1987.
- [15] FUJIWARA , O.,& DEY, D., “*Two adjacent pipe diameters at the optimal solution in the distribution network models*”, Water Resources research, vol 23, N° 8, 1458- 1460, 1987.
- [16] GOULDBERG, D.E., & KUO, C.H., “ *Genetic Algorithms in pipeline optimization*”, Journal of Computing in Civil Engineering, Vol 1, N° 2, 1987.
- [17] GOULTER, I.C., LUSSIER, B.M., & MORGAN, D.R., “ *Implications of head loss path choice in the optimization of water distribution networks*”, Water Resources Research, vol 22, N° 25, 819-822, 1986.

- 
- [18] HELÎS, A., & YAHIAUOI, A.A., “ *Optimisation des réseaux mailles par la notion de l'arbre minimale*”, Projet de Fin d'Etude, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1993.
- [19] HUBERLIANT, B., & LIOT, G., “ *Calcul et optimisation des réseaux de distribution d'eau*”, Projet de Fin d'Etude, Université Catholique de Louvain, 1984.
- [20] KESSLER, A., & SHAMIR, U., “ *Analyse of the linear programming gradient method of optimal design of water supply networks*”, Water Resources Research, vol 25, N° 7, 1469- 1480, juillet 1989.
- [21] LANSEY, K.E., & MAYS, L.W., “ *Optimization model for water distribution system design*, Journal of Hydraulic Engineering, ESCE, Vol 115, N° 19, 1989.
- [22] LEBDI, F., “ *Recherche d'une méthode d'optimisation des réseaux maillés sous pressions*”, Thèse de Doctorat , Institut Nationale Polytechnique, Toulouse, 1985.
- [23] LEFKIR, A., & SADEK, B., “ *Contribution à l'optimisation des réseaux mailles de distribution d'eau*”, Projet de Fin d'Etude, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1995.
- [24] LEFKIR, A, “ *Contribution à l'optimisation des réseaux mailles de distribution d'eau*”, Magister en hydraulique, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, juillet 1999
- [25] MAHDJOUB, Z., “ *Contribution à l'optimisation des réseaux maillés sous pression*”, Thèse de Doctorat, Institut Nationale Polytechnique, Toulouse, 1983.
- [26] MALEK, A., & BEDOU, O.S., “ *Optimisation des réseaux de distribution d'eau*”,
- [27] MERABTENE, T., “ *Contribution à l'étude du dimensionnement des réseaux mailles de distribution d'eau potable*”, Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1990.
- [28] MINOUX, M., “ *Programmation mathématique*”, Dunod, 1983.
- [29] MORGAN, D.R., & GOOLTER, I.C., “ *Optimal urban water distribution design*”, Water Resources Research, vol 21, N° 5, 642- 652, 1985.
- [30] NIELSEN, H.B., “ *Methods for analysing Pipe networks*”, Journal of Hydraulic Engineering , Vol 115, N° 2, 139-155, 1989.
- [31] QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., LIEBMAN, J.C., & ROBINSON, A.R., “ *Comment on 'Design of optimal water distribution systems' by E.Alperovits and U.Shamir*”, Water Resources research, vol 15, N°6, 1651- 1654, 1992.
- [32] QUINDRY, G.E., BRILL, E.D., & LIEBMAN,C., “ *Optimization of looped water distribution systems*”, Journal of the Environmental Engineering Division, Vol 107, N° EE4, 1981.
- [33] RASMASEN, H.J., “ *Simplified optimization of water supply systems*”, Journal of the Environmental Engineering Division, Vol 102, N° EE2, 1976.
- [34] SAMANI,H.M.V., & NAEENI, S., “ *Optimization of water distribution networks*”, Journal of Hydraulic research, Vol 34, N° 5, 1996.
- [35] SHAMIR, U., “ *Optimal design and operation of water distribution systems*”, Water Resources research, vol 10, N° 1, 1974.
- [36] SIMPSON , A.R., DANDY, G.C., & MURPHY, L.J., “ *Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization*”, Journal of Water Planing and Management, Vol 120, N° 4, 423- 443, 1994.
-

- [37] TONG, AL, OCCONOR, T.F, STERNS, D.E, & LYNCH, W.O., “ *Analysis of distribution networks by balancing equivalent pipe lengths*”, Journal of the American Water Works Association, Vol 53, N°2, 192-210, 1961.
- [38] WALSKI, T.M., & AL , “ *Battle of the network models : Epilogue*”, Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 113, N° 2, 1987.
- [39] WERRA, D., “*Eléments de programmation linéaire avec application aux graphes*”, Presses Polytechniques Romandes, SUISSE, 1990.

### **Recherche sur Internet**

[www.atsdr.cdc.gov/HS/dover2/doverhtml/mass.html#5](http://www.atsdr.cdc.gov/HS/dover2/doverhtml/mass.html#5)  
[www.engr.uky.edu/resarch/ce.htmlwww.ex.ac.uk/cws/ppgcws.html](http://www.engr.uky.edu/resarch/ce.htmlwww.ex.ac.uk/cws/ppgcws.html)  
[www.haestad.com/library/tech-papers/papers/cfga.pdf](http://www.haestad.com/library/tech-papers/papers/cfga.pdf)  
[www.hasted.com/software/watergames/papers.asp](http://www.hasted.com/software/watergames/papers.asp)  
[www.ina.eivd.ch/ina/collaborateurs/ch/documentation/opt.pdf](http://www.ina.eivd.ch/ina/collaborateurs/ch/documentation/opt.pdf)  
[www.ihe.nl/hi/sol/papers/hil1998\\_G.AG.pdf](http://www.ihe.nl/hi/sol/papers/hil1998_G.AG.pdf)  
[www.ihe.nl/hi/sol/papers/hil1998-op-pipe.pdf](http://www.ihe.nl/hi/sol/papers/hil1998-op-pipe.pdf)  
[www.rbfconsulting.com/papers/génétic\\_algo.pdf](http://www.rbfconsulting.com/papers/génétic_algo.pdf)  
[www.unica.it/~airo/pdf/sessions/session10.pdf](http://www.unica.it/~airo/pdf/sessions/session10.pdf)  
[www.up.ca.2a/academic/civil/divisions/water/presentations/application\\_of\\_g-a.pdf](http://www.up.ca.2a/academic/civil/divisions/water/presentations/application_of_g-a.pdf)  
[www.uwm.siv.edu/uconr/update\\_147.46.94.112/journal/jc/date/ems9903v141512.pdf](http://www.uwm.siv.edu/uconr/update_147.46.94.112/journal/jc/date/ems9903v141512.pdf)

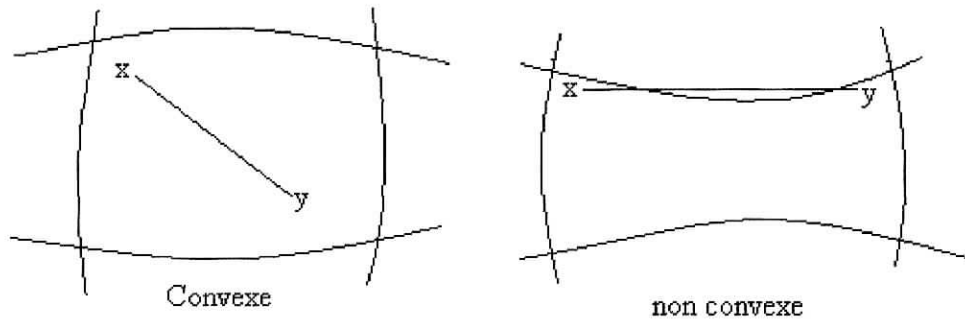
ANNEXE

## Définitions

### Ensembles convexes

On dit que  $S \in \mathbb{R}^r$  est un ensemble convexe si et seulement si  $\forall x, y \in S, \gamma \in [0,1]$  tel que  $\gamma x + (1-\gamma)y \in S$ .

D'une manière plus simple,  $S$  est convexe se et seulement si :  
 $\forall x, y \in S$  Le segment  $[x, y]$  est tout entier et continue dans  $S$ .



### Fonction convexe

Soit  $f$  une fonction deux fois différentiable sur un ouvert convexe  $S$ . Alors  $f$  est convexe sur  $S$  si  $f''(x)$  est semi définie positive pour tout  $x \in S$ .

### Programme convexe

Un programme mathématique est convexe si seulement si :

$$\begin{cases} f \text{ est convexe} \\ g_i, i=1, \dots, m \text{ convexe} \\ S \in \mathbb{R}^n \text{ convexe} \end{cases}$$

### Données concernant les prix des diamètres en mètre linéaire de conduites

In = 25,4 mm

Application I

Gamme commercial en \$		
Diamètres (in)	Diamètres (mm)	Coût (\$/m)
1	25.4	2
2	50.8	5
3	76.2	8
4	101.6	11
6	152.4	16
8	203.2	23
10	254.0	32
12	304.8	50
14	355.6	60
16	406.4	90
18	457.2	130
20	508.0	170
22	558.8	300
24	609.6	550

Application II

Gamme commerciale en Dinars Algérien	
Diamètres (mm)	coût (DA/m)
60	120
80	140
100	160
125	180
150	200
200	300
250	400
300	550
350	700
400	850
450	1000
500	1300
550	1650
600	1780
650	1910
700	2010

### Equation générale de perte de charge de Hazen-Williams

$$\Delta h = \omega \frac{L}{C^\alpha d^\beta} q^\alpha ; \alpha = 1/0.54, (1.85), \beta = 2.63/0.54, (4.87).$$

Équation de Hazen-Williams utilisée par Différent chercheurs

Nombre	Auteurs	Coefficient $\omega$ de Equation
1	Alperovits et Shamir	10.6792
2	Alperovits et Shamir	10.7109
3	Quindry et al.	10.9031
4	Ormsbee et Wood	10.6866
5	Fujiwara et Khang	10.5088
6	Murphy et Simpson	10.6744
7	Murphy et al.	10.6792
8	Simpson et al.	10.6750

## Autre forme

Formule de Hazen-Williams,

$$h_f = 4.72 C^{-1.85} q^{1.85} d^{-4.87} L ; \quad d \text{ en (ft)} \quad \text{et} \quad q \text{ en (Cfs)} ;$$

Formule de Darcy-Weisbach,

$$h_f = 0.0252 f(\varepsilon, d, q) q^2 d^{-5} L ;$$

Formule de Chezy-Manning,

$$h_f = 4.66 n^2 q^2 d^{-5.33} L .$$

## Algorithmes

### Pseudo code de la règle de metropolis.

```

SI  $f(s(x)) \leq f(x)$ 
     $f(x) := f(s(x))$ 
     $x := s(x)$ 
SINON     $p = \exp \frac{-\Delta f}{T}$ 
             $r := \text{solution aléatoire entre } [0,1]$ 
SI  $r \leq p$ 
     $f(x) := f(s(x))$ 
     $x := s(x)$ 
FIN SI *****
  
```

### Pseudo code de Algorithme de recuit simulé

```

     $x := \text{Solution aléatoire}$ 
     $f(x) := \text{Valeur de la fonction}$ 
     $f_{min} := f(x)$ 
     $x_{min} := x$ 
     $T := \text{Initialiser température (assez élevée)}$ 
REPETER
    REPETER
        Générer un voisin  $s(x) \in \text{voisinage } S(x)$ 
        Appliquer la règle de Métropolis
        SI  $f(x) < f_{min}$ 
             $f_{min} := f(x)$ 
             $x_{min} := x$ 
        FIN DE SI
    JUSQU'A équilibre thermodynamique atteint
         $T := \text{Décroître température}$ 
JUSQU'A condition d'arrêt satisfaites
  
```

**Pseudo code de la méthode de recherche tabou.**

$x :=$  Solution aléatoire  
 $f_{min} := f(x)$   
 $x_{min} := x$   
 TABOU := liste de solution  $s(x)$ , de longueur L  
 TABOU := VIDE  
**REPETER**  
 Générer un N échantillon TELQUE  $s_i(x) \in$  voisinage  $S(x)$  et  $\{x, s_i(x)\} \notin$  TABOU  

$$f(s(x)) = \min_{1 \leq i \leq N} [f(s_i(x))]$$
 ajouter ( $\{x, s_i(x)\}$ , TABOU)  
 $x := s(x)$   
**SI**  $f(x) < f_{min}$   
 $f_{min} := f(x)$   
 $x_{min} := x$   
**FIN DE SI**  
**JUSQU'A** condition d'arrêt satisfaites.

**Algorithme : roue biaisée**

Evaluer le fitness  $f_i$  de chaque individu  $X_i$   
 Calculer  $F$  le fitness total de la population

$$F = \sum_i^n f_i$$

**Pour**  $i = 1:n$

$p_i = f_i / F$  probabilité de sélection de  $X_i$   
 $q_i = 0$

**Pour**  $j = 1:i$

$$q_i = q_i + p_j$$

**fin**

$q_i$  fixe la probabilité cumulative de  $X_i$

**fin**

**Pour**  $i = 1:n$

$\bar{p}$  réel tiré dans  $[0; 1]$

**Si**  $\bar{p} < q_1$

Sélectionner  $X_1$

**Sinon**

Sélectionner  $X_k$ ,  $2 \leq k \leq n$

tel que  $q_{k-1} < \bar{p} \leq q_k$

**fin**

**fin**



## I Programme d'optimisation sous MATLAB

### Le script

```

clear all
Nind=100;
Ndiam=8;
GGAP=0.9;
Pc=0.8;
Pm=0.001;
Ng=100;
l=1000*ones(1,Ndiam);
cout=[2 5 8 11 16 23 32 50 60 90 130 170 300 550];
Vecteur=[25 50 75 100 150 200 250 300 350 400 450 500 550 600];
Chrom=crtpop2(Nind,Ndiam,Vecteur);
Objv=fonctobj(Chrom);
mi=min(Objv);
mo=mean(Objv);
gen=0;
h=waitbar(0,'Please wait...');

while gen<Ng
    pr=0;
    Fitnv=ranking2(Objv,2);
    Chroms=sus2(Chrom,Fitnv,GGAP*Nind);
    Chroms=croisement2(Chroms,Pc);
    Chroms=mut2(Chroms,Pm,Vecteur);
    Objvs=fonctobj(Chroms);
    [Chrom Objv]=reins2(Chrom,Chroms,[1 1],Objv,Objvs);
    mi=[mi min(Objv)];
    mo=[mo mean(Objv)];
    gen=gen+1;
    waitbar(gen/Ng,h)
end
%Objvs=fonctobj(Chroms);
close(h);
[Objvsort,Objvx]=sort(Objv);
disp('les parametres optimaux');
meind=Chrom(Objvx(1),:) %affichage sur écran des diamètres
d=meind;
[pr,q,v]=equilibrage(d);
pr %affiché les pressions
q %affiché les débits
v %affiché les vitesses
somc=0;
for i=1:Ndiam
    coutd=cout(find(Vecteur==d(i)));
    somc=somc+coutd*l(i);
end
somc
plot(0:Ng,[mi;mo])

*****

```

### la fonction pour la création la population initiale

```

function Chrom=crtpop2(Nind,Ndiam,Vecteur)
p=ceil(rand(Nind,Ndiam)*length(Vecteur));
Chrom=Vecteur(p);

```

**La fonction d'ordonnement**

```

function FitnV = ranking2 (ObjV, RFun)
[Nind, ans] = size (ObjV);
Nind = Nind;
RFun = 2-RFun + 2*(RFun-1)*[0:Nind-1]'/(Nind-1);
FitnV = [];
ObjVSub = ObjV(1:Nind);
NaNix = isnan (ObjVSub);
Validix = find (~NaNix);
[ans, ix] = sort (-ObjVSub (Validix));
ix = [find (NaNix) ; Validix (ix)];
Sorted = ObjVSub (ix);
i = 1;
FitnVSub = zeros (Nind, 1);
for j = [find (Sorted (1:Nind-1) ~= Sorted (2:Nind)); Nind] ',
    FitnVSub (i:j) = sum (RFun (i:j)) * ones (j-i+1, 1) / (j-i+1);
    i = j+1;
end
[ans, uix] = sort (ix);
FitnVSub = FitnVSub (uix);
FitnV = [FitnV; FitnVSub];

```

**La fonction de sélection**

```

function Chroms=sus2 (Chrom, FitnV, Nsel)
[Nind, ans] = size (FitnV);
cumfit = cumsum (FitnV);
trials = cumfit (Nind) / Nsel * (rand + (0:Nsel-1)');
Mf = cumfit (:, ones (1, Nsel));
Mt = trials (:, ones (1, Nind))';
[NewChrIx, ans] = find (Mt < Mf & [ zeros (1, Nsel); Mf (1:Nind-1, :) ] <=
Mt);
[ans, shuf] = sort (rand (Nsel, 1));
NewChrIx = NewChrIx (shuf);
Chroms=Chrom (NewChrIx, :);

```

**La fonction de croisement**

```

function NewChrom=croisement2 (OldChrom, Pc)

[Nind, Nvar]=size (OldChrom);
Ncrois=floor (Nind/2);
Vect=1:Nind;
NewChrom=[];
p=rand (Ncrois, 1);
pointc=ceil (rand (Ncrois, 1) * (Nvar-1));
for i=1:Ncrois
    ix1=ceil (rand*length (Vect));
    ix1=Vect (ix1);
    Vect=Vect (find (Vect~=ix1));
    ix2=ceil (rand*length (Vect));
    ix2=Vect (ix2);
    Vect=Vect (find (Vect~=ix2));
    if p(i)<=Pc
        New=[OldChrom (ix1, 1:pointc (i)) OldChrom (ix2, pointc (i)+1:Nvar); ...
            OldChrom (ix2, 1:pointc (i)) OldChrom (ix1, pointc (i)+1:Nvar)];
    end
end

```

```

else
    New=[OldChrom(ix1,:);OldChrom(ix2,:)];
end
NewChrom=[NewChrom;New];
end
if rem(Nind,2)
    NewChrom(Nind,:)=OldChrom(Vect,:);
End

```

### La fonction de mutation

```

function Chrom=mut2(Chrom,Pm,Vecteur)

[Nind,Nvar]=size(Chrom);
p=rand(Nind,Nvar);
for i=1:Nind
    for j=1:Nvar
        if p(i,j)<=Pm
            Vect=Vecteur(find(Vecteur~=Chrom(i,j)));
            ix=ceil(rand*length(Vect));
            Chrom(i,j)=Vect(ix);
        end
    end
end
end

```

### La fonction objective

```

function Objv=fonctobj(Chrom)
[Nind,Ndiam]=size(Chrom);
for i=1:Nind
    Objv(i,1)=evaluation(Chrom(i,:));
end

```

### La fonction d'évaluation

```

function [Objv]=evaluation(d)
dc=[25 50 75 100 150 200 250 300 350 400 450 500 550 600];
cout=[2 5 8 11 16 23 32 50 60 90 130 170 300 550];
p=5000;
Ndiam=length(d);
l=1000*ones(1,Ndiam);
hmin=[0 30 30 30 30 30];
sommecout=0;
for i=1:Ndiam
    coutdiam=cout(find(dc==d(i)));
    sommecout=sommecout+coutdiam*l(i);
end
Objv=0;
pr=0;
pr=equilibrage(d);
xd=hmin-pr;
xt=max(xd,0);
xs=sum(xt);
penalite=p*xs;
%penalite=p*max(max(xs,0));
Objv=sommecout+penalite;

```

**La fonction de réinsertion**

```

function [Chrom, ObjVCh]=reins2(Chrom,SelCh,InsOpt,ObjVCh,ObjVSel)
[NindP, NvarP] = size(Chrom);
[NindO, NvarO] = size(SelCh);
NIND = NindP;
NSEL = NindO;
Select = InsOpt(1);
INSR = InsOpt(2);
if INSR == 0, return; end
NIns = min(max(floor(INSR*NSEL+.5),1),NIND);
if Select == 1
    [Dummy, ChIx] = sort(-ObjVCh(1:NIND));
else
    [Dummy, ChIx] = sort(rand(NIND,1));
end
PopIx = ChIx((1:NIns)');
if (NIns < NSEL),
    [Dummy,OffIx] = sort(ObjVSel(1:NSEL));
else
    OffIx = (1:NIns)';
end
SelIx = OffIx((1:NIns)');
Chrom(PopIx,:) = SelCh(SelIx,:);
ObjVCh(PopIx) = ObjVSel(SelIx);

```

**Fin du programme d'optimisation****II Programme d'équilibrage du réseau**

```

function [pr,q,v]=equilibrage(d)
Ndiam=8;
nbrdbimps=6;
nbrchimps=1;
chimps=[210];
nnchimps=[1];
itmax=30;
tol=0.0001;
nn=7;
l=1000*ones(1,Ndiam);
nd=[1 2 2 4 4 6 3 7];
nf=[2 3 4 5 6 7 5 5];
nndbimps=[2 3 4 5 6 7];
z=[210 150 160 155 150 165 160];
dbimps=[0.027 0.027 0.033 0.075 0.092 0.055];
for i=1:nn
    x(i)=0;
end
test=1;
Kt=assemblage(test,d,l,nd,nf,nn,Ndiam,x);
Kt=intrcondlim(nn,Kt,nbrdbimps,nndbimps,nbrchimps,nnchimps,dbimps,chimps);
x=resolsyslin(nn,Kt);
xl=x;
test=test+1;

```

```

while (test<itmax|maxs>tol)
Kt=assemblage(test,d,l,nd,nf,nn,Ndiam,x);
Kt=intrconclim(nn,Kt,nbrdbimps,nndbimps,nbrchimps,nnchimps,dbimps,chimps);
x=resolsyslin(nn,Kt);
  x2=x;
  for i=1:nn
    x(i)=(x1(i)+x2(i))/2;
  end
test=test+1;
Kt=assemblage(test,d,l,nd,nf,nn,Ndiam,x);
Kt=intrconclim(nn,Kt,nbrdbimps,nndbimps,nbrchimps,nnchimps,dbimps,chimps);
x=resolsyslin(nn,Kt);
  x1=x;
  for i=1:nn
    x(i)=(x1(i)+x2(i))/2;
  end
  test=test+1;
  maxs=max(abs(x1-x2));
end
h=x;
pr=h-z;
for i=1:Ndiam
  k=ke(test,d,l,i,x,nd,nf);
  q(i)=k*(x(nd(i))-x(nf(i)))*1000;
  v(i)=abs((4/(pi*((d(i)/1000)^2)))*q(i)/1000);
end

```

## Les fonctions qui constituent le programme

```

function k=ke(test,d,l,i,x,nd,nf)
g=9.81;
rho=1000;
cst=0.2784;
C=130;
%C=106;
mu=0.001;
if test==1
  k=pi*rho*g*((d(i)/1000)^4)/(128*mu*l(i));
else
  k=cst*C*((d(i)/1000)^(2.63))*(l(i)^(-0.54))*(abs(x(nd(i))-x(nf(i))))^(-0.46));
end
*****

function Kt=assemblage(test,d,l,nd,nf,nn,Ndiam,x)
for i=1:nn
  for j=1:nn+1
    Kt(i,j)=0;
  end
end

for i=1:Ndiam
k=ke(test,d,l,i,x,nd,nf);
Kt(nd(i),nd(i))=Kt(nd(i),nd(i))-k;
Kt(nf(i),nf(i))=Kt(nf(i),nf(i))-k;
Kt(nd(i),nf(i))=Kt(nd(i),nf(i))+k;
Kt(nf(i),nd(i))=Kt(nd(i),nf(i));
End

```

---

```

function
Kt=intrcondlim(nn,Kt,nbrdbimps,nndbimps,nbrchimps,nnchimps,dbimps,chimps)
i=0;
t=0;
while i<=nn-1
    i=i+1;
    j=1;
    while ((j<=nbrdbimps)&(nndbimps(j)~=i))
        j=j+1;
        if j==nbrdbimps+1

            t=t+1;
            c(t)=i;
        end

    end
end

for i=1:nbrdbimps
    Kt(nndbimps(i),nn+1)=dbimps(i);
    for j=1:nbrchimps
        Kt(nndbimps(i),nn+1)=Kt(nndbimps(i),nn+1)-
(Kt(nndbimps(i),nnchimps(j))*(chimps(j)));
    end
end
for i=1:nbrchimps
    Kt(c(i),nn+1)=chimps(i);
end
for i=1:nbrchimps
    for j=1:nn
        Kt(c(i),j)=0;
        Kt(j,nnchimps(i))=0;
        if j==c(i)
            Kt(j,nnchimps(i))=1;
        end
    end
end
end
*****

function x=resolsyslin(nn,Kt)
for i=1:nn
    x(i)=0;
end
for k=1:nn-1
    maxs=abs(Kt(k,k));
    for i=k+1:nn
        if abs(Kt(i,k))>=maxs
            maxs=abs(Kt(i,k));
            t=i;
        else
            t=k;
        end
    end
for t1=k:nn+1
    b=Kt(t,t1);
    Kt(t,t1)=Kt(k,t1);
    Kt(k,t1)=b;
End

```

---

```

    for i=k+1:nn
        for j=k+1:nn+1
            Kt(i,j)=Kt(i,j)-(Kt(i,k)*Kt(k,j))/Kt(k,k);
        end
    end
end
for i=1:nn
    for j=1:nn+1
        if i>j
            Kt(i,j)=0;
        end
    end
end
for i=nn:-1:1
    s=0;
    for j=i+1:nn
        s=s+Kt(i,j)*x(j);
    end
    x(i)=(Kt(i,nn+1)-s)/Kt(i,i);
end
end

```

## Quelque fonction de programmation du MATLAB

### Instruction IF

IF IF statement condition.

The general form of the IF statement is

```

IF expression
    statements
ELSEIF expression
    statements
ELSE
    statements
END

```

### Instruction for

```

FOR I = 1:N,
    FOR J = 1:N,
        A(I,J) = 1/(I+J-1);
    END
END

```

### Instruction while

```

E = 0*A; F = E + eye(size(E)); N = 1;
while norm(E+F-E,1) > 0,
    E = E + F;
    F = A*F/N;
    N = N + 1;
end

```