

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE

Projet de fin d'Etudes
En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en
hydraulique

THEME

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

Etude
de la variabilité spatiale
de la charge hydraulique et normalisée
de l'aquifère confiné de la basse
Soummam

Proposé et dirigé par
Mr A.Semmar

Etudié par :
Slimane Benaissa

Promotion 2002 -2003

Résumé :

Notre étude a porté sur la répartition spatiale de la charge hydraulique et la perméabilité de la région de la basse vallée de la Soummam.

Le but de cette étude est de montrer l'évaluation spatiale de la charge hydraulique et perméabilité par méthode géostatistique qui prend en compte le comportement de ces deux variables et donc fait apparaître l'anisotropie du phénomène.

Abstract :

Our project studied the spatial distribution of hydraulic charge and permeability Of the area of down valley of Soummam.

The aim of this is to evaluate spatially the hydraulic charge and the permeability by the Geostatistical methods which take in consideration the behaviour of these two variables and show the anisotropy .

Mots clefs

Krigeage
Géostatistique
Aquifère
Variogramme
Variogramme directionnel
Variogramme de surface
Variowin
Geo eas
Surfer
Pépite
Effet de pépite
Portée
Palier
Variance
Covariance
Coefficient de Kurtosis
Coefficient de Skewness
Cv
Lag
I.G.F (Indicative Goodness Fit)
Slope (pente)
Isotropie
Anisotropie
Charge hydraulique
Permeabilité
Gradient hydraulique
Axe de drainage
Tolérance angulaire

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Dédicaces



Je dédie ce modeste travail :

A mes très chers parents ,

A mes sœurs Amel et Lina,

*A tous mes amis de l'équipe Capsula et mes camarades de
classe.*

A la mémoire du défunt M. Bachir Belounis

A mon oncle Mohammed et son épouse Nassima .

Remerciements

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Je tiens à remercier Monsieur Semmar pour sa générosité, sa gentillesse et ses conseils pour l'établissement de ce travail.

Je remercie l'ensemble des enseignants du département d'hydraulique.

Je remercie tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réussite de ce travail.

Sommaire

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GÉNÉRALE

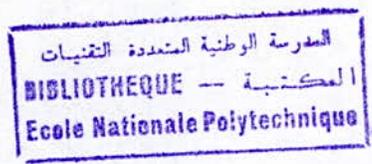
CHAPITE I : Ressources en eau et paramètres hydrogéologiques

I.1 Concept d'aquifère	1
I.2 Configuration de l'aquifère	2
I.2.1 Aquifère à nappe libre	2
I.2.2 Aquifère à nappe captive	3
I.2.3 Aquifère à nappe semi captive	4
I.3 Nature du substratum	5
I.4 Structure de l'aquifère	6
I.5 Fonctions du réservoir	7
I.6 Comportement de l'aquifère	9
I.6.1 Comportement hydrodynamique	9
I.6.2 Comportement hydrochimique	11
I.6.3 Comportement hydrobiologique	11
I.7 Aquifère et réservoir	11
I.7.1 Caractéristiques physico-chimiques du réservoir	12
I.8 Caractéristiques hydrogéologiques du complexe eau / réservoir	13
I.8.1 Définition des paramètres hydrodynamiques du complexe eau/réservoir	13
I.9 Zonalité Sol / Eau souterraine	15
I.10 Aquifère conduite d'eau souterraine	17
I.10.1 Loi de Darcy	17
I.10.2 Conditions de validité de la loi de Darcy	19
I.11. Perméabilité – transmissivité- diffusivité	19
I.11.1 Définition de la perméabilité	19
I.11.2 Facteurs du coefficient de perméabilité	20

CHAPITRE II Notions de géostatistique

II.1 Rappels statistique et introduction	26
II.2 Le variogramme	30
II.2.1. Hypthèses de base et définition	32
II.2.3 Estimation du variogramme	34
II.2.4 Modélisation	36
II.2.5 Remarques	37
II.3 Variance de blocs de dispersion, d'estimation	45
II.3.1 Variance de blocs	45
II.3.2 Variance de dispersion	48
II.3.3 Variance d'estimation	50
II.4 Krigeage	52
II.4.1 Krigeage ordinaire	52

II.4.2 Krigeage simple	55
II.4.3 Quelques cas très simples de krigeage	56
II.4.4 Lien entre krigeage simple et krigeage ordinaire	57
II.4.5 Propriétés du krigeage	58
CHAPITRE III Présentation de la région étudiée	
III.1 Introduction	61
III.2 Situation géographique	61
III.3 Aspect socio-économique de le région	61
III.4 Aspect géomorphologique hydroclimatologique	62
III.5 Aperçu géologique	65
CHAPITRE IV Méthode et présentation des logiciels	
IV.1 Méthodes d'analyse géostatistiques	70
IV.1.1 Les analyses géostatistiques	70
IV.1.2 Analyse de la structure spatiale	70
IV.2 Description des logiciels	71
IV.2.1 Description du logiciel GEO-EAS	71
IV.2.2 Description du logiciel VARIOWIN	74
CHAPITRE V Analyse statistique des données , résultats et interprétations	
V.1 Introduction	77
V.2 Acquisition et critique des données	77
V.2.1 Acquisition	77
V.2.2 Critique	77
V.3 Paramètres statistiques élémentaires	78
V.4. Charge hydraulique	80
V.4.1 Evaluation des paramètres statistiques élémentaires	80
V.4.2 Interprétations	83
V.4.3 Variographie	83
V.4.4 Construction du variogramme	83
V.4.5 Variogramme de H	84
V.4.5 Modélisation du variogramme	86
V.4.6 Validation du variogramme	87
V.4.7 Interprétation de la Carte d'erreur (Z*-H)	88
V.4.8 Résultats avec le logiciel VARIOWIN	90
V.4.9 Le krigeage	94
V.5 Perméabilité	98
V.5.1 Evaluation des paramètres statistiques élémentaires	98
V.5.2 Interprétations	100
V.5.3 Variographie	100
V.5.4 Modélisation du variogramme	102



V.5.5 Validation du variogramme	103
V.5.6 Interprétation de la Carte d'erreur (Z*-K)	104
V.5.7 Résultats avec le logiciel VARIOWIN	106
V.5.8 Le krigeage	109
V.6 Conclusions	112
CONCLUSION GENERALE	114

INTRODUCTION GENERALE

La connaissance des ressources en eau souterraines, l'évaluation de leurs réserves, leurs exploitation rationnelle et leurs conservation sont d'une importance capitale pour la mise en valeur et le développement agricole, économique ou industriel d'une région donnée.

En se basant sur l'approche probabiliste du milieu aquifère, l'approche géostatistique permet l'analyse de la variabilité spatiale de la charge hydraulique et de la perméabilité à l'aide du variogramme et l'estimation de ces dernières par la méthode d'interpolation linéaire basée sur le krigeage .

A cet effet, nous avons présenté ce travail en cinq parties comme suit :

✦ En première partie, nous présenterons quelques notions d'hydrogéologie en décrivant l'aquifère et les paramètres hydrogéologiques.

✦ La seconde partie, destinée au contenu théorique et le formalise de l'approche géostatistique.

✦ En troisième partie, nous présenterons la région d'étude en décrivant la situation, la géomorphologie et la géologie de la plaine.

✦ En quatrième partie, nous exposerons les méthodes d'analyse géostatistiques et présenterons les logiciels.

✦ En dernière partie, nous ferons l'analyse des résultats , interprétations et discussion des résultats.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Chapitre I

Ressources en eau et paramètres hydrogéologiques

I.1 Concept d'aquifère :

Un aquifère (acque = eau ; fera : je porte) est une formation hydrogéologique perméable permettant l'écoulement significatif d'une nappe d'eau souterraine et le captage de quantités d'eau appréciables, par des moyens économiques. Il est comparable à un gisement minier, dont le minerai l'eau, est plus ou moins renouvelable.

L'aquifère est un système hydrologique, hydrodynamique. Il est donc identifié par cinq ensembles de caractéristiques quantifiables. (fig.I-1) .

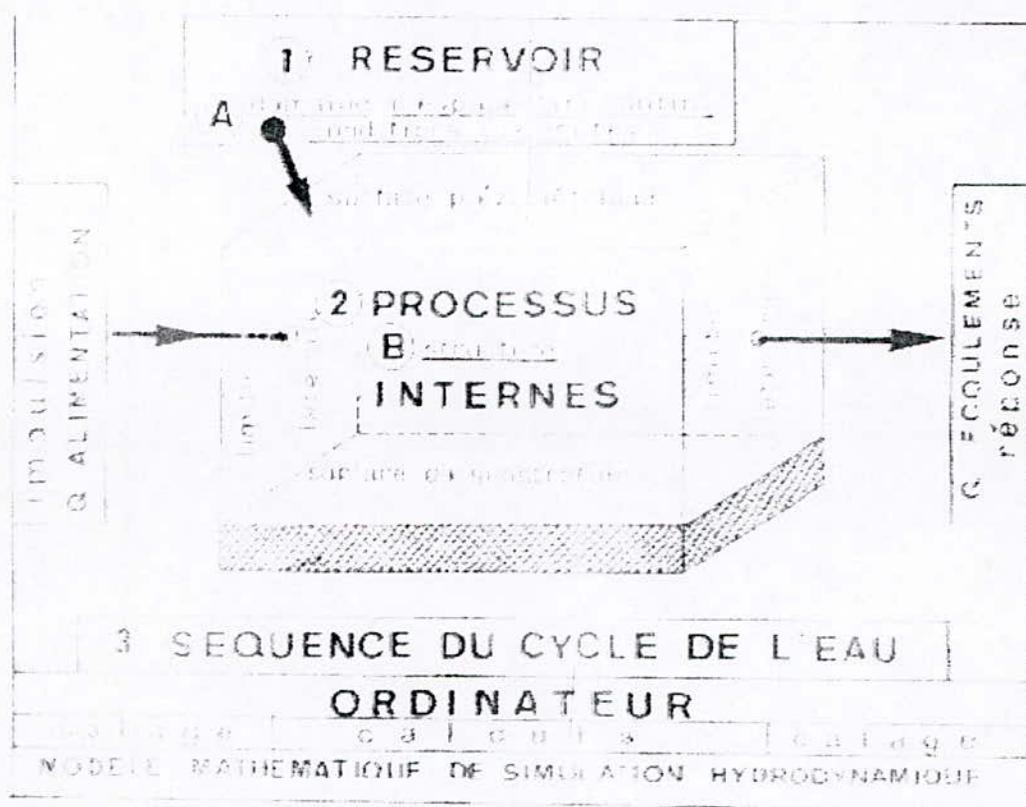


Fig. I.1 Schéma d'identification du système Aquifère

- Un réservoir (1) , domaine fini, caractérisé par ses conditions aux limites et ses dimensions ou configurations (A) et par son organisation interne ou structure (B) . Il est identifié par une formation hydrogéologique .

- Des processus internes ou mécanismes (2) hydrodynamiques, hydrochimiques et hydrobiologiques, entraînant trois fonctions du réservoir vis à vis de l'eau souterraine : Stockage, conduite (transfert de quantités d'eau ou d'énergie) et au milieu d'échanges géochimiques .

- Une séquence du cycle de l'eau, avec des interactions avec l'environnement se traduisant par trois comportements, hydrodynamique, hydrochimique et hydrobiologique . Elle est caractérisée par le couple impulsion/réponse exprimé par une relation ou fonction de transfert .

- La variabilité dans l'espace de ces caractéristiques.

- Des conditions de temps, toutes les mesures des caractéristiques étant rapportées à une date donnée (état initial) ou à une durée moyenne (variabilité des caractéristiques dans le temps).

Ces dernières , permettent les prévisions.

I.2. Configuration de l'aquifère .Types hydrodynamiques :

La configuration ou enveloppe, de l'aquifère porte sur ses dimensions et les caractéristiques de ses limites géologiques et hydrodynamiques ou conditions aux limites.

La base de l'aquifère, appelée *substratum* , est constituée par une formation hydrogéologique imperméable . Par contre sa limite supérieure est de trois types :

- hydrodynamique avec fluctuations libres : aquifère à nappe libre ;
- géologique imperméable : aquifère à nappe captive
- géologique semi-perméable : aquifère à nappe semi-captive.

I.2.1. Aquifère à nappe libre .Surface piézométrique :

Les puits et sondages du premier aquifère, rencontré sous la surface du sol, présentent un niveau d'eau dont l'altitude (élévation au dessus de la cote 0) est appelé par convention, *le niveau piézométrique*, noté H (Fig.I-2). Souvent ce niveau est mesuré dans ces ouvrages de petit diamètre, appelés piézomètres. L'ensemble des niveaux piézométriques mesurés en différents points à une date donnée , détermine la surface piézométrique. De même que les cotes du niveau du sol permettent de tracer la surface topographique, elle est représentée sur des cartes piézométriques par des courbes d'égal niveau piézométrique ou courbes hydroisohypses .

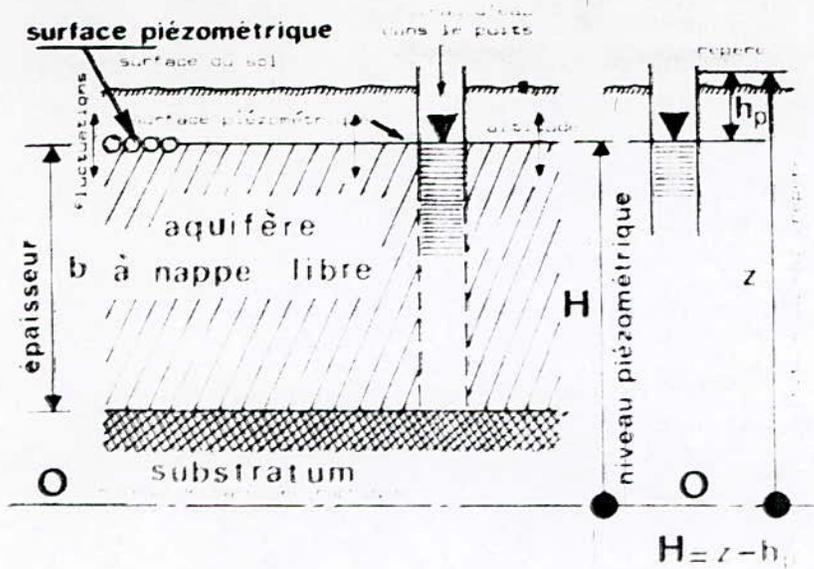


Schéma de l'aquifère à nappe libre. Mesure du niveau piézométrique.

Fig. I.2

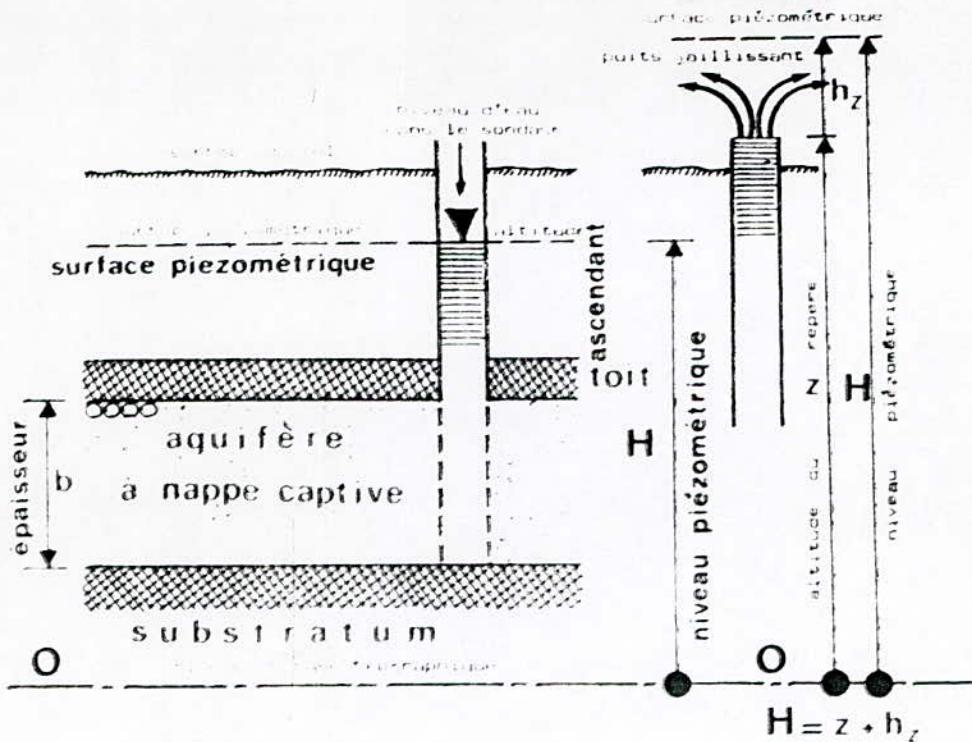
La surface piézométrique constitue la limite supérieure de l'aquifère. C'est une limite hydrodynamique. Cette surface peut s'élever ou s'abaisser librement dans la formation hydrogéologique perméable (fluctuations de la surface piézométrique), d'où la dénomination d'aquifère à nappe libre.

I.2.2. Aquifère à nappe captive :

Dans les aquifères plus profonds les eaux souterraines sont emprisonnées dans la formation hydrogéologique perméable, entre deux formations imperméables fixes : le substratum à la base et le toit au sommet (fig.I-3). Etant donné la situation en profondeur , l'aquifère subit une pression, dirigée de haut en bas, égale au poids de la colonne de terrain de densité moyenne 2,5 (soit 2,5 bar par tranche de 10 m) qui le surmonte jusqu'à la surface du sol (fig.I-5) .

La pression atmosphérique étant négligeable, cette pression, dite géostatique, est équilibrée par la pression de couche ou le pore qui règne à l'intérieur de l'aquifère .

Lorsqu'un sondage perce le toit de l'aquifère la substitution au poids de la colonne de terrain de celui d'une colonne d'eau (densité 1), entraîne une chute de pression dans l'aquifère. D'où décompression du réservoir et de l'eau qui est expulsée. Son niveau se stabilise à une altitude qui représente le niveau piézométrique, H , déterminée par la différence de charge entre la zone d'alimentation et l'ouvrage considéré (fig. I-4). Ce type est l'aquifère à nappe captive.



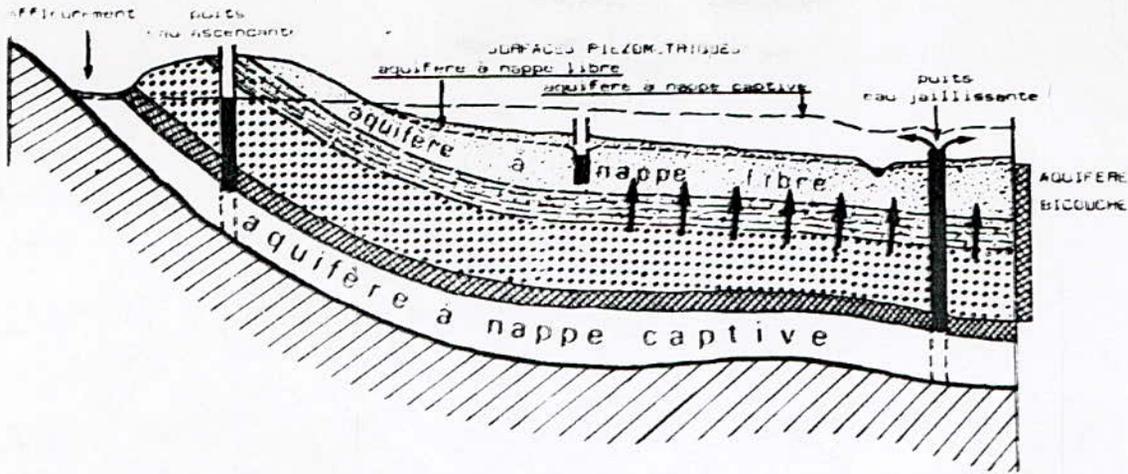
- Schéma de l'aquifère à nappe captive. Mesure du niveau piézométrique.

Fig.I.3

Les eaux souterraines sont dites ascendantes, si le niveau piézométrique se situe au dessus de la surface du sol, l'eau jaillit naturellement. C'est l'artésianisme (fig.I-3). Donc, si le captage des aquifères profonds exige des sondages coûteux, leur exploitation s'effectue souvent à faible profondeur et parfois même sans pompage, l'artésianisme produisant un débit naturel en surface. Comme pour les aquifères à nappe libre, l'ensemble des niveaux piézométriques permet de tracer la surface piézométrique. Mais celle-ci fictive, n'est pas matérialisée sur le terrain. Elle n'indique pas la profondeur de l'eau sous la surface du sol.

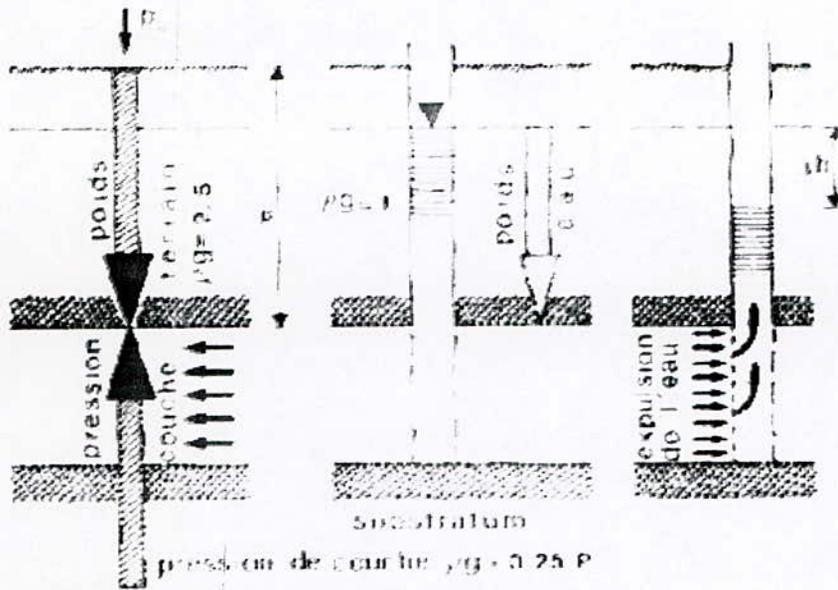
I.2.3. Aquifère à nappe semi-captive ou à drainance :

Le toit ou le substratum de l'aquifère sont souvent constitués par une formation hydrogéologique semi-imperméable. Celle-ci permet, dans certaines condition hydrodynamiques favorables (différence de charge) des échanges d'eau (ou de pression) avec l'aquifère superposé ou sous-jacent, appelé drainant (fig.I-6). Ce phénomène implique un aquifère à nappe semi-captive.



Types hydrodynamiques d'aquifères dans un bassin hydrogéologique

Fig. I.4



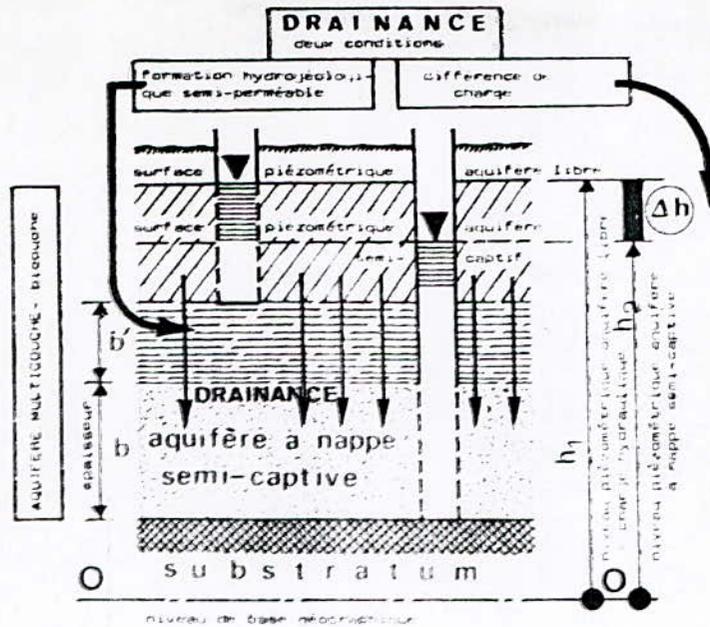
Pressions dans l'aquifère à nappe captive
 p , masse volumique ; g , accélération de la pesanteur ; Δh , baisse de charge provoquant l'expulsion de l'eau de l'aquifère p_a , pression atmosphérique.

Fig. I.5

I.3. Nature du substratum de l'aquifère :

La nature des formations hydrogéologiques, constituant la base de l'aquifère, permet de distinguer plusieurs types de substratums :

- Formations hydrogéologique imperméable correspondant au schéma classique (fig.I-2) ;
- Formation hydrogéologique semi-perméable constituant un aquifère à nappe semi-captive. La formation est alors incorporée à un aquifère multicouche (fig.I-6) ;



Drainance et aquifère multicouche (bicouche). La drainance exige deux conditions : présence d'une formation hydrogéologique semi-perméable et différence de charge, Δh .

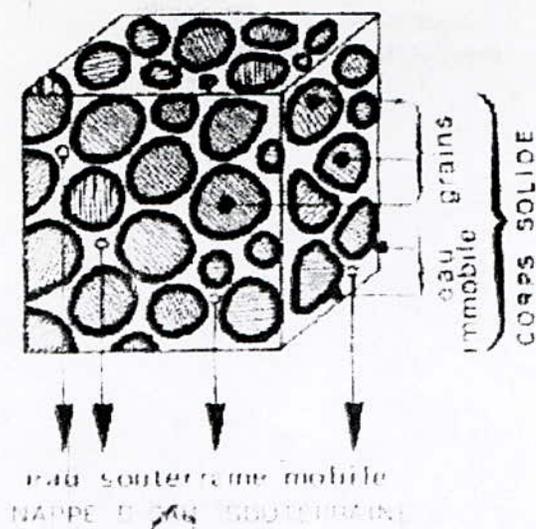
Fig.I.6

- Formation hydrogéologique perméable constituant un aquifère compartimenté. Ce type est représenté par des alluvions reposant sur une réservoir calcaire (fig.I-11) ;
- Changement des caractéristiques de la fissuration en profondeur entraînant une diminution importante de la perméabilité. C'est le cas de la craie supérieure ;
- Détérioration de la qualité de l'eau en profondeur. Contact eau douce / eau salée de l'aquifère côtier affluant à la mer (fig.I-12).

I.4. Structure de l'aquifère. Aquifère multicouche :

Une combinaison de formations hydrogéologiques semi-perméables intercalées entre des formations perméables, identifie un aquifère multicouche (fig.I-6). c'est un système hydrologique car chaque aquifère à nappe semi-captive ne peut être considéré de manière indépendante. Il présente un comportement hydrodynamique propre, lequel peut être stimulé par un modèle mathématique.

Un aquifère multicouche de structure simple et de grand volume est parfois assimilé à un monocouche équivalent. Il est identifié par l'épaisseur et le volume utile de son réservoir.



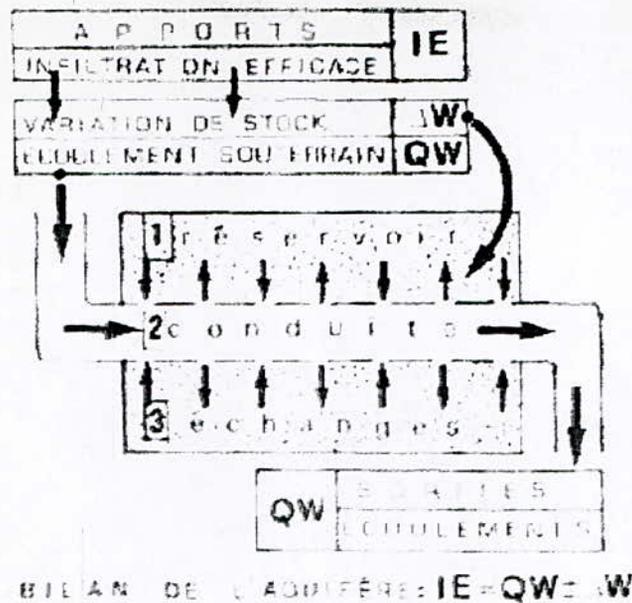
L'aquifère est un complexe physico-chimique unique de deux constituants en phases : le réservoir et l'eau souterraine dont la fraction mobile constitue la nappe d'eau souterraine.

Fig.I.7

I.5.Fonctions du réservoir :

Le réservoir de l'aquifère, alimenté par l'infiltration efficace ou par des nappes voisines affluentes, remplit trois fonctions vis à vis de l'eau souterraine qui le traverse. Elles sont la conséquence de mécanismes imposés par sa structure (fig.I-8) :

- fonction réservoir ou capacitive. Emmagasinement de l'eau (stockage ou libération) . Variations de stock. Cette fonction est associée au concept de réserve ;
- fonction conduite, conductrice ou de propagation d'influences. Conduite libre dans les aquifères à nappe libre et forcée dans ceux à nappe captive. Cette fonction assure deux types de propagation d'influences :



Le réservoir de l'aquifère remplit trois fonctions vis-à-vis de l'eau souterraine : 1, réservoir (capacitive), 2, conduite (conductrice) et 3, échanges physico-chimiques (interactions: eau/roche).

Fig.I.8

° le transport de quantités d'eau, de substances minérales ou organiques en solution ou en suspension et de microorganismes, par l'écoulement de l'eau souterraines des limites d'apports (alimentation) vers celles de sorties (exutoires naturels ou artificiels),

° La transmission de différence de pression ou de charge (transfert d'énergie).

Ainsi une fluctuation du niveau piézométrique ne correspond pas nécessairement à un transport de quantité d'eau. Elle peut être provoquée également par la transmission d'une onde de pression (ou de dépression). Par exemple les effets de séismes et les relations aquifère/rivière .

La fonction conductrice est associée au concept d'écoulement de l'eau souterraine (flux et de l'eau souterraine).

- fonction d'échanges ou d'interactions physico-chimiques permanentes entre le réservoir et l'eau souterraine (interactions roche / eau) : chaleur , dissolution ou précipitation de sels, échanges d'ions, etc. Dans certaines conditions, zone non saturée en particulier, le réservoir remplit également un rôle hydrobiologique par le pouvoir auto épurateur des sols. Cette fonction d'échanges est associée au concept de qualité de l'eau souterraine.

Les réservoirs, suivant leur configuration et leur structure, peuvent remplir l'une ou plusieurs de ces fonctions. Dans un aquifère d'alluvions, en relation avec une rivière, la fonction conductrice est prédominante. Par contre, un grand aquifère à nappe captive remplit surtout une fonction capacitive. Les grands aquifère à nappe libre, comme la craie supérieure et les alluvions (plaine de l'alsace) son simultanément capacitifs et conducteurs.

Ces exemples montrent l'importance de l'identification des fonctions du réservoir pour la planification de l'exploitation de l'eau souterraine.

La mise en œuvre des trois fonctions du réservoir aboutit à une régulation des écoulements et des échanges.

I.6. Comportements de l'aquifère :

L'aquifère est un système dynamique qui présente trois comportements vis à vis de l'eau souterraine, résultant de l'intervention des fonctions du réservoir en réponse à des incitations extérieures ou impulsions, imposées à ses limites (fig.I-9). Impulsion, transfert et réponse constituent les comportements de l'aquifère . Ces comportements assurent une régulation des débits et des caractéristiques hydrochimiques, voire hydrobiologiques, des écoulements à la sortie.

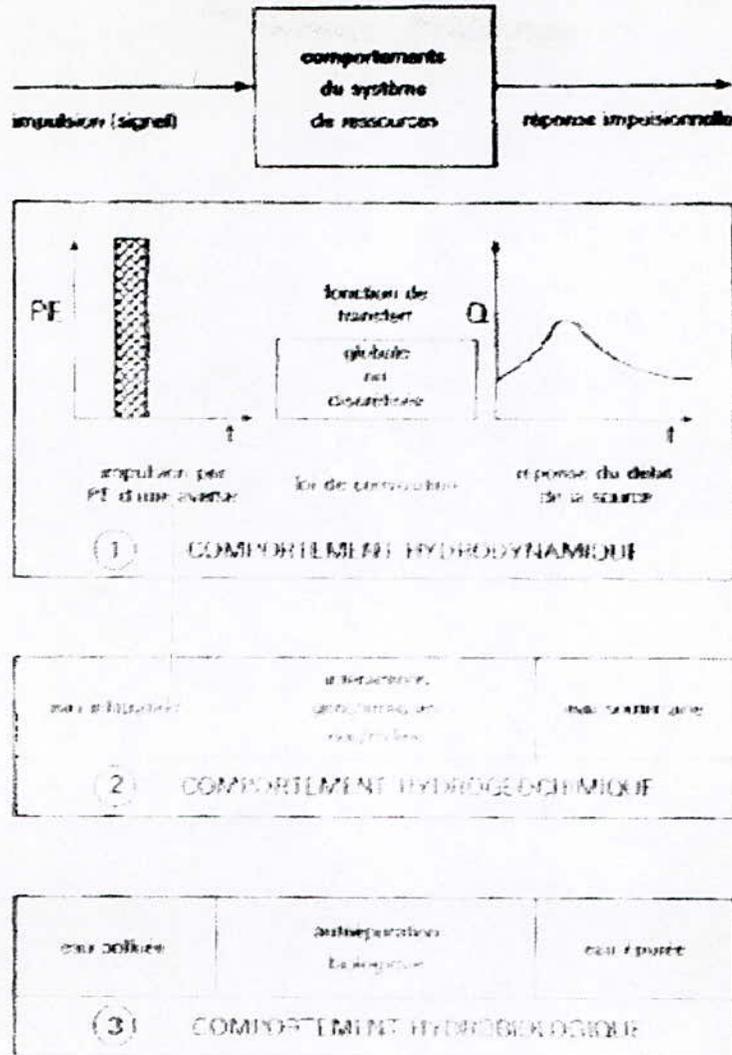
L'aquifère réagit à trois types d'impulsions, matérialisées par les apports aux limites :

- hydrodynamiques affectant le stock et le flux. Apports de quantités d'eau ou variations de pression ou de charge ;
- hydrochimiques avec apports de chaleur, de substances minérales ou organiques ;
- hydrobiologiques par les microorganismes

L'aquifère par sa configuration, exprimée par les conditions aux limites et par ses mécanismes internes dus à sa structure, présente une sensibilité aux impacts de son environnement. Celle-ci se traduit par ses trois comportements hydrodynamique, hydrochimique et hydrobiologique .

I.6.1. Comportement hydrodynamique de l'aquifère :

L'aquifère subit sur ses limites des impulsions hydrodynamiques par ses apports de quantités d'eau (transfert de masse) ou de variations de pression ou de charge (transfert d'énergie). Habituellement elles sont de forte intensité et de courte durée. Exemples : apport d'eau d'infiltration sous l'effet d'une averse, onde sismique, etc.



L'aquifère, séquence de l'écoulement de l'eau dans le bassin hydrogéologique, présente trois comportements, en réponse aux influences de son environnement hydrodynamique, hydrochimique et hydrobiologique.

Fig.1.9

En jouant sur ses fonctions, réservoir et conduite, l'aquifère assure une régulation naturelle (modulation) dans l'espace et dans le temps, de sa réponse ou écoulement (fig.1-9). Il remplit un rôle régulateur appelé parfois fonction régulatrice, comparable à celui d'une retenue d'eau de surface envers le régime des cours d'eau. Mais son action est beaucoup plus importante étant donné le volume considérable de la réserve en eau souterraine. Il joue sur de longues périodes, pluriannuelles, voir décennales. Une seule année d'alimentation excédentaire (année humide) peut compenser les effets d'une série d'années déficitaires.

Les facteurs du comportement hydrodynamique de l'aquifère sont :

- les conditions aux limites : types de limites, débits des apports et des écoulements, niveaux piézométriques ;
- le régime de l'écoulement de l'eau souterraine ou réserve régulatrice
- le régime de l'écoulement de l'eau souterraine dans l'aquifère exprimé par le réseau

d'écoulement ;

- l'état initial et les variations dans le temps des trois facteurs précédents : historiques des débits, des niveaux piézométriques et de la réserve régulatrice.

Le comportement hydrodynamique de l'aquifère s'exprime par un modèle conceptuel et par l'équation d'équilibre du bilan. Il est régi par les lois de l'hydrodynamique.

I.6.2. Comportement hydrochimique de l'aquifère :

L'eau souterraine, au cours de son séjour et de son écoulement dans la formation hydrogéologique perméable, subit des échanges géochimiques avec le réservoir. Ces interactions eau / roche modifient les caractéristiques de l'eau des écoulements.

- Caractéristiques physiques : température, *PH*, conductivité, etc.

Par exemple la température du réservoir augmente avec la profondeur créant des gisements basse énergie.

- Caractéristiques chimiques : dissolution des sels ; précipitations de sels, échanges d'ions avec les minéraux argileux, modifiant la qualité physique et chimique et l'eau souterraine des écoulements

I.6.3. Comportement hydrobiologique de l'aquifère :

Ce comportement est surtout localisé dans la zone non saturée et à un certain degré, dans la nappe, avec le pouvoir d'auto épuration naturelle des réservoirs. Il assure la protection naturelle de l'eau souterraine, totale ou partielle, contre les pollutions accidentelles bactériennes ou chimiques.

I.7. Aquifère et réservoir :

Pour former un aquifère la présence de deux constituants, ou phases, est nécessaire : la formation hydrologique perméable ou réservoir et l'eau souterraine. Le terme, eau souterraine, désigne toute l'eau contenue ou circulant dans le réservoir. La fraction mobile est la nappe d'eau souterraine. A signaler éventuellement des gaz avec essentiellement de l'air.

La première fonction du réservoir est capacitive. Elle caractérise le stockage ou la libération de l'eau souterraine. Ces deux actions sont groupées sous le terme d'emménagement souterrain de l'eau. La libération de l'eau du réservoir est provoquée par l'action de la force de la gravité (aquifère à nappe captive) (fig.I-27).

Les deux phases principales, réservoir et eau souterraine, sont en interactions permanentes.

Toutefois pour faciliter l'analyse, elles seront étudiées séparément. Une synthèse définira les

paramètres hydrodynamiques de l'emmagasinement souterrain de l'eau du complexe réservoir eau souterraine, dénommé aquifère.

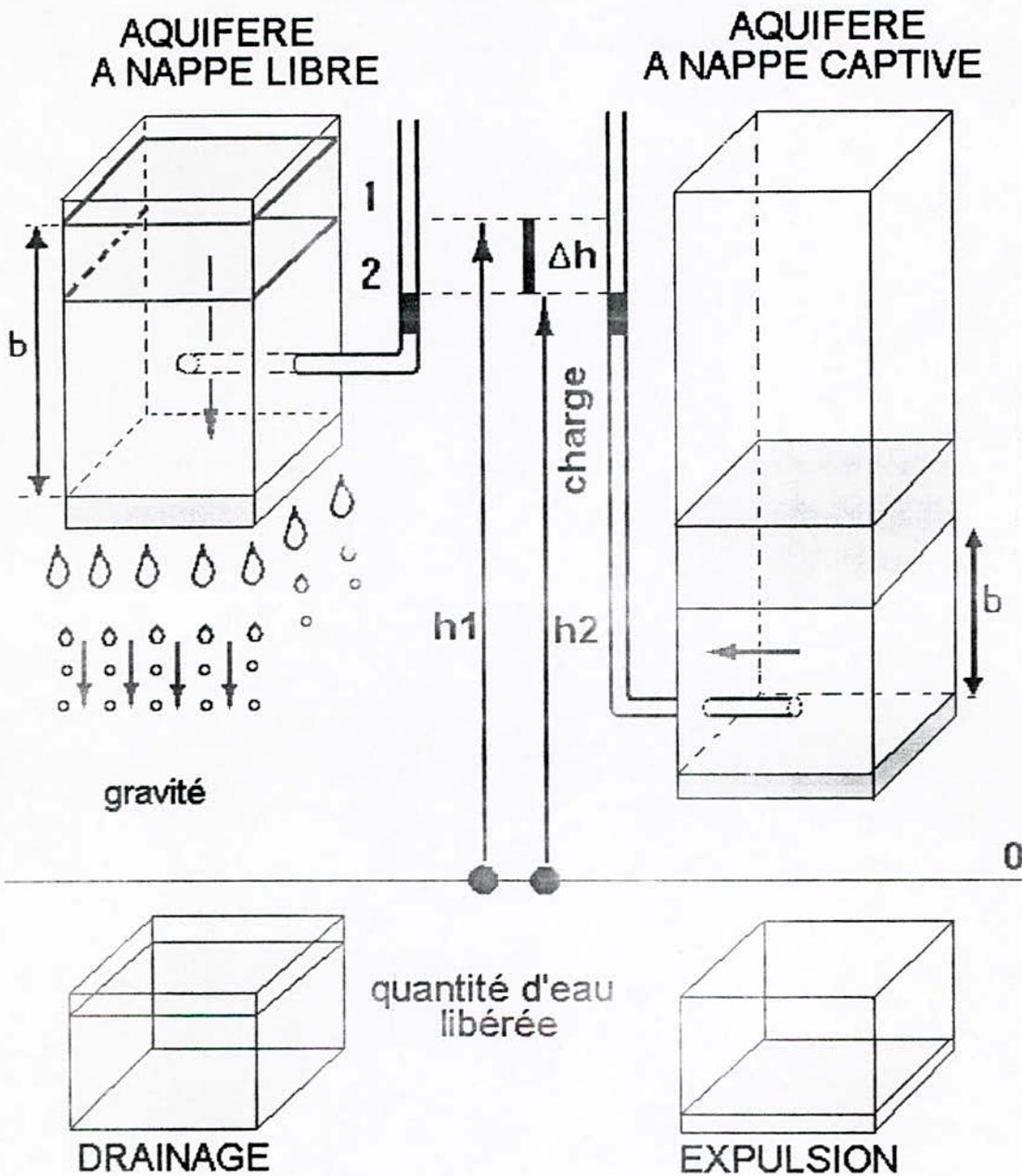


Fig.I.27 Signification de la libération de l'eau souterraine dans les aquifères

I.7.1 Caractéristiques physico-chimiques du réservoir :

Le réservoir représente la trame solide de la structure de l'aquifère. L'eau souterraine mobile s'emmagasine et circule dans les vides du réservoir, d'où l'importance de leur étude. Celle-ci porte sur trois grandes caractéristiques des vides : morphologie, interconnexions et genèse .

La qualité de l'eau souterraine est conditionnée par les caractéristiques géochimiques du réservoir : température, sels solubles, argiles échangeuses d'ions , complexons argilo-humiques, etc.

I.8. Caractéristiques hydrogéologiques du complexe eau / réservoir :

Porosité efficace et coefficient d'emménagement :

Les paramètres de la fonction réservoir de l'aquifère peuvent être mesurés en laboratoire et sur le terrain. En laboratoire le complexe eau / réservoir ou aquifère, est caractérisé par un paramètre hydrodynamique important, la porosité efficace. Sur le terrain, les pompages d'essai, l'étude des fluctuations de la surface piézométrique, déterminent les paramètres hydrodynamiques de l'emménagement souterrain, dont le principal est le coefficient d'emménagement.

I.8.1. Définition des paramètres hydrodynamiques du complexe eau / réservoir :

I.8.1.a. Porosité efficace et coefficient d'emménagement déterminés en laboratoire :

Les trois états hydriques principaux du complexe eau / réservoir, ou aquifère, selon leur positions sous la surface du sol, sont schématisés (fig.I-25) . Ils permettent de définir : le réservoir saturé (1) dont la totalité des vides, V_v , est remplie d'eau ; le réservoir non saturé (2) avec présence d'eau et d'air dans les vides et l'état, dit sec (3), où les vides ne renferment que de l'eau de rétention et de l'air.

Les deux paramètres hydrodynamiques des aquifères utilisés en hydrogéologie, permettant de donner une valeur numérique à ces différents états et exprimant la fonction capacitive du réservoir, sont : La porosité efficace et la teneur en eau. La porosité cinématique sera définie ultérieurement .

Porosité efficace , notée n_e , sans dimension, exprimée en pourcentage, est le rapport du volume d'eau gravitaire, V_e que le réservoir peut contenir à l'état saturé, puis libérer sous l'effet d'un égouttage complet, à son volume total, V_t (fig.I-25) .

$$\text{Porosité efficace, } n_e = \text{volume d'eau gravitaire} / \text{volume total} = \frac{V_e}{V_t} \text{ en \%}$$

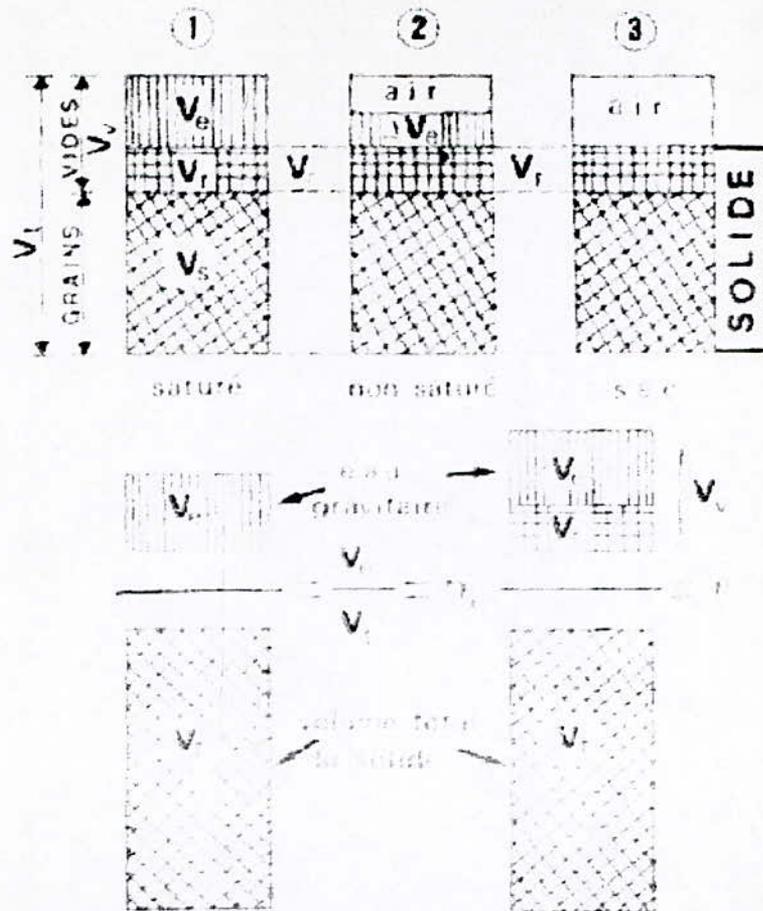


Schéma des trois états d'un échantillon de sous-sol montrant les types d'eau souterraine présents dans les vides du réservoir. Définition de la porosité efficace n_e et de la teneur en eau θ . V_e et V_r : volumes d'eau gravitaire ; V_r : volume d'eau de rétention ; V_s : volume de la phase solide ; V_t : volume total de l'échantillon.

Fig.I.25

Teneur en eau volumique :

La teneur en eau volumique, notée θ , est la quantité d'eau, exprimée en pourcentage, contenue dans un réservoir, saturé ou non, rapportée au volume total, quel que soit le type d'eau considéré (fig.I-25). Il s'agit d'un terme général s'appliquant à tous les milieux, saturés ou non.

Teneur en eau volumique, $\theta = \text{volume d'eau} / \text{volume total}$

La teneur en eau volumique est égale à la porosité.

L'humidité, notée θ , exprimée en pourcentage est la teneur en eau d'un réservoir non saturé quel que soit le type d'eau, exprimée en rapports de volumes ou, plus souvent de poids.

Définitions des paramètres hydrodynamiques du complexe eau / réservoir déterminés sur le terrain. Emmagasinement souterrain :

Des études et expérimentations, sur le terrain permettent de mesurer, en place et sur un volume important, les paramètres de l'emmagasinement de l'eau dans les réservoirs.

Sous l'effet d'un abaissement unitaire de niveau piézométrique, entraînant une différence de charge unitaire, Δh , l'eau est libéré du réservoir (fig.I-27) :

- dans l'aquifère à nappe libre par l'action de la force de la gravité (drainage) ;
- dans l'aquifère à nappe captive par expulsion de l'eau provoquée par des actions d'élasticité de l'eau et du solide . Les modules d'élasticité étant faibles le volume d'eau libéré est beaucoup plus petit, à caractéristiques égales que pour les nappes libres.

Le coefficient d'emmagasinement noté S , sans dimension, est le rapport du volume d'eau libéré ou emmagasiné, par unité de surface de l'aquifère un m^2 à la variation de charge hydraulique, Δh , correspondante. L'emmagasinement spécifique, noté S_s , exprimé en unité de volume d'eau libéré ou emmagasiné par unité de volume d'aquifère un m^3 sous l'action d'une variation unitaire de charge hydraulique, Δh .

Dans l'aquifère à nappe libre, le coefficient d'emmagasinement est égal, en pratique, à la porosité efficace. Par contre dans l'aquifère à nappe captive, il est de 100 à 1000 (voir 10 000) fois plus petit.

Le coefficient d'emmagasinement varie de 0,2 à 0,01 pour les nappes libres et de 0,001 à 0,0001 pour les nappes captives.

I.9.Zonalité Sol / Eau souterraine :

L'étude du premier aquifère, sous la surface du sol (aquifère à nappe libre) , montre la présence de haut en bas de deux zones caractérisées par la teneur en eau du réservoir (fig.I-28) :

- La zone non saturée ou d'aération, caractérisée par le complexe réservoir / eau de rétention / air (2 et 3, fig.I-25). L'eau de rétention inclut l'eau capillaire suspendue. La quantité d'eau gravitaire est temporaire, en transit, souvent nulle. En fonction des teneurs en eau ou de l'humidité qui croissent vers le bas, elle est subdivisée en trois sous-zones :
 - .zone d'évapotranspiration, interface sol/sous-sol, soumise à des variations de teneur en eau importantes provoquées par l'infiltration et l'évaporation. Sa profondeur est en relation avec le type de sol et le climat ;
 - . zone de transition où la teneur en eau est voisine de la capacité de rétention (rapport du

volume d'eau de rétention au volume total, en pourcentage) ;

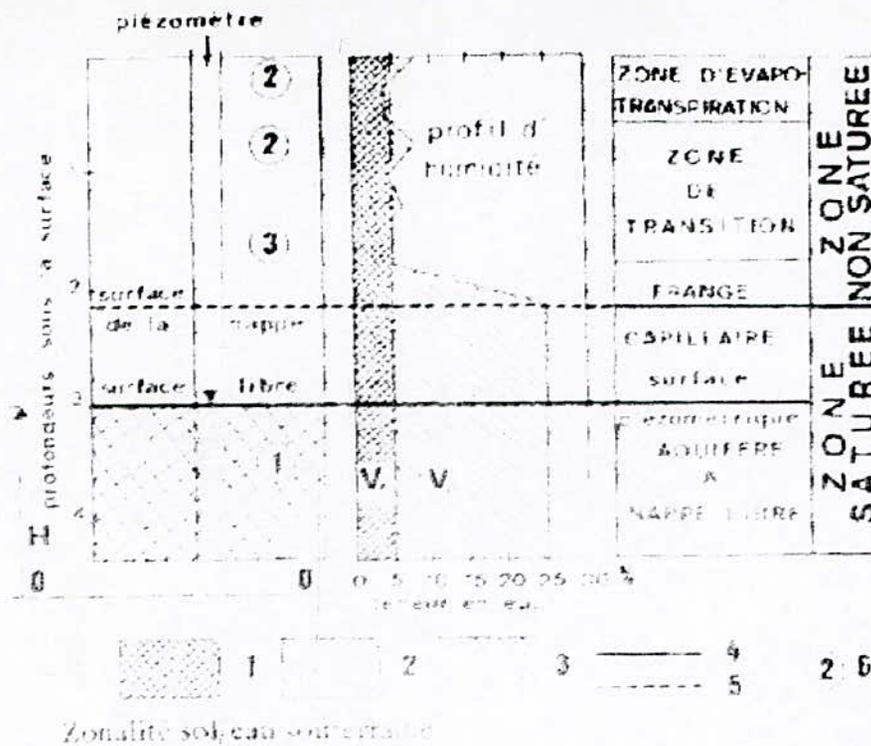


Fig.I.28

. zone ou frange capillaire, alimentée par l'eau de la zone saturée remontant par ascension capillaire . La surface de la nappe passe au sein de cette tranche de terrain. Elle est, en général à une cote supérieure à la surface piézométrique. Mais elle n'est pas mesurable sur le terrain avec précision par des dispositifs opérationnels simples. C'est pourquoi elle est mesurée par le niveau piézométrique, défini comme l'altitude du plan d'eau dans un voyage. Sa tranche inférieure est rattachée à la zone saturée car les vides libres sont remplis par l'eau capillaire continue.

- La zone saturée, caractérisée par le complexe réservoir/eau de rétention/eau gravitaire (1,fig.I-25). Les deux types d'eau de rétention et eau gravitaire y sont présents. C'est le domaine de l'eau gravitaire et de la nappe d'eau souterraine. La surface supérieure de cette zone est la surface de la nappe qui ne doit pas être confondue, théoriquement, avec la surface piézométrique. Dans la pratique, sa limite supérieure est la surface piézométrique.

I.10. Aquifère . Conduite d'eau souterraine :

L'emmagasinement de l'eau souterraine gravitaire dans les vides du réservoir conditionné par le coefficient d'emmagasinement, sa circulation par la perméabilité. La fonction conduite du réservoir assure le transport de quantité d'eau ou flux souterrain et la transmission d'influences, différences de charge ou de pression, sous l'action de gradients. Il est rappelé que seule l'eau souterraine gravitaire participe à l'écoulement et est soumise aux lois de l'hydrodynamique souterraine.

Il faut préciser trois concepts du circuit de l'eau dans le sous-sol :

- L'écoulement souterrain ou débit moyen des aquifères, noté QW composante du cycle de l'eau et du bilan. Fraction de l'écoulement total, c'est un concept conventionnel sans réalité physique.
- L'écoulement de l'eau souterraine ou flux souterrain, noté q phénomène physique avec le transport de quantités d'eau à travers l'aquifère. Il découle de la fonction conduite du réservoir, secteur de transit du comportement hydrodynamique de l'aquifère.
- Le débit d'une nappe à travers une section transversale d'aquifère passant par une ligne équipotentielle. Il est calculé par application de la loi de Darcy : $Q = A.K.i$

I.10.1. Loi de Darcy :

La base fondamentale du calcul de quantités d'eau souterraine ou débit d'une nappe, par l'hydrodynamique souterraine, est la loi expérimentale de Darcy (H. Darcy, 1856).

Enoncé de la loi de Darcy :

H. Darcy a montré que le volume d'eau, Q en m^3/s , filtrant de haut en bas dans la colonne de sable de hauteur, l en m , à travers la section totale, perpendiculaire à la direction verticale d'écoulement, A en m^2 , est fonction d'un coefficient de proportionnalité, K en m/s , caractéristique du sable et de la perte de charge par unité de longueur du cylindre de sable, h/l sans dimension. D'où l'expression de la loi de Darcy

$$Q(m^3/s) = K(m/s) \cdot A(m^2) \cdot \frac{h}{l} \quad 13$$

Le terme, K défini par Darcy comme « un coefficient, dépendant de la perméabilité de la couche », est appelé coefficient de perméabilité.

Le quotient de la charge, h , par la longueur de la colonne de sable, l , pour perte de charge par unité de longueur, h/l , est défini comme le gradient hydraulique, noté i , sans dimension. D'où avec $h/l=i$, l'expression 13 devient :

$$Q = K \cdot A \cdot i \quad 14$$

Le débit unitaire, q , est le débit en m^3/s traversant l'unité de section, perpendiculaire à la direction d'écoulement en milieu saturé, dans l'unité de temps en secondes. C'est aussi la quantité d'eau traversant le milieu saturé par unité de surface. Etant le quotient d'un débit par une surface, il a la dimension d'une vitesse et s'exprime en m/s .

$$q(m/s) = \text{débit} / \text{Section totale} = \frac{Q}{A} \quad 15$$

D'où en combinant les expressions 14 et 15 :

$$q(m/s) = K (m/s) \cdot i \quad 16$$

La vitesse de filtration, V en m/s , rapportée à la section totale, A , est :

$$V(m/s) = Q/A = K \cdot i = q \quad 17$$

La vitesse de filtration est ainsi la vitesse fictive d'un flux d'eau en écoulement uniforme, à travers un milieu aquifère saturé, déduite du débit d'écoulement, Q , rapportée à la section totale de l'aquifère traversée par ce flux. Elle est égale au débit unitaire (17).

Applications de la loi de Darcy sur le terrain

Niveau piézométrique, charge et potentiel hydrauliques :

Les trois paramètres, niveau piézométrique, charge et potentiel hydrauliques, n'ont pas la même signification physique. Le niveau piézométrique est mesuré par une altitude de plan d'eau. La charge hydraulique est le poids de la colonne d'eau au dessus du niveau de référence, ou énergie par unité de poids. Le potentiel hydraulique est l'énergie exigée pour porter l'unité de masse au dessus du niveau de référence. Mais seule la mesure du niveau piézométrique est accessible sur le terrain.

Par convention, étant donnée la précision des mesures, ces trois paramètres sont identifiés à un seul, le niveau piézométrique. Les niveaux piézométriques permettent de calculer le gradient hydraulique.

I.10.2. Conditions de validité de la loi de Darcy :

La loi de Darcy est établie par des expériences de laboratoire répondant à des conditions très strictes. Quatre conditions doivent être respectées : continuité, isotropie et homogénéité du réservoir et écoulement laminaire.

L'écoulement laminaire est caractérisé par des lignes de flux continues, rectilignes, individualisées et occupant entre elles la même position relative. Les vitesses, constantes et parallèles, sont inférieures à la vitesse critique, au-delà de laquelle l'écoulement devient *turbulent*. Ces conditions de validité peuvent paraître très restrictives si l'on considère les nombreuses variations lithologiques des formations hydrogéologiques (stratification, passage latéral de faciès, schistosité, etc.) . Mais en réalité les cas où la loi de Darcy n'est pas applicable sont limités aux formations très hétérogènes, aux réseaux karstiques et lors que la vitesse d'écoulement est très élevée, comme au voisinage des ouvrages de captages .

Paramètres hydrodynamiques :

L'expression généralisée de la loi de Darcy, dégage trois grands groupes de paramètres de l'écoulement de l'eau souterraine dans les aquifères :

- coefficient de perméabilité, transmissivité et diffusivité ;
- charge et gradient hydrauliques ;
- débit d'une nappe et vitesses d'écoulement.

La charge et le gradient hydraulique viennent d'être étudiés.

I.11. PERMÉABILITÉ - TRANSMISSIVITÉ – DIFFUSIVITÉ :

I.11.1. Définition de la perméabilité. Coefficient de perméabilité et perméabilité intrinsèque :

La perméabilité est l'aptitude d'un réservoir à se laisser traverser par l'eau, sous l'effet d'un gradient hydraulique. Elle exprime la résistance du milieu à l'écoulement de l'eau qui le traverse.

Elle est mesurée par deux paramètres : le coefficient de perméabilité et la perméabilité intrinsèque.

Le *coefficient de perméabilité*, noté **K**, est défini par la loi de Darcy.

C'est le volume d'eau gravitaire en m^3 traversant en une unité de temps (une seconde), sous l'effet d'une unité de gradient hydraulique, une unité de section en m^2 orthogonale à la direction de l'écoulement, dans les conditions de validité de la loi de Darcy (à la température de 20° C). Il a la

dimension d'une vitesse et s'exprime en m/s.

La *perméabilité intrinsèque*, notée k , est le volume de liquide en m^3 d'unité de viscosité cinématique (une centipoise) traversant en une unité de temps (en s), sous l'effet d'une unité de gradient hydraulique, une unité de section (un m^2) orthogonale à la direction d'écoulement.

Elle s'exprime en m^2 ou en Darcy. Elle est parfois appelée perméabilité géométrique? Le Darcy est la perméabilité d'un milieu débitant $1\text{ cm}^3/s$ à travers une surface de 1 cm^2 sous un gradient hydraulique, normal à cette surface, de 1 atmosphère par centimètre.

I.11.2.Facteurs du coefficient de perméabilité :

D'après les deux expressions généralisées de la loi de Darcy ,établies par expérimentations en laboratoire :

$$K = N d_{10}^2 \cdot \frac{\gamma}{\mu} \quad (23)$$

Ce terme englobe les caractéristiques du réservoir et du liquide. C'est l'expression du coefficient de perméabilité, K . Il est évident qu'il ne répond pas à la conception de Darcy (constante physique du réservoir). En effet il comporte deux couples de résistance à l'écoulement, correspondant à deux groupes de facteurs : les caractéristiques du réservoir, avec $N d_{10}^2$ et les caractéristiques du fluide en mouvement ou coefficient du fluide (fig. I-33). Il est donc nécessaire de rechercher un paramètre spécifique du réservoir, appelé *perméabilité intrinsèque*, exprimé par $N d_{10}^2$.

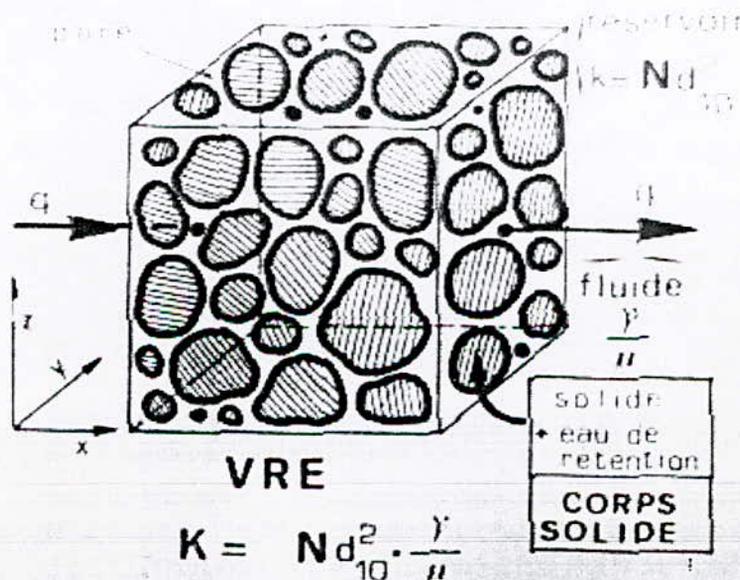


Fig.I.33

Figure I.33 - Signification du coefficient de perméabilité, K et de la perméabilité intrinsèque, k , dans un volume représentatif élémentaire (VRE).

Facteurs du coefficient de perméabilité .propres au réservoir :

a) Perméabilité intrinsèque :

L'eau circulant dans les vides du réservoir rencontre une résistance, fonction de leurs dimensions, exprimée par la granulométrie et leur degré d'interconnexion ou continuité. Cette résistance est

exprimée par $N d_{10}^2$ avec :

- d_{10} , le diamètre efficace des grains, en cm ;
- N , un facteur de forme, sans dimension, groupant les autres caractéristiques granulométriques : forme et arrangement des grains. D'où trois facteurs principaux de la perméabilité intrinsèque :
 - en priorité la granulométrie avec le diamètre efficace, d_{10} . Le degré d'interconnexion des vides et l'arrangement des grains, également importants mais difficilement mesurables, sont estimés par le facteur N .
 - la surface spécifique ;
 - la porosité efficace.

Le *diamètre efficace* des grains est le facteur principal de la perméabilité intrinsèque qui décroît comme son carré $k = N d_{10}^2$. Avec des valeurs de d_{10} inférieures à 0,001 mm, le réservoir devient imperméable. Certains auteurs, par des expériences en laboratoire, ont proposé une valeur moyenne de 100 pour N . D'où :

$$K (\text{cm}^2) = 100 d_{10}^2 (\text{cm}) \quad (24)$$

L'expression (24), même appliquée dans certaines limites $U < 5$ et $0,01 < d_{10} < 0,3$ mm, donne des résultats peu précis et dispersés. Elle ne peut être utilisée qu'à titre indicatif.

La perméabilité intrinsèque varie comme l'inverse de la *surface spécifique*, M .

L'écoulement de l'eau souterraine s'effectuant dans les vides occupés par l'eau gravitaire et n'affectant que ce type d'eau, la *porosité efficace* est aussi à considérer.

Facteurs du coefficient de perméabilité, propres au liquide en mouvement. Coefficient du fluide :

Les deux facteurs principaux du coefficient du fluide qui incluent la température et la concentration sont :

- la viscosité dynamique, μ , qui exprime la résistance du liquide à l'écoulement ;
- le poids volumique, $\gamma = \rho g$, exprimant la forge motrice (action de la force de la gravité, g).

Le facteur principal est la *viscosité dynamique*. Elle décroît rapidement avec l'augmentation de la température. Le coefficient de perméabilité, fonction inverse (expression 24) croît avec la température (fig. I-34). Une conséquence est l'accroissement de K avec la profondeur, conséquence de l'effet du gradient géothermique (K est multiplié par 2 à 1 000 m et par 3 à 3 000 m de profondeur).

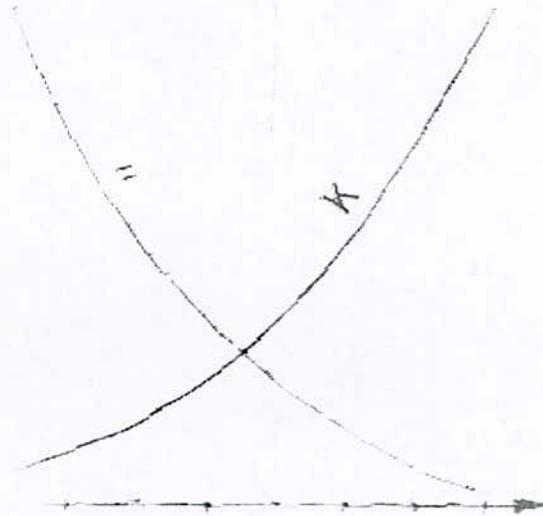


Figure I.34

La viscosité dynamique, μ , décroît rapidement comme la température. En conséquence le coefficient de perméabilité, K , croît comme la température.

Le *poids volumique* varie en fonction de la pression, de la teneur en sels dissous et de la température. Toutefois l'influence de ce facteur est faible comparée à celle de la viscosité.

Conclusions :

Cette étude montre que pour la prospection des eaux souterraines, dites normales (faible profondeur, pression et température peu élevées, faibles teneurs en sels dissous), les effets de la viscosité et du poids volumique peuvent être négligés. Il n'en est pas de même pour les aquifères

profonds. L'utilisation du coefficient de perméabilité, K , est valable pour caractériser les réservoirs jusqu'à une profondeur d'un millier de mètres.

Valeurs du coefficient de perméabilité :

Les valeurs du coefficient de perméabilité sont faibles, de quelques millimètres par seconde pour les réservoirs perméables à 10000 fois plus faibles pour les formations imperméables. C'est pourquoi elles sont exprimées en puissance de dix afin d'éviter la manipulation de chiffres décimaux. Ces valeurs s'échelonnent, dans une gamme continue, de 10^1 à $1 \cdot 10^{-11}$ m/s (tableau .I-1). Tous les matériaux conduisant l'eau à des degrés divers, la limite inférieure des réservoirs perméables a été fixée, conventionnellement, à une valeur de $1 \cdot 10^{-19}$ m/s.

b) Transmissivité

La productivité d'un captage dans un aquifère est fonction de son coefficient de perméabilité, K et de son épaisseur, b . C'est pourquoi un paramètre récent, la transmissivité, notée T , a été créé. Il régit le débit d'eau qui s'écoule, par unité de largeur, L , d'un aquifère, sous l'effet d'une unité de gradient hydraulique, i . Il évalue la fonction conduite de l'aquifère.

La transmissivité est égale au produit du coefficient de perméabilité, K , par l'épaisseur de l'aquifère, b . Elle s'exprime en m^2/s .

$$\text{Transmissivité, } T(m^2/s) = K(m/s) \cdot b(m) \quad (25)$$

L'expression de la loi de Darcy, $Q = K.A.i$, devient avec $A = b.L$

$$Q(m^3/S) = T (m^2/s) \cdot L (m) \cdot i \quad (26)$$

Incluant l'épaisseur de l'aquifère, la transmissivité permet de représenter sur des cartes, les zones de productivité. Elle est à la base de la discrétisation du calcul par mailles des modèles mathématiques. Elle est mesurée, sur le terrain, par les pompages d'essai .

Tableau.I-1 - Valeurs du coefficient de perméabilité.

Influence de la granulométrie : diamètres des grains et diamètres respectifs

K (m/s)		10 ¹	1	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁸	10 ⁻¹¹
GRANULOMÉTRIE	homogène	Gravier pur		Sable pur		Sable très fin	Silt	Argile	
	variée	G ravier gr	Gravier et sable		Sable et argile-Limons				
DEGRES DE PERMEABILITE		TRES BONNE BONNE				MAUVAISE			NUL LE
TYPES DEFORMATIONS		PERMEABLES				SEMI-PERMEABLES			IMPER.

Y
limites conventionnelles

Tableau.I-1

c) Diffusivité :

La diffusivité, notée T/S , régit la propagation d'influences dans l'aquifère. Elle est égale au quotient de la transmissivité, T , par le coefficient d'emménagement, S . Elle s'exprime en m^2/s

$$\text{diffusivité} = T (m^2/s) / S, \text{ en } m^2/s \quad (27)$$

Chapitre II

Notions de géostatistique

II.1. RAPPELS STATISTIQUES ET INTRODUCTION :

Variable aléatoire (v.a.) : variable dont les résultats possibles sont connus mais dont le résultat final ne peut être déterminé, à priori, avant d'effectuer la mesure.

Description d'une v.a. : sans connaître la valeur que prendra le résultat final, on peut parfois connaître la probabilité qu'une v.a. prenne chacun des résultats possibles. C'est la description la plus complète que l'on puisse faire de la v.a.

La fonction qui décrit ces probabilités est la fonction de densité (pour les v.a. continues; pour les v.a. discrètes, c'est la fonction de masse).

Propriétés : $f_x(x) \geq 0$, toute probabilité est positive

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1 \quad , \text{ l'intégrale de la fonction de densité donne 1}$$

$$\int_a^b f_x(x) dx = P(a \leq X \leq b) \quad , \text{ probabilité que } x \text{ prenne une valeur comprise entre [a et b]}$$

Certaines quantités résument les caractéristiques principales de la variable aléatoire.

*Mesures de tendance centrale:

mode : x tel que $f_x(x)$ est maximum

médiane : x tel que $P(X < x) = 0.5$

moyenne (ou espérance mathématique) :

$$\mu_x \text{ ou } E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx$$

*Mesures de dispersion :

- Variance :

$$\sigma_X^2 = E[(X - E[X])^2]$$

$$\sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[X])^2 f_X(x) dx$$

- Écart-type :

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2}$$

- Asymétrie :

$$E \left[\left(\frac{X - E[X]}{\sigma_X} \right)^3 \right]$$

- Aplatissement :

$$E \left[\left(\frac{X - E[X]}{\sigma_X} \right)^4 \right]$$

Toutes ces quantités sont généralement, à priori, inconnues. On doit donc les estimer à partir d'un ensemble d'observations appelé l'échantillon (par abus de langage, on parlera souvent des échantillons pour désigner ces observations).

À partir de l'échantillon, on peut construire des estimateurs:

de la moyenne :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

de la variance :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \bar{s}^2 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = s^2$$

de la fonction de densité : histogramme,

de la fonction de densité cumulative : courbe des fréquences cumulées $F_x(x) = P(X \leq x)$

estimée par: rang $(x_i)/n$

Une des caractéristiques importantes d'un estimateur est d'être sans biais i.e. d'avoir la même espérance mathématique que la quantité qu'il cherche à évaluer.

Ex.

$$E[\bar{X}] = \frac{1}{n} E \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] = \mu_X \quad \therefore \bar{X} \text{ est sans biais pour } \mu_X$$

de même, s^2 est sans biais pour σ_x^2 est que alors \bar{s}^2 est biaisé.

Passage à plus d'une variable :

On peut aussi étudier et décrire le comportement simultanée de plus d'une variable aléatoire.

La fonction de densité conjointe : $f_{XY}(x,y)$ donne la probabilité que, simultanément $X = x$ et $Y = y$.

On a :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x,y) dx dy = 1, \quad f_{XY}(x,y)$$

$$P[x_1 < X < x_2, y_1 < Y < y_2] = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f_{XY}(x,y) dx dy$$

Deux mesures additionnelles permettent de décrire des caractéristiques importantes de fonction de densité conjointe.

La covariance :

$$Cov(X,Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]$$

mesure la force du lien linéaire entre les variables X et Y.

La corrélation :

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

comme la Cov mais avec des unités "normalisées"

Propriétés de ρ_{XY} :

$$-1 \leq \rho_{XY} \leq 1$$

$$\rho_{XY} = \rho_{aX,bY}$$

(avec a et b des constantes quelconques)

Note : $\rho_{XY} = 0$ ---> absence de lien linéaire

≠ indépendance de x et y (en effet, on a indépendance si

$$f_{xy}(x,y) = f_x(x).f_y(y).$$

Par contre, l'indépendance de X et Y ---> $\rho_{XY} = 0$.

L'interprétation propre à la géostatistique

Les v.a. sont régionalisées i.e. elles dépendent de leur localisation dans l'espace d'étude.

Z(x) Ex. Z : charge hydraulique au point x.

(ou dans un volume centré en x)

Différentes visions du même espace d'étude : G collection infinie de valeurs ponctuelles

$$Z_G = \frac{1}{G} \int_G Z(x) dx$$

Z_G est la valeur moyenne de la variable dans G obtenue en faisant la moyenne de toutes les valeurs ponctuelles.

collection finie de petits blocs v

$$Z_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_v(x)$$

collection finie de gros blocs V

$$Z_G = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Z_V(x)$$

et ainsi de suite... G est donc assimilé à un ensemble fini ou infini (cas ponctuel) de variables aléatoires. Si on connaît le comportement de la variable aléatoire au niveau ponctuel (ou quasi-ponctuel) alors on peut aussi décrire le comportement de Z_v , Z_V et Z_G .

Cette collection de variables aléatoires s'appelle fonction aléatoire. G en est une réalisation limitée dans le temps et dans l'espace. On cherchera à caractériser $Z(x)$ pour pouvoir dire quelque chose sur Z_v , Z_V et Z_G .

Support des observations :

Dans la pratique, $Z(x)$ ne sera jamais mesuré sur un support ponctuel mais sur un support physique relativement très petit par rapport à la taille G (disons v avec $v \ll G$). Il est de toute première importance de s'assurer que toutes les observations proviennent de supports identiques.

En effet, les statistiques habituelles calculées sur des supports différents n'ont aucun sens physique précis.

Quelques propriétés des distributions normales et lognormales :

Normale :

$$Z \longrightarrow N(\mu, \sigma^2) \rightarrow \frac{Z - \mu}{\sigma} \longrightarrow N(0,1)$$

Une table unique d'une $N(0,1)$ suffit pour calculer les probabilités de toute loi normale.
La fonction de densité est:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Note: La moyenne, la médiane et le mode d'une loi normale sont égaux à μ .
Lognormale :

Z est lognormale avec moyenne "m" et variance s^2 si $\ln Z \approx N(\mu, \beta^2)$.

Lien entre m, s^2 et μ, β^2

$$m = e^{\mu + \frac{\beta^2}{2}} \quad \sigma^2 = m^2 (e^{\beta^2} - 1)$$

Inversant les relations, on obtient:

$$\beta^2 = \ln\left(\frac{\sigma^2}{m^2} + 1\right) \quad \text{et} \quad \mu = \ln(m) - \frac{\beta^2}{2}$$

Note: Pour la loi lognormale, la médiane vaut e^μ et le mode vaut $e^{\mu - \beta^2}$

II.2. LE VARIOGRAMME :

Idée fondamentale : La nature n'est pas entièrement "imprévisible". Deux observations situées l'une près de l'autre devraient, en moyenne, se ressembler davantage que deux observations éloignées.

Ex.

Soit trois localisations x_0, x_1 et x_2 , que l'on promène dans G. On mesure la valeur de la variable en chacun de ces points.

$x_1 \quad \quad x_0 \quad \quad \quad x_2$

La valeur de la variable au point x_1 devrait ressembler plus (en moyenne) à celle observée en x_0 qu'à celle en x_2 .

Il y a intérêt à utiliser l'information contenue en x_1 et x_2 pour fournir un meilleur estimé de x_0 que si l'on n'utilisait que x_1 .

Notion de "continuité" :

Implicitement toutes les méthodes d'estimation reposent sur ce concept plus ou moins défini.

En géostatistique, on cherche à quantifier cette continuité préalablement à tout calcul effectué sur G .

Soit deux points x et $x+h$ séparés d'une distance h .

$$x < \text{-----} > x+h$$

La valeur de la variable en x est une variable aléatoire $Z(x)$.

La valeur de la variable en $x + h$ aussi, $Z(x+h)$.

La différence entre les valeurs prises par ces deux v.a. est $Z(x) - Z(x+h)$. C'est également une v.a. dont on peut calculer la variance. Cette variance devrait être plus petite lorsque les points sont rapprochés (les valeurs se ressemblent plus en moyenne) et plus grande lorsque les points sont éloignés. On appelle variogramme la demi variance de cette différence, i.e.

$$\gamma(x, x+h) = 0.5 * \text{Var}(Z(x) - Z(x+h))$$

Si l'on considère n localisations différentes x_1, x_2, \dots, x_n , la meilleure description que l'on puisse faire des n variables aléatoires $Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)$ est d'établir la fonction de distribution conjointe (multivariable). Clairement, ceci n'est pas possible puisqu'on ne peut disposer généralement que d'une seule observation à chacun de ces n points.

On pourrait formuler une hypothèse très forte du genre: le vecteur des v.a. suit une loi multinormale de moyennes et variances-covariances spécifiées. Ceci serait beaucoup trop restrictif. La géostatistique a des visées plus modestes. On veut estimer des paramètres statistiques à partir des données et non imposer un modèle a priori qui aurait toutes les chances de s'avérer inadéquat. Les paramètres que l'on cherchera à estimer ne sont pas la fonction de distribution conjointe, ni même la fonction de distribution bivariable (i.e. les v.a. considérées deux à deux) mais simplement les deux premiers moments (moyenne, variance, covariance) des v.a. prises deux à deux. Même réduit à cela, on ne dispose toujours que d'une seule paire d'observations situées précisément aux points x et $x+h$.

On ne peut donc estimer les paramètres statistiques sans formuler certaines hypothèses. Ces hypothèses ont uniquement pour but de permettre l'estimation des paramètres statistiques de notre modèle à partir des données. On les appelle hypothèses de stationnarité du second ordre; elles visent essentiellement à "détacher" les deux premiers moments de localisations précises en permettant des translations des emplacements x et $x+h$. La covariance (et le variogramme) deviennent donc des fonctions dépendant uniquement de la distance séparant les points d'observation et non plus de leur localisation exacte.

II.2.1. Hypothèses de base et définition :

on suppose que :

i. L'espérance mathématique ne dépend pas de x ,

i.e. $E[Z(x)] = m$

ou

L'espérance des écarts est zéro

i.e. $E[Z(x) - Z(x+h)] = 0$

ii. La covariance entre $Z(x)$ et $Z(x+h)$ ne dépend que de h

i.e. $Cov(Z(x), Z(x+h)) = C(h)$; stationnarité du second ordre, $C(h)$ est appelé fonction de covariance ou covariogramme

ou

Le variogramme $\gamma(h)$ ne dépend pas de la localisation x , seulement de h (soit en module, soit en module et en direction).

i.e. $1/2 \text{Var}(Z(x) - Z(x+h)) = \gamma(h)$; hypothèse intrinsèque (cette dernière hypothèse est légèrement moins restrictive que la stationnarité du second ordre)

Évidemment, ces hypothèses supposent une certaine régularité, une certaine homogénéité de G étudié. Si on peut reconnaître des zones très différentes géologiquement, on a habituellement intérêt à les traiter séparément.

La fonction la plus utilisée en géostatistique pour décrire la continuité est le variogramme, et ce surtout parce qu'elle est plus simple à estimer que la covariance (qui demande l'estimation préalable de l'espérance mathématique), mais également parce qu'elle permet d'accommoder les situations où $\text{Var}(Z(x))$ n'est pas définie.

Le variogramme théorique est défini comme:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x) - Z(x+h)] = \frac{1}{2} E[(Z(x) - Z(x+h))^2]$$

où x est le vecteur de coordonnées (1, 2 ou 3 coordonnées selon le cas)

h est le vecteur distance .

Cette fonction, habituellement croissante en fonction de h , synthétise beaucoup d'informations concernant le comportement conjoint des variables aléatoires et concernant "la continuité" . Ainsi, pour les modèles de variogramme montrant un seuil, on a :

i. Portée a : Distance où deux observations ne se ressemblent plus du tout en moyenne, elles ne sont plus liées (covariance nulle) linéairement. À cette distance, la valeur du variogramme correspond à la variance de la variable aléatoire.

ii. Palier $\sigma^2 = C_0 + C$: Variance de la v.a. ($\text{Var}(Z(x))$)

Écarts les plus grands, en moyenne entre deux v.a.

iii. Effet de pépite C_0 : Variation à très courte échelle, erreurs de localisation, erreurs d'analyse et précision analytique.

Notes : i. Lorsque $h = 0$ on a

$$\gamma(0) = \frac{1}{2} \text{Var}(Z(x) - Z(x+h)) = 0 \text{ et non } C_0$$

par contre,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \gamma(\varepsilon) = C_0$$

i.e. on a une discontinuité à l'origine du variogramme.

ii. Parfois les variogrammes ne montrent pas de palier (dans ce cas, la covariance et la variance n'existent pas).

iii. Lorsque les variogrammes montrent un palier alors on peut facilement établir le lien entre la valeur du variogramme pour la distance h et la covariance pour deux observations séparées de h .

$$\begin{aligned} \gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}(Z(x) - Z(x+h)) &= \frac{1}{2} [\text{Var}(Z(x)) + \text{Var}(Z(x+h)) - 2 \text{Cov}(Z(x), Z(x+h))] \\ &= \sigma^2 - \text{Cov}(Z(x), Z(x+h)) = \sigma^2 - C(h) \end{aligned}$$

donc,

$$\gamma(h) = \sigma^2 - C(h)$$

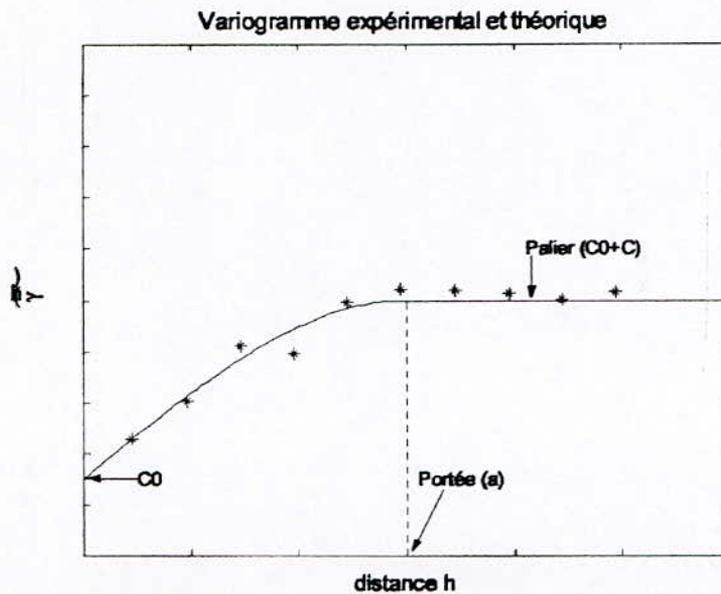
$C(h)$ est appelé le covariogramme de Z . Cette relation est importante et elle est continuellement utilisée en géostatistique.

On voit que lorsque la portée est atteinte, il n'y a plus de covariance entre les v.a., i.e. $C(h) = 0$ si $h \geq a$.

Lorsqu'il y a un palier, les deux fonctions sont équivalentes en ce sens qu'elles fournissent la même information sur le processus.

Le variogramme possède toutefois deux avantages sur le covariogramme.

- i. Le variogramme est défini même s'il n'y a pas de palier.
- ii. Dans l'expression du variogramme, la constante "m" n'apparaît pas et l'on n'a donc pas besoin de l'estimer comme c'est le cas lorsqu'on veut calculer directement le covariogramme.



(fig. II-1)

Chaque phénomène géologique possède un variogramme qui lui est propre.

La topographie pourra présenter un variogramme très continu avec comportement parabolique à l'origine et absence d'effet de pépite.

Variogramme => outil descriptif puissant utilisable dans une multitude de domaines.

II.2.3 Estimation du variogramme :

On estime le variogramme à l'aide de

$$\gamma_e(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

où $N(h)$ nombre de paires dont les points sont espacés de h .

Pour un champ donné, rien n'assure que la continuité soit identique dans toutes les directions.

Par exemple, il se pourrait que des valeurs de variable montrent une meilleure continuité

parallèlement à la stratigraphie que perpendiculairement à celle-ci. De même, on pourrait observer une meilleure continuité horizontalement que verticalement en raison de la gravité. Si le nombre d'observations le permet (typiquement au moins 50, préférablement 100), on peut chercher à vérifier ce point en calculant le variogramme expérimental dans différentes directions.

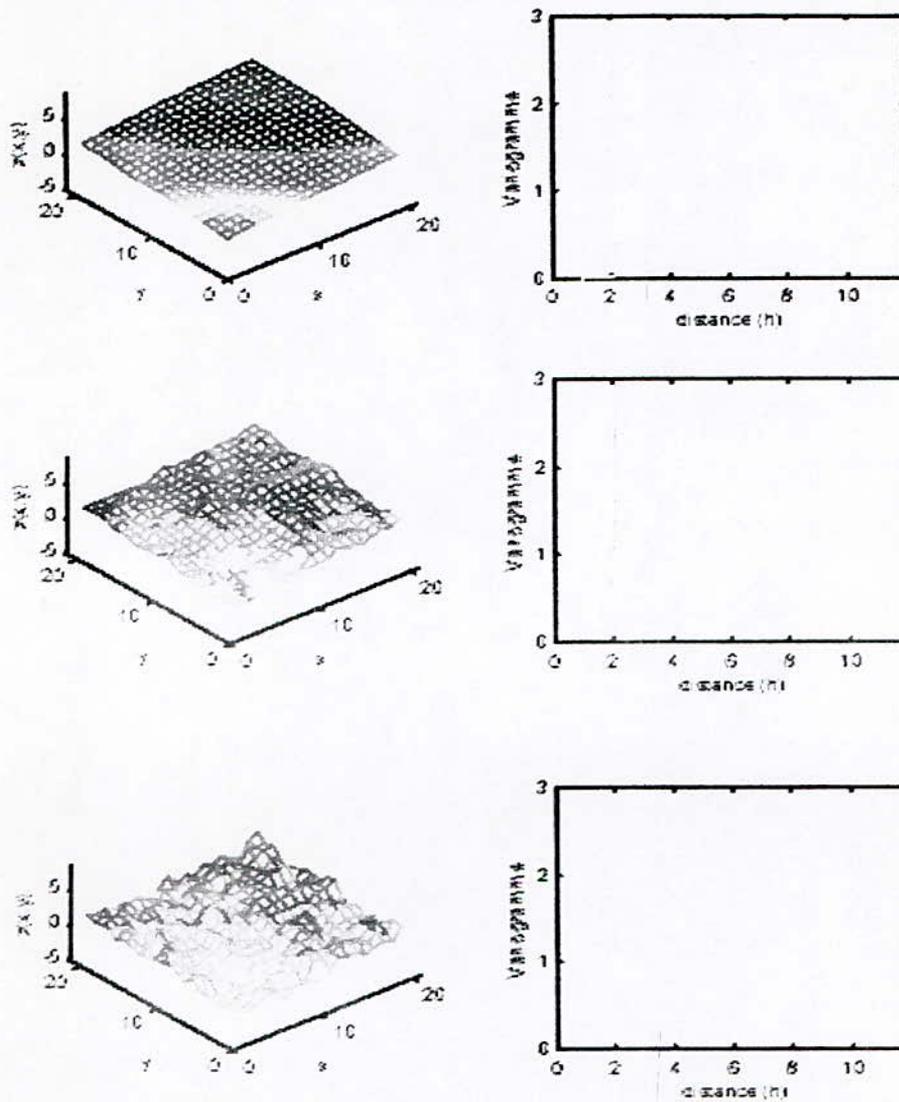
On peut aussi calculer le variogramme selon certaines directions spécifiques:

$$\gamma_e(h, \theta) = \frac{1}{2N(h, \theta)} \sum_{i=1}^{N(h, \theta)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

où $N(h, \theta)$ = nombre de paires séparées de h dans la direction θ .

En pratique on s'accorde une tolérance sur h et sur θ afin d'avoir suffisamment de paires pour chaque h et chaque θ . Pour chacune des classes ainsi formées, on calcule la distance moyenne séparant les extrémités des paires (abscisse) et on évalue le variogramme expérimental pour chaque classe. On obtient donc une série de points expérimentaux auxquels on cherche à ajuster un modèle (i.e. expression analytique) permettant de déduire la covariance entre deux points quelconque en fonction de leur espacement géographique (et, éventuellement, de la direction qu'ils définissent). Une fois le modèle adopté, toute la suite des calculs se fait avec les valeurs obtenues du modèle et non avec les valeurs expérimentales.

La figure suivante illustre quelques exemples de surface et le variogramme expérimental correspondant. Les simulations ont été réalisées avec GSLIB-SGSIM, en imposant les valeurs 0, 2, 2 et 4 aux 4 coins. De haut en bas, on a simulé un gaussien de portée 25, un sphérique de portée 25, un sphérique avec 20% d'effet de pépite et portée 25, un sphérique avec 80% d'effet de pépite et portée 25. Comme on le voit, le variogramme expérimental décrit bien le degré d'irrégularité des surfaces.



(fig. II-2)

Note: Sur les 4 figures précédentes, les points (0,0), (20,0), (0,20) et (20,20) ont des valeurs identiques de respectivement 0,2,2 et 4.

II.2.4 Modélisation :

Les modèles sont des expressions analytiques que l'on tente d'ajuster le mieux possible aux points des variogrammes expérimentaux.

Condition d'admissibilité des modèles:

Toute fonction ne peut être utilisée comme modèle. Soit une somme quelconque de variables aléatoires (plus généralement, une combinaison linéaire de telles v.a.), la variance de cette combinaison est nécessairement positive (une variance est, par définition, toujours positive). Or cette variance peut s'exprimer en fonction du covariogramme (modèles avec palier) ou du variogramme (modèles avec palier ou sans palier pourvu que la somme des poids de la combinaison linéaire donne 0). Il faut donc que le covariogramme ou le variogramme assure des variances positives quelle que soit la combinaison des v.a. considérées.

La vérification de l'admissibilité d'un modèle donné est relativement complexe et dépasse le cadre de ce cours.

Dans la pratique on se limite à des modèles éprouvés et à des modèles construits à partir de modèles éprouvés en utilisant des propriétés comme :

- une combinaison linéaire (avec coefficients positifs) de variogrammes admissibles donne un modèle admissible;
- un produit de modèles de covariance admissibles donne un modèle de covariance admissible;
- un modèle admissible en R^p est admissible en R^{p-1} (l'inverse n'est pas nécessairement vrai).

Types de modèles courants

En géologie, les modèles les plus courants sont :

- Effet de pépité.
- Puissance (cas particulier : linéaire).
- Sphérique.
- Gaussien.
- Exponentiel.

Effet de pépité: $\gamma(h) = 0$ si $h = 0$
 $= C_0$ si $h > 0$

Sphérique : $\gamma(h) = C [1.5 h/a - 0.5 (h/a)^3]$ si $0 < h < a$
 C si $h \geq a$

Gaussien: $\gamma(h) = C [1 - \exp(-3(h/a)^2)]$

Exponentiel $\gamma(h) = C [1 - \exp(-3h/a)]$

Puissance $\gamma(h) = C h^b$ $0 < b < 2$ (linéaire : $b=1$)

On peut combiner plusieurs modèles en les additionnant. Ainsi, l'effet de pépité est presque toujours présent en association avec un ou plusieurs des autres modèles décrits plus haut. Il est important de noter que ces cinq modèles ne sont pas les seuls que l'on peut utiliser, en réalité, il en existe un très grand nombre.

Il y a un lien étroit entre la nature de la variable étudiée et le type de modèle que l'on est susceptible de rencontrer. Ainsi, le modèle gaussien exprime une très grande continuité typique d'une variable comme la topographie, l'épaisseur d'une formation, le champ gravimétrique, la charge hydraulique. Pour ces variables, les modèles sphérique et exponentiel sont beaucoup plus courants. Pour des variables discrètes, le modèle gaussien est même à proscrire complètement.

Notes :

i. Lorsque $h = 0$, par définition $\gamma(0) = 0$.

Lorsque $h = 0+$, alors $\gamma(h) = C_0$.

L'effet de pépité se présente donc comme une discontinuité à l'origine du variogramme. L'effet de pépité peut représenter des erreurs d'analyse (théorie d'échantillonnage de P. Gy), de réelles microstructures ou/et des structures d'une certaine taille non-détectées par un échantillonnage insuffisant.

ii. Parfois les variogrammes ne montrent pas de palier (cas du modèle linéaire). D'autre fois ils ne montrent qu'un palier atteint asymptotiquement (cas des modèles exponentiel et gaussien). Dans ce dernier cas, l'on définit la portée effective comme la distance où est atteint 95% du palier. Ainsi, pour les modèles exponentiel et gaussien, la portée effective est "a". Lorsque le variogramme ne montre pas de palier et que sa croissance s'effectue à un taux supérieur à h^2 alors il y a lieu de suspecter une dérive de la moyenne (i.e. l'hypothèse stationnaire ou intrinsèque ne tient pas).

iii. Lorsque les variogrammes montrent un palier alors on peut facilement établir le lien entre la valeur du variogramme pour la distance h et la covariance pour deux observations séparées de h .

Lorsqu'il y a un palier, covariogramme et variogramme sont équivalents en ce sens que les deux fonctions fournissent la même information spatiale sur le phénomène étudié.

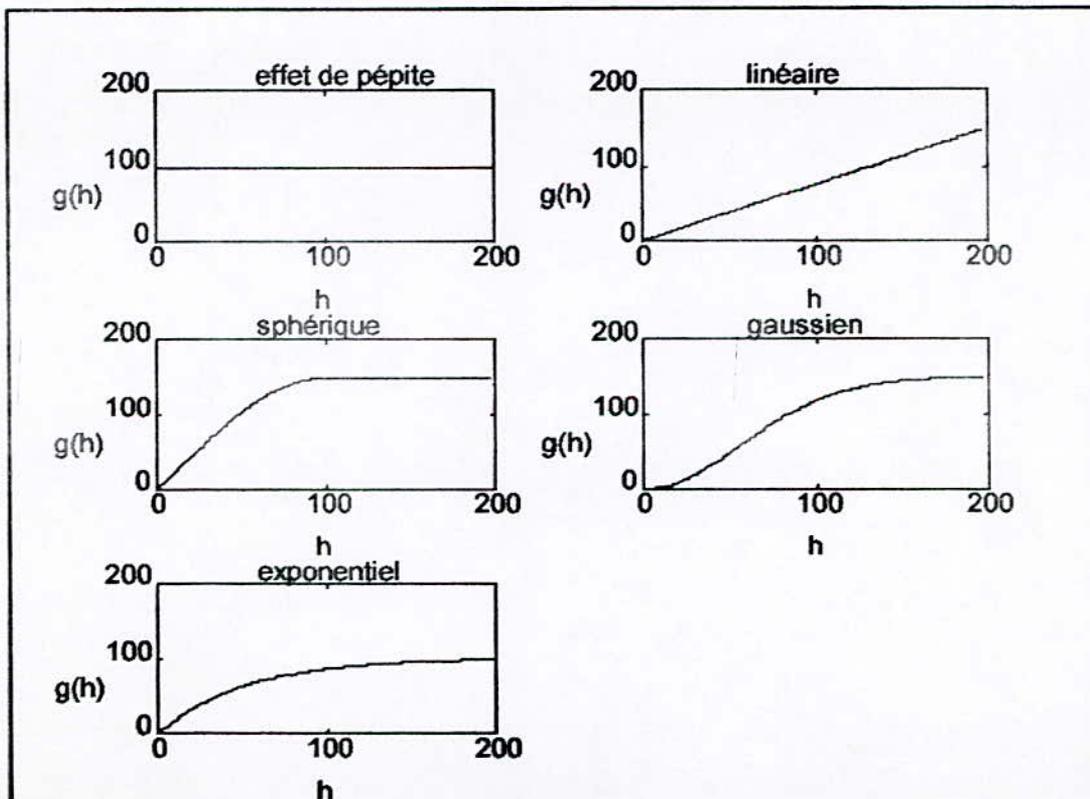
Le variogramme possède toutefois deux avantages sur le covariogramme.

- Le variogramme est défini même s'il n'y a pas de palier.

- Dans l'expression du variogramme, la constante "m" n'apparaît pas. On n'a donc pas besoin de l'estimer comme c'est le cas lorsqu'on veut calculer directement le covariogramme.

Note: Lorsqu'on suppose que la moyenne et le covariogramme ne dépendent pas des emplacements précis considérés (x), ceci implique une certaine homogénéité du champ étudié. En termes statistique, on formule une hypothèse dite de *stationnarité du 2e ordre*. Si on suppose plutôt que le variogramme ne dépend pas de l'emplacement x , alors ce cas inclut les cas sans paliers, et est donc légèrement plus général que le précédent. Cette hypothèse est nommée *hypothèse intrinsèque*. Elle est en fait une hypothèse de stationnarité de 2e ordre postulé pour les incréments de Z plutôt que pour Z lui-même. On peut généraliser ce modèle en supposant la stationnarité d'ordre 2 pour des incréments d'ordre supérieur de Z (dans ce cas, de nouvelles fonctions de structure spatiale, les covariances généralisées, peuvent être utilisées). À l'opposé, des modèles plus restrictifs (stationnarité stricte au niveau univariable ou même multivariable) sont utilisés en géostatistique non-linéaire.

(fig. II-3)



II.2.4.1 Anisotropies :

La continuité spatiale n'est pas nécessairement la même dans toutes les directions.

Bien que dans la nature il existe une très grande variété d'anisotropies, en géostatistique, on ne peut modéliser aisément que les anisotropies géométriques.

Anisotropie géométrique :

Caractéristiques :

- On observe dans diverses directions des **paliers et des composantes pépitiqes identiques mais des portées différentes.**
- Les portées maximales (a_g) et minimales (a_p) s'observent selon deux directions orthogonales.
- On peut rendre les portées identiques (et égales à a_g suivant toutes les directions en multipliant la composante de la portée parallèle à a_p par le facteur (a_g/a_p). Bref, les portées décrivent une ellipse dont l'axe majeur est orienté parallèlement à a_g .

i.e.

$$\frac{(a_\theta \cos \theta)^2}{a_g^2} + \frac{(a_\theta \sin \theta)^2}{a_p^2} = 1$$

Connaissant a_g et a_p , on peut trouver a_θ , où θ désigne l'angle mesuré par rapport à la direction où est rencontré a_g .

$$a_\theta = \frac{a_g a_p}{\{a_p^2 \cos^2 \theta + a_g^2 \sin^2 \theta\}^{1/2}}$$

On peut ainsi évaluer $\gamma(h, \theta)$ soit en utilisant a_θ , soit en corrigeant la distance h pour tenir compte de l'anisotropie:

$$\gamma(h_\theta, \theta) = \gamma(h_g)$$

modèle isotrope avec portée a_g

avec

$$h_g = \sqrt{(h_\theta \cos \theta)^2 + \left(\frac{a_g}{a_p} h_\theta \sin \theta\right)^2}$$

Typiquement on retrouve l'anisotropie géométrique là où le corps étudié montre des allongements préférentiels. (lentilles, paléochenaux, strates...).

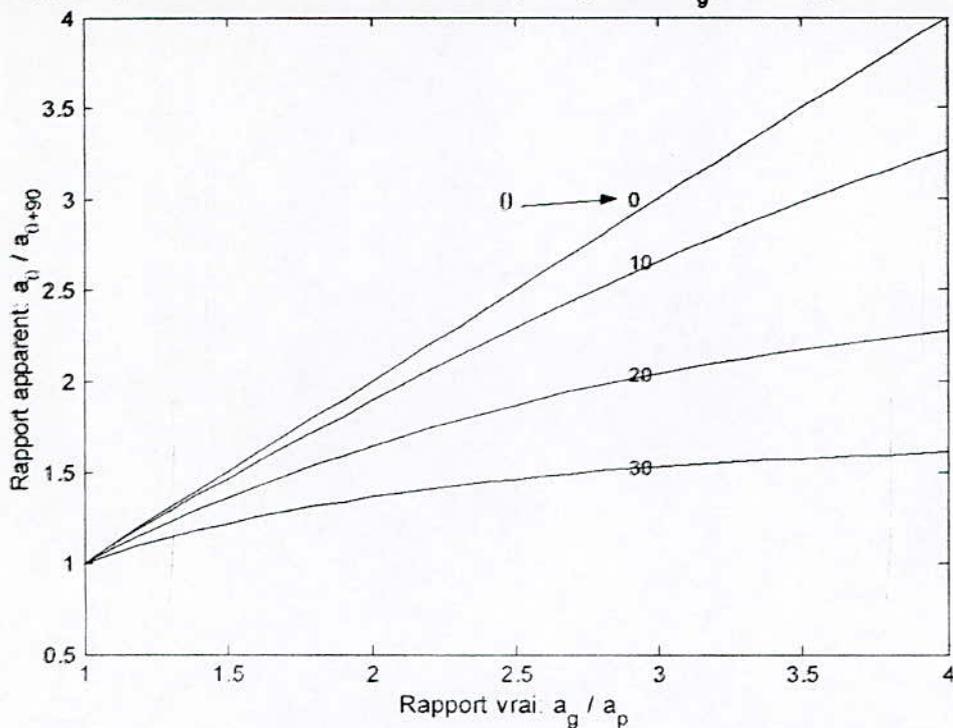
Note: Pour l'anisotropie géométrique, on peut toujours, par simple rotation et dilatation se ramener à un modèle isotrope, c'est ce qui est fait dans la méthode utilisant le calcul de h_g .

Remarques importantes concernant la détection d'anisotropies géométriques :

a) Le facteur d'anisotropie géométrique obtenu avec les variogrammes expérimentaux sous estime en général le véritable facteur d'anisotropie en raison de l'utilisation d'une fenêtre angulaire et du fait que les variogrammes expérimentaux ne sont pas nécessairement orientés exactement selon les directions principales de l'ellipse d'anisotropie.

b) L'estimation correcte et à la limite, la détection, d'anisotropie géométrique n'est possible, en pratique, qu'à quatre conditions (fortement liées) devant être remplies simultanément:

- Le nombre de données est suffisant (au moins 50)
- Le facteur d'anisotropie est important (au moins 1.5)
- Une des directions utilisées dans le calcul du variogramme est près de la direction de plus grande portée.
- La fenêtre angulaire utilisée est suffisamment étroite.
- La figure suivante montre le rapport d'anisotropie apparent observé en considérant les directions θ et $\theta+90$ (θ : angle avec la direction de plus grande portée) en fonction du rapport d'anisotropie (plus grande portée/plus petite portée). On constate qu'un rapport d'anisotropie peut facilement être sous-estimé si on n'identifie pas correctement la direction de plus grande portée.

Rapport apparent en fonction de la direction (θ : angle avec a_g) et du rapport d'anisotropie

(fig. II-4)

Anisotropie zonale :

Parfois, une simple correction géométrique ne suffit pas à rendre les modèles isotropes. C'est le cas par exemple si l'on observe des paliers différents ou si les portées ne décrivent pas une ellipse.

On peut alors tenter d'ajuster les variogrammes expérimentaux directionnels à l'aide d'une somme (ou éventuellement d'un produit de covariances) de modèles isotropes ou avec anisotropie géométrique. Parfois la physique du phénomène peut aider à déterminer le modèle. Ainsi, en hydrogéologie, la charge hydraulique est une quantité anisotrope par sa nature même; en effet, dans le sens de l'écoulement on observe les variations maximales alors que perpendiculairement à l'écoulement la charge est constante.

La modélisation d'anisotropies zonales est généralement assez délicate et nécessite une certaine expérience. Le modèle le plus simple d'anisotropie zonale consiste à combiner une ou plusieurs composantes isotropes à une composante avec anisotropie géométrique dont a_g est infinie.

$$\gamma_{zonal}(h, \theta) = \gamma_{isotropel}(h) + \gamma_{pl}(h \sin \theta)$$

où l'indice p réfère au modèle anisotrope suivant la direction de portée minimale

Cas 3D:

En 3D, l'ellipse d'anisotropie devient un ellipsoïde. Pour entièrement spécifier le modèle, il faut fournir les trois portées principales (axes de l'ellipsoïde) et les 3 angles de rotation qui permettent de faire coïncider le système de référence avec les axes de l'ellipsoïde. Souvent la géologie dictera les directions où calculer le variogramme pour tenter de détecter une éventuelle anisotropie (ex. perpendiculairement à la stratigraphie et dans le plan de la stratigraphie).

Lors de l'utilisation d'un programme de calcul de variogramme ou de krigeage, il est très important de bien comprendre les conventions utilisées pour le système de référence et les rotations afin de spécifier correctement les modèles. Habituellement, le système de référence utilisé est le système « main droite » (pouce pointe vers "z", la main droite repliée va de "x" vers "y").

La modélisation en 3D est parfois très difficile en raison d'une disposition défavorable des observations. Si l'on prend l'exemple d'une grille régulière de forages verticaux, on dispose de beaucoup de paires pour toute distance selon la verticale. Par contre, dans le plan horizontal, aucune paire ne peut être formé pour des distances autres qu'un multiple du pas de grille. Si le pas est large, ce qui est souvent le cas, on aura très peu de points sur le variogramme expérimental et la détermination des portées dans ces directions sera difficile. La situation se complique davantage lorsque la géologie ne suit pas les directions du système de référence.

Finalement, il faut noter qu'en 3D, la spécification des paramètres de recherche de paires pour le calcul du variogramme nécessite une bonne dose de réflexion afin de s'assurer que la zone spécifiée correspond bien à celle désirée. Par exemple, une tolérance angulaire de 10° sur la direction et sur le pendage du vecteur souhaité ne représentent pas du tout la même enveloppe si le vecteur considéré est horizontal ou vertical. Ce ne sont pas tous les programmes qui permettent de spécifier un cône de tolérance autour de l'orientation du vecteur distance souhaitée.

II.2.5 Remarques concernant le calcul de variogrammes et l'ajustement de modèles :

On accorde plus de poids aux points du variogramme expérimental calculés avec beaucoup de paires.

On essaie d'avoir $N(h) \geq 30$ pour chaque point expérimental du variogramme. Si ce n'est pas possible pour certaines classes, on accorde moins d'importance à ces points. Si le nombre de paires est très faible (≤ 10), on ne considère plus du tout le point.

On accorde plus de poids aux premiers points du variogramme (h petit) car ce sont ces valeurs qui ont le plus d'impact dans les calculs géostatistiques.

Lorsque h dépasse environ $d_{\max}/2$, on ne tient pas compte des valeurs du variogramme. d_{\max} est la taille du phénomène étudié dans la direction considérée.

On cherche à obtenir des modèles les plus simples possible qui rendent bien compte des valeurs expérimentales.

Stratégie de modélisation (cas 2D) :

- Calculer les variogrammes directionnels selon différentes directions (ex. 0° , 45° , 90° , 135°) ainsi que le variogramme omnidirectionnel (i.e. sans tenir compte de la direction).

La géologie peut apporter une information précieuse dans le choix des directions et la présence ou non d'anisotropies.

- Vérifier les critères ci-dessus : $N(h) \geq 30$, $h < d_{\max}/2$

- Si nécessaire, augmenter la tolérance angulaire ou le pas de calcul de façon à augmenter $N(h)$.

- Déterminer s'il y a anisotropie (différences de palier ou de portées qui ne peuvent raisonnablement être imputées à des fluctuations aléatoires du variogramme). Une bonne méthode consiste d'abord à ajuster le variogramme omnidirectionnel et de vérifier si ce modèle est acceptable pour les différents variogrammes directionnels. L'effet de pépite et le palier en particulier devraient être estimés à l'aide du variogramme omnidirectionnel et gardés constants lors de l'ajustement des variogrammes directionnels. Si les paliers changent d'une direction à l'autre, on peut soit essayer de modéliser une anisotropie zonale, soit adopter un palier compromis, surtout si l'ajustement est adéquat à courte distance.

- Procéder à l'ajustement d'un modèle anisotrope ou isotrope selon le cas (habituellement par essai et erreur, bien que l'on puisse aussi obtenir ces ajustements de façon automatique par régression (pondérée, et souvent, non linéaire).
- Chercher à respecter la règle de la parcimonie: adopter les modèles les plus simples possibles qui permettent un ajustement adéquat. Comparer des modèles concurrents à l'aide de la *technique de validation croisée*.

Note:

- Plus les classes sont larges, plus il y a de paires dans chaque classe, et plus le variogramme expérimental est lisse (et donc facile à modéliser) mais moins on a de définition pour connaître le comportement du variogramme, surtout à faible distance. On cherche habituellement à avoir au moins trois ou quatre classes, et si possible davantage, avant d'atteindre le palier.

- Pour les variogrammes directionnels, plus l'angle de tolérance est grand, plus on a de paires pour chaque point du variogramme mais moins le variogramme expérimental permettra de déceler les anisotropies. On ne devrait pas excéder 22.5 degrés de part et d'autre de la direction considérée. On peut descendre jusqu'à 0+ degrés si les données sont abondantes et sur une grille parfaitement régulière. Une valeur typique pourrait être de 10 degrés de part et d'autre de la direction considérée.

On spécifie le calcul du variogramme omnidirectionnel en utilisant un angle de tolérance de 90 degrés de part et d'autre d'une direction arbitraire, le choix de la direction n'ayant dès lors aucune importance.

- Souvent en 3D les seules directions pour lesquelles on peut véritablement calculer un variogramme fiable sont les directions prises *le long des forages*. Une des raisons pour cela est que les trous de forage peuvent dévier considérablement et que l'arpentage des trous de forage, même s'il a été réalisé, est souvent fort imprécis. Les positions véritables des observations n'étant pas connues l'effet de pépité est accru, la forme du variogramme expérimental est altérée, et les variogrammes deviennent plus erratiques. Cet effet est particulièrement important dans le cas de d'une aire d'étude faible continuité spatiale.

II.3. VARIANCES DE BLOCS, DE DISPERSION, D'ESTIMATION :

II.3.1 Variances de blocs :

On a vu précédemment l'importance de connaître la variance de la variable aléatoire correspondant au support d'exploitation de la mine. Ce support n'est évidemment pas la carotte mais plutôt un bloc d'une certaine taille (ex. 5m x 5m x 5m). On distingue 2 notions de variances différentes et complémentaires :

Variance de bloc : décrit l'amplitude théorique des variations des teneurs de bloc pour un domaine infini. C'est l'analogue de la variance ponctuelle (palier du variogramme) pour des blocs. Cette notion n'est définie que pour les modèles de variogramme avec palier.

Variance de dispersion : décrit l'amplitude théorique des variations des teneurs de bloc à l'intérieur d'un domaine fini. La variance de dispersion peut s'obtenir à partir de la variance de bloc comme on le verra plus loin. Cette notion est définie même pour les variogrammes sans palier. Ces 2 notions interviennent dans le calcul des réserves récupérables d'un gisement, dans des calculs pour déterminer l'efficacité et le rendement de piles d'homogénéisation, dans le calcul de la variabilité de la production minière pour tout intervalle de temps désiré et dans le calcul de la variance de l'erreur d'estimation (variance d'estimation).

On peut calculer la variance des blocs si l'on connaît le variogramme des informations ponctuelles ou quasi ponctuelles.

De fait, on peut même calculer le variogramme (et le covariogramme) de blocs.

Soit $Z(x)$ la v.a. correspondant à l'information ponctuelle.

Soit $Z_v(x)$ la v.a. correspondant à un bloc centré en x .

On a :

$$Z_v(x) = \frac{1}{v} \int_v Z(y) dy$$

Cette relation exprime simplement la réalité physique que la teneur d'un bloc est la moyenne des teneurs des points composant le bloc.

$$E [Z_v(x)] = m$$

et la variance de $Z_v(x)$ s'écrit:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(Z_v(x)) &= \sigma_v^2 = E[(Z_v(x) - m)^2] \\
 &= E\left[\left(\frac{1}{v} \int_v Z(y) dy - m\right)^2\right] \\
 &= E\left[\frac{1}{v^2} \int_v \int_v (Z(y_1) - m)(Z(y_2) - m) dy_1 dy_2\right]
 \end{aligned}$$

On peut intervertir E et \int car ce sont deux opérateurs linéaires.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{v^2} \int_v \int_v E[(Z(y_1) - m)(Z(y_2) - m)] dy_1 dy_2 \\
 &= \frac{1}{v^2} \int_v \int_v \text{Cov}(Z(y_1), Z(y_2)) dy_1 dy_2
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Var}(Z_v) = \sigma_v^2 = \bar{C}(v, v)}$$

Cette dernière expression indique que la variance du bloc v est donnée par la moyenne des covariances entre toutes les paires de points que l'on peut former à l'intérieur du bloc v .

En termes de variogramme, utilisant la relation

$$\boxed{C(h) = \sigma^2 - \gamma(h)}$$

On obtient :

$$\boxed{\sigma_v^2 = \sigma^2 - \bar{\gamma}(v, v)}$$

Si on connaît le variogramme (ponctuel), et si celui-ci montre un palier, alors on connaît toutes les variances de blocs, peu importe la taille ou la forme des blocs. les blocs peuvent être constitués de plusieurs portions spatialité non-contiguës.

On vérifie aisément de cette dernière expression que pour tous les modèles croissants de variogramme :

$$\boxed{
 \begin{array}{ll}
 \text{si } v \rightarrow 0 & \sigma_v^2 \rightarrow \sigma^2 \\
 \text{si } v \rightarrow \infty & \sigma_v^2 \rightarrow 0 \\
 \text{si } v \uparrow & \sigma_v^2 \downarrow
 \end{array}
 }$$

Complément : variogramme de blocs (peut être omis dans une première lecture)

Considérons maintenant deux blocs séparés d'une distance h . Il peut être utile de définir la relation entre variogramme de bloc et variogramme ponctuel. Pour deux blocs séparés d'une distance h , on aura:

$$\gamma_v(h) = \frac{1}{2} E \left[\left(\frac{1}{v(x)} \int_{v(x)} Z(y) dy - \frac{1}{v(x+h)} \int_{v(x+h)} Z(y') dy' \right)^2 \right] = \bar{\gamma}(v, v_h) - \bar{\gamma}(v, v)$$

où $\bar{\gamma}(v, v_h)$ représente la valeur moyenne du variogramme ponctuel pour toutes les paires ayant un point dans $v(x)$ et l'autre point dans $v(x+h)$.

II.3.2 Variance de dispersion :

La variance de bloc permet de calculer la variance théorique de la valeur de la variable de bloc dans un domaine d'extension infinie. Bien sûr les espaces G ne sont jamais infinis et il est souhaitable de pouvoir prévoir l'amplitude des variations des valeurs de la variable de bloc pour un domaine fini correspondant à l'espace d'étude ou à une partie .

Considérons un grand bloc V_j découpé en petits blocs v_i .

On a bien sûr:

$$Z(V_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z(v_i)$$

On peut vouloir déterminer l'importance de la variation de v_i dans V_j , en moyenne pour l'ensemble des blocs V . C'est ce que l'on appelle la variance de dispersion de v dans V que l'on note $D^2(v|V)$.

Soit la variance échantillonnale pour un bloc V_j :

$$s_{v_i|V_j}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z(v_i) - Z(V_j))^2$$

On définit la variance de dispersion comme l'espérance de cette variance expérimentale lorsqu'on considère tous les blocs possibles V_j :

$$\begin{aligned}
D^2(v|V) &= E \left[s_{v_i|V_j}^2 \right] = E \left[\frac{1}{n} \sum_i^n (Z(v_i) - Z(V_j))^2 \right] \\
&= E \left[\frac{1}{n} \sum_i^n \{ (Z(v_i) - m) - (Z(V_j) - m) \}^2 \right] \\
&= \sigma_V^2 + \sigma_v^2 - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \text{Cov}(Z(V_j), Z(v_i)) \\
&= \sigma_V^2 + \sigma_v^2 - 2\text{Cov}(Z(V_j), Z(V_j)) \\
&= \sigma_v^2 - \sigma_V^2
\end{aligned}$$

$$D^2(v|V) = \sigma_v^2 - \sigma_V^2$$

i.e., la variance de dispersion n'est autre qu'une différence de variabilité de teneurs mesurées sur 2 volumes différents. Utilisant les résultats précédents concernant les variances de blocs, on peut obtenir les formulations équivalentes suivantes:

$$\begin{aligned}
D^2(v|V) &= \bar{C}(v,v) - \bar{C}(V,V) \\
&= \bar{\gamma}(V,V) - \bar{\gamma}(v,v)
\end{aligned}$$

On notera en particulier que, pour les modèles croissants de variogramme, on aura:

$$\begin{aligned}
v \rightarrow 0 & \quad D^2(v|V) \rightarrow \bar{\gamma}(V,V) \\
v \rightarrow V & \quad D^2(v|V) \rightarrow 0 \\
V \rightarrow \infty & \quad D^2(v|V) \rightarrow \sigma_v^2
\end{aligned}$$

Dans une mine, "v" pourrait correspondre à la production quotidienne et "V" à la production hebdomadaire ou mensuelle. Le rendement du concentrateur pourrait être relié à l'importance des fluctuations journalières sur une période mensuelle, i.e. à $D2(v|V)$.

Les relations précédentes se généralisent aisément et permettent de définir une règle d'additivité très générale

pour plusieurs blocs de taille différentes:

$$D2(v_1|v_n) = D2(v_1|v_2) + D2(v_2|v_3) + \dots + D2(v_{n-1}|v_n)$$

avec les tailles des supports ordonnées par ordre croissant: $v_1 < v_2 < \dots < v_{n-1} < v_n$

Notes importantes concernant l'effet de pépité :

i. Dans les relations précédentes, $\gamma(h)$ représente le variogramme ponctuel. Dans la pratique, ce variogramme n'est pas accessible, seul le variogramme défini sur un certain support « s » existe (par exemple les carottes de forage). Les relations précédentes peuvent toutefois être utilisées tant que le support des données ayant conduit à la modélisation du variogramme est petit devant « v ». Dans ce cas, on constate que l'effet de pépité n'intervient pas dans le calcul de la variance de bloc et de la variance de dispersion.

ii. Lorsque « v » n'est pas beaucoup plus grand que le support des données, alors un terme de variance lié à l'effet de pépité doit être inclus dans la variance de bloc. Ce terme a généralement pour valeur $C_{0v} = sC_0/v$ où s est le volume du support des données et v le volume du bloc. Cependant cette interprétation n'est valide que si l'effet de pépité représente réellement une micro-structure mais non s'il représente des erreurs de localisation ou une précision analytique.

Remarque : Le calcul des variances de bloc et de variance d'estimation ne nécessite pas de connaître explicitement les données, seul le variogramme des données est requis. Ces notions ne peuvent donc pas rendre compte de la connaissance accrue de l'espace d'étude G, que l'on a, localement, dû à l'acquisition de données.

II.3.3 Variance d'estimation :

Dans cette section, on cherche à établir les résultats permettant de fournir une mesure de la précision des estimés effectués par une méthode d'estimation quelconque (linéaire).

Soit une v.a. Z_v que l'on veut estimer, d'une façon ou d'une autre, en formant une combinaison linéaire des valeurs observées en différents endroits.

i.e.

$$Z_v^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i \quad (1)$$

où:

Z_i : valeur observée au point x_i (v.a.)

Z_v^* : estimateur de Z_v

On définit l'erreur d'estimation :

$$e = Z_v - Z_v^*$$

La variance de cette erreur est la **variance d'estimation** :

$$\text{Var}(e) = \text{Var}(Z_v) + \text{Var}(Z_v^*) - 2\text{Cov}(Z_v, Z_v^*) \quad (2)$$

Substituant Z_v^* par son expression, en fonction des Z_i , donnée en (1), on obtient:

$$\sigma_e^2 = \text{Var}(Z_v) + \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \text{Cov}(Z_i, Z_j) - 2 \sum_i \lambda_i \text{Cov}(Z_i, Z_v)$$

Puis finalement, puisqu'on a habituellement $\sum_i \lambda_i = 1$,

$$\sigma_e^2 = 2 \sum_i \lambda_i \bar{\gamma}(x_i, v) - \bar{\gamma}(v, v) - \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \bar{\gamma}(x_i, x_j) \quad (3)$$

On peut calculer la variance d'estimation soit en utilisant le covariogramme (2) ou le variogramme (3). Dans les cas de modèles sans palier, seul le variogramme peut être utilisé pourvu que $\sum_i \lambda_i = 1$ dans (1).

i. Dans les formules précédentes (2 et 3), on reconnaît 3 termes : 1 terme lié au bloc à estimer ($\text{Var}(Z_v)$ ou $\bar{\gamma}(v, v)$), 1 terme lié aux points servant à l'estimation ($\text{Cov}(Z_i, Z_j)$ ou $\bar{\gamma}(x_i, x_j)$) et 1 terme croisé entre les points servant à l'estimation et le bloc à estimer ($\text{Cov}(Z_i, Z_v)$ ou $\bar{\gamma}(x_i, v)$).

ii. La variance de l'erreur d'estimation est une mesure de la précision de l'estimation. On pourrait vouloir choisir les λ_i de façon à ce que σ_e^2 soit minimale. C'est ce que nous ferons plus tard avec le krigeage.

iii. La variance d'estimation est une mesure de précision obtenue, en moyenne, sur l'ensemble de G pour une même configuration points-bloc. On constate en effet que la variance d'estimation peut être calculée dès que l'on connaît le variogramme (ou le covariogramme), l'emplacement des

points de données et le bloc à estimer. La variance d'estimation ne permet donc pas de tenir compte du fait que certaines portions pauvres de G sont peut-être plus faciles à estimer que des zones à haute valeur (effet proportionnel rencontré par exemple avec des distributions lognormales). On peut en tenir compte par l'emploi d'un variogramme relatif (normé par la moyenne locale au carré).

Toutefois l'estimation du variogramme relatif est souvent délicate. Les méthodes non-linéaires et les simulations permettent de mieux tenir compte de ce facteur.

Variance d'extension :

C'est la variance d'estimation obtenue lorsqu'on étend la valeur d'un point à une surface ou un volume; la valeur d'un segment à une surface ou un volume; la valeur d'une surface à un volume, etc. Bref, il s'agit de variances d'estimation correspondant à des situations particulières qui, par leur simplicité, se prêtent bien à la construction d'abaques.

II.4. KRIGEAGE :

Puisqu'on peut calculer la variance d'estimation pour tout estimateur linéaire, pourquoi ne pas choisir celui qui assure la variance d'estimation minimale? C'est précisément ce qu'effectue le krigeage. Dans le cas stationnaire, on en reconnaît 2 types principaux, selon que la moyenne du processus est connue ou non, soit le krigeage simple et le krigeage ordinaire. Ce dernier est, de loin, le plus fréquemment utilisé.

II.4.1 Krigeage ordinaire :

Supposons que l'on veuille estimer un bloc v centré au point x_0 . Notons Z_v la vraie valeur (inconnue) de ce bloc et Z_v^* l'estimateur que l'on obtient.

L'estimateur est linéaire, i.e.:

$$Z_v^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i$$

où les Z_i désignent les v.a. correspondant aux points échantillons.

On veut minimiser:

$$\sigma_e^2 = \text{Var} [Z_v - Z_v^*] = \text{Var} [Z_v] + \text{Var} [Z_v^*] - 2\text{Cov} [Z_v, Z_v^*]$$

Substituant l'expression de l'estimateur dans cette équation, on obtient:

$$\sigma_e^2 = \text{Var}[Z_v] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \text{Cov}[Z_i, Z_j] - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov}[Z_v, Z_i]$$

Pour que l'estimateur soit sans biais, il faut que:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

En effet, dans ce cas, $E[Z_v^*] = \sum_i \lambda_i E[Z_i] = \sum_i \lambda_i m = m$

On a un problème de minimisation d'une fonction quadratique (donc convexe) sous contrainte d'égalité que l'on résout par la méthode de Lagrange. On forme le lagrangien:

$$\begin{aligned} L(\lambda) &= \sigma_e^2 + 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right) \\ &= \text{Var}[Z_v] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \text{Cov}[Z_i, Z_j] - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov}[Z_v, Z_i] + 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right) \end{aligned}$$

Où μ est le multiplicateur de Lagrange. Le minimum est atteint lorsque toutes les dérivées partielles par rapport à chacun des λ_i et par rapport à μ s'annulent. Ceci conduit au système de krigeage ordinaire:

Système de krigeage ordinaire :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \text{Cov}[Z_i, Z_j] + \mu = \text{Cov}[Z_v, Z_i] \quad \forall i=1 \dots n$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

La variance d'estimation minimale, appelée variance de krigeage, est obtenue en substituant les équations de krigeage dans l'expression générale pour la variance d'estimation:

$$\sigma_k^2 = \text{Var}[Z_v] - \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov}[Z_v, Z_i] - \mu$$

Note: Cette variance de krigeage ne dépend pas des valeurs observées, elle ne dépend que du variogramme et de la configuration des points servant à l'estimation par rapport au point (ou bloc) à estimer.

Système de krigeage écrit en terme du variogramme:

Comme la variance d'estimation s'écrit aussi directement en terme du variogramme, on peut aussi écrire le système de krigeage en fonction du variogramme. Ceci tient au fait que $C(h) = \sigma^2 - \gamma(h)$ et que $\sum \lambda_i = 1$.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(x_i, x_j) - \mu = \bar{\gamma}(v, x_i) \quad \forall i = 1 \dots n$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

et , alors

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{\gamma}(v, x_i) - \bar{\gamma}(v, v) - \mu$$

Il est intéressant de visualiser le système de krigeage ordinaire et la variance de krigeage ordinaire sous forme matricielle:

$$K_0 \lambda_0 = k_0$$

$$\sigma_{k_0}^2 = \sigma_v^2 - \lambda_0' k_0$$

où

$$K_0 = \begin{bmatrix} \sigma^2 & Cov(Z_1, Z_2) & \dots & Cov(Z_1, Z_n) & 1 \\ Cov(Z_2, Z_1) & \sigma^2 & \dots & Cov(Z_2, Z_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Cov(Z_n, Z_1) & Cov(Z_n, Z_2) & \dots & \sigma^2 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_0 = \begin{bmatrix} \text{Cov}(Z_1, Z_v) \\ \text{Cov}(Z_2, Z_v) \\ \vdots \\ \text{Cov}(Z_n, Z_v) \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \lambda_0 = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \sigma_v^2 = \overline{C}(v, v)$$

II.4.2 Krigeage simple :

Parfois on connaît la moyenne "m" du champ à estimer ou du moins on en possède un estimé fiable. On peut alors former un estimateur sans biais sans imposer la contrainte que la somme des poids soit égale à 1.

$$Z_v^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i + \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right) m$$

Tout comme pour le krigeage ordinaire, on écrit la variance d'estimation et on substitue l'expression

précédente pour l'estimateur Z_v^* . On trouve :

$$\sigma_z^2 = \text{Var}[Z_v] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \text{Cov}[Z_i, Z_j] - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov}[Z_v, Z_i]$$

On dérive cette expression par rapport à chacun des λ_i . On trouve alors le système de krigeage simple:

Système de krigeage simple :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \text{Cov}[Z_i, Z_j] = \text{Cov}[Z_v, Z_i] \quad \forall i=1 \dots n$$

et la variance d'estimation, appelée variance de krigeage simple s'écrit:

$$\sigma_{kr}^2 = \text{Var}[Z_v] - \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov}[Z_v, Z_i]$$

Note:

- La variance de krigeage simple est toujours inférieure à la variance de krigeage ordinaire car on n'a pas besoin d'imposer de contrainte sur les poids λ_i . Toutefois, elle requiert la connaissance de la

moyenne "m". De plus, l'hypothèse de stationnarité requise est plus forte que dans le cas du krigeage ordinaire. Dans le cas du krigeage ordinaire, seule l'hypothèse intrinsèque est requise. Dans le cas du krigeage simple, la stationnarité est nécessaire. Ainsi, il n'est pas possible d'effectuer un krigeage simple si le variogramme ne présente pas de palier.

- Le système de krigeage simple (KS) ne peut s'écrire directement en termes de variogrammes puisqu'on n'a pas $\sum \lambda_i = 1$.

- En termes pratiques, les estimés obtenus par krigeage ordinaire (KO) et simple (KS) sont très similaires lorsqu'on effectue le krigeage à courte distance par rapport aux points connus et par rapport à la portée du variogramme et que le variogramme montre une structure importante. Lorsqu'on effectue l'estimation à grande distance ou si le variogramme montre un effet de pépite plus important, alors l'estimation KO consistera essentiellement en une moyenne des points du voisinage et l'estime KS sera simplement la moyenne supposée connue, i.e. "m".

- Règle générale, le KO est préférable au KS. Dans certaines applications telles le krigeage d'indicateurs et les simulations il est préférable de recourir au KS.

II.4.3 Quelques cas très simples de krigeage :

Ces quelques cas sont présentés dans le seul but d'acquérir une certaine intuition du comportement du krigeage. On suppose un variogramme sphérique de portée finie "a".

i. Estimation d'un point par un autre point situé à une distance "h".

Krigeage ordinaire :

$$\lambda_1 = 1, \quad \sigma_k^2 = 2(\sigma^2 - C(h)) = 2\gamma(h) \quad (\text{Note si } h > a, \sigma_k^2 = 2\sigma^2)$$

Krigeage simple:

$$\lambda_1 = \frac{C(h)}{\sigma^2}, \quad \sigma_k^2 = \sigma^2 - \frac{C(h)^2}{\sigma^2} \quad (\text{Note si } h > a, \sigma_k^2 = \sigma^2)$$

Remarque: Il est possible d'avoir une variance de krigeage ordinaire supérieure à la variance théorique de la variable étudiée!

ii. Estimation d'un bloc "v" par un point situé en "xl".

Krigeage ordinaire :

$$\lambda_1 = \frac{\sigma^2 + C(x_0, x_1) - C(x_1, x_2) - C(x_0, x_2)}{2(\sigma^2 - C(x_1, x_2))}, \lambda_2 = \frac{\sigma^2 + C(x_0, x_2) - C(x_1, x_2) - C(x_0, x_1)}{2(\sigma^2 - C(x_1, x_2))}$$

Krigeage simple:

$$\lambda_1 = \frac{\sigma^2 * C(x_0, x_1) - C(x_1, x_2) * C(x_0, x_2)}{(\sigma^2)^2 - (C(x_1, x_2))^2}, \lambda_2 = \frac{\sigma^2 * C(x_0, x_2) - C(x_1, x_2) * C(x_0, x_1)}{(\sigma^2)^2 - (C(x_1, x_2))^2}$$

Note: Dans les deux cas, les poids peuvent être négatifs dépendant de la position respective des trois points.

Dans le cas du krigeage simple, les poids sont nuls si les 2 points sont à une distance de x_0 supérieure à la portée.

iv. Estimation d'un point par "n" points en présence d'un variogramme effet de pépite pur.

Krigeage ordinaire :

$$\lambda_i = \frac{1}{n}, \text{ et } \sigma_k^2 = \frac{(n+1)}{n} \sigma^2$$

Krigeage simple :

$$\lambda_i = 0, \text{ et } \sigma_k^2 = \sigma^2$$

II.4.4 Lien entre krigeage simple et krigeage ordinaire :

On peut démontrer que le krigeage ordinaire d'un point ou d'un bloc à partir de "n" points observations peut se décomposer en 2 étapes:

i. Estimation de la moyenne "m" (inconnue) du processus par krigeage ordinaire en utilisant les "n" points.

ii. Estimation du point ou du bloc par krigeage simple en prenant la moyenne estimée par krigeage ordinaire comme une moyenne connue et toujours utilisant les mêmes "n" points.

Soit $\lambda_{m,i}$ et les poids de krigeage ordinaire, le multiplicateur de Lagrange et la variance de krigeage ordinaire obtenus pour l'estimation de la moyenne. Soit $\lambda_{0,i}$ et les poids et le multiplicateur de Lagrange pour le krigeage ordinaire du point ou bloc, $\lambda_{s,i}$ les poids de krigeage simple et $S_s = (1 - \sum_i \lambda_{s,i})$, le poids attribué à la moyenne dans le krigeage simple. On a alors les égalités suivantes:

$$\begin{aligned}\lambda_{0,i} &= \lambda_{s,i} + S_s \lambda_{m,i} \\ \mu &= S_s \mu_m \\ \sigma_{ko}^2 &= \sigma_{ks}^2 + S_s^2 \sigma_{ko,m}^2\end{aligned}$$

- Lorsque les données sont abondantes et que la structure spatiale est forte, alors le poids attribué à la moyenne dans le krigeage simple, S_s , est faible et conséquemment les poids de krigeage ordinaire et simple de même que les variances de krigeage ordinaire et simple sont presque égaux.
- Lorsque les données sont peu abondantes (loin du point ou bloc à estimer) ou que la structure est faible, alors le poids accordé à la moyenne dans le krigeage simple, S_s , augmente. Les poids de krigeage ordinaire et simple diffèrent davantage et la variance de krigeage ordinaire augmente par rapport à celle de krigeage simple. Ceci reflète la difficulté accrue d'estimer la moyenne étant donné le peu d'information disponible.
- Les krigeages simples ou ordinaire fournissent donc des estimations similaires dans les zones fortement échantillonnées. Dans les zones sous échantillonnées, le krigeage simple attribue un poids important à la moyenne globale supposée connue, alors que le krigeage ordinaire attribue le même poids à une moyenne estimée localement. Cette plus grande flexibilité du KO en fait habituellement la méthode de choix. Comme la moyenne est constamment réestimée localement (utilisant les points retenus pour le krigeage), l'hypothèse de stationnarité requise pour ce krigeage est moindre (il suffit que la moyenne soit localement constante et non globalement comme pour le KS).

II.4.5 Propriétés du krigeage :

Les principales propriétés et caractéristiques associées au krigeage sont:

- i. Linéaire, sans biais, à variance minimale, par construction.
- ii. Interpolateur exact. : si l'on estime un point connu, on retrouve la valeur connue.
- iii. Présente un effet d'écran: les points les plus près reçoivent les poids les plus importants. Cet effet d'écran varie selon la configuration et selon le modèle de variogramme utilisé pour le krigeage. Plus l'effet de pépite est important, moins il y a d'effet d'écran.
- iv. Tient compte de la taille du champ à estimer et de la position des points entre eux.
- v. Par l'utilisation du variogramme, tient compte de la continuité du phénomène étudié (effet de pépite, anisotropie, etc.).
- vi. Effectue généralement un lissage, i.e. les estimations sont moins variables que les teneurs réelles (pointu bloc) que l'on cherche à estimer.
- vii. Presque sans biais conditionnel. Ceci signifie que lorsqu'on applique une teneur de coupure à des valeurs estimées, on récupérera approximativement la teneur prévue. C'est une propriété très importante pour les mines. Cette propriété implique que l'estimateur utilisé soit plus lisse que la valeur qu'il cherche à estimer, ce qui est le cas pour le krigeage.
- viii. Transitif. Si l'on observe en un point une valeur coïncidant avec la valeur krigée pour ce point, alors les valeurs krigées en d'autres points ne sont pas modifiées par l'inclusion de ce nouveau point dans les krigeages. Par contre les variances de krigeage, elles, sont diminuées. De même, si l'on krige un certain nombre de points et que l'on utilise les valeurs krigées comme si c'étaient de nouvelles données, alors les krigeages subséquents ne s'en trouvent pas modifiés (sauf pour la variance de krigeage).

Chapitre III

Présentation de la région étudiée

III.1.1 INTRODUCTION :

III.1.1 . Le but principal de ce chapitre est de présenter les caractéristiques générales du bassin versant dit "basse Soummam" à savoir sa situation géographique, son aspect climatologique et géomorphologique ainsi que les formations géologiques du bassin.

III.1.2. SITUATION GEOGRAPHIQUE :

La basse Soummam est une partie intégrante du bassin hydrologique de la Soummam, situé à la limite entre le massif de la Grande Kabylie et les montagnes des Bibaï et des Babors au Sud. La basse Soummam est située à environ 230 km au Nord Est d'Alger (fig. III-1).

Elle s'étend de Sidi Aich jusqu'à la mer sur une distance de 45 km couvrant une superficie de 808 km².

Les principales villes de cette région sont : Sidi Aich à l'Ouest, Adekar au Nord, Amizour au Sud et Bejaïa à l'Est.

Le bassin versant de la Soummam est traversé d'Ouest en Est par l'Oued Soummam qui décrit une série de méandres d'autant plus accentués que l'on se rapproche de l'exutoire.

Le bassin versant de la basse vallée est limité :

- Au Nord par les monts de Taourirt Ighil, les crêtes de Djebel Gouraya ;
- Au sud par les chaînons des Babors et des Bibans ;
- A l'Ouest par le seuil de Sidi Aich ;
- A l'Est par la mer Méditerranée.

III.1.3. ASPECT SOCIO-ECONOMIQUE DE LA REGION :

La basse Soummam est une région à diverses activités économiques, parmi lesquelles, on peut citer :

- les activités agricoles ;
- les activités industrielles.

III.1.3.1. Activités agricoles :

Cette région est à vocation agricole, on y cultive des céréales, des oliviers des vignes, des marécages, des agrumes et d'autres arbres fruitiers,.....etc.

III.1.3.2. Activités industrielles :

L'industrie occupe une place importante dans cette région. Parmi les principales industries existantes, on trouve :

Les unités textiles (E.CO.TEX,COTITEX,.....).

NAFTAL, S.N.S, E.N.C.G, ENAJUC, papeterie ,

La région possède un potentiel humain très important ce qui induirait automatiquement à de fortes consommations en eaux.

III.1.4. ASPECT GEOMORPHOLOGIQUE ET HYDROCLIMATOLOGIQUE :

III.1.4.1. Géomorphologie :

La basse Soummam est une vallée intra montagnaise. Selon le rapport établi par (CLTNKS, 1973), la vallée est caractérisée par trois grands ensembles géomorphologiques distincts :

- un ensemble géomorphologique septentrional
- un ensemble géomorphologique méridional
- un ensemble géomorphologique de la plaine de l'Oued Soummam.

L'étude physiographique de ce bassin (Amghar, 1991) donne un indice de compacité de 1.66, ce qui traduit un temps de concentration des eaux de ruissellement assez lent et donc une augmentation des possibilités d'infiltration des eaux superficielles.

La plaine est caractérisée par une altitude relativement faible (< 100 m), et une inclinaison de l'ordre de 2 % vers l'Est.

La plaine de la basse Soummam est parcourue par six principaux affluents, se répartissant comme suit :

En rive gauche : l'oued Remila , l'Oued Kseur et l'Oued Ghir.

En rive droite : l'Oued Amassine, l'Oued Amizour et l'Oued Tiachich.

III.1.4.2. Hydroclimatologie :

La climatologie est un facteur indispensable dans l'étude hydrogéologique d'une région donnée. Elle permet d'évaluer et d'estimer la lame d'eau infiltrée dans le sol pendant la période pluvieuse, ce qui correspond à la recharge des nappes aquifères.

L'étude des différents éléments du climat (pluviométrie, température,) seront résumés ci-dessous :

III.1.4.2.1. Pluviométrie :

La pluviométrie moyenne annuelle dans la région de la basse Soummam croît modérément d'Ouest en Est (Zerourou, 1990), à cause d'une part de l'influence de la mer et d'autre par de l'altitude.

La lame d'eau moyenne précipitée sur l'ensemble du bassin est de 779 mm pour la période 1907-1962, et, de 609 mm par la période 1970-1985 (Amghar, 1991).

Ceci montre bien une baisse du régime pluviométrique.

Ce dernier est caractérisé par deux saisons :

1. une saison pluvieuse avec un maximum en décembre.
2. une saison sèche avec un minimum en juillet.

III.1.4.2.2. Température :

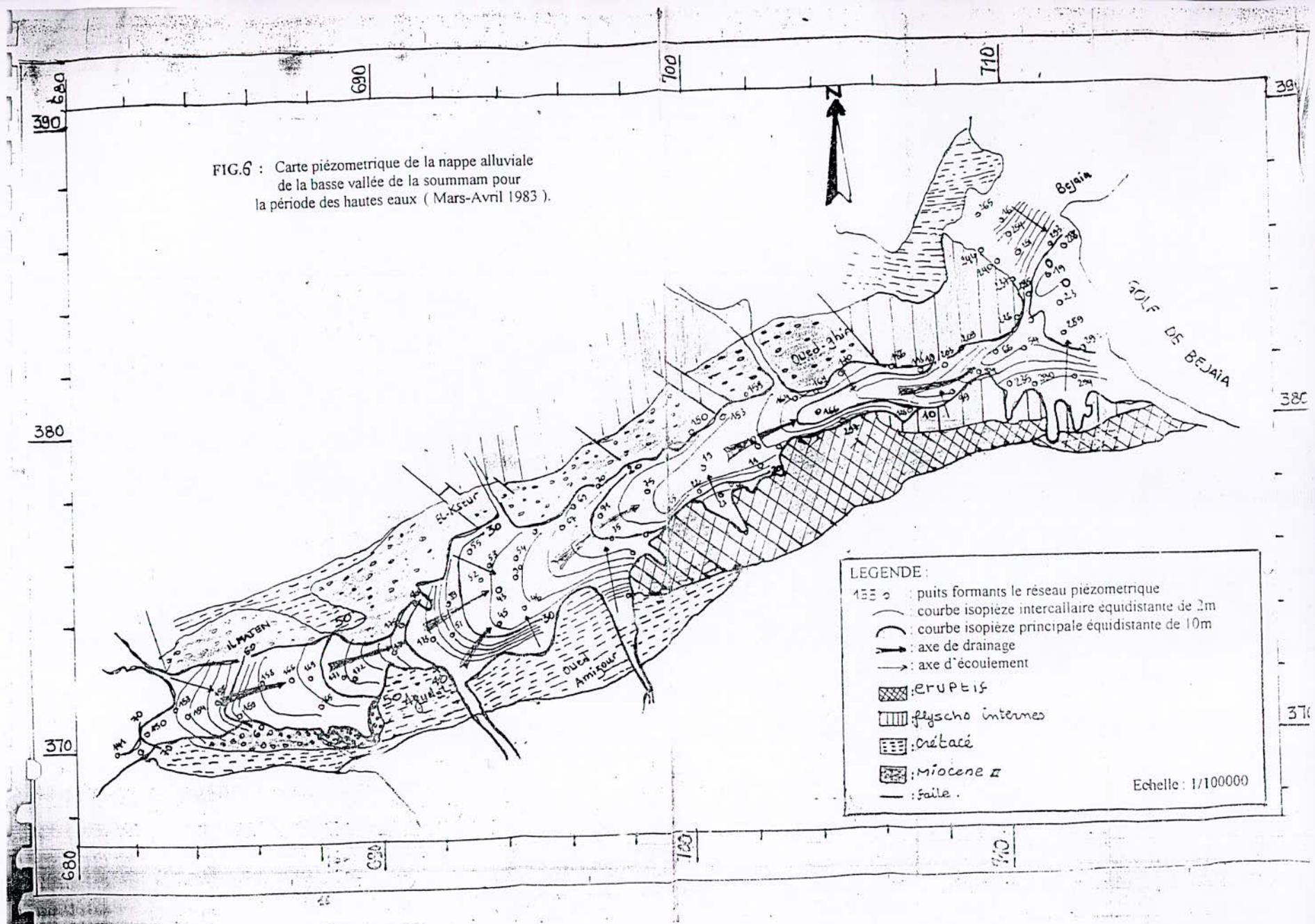
L'amplitude des variations de la température dans la basse Soummam est relativement faible. Cette faible amplitude des variations témoigne de l'effet régulateur de la mer sur le régime thermique notamment dans la zone littorale (Benabi, 1985, Zerourou, 1990).

La température moyenne annuelle à l'échelle du bassin varie entre 15°C et 18°C (Zerourou, 1990).

III.1.4.2.3. Evapotranspiration :

L'évapotranspiration potentielle est de l'ordre de 864 mm pour la période (1970-1985). Elle estimée par la méthode de Thomthwaite au niveau de la

FIG.6 : Carte piézométrique de la nappe alluviale de la basse vallée de la soummam pour la période des hautes eaux (Mars-Avril 1983).



LEGENDE :

- 155 ○ : puits formant le réseau piézométrique
- () : courbe isopiéze intercalaire équidistante de 2m
- () : courbe isopiéze principale équidistante de 10m
- : axe de drainage
- : axe d'écoulement
- [diagonal hatching] : eruptif
- [vertical hatching] : flysch interne
- [horizontal hatching] : crétacé
- [cross-hatching] : Miocene II
- : faille .

Echelle : 1/100000

station de Bejaia.

L'évapotranspiration réelle calculée par la méthode de Turc au niveau de la station de Bejaia donne une valeur de 628 mm pour la période (1970-1985), l'E.T.R à l'échelle du bassin versant de la basse Soummam est estimée à 459mm pour la même période (Amghar, 1991).

III.1.5. APERÇU GEOLOGIQUE :

La connaissance géologique fût l'objet d'une cartographie géologique détaillée sur des fonds topographiques à l'échelle 1/50000 pour le site.

Dans cette étude nous nous intéressons à la lithologie et à la structure géologique dans le but d'identifier les horizons aquifères.

III.1.5.1. Aperçu géologique sur l'Algérie septentrionale :

La chaîne des Maghrébides est une partie de la chaîne alpine périméditerranéenne qui se raccorde à l'Ouest et vers le Nord au niveau de l'arc de Gibraltar. Il s'agit d'un domaine très affecté par des formations d'âge mésozoïque et cénozoïque.

La région est divisée en 2 zones, du point de vue géologique (CLINKS, 1973) :

- zones internes.
- zones externes.

Les zones internes comprennent le socle cristallin et sa couverture d'âge paléozoïque, sur ce paléozoïque viennent en discordance des termes argilo-greux d'âge triasique, des calcaires et marno-calcaire d'âge jurassique. Dans ces zones, on trouve aussi une zone de flyschs constituée de sédiments flyschoides (quartzo-pellitriques, conglomérats, marno-calcaires et des micro-brèches).

Dans cette région on distingue deux types de flyschs :

- flyschs Mauritanien.
- flyschs Massylien.

Les zones externes sont constituées par un ensemble d'unités paraautochtones et allochtones, on y distingue :

- des nappes épitelliennes : comportent un trias gypsique, un crétacé inférieur

marneux et un crétacé supérieur sous forme de marnes d'épaisseur kilométrique.

- des nappes ultra-telliennes de formations d'âge Néocomien à Eocène moyen.
- des nappes infra-telliennes : sont composées d'un empilement d'unités dont l'âge va du Senonien à Eocène, le crétacé est composé d'argile, l'Eocène de calcaire et de marnes et l'Oligocène de marnes gréseuses.

Enfin, dans cette région, on trouve aussi une nappe Numidienne composée d'épaisses bancs de grès grossiers essentiellement quartzeux de teinte calcaire et de puissantes assises basaltiques ou argileuses de teinte grisante d'âge Oligocène supérieur à la base.

III.1.5.2. Cadre géologique local :

III.1.5.2.i. Description litho stratigraphique :

La série stratigraphique affleurant au niveau de la région de la basse Soummam en partant de la plus ancienne à la plus récente est la suivante : (fig. III-2).

• Le trias

Il est présent dans la région d'étude sous forme de pointements locaux, on le trouve sous forme d'intrusion le long des accidents, et il est formé essentiellement de masses gypso-salines, d'argiles versicolores et de formation grésodolomitique.

• Le jurassique

Il affleure essentiellement au Nord du bassin, au niveau du djebel Aghbalou-Gouraya et au Sud Est de Sidi Aich.

Le jurassique est constitué

1. de calcaires dolomitiques plus au moins stratifiés.
2. de calcaires noires et de marno-calcaires.

• Le crétacé

Dans la région étudiée, le crétacé est caractérisé par une grande diversification de faciès. Pour simplifier les descriptions lithologiques, nous distinguerons deux types de faciès.

- un faciès tellien constituant principalement les unités de Gouraya-

Aghbalou et de Barbacha.

- un faciès flysch représenté essentiellement par les flyschs massyliens. le crétaqué tellien n'affleure qu'en rive droite de la Soummam (de Sidi Aich à Oued Amizour), il est essentiellement formé de marnes schisteuses noires et de marne-calcaires.
- Le crétaqué à faciès flyschs affleure largement sur le versant Nord de la vallée de la Soummam, où il repose, par l'intermédiaire d'un contact anormal de base, sur les formations du crétaqué tellien.

• Le miocène

Dans la région de la basse vallée de la Soummam, on ne rencontre que le Miocène II (Miocène post-nappe). Il affleure sur la rive gauche de la Soummam (de Sidi Aich à Réunion Oued Ghir), et sur la rive droite, au Sud de Bejaia à Oued Amizour. Il est représenté par :

- Des formations sédimentaires d'âge langhien ;
- Des formations éruptives ;

• Pliocène

Il est représenté par deux faciès marin marneux passant Latéralement à des argiles. Il affleure sur les bordures de l'Oued Ghir à Djebira . Un faciès continental formé de brèches et de poudings affleurant au pied du djebel Gouraya et Bejaia ville.

• Le quaternaire

Ce dernier est formé essentiellement :

- D'alluvions anciennes constituées de galets, de graviers et de sables à matrice et sableuse.
- D'alluvions récentes formées de limons, de sables et de cailloutis au niveau du lit majeur de la Soummam.
- Des brèches de pentes consolidés et de cônes d'éboulis récents.
- De cônes de déjection des principaux affluants .

III.1.5.2.ii. Tectonique :

La tectonique de la région est composée de 4 phases tectoniques d'âge mésozoïque :

- La phase Néocomienne ;
- La phase Sénonienne ;
- La phase Paléogène ;
- La phase Miocène .

Les phases tectoniques ont profondément fracturé cette région. On y décelera 2 grandes familles de failles de direction N0 et NE (voir Fig. III-2). (COUTELLE, 1979).

Cette dernière famille de faille a constitué de vrai zones de drainage dont certains endroits tonnent de véritables réseaux de drainage naturel d'eau.

Chapitre IV

Méthodes et présentation des logiciels

IV.1.METHODES D'ANALYSE GEOSTATISTIQUES :

IV.1.1.Les analyses géostatistiques :

La géostatistique a été développée pour résoudre le problème de l'estimation des variables spatialement corrélées et présentant un comportement erratique .

L'analyse géostatistique comprend deux étapes : D'abord, l'analyse de la structure spatiale de la variable étudiée par le variogramme, puis l'emploi d'une technique de prédiction spatiale tenant compte de cette structure et qui est le krigeage (WALTER,1990).

IV.1.2.Analyse de la structure spatiale :

Cette analyse comprend :

a) Le variogramme :

Dans la pratique, le choix de N points permet de former $N.(N-1)/2$ couples de points à partir desquels on calcule le variogramme. Un variogramme robuste est par définition un variogramme qui reflète de façon le plus fidèle possible la structure (comportement spatial) du phénomène à étudier, c'est à dire qu'il garde la même allure si le plan échantillonnage venait à être modifié.

Pour arriver à ce type de variogramme, il y a une démarche et des critères qu'il faut respecter dont quelques-uns sont abordés dans ce qui suit :

- Un nombre de classe de l'ordre de 05 ou 20.
- Un nombre de couples par classe supérieur à 50 voir 80.
- Une distance maximale de l'ordre de $L/2$, L étant l'éloignement maximal entre les couples de points.
- Un nombre de données suffisant pour pouvoir analyser les variogrammes .

b) Les variogrammes directionnels :

Les variogrammes directionnels sont calculés en plus des classes de distance, dans différentes classes de direction en fonction de l'orientation du vecteur. Dans la pratique, on ajoute au choix du pas de distance le choix d'un pas d'angle et on répartit les couples en différentes classes selon Ces deux critères. Ces calculs sont indispensables

pour analyser anisotropie des données.

On parle de phénomène d'anisotropie quand la variabilité n'est pas la même dans toutes les directions, c'est à dire qu'il y a une direction privilégiée vis à vis du phénomène étudié.

IV.2.DESCRPTION DES LOGICIELS :

IV.2.1.DESCRPTION DU LOGICIEL GEO-EAS :

Le GEO-EAS (Geostatistical Environmental Assessment Software) est une collection d'outils pour les études et les analyses géostatistiques . Il est constitué de programmes permettant le calcul statistique (histogrammes , variance ,écart-type ...), le variogramme , le krigeage , et la cartographie .

Le menu général du logiciel GRO-EAS est le suivant :

GEO-EAS (1.2.1)		
Geostatistical Environmental Assessment Software		
DATA PREP TRANS	PREVAR VARIO	CONREC XYGRAPH POSTPLOT
STATI SCATTER	XVALÏD KRIGE	HPLOT VIEW
		QUIT
Use arrows key to move cursor , <enter> to select program		

DATA préparation utilities.

Les différents programmes de traitement de données que contient ce logiciel sont :

- 1. DATA PREP :** Permet l'introduction des données et les manipulations de fichiers (copier, fusionner, effacer ...).
- 2. TRANS:** Peut être utilisé pour diverses opérations sur les données ; (opérations arithmétiques , transformation de variables , format...).

3. STATISTIQUE :

"STAT 1 " :Ce programme permet de faire les différents calculs statistiques à savoir les paramètres de position , de dispersion et de forme avec les histogrammes de fréquence pour chaque variable afin de mieux connaître sa loi de distribution spatiale.

Parmi les options utilisées par ce programme , on trouve :

- "PREFIX": Faire entier le préfixe pour le nom du fichier .

- "DATA": Elle est utilisée pour spécifier la variable (ou variables) que le programme utilisera pour les calculs statistiques .

- "EXECUTE": Cette option est commune pour tous les programmes du GEO-EAS. Elle permet d'accéder aux résultats en les affichant sur l'écran .

- "HISTOGRAM": Donne l'histogramme de fréquence de la variable avec les paramètres statistiques affichés sur la droite du graphe .

- "PROBABILITY": Montre le diagramme de la variable en fonction des fréquences cumulées . Elle donne l'ajustement des données à une loi (normale-Log normale).

4. VARIOGRAPHIE :

4.1 Construction des couples: "PREVAR".

La construction des couples est réalisée par le programme PREVAR . Il donne les classes et la distance moyenne de chacune d'elles . Le fichier de sortie à une extension PCF (Pair Comparaison File) .

Le nombre de couples formés est égale $(N(N-1))/2$ tel que N le nombre d'observation .

Les différentes options de ce programme sont :

- "FILES": spécifie le nom du fichier .
- "VARIABLE": Indique la variable utilisée .
- "EXECUTE": Exécution du calcul.

4.2. Variogramme: "VARIO"

Le fichier PCF du programme PREVAR serait utilisé pour le calcul du variogramme .

Le menu du programme Vario est :

- "DATA": Introduire le nom du fichier PCF .
- "VARIABLE": Spécifie la variable utilisée pour le calcul du variogramme .
- "TOLERANCE": Donner la distance maximale et minimale ainsi que l'incrément.
- "EXECUTE": Pour pouvoir afficher les résultats .
- "TYPE": Choisir le type d'estimateur .
- ""PLOT"": Permet de visualiser le variogramme .
- "MODEL": Permet de choisir le modèle théorique à ajuster au variogramme expérimental , (cela en introduisant les différents paramètres : pépite (Nugget); palier(Sill) et la portée (range) .

En utilisant l'option "PLOT", on visualise le variogramme avec l'ajustement.

En utilisant "OPTION", on donne le titre au graphe obtenu .

5. VALIDATION DU VARIOGRAMME: "XVALID"

L'étape de validation est assurée par le programme "XVALID" . Ce dernier permet de juger si l'ajustement est bon ou mauvais .

L'XVALID nous donne aussi la carte d'erreur de la variable mesurée et celle estimée par Krigeage en utilisant l'option "ERROR MAP".

On dit qu'un ajustement est bon si le Zscore de la moyenne tend vers 0 et le Zscore de l'écart type tend vers 1 .

6. KRIGEAGE : "KRIGE"

Le programme "KRIGE" permet de faire un Krigeage par voisinage glissant.

Parmi les différentes options de ce programme , on trouve :

"TYPE": Permet de sélectionner le type de Krigeage , et choisir si le Krigeage se fait par bloc ou par point.

"GRID": Spécifie l'origine du maillage , la (aille des cellules ainsi que leurs nombres

"SEARCH " : Cette option spécifie le rayon d'action et le type de distance "variogramme" ou "euclidien" .

7. CONREC:

Ce programme utilise le fichier de sortie GRD contenant les valeurs estimées par Krigeage et forme un nouveau fichier "Metacode" pour être ensuite utilisé dans la réalisation de la carte estimée par Krigeage .

IV.2.2.DESCRPTION DU LOGICIEL VARIOWIN :

Le logiciel VARIOWIN utilisé pour l'analyse géostatistique comprend les modules suivants :

1. **Prevar** : pour construire le PCF, (qui est un fichier contenant les coordonnées des points dans l'espace.
2. **Vario** : en utilisant le PCF, il réalise l'analyse spatiale d'une variable.
3. **Modèle** : utilisé pour produire un exemple d'une continuité spatiale dans une direction donnée.
4. **Grid display** : utilisé pour produire la présentation graphique de l'anisotropie

Remarques : Il est à noter qu' à la différence de GEO EAS le VARIOWIN prend en compte l'anisotropie du phénomène et donc donnera par la suite des résultats beaucoup plus représentatifs .

IV.2.3.Le krigeage :

Le logiciel WINSURF utilisé pour produire la présentation des caries, comprend les deux modules suivants :

1. **Le Grid** : il produit et manipule des fichiers de points régulièrement espacés.
2. **Le Topo** : utilise les fichiers grilles créés au niveau du Grid pour tracer les cartes en courbes de niveau.

Chapitre V

Analyse, Interprétations et discussion des
résultats

Analyse

V.1.INTRODUCTION :

L'analyse statistique est de plus en plus utilisée dans le domaine de l'hydrogéologie. Elle a pour but l'extraction d'informations à partir des séries de données. Cette analyse est très utile en géostatistique, telle qu'elle nous renseigne approximativement sur la structure des données et leurs distribution spatiales.

V.2.ACQUISITION ET CRITIQUE DES DONNEES :

V.2.1. Acquisition :

- Charge hydraulique et perméabilité :

Du point de vue physique, la charge hydraulique et le niveau piézométrique ne présentent pas la même signification (Castany, 1982), tel que le niveau piézométrique est mesuré par une altitude du plan d'eau, et la charge hydraulique est le poids de la colonne d'eau au dessus du niveau de référence. Seulement, dans la plupart du temps, la mesure des niveaux piézométriques est accessible sur le terrain. Les niveaux piézométriques nous permettent de calculer le gradient hydraulique, et de ce fait déterminer le sens d'écoulement des eaux souterraines.

Pour ce qui est de notre étude, nous disposons de 84 points pour la charge hydraulique et de 34 points pour la perméabilité de mesures. Ces dernières proviennent de la campagne piézométrique effectuée par l'A.N.R.H en 1983.

Ces points sont répartis de manière régulière sur toute la plaine de Soummam (voir fig. V-8).

Les données relatives aux différents points d'eaux sont rassemblées dans les fichiers de données .

IV.2.1.2. Critique :

Une critique des séries de données est indispensable, avant de les utiliser dans leurs champs d'application.

Cette critique préliminaire consiste à corriger certaines anomalies, et fournir des explications à l'étude ultérieure.

V.3.EVALUATION DES PARAMETRES STATISTIQUES**ELEMENTAIRES :**

L'examen des paramètres statistiques est indispensable pour la connaissance de la structure de l'échantillon.

On distingue 3 catégories de paramètre

1. Paramètre de position,
2. Paramètres de dispersion,
3. Paramètres de forme.

Paramètre de position :**• La moyenne arithmétique :**

Elle est égale à la somme des valeurs correspondant aux divers éléments d'une série divisée par le nombre des éléments de cette série. C'est la mesure de la valeur centrale plus utilisée en statistique.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

X_i : valeur de l'observation i .

n : taille de l'échantillon.

• Le mode

C'est la valeur du caractère ayant la fréquence maximale.

• La médiane

C'est la valeur pour laquelle il y a autant de valeurs inférieures que supérieures.

Paramètre de dispersion :

Qui permettent de chiffrer la variabilité des valeurs observées autour d'un paramètre de position, ce sont principalement :

- L'étendue :

C'est la différence entre la plus grande et la plus petite réalisation de la distribution

$$W = X_{\max} - X_{\min}$$

- La variance :

Par définition, la variance d'une population est donnée par :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- L'écart type :

noté σ , est donné par :

$$\sigma = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right]^{1/2}$$

- Le coefficient de variation

Le coefficient de variation permet de comparer la variabilité relative de plusieurs séries statistiques dont les ordres de grandeurs sont très différents

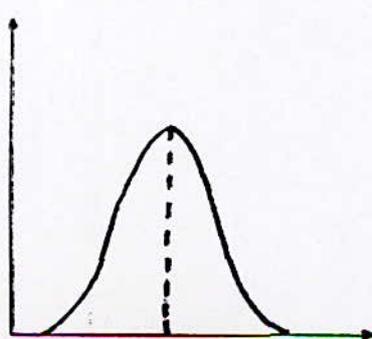
$$C_v = \frac{\sigma}{|\bar{X}|}$$

- Paramètre de forme, grandeur, différente d'une caractéristique de dispersion destiné à donner une idée supplémentaire de la forme, ou allure générale d'une distribution. On distingue deux types de paramètres de forme :

a. Coefficient d'asymétrie SKEWNESS

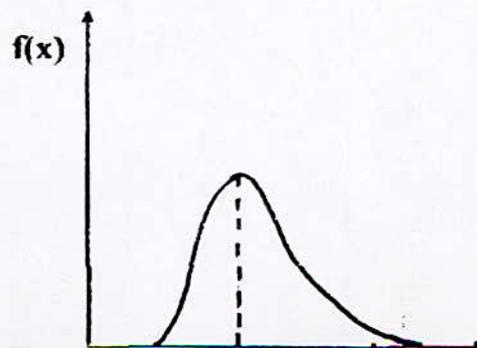
Il est sans dimension, et sert à chiffrer l'intensité d'une symétrie.

$$\text{SKEWNESS} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{\sigma^3}$$

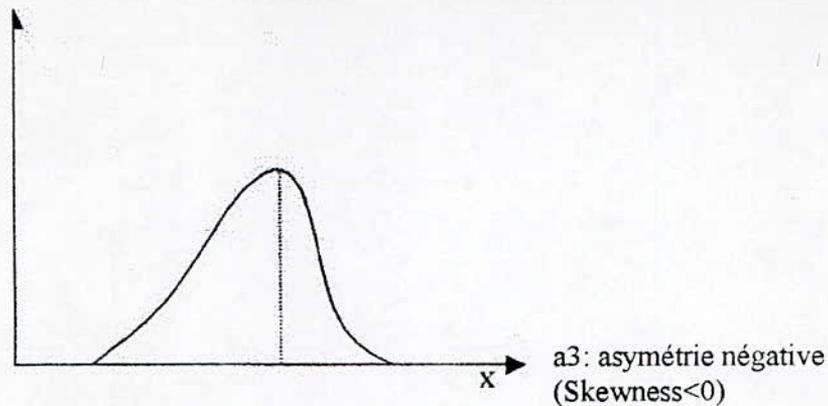


a1 : asymétrie nulle x
(Skewness=0)

f(x)



a2 : asymétrie positive x
(Skewness>0)

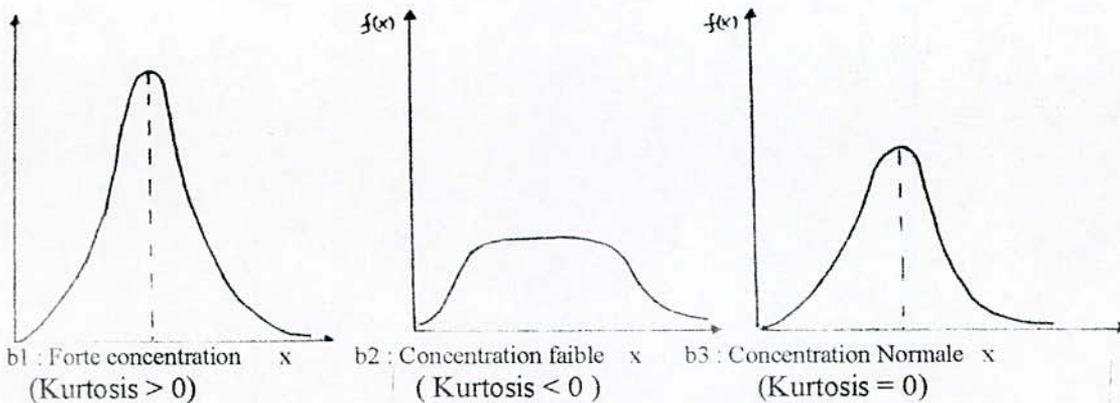


(fig. V-2)

b. Coefficient d'aplatissement (Kurtosis)

Il est destiné à chiffrer l'aplatissement concerne la concentration de la masse de fréquence autour du mode.

$$\text{Kurtosis} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{\sigma^4} - 3$$



(fig. V-3)

V.4 Charge hydraulique

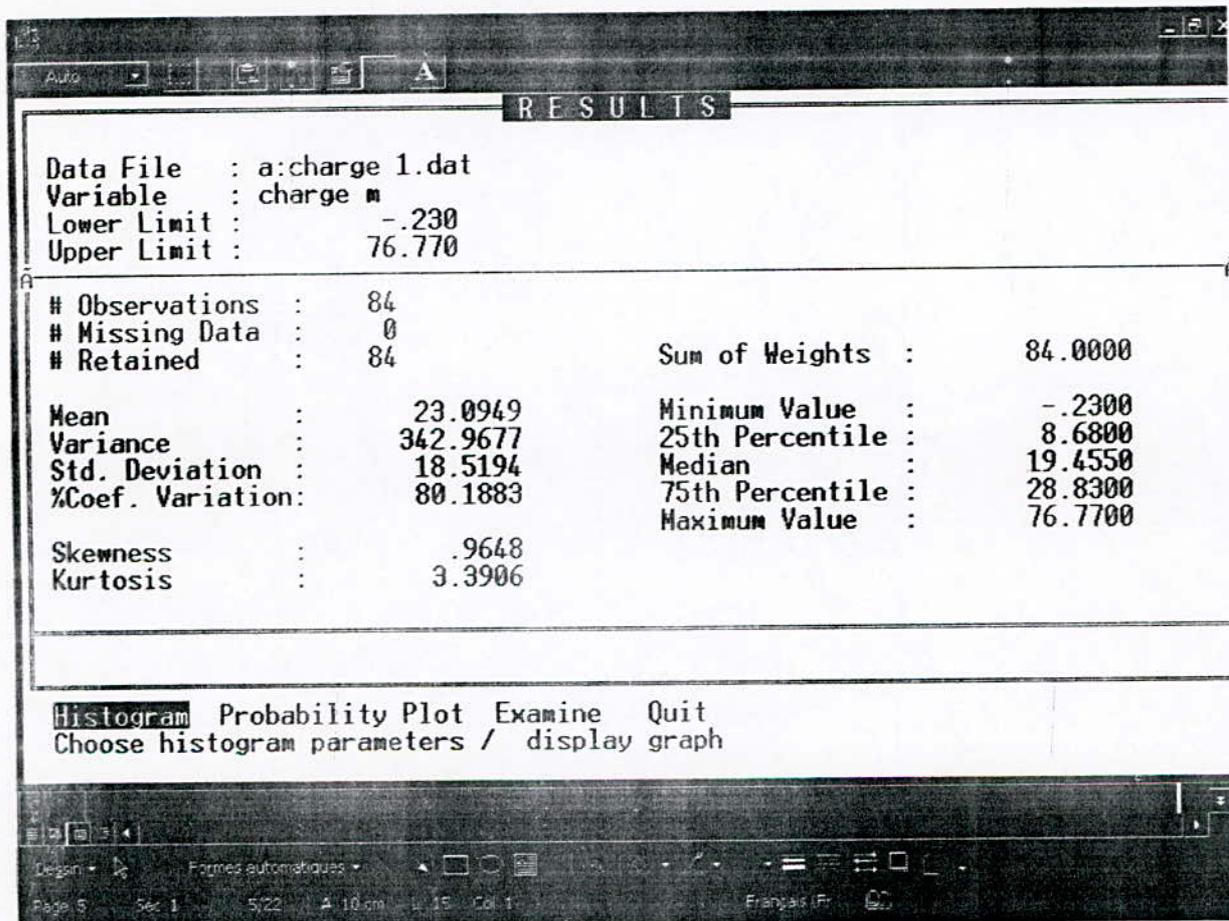
V.4.1 Evaluation des paramètres statistiques élémentaires

Les différents caractéristiques des paramètres statistiques des charges hydrauliques obtenus par le logiciel GEO-EAS sont résumées dans le tableau suivant et Fig.V.4:

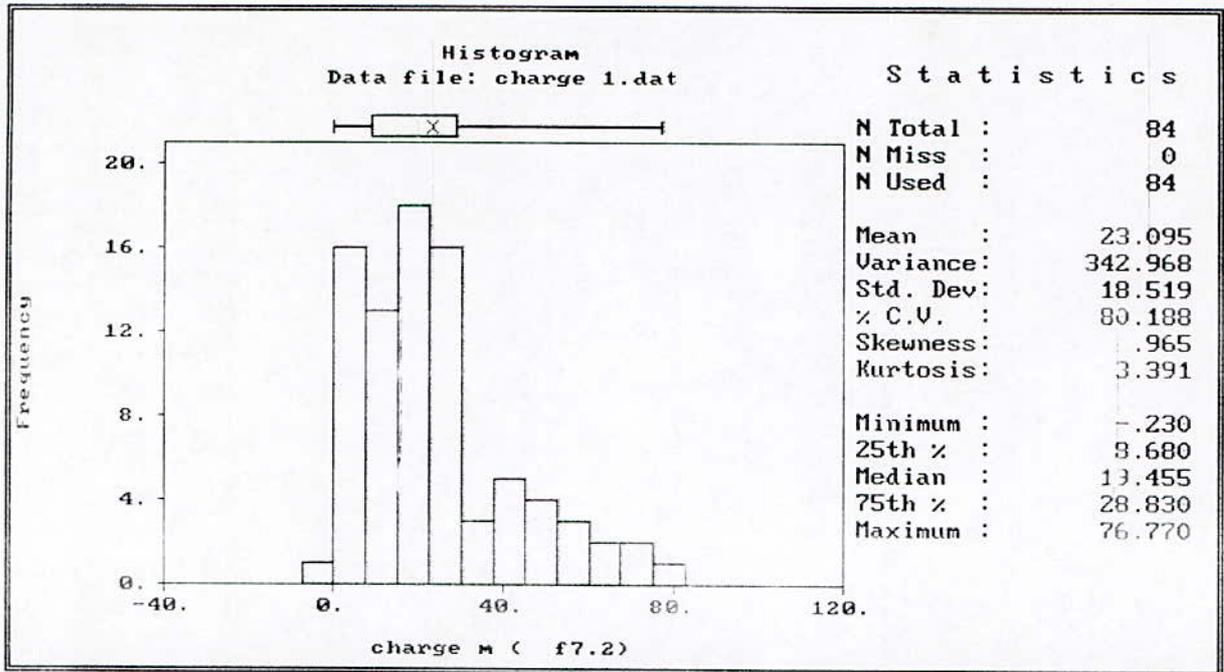
	Taille	Min	Max	Etendue	Moyenne	Variance	Ecart-type	Médiane
H	84	-0.230	76.770	77.00	23.0949	342.9677	18.34	19.45

1 ^{er} quartile	3 ^{ème} quartile	Coeff. de Var C _v	Skewness	Kurtosis
8.68	28.83	80.1883	0.9648	3.3906

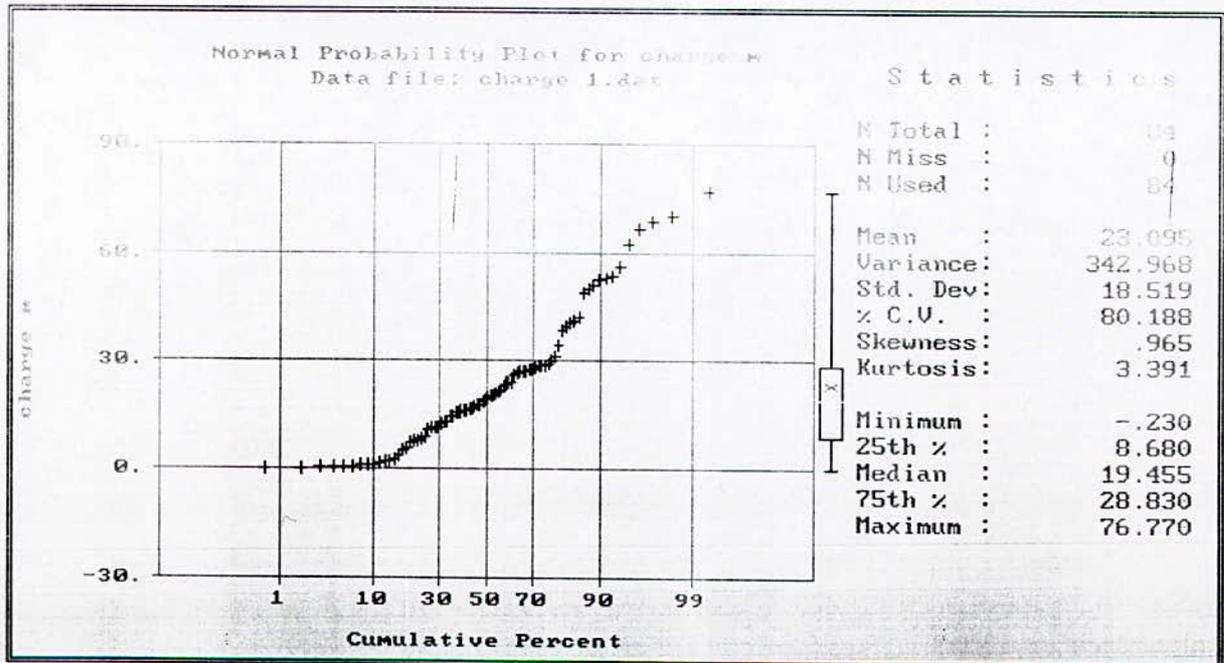
Tableau V.1 : Paramètres statistiques élémentaires des données



(fig. V-4)



(fig. V-5)



(fig. V-6)

V.4.2 Interprétations :

En analysant les résultats du tableau, nous pouvons constater que :

- la valeur minimale et maximale sont éloignées, ce qui montre que l'étendue est importante.
- La dispersion, caractérisée par un écart type très élevé, témoigne de l'hétérogénéité spatiale des données expérimentales.
- Le coefficient d'asymétrie (Skewness) est positif, ce qui indique que la dispersion est étirée vers la droite, cela est confirmée par la forme des histogrammes et on remarque que les valeurs de ces coefficients sont comprises entre -1 et 1, ce qui montre que la distribution est sensiblement symétrique.
- Le coefficient d'aplatissement (Kurtosis) est positif, ce qui traduit la forte concentration des données. (Spiegel, 1982).
- La valeur du coefficient de variation de charges hydraulique H est très élevée. D'après (Jekhowsky in Abdou, 1993), la variabilité est irrégulière.
- La valeur du 1^{er} quantile indique que 25% des valeurs des échantillons sont inférieurs à 8.68 m, tandis que celle du 3^{eme} quantile indique que 75% des valeurs de l'échantillon sont supérieurs à 28.83 m.

V.4.3 Variographie:

L'étude de l'analyse structurale depuis la construction du variogramme jusqu'à sa modélisation et sa validation est assurée par le logiciel **GEO-EAS**.

Ce programme destiné au traitement géostatistique comprend plusieurs modules en options qui ont des fonctions différentes depuis l'introduction et la préparation des fichiers de données jusqu'au Krigeage et le tracé des cartes.

V.4.4 Construction du variogramme:

Pour la construction des variogrammes, en utilisant les coordonnées de longitude et de latitude, l'option prévoit établit le fichier d'extension .PCF qui donne le nombre de couples, à savoir $N(N-1)/2$, nécessaires pour construire le variogramme expérimental correspondant. Le détail de calcul du variogramme a été décrit. Ce même fichier va être utilisé par l'option **VARIO** pour la construction du variogramme et sa modélisation.

Variogramme de H :

Le variogramme expérimental a été calculé sur la base des données brutes des charges hydrauliques H.

En choisissant un pas "h" de 2 Km, et une distance de 17,092 km correspondant à la distance séparant les points de mesure extrêmes.

On constate qu'on a 9 classes dont chacune contient plus de 50 à 80 couples :

Classe	Nombre de couples	Distance moyenne	γ (h)
1	272	1.292	17.637
2	431	2.934	34.504
3	375	4.917	55.769
4	318	6.987	98.180
5	296	9.011	145.021
6	294	11.018	224.587
7	264	12.997	279.254
8	252	15.042	336.065
9	215	16.909	455.594

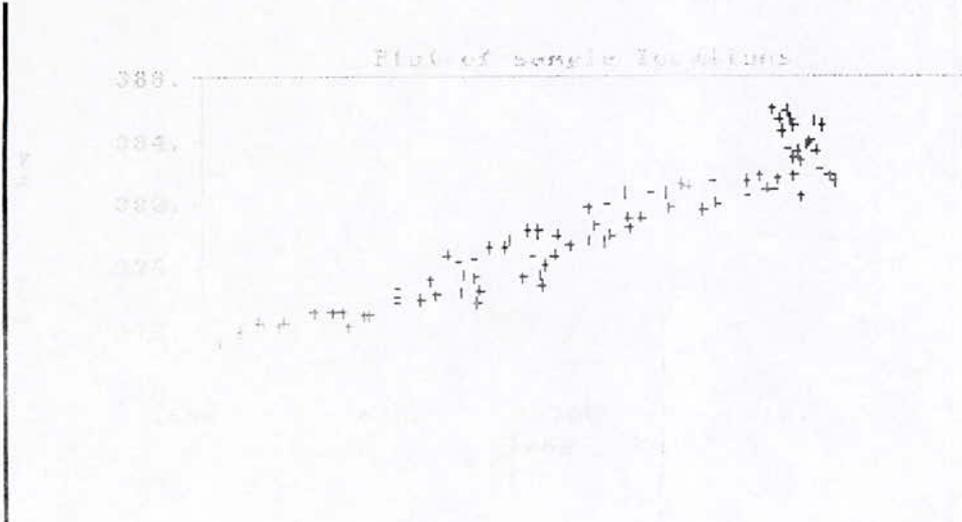
(Tableau. V-2)

RESULTS					
Variable: charge m		Estimator : Variogram		Direction : .000	
Minimum : -.230		Total Pairs : 2/17		Tolerance : 90.000	
Maximum : 16.770				BandWidth : n/a	
	Pairs	Avg Distance	Estimate		Estimate
1	272	1.292	17.637	13	
2	431	2.934	34.504	14	
3	375	4.917	55.769	15	
4	318	6.987	98.180	16	
5	296	9.011	145.021	17	
6	294	11.018	224.587	18	
7	264	12.997	279.254	19	
8	252	15.042	336.065	20	
9	215	16.909	455.594	21	
10				22	
11				23	
12				24	

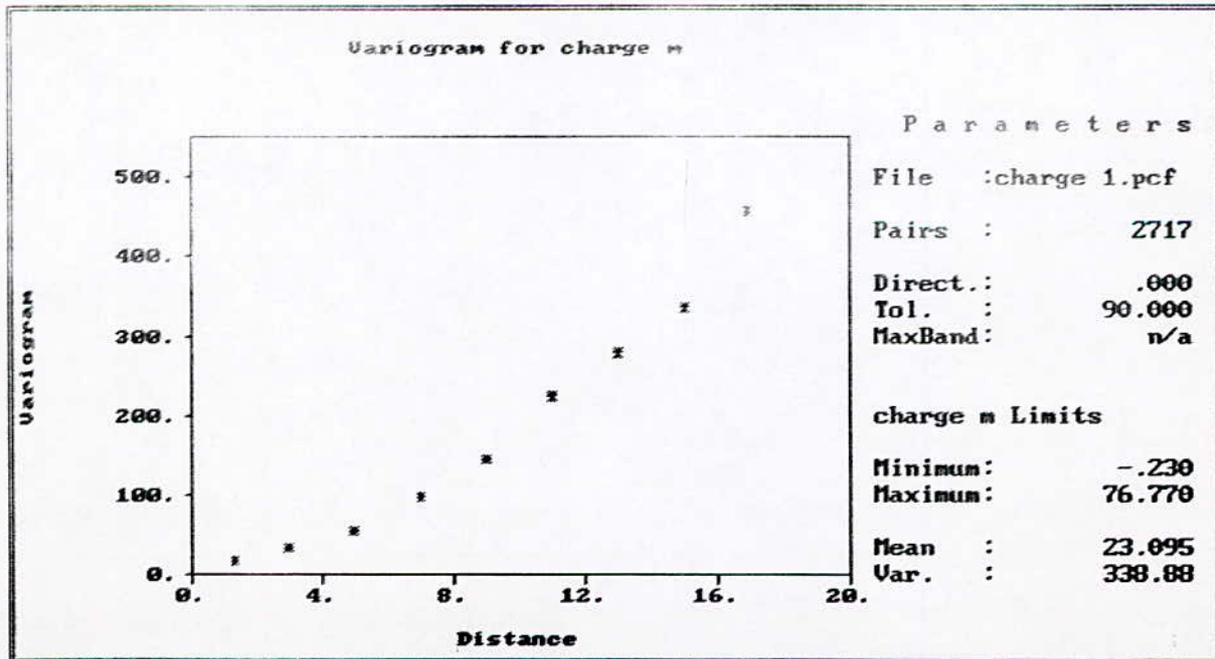
Type Box Plot Log Results Model Quit
 Plot the selected estimator vs. average distance

(fig. V-7)

Résultats du variogramme expérimental de la charge hydraulique H :



Localisation des couples (fig. V-8)



(fig. V-9)

Tableau: Résultats du variogramme expérimental de la charge hydraulique (H)
 Le variogramme de la charge hydraulique H est représenté sur la (fig. V-9)

V.4.5 Modélisation du variogramme:

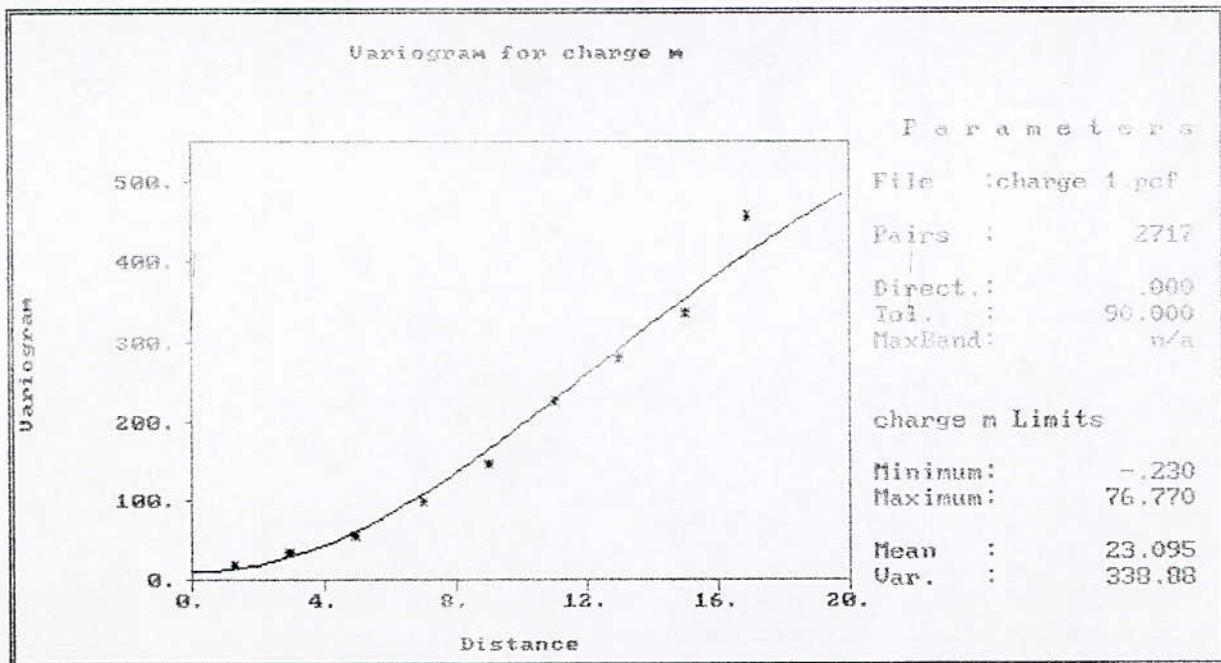
Après la construction du variogramme expérimental, la seconde étape consiste à l'ajuster à un modèle théorique donné, qui serait accepté ou rejeté selon les résultats de XVALID.

Le modèle retenu qui nous apparaît le mieux adapté au variogramme pour la charge hydraulique H est le modèle de type gaussien avec un effet de pépite égal à 10, un palier de 650 et une portée de 30km, (fig.V.10)

Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous :

VARIABLE	TYPE	PEPITE	PALIER	PORTEE
H	Gaussien	10	650,00	30,00

(Tableau. V-3) : Paramètres du modèle



(fig. V-10)

Variogramme théorique de la charge hydraulique H

V.4.6 Validation du variogramme:

La décision d'accepter ou de rejeter définitivement les modèles représentés dans le tableau, ne peut se faire sans le recours à l'**IXVALID**. Ce dernier, qui est un programme du **GEO-EAS**, permet de valider le modèle choisi précédemment.

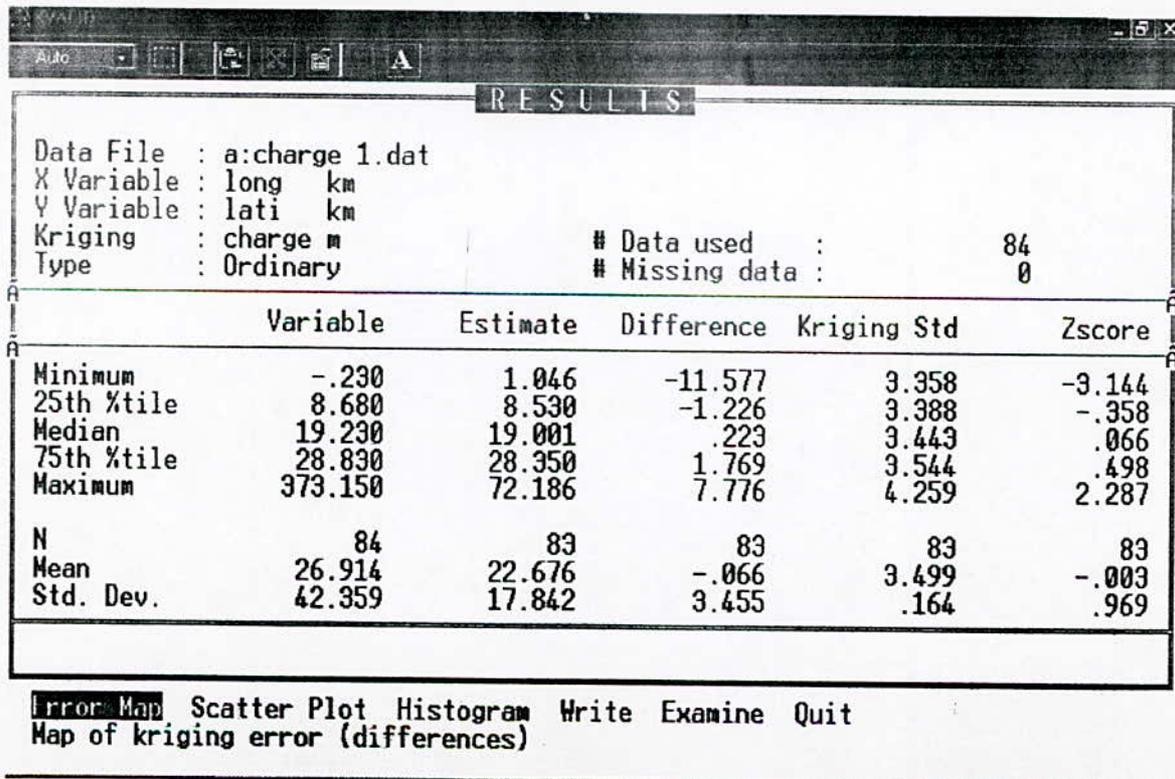
Les résultats du test de validation sont donnés par les deux paramètres de validation, à savoir la moyenne des écarts entre les valeurs estimées et celles mesurées qui doit tendre vers 0, et la moyenne quadratique des écarts réduits qui, quand à elle, doit converger vers 1.

Remarquons toutefois, que les valeurs obtenues au cours de notre étude, sont très proches de normes préconisées par le Krigeage.

Les résultats de l'**IXVALID** sont dans le tableau ci-dessous.

Variable	Moyenne des écarts	Moyenne quadratiques des écarts
H	0.003	0.96

(Tableau. V-4) : Résultats de XVALID



(fig. V-11)

En plus de la validation, le programme XVALID permet de réaliser une carte d'erreurs fig. V.12 pour la charge hydraulique H.

Cette carte est la synthèse la plus importante. Dans l'étude géostatistique, car elle nous renseigne sur l'échantillonnage ainsi que la qualité des mesures effectuées.

Sur la carte, nous distinguons deux (02) symboles de forme et de taille différentes.

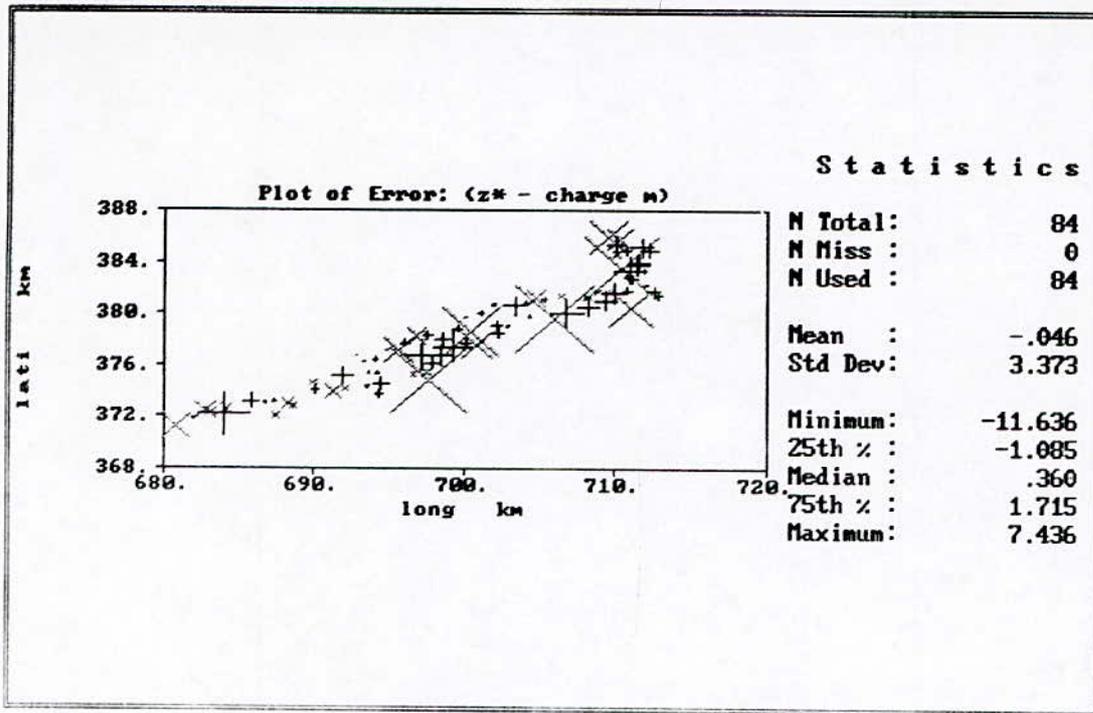
Les symboles (+) correspondent aux valeurs sur-estimées, tandis que les symboles (x) correspondent aux valeurs sous-estimées. Signalons, toutefois, que la taille de l'erreur est proportionnelle à celle du symbole.

V.4.7 Interprétation de la Carte d'erreur (Z^*-H):

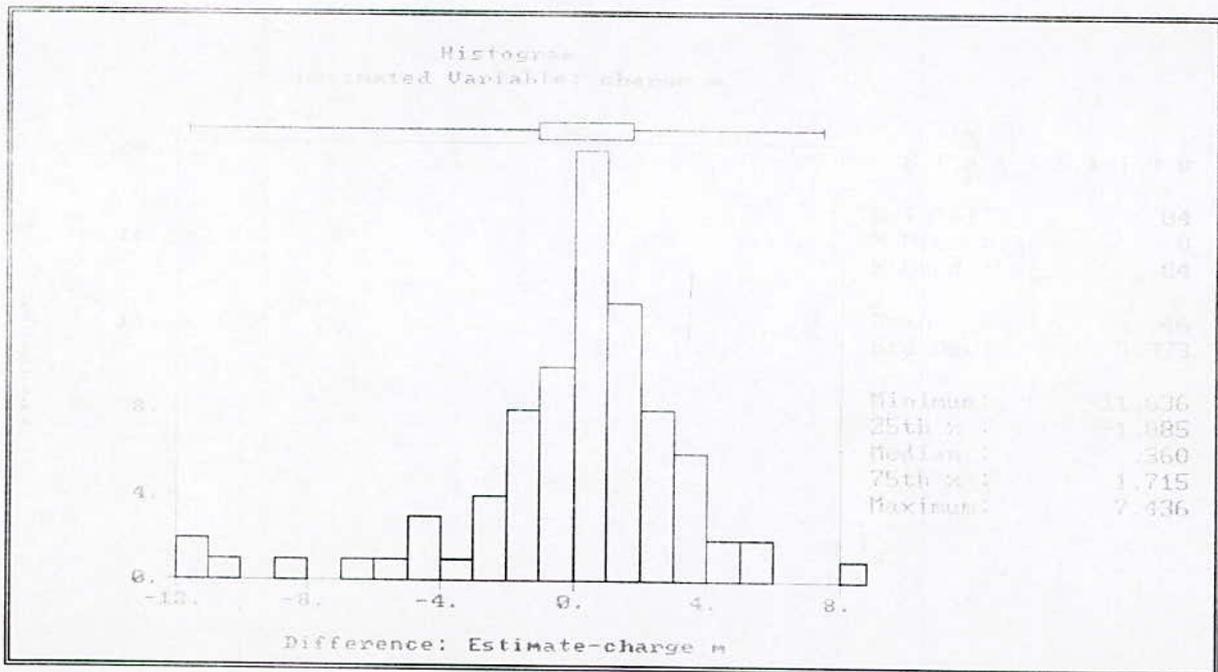
Sur la fig. V.12, nous remarquons que les erreurs se répartissent de manière plus ou moins régulière sur toute la plaine de la Soummam. Les erreurs sont importantes surtout dans la zone avale (d'El-Kseur jusqu'à Béjaïa), cela peut être expliqué par le fait que la mesure des niveaux piézométriques dans certains points d'eau dans cette zone n'a pas été bien menée pendant la campagne (Mars-Avril-1983), ou bien pour le fait de la perturbation de la nappe par le pompage ainsi que les facteurs climatiques (pluie).

Pour ce qui est de la représentation graphique des erreurs ($Z^* - H$) sous forme d'histogramme de fréquence fig.V.13. Nous remarquons clairement qu'en moyenne la distribution des erreurs est normale.

Ce qui implique que ces erreurs tendent vers 0 pour la quasi-majorité des points de mesure. Cela témoigne bien de la qualité de l'estimation.



(fig. V-12)



(fig. V-13)

Variogramme expérimental de la charge hydraulique

V.4.8 RESULTATS AVEC LE LOGICIEL VARIOWIN :

Ajustement et validation :

VARIOWIN permet l'identification de la direction principale d'évolution du phénomène étudié par l'établissement du variogramme expérimental de surface qui montre une continuité maximale dans la direction 45° fig.V.14.

En se référant au variogramme de surface qui donne la direction d'anisotropie, l'établissement des variogrammes en fonction de ces directions permet de déterminer le rapport d'anisotropie après leurs ajustement qui présente un paramètre important pour le krigeage.

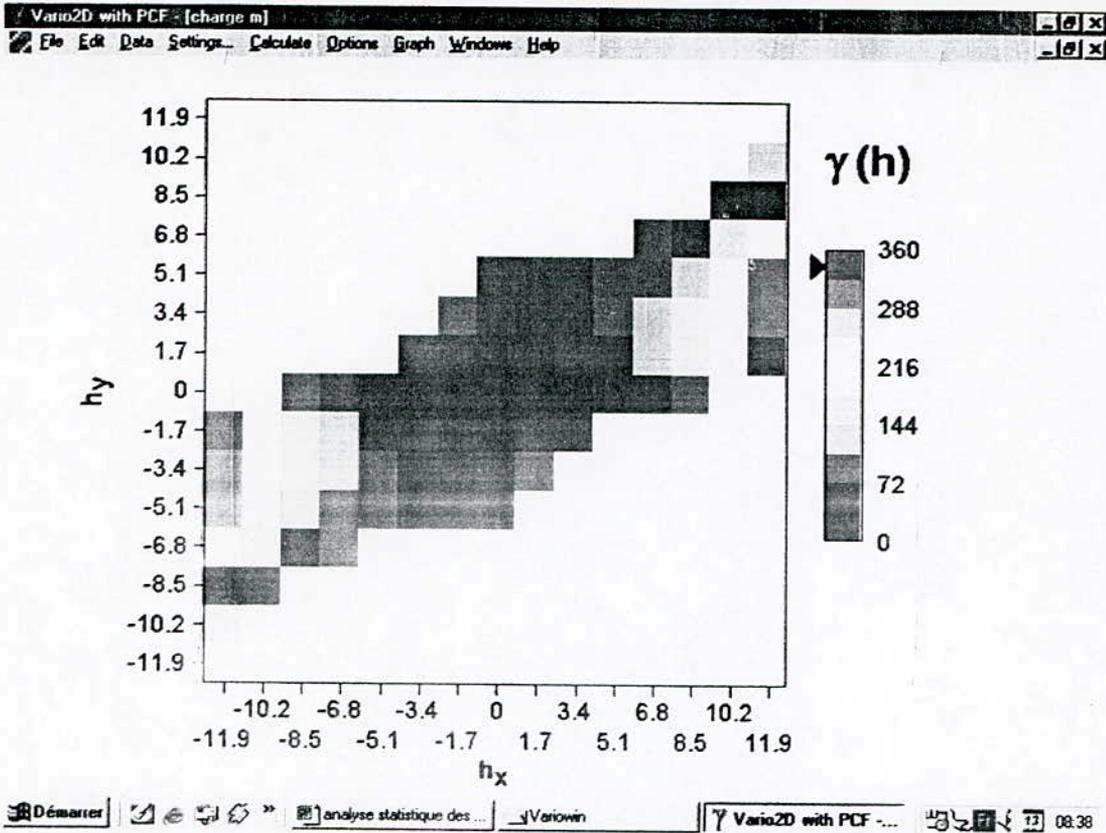
Dans le programme Variowin 2D, on choisit un Lag spacing (espace entre les classes) entre les classes de 1.7 et d'un nombre de 7 classes ceci donnant un variogramme de surface montrant une direction privilégiée.

On trace les variogrammes expérimentaux directionnels selon les quatre directions 0° , 45° , 90° et 135° , (fig.V.15-16-17-18) pour leur caler ensuite 4 variogrammes directionnels théoriques dans le but de déterminer le rapport d'anisotropie. On prend ces quatre directions parce que le variogramme de surface bien montre une continuité maximale dans la direction d'angle de 45° , il apparaît qu'il y a aussi une continuité moins prépondérante mais qui existe ayant une direction d'un angle 0° . Donc nous prenons ces quatre directions pour balayer plus de points pouvant apporter une information au comportement du phénomène.

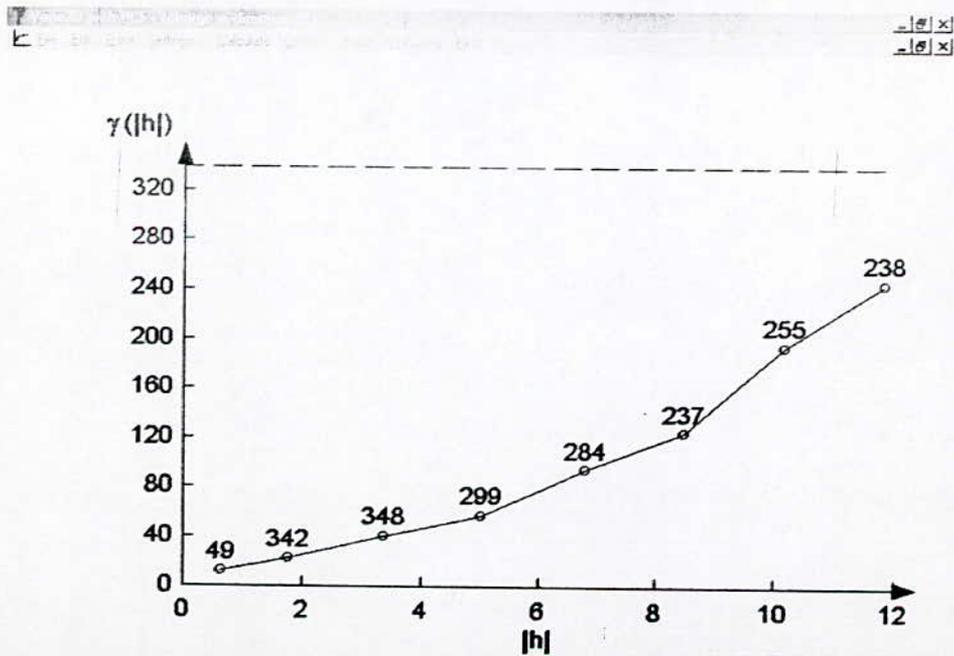
On peut expliquer l'existence de cette composante du fait du déversement des affluents dans l'oued principal ce qui influence sur le sens de l'écoulement.

L'ajustement se fait graphiquement en s'orientant grâce à l'indice IGF (Indicative Goodness Fit) calculé automatiquement en prenant en compte les paramètres du variogramme. C'est un nombre sans unité indiquant un bon ajustement lorsqu'il est proche de zéro.

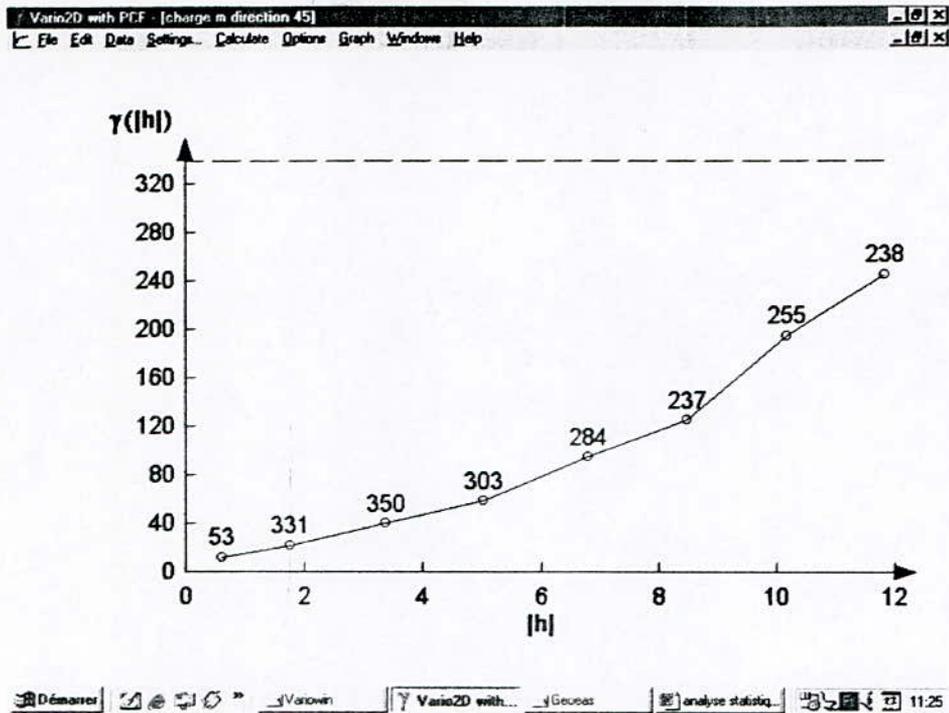
Le modèle retenu pour l'ajustement est le modèle de type Power (Puissance) tels que la puissance = 1.86, Slope (la pente) = 2.32, un rapport d'anisotropie = 0.99 et d'une pépite = 13.6 avec un IGF = $5.14 \cdot 10^{-4}$ qui montre la précision de l'ajustement (fig.V.19).



(fig. V-14)
Variogramme de surface pour la charge hydraulique H

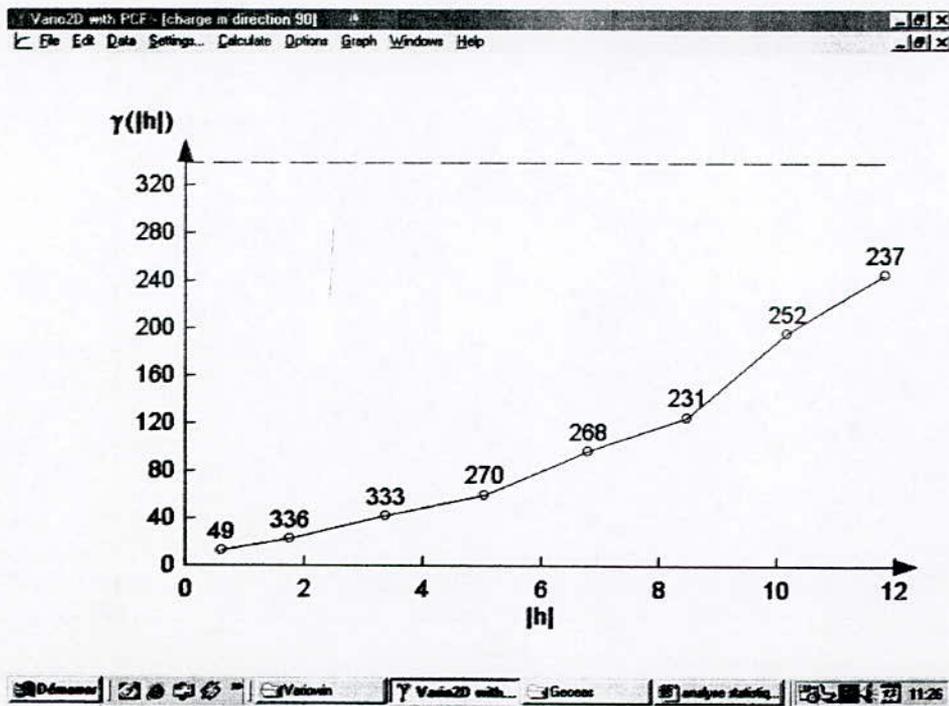


(fig. V-15)
Variogramme directionnel 0° expérimental



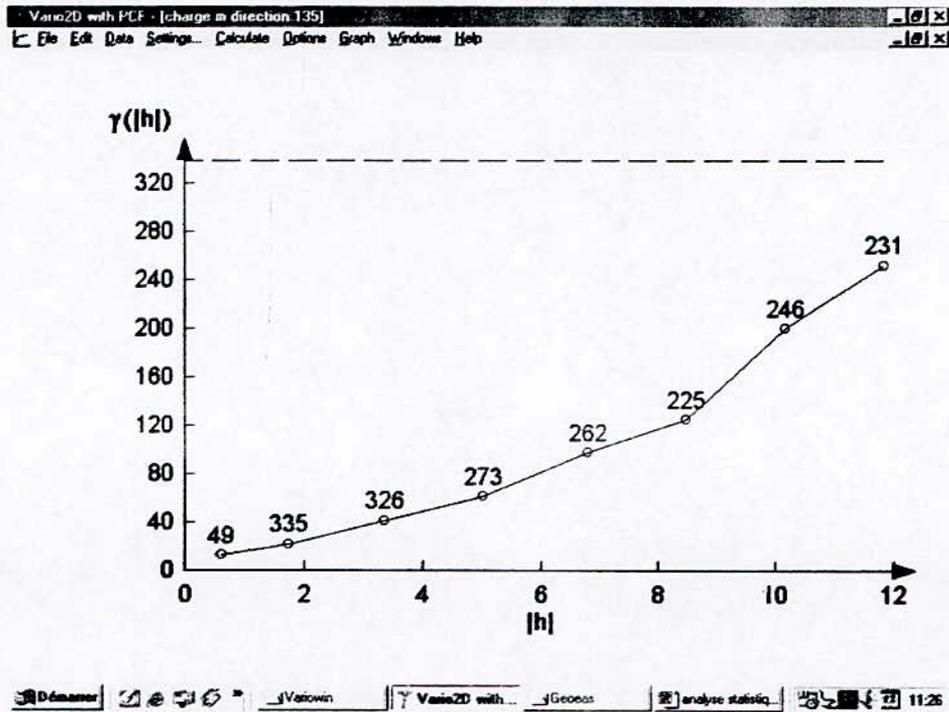
(fig. V-16)

Variogramme directionnel 45° expérimental

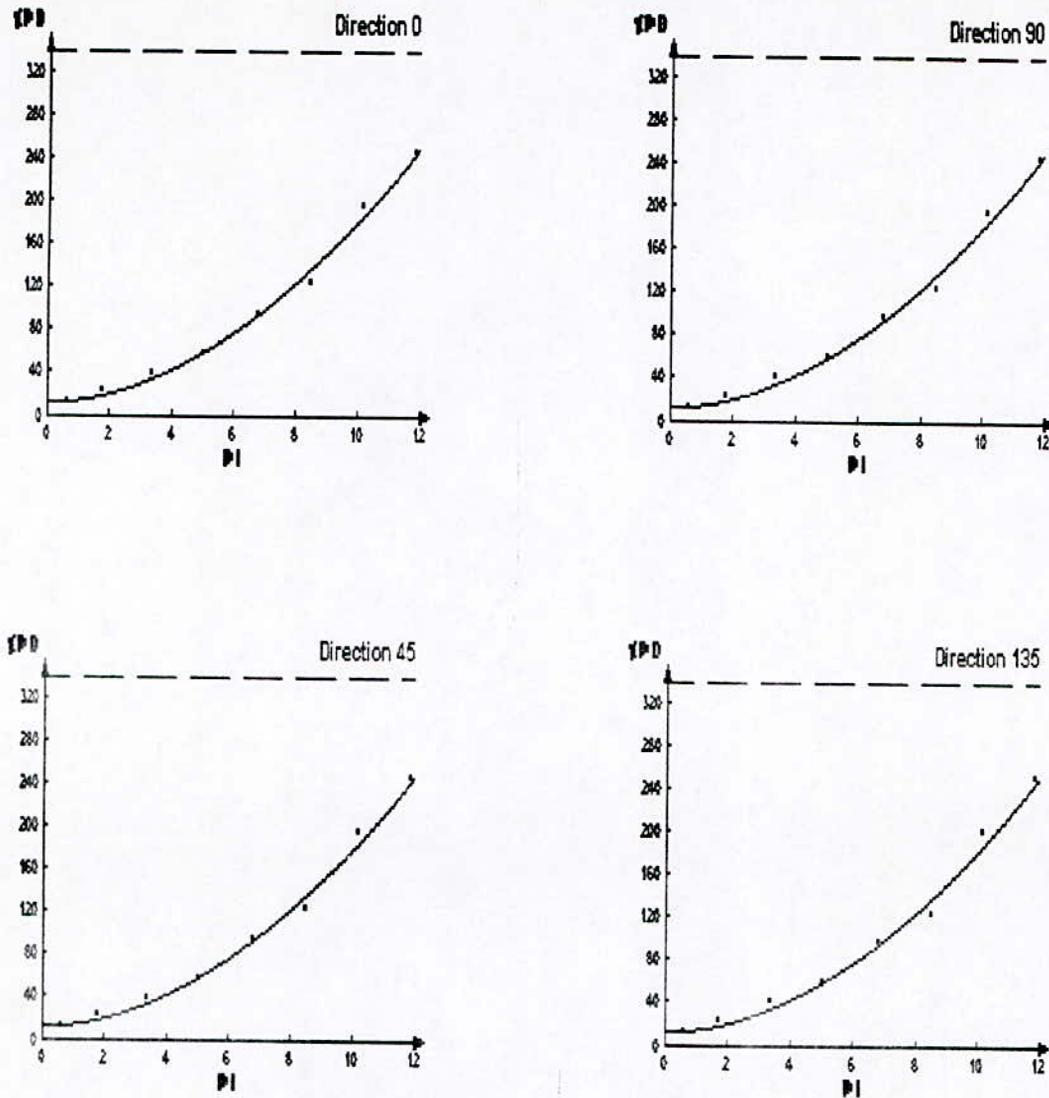


(fig. V-17)

Variogramme directionnel 90° expérimental



(fig. V-18)
Variogramme directionnel 135°



(fig. V-19)
 Variogrammes théoriques 0°, 90°, 45°, 135° respectivement

V.4.9 LE KRIGEAGE :

Le krigeage est l'étape d'estimation qui vient après avoir choisi et validé les différentes structures des charges hydrauliques.

Les cartes piézométriques krigées ont été établies en utilisant le logiciel **Winsurf**

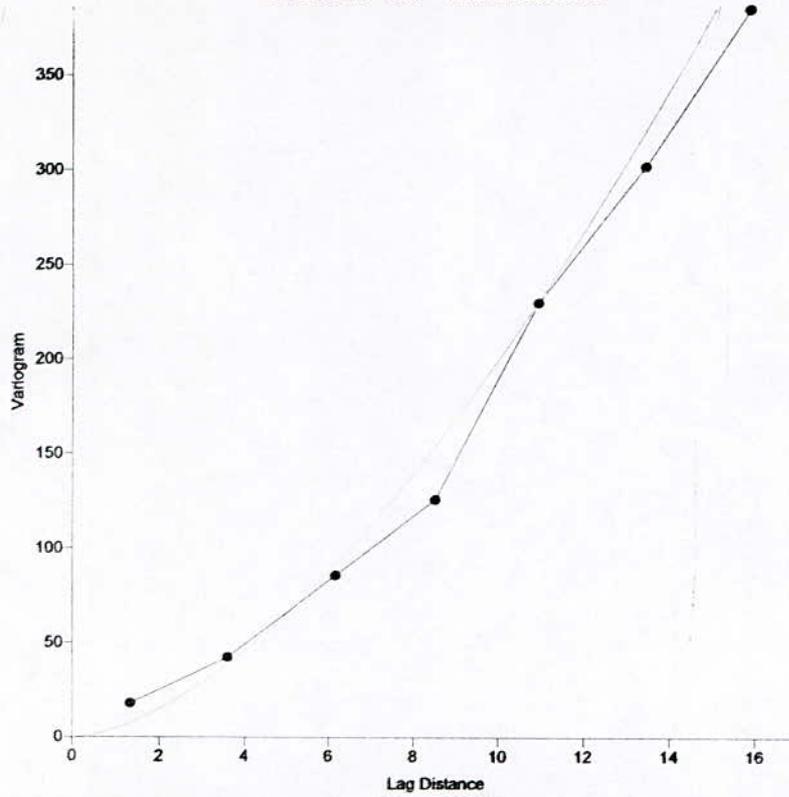
Cette carte représente clairement :

- Les sens d'écoulement
- L'axe de drainage de la nappe
- La disposition des cartes isopizes
- La gradient hydraulique

La méthode géostatistique nous donne des informations sur le réseau de mesure, l'intervalle dans lequel varie un paramètre dans le cas d'une éventuelle modélisation de la nappe et permet d'optimiser et de revoir le réseau de mesure.

De plus grâce à l'utilisation du logiciel VARIOWIN, l'établissement de la carte krigée par Winsurfer a utilisé les paramètres déterminés lors de l'ajustement du modèle , sachant que le logiciel VARIOWIN à la différence de GEO EAS tient compte de l'anisotropie , la carte krigée nous donne une assez correcte approximation du comportement de la variable (charge hydraulique), il est d'ailleurs visible sur la carte krigée en 3D l'apport important de l'Oued Amizour vers le cours principal (698, 375).

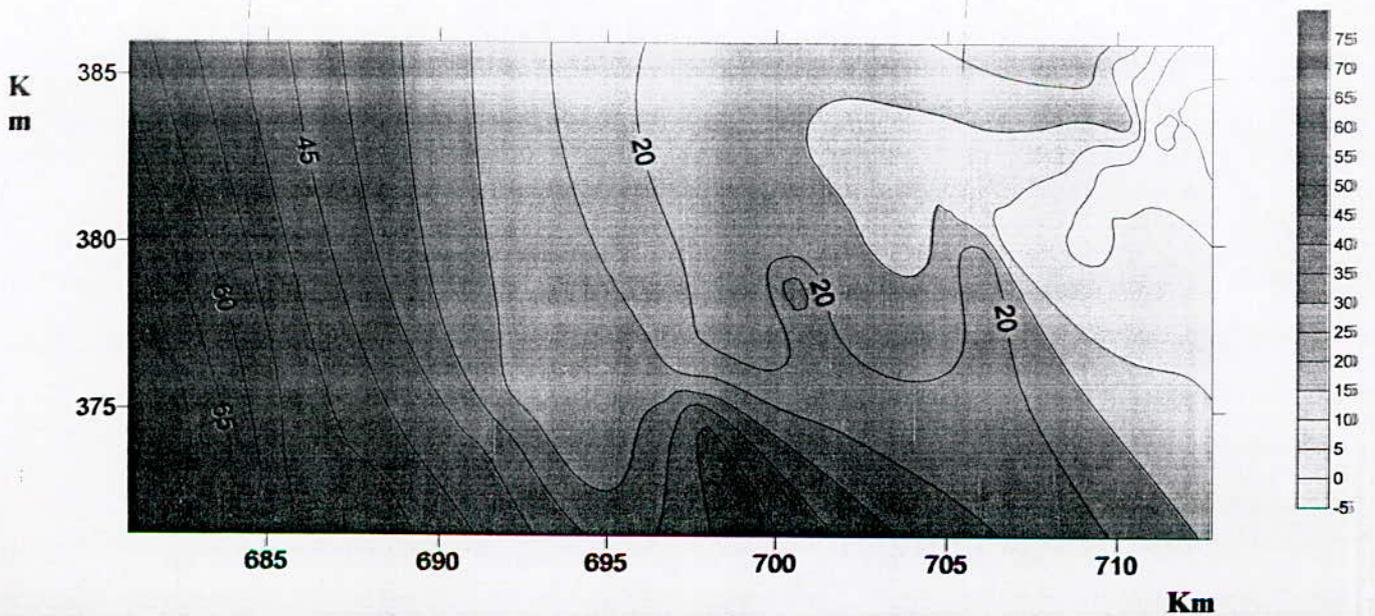
Column C: spatiale
Direction: 45.0 Tolerance: 85.0



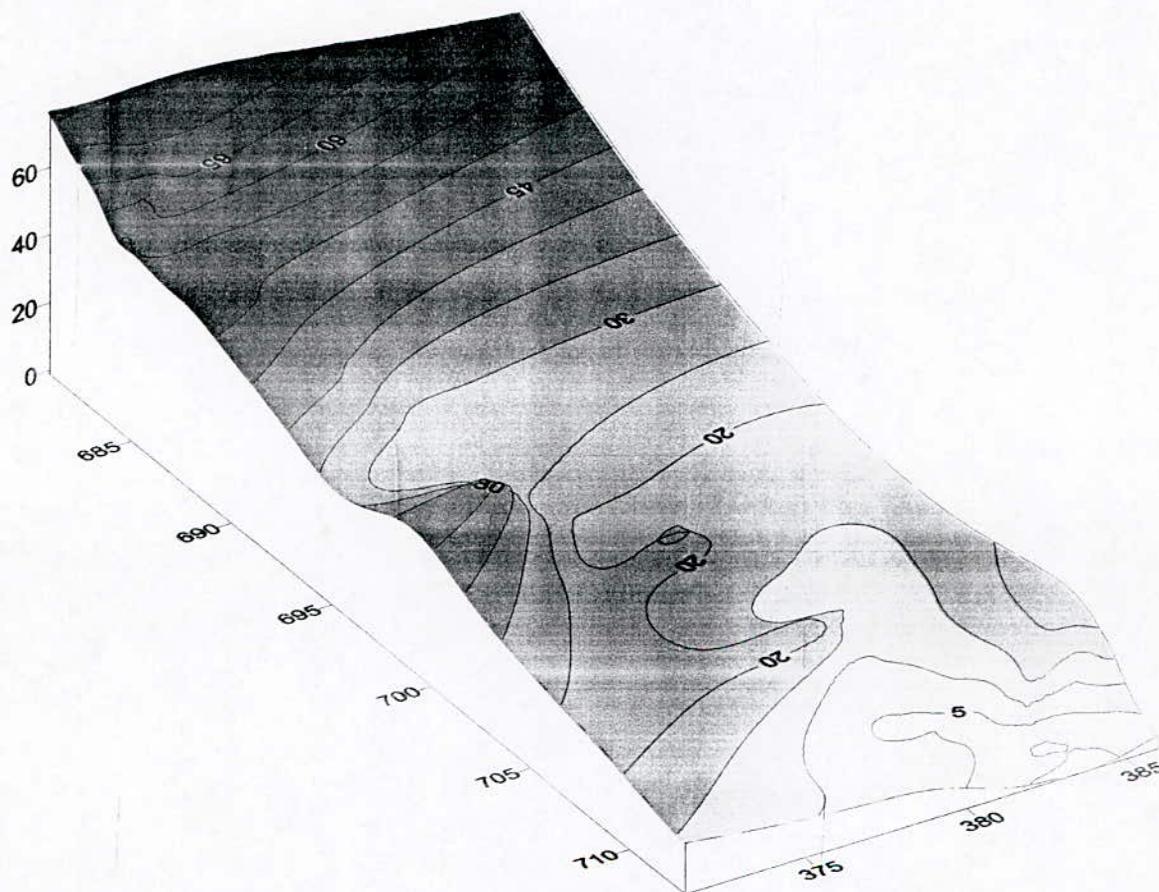
(fig. V-20)

Ajustement du variogramme théorique au variogramme expérimental

Carte piézométrique 2D krigée H de l'aquifère superficiel de la basse vallée de la Soummam .



(fig. V-21)



(fig. V-22)

Carte Piézométrique 3D krigée (H) de l'aquifère superficiel de la basse vallée de la Soummam

V.5 La perméabilité K

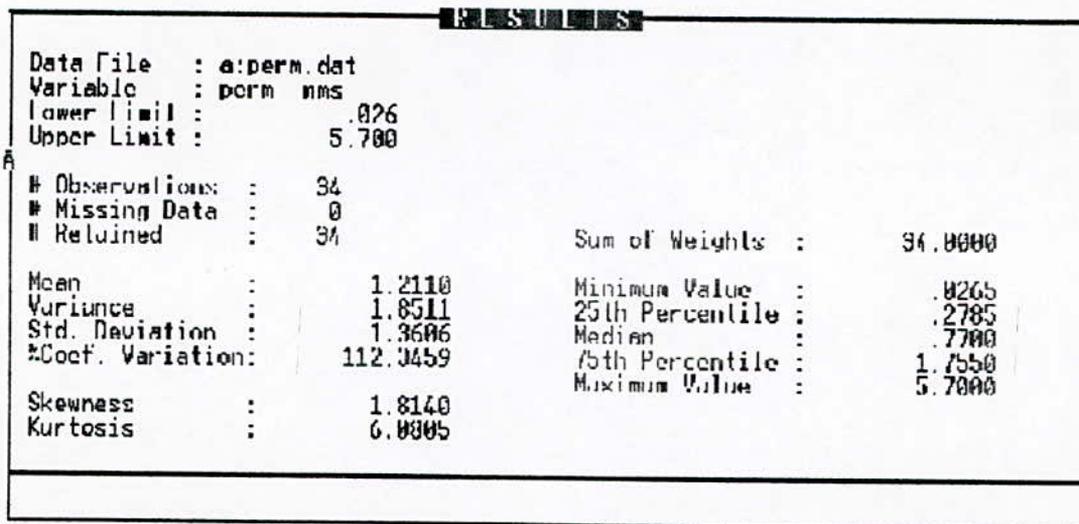
V.5.1 Evaluation des paramètres statistiques élémentaires

Les différentes caractéristiques des paramètres statistiques des charges hydrauliques obtenus par le logiciel GEO-EAS sont résumées dans le tableau suivant :

	Taille	Min	Max	Etendue	Moyenne	Variance	Ecart-type	Médiane
ζ (mm/s)	34	0.0265	5.7	5.6735	1.2110	1.8511	1.3606	0.77

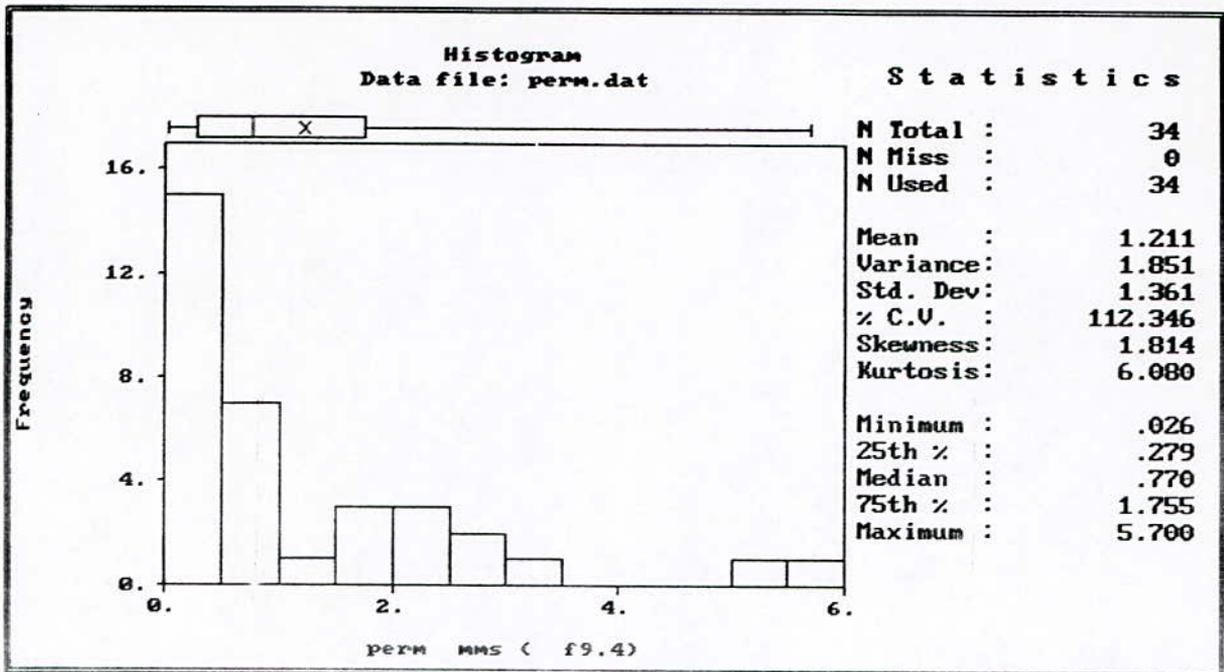
1 ^{er} quartile	3 ^{ème} quartile	Coeff. de Var C _v	Skewness	Kurtosis
0.2785	1.7550	112.3459	1.8140	6.0805

(Tableau. V-5)

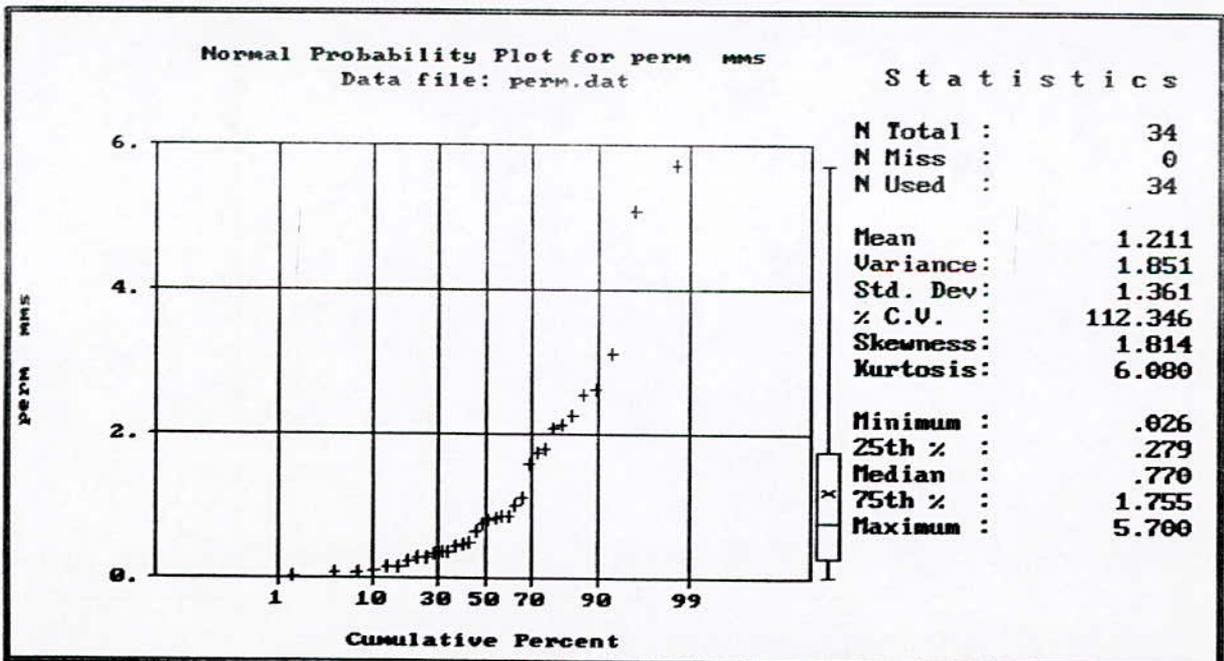


Histogram Probability Plot Examine Quit
 Choose histogram parameters / display graph

(fig. V-23)



(fig. V-24)
Histogramme de la perméabilité



(fig. V-25)
Adéquation Mathématique de la perméabilité K

V.5.2 Interprétations

Les paramètres statistiques qui décrivent le comportement de la perméabilité sont données par le tableau V.5.

On remarque que la variance et l'écart type ne sont pas très importants ce qui traduit une dispersion peu importante.

On remarque que le coefficient de variation est grand la variabilité est donc irrégulière (Jekhowsky in Abdou 1997).

On remarque que le coefficient d'asymétrie de Skewness est positif ce qui indique que la dispersion est étirée vers la droite mais cette valeur n'est pas grande ce qui montre que la distribution est assez symétrique.

Le coefficient d'aplatissement (Kurtosis) est positif et un peu élevé ce qui traduit la forte concentration des données.

V.5.3 Variographie :

De même que pour H on aura :

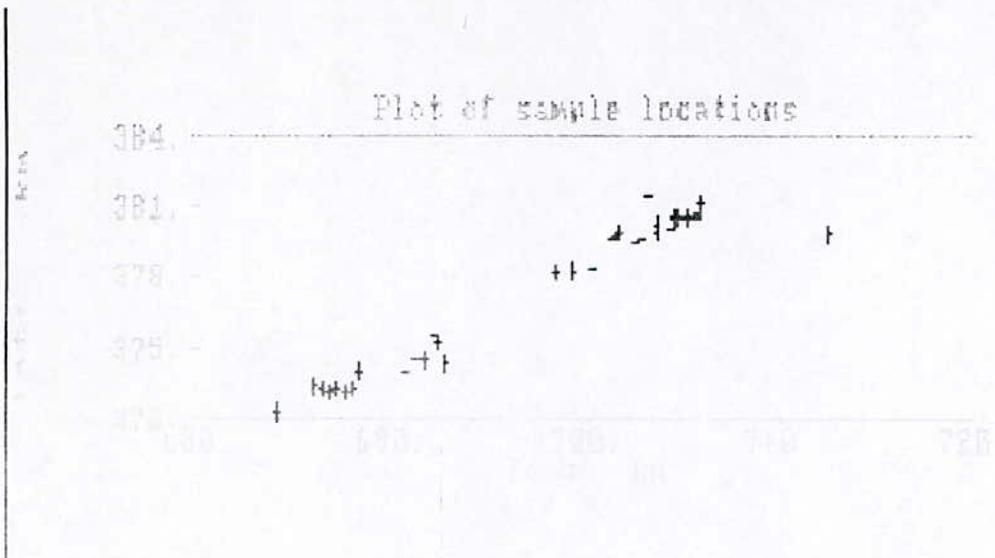
Variogramme de la perméabilité K :

Le variogramme expérimental a été calculé sur la base des données brutes de la perméabilité K. En choisissant un pas "h" de 3.180 Km et une distance de 14.709 Km correspondant à la distance séparant les points de mesure extrêmes.

Du au manque de points de mesure ces deux paramètres ont été les meilleures pour respecter la norme de 5 classes au moins avec plus de 50 couples dans chacune d'entre elles, les résultats sont présentés comme suit :

Classe	Nombre de couples	Distance moyenne	$\gamma(h)$
1	152	1.566	0.923
2	89	4.566	1.332
3	47	7.665	2.075
4	51	11.347	3.284
5	87	14.269	3.065

(Tableau. V-6)



(fig. V-26)

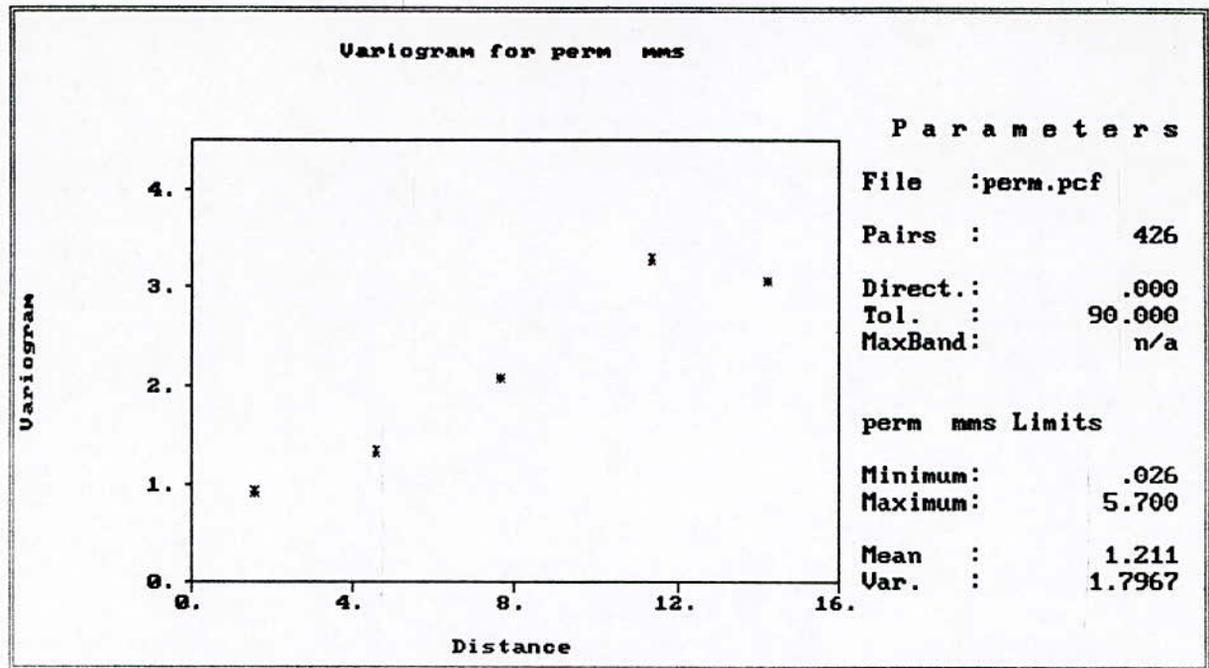
Localisation des points de mesure

Variable: perm mmS		Estimator : Variogram		Direction : .000	
Minimum :	.026	Total Pairs :	426	Tolerance :	90.000
Maximum :	5.700			Bandwidth :	n/a
Pairs	Avg Distance	Estimate	Pairs	Avg Distance	Estimate
1	152	1.566	13		
2	89	4.566	14		
3	47	7.665	15		
4	51	11.347	16		
5	87	14.269	17		
6			18		
7			19		
8			20		
9			21		
10			22		
11			23		
12			24		

Type **Plot** Box Plot Log Results Model Quit
 Plot the selected estimator vs. average distance

(fig. V-27)

Résultats du calcul du variogramme expérimental de la perméabilité K



(fig. V-28)

Variogramme expérimental de K

V.5.4 Modélisation du variogramme:

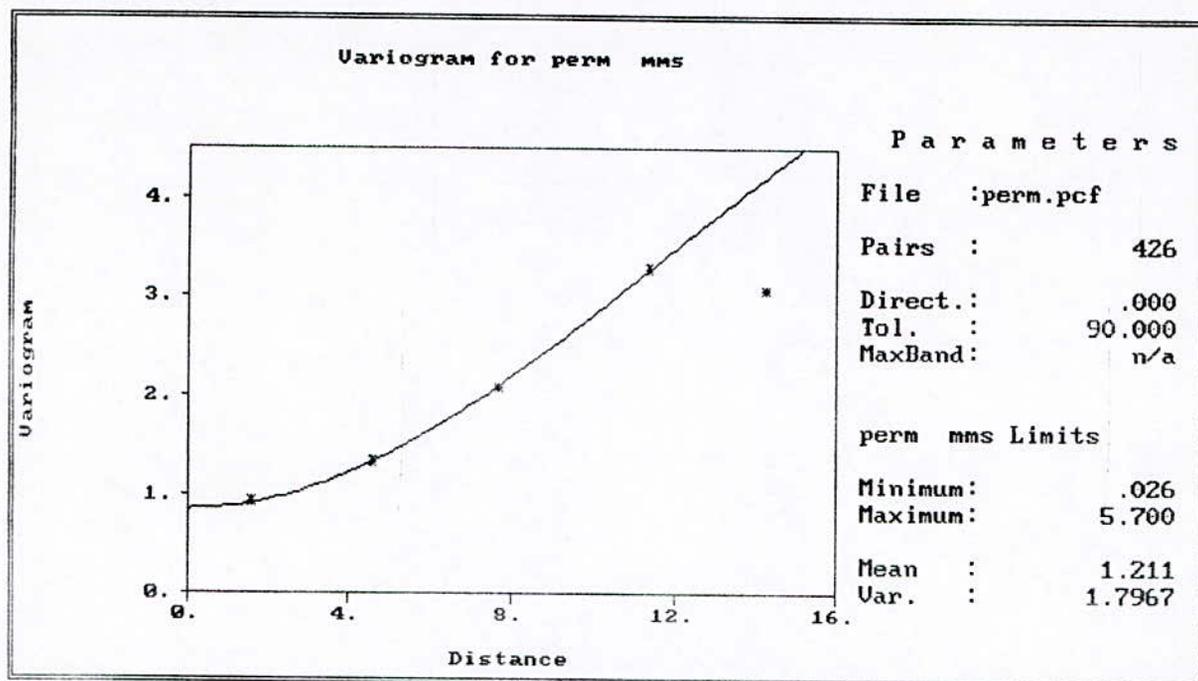
Après la construction du variogramme expérimental, la seconde étape consiste à l'ajuster à un modèle théorique donné, qui serait accepté ou rejeté selon les résultats de XVALID.

Le modèle retenu qui nous apparaît le mieux adapté au variogramme pour la charge hydraulique H est le modèle de type gaussien avec un effet de pépité égal à 0.85, un palier de 6.20 et une portée de 28.00, fig. ci dessous :

Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous et fig.V.28 :

VARIABLE	TYPE	PEPITE	PALIER	PORTEE
H	Gaussien	0.85	6.2	28.00

(Tableau. V-7)



(fig. V-28)

Variogramme théorique de K

V.5.5 Validation du variogramme:

La décision d'accepter ou de rejeter définitivement le modèle représenté dans le tableau, se fait à l'aide de **XVALID**.

Les résultats du test de validation sont donnés par les deux paramètres de validation, à savoir la moyenne des écarts entre les valeurs estimées et celles mesurées qui doit tendre vers 0, et la moyenne quadratique des écarts réduits qui, quand à elle, doit converger vers 1.

Remarquons toutefois, que les valeurs obtenues au cours de notre étude, sont très proches de normes préconisées par le Krigeage.

Les résultats de l'**XVALID** sont dans le tableau ci-dessous et fig.V.29 :

Variable	Moyenne des écarts	Moyenne quadratiques des écarts
K	0.02	1.17

(Tableau. V-8)

R E S U L T A T S						
Data File :	u:perm.dal					
K Variable :	long km					
V Variable :	lati km					
Kriging :	perm mms				# Data used :	34
Type :	Ordinary				# Missing data :	0
Variable	Estimate	Difference	Kriging Std	Zscore		
Minimum	.026	.258	-.435	.978	-3.494	
25th %tile	.271	.371	.451	.981	.458	
Median	.750	.872	.144	.988	.101	
75th %tile	1.700	2.019	.319	1.002	.309	
Maximum	5.700	2.936	2.481	1.763	2.522	
N	34	34	34	34	34	
Mean	1.211	1.296	.025	1.025	.020	
Std. Dev.	1.361	.893	1.171	.136	1.170	

Error Map
 Scatter Plot
 Histogram
 Write
 Examine
 Quit
Map of kriging error (differences)

(fig. V-29)

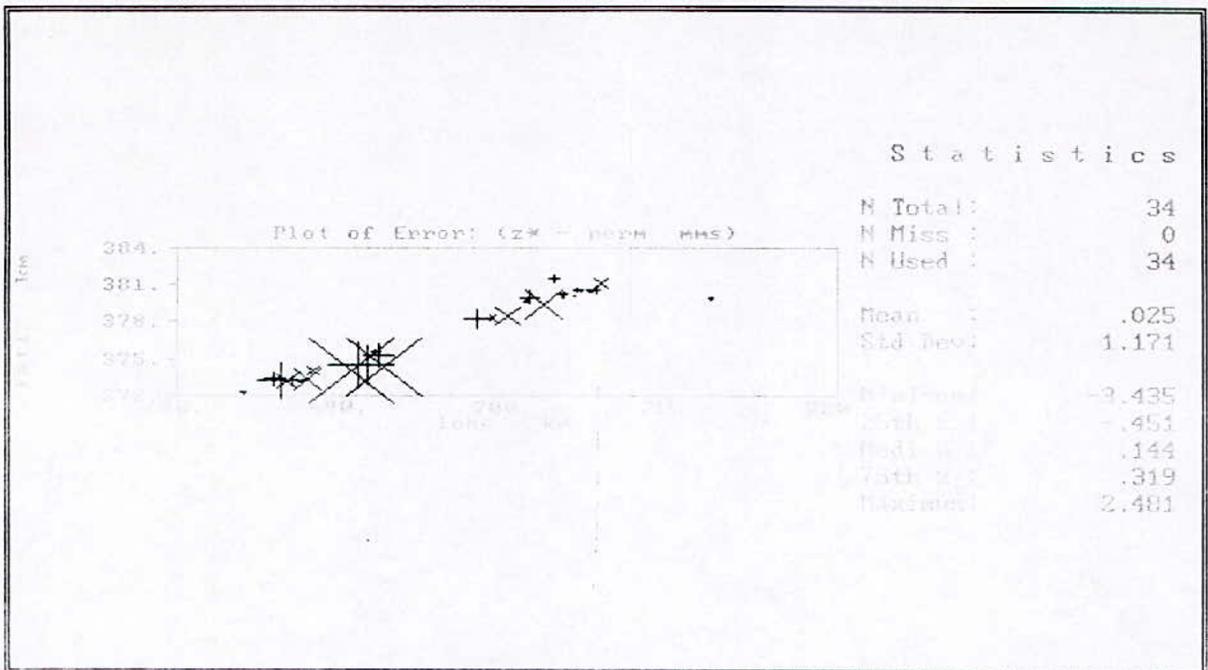
Résultats de XVALID pour la perméabilité K

V.5.6 Carte d'erreur (Z^*-K):

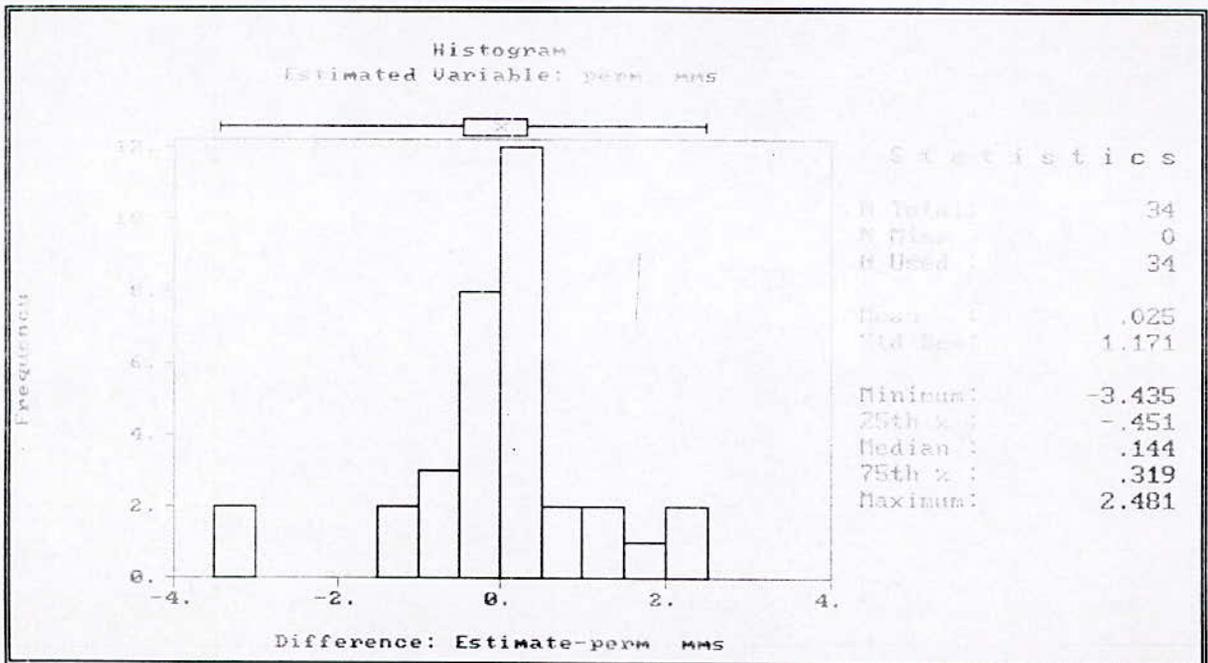
Sur la fig. , nous remarquons que les erreurs se répartissent de manière plus au moins régulière sur toute la plaine de la Soummam.

Nous remarquons que les erreurs sont plutôt le plus en amont d'un coté c'est du au plus grand nombre de points et d'un autre coté à la difficulté de mesure en amont plus qu'en aval. Pour ce qui est de la représentation graphique des erreurs (Z^*-K) sous forme d'histogramme de fréquence fig.V.30 et V.31. Nous remarquons clairement qu'en moyenne la distribution des erreurs est normale.

Ce qui implique que ces erreurs tendent vers 0 pour la quasi-majorité des points de mesure. Cela témoigne bien de la qualité de l'estimation.



(fig. V-30)
Localisation des erreurs



(fig. V-31)
Histogramme des fréquences Z*-K

V.5.7 Résultats avec le logiciel variowin :**Ajustement et validation :**

En se référant au variogramme de surface (fig.V.32) qui donne la direction d'anisotropie , l'établissement des variogrammes en fonction de ces directions permet de déterminer le rapport d'anisotropie après leurs ajustement qui présente un paramètre important pour le krigeage.

On choisit un Lag spacing (espace entre les classes) de 2 et d'un nombre de 7 classes ceci donnant un variogramme de surface montrant une direction privilégiée.

Le variogramme de surface montre une continuité spatiale maximale dans la direction d'angle 135°.

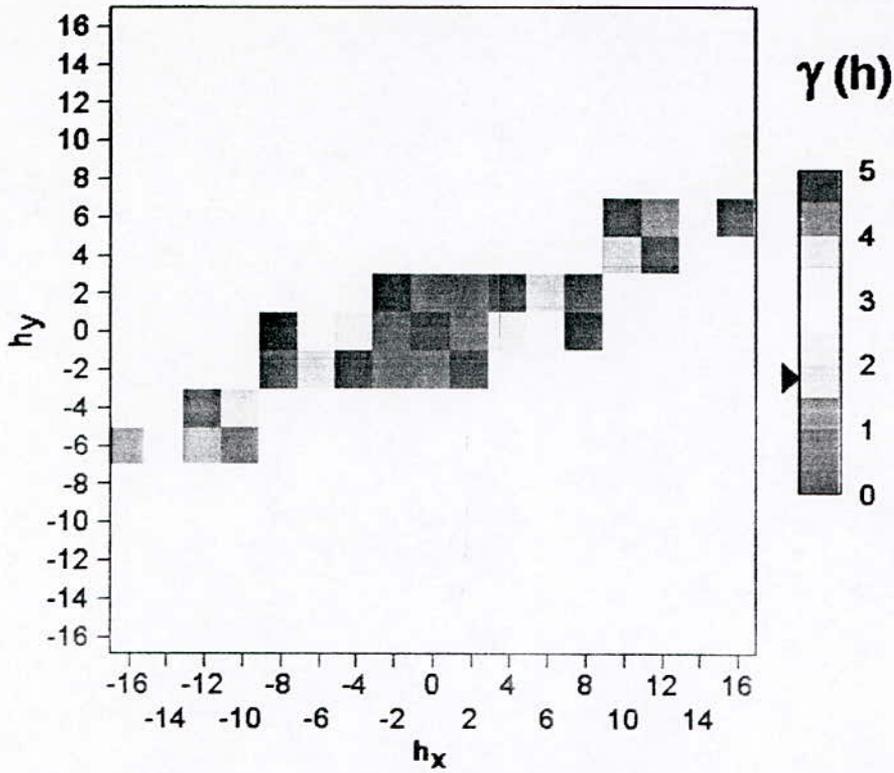
La continuité maximale dans cette direction (135°) est tout à fait logique vu que le long du cours d'eau la taille des granulats change en décroissant mais transversalement la taille des grains est la même et donc la perméabilité sera aussi la même .

On trace les variogrammes expérimentaux directionnels selon les 3 directions 45°, 90° et 135° , fig.V.33-34-35 pour leur caler ensuite 3 variogrammes directionnels théoriques dans le but de déterminer le rapport d'anisotropie .

L'ajustement se fait graphiquement en s'orientant grâce à l'indice IGF (Indicative Goodness Fit) calculé automatiquement en prenant en compte les paramètres du variogramme . C'est un nombre sans unité indiquant un bon ajustement lorsqu'il est proche de zéro.

Le modèle retenu pour l'ajustement est le modèle de type Power (Puissance) tels que la puissance = 0.94 , Slope (la pente) = 0.2159 , un rapport d'anisotropie = 0.93 et d'une pépite = 0.5939 avec un IGF = $2.447.10^{-2}$ qui montre la précision de l'ajustement (fig.V.36).

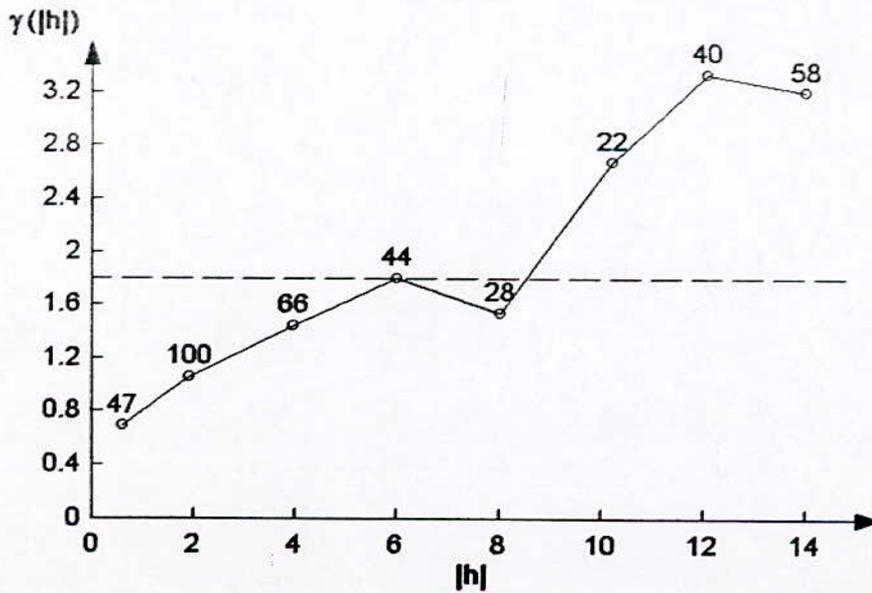
Vario2D with PCF [perm: mm] File Edit Data Settings Calculate Options Graph Windows Help



(fig. V-32)

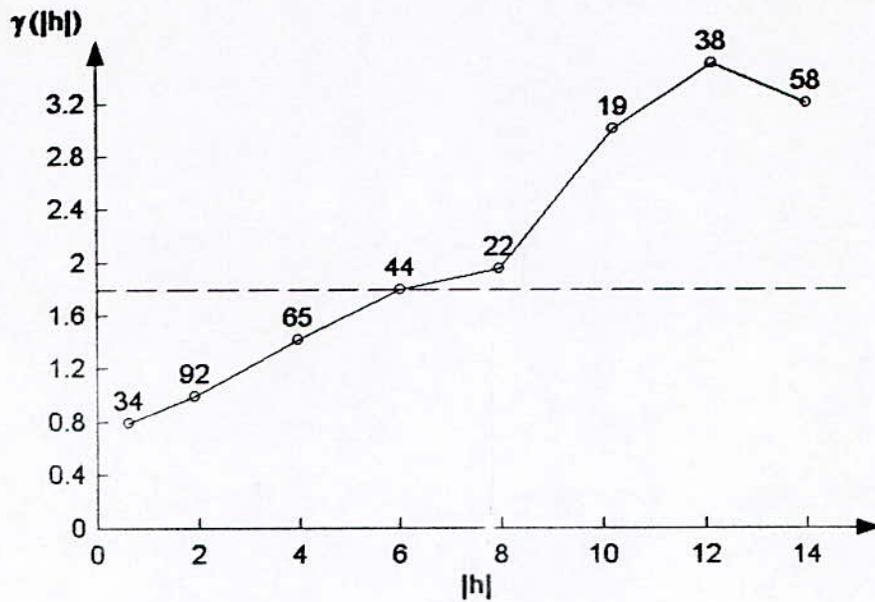
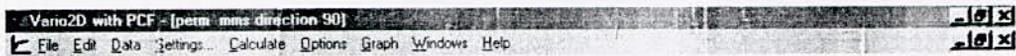
Variogramme de surface de la perméabilité

Vario2D with PCF [perm: mm direction: 45] File Edit Data Settings Calculate Options Graph Windows Help



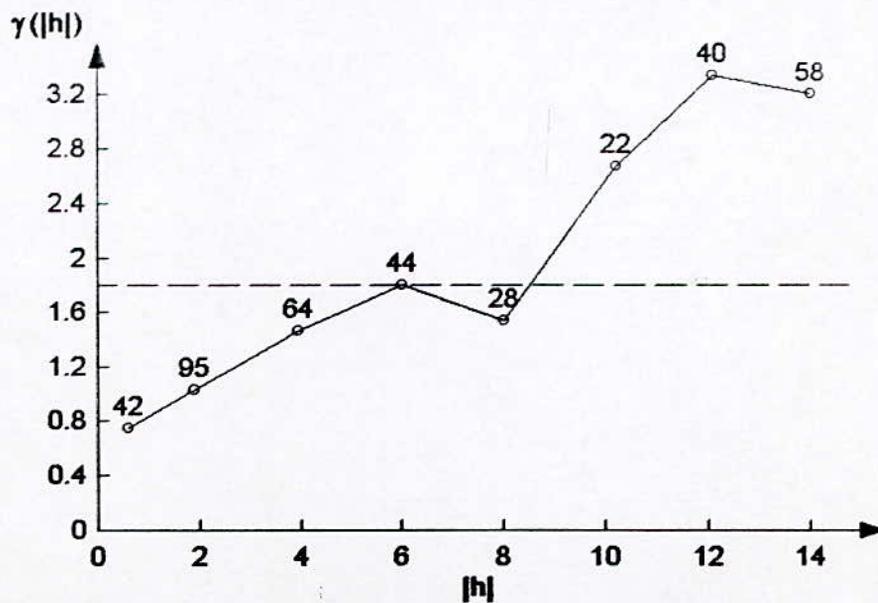
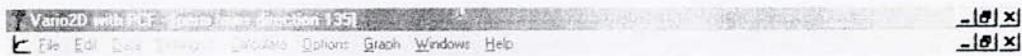
(fig. V-33)

Variogramme directionnel expérimental (direction 45°)



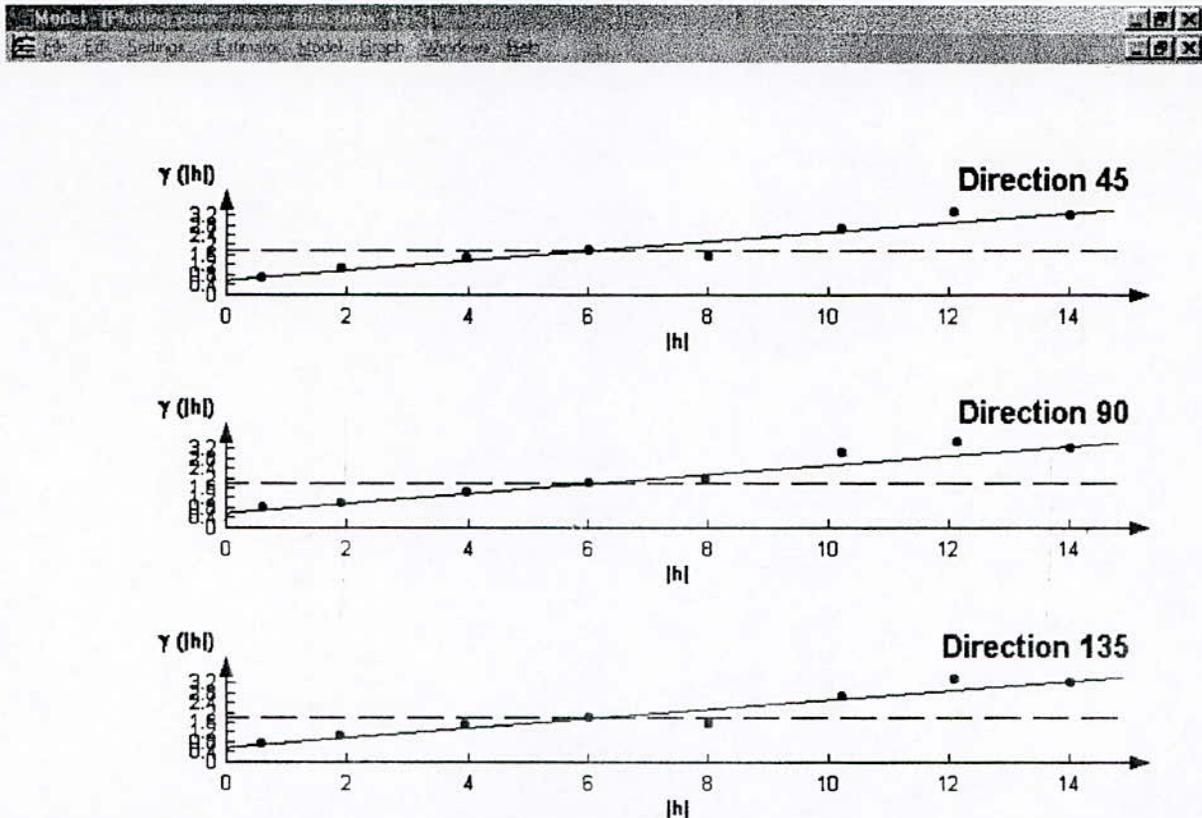
(fig. V-34)

Variogramme directionnel expérimental (direction 90°)



(fig. V-35)

Variogramme directionnel expérimental (direction 135°)



(fig. V-36)

V.5.8 Le krigeage :

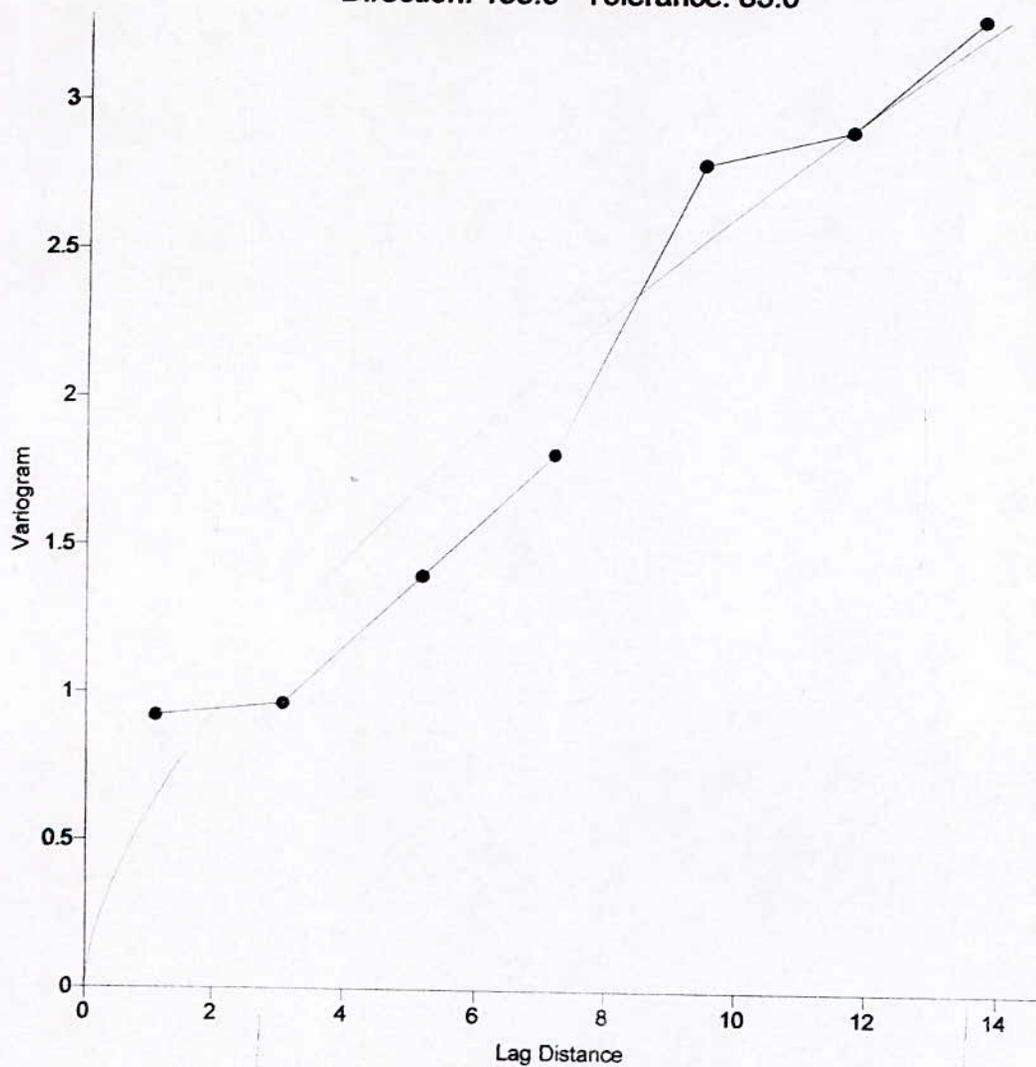
La carte piézométrique krigée a été de même établie en utilisant le logiciel Winsurf

Cette carte représente clairement :

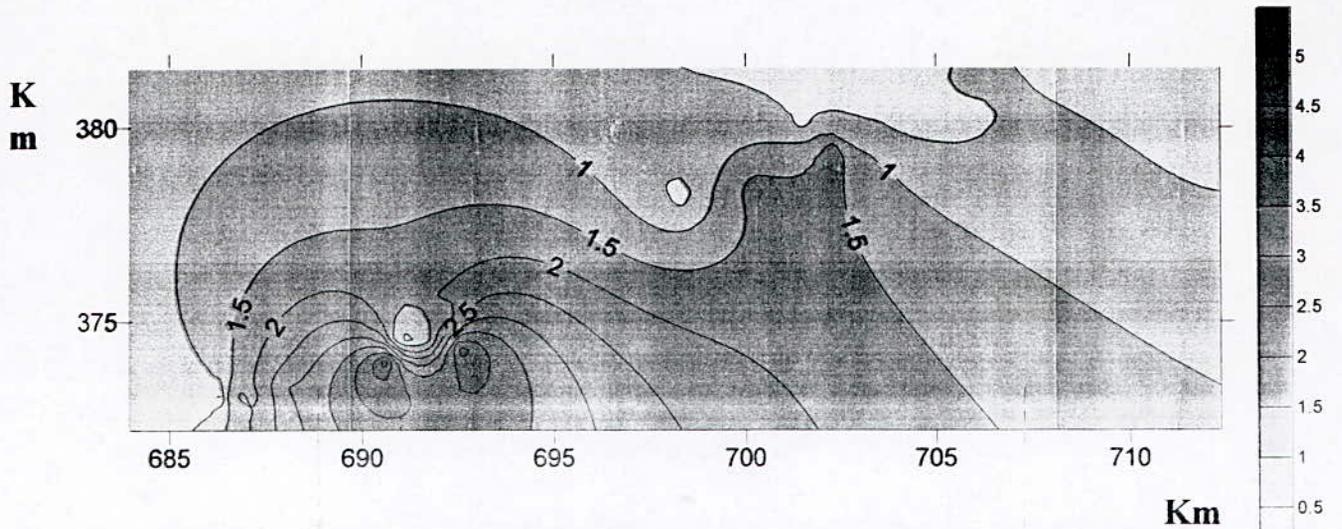
- La variation de la perméabilité tout au long du cours d'eau .
- Les perméabilités sont importantes à l'amont ce qui est vrai vu que la distribution des granulats dans le cours d'eau est décroissante, les gros grains sont à l'amont et plus nous avançons dans le cours d'eau les grains deviennent de plus petite taille (transport solide) et donc ça implique une diminution de la perméabilité .

De plus grâce à l'utilisation du logiciel VARIOWIN, l'établissement de la carte krigée par Winsurfer a utilisé les paramètres déterminés lors de l'ajustement du modèle , sachant que le logiciel VARIOWIN à la différence de GEO EAS tient compte de l'anisotropie , la carte krigée nous donne une assez correcte approximation du comportement de la variable perméabilité

Column C: spatiale
Direction: 135.0 Tolerance: 85.0

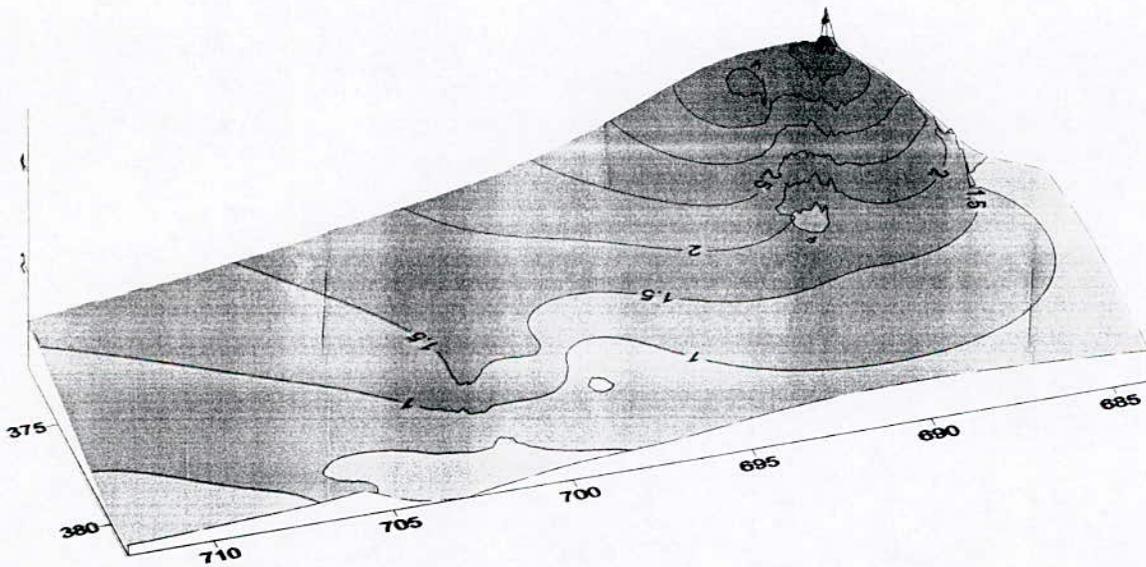


(fig. V-37)
Ajustement du variogramme expérimental



Carte 2D krigée de la perméabilité K (mm/s) de l'aquifère superficiel de la basse vallée de la Soummam.

(fig. V-38)



Carte 3D krigée de la perméabilité K de l'aquifère superficiel de la basse vallée de la Soummam

(fig. V-39)

V.6 Conclusions

La variographie nous a permis de tirer les conclusions suivantes :

Le variogramme présente une discontinuité pour la charge ou pour la perméabilité à l'origine traduisant une irrégularité à petite échelle ce que nous expliquons soit par des perturbations locales.

L'instabilité des niveaux piézométriques et la mauvaise réalimentation des nappes et leurs surexploitations pour la charge hydraulique et l'hétérogénéité du sol.

La qualité du krigeage dépend essentiellement de la variabilité spatiale du phénomène qui est qualifiée notamment à l'aide de la portée et de la densité du réseau.

Conclusion générale

Conclusion générale:

Dans le cadre de ce modeste travail, il est impératif de rappeler l'objectif essentiel qui consiste à l'étude de la variographie des charges hydrauliques et perméabilité pour des périodes de prélèvements distincts afin d'établir la cartographie automatique des charges hydrauliques et leurs interprétations.

D'après notre analyse, nous pouvons conclure que:

- L'analyse statistique des données a mis en évidence la normalité de la distribution des charges hydrauliques ainsi que la perméabilité .
- L'examen des tests statistique montre une hétérogénéité spatiale qui peut être due à la perturbation d'alimentation de la pluie et la surexploitation de la nappe.
- L'étude la variographie de la piézométrie a montré que son comportement n'est pas purement aléatoire.

Les cartes obtenues par le logiciel **Winsurf** montrent de façon très claire la piézométrie de l'aquifère et l'aspect réel de l'écoulement des eaux de la nappe de la basse vallée de la Soummam ainsi que la distribution de la perméabilité .

Notre étude constitue une introduction à l'analyse structurale en faisant appel au procédé géostatistique.

Les résultats satisfaisants de notre étude ont été établis en utilisant des variogrammes directionnels pour mieux s'approcher de la structure réelle du phénomène étudié.

Le procédé géostatistique prend en compte non seulement le comportement du phénomène mais de plus il le fait avec un intervalle de confiance.

Bibliographie

1. **AMGHAR . M .** 1991 : Synthèse hydrogéologique de la plaine de la basse Soummam .
Thèse d'ing , USTHB .
2. **AZOUZI . B .** 1993: Contribution à la cartographie automatique des grandeurs hydrogéologique (application à la Mitidja).
Thèse de magister , ed , INA.
3. **BEUCHER . H.D.** 1981 : Approche géostatistique du passage des données de terrain aux paramètres des modèles en hydrogéologie .
Thèse docteur ingénieur , Paris .
4. **BOUDED . IA . H .** 1993: Analyse des données pluviométriques du bassin versant de la Soummam .
Thèse d'ing, USTHB.
5. **BOUHOUCHE . A .** 1991 : Variographie de la piezométrie de la Mitidja .
Thèse d'ing , ed , INA.
6. **BOWKER . A.II.** 1981 : Approche géostatistique du passage des données de terrain aux paramètres des modèles en hydrogéologie.
Thèse docteur ingénieur , Paris .
7. **CASTANY . G .** 1982 : Principe et méthode de l'hydrogéologie .
Ed , Dunod , Paris .
8. **CLINKS.C.** 1973 : Etude hydrogéologique de la vallée de l'oued - Sahel Soummam .
Rapport de l'ANRH , Alger .
9. **DEL . HOUIHME . J.P , DE IMASSILY . G . BECHER . H.D .** 1981 :
Analyse stochastique des propriétés des systèmes poreux naturels hétérogènes .
Compte rendu de fin d'étude .
10. **EVAN.E.** 1990: GEO-BAS (Geostatistical Environment Assessment Software), USCR guide US, environmental protection .
Agency , Las-Vegas , Nevada .
11. **GASCUEL.ODOUX. C .** 1984 : Application de la géostatistique à l'étude de la variabilité spatiales des propriétés hydrique de sol
Thèse docteur ingénieur , Paris .
12. **HAMLAOUI . M .** 1995 : Etude des précipitations journalières maximales dans la région d'Alger .
13. **KHAMMARI . G.** 1990 : Variographie des ions nitrates et des résidus secs dans la plaine de la Mitidja .
Article portant sur la pollution ,
14. **MATHERON . G .** 1965 : Les variables régionalisées et leurs estimations .

Ed , Masson de Paris .

15. **MEHIDI . A .** 1993 : Essai d'approche de modélisation mathématique de la nappe alluviale de la basse Soummam .
Thèse d'ing, USTHB .
16. **SAPORTA . G .** 1978 : Théories et méthodes de la statistique , Paris .
17. **REMINEIRAS.G.** 1972 : Hydrologie de l'ingénieur,
18. **ZAINI.** 1995 : Contribution à l'étude géostatistique du gisement aquifère.
Thèse, d'ing. EN P.
- 19.**ZERREROU.M** 1990 : Contribution à l'étude hydrogéologique de la basse Soummam
Thèse d'ing. USTHB
20. **YOURI BROCHU** Mai 2002 : Estimation directe des charges hydrauliques d'un aquifère par krigeage .
Maîtrise ès sciences appliquées
Ecole polytechnique de Montréal.
- 21.**MATHIEU GAGNE .** Août 1998 : Etude de la géostatistique hydraulique de la conductivité en milieu stratifié, application aux résidus miniers .
Maîtrise ès sciences appliquées.
Ecole polytechnique de Montréal.
- 22.**FRANCIS GAGNON .** Mai 1998 : Solutions du problème inverse en hydrogéologie à l'aide de méthodes géostatistiques.
Maîtrise ès sciences appliquées
Ecole polytechnique de Montréal.
23. **LAURENT BERTINO .** Décembre 2001 : Assimilation de données pour la prédiction de paramètres hydrodynamiques et écologiques : cas de la lagune de l'Oder.
Doctorat de l'Ecole des Mines de Paris Spécialité « Géostatistique ».
- 24.**NICOLAS JEANNEE .** Mai 2001 : Caractérisation géostatistique de pollutions industrielle de sols.
Ecole des mines de Paris .
- 25.**IDER.K & AMIRI.B .** 1998 : Etude de la variabilité spatiale de la charge hydraulique de l'aquifère superficiel de la basse Soummam,
Thèse d'ing , ENP Alger.