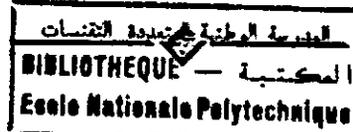


11/97

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Hydraulique

THEME

**CONTRIBUTION A
L'ESTIMATION DE LA CRUE DE
PROJET:
CAS DU BASSIN VERSANT DE
L'OUED MINA DANS LA
WILAYA DE RELIZANE**

Promoteur :

M^{me}: B.TOUAIBIA

Etudié par :

M^r: Chaouki HEOUAINE
M^{me}: AICHA KHALFA

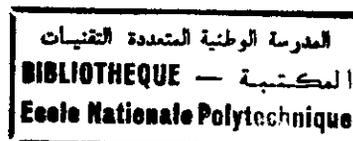
Co-promoteur :

M^r: A.YAHIAOUI

PROMOTION JUILLET 1997

E.N.P. 10, Avenue Hocou-Badi, EL-HARRACH, ALGER

SOMMAIRE



Liste des tableaux
Liste des figures

INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE I: APERÇU THEORIQUE DES DIFFERENTES METHODES

D'ESTIMATION DES CRUE

Introduction	1
1. Méthode à échantillonnage	1
1.1. Rappels statistiques	1
1.1.1. Généralités	1
1.1.2. Fréquence expérimentale	3
1.1.3. Echantillonnage des données et critères statistiques	5
1.1.4. Critique et validation des données	6
1.1.5. Caractéristiques empiriques de l'échantillon	8
1.1.6. Quantile et intervalle de confiance	11
1.2. Présentation des différentes méthodes d'estimation	14
1.2.1. Les lois d'ajustement	14
1.2.1.1. Généralité	14
1.2.1.2. Critère de choix d'une loi de probabilité	14
1.3. Méthode du Gradex	16
1.3.1. Méthode du Gradex progressive, variante dite esthétique	19
1.3.2. Méthode du Gradex progressive, variante dite intégrée	21
1.4. Méthode de l'hydrogramme unitaire	22
1.4.1. Généralités	22
1.4.2. Diverses composantes de l'écoulement	22
1.4.3. Concept théorique de la méthode de l'hydrogramme unitaire	24
1.4.4. Méthode des courbes en S	25
1.4.4.1. Hydrogramme unitaire : formulation simple	26
1.5. Méthode dite de renouvellement	27
1.5.1. Choix du seuil	29
1.5.2. Utilisation pratique de la méthode dite de renouvellement	30

2. Formules semi-empiriques et empiriques (en absence des données)	
2.1. Formule d'Iskovski	31
2.2. Formule de Mallet-Gauthier	32
2.3. Formule de Turazza	32
2.4. Méthode de Giandotti	33
2.5. Méthode de Fuller	33
2.6. Méthode des hydrogrammes synthétiques (ou des isochrones)	34

CHAPITRE II: PRESENTATION GENERALE DU BASSIN VERSANT DE L'OUED MINA

1. Situation géographique	38
2. Morphologie et hydrographie	38
2.1. Relief	38
2.2. Hydrographie	39
2.3. Caractéristiques générales du bassin versant	41
2.3.1. Climat	41
2.3.2. La végétation	41
2.3.3. La géologie	41
2.3.4. La situation socio-économique	41
2.4. Pluviométrie du bassin versant	42
2.4.1. Implantation des stations pluviométriques	42
2.4.2. L'état du réseau pluviométrique	42

CHAPITRE III: PRESENTATION ET ANALYSE DES DONNES

3.1. Présentation des données hydrométriques	46
3.2. Présentation des données pluviométriques	46
3.3. La mise en forme des données pluviométriques	47

CHAPITRE IV: TRAITEMENT DES DONNES ET INTERPRETATION DES RESULTATS

4.1. Ajustement à une loi de probabilité	50
4.1.1. Ajustement à la loi de Gumbel	50

4.1.2. Ajustement à la loi de log-normale	52
4.1.3. Ajustement à la loi de Pearson III	52
4.1.4. Ajustement à la loi log-Pearson III	53
4.1.5. Ajustement à la loi de Weibull	55
4.2. Application de la méthode dite de renouvellement	58
4.2.1. Cas des lois type exponentielles simples	58
4.2.2. Cas de la loi de Weibull	60
4.3. Application de la méthode de Gradex	60
4.3.1. Méthode de Gradex classique	61
4.3.2. Méthode de Gradex progressive variante dite esthétique	62
4.3.3. Méthode de Gradex progressive variante dite intégrée	63
4.4. Méthode de l'hydrogramme unitaire	64
4.4.1. Détermination de la courbe en S	66
4.4.2. Estimation des débits de crues	67
4.5. Méthode de l'hydrogramme synthétique	69
4.5.1 Interprétation et conclusion	73
4.6. Traitement par les formules empiriques	74
4.6.1. Formule d'Iskovski	74
4.6.2. Formule de Mallet Gauthier	74
4.6.3. Formule de Turazza	74
4.6.4. Formule de Giandotti	75
4.6.5. Formule de Fuller	75
4.6.6. Interprétation et conclusion	76

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXE A

ANNEXE B

ANNEXE C

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tab. 1.1: Valeur de $D_{N,\alpha}$	15
Tab. 1.2: Valeur du coefficient n en fonction du type de sol de la morphologie du bassin	31
Tab. 1.3: Valeur du coefficient m en fonction de la surface du bassin versant	32
Tab. 1.4: Valeur du coefficient C en fonction de T	33
Tab. 1.5: Surfaces débitantes	35
Tab. 1.6: Détermination du débit maximal probable	36
Tab. 2.1: Stations pluviométriques du bassin de l'oued Mina	42
Tab. 2.2: Nombre d'années d'observations pluviométriques	44
Tab. 3.1: Précipitation journalière maximale annuelle pour chaque station (mm)	46
Tab. 3.2: Série 1 des débits moyens maxima journaliers	47
Tab. 3.3: Série 2 des débits moyens journaliers dépassant $55 \text{ m}^3 / \text{J}$	47
Tab. 3.4: Série des pluies maxima annuelle en mm sur l'ensemble du bassin	48
Tab. 3.5: Caractéristiques empiriques des séries 1, 2, 3 et L série 1, 2, 3.	48
Tab. 4.1: Résultats des tests: (homogénéité, indépendance et stationnarité, singularité)	50
Tab. 4.2: Test d'adéquation de la loi log normale	51
Tab. 4.3: Estimation des quantités de la loi log normale	52
Tab. 4.4: Estimation des paramètres de la loi Pearson III	52
Tab. 4.5: Test d'adéquation pour la loi Pearson III	53
Tab. 4.6: Quantités de débit par la loi Pearson III	53
Tab. 4.7: Estimation des paramètres de la loi log Pearson III	54
Tab. 4.8: Test d'adéquation pour la loi log - Pearson III	55
Tab. 4.9: Quantités de débit par la loi log - Pearson III	55
Tab. 4.10: Estimation des paramètres de la loi de Weibull	55
Tab. 4.11: Test d'adéquation	56
Tab. 4.12: Calcul des quantités de débit par la loi de Weibull	57
Tab. 4.13: Erreur d'échantillonnage	57

Tab. 4.14: Test d'adéquation	57
Tab. 4.15: Estimation des quantités de débit (m ³ / J)	58
Tab. 4.16: Tests d'adéquation	59
Tab. 4.17: Quantité de débit par la loi exponentielle simple	59
Tab. 4.18: Quantité de débit par la méthode dite de renouvellement variante de Weibull	60
Tab. 4.19: Test d'adéquation	61
Tab. 4.20: Quantité de débit par la méthode du gradex	62
Tab. 4.21: Quantité de débit par la méthode du gradex esthétique	63
Tab. 4.22: Quantité de débit par la méthode du gradex intégré	64
Tab. 23 Tracé de l'hydrogramme unitaire du pas du temps $\Delta t = 1$ heure	65
Tab.4.24 Calcule de la courbe en S de pas du temps $\Delta t = 1$ heure	66
Tab. 4.25 Estimation des débits	68
Tab.4.26 Estimation des quantités des débits maxima	68
Tab. 4.27 Surface iso chones (Km ²)	69
Tab. 4.28 Pluies maxima journalières probables	69
Tab. 4.29 Méthodes de l'hydrogramme synthétique (cas de T = 10,20 et 50 ans)	71
Tab. 4.29 Méthode de l'hydrogramme synthétique (cas de T = 10, 100, 10000)	71
Tab. 4.29 Méthode de l'hydrogramme synthétique (cas de T = 50000)	72
Tab. 4.30 Hydrogramme de crue pour différentes période de retour	73
Tab. 4.31 Débits maxima journaliers probables par la formules de Mallet-Gauthier	74
Tab. 4.33 Valeur du coefficient C et débits maxima probables	75
Tab. 4.34 Pluies et débits maxima probables	75
Tab. 4.35 Débits maxima probables par la formule de Fuller	76
Tab. 4.36 Tableau récapitulatif des quantiles du débits en (m ³ /s) estimés par les différents méthodes d'estimation des crues .	77

LISTE DES FIGURES

	Page
Fig. I: Différentes méthodes d'estimation de la crue de projet	
Fig. 1.1: La courbe de densité	2
Fig. 1.2: Schéma de pose de la méthode de gradex	18
Fig. 1.3: Evolution progressive du gradex des débits (a_q) vers le gradex pluies (a_p)	19
Fig. 1.4: Extrapolation progressive des débits à partir du seuil (T_g, Q_g) par le gradex des pluies	20
Fig. 1.5: Décomposition de l'hydrogramme de crue	23
Fig. 1.6: La méthode des courbes en S	26
Fig. 1.7: Hydrogramme de Snyder	27
Fig. 1.8: Procédure de renouvellement constituée par les crues dépassant un seuil S_0	28
Fig. 1.9: Variation du nombre moyen de crues sup-seuil en fonction du seuil	29
Fig. 1.10: Variation de la valeur moyenne de dépassement en fonction du seuil	29
Fig. 1.11: Bassin versant en isochrones	34
Fig. 2.1 Situation du bassin versant de l'oued Mina	38
Fig. 2.2: Hydrographie du bassin versant de l'oued Mina	40
Fig. 2.3: Implantation des stations pluviométriques	43
Fig. 3.1: Partie du fichier 0 134 02	Annexe C
Fig. 3.2: Partie du fichier 0 134 02 LST	Annexe C
Fig. 3.3: Partie du fichier de crue	Annexe C
Fig. 4.1: Ajustement et intervalle de confiance à 95 % à la loi de Gumbel	50
Fig. 4.2: Ajustement à la loi log normale	51
Fig. 4.3: Ajustement et intervalles de confiance à 95 % pour la loi Pearson III (méthode MMC1)	52
Fig. 4.4: Ajustement et intervalles de confiance à 95 % pour la loi Pearson III (méthode MVS)	53
Fig. 4.5: Ajustement et intervalles de confiance à 95 % pour la loi Pearson III (méthode $(CS)_3$)	54

Fig. 4.6: Ajustement et intervalles de confiance à 95 % pour la loi Pearson III (méthode MVS)	54
Fig. 4.7: Corrélation linéaire entre les débits observés et théoriques (MM)	56
Fig. 4.8: Corrélation linéaire entre les débits observés et théoriques (MVS)	56
Fig. 4.9: Ajustement de la série des pluies maxima annuelles à la loi de Gumbel	61
Fig. 4.10: Hydrogramme de crue observé le 04 à 07 mars 1980	64
Fig. 4.11 Hydrogrammes unitaire de pas de temps $\Delta t = 1$ heure	65
Fig. 4.12 Présentation de la courbe en S de pas de temps $\Delta t = 1$ heure	67
Fig. 4.13 Bassin versant en isochrones	70
Fig. 4.14 Hydrogrammes de crues pour différentes période de retour	72

INTRODUCTION GENERALE

Depuis longtemps, l'estimation de la crue de projet a été un soucis majeur, préoccupant tout ingénieur responsable du dimensionnement d'un ouvrage .

En effet, de nombreuses ruptures de barrages sont dues une capacité insuffisante de l'évacuateur de crue, soit 41% ou 34% des ruptures selon que l'on considère la totalité des barrages ou seulement, ceux d'une hauteur supérieure à 15m . Une enquête récente montre qu'en moyenne deux accidents par an ont lieu . Le plus souvent, leurs causes sont liées à des crues et la moitié des accidents provoquent des victimes . Le nombre de victimes, est d'environ 100 par an depuis 1850 .

L'expression « crue de projet » est liée à l'hydrogramme de la crue estimé au site du barrage . Son choix constitue une décisions très importante qui **doit** être prise lors de l'étude de projet. Ce choix résulte non seulement de l'influence de facteurs hydrologiques sur le projet lui même, mais également du risque potentiel de rupture du barrage sur la vie humaine et sur les pertes économiques résultantes de cette rupture . Ce risque doit être traduit sous forme d'une crue de projet de probabilité déterminée ; par exemple, lorsque la région est fortement urbanisée ou industrialisée et que la rupture du barrage pourra entraîner des pertes de vie et des dommages très importants, une crue de projet doit être de très faible probabilité, par contre dans la région rurale où la rupture du barrage aurait seulement pour conséquences l'inondation des cultures, il sera raisonnable de choisir une crue de projet se traduisant par une faible protection . Lorsque les situations se placent entre ces deux cas extrêmes des crues de projet, de différentes probabilités doivent être adaptées à chaque situation .

On doit rappeler également, qu'il existe de nombreuses méthodes hydrologiques, entre autre les méthodes à échantillonnages(en présence des données) et méthodes semi-empiriques et empiriques (en absence des données) pour l'estimation de la crue de projet . Ces méthodes aboutissent à des résultats différents pour l'estimation des crues de même probabilité apparente . Le choix de la méthode doit être adapté aux caractéristiques climatiques et régionales et aux données disponibles .

L'objectif de notre étude est d'essayer de déterminer la méthode la plus adaptée pour l'estimation possible de la crue à travers une étude comparative entre ces méthodes . Ainsi, le plan de travail adopté est comme suit :

- Le premier chapitre présente un aperçu théorique des différentes méthodes utilisées pour l'estimation de la crue de projet . Ces méthodes sont classées en présence et en absence des données .
- Le deuxième chapitre est consacré à une présentation générale de notre domaine d'étude qui est le bassin versant de l'Oued Mina au droit de la station hydrométrique de Oued El - Abtal se situant dans la Wilaya de Rélizane dans le Nord Ouest algérien .
- Le troisième chapitre est consacré à la présentation et l'analyse des données de base de notre étude que sont les données hydrométriques (débits), les données pluviométriques (pluies journalières) . Ces données ont été fournies par l'Agence Nationale des Ressources Hydrauliques d'Alger (A.N.R.H.) .

- Enfin, le quatrième chapitre présente l'application des méthodes d'estimation décrites par le traitement des données et la présentation des résultats pour essayer de déterminer la méthode la plus adaptée à notre bassin versant. Les différentes méthodes d'estimation des crues appliquées à notre bassin versant sont schématisées dans un organigramme (Fig 1).

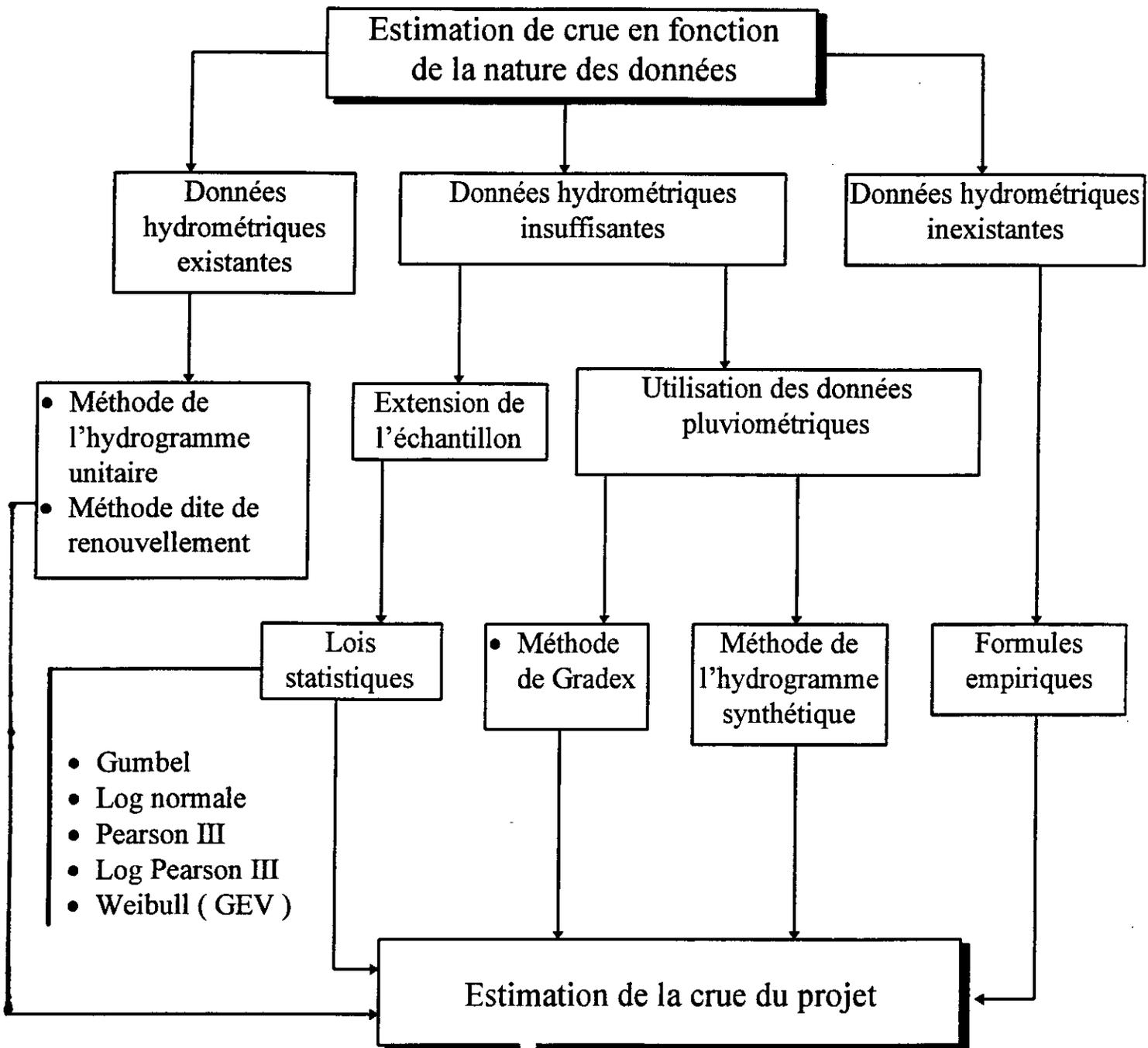


Fig I : Différentes méthodes d'estimation de la crue de projet.

Chapitre I

APERÇU THEORIQUE DES DIFFERENTES METHODES D'ESTIMATION DES CRUES

INTRODUCTION

Les phénomènes hydrologiques majeurs (pluie, débit) sont des phénomènes aléatoires complexes qui peuvent être analysés par différentes méthodes en présence ou en absence de données.

I. METHODE A ECHANTILLONNAGE

Avant de parler des méthodes d'évaluation, il est important de définir au préalable ce qu'est une crue :

- Une crue est un événement comprenant une ou plusieurs augmentations rapides et fortes du débit d'une rivière maintenant ce débit, au dessus d'un seuil donné. Cette augmentation est provoquée soit par les averses, fonte de neige, embâcles (création d'obstacles à l'écoulement par la formation des bouchons de glaces qui remontent le niveau d'eau à l'amont), ou débâcles (rupture accidentelle) du barrage qui risquent de causer des dégâts à l'environnement. Suite à une nécessité d'ordre économique et social de palier à ce catalysme hydrologique pour chaque projet, il y a lieu d'étudier la crue dite « crue de projet ».
- « La crue de projet » est la crue relative à un ouvrage terminé, c'est le seuil plus ou moins explicite au delà duquel on estime les crues suffisamment peu probable pour qu'on puisse se dispenser d'en tenir compte dans l'établissement de projet d'un ouvrage donné (par exemple la crue de projet d'un grand barrage est la crue dont l'importance et la période de retour sont choisies de telle sortes à assurer la sécurité du barrage, vis-à-vis d'une rupture par submersion et de ces conséquences).

Avant de présenter cette méthode (méthode à échantillonnage), nous allons essayer tout d'abord de donner un rappel sur quelques notions statistiques.

I.1 - Rappels statistiques

I.1.1 - Généralités

SOPORTA, 1978 définit les termes statistiques suivants :

* Expérience aléatoire :

Une expérience est qualifiée aléatoire si on ne peut prévoir à l'avance son résultat et si, répétée dans des conditions identiques, elle peut donner lieu à des résultats différents.

* Événement :

Un événement est une assertion ou proposition logique relative au résultat de l'expérience, on dira que l'événement est réalisé ou non suivant que la proposition est vraie ou fausse une fois l'expérience accomplie.

* Variable aléatoire :

La variable aléatoire est une grandeur numérique liée aux résultats d'une expérience aléatoire.

* Probabilité :

Si à chaque événement, on peut associer un nombre compris entre 0 et 1, son application est définie de « C » dans [0,1] où « C » est l'ensemble des événements qui constitue une classe satisfaisant aux deux axiomes suivants :

- $P(\omega) = 1$ tel que : ω : ensemble de tous les événements.
- Pour toute suite, finie ou non, événement deux à deux incompatible A_1, A_2, \dots etc.,... on a :

$$P(U A_i) = \sum P(A_i)$$

On dit que $P(A)$ est la probabilité, c'est à dire la chance que cet événement apparait quand l'observation du variable aléatoire est réalisée.

- Fonction de répartition d'une variable aléatoire c'est la fonction définie par:

$$F(X) = P(X < x)$$

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int f(X) dx$$

Fonction de densité: elle est définie par : $f(x) = dF(x) / dx$, c'est la dérivée de la fonction de répartition .

F est une fonction positive telle que la surface sous la courbe de densité soit égale à l'unité comme montre la figure 1.1.

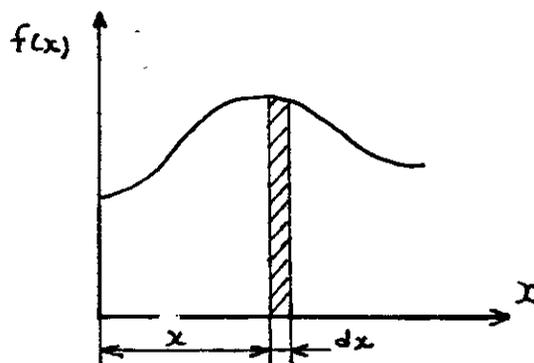


Fig. 1.1 La courbe de densité

• Autres notions:

- Une série d'événements ou d'observations forme un échantillon.
- L'ensemble de toutes les séquences d'observations forme la population.

I.1.2 - Fréquence expérimentale

On appelle « fréquence relative » ou « fréquence expérimentale » de la réalisation d'un événement dans l'échantillon de N observations, l'apparition « m » fois de cet événement A sur une période d'observation N , elle est donnée par la formule :

$$F = m / N$$

La probabilité de la réalisation de A dans la population est :

$$P(A) = \lim (m / N) \quad \text{quand } m \text{ tend vers l'infini.}$$

La réalisation est présentée par une valeur numérique appelée « variable aléatoire » dont la fonction de répartition est la suivante :

$$F(x) = \text{Prob } [X \leq x].$$

Si on calcule la fréquence expérimentale en appliquant simplement m/N , on arrive à une somme supérieure à l'unité. Ainsi (Chow, 1964; Harter, 1971) ont adopté une formule empirique généralisée plus consistante donnée comme suit :

$$F_i = [(i - b) / (n + 1 - 2b)]$$

avec :

- b : un paramètre quelconque.
- n : taille de l'échantillon.
- i : numéro d'ordre.

Selon les valeurs de b la fréquence expérimentale peut prendre les expressions suivantes :

- * Formule de Hazan : $F_i = [(i - 0.5) / n]$, pour $b=0.5$
- * Formule de Weibull : $F_i = [i / (n + 1)]$, pour $b=0$
- * Formule de Chegodayev : $F_i = [(i - 0.3) / (n + 0.4)]$, pour $b=0.3$
- * Formule de Blom : $F_i = [(i - 0.38) / (n + 3.25)]$, pour $b=0.38$
- * Formule de Tukey : $F_i = [(i - 0.33) / (n + 0.33)]$, pour $b=0.33$
- * Formule de Gringorten : $F_i = [(i - 0.44) / (n + 0.12)]$, pour $b=0.44$.

* Formule de Cunnane (1978): $F_i = \left[(i - 0.4) / (n + 0.2) \right]^b$, pour $b=0.4$

Il y a une tendance vers l'acceptation de la Formule de Cunnane, comme étant la meilleure formule de la fréquence expérimentale appliquée en hydrologie (Bobée et Ashkar 1990).

Dans la pratique, on doit toujours définir avec quelle fréquence doit-on travailler; dépassement ou non dépassement. La fréquence au dépassement est :

$$F_1(x) = \int_x^{+\infty} f(X) dx$$

c'est à dire de la probabilité:

$$Prob (X \geq x)$$

La fréquence au non dépassement est :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(X) dx$$

La somme de ces deux fréquences est égale à l'unité.

* Analyse fréquentielle : (Bobée, 1991) ou 1991 ?

L'objectif de l'analyse fréquentielle en hydrologie est l'interprétation des observations et événements hydrologiques passés en termes de probabilité d'occurrence future.

* Notion de période de retour:

Supposant qu'un événement extrême apparaît quand une variable supérieure ou égale à une certaine valeur X_T et τ : intervalle de récurrence, ou temps entre les occurrences (apparitions) de $X \geq X_T$.

La période de retour T d'événement $X \geq X_T$ est la valeur moyenne exprimée habituellement en année qui sépare les apparitions de ces événements.

Donc c'est la valeur moyenne de τ soit $E(\tau)$ pour un nombre important d'observation. Soient X_i , variables aléatoires des maximum annuels. Les X_i sont :

- Indépendantes : aucune donnée n'influe sur l'autre.
- Ordonnées en croissance $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$

$$F(x) = Pr (X \leq x)$$

Pr : probabilité au non dépassement.

La probabilité pour $T = n$ est donnée par :

$$Pr(T = n) = Pr(x_1 < x) \dots Pr(x_{n-1} < x) \cdot Pr(x_n < x)$$

C'est à dire x est dépassé seulement une seule fois.

Le meilleur estimateur de T (période de retour) est sa moyenne $E(T)$ par définition, est égale à :

$$\begin{aligned} E(T) &= \sum_{i=1}^n n \cdot P_r(T = n) \\ &= \sum_{i=1}^n n \cdot \{1 - P_r(X > x)\}^{n-1} \cdot P_r(X > x) \\ &= \frac{1}{[P_r(X > x)]} \\ &= \frac{1}{(1 - F(x))} \end{aligned}$$

Alors :

$$T = \frac{1}{(1 - F(x))} \quad \text{c'est l'inverse de la probabilité au non dépassement.}$$

Donc, la non apparition de l'événement extrême de période T durant N année est donnée par:

$$P(X < x_T) = (F(x))^N = (1 - 1/T)^N$$

Et la probabilité d'apparition au moins une fois est donnée par :

$$Pr(X \geq x_T) = 1 - Pr(X < x_T) = 1 - (1 - 1/T)^N$$

1.1.3 - Echantillonnage des données et critères statistiques :

Une bonne analyse fréquentielle passe par plusieurs étapes importantes, à savoir :

- une sélection satisfaisante de l'échantillon des données répondant à des critères statistiques importants : indépendance, stationnarité, homogénéité, ...etc
- Un ajustement à la meilleur distribution théorique ; il s'agit d'un choix délicat d'une distribution théorique adéquate . Un problème de taille consiste à choisir en premier lieu un ensemble de lois à ajuster . Ce choix est dicté par des considération à la fois théorique

et pratique, et en second lieu le choix de la loi la plus adéquate à l'ajustement de l'échantillon.

- des tests validant ou non le choix de la loi.
- un calcul des quantiles avec les intervalles de confiance.

I.1.4 - Critique et validation des données

La critique des données a pour but l'exploitation rationnelle d'observations recueillies pendant des périodes plus ou moins longues.

Pour que nos observations soient théoriquement fiables, elles doivent vérifier certains critères statistiques, à savoir :

- test d'homogénéité
- test d'indépendance et stationnarité
- test de singularité

Les critères statistiques sont appréciés par des tests appropriés avec une erreur de première espèce choisie :

• Test d'homogénéité :

L'homogénéité signifie que tous les éléments de l'échantillon appartiennent à la même population. Les changements dans les procédés de mesures peuvent rendre les données non homogènes.

Dans ce cas, un des tests d'homogénéité utilisé est le test de Mann - Whitney (1947). Il consiste à diviser l'échantillon de taille N en deux sous-échantillons de tailles p et q tel que :

$$p < q \quad \text{et} \quad N = p + q$$

La combinaison des deux échantillons de taille p et q donne un échantillon de taille N rangé par ordre croissant.

Le test de Mann-Whitney considère deux quantités V et W avec :

$$V = R - p \times (p + 1) / 2$$

$$W = p \times q - V$$

Où R est la somme des rangs des éléments du premier échantillon de taille p dans la série considérée.

V , W représentent la nombre de fois qu'un événement du sous-échantillon 1 (sous-échantillon 2) suit dans l'ordre un événement du seconde-sous-échantillon 2 (sous - échantillon 1).

La valeur statistique de ce test est U , ~~te~~ est définie par la plus petite des deux valeurs V, W .

Quand $N > 20$ et $p, q > 3$ et quand les deux échantillons proviennent de la même population, U est approximativement distribuée suivant une loi normale de moyenne \bar{U} et de variance $\text{Var}(U)$ avec :

$$\bar{U} = pq / 2$$

$$\text{Var}(U) = [p \times q / (N \times (N - 1))] \times [(N^3 - N) / 12 - \sum T]$$

$$\text{avec : } T = (J^3 - J) / 12$$

et J : le nombre d'observation ayant le même rang

Pour un test à un niveau significatif ($\alpha = 5\%$) la quantité $|u| = |[(u - \bar{u}) / \text{Var}(u)]^{1/2}|$ est comparée avec la variable réduite de la loi normale $U_{\alpha/2}$ correspondant à une probabilité de dépassement (pour $\alpha = 5\%$, $U_{\alpha/2} = 1,96$).

On vérifie, pour avoir l'homogénéité, que :

$$|u| < U_{\alpha/2} = 1,96$$

• Test d'indépendance et stationnarité

L'indépendance signifie qu'aucune observation appartenant à l'échantillon ne doit influencer l'observation suivante. En d'autres termes les observations ne doivent pas être corrélées entre elles.

La stationnarité signifie qu'en excluant les fluctuations aléatoires naturelles, les séries de données sont invariantes en respectant l'échelle du temps.

Le test de Wald et Walfwitz (1943) est utilisé pour un échantillon de taille N (x_1, x_2, \dots, x_n), ce test considère la valeur statistique R comme égale à :

$$R = \sum_{i=1}^{N-1} X_i \cdot X_{i+1} + X_i \cdot X_N$$

Dans le cas où les éléments de l'échantillon sont indépendants, R suit une distribution normale de moyenne « \bar{R} » et de variance « $\text{Var } R$ » avec :

$$\bar{R} = (S_1^2 - S_2) / (N - 1)$$

$$\text{Var}(\bar{R}) = (S_2^2 - S_4) / (N - 1) - R^2 + (S_1^4 - 4 \cdot S_1^2 \cdot S_2 + 4 \cdot S_1 \cdot S_3 + S_2^2 - 2 \cdot S_4) / (N - 1)(N - 2)$$

Où $S_r = N \cdot m'_r$ est le moment d'ordre r de l'échantillon.

La valeur $u = (\bar{R} - R) / [\text{Var}(R)]^{1/2}$ suit une distribution normale standardisée $N(0,1)$, pour un seuil de signification $\alpha\%$, on accepte l'hypothèse de l'indépendance - stationnarité si :

$$(\bar{R} - R) / [\text{Var}(R)]^{1/2} \leq U_{\alpha/2}$$

• Test de singularité des données

Le test de Grubbs et Beck (1972) a pour but la mise en évidence les points singuliers de la série. La présence des points singuliers (des valeurs très basses ou très hautes) ont un impact sur notre échantillon.

L'application du test nécessite la connaissance des deux quantités extrêmes suivantes :

$$X_{min} = \exp(\bar{X} - K_N \cdot S)$$

$$X_{max} = \exp(\bar{X} + K_N \cdot S)$$

Où \bar{X} , S sont respectivement la moyenne et l'écart type des logarithme naturels des observations constituant l'échantillon.

K_N est la valeur statistique du test de Grubbs et Beck tabulée pour différentes tailles d'échantillon et de niveau de signification α %. Exemple au niveau $\alpha = 10$ %, l'approximation polynomiale suivante a été proposée par PILON 1985

$$K_N = -3.62201 + 6.28446 \cdot N^{0.25} - 2.49835 \cdot N^{0.5} + 0.491436 \cdot N^{0.75} - 0.037911 \cdot N$$

Où N est la taille de l'échantillon. La valeur de X_i est considérée singulière si :

$$X_i < X_{min} \text{ ou } X_i > X_{max}$$

I.1.5 Caractéristiques empiriques de l'échantillon

Soit x une variable aléatoire qui représente soit un débit $x = Q$ ou une pluie $x = P$, l'ensemble formé par $(x_i, i = 1, \dots, N)$ est un échantillon aléatoire simple issue d'une population de taille infinie, où N est la taille de l'échantillon.

- Le moment d'ordre r est donné par la formule :

$$m_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^r$$

- Le moment centré d'ordre r est donné par la formule

$$m_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^r$$

Où \bar{x} est la moyenne arithmétique de l'échantillon.

Un échantillon est caractérisé par des paramètres importants à savoir :

*paramètres de position :

- La moyenne arithmétique $\bar{x} = m_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

- la médiane : c'est la valeur qui correspond à 50 % de probabilité

*** Paramètres de dispersion :**

• variance S^2 donnée par : $S^2 = m_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$

• écart type S donné par : $S = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2}$

• Coefficient de variation C_v donné par : $C_v = \frac{(m_2)^{1/2}}{m_1} = \frac{S}{\bar{x}}$

*** Paramètres de forme :**

• Le coefficient d'asymétrie C_s donné par : $C_s = \frac{N m_3}{(N-2)m_2^{3/2}} = \frac{N \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{(N-1)(N-2)S^3}$

• Le coefficient d'aplatissement C_a donné par : $C_a = \frac{m_4}{m_2^2}$

Ces paramètres sont estimés le plus souvent par :

- Méthode des moments (MM)
- Méthode des maximum de vraisemblance (MVS)
- Méthode des moments pondérés (MMP).

Les deux premières méthodes sont les plus fréquemment utilisées. En général, les valeurs estimées par la méthode des moments sont prises comme des valeurs initiales dans la méthode du maximum de vraisemblance.

*** Estimation par la méthode des moments**

Elle consiste à estimer, d'après l'échantillon autant de moments que la loi a de paramètres et à évaluer ces estimations aux valeurs théoriques, qui ne sont fonction que des paramètres à estimer.

On obtient un système de "n" équations à "n" inconnus

$$\mu'_r = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r f(x) dx$$

$$\mu_r = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^r f(x) dx$$

μ'_r , et μ_r sont les moments non centrés (respectivement moment centré) de la population d'ordre r et μ la moyenne de la population.

Une relation entre μ'_r et μ_r donnée par STUART et KENDALL 1987

$$\mu_r = \sum_{j=0}^r C_r^j \mu'_j (-\mu)^{r-j}$$

avec :

$$C_r^j = \frac{r!}{(r-j)!j!}$$

Les estimateurs sans biais de la moyenne, variance et coefficient de variation sont respectivement :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$S^2 = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

$$C_s = \frac{N \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{(N-1)(N-2)}$$

Où N est la taille de l'échantillon.

* Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance.

Le raisonnement de la méthode est basé sur la meilleure valeur d'un paramètre dans une fonction qui doit être celle qui maximise l'événement le plus favorable à savoir l'occurrence des données de l'échantillon.

Soit l'échantillon (x_1, x_2, \dots, x_n) , d'éléments indépendants et identiquement distribués; la possibilité que x_i apparait est : $f(x_i)dx$

Comme les observations sont indépendantes, la probabilité commune des occurrences est :

$$f(x_1).f(x_2)...f(x_n)(dx)^N = \left[\prod_{i=1}^N f(x_i) \right]$$

On maximise la fonction de vraisemblance $L = \prod_{i=1}^N f(x_i)$

Soit " θ_i " le paramètre à estimer $i=1, \dots, N$ pour que L soit maximale, deux conditions doivent être vérifiées

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial K}{\partial \theta_i} = 0 \\ \text{et} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_i^2} < 0 \end{array} \right\} \quad \forall i = 1, \dots, N$$

On réduit les deux conditions à une seule condition par :

$$\frac{\partial \text{Log } L}{\partial \theta_i} = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = 0$$

avec

$$L^* = \text{Log } L$$

** Estimation par la méthode des moments pondérés.*

Cette méthode consiste à choisir comme estimateur les solutions du système d'équations obtenues, en égalant les k moments pondérés de la population et les moments pondérés correspondants de l'échantillon

$$\beta_r = E [x (F(x))^r] = b_r \quad ; \quad r = 1, \dots, k$$

tel que :

β_r : moment pondéré d'ordre r de la population.

b_r : moment pondéré d'ordre r de l'échantillon.

Turkey (1962) a fait la remarque suivante quant à la comparaison des deux premières méthodes :

" L'analyse des données doit progresser par les réponses approximatives . La méthode simple des moments peut procurer des réponses acceptables pour les situations pratiques.

Dans des cas rares, où une infirmation précise est souhaitée, il est convenable d'appliquer la méthode de vraisemblance elle, donne des estimateurs meilleurs "

1.1.6. Quantiles et intervalles de confiance.

Le but de toute analyse fréquentielle est de chercher la valeur extrême, soit le quantile de la variable aléatoire correspond à une période de retour donnée

$$T = \frac{1}{[1 - F(x)]}$$

Qui n'est qu'une valeur estimée, de la variable aléatoire correspondante à une période de retour donnée.

Toute valeur estimée implique obligatoirement la définition de son intervalle de confiance pour une erreur décidée au départ.

Chow (1964) a proposé une formule simple et précise, pour n'importe quelle fonction de distribution de probabilité.

Cette formule est inspirée de la loi normale

$$x(T) = \mu + k(T) \sigma$$

où μ : moyenne de la population
 σ : écart type de la population
 T : période de retour
 $k(T)$: facteur de fréquence
 $X(T)$: le quantile

La valeur de $X(T)$ peut être approximée par :

$$x(T) = \bar{x} + k(T) \cdot S$$

Où, \bar{x} , S sont respectivement la moyenne et la déviation standard (écart type) de l'échantillon.

La valeur estimée est sujette à des erreurs. Elle est souvent présentée avec un rang ou intervalle de confiance.

La taille de l'intervalle dépend du niveau de confiance α . Ce qui signifie que la valeur du quantile est située dans un intervalle où les deux valeurs : inférieure ou supérieure sont les limites de cette intervalle.

Les limites peuvent être estimées par les méthodes suivantes:

*** Méthode de l'erreur standard.**

Elle repose sur l'idée que l'intervalle de confiance soit une distribution normale.

La valeur $X(T)$ est comprise entre

$$\bar{x}(T) \pm Z_{\alpha} \left[\text{Var} \{ \bar{x}(T) \}^{\frac{1}{2}} \right]$$

pour α que tel:

$$\begin{aligned} \bar{x}(T) &= E(x(T)) = E[\mu + k(T) \cdot S] \\ &= \mu + k(T) \cdot S \end{aligned}$$

On calcule (02) résultats importants pour évaluer les termes de variance, à savoir :

$$\text{Var}(\mu) = \sigma^2/N$$

$$\text{Var}(\sigma) = \sigma^2/2N$$

Valable pour μ , σ indépendants.

Néanmoins l'intervention du terme du facteur de fréquence complique davantage les calculs pour des cas où $k(T)$ est en fonction de c_s (coefficient d'asymétrie), on fait les approximations suivantes :

$$X(T)_{min} = X(T) - Z_{\alpha} S_e$$

$$X(T)_{max} = X(T) + Z_{\alpha} S_e$$

Où S_e est une fonction de $k(T)$ et s (déviation standard) et Z_{α} la variable standard de la loi normale.

Remarque : $\alpha=0,05$, $F(Z_{\alpha})=0,95$ et $Z_{\alpha}=1,645$.

* Méthode de NATRELLA (U.S. Water resources council 1981)

Quand l'indépendance de la moyenne et la variance n'est pas assurée, les méthodes d'estimations sont indispensables. La méthode de NATRELLA est conçue spécialement pour la loi pearson III, pourtant elle peut être généralisée pour les fonctions de probabilité de même genre.

Cette méthode est basée sur l'ajustement du facteur de fréquence. La valeur supérieure $U_{T,\alpha}$ respectivement la valeur inférieure $L_{T,\alpha}$ sont données par :

$$U_{T,\alpha} = \bar{y} + S_y K^u_{T,\alpha}$$

$$L_{T,\alpha} = \bar{y} + S_y K^L_{T,\alpha}$$

S : dérivé standard des logarithmes des valeurs absolues

\bar{y} : est la moyenne des logarithmes des valeurs observées

$K^u_{T,\alpha}, K^L_{T,\alpha}$: sont des limites supérieurs et inférieurs respectivement de fréquence telle que

$$k^u_{T,\alpha} = \frac{k_T + \sqrt{k_T^2 - a b}}{a}$$

$$k^L_{T,\alpha} = \frac{k_T - \sqrt{k_T^2 - a b}}{a}$$

où :

$$a = 1 - Z_{\alpha}^2 / 2(N-1)$$

$$b = k_T^2 - Z_{\alpha}^2 / N$$

Et Z_{α} est la variable aléatoire standard de la loi normale ($Z_{0,05} = 1,645$).

1.2. Présentation des différentes méthodes d'estimation

Sont les plus simple à mettre en oeuvre et les plus fréquemment utilisées, basées sur l'ajustement direct d'une loi statistique donnée ou débit maximal annuel. Ces lois sont très nombreuses. Parmi elles, nous comptons cinq lois généralement utilisées pour l'estimation des crues : Loi de Gumbel, loi log normal, loi Pearson III, loi log Pearson III et loi Weibull.

Ces lois statistiques comportent généralement deux ou trois paramètres. Il faut rappeler toutefois que ces méthodes n'échappent pas à toutes les incertitudes inhérentes à toute science de la nature à savoir :

- Les erreurs systématiques sur les observations.
- L'hétérogénéité des données au sein d'une même population que celle provenant d'un mélange de population.
- L'inadéquation de la loi de probabilité utilisée.
- Les incertitudes ou " erreurs " d'échantillonnage.

1.2.1. Les lois d'ajustement

1.2.1.1. Généralités

Les lois utilisées sont des distributions théoriques continues dont les paramètres sont déterminés soit par la méthode des moments, soit par celle du maximum de vraisemblance.

L'annexe "A" regroupe les cinq lois utilisées avec leurs caractéristiques théoriques.

L'ajustement d'une loi théorique à un échantillon passe par les étapes suivantes :

- ◆ Classement des valeurs de l'échantillon par ordre croissant ou décroissant, selon que l'on travaille à la fréquence au dépassement ou à la fréquence au non dépassement.
- ◆ Calcul de la fréquence expérimentale par l'une des formules empiriques qu'on a citées.
- ◆ Calcul des caractéristiques empiriques de l'échantillon (moyenne, écart type, coefficient de déviation...etc.) par les méthodes d'estimations.
- ◆ Report sur papier à probabilité approprié les observations.
- ◆ Ajustement graphique de la loi à notre échantillon.
- ◆ Test d'adéquation de la loi d'ajustement.
- ◆ Calcul du quantile.
- ◆ Calcul de l'intervalle de confiance.

1.2.1.2. Critères de choix d'une loi de probabilité

Très souvent, le choix final d'une loi théorique repose sur son adéquation à l'échantillon observé. Cette adéquation est mesurée par des tests appropriés non paramétriques permettant de tester le comportement de l'ensemble de la loi par rapport de l'échantillon observé.

Parmi ces tests, on a :

- Test de Khi-deux.
- Test de Kolmogorov-Smirnov.
- Test du coefficient de corrélation.
- Test de la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts.

• Test de KOLMOGOROV SMIRNOV.

Pour un échantillon de taille N , le critère de ce test est la différence entre la fonction de distribution théorique $F(x)$ et la fonction de distribution empirique de l'échantillon $F_N(x)$.

Pour que la fonction de distribution théorique $F(x)$ représente bien l'échantillon, elle doit être proche de la fonction de distribution empirique $F_N(x)$ avec une signification α .

On définit alors le nombre D_N tel que :

$$D_N = \text{Max} | F(x) - F_N(x) |$$

Le test de KOLMOGOROV-SMIRNOV D_N est une variable aléatoire de fonction de distribution $L(Z)$ tel que :

$$L(Z) = \lim \{ P_r (N^{0.5} D_N \leq Z) \} \quad \text{quand } N \rightarrow \infty$$

$$L(Z) = \frac{\sqrt{2\pi}}{Z} \sum \exp \left\{ \frac{-(2k-1)^2 \pi^2}{8Z^2} \right\}$$

Il est important de noter que $L(z)$ est indépendant de la forme que prend $F(x)$.

Nous allons à vérifier que :

$$D_N \leq D_{N,\alpha} \text{ avec } \alpha \text{ niveau de signification}$$

$$P_r(D_N \leq D_{N,\alpha}) = 1 - \alpha$$

Les valeurs de $D_{N,\alpha}$ sont données par le tableau suivant :

N	$D_{N,0.05}$	$D_{N,0.01}$	N	$D_{N,0.05}$	$D_{N,0.01}$
15	0.338	0.404	20	0.294	0.356
16	0.328	0.392	25	0.27	0.36
17	0.318	0.381	30	0.24	0.29
18	0.309	0.371	35	0.23	0.27
19	0.301	0.363	> 35	$1.36/N^{1/2}$	$1.63/N^{1/2}$

Tab.1.1. Valeurs de $D_{N,\alpha}$

• Test de Khi-deux

La mise en œuvre de ce test consiste à calculer la quantité

$$\chi_{ob} = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - e_i)^2}{e_i}$$

Avec e_i effectif théorique calculé

N_i effectif observé .

Pour que le test soit accepté, il faut que $e_i \geq 5$, $i=1, \dots, N$.

La distribution expérimentale est répartie en classe de façon que dans chaque classe il en soit ainsi . Il a été établi que χ_{ob}^2 suit une loi de type χ^2 de degré de liberté $v = k - c - 1$, ou « c » est le nombre de paramètres linéairement indépendants et « k » est le nombre de classes .

L'adéquation de la loi est acceptée si $\chi_{ob}^2 \leq \chi_{v,1-\alpha}^2$

Les valeurs de $\chi_{v,1-\alpha}^2$ sont tabulées en fonction de v et la probabilité $p = 1 - \alpha/2$.

• Test du coefficient de corrélation

Ce test consiste à mesurer la linéarité de la probabilité (Filliben, 1975; Vogel, 1986, 1987). Il consiste à calculer le coefficient de corrélation ρ entre les couples (x_i, w_i) ou $i=1, \dots, N$. Soit donc l'expression de ρ :

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(w_i - \bar{w})}{\left[\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (w_i - \bar{w})^2 \right]^{1/2}}$$

Où w_i le quantile calculé par le moyen de la distribution théorique sachant que $F(w_i)=F_i$. Si le coefficient de corrélation est proche de 1. La loi est adéquate, sinon l'adéquation de la loi est rejetée (mauvais ajustement).

Si par exemple le cas de la loi de Gumbel où ρ n'est pas proche de 1, un autre test consiste à comparer ρ par rapport à la valeur critique $\rho_{v,\alpha}$ (Chowdhury et al., 1991) ou ($v = n-2$) si $\rho > \rho_{v,\alpha}$ ($\alpha = 5\%$), la loi est adéquate.

• Test de la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts.

Ce test utilisé (Nerc, 1975; Karim, Chowdhury, 1995) pour déterminer la meilleure distribution, il est exprimé par l'expression suivante :

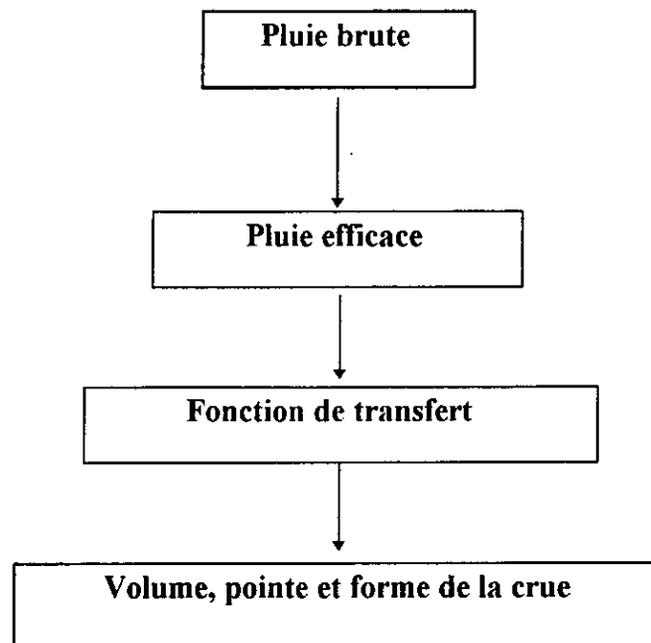
$$RMSD = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - w_i}{x_i} \right)^2 \right]^{1/2}$$

La loi est considérée adéquate si la RMSD est proche de zéro RMSD (Root Mean Square Derivation).

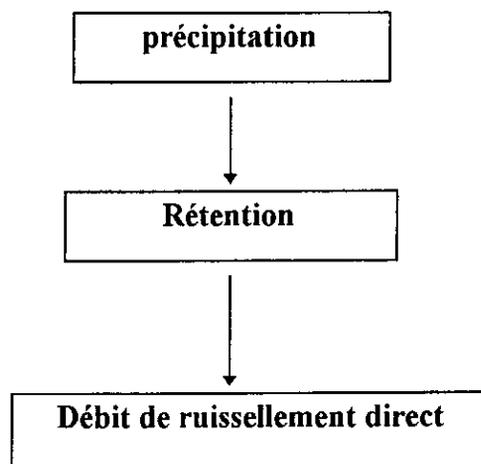
1.3. Méthode de Gradex :

La méthode de Gradex (Guillot et Duband, 1967), (Duban, Garçon, 1992) développée à l'origine par les ingénieurs d'électricité de France, est une approche hydrométéorologique probabiliste du calcul des débits de crues extrêmes pour des périodes de retour comprise entre 100 et 10000 ans.

La méthode de Gradex est basée sur le processus physique global suivant :



Mais, sans référence à un mécanisme précis, compte tenu de la complexité dynamique de celui-ci. Pour cela, le processus spatio-temporel ci-dessous est traité comme un 'processus statistique'.



Le principe de la méthode de Gradex, qui s'appuie sur les observations climatologiques historiques, est de déduire le comportement asymptotique de la loi de probabilité des volumes de crues rares de la loi de probabilité des cumuls des pluies extrêmes.

Le Gradex « a » (Gradient des valeurs extrêmes ou gradient exponentiel) est défini comme étant un paramètre proportionnel à l'écart-type des fortes précipitations.

Le Gradex est un invariant climatologique saisonnier et local dépendant de la situation géographique.

Cependant des hypothèses sont émises :

- La pluie maximale d'une année P est une variable aléatoire.

- F : La probabilité qu'une année donnée, cette pluie maximale soit inférieure ou égale à la valeur P .

La première hypothèse :

Consiste à supposer que P suit une loi de Gumbel de paramètres $1/a$ et P_0 (Michel et AL 1990).

$$\text{Donc } F(P) = \exp[-\exp(-1/a(p-p_0))]$$

$$\text{d'où } P = P_0 - a \ln(-\ln F).$$

Avec : P_0 : Paramètre de position.
 a : Paramètre d'échelle (Gradex).

La deuxième hypothèse :

Le débit maximal annuel, sur une même durée, a alors une distribution qui tend, pour la même fréquence au dépassement vers une loi de Gumbel de même paramètre d'échelle de celle des pluies maxima pour F dépassant un certain seuil F_g .

Donc, la fonction de distribution des débits extrêmes s'extrapole, au-delà d'un seuil F_g , de manière à devenir asymptotiquement parallèle à celle des pluies extrêmes (Cemagref, 1979). Dans les coordonnées de Gumbel, les débits sont extrapolés selon une droite dont la pente est le Gradex des pluies comme le montre la figure 1.2.

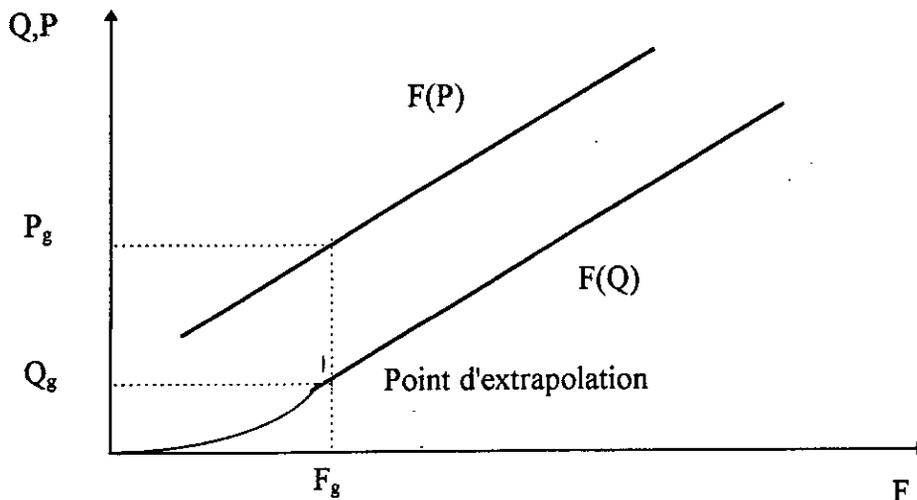


Fig. 1.2 : Schéma de base de la méthode de Gradex

Il est à remarquer que les débits sont exprimés dans la même unité que les pluies (moyennant une transformation des volumes écoulés sur le temps de base en lame d'eau répartie sur la surface du bassin).

Une difficulté d'application de cette méthode réside dans la détermination du seuil F_g et de Q_p . Pour des bassins qui réagissent assez bien aux pluies, il est habituel de prendre F_g dans l'intervalle $[0.9, 0.99]$ et de déterminer Q_g de façon à assurer la continuité de la distribution ajustée aux débits observés au point F_g .

L'objectif est d'obtenir $F(Q)$. Pour établir la fonction de répartition des débits $F(Q)$, les hypothèses formulées précédemment nous permettent à partir de la connaissance de la fonction de répartition des pluies $F(p)$ et de la fonction de densité de probabilité conditionnelle des débits $f(Q)$ d'écrire (Cemagref, 1979).

$$F(Q) = \int_{Q=0}^Q \int_{p=0}^{+\infty} f(q) dF(p) dQ$$

Le calcul de cette intégrale fournit la courbe $F(Q)$ qui, est représentée par une courbe positive et tend à devenir parallèle à la fonction de distribution des précipitations $F(p)$.

1.3.1 Méthode du Gradex progressive, variante dite esthétiques :

L'idée de base de cette variante est de chercher une formule simple permettant de passer graduellement d'un gradex des débits a_q à celui des pluies a_p . La formule doit être établie de telle façon qu'elle puisse traduire une évolution raisonnable de a_q (pas trop lente) pour toujours assurer l'objectif de la méthode du Gradex proprement dite qui est d'aller dans le sens de la sécurité. Cette idée peut-être schématisée dans la figure 1.3.

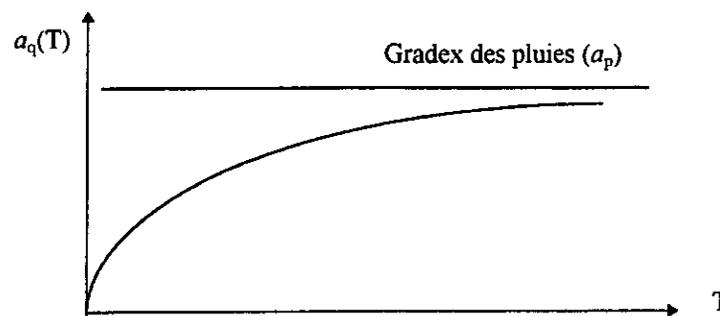


Fig1.3 : Evolution progressive du gradex des débits (a_q) vers le gradex pluies (a_p).

Mathématiquement, on peut exprimer la formule par l'expression :

$$a(T) = a_p \frac{T}{T + \alpha} \quad (1.1)$$

qui répond bien à l'objectif puisque a tend vers a_p lorsque la période de retour T tend vers l'infini.

En fait, le but de la manoeuvre est d'exprimer le variable débit Q au delà de la période d'observations. Mais celle-ci est pilotée par son gradex comme le montre la définition même du gradex :

$$a = \frac{dQ}{d \ln T} \quad (1.2)$$

les relations (1.1) et (1.2) donnent l'équation différentielle suivante :

$$dQ = a_p \frac{1}{T + a} dT \quad (1.3)$$

L'intégration de l'équation (1.3) donne :

$$Q = \beta + a_p \ln(T + a) \quad (1.4)$$

Les constantes α et β sont déterminées par un choix convenable de deux conditions aux limites :

Première condition au limite : l'extrapolation par le gradex des pluies, se fait à partir de (T_g, Q_g) , la relation (1.4) donne :

$$Q_g = \beta + a_p \ln(T_g + \alpha)$$

Deuxième condition au limite : à T_g , on égalise les gradex a et a_q , la relation (3.1) fournit :

$$a_q = a_p \frac{T_g}{T_g + \alpha}$$

$$D'ou: \beta = Q_g - a_p \ln(T_g + \alpha) \quad \text{Avec: } \alpha = \frac{(a_p - a_q)T_g}{a_q}$$

et par suite :

$$Q_T = Q_g + a_p \ln \left[1 + \frac{(T - T_g)}{a_p T_g} \right] \quad (1.5)$$

Cette relation suppose que le gradex des débits observés (a_q), et le gradex des pluies (a_p) sont indépendants de la période de retour T

La représentation graphique de la relation (1.5) est schématisée dans la figure 1.4.

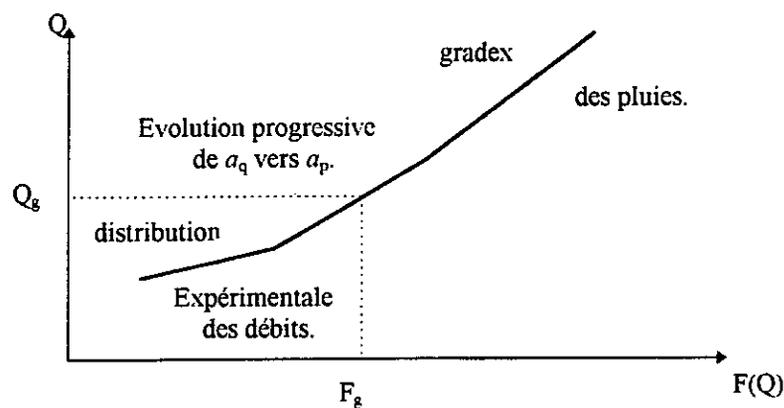


Fig 1.4. : Extrapolation progressive des débits à partir du seuil (T_g, Q_g) par le gradex des pluies.

1.3.2 Méthode du Gradex progressive, variante dite intégrée.

Cette variante raisonne a priori sur la variable aléatoire Q de type valeur supérieure (Michel et Oberlin, 1990), mais elle peut être utilisée également pour les valeurs maximales.

La formulation de cette variante est semblable à celle dite esthétique (§ 1.4.2), sauf qu'ici le raisonnement est fait directement sur le variable débit, c'est à dire qu'on intègre dans une même approche les observations des débits et l'extrapolation T_g . Une expression de la forme :

$$Q = a_p \ln(T + \alpha) + \beta \quad (1.6)$$

est compatible avec le comportement asymptotique des débits imposé par la méthode du Gradex. Si on définit, ε par :

$$Q = a_p \ln T + \varepsilon + \beta$$

On voit que lorsque la période moyenne de retour T tend vers l'infini, ε tend vers zéro.

La détermination des paramètres α et β se fait en choisissant judicieusement deux conditions aux limites :

Première condition au limite : On se propose de prendre pour seuil, la $(n+1)$ ième valeur par ordre décroissant, n étant le nombre d'années d'observations. La relation (1.6) s'écrit :

$$Q_{n+1} = a_p \ln(1 - \alpha) + \beta \quad (1.7)$$

Deuxième condition au limite : On égalise la moyenne expérimentale et la moyenne théorique :

$$\mu = \int_0^1 Q dF = \bar{Q}$$

Par intégration, on déduit :

$$a_p \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \ln(1 + \alpha) + \beta = \bar{Q} \quad (1.8)$$

Les relations (1.7) et (1.8) conduisent au système :

$$\begin{cases} \beta = (1 + \alpha) Q_{n+1} - \alpha \bar{Q} \\ \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha) = \frac{(\bar{Q} - Q_{n+1})}{a_p} \end{cases} \quad (1.9)$$

qui peut être résolu graphiquement, ou par méthodes numériques simples.

La variante proposée ici intègre l'étude statistique des valeurs supérieures et le modèle du gradex, dans une même approche qui peut être utilisée pour les bassins versant plutôt imperméable. Elle est cependant généralisable dans tous les cas où la méthode du gradex s'applique. Elle a l'inconvénient de " reprendre " le domaine de fréquence $F < F_g$ dit de l'avant gradex, ce qui peut gêner les modèles ou les procédures qui ont des règles rigides pour ce domaine observable.

1.4. Méthode de l'hydrogramme unitaire

1.4.1. Généralités :

Cette méthode ne peut être appliquée sans la connaissance des différents termes de l'écoulement qui le composent entre autres :

- * L'écoulement est la quantité d'eau circulant dans le réseau hydrographique, c'est un paramètre mesurable exprimé en débit (m^3 / s) ou bien en lame d'eau (mm)
- * Le ruissellement de surface est la quantité d'eau qui au cours d'une précipitation échappée à l'infiltration et à l'évapotranspiration, il est difficilement mesurable et s'exprime souvent par le coefficient de ruissellement .
- * Toute averse engendre un hydrogramme donnant le débit en fonction de temps .
- * L'averse est une pluie de durée, se caractérise par un hyétogramme donnant en fonction de temps, l'évolution de l'intensité de la pluie . Cependant , tout hydrogramme observé ne représente pas forcément l'écoulement de surface. Le ruissellement n'est qu'un paramètre important du bilan hydrologique mesuré souvent par la pluie nette.

1.4.2. Diverses composantes de l'écoulement :

Les eaux provenant des précipitations et de la fonte des neiges atteignent le lit du cours d'eau par quatre voies différentes :

- Le ruissellement ou écoulement de surface.
- L'écoulement hypothermique .
- L'écoulement souterrain .
- Les précipitations tombant directement sur les nappes d'eau libre .

Les différentes composantes de l'hydrogramme sont obtenues de la manière suivante:

La première méthode simple pour séparer l'hydrogramme résultant de l'hydrogramme de base est d'estimer ce dernier, le point A marqué sur la Fig. 1.5.a.

Le tracé d'une horizontale en hydrogramme de base conduit à sous estimer le temps de base de l'hydrogramme de ruissellement .

On préfère choisir un point D qui correspond à un temps T_d se situant N jours après le moment de la pointe .

La situation du point D est marquée par une cassure dans l'hydrogramme, sinon le nombre de jours N est évalué par la formule empirique suivante:

$$N=0.82 \cdot A$$

où:

N: nombre de jours

A : aire du bassin versant en Km^2

Une méthode plus raffinée consiste à dessiner l'hydrogramme total sur un papier semi-logarithmique, la courbe de tarissement sera représentée par une droite DE comme il est montré dans la figure Fig.1.5.b.

Le point « A' » marque le début de ruissellement, tandis que le point « D » marque la fin de l'écoulement superficiel.

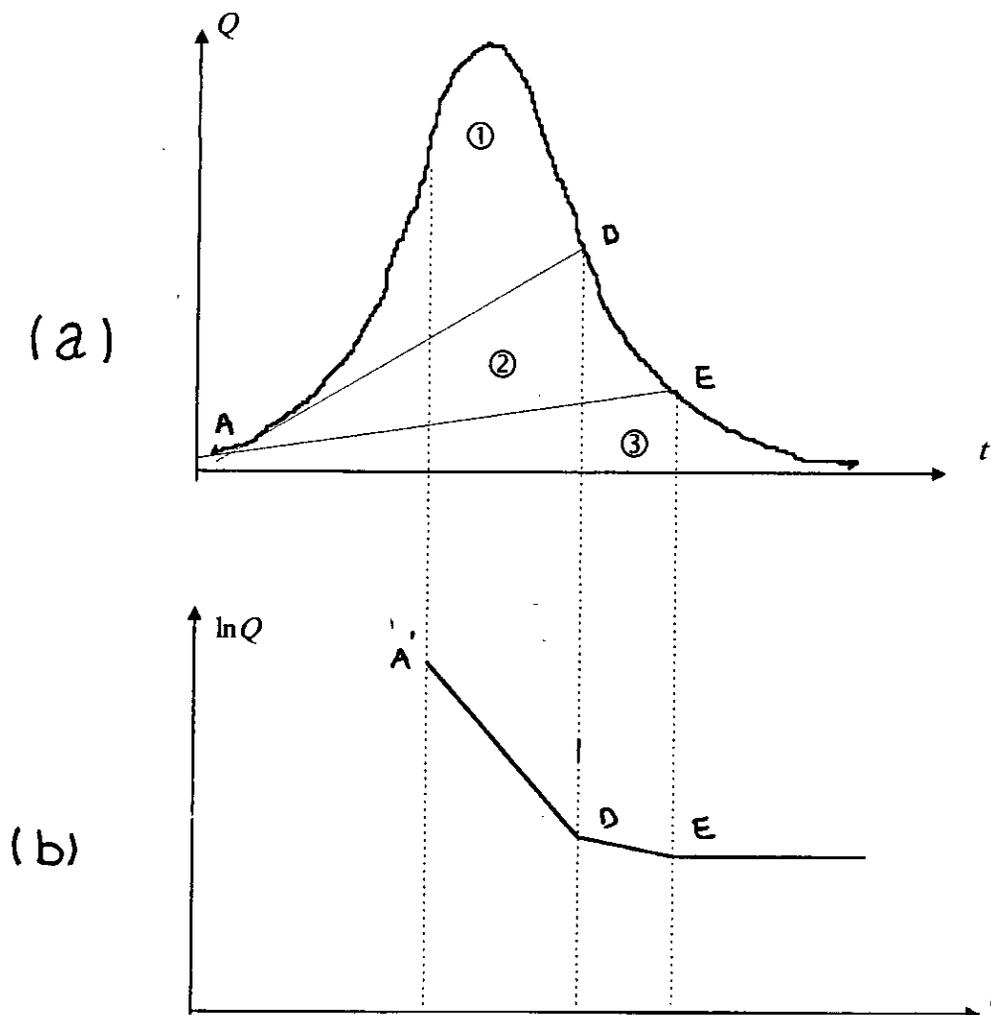


Figure 1.5 Décomposition de l'hydrogramme de crue

- ① Ruissellement pur.
- ② Ecoulement hypodermique.
- ③ Ecoulement souterrain.

1.4.3 Concept théorique de la

Développée par SHERMAN et al., cette méthode de bassin versant apporté par un simple r

L'hypothèse principale de cette système linéaire. En d'autre terme, correspond à l'exutoire du bassin; la convolution suivante :

$$Q(t)$$

Où $u(t-\tau)$ est la fonction dite de tr intensités sont données sous forme d l'intensité I_i avec $i = 1, \dots, m$ dont l pour chaque même pas du temps, on a le L'intégrale de convolution dans ces con

$$Q_i$$

Cette formulation peut écrite sous la forme matricielle suivante:

$$[Q] = [H][U]$$

Avec :

$$[H] = \begin{bmatrix} H_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ H_2 & H_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_3 & H_2 & H_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ H_m & H_{m-1} & \dots & \dots & H_1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & H_m & H_{m-1} & H_{m-2} & \dots & H_2 & H_1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & H_m & H_{m-1} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & H_m \end{bmatrix}$$

avec:

$$t_k = k t_1 \quad , \quad k = 1, \dots, n-m+1$$

Les couples $(t_k, g(t_k))$ forment la courbe dite courbe en S . Celle-ci est notée par $(\Delta t_1 - S.curve)$, (Cf. Fig. 1.6).

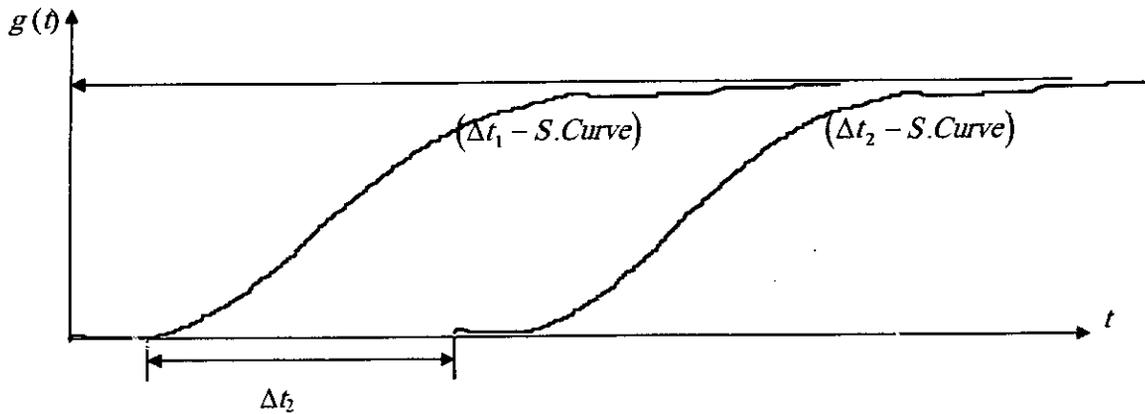


Fig.1.6. La méthode des courbes en S

La courbe $(\Delta t_2 - S.curve)$ est obtenue par une translation parallèle à l'axe des temps de la courbe $(\Delta t_1 - S.curve)$ d'un pas Δt_2^t .

L'hydrogramme unitaire est alors donné par l'ensemble des couples (t_j, u'_j) :

$$t_j = t_{j-1} + \Delta t_2$$

$$u'_j = 1 / \Delta t_2 [g(t_j) - g(t_j - \Delta t_2)]$$

où $j=1, \dots, n-m+1$, avec $t_0 = 0$, (Show, 1988).

1.4.4.1. Hydrogramme unitaire : Formulation simple

L'hydrogramme unitaire est obtenu par une transformation affine de l'hydrogramme de crue donnée comme suit:

$$u_i = C_r Q_i \quad , \quad i = 1, \dots, n$$

avec:

u_i : débit de crue unitaire en m^3 / s

Q_i : débit de crue observé en m^3 / s

C_r : coefficient défini comme étant le rapport du volume d'une lame ruisselée de 1mm sur le volume de l'hydrogramme observé.

Ainsi, le rapport d'affinité entre l'hydrogramme de crue et son hydrogramme unitaire est défini pour un ruissellement de 1mm :

$$C_r = \frac{A \cdot 10^3 \cdot 1.m\text{m}}{\text{Volume.de.la.crue}}$$

A : et la surface du bassin en km^2

Le volume de la crue est exprimé en m^3

Le temps de pluie efficace peut être calculé par les formules SNYDER à savoir :

$$\begin{aligned} t_e &= t_r / 5.5 \\ t_m &= 0.5t_e + t_r \end{aligned} \quad (1)$$

où : t_e : temps de la pluie efficace (heure)

t_r : temps de réponse : c'est l'intervalle de temps entre l'instant correspondant au centre de gravité de l'hydrogramme et celui afférent à la pointe (voir Fig. 1.7) exprimé en heure

t_m : temps de montée observé en heure

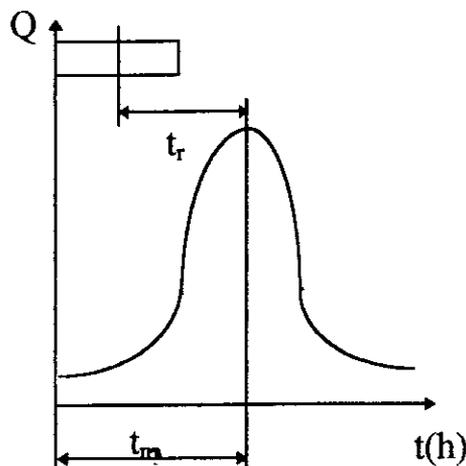


Fig.1.7. Hydrogramme de Snyder

1.5. Méthode dite de renouvellement

Cette méthode considère l'ensemble du processus débits journaliers, et tous les événements qui dépassent un certain seuil S_0 . De la sorte, les événements importants figurent bien dans l'échantillon, et ceux qui sont mineurs ne s'y trouvent pas, ce qui améliore l'homogénéité des séries.

La suite de ses événements forme alors un processus de renouvellement. On combine ainsi deux aléas :

- l'occurrence dans le temps des événements dépassant un seuil S_0 .
- l'amplitude des événements qui dépassent ce seuil (Fig. 1.8).

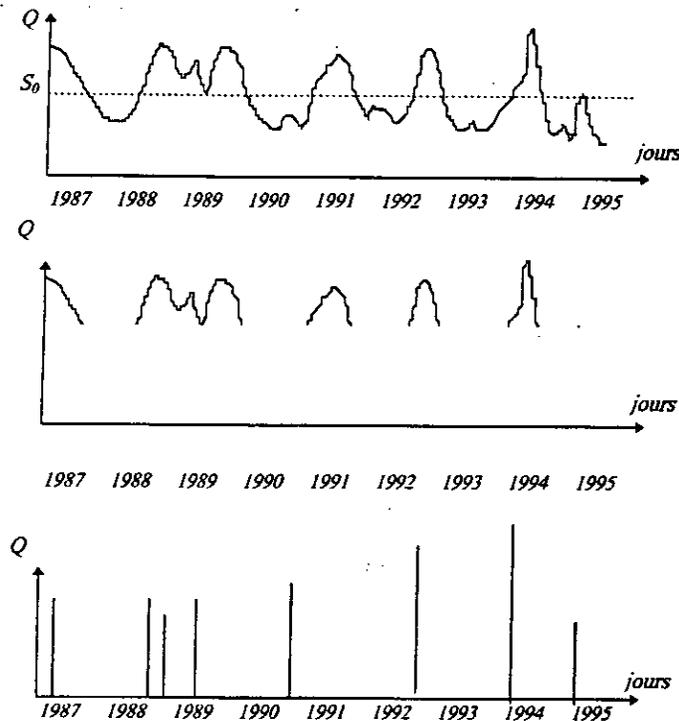


Fig.1.8. Procédure de renouvellement constituée par les crues dépassant un seuil S_0

Le calcul de la probabilité $F(Q_0)$, pour qu'une crue q la plus forte de l'année, ne dépasse pas une valeur Q_0 , s'effectue en appliquant les règles de composition des probabilités d'événements indépendants (Miquel, 1983).

$$P(q < Q_0) = \sum_{m=0}^{+\infty} P^m \quad (\text{Au cours de l'année, } \exists m \text{ crues } > S_0 \text{ et tous } < Q_0).$$

Si $P(m) = P(\exists m \text{ crues } > S_0 \text{ au cours de l'année})$ et $G(Q_0) = P(q < Q_0 / q > S_0)$ soit donc :

$$F(Q_0) = \sum_{m=0}^{+\infty} P(m) G(Q_0)^m$$

Où $P(m)$ est habituellement représentée par une loi de Poisson, de paramètre μ et $G(Q_0)$ est une loi peut prendre la forme générale suivante :

$$G(Q_0) = 1 - \exp\{-r[\xi(Q_0) - \xi(S_0)]\}$$

avec $\xi(Q_0)$ peut être égale à Q_0 , Q_0^2 ou $\ln Q_0$,

ou bien :

$$G(Q_0) = 1 - \exp\{-1/a (Q_0 - S_0)^r\}$$

si $G(Q_0) \rightarrow 1$ alors $F(Q_0)$ est approchée par l'expression simple suivante :

$$F(Q_0) = 1 - \mu[1 - G(Q_0)]$$

sachant que :
$$\mu = \sum_{m \geq 0} mP(m).$$

1.5.1. Choix du seuil.

La valeur du seuil S_0 doit être choisie judicieusement et doit satisfaire le critère d'indépendance des événements retenus.

Lorsque l'on observe l'évolution du nombre moyen des crues échantillonnées μ en fonction du seuil (Fig. 1.9), on constate qu'un seuil trop bas induit la sélection de petits maxima qui ne sont pas toujours indépendants.

Le relèvement du seuil permet d'éliminer ces valeurs indésirables. De même, il est conseillé de choisir un seuil situé en milieu de la zone 3.

Le début de la zone 3 ne garantit pas complètement l'indépendance des crues échantillonnées et la fin, il donne un échantillonnage omettant beaucoup de crues intermédiaires (Lang, 1995).

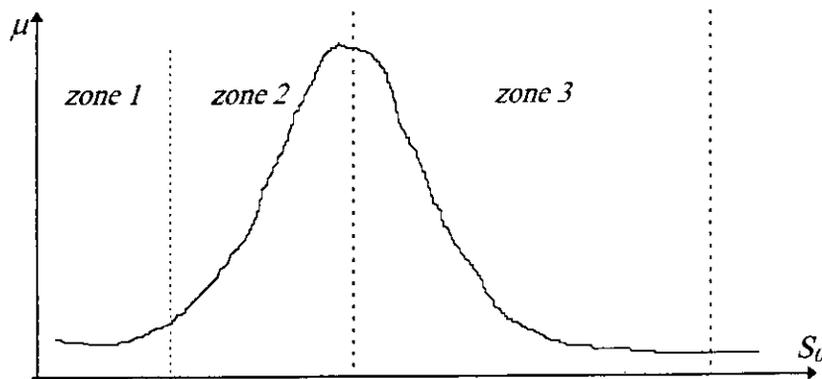


Fig.1.9. Variation du nombre moyen de crues sup-seuil en fonction du seuil

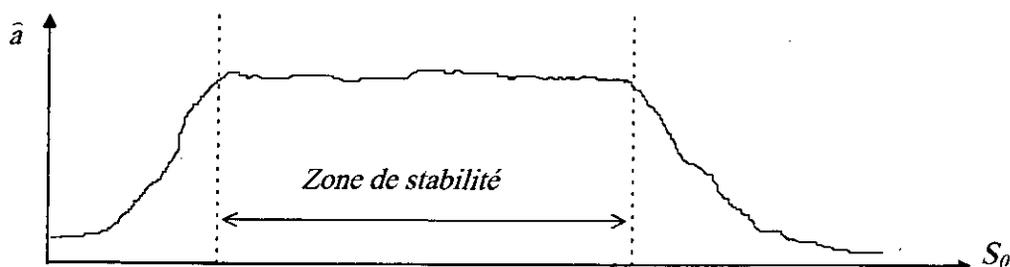


Fig.1.10. Variation de la valeur moyenne de dépassement en fonction du seuil

Plusieurs auteurs, (Davison et Smith, 1990 ; Naden et Bayliss, 1993) ont proposé de choisir un seuil compris dans la zone de stabilité du graphe $\bar{Q} - S_0 = f(S_0) = \hat{a}$ (Figure 1.10) où \hat{a} est l'estimation du paramètre d'échelle de la loi de Gumbel.

1.5.2. Utilisation pratique de la méthode dite de renouvellement

- constituer la série des débits moyens journaliers dépassant un seuil S_0 fixe.
- constituer la série $(n_j, j=1, \dots, n_a)$ du nombre de crues de chaque année ayant dépassé le seuil S_0 .
- L'échantillon $(n_j, j=1, \dots, n_a)$ doit être ajusté à la loi de Poisson de paramètre $\mu = n/n_a$.
- La série des débits doit être ajustée à la loi $G(Q)$ donnée par:

$$G(Q) = 1 - \exp\{-r[\xi(Q) - \xi(S_0)]\}$$

où :

$$G(Q) = 1 - \exp[-r(Q - S_0)^p]$$

- Si la loi $G(Q)$ est du type exponentiel, on estime les paramètres de la loi soit par la méthode des moments ou de maximum de vraisemblance.

- Le quantile de débit pour une période de retour T est déterminé en résolvant l'équation suivante :

$$F(Q) = 1 - \frac{1}{T} = 1 - \mu \{-\rho[\xi(Q_T) - \xi(S_0)]\}$$

d'où :

$$Q_T = \xi^{-1} \left[\xi(S_0) + \frac{1}{\rho} \ln T \mu \right]$$

- Dans le cas où $G(Q)$ est une loi de Weibull, l'estimation des paramètres r et p de la loi par la méthode de maximum de vraisemblance, conduit au système d'équations non linéaires suivant :

$$\begin{cases} \frac{n}{r} - \sum_{i=1}^n (Q_i - S_0)^p = 0, \\ \frac{n}{r} + \sum_{i=1}^n \ln(Q_i - S_0) - r \sum_{i=1}^n (Q_i - S_0)^p \ln(Q_i - S_0) = 0. \end{cases}$$

Le quantile de période de retour T est donné par:

$$Q_T = S_0 + \left[\frac{\ln(\mu T)}{r} \right]^{1/p}$$

*** Remarque :**

Il est souhaitable d'effectuer de nouveau, toutes les opérations çï - dessus avec un seuil S_1 plus élevé, pour que les résultats ne soient pas sensiblement modifiés. Dans le cas contraire, il faut recommencer avec un seuil S_2 et ainsi de suite (Miquel, 1983).

II. MÉTHODES SEMI-EMPIRIQUES ET EMPIRIQUES (EN ABSENCE DES DONNEES)**INTRODUCTION**

Il existe de nombreuses méthodes empiriques pour l'estimation des crues, et leur étude détaillée permet une vue d'ensemble du développement historique de l'hydrologie. Les traités d'hydrologie donnent les formules les plus souvent utilisées et leurs domaines d'application (Chow, 1964, 1968; Giandotti, 1937; Raudkivi, 1979). D'une façon générale, les formules empiriques s'appuient surtout sur des informations d'ordre général qui ressortent de la comparaison d'un grand nombre de bassin versants.

2.1. FORMULE D'ISKOVSKI

Cette formule consiste à calculer le débit maximal de crue par l'expression suivante:

$$Q_{\max} = n \cdot m \cdot \bar{P} \cdot A \quad \text{en m}^3 / \text{s}$$

Où: \bar{P} : la précipitation moyenne inter-annuelle en m,

A : surface du bassin versant en km^2 ,

n : coefficient caractérisant la morphologie du bassin versant (Tableau 1.2) et type du sol,

m : coefficient variant de 1 à 10 suivant l'étendue du bassin versant (Tableau 1.3).

Tab.1.2.: Valeurs de coefficient n en fonction du type du sol de la morphologie du bassin versant.

Nature du B.V.	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4
Bassin de plaine	0.030	0.055	-	-
Bassin colinéaire	0.035	0.070	0.125	-
Bassin de moyen montagne	0.040 ÷ 0.055	0.082 ÷ 0.14	0.155 ÷ 0.290	0.40 ÷ 0.55
Bassin de 4 montagnes	0.06 ÷ 0.08	0.16 ÷ 0.21	0.36 ÷ 0.60	0.60 ÷ 0.80

Type 1: Sol très perméable recouvert de végétation ordinaire ou sol varié à forte végétation .

Type 2: Sol à perméabilité moyenne.

Type 3: Sol peu perméable recouvert de végétation ordinaire et terrain fortement inclinés .

Type 4: Sol imperméable avec peu ou sans végétation

Tab. 1.3: Valeurs du coefficient m en fonction de la surface du bassin versant.

$A(km^2)$	1	10	20	50	100	200	500	1000	2500
m	10.00	9.50	9.00	7.95	7.40	6.87	5.90	4.70	1.00

2.2. FORMULE DE MALLET- GAUTHIER.

Dans leurs études sur « les problèmes de l'eau en Algérie » Mallet et Gauthier ont établi une formule exprimant le débit maximum en fonction des précipitations, de la surface du bassin versant ainsi de ses caractéristiques géographiques et climatiques, et de la période de retour T .

$$Q_{\max,T} = 2k \ln(1 + 20\bar{H})A \sqrt{\frac{1 + 4\ln T - \ln A}{L}} \quad \text{en } m^3 / s$$

Où k : constante comprise entre 1 et 3,

\bar{H} : précipitation moyenne interannuelle (m),

L : longueur du cours d'eau principal (km),

A : surface du bassin versant (km^2),

T : période de retour (ans).

2.3. FORMULE DE TURAZZA.

Cette méthode utilise l'intensité moyenne maximale des précipitations déterminées sur un intervalle de référence égal au temps de concentration t_c du bassin versant:

$$Q_{\max,T} = \frac{1}{3.6} C \cdot \bar{i}_{\max} \cdot A \quad \text{en } m^3 / s$$

Où :

A : surface du bassin versant (km^2),

\bar{i}_{\max} : intensité moyenne maximale des précipitations pendant une durée égale au temps de concentration (mm/h),

C : coefficient de ruissellement de la crue considérée pour la période de retour T , il dépend de la crue. Le tableau 1.4 donne les valeurs de C en fonction de la période de retour.

1/36 : Facteur de conversion des unités

Tav. 1.4. : Valeurs de coefficient C en fonction de T .

T (ans)	C
10	0.6
20	0.68
50	0.75
100	0.82
1000	0.87
10 000	0.90
50 000	0.98

2.4. FORMULE DE GIANDOTTI.

Cette méthode utilise les caractéristiques topographiques du bassin versant ainsi la précipitation pour une durée égale au temps de concentration:

$$Q_{\max,T} = \frac{C \cdot A \cdot H_T \sqrt{\bar{H}_{\text{moy}} - H_{\text{min}}}}{4\sqrt{A} + 1.5L}$$

Où :

A : surface du bassin versant en km^2 ,

L : longueur du cours d'eau principal en km,

\bar{H}_{moy} : altitude moyenne du bassin versant en m,

H_{min} : altitude minimale du bassin versant en m,

C : coefficient dépend de la topographie du bassin variant entre 66 et 166,

H_T : lame d'eau précipitée de périodes de retour T pendant une durée égale au temps de concentration.

2.5. FORMULE DE FULLER.

Fuller a introduit la notion fondamentale de la variation du débit maximal probable en fonction de la durée de retour T . La formule initiale de Fuller était:

$$q(T) = q_m (1 + 0.8 \ln T)$$

avec:

$q(t)$: maximal de débit journalier qu'on a des chances de retrouver une fois au cours d'une période de T années (débit journalier de fréquence $1/T$),

q_m : moyenne des débits maximaux journaliers (moyenne des crues annuelles) calculée d'après les valeurs disponibles.

Pour passer des débits maxima moyens journaliers aux débits instantanés de pointe, Fuller propose la formule:

$$Q_{\max,T} = q(T) \left[1 + \frac{2.66}{A^{0.33}} \right]$$

La complexité du phénomène de formation et de propagation des crues explique facilement le caractère approximatif des formules empiriques. Leur principal avantage est leur simplicité mais, étant donnée qu'elles ont été établies sur des bassins versants particuliers et pour des caractéristiques particulières d'ordres topographique, géomorphologique, géologique et météorologique, elles peuvent être inexactes lorsqu'on les applique à d'autres bassins versants ou d'autres régions comportants des caractéristiques hydrologiques différentes. Pour cette raison, les résultats obtenus par l'application de ces formules doivent être utilisés avec prudence.

2.6. Méthodes de l'hydrogramme synthétique (ou des isochrones)

Cette méthode est basée sur la concentration des eaux du bassin versant, certaines hypothèses simplificatrices sont admises quand à son application :

- Répartition uniforme de l'averse génératrice de la crue sur le bassin versant,
- Vitesse de transfert des eaux est constante de l'amont à l'aval,
- Formule de Giandotti (1937) reste valable pour le calcul du temps de concentration (formule déjà vue dans la méthode de Giandotti),
- Pluie efficace est calculée à partir d'une réduction des pertes.

La construction de l'hydrogramme de crue passe par la détermination du débit maximal correspondant.

Pour l'application de la méthode, il faut tracer les isochrones sur le bassin versant (Fig. 1.10). Le débit est donné par la formule suivante :

$$Q_{\max} = \frac{1}{3.6} \cdot A_{\max} \cdot I_{\text{eff}} \quad \text{avec} \quad I_{\text{eff}} = \frac{P_{\text{eff}}}{t_{\text{ef}}}$$

- Où : A_{\max} : Surface maximum débitante (km^2)
 I_{eff} : Intensité efficace (mm/h)
 1/36: Facteur de conversion des unités

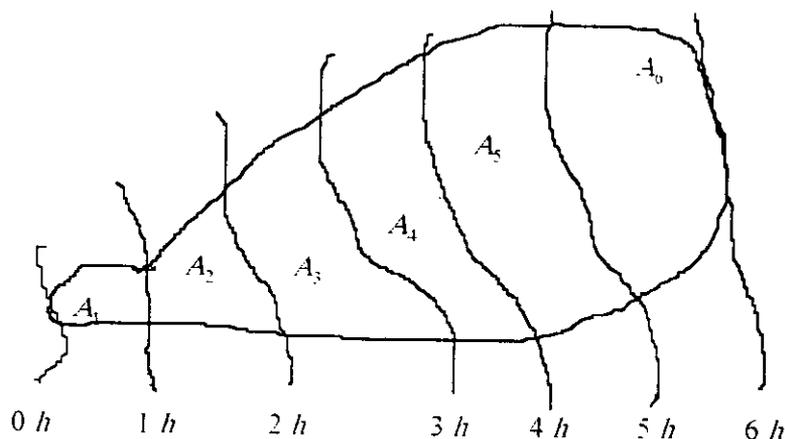


Fig. 1.11. : Bassin versant en isochrones

Les isochrones sont tracées sur le bassin versant après avoir calculé la vitesse de transfert des eaux V_t , définie comme étant le rapport entre la longueur du cours d'eau principal et le temps de concentration des eaux. Elle est donnée par la formule suivante :

$$v_t = \frac{L}{t_c} \text{ (km/h)}$$

Les surfaces A_i avec $i=1, \dots, 6$ sont déterminées par planimétrage, pour chaque pas du temps comme le montre le tableau 1.5.

Pour connaître le débit maximal, il faut connaître l'intensité efficace (Tableau 1.6).

La pluie nette est donnée par la formule de Montana :

$$P_{\max, t, p\%} = P_{\max j, p\%} \left(\frac{t}{24} \right)^b$$

où : b : exposant climatique (régional),

P_n : pluie nette en mm,

$P_{\max j, p\%}$ pluie maximale journalière probable en mm,

t : temps en heure.

La pluie maximale journalière $P_{\max j, p\%}$ est déterminée par la méthode à échantillonnage fixe appliquée à la série des pluies moyennes maxima journalières.

Le déficit d'écoulement est déterminé par des méthodes empiriques ou semi-empiriques. S'il n'est pas connu dans la région d'étude, pour le cas de l'Algérie, le déficit d'écoulement est considéré égal à 13 mm à la première heure et augmente de 0.5 à chaque heure. (SOGREA, 1984)

Tab. 1.5. : Surfaces débitantes

A_i $t(h)$	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_{\max} débitante
1	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_1
2		$A_1 + A_2$	$A_2 + A_3$	$A_3 + A_4$	$A_4 + A_5$	$A_5 + A_6$	$A_6 + A_7$	$A_1 + A_2$
3			$A_1 + A_2 + A_3$	$A_2 + A_3 + A_4$	$A_3 + A_4 + A_5$	$A_4 + A_5 + A_6$	$A_5 + A_6 + A_7$	$A_1 + A_2 + A_3$
4				$A_1 + A_2 + A_3 + A_4$	$A_2 + A_3 + A_4 + A_5$	$A_3 + A_4 + A_5 + A_6$	$A_4 + A_5 + A_6 + A_7$	$A_1 + A_2 + A_3 + A_4$
5					$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$	$A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$	$A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7$	$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$
6						$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$	$A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7$	$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$

Tab. 1.6. : Détermination du débit maximal probable

$A_{max\text{ débitante}}$ (km^2)	Durée de l'averse (h)	Pluie nette (mm)	Déficit (mm)	Pluie efficace (mm)	Intensité efficace (mm/h)	Q_{max} (m^3/s)
A_1	1	Q_1
$A_1 + A_2$	2	Q_2
$A_1 + A_2 + A_3$	3	Q_3
$A_1 + A_2 + A_3 +$ A_4	4	Q_4
$A_1 + A_2 + A_3 +$ $A_4 + A_5$	$5 = t_m$	⊙	⊙	⊙	I_{eff}	$Q_5 = Q_{max}$
$A_1 + A_2 + A_3 +$ $A_4 + A_5 + A_6$	6	Q_6

La valeur maximale du débit et le débit maximum de pointe, pour une durée de l'averse

$$t = t_m = m \text{ heures}$$

qui correspond à une surface débitante maximale

$$A_{max} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + \dots + A_m$$

Connaissant le débit de pointe, l'hydrogramme de crue probable peut être calculé, dont les ordonnées de l'hydrogramme de crue probable sont calculées par les expressions :

$$\text{Si } t_j \leq t_m, Q_j = \frac{1}{3.6} I_{eff, max} \sum_{i=1}^j A_i, \text{ avec : } j=1, \dots, m$$

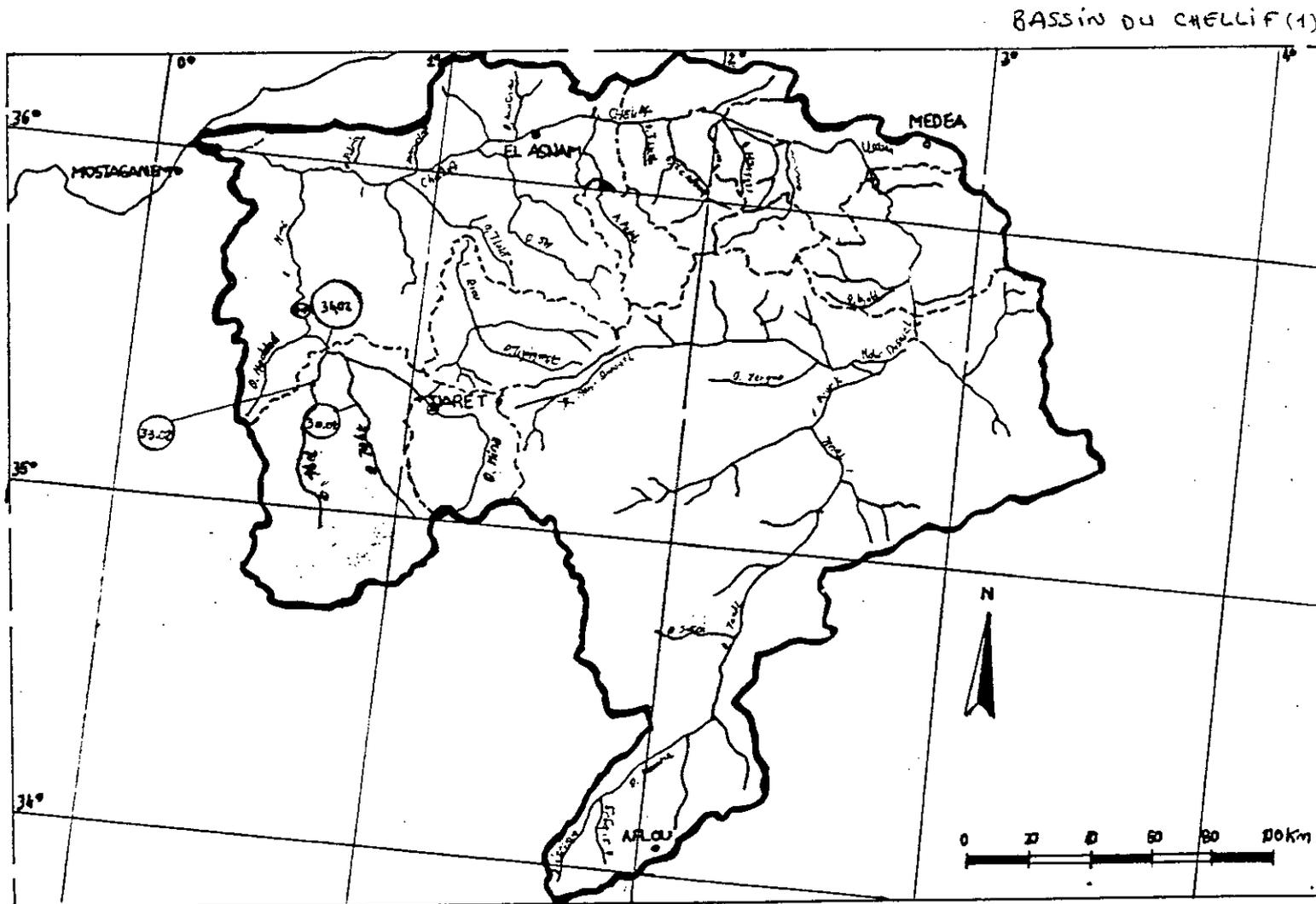
$$\text{Si } t_j > t_m, Q_j = Q_m - \frac{1}{3.6} I_{eff, max} \sum_{i=1}^{j-m} A_i, \text{ avec : } j=m, \dots, 2m$$

Chapitre II

**PRÉSENTATION GÉNÉRALE DU BASSIN
VERSANT DE L'OUED MINA**

1. SITUATION GEOGRAPHIQUE.

Le bassin versant de l'oued Mina s'étend sur le glacis septentrional du massif montagneux du chott dans le Nord Algérien, situé entre 0° 20' et 1° 20' de longitude Est et entre 34° 40' et 35° 40' de latitude Nord (Figure 2.1).



- Station pluviométrique
- limitation des sous-bassins
- Bassin versant de l'oued Mina
- ⊗ barrage

Fig. 2.1: Situation du bassin versant de l'Oued Mina.

Il occupe environ 4285 km² au droit de la station hydrométrique de Oued el Abtal, et s'étend sur 90 km du Nord au Sud et sur 55 km d'Est en Ouest.

2. MORPHOLOGIE ET HYDROGRAPHIE.

2.1. RELIEF.

La présence de chaînes de montagnes généralement orientées Sud-Ouest / Nord-Est où Nord-Ouest / Sud-Est, provoque l'augmentation des précipitations sur le versant exposé au vent.

Les altitudes du bassin versant, d'après les données de l'Agence Nationale des Ressources Hydrauliques sont comprises entre 203 mètres à Sidi M'hamed Benaouda au Nord du bassin et 1339 mètres à Sidi EL Kebir au Sud-Ouest du bassin.

En général, le bassin est caractérisé par:

- des altitudes faibles au Nord,
- des altitudes moyennes à l'Est et l'Ouest,
- des altitudes fortes au Sud,
- des altitudes moyennes et fortes au centre.

En résumé : Altitude minimale $H_{min} = 205$ mètres.

Altitude maximale $H_{max} = 1339$ mètres.

Altitude moyenne $H_{moy} = 872$ mètres.

Longueur du cours d'eau principal: $L_c = 75$ km

2.2. HYDROGRAPHIE.

L'Oued Mina forme le cours d'eau le plus important de la région avec ces principaux affluents, les oueds Haddad, El Abd et Taht, dont les bassins versants couvrent respectivement 470 km², 2480 km² et 680 km² et prennent leurs sources à l'Ouest pour l'Oued Hadad, et l'Est pour l'Oued Taht et au Sud-Est, Sud-Ouest pour l'Oued El Abd.

La plupart des affluents de l'Oued Mina se jettent dans ce dernier entre Djillali Benamar et Oued El Abtal (Figure 2.2).

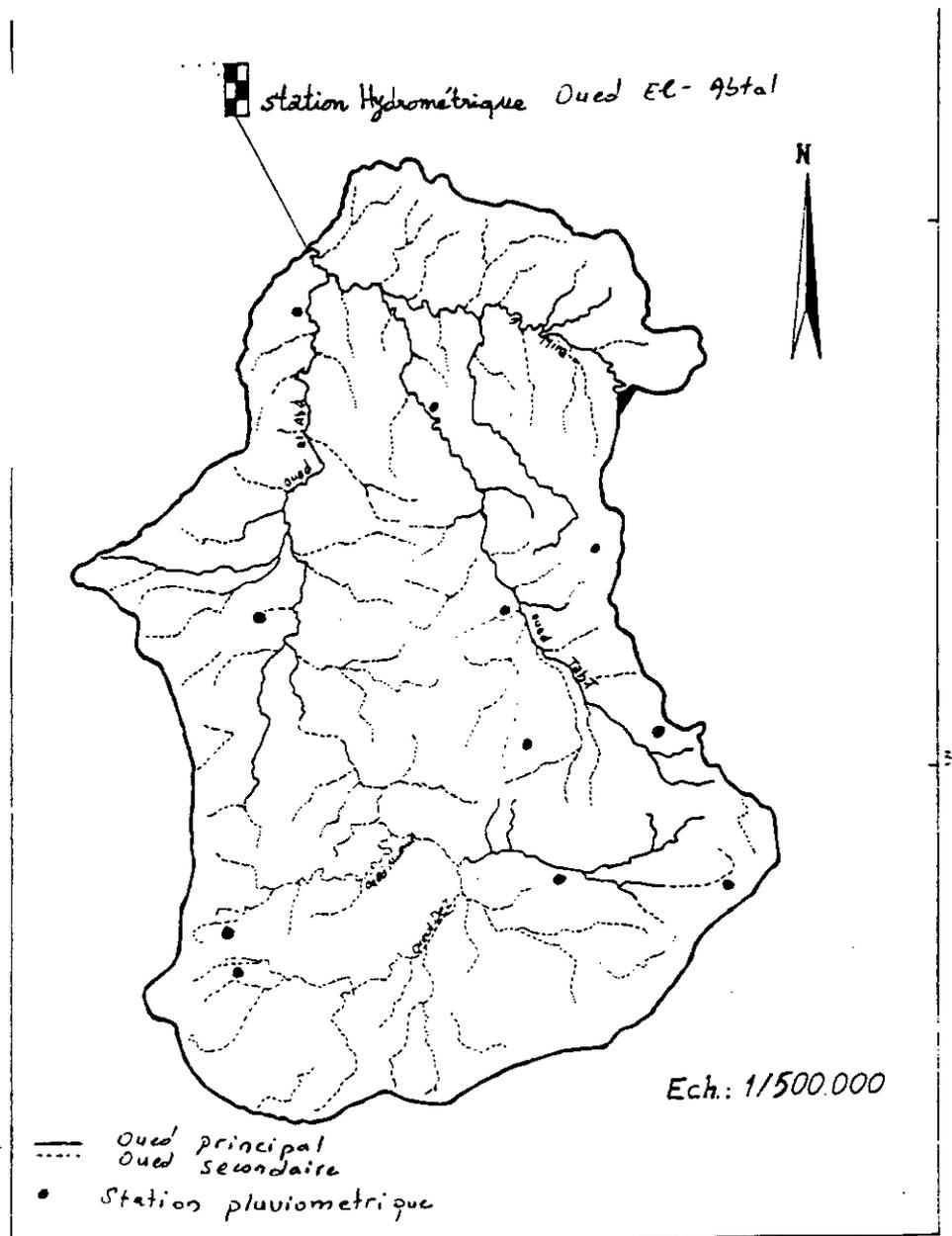


Figure 2.2: Hydrographie du bassin versant de l'Oued Mina.

2.3. CARACTERISTIQUES GENERALES DU BASSIN VERSANT.

2.3.1. CLIMAT.

Du point de vue climatique, la partie septentrionale de la région étudiée peut être rangée dans les régions méditerranéennes, à part quelques situations spécifiques qui, comme les hauts plateaux méridionaux montrent un caractère aride.

Les hauteurs des précipitations diminuent du Nord au Sud et de l'Est à l'Ouest à cause de l'affaiblissement des itinéraires des cyclones.

Les cyclones qui s'accompagnent de précipitations pendant les mois de Septembre / Octobre et de Mars / Avril sont très variables ce qui veut dire que les moyennes obtenues sur plusieurs années ne sont que des valeurs approximatives, comparées aux grandes variations d'une année à l'autre.

2.3.2. LA VEGETATION.

La région étudiée est encore dans le domaine d'influence méditerranéenne, la végétation naturelle est le maquis sclérophylle toujours vert mais qui ne subsiste que sur petites surfaces.

La végétation actuelle est marquée par la présence de champs cultivés et de pâturages. Les zones fortement occupées par une agriculture intensive sont complètement défrichées. On peut encore y trouver des arbres et des buissons isolés. L'absence d'une végétation durable a accéléré la vigueur de l'érosion et c'est pourquoi on trouve beaucoup de surfaces non utilisables pour l'agriculture dans les zones marneuses du Nord, profondément découpées et racinées par l'érosion. Sur une grande partie du maquis, il existe une grande variété d'espèces comestibles et non comestibles. Le surpâturage est fréquent, provoquant des tassements du sol et une dégradation de la végétation spontanée.

2.3.3. LA GEOLOGIE.

Le bassin est caractérisé du point de vue géologique par: Au Nord et à l'Est du jurassique supérieure est prépondérante, à l'Est se trouvent les restes d'un paysage crétacé avec des roches calaires et grès-calcaires. Les couches inférieures du jurassique supérieur constituent en marnes et à l'occasion du gisement alternant avec des bancs de roches carboniques. Elles forment la cuesta voûtée jurassique à laquelle se joignent les marnes tertiaires au nord qui contiennent localement des bancs de calcaire et de grès-calcaire.

Le sous-sol géologique de la région étudiée peut être divisé par:

- calcaire jurassique moyen et dolomies et au Sud-Ouest,
- jurassique supérieur dans la région centrale avec craie à l'Est et marnes banc calcaires et dolomies au Nord-Ouest,
- marnes tertiaires au Nord avec bancs de calcaire et de grès calcaire.

2.3.4. LA SITUATION SOCIO - ECONOMIQUE.

Dans une région où habite une population dont la forte majorité est occupée par le secteur agricole, son importance peut déjà donner une première indication concernant les

raisons de l'exploitation qui surcharge la capacité du sol. Celle-ci indique aussi que l'utilisation du sol est telle qu'il y'a surcharge de la capacité naturelle de la région. Dans ce cas, c'est la variable socio-économique qu'il faut modifier dans un système écologique d'un endroit donné pour maintenir l'équilibre entre le défrichement et la formation naturelle du sol.

Il y'a un rapport entre la densité de la population et l'érosion, ceci est particulièrement prononcé dans la région de Teghanif et Mecha -Sefa. Cette densité peut être baissée par l'intensification de l'agriculture en respectant les critères écologiques. Du point de vue écologique, il faut souligner que les centres d'activités économiques se trouvent hors de la région et aucune infrastructure industrielle n'y envisagée.

2. 4. PLUVIOMETRIE DU BASSIN VERSANT

2.4.1. IMPLANTATION DES STATIONS PLUVIOMETRIQUES.

Le réseau pluviométrique du bassin de l'Oued Mina comporte 21 stations pluviométriques. Seules 16 stations sont prises en considération, car les autres stations sont abandonnées depuis les années cinquante. La distance maximale entre les deux pluviomètres les plus éloignée dans la direction Nord-Sud est de 90 km (stations 16-10) et dans la direction Est-Ouest est de 55 km (stations 5-15), avec une moyenne d'une station par 318 km (Figure 4.3 et Tableau 4.1).

Tab. 4.1: Stations pluviométriques du bassin versant de l'Oued Mina.

N°	STATION	CODE	X	Y
1	RHUIA	01-27-02	347.85	249.15
2	KEF MAHNOULA	01-30-01	331.60	224.25
3	FRENDIA	01-30-02	348.60	197.00
4	AIN EL HADDID	01-30-04	334.50	197.00
5	MECHRA SAFA	01-31-01	351.00	233.20
6	DJILLALI BENAMAR	01-31-02	232.50	239.90
7	AIN KERMES	01-32-01	354.55	179.85
8	ROSFA	01-32-02	330.60	179.50
9	TIRCINE	01-32-03	303.90	180.50
10	SIDI YOUSSEF	01-32-04	305.60	169.10
11	AIN HAMARA	01-33-02	316.45	233.12
12	TAKHMARET	01-33-04	316.40	203.10
13	OUED EL ABTAL	01-33-06	318.05	261.70
14	S AEK DJILLALI	01-34-01	309.00	244.50
15	EL HACHEM	01-34-07	299.50	233.10
16	S M BENAOUA	01-34-10	308.85	255.18

(Source: A.N.R.H D'Alger).

2.4.2. L'ETAT DU RESEAU PLUVIOMETRIQUE

Le nombre des stations paraît à priori satisfaisant, mais il est en réalité très faible comparé à la superficie du bassin. Ce sous-équipement est encore aggravé par une forte disparité géographique du réseau: La partie septentrionale du bassin, donc la plus montagneuse et la plus arrosée est paradoxalement la plus dépourvue en stations pluviométriques.

Un nombre des stations qui fonctionnent actuellement ont été installées pendant la période 1968-1972, et faute d'une gestion ont cessé ou interrompue après seulement quelques années de fonctionnement (Tableau 2.2).

En général, on remarque que la majorité des stations présentent des lacunes sauf la station de Oued El Abtal qui utilisée comme station de référence.

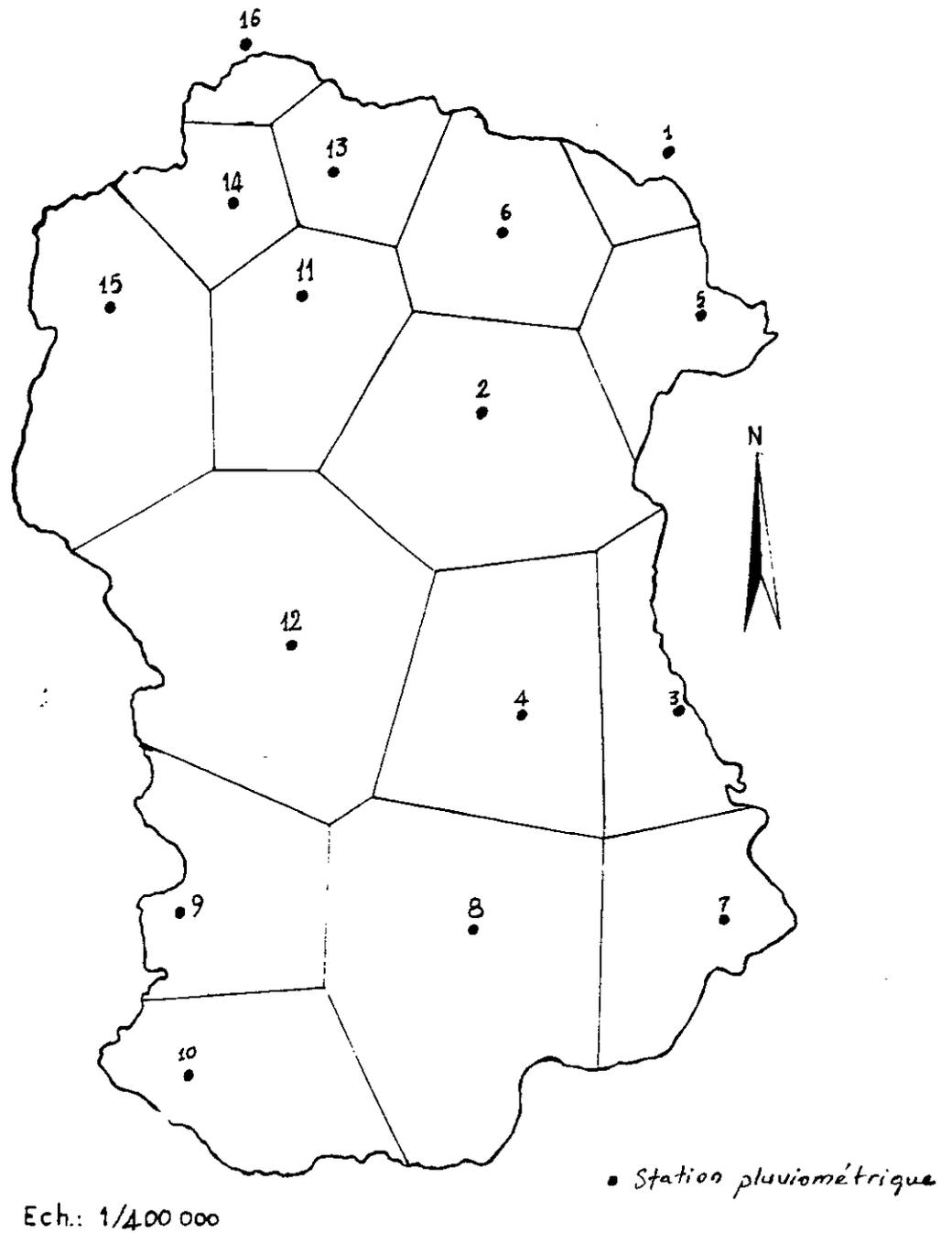


Fig 2.3.: Implantation des stations pluviométriques.

Tab. 2.2: Nombre d'année d'observations pluviométriques.

N°	STATION	Altitude (m)	Nombres d'années d'observations
1	RHUIA	650	34
2	KEF MAHNOULA	475	21
3	FRENDA	990	36
4	AIN EL HADDID	829	51
5	MECHRA SAFA	655	49
6	DJILLALI BENAMAR	300	34
7	AIN KERMES	1162	6
8	ROSAFA	960	18
9	TIRCINE	1070	16
10	SIDI YOUSSEF	1100	5
11	AIN HAMARA	288	21
12	TAKHMARET	655	13
13	Oued EL ABTAL	354	75
14	S AEK DJILLALI	225	18
15	EL HACHEM	417	32
16	S M BENAOU DA	145	15

(Source: A.N.R.H d'Alger).

Des deux premiers fichiers 013204 et 013204.LST, nous tirons la valeur maximale du débit pour chaque année, nous obtenons une série de 33 valeurs dite série des débits moyens maxima journaliers, que l'on note série 1 présentée dans le tableau 3-2.

Tab 3.2 : Série 1 des débits moyens maxima journaliers .

Année	Q (m ³ /s)	Année	Q (m ³ /s)	Année	Q (m ³ /s)
1959/60	183	1972/73	43	1983/84	22
1960/61	270	1973/74	27	1984/85	27
1961/62	30	1974/75	45	1985/86	109
1962/63	42	1975/76	23	1986/87	96
1963/64	60	1976/77	65	1987/88	51
1964/65	343	1977/78	40	1988/89	57
1965/66	40	1978/79	71	1989/90	59
1968/69	38	1979/80	84	1990/91	91
1969/70	50	1980/81	35	1991/92	34
1970/71	89	1981/82	22	1992/93	46
1971/72	243	1982/83	54	1993/94	96

L'analyse de choix du seuil de certaines méthodes d'estimation des crues nécessite le choix d'un seuil S_0 .

A partir des deux fichiers 013204 et 013204.LST, en fixant un seuil S , la taille de la série de débit supérieur à ce seuil et en fonction du choix de ce dernier . elle augmente si le seuil diminue et vice versa .

Si le seuil fixé est à 55 m³/s, la série des débits moyens journaliers dépassant ce seuil est de 38 valeurs présentées dans le tableau 3.3 que l'on note série 2 .

Tab 3.3 : Série 2 des débits moyens journaliers dépassant 55 m³/s

Q(m ³ /s)	Q(m ³ /s)	Q(m ³ /s)	Q(m ³ /s)
202	285	66	57
270	105	66	116
108	55	71	59
57	87	84	221
87	89	68	99
78	148	119	115
59	70	109	63
60	75	70	97
86	68	61	
343	243	96	

3.3 La mise en forme des données pluviométriques :

L'application de la méthode des polygones de Thiessen où 16 stations pluviométriques sur l'ensemble du bassin versant donne la série dite série des pluies maxima journalières que l'on note série 3 présenté dans le tableau 3.4 .

Tab 3.4. : Série des pluies maxima annuelles en mm sur l'ensemble du bassin

1969/70	144.437	1974/75	82.705	1979/80	83.871	1984/85	59.493
1970/71	108.436	1975/76	70.103	1980/81	90.404	1985/86	74.636
1971/72	118.702	1976/77	91.374	1981/82	73.444	1986/87	84.567
1972/73	79.199	1977/78	73.371	1982/83	72.085	1987/88	51.921
1973/74	99.946	1978/79	78.119	1983/84	51.866	1988/89	64.95

Les caractéristiques empirique des séries 1,2,3 (respectivement caractéristique empirique de L série logarithmique sont présentées par le tableau 3.5

L Série : Logarithme de la série.

Tab 3.5 Caractéristique empirique des séries 1,2,3 et L série 1,2,3

Série	Série 1	Série2	Série 3	Lsérie 1	Lsérie 2	Lsérie 3
n	33	38	20	33	38	20
$x(m^3/s)$	78.31	110.52	82.68	4.07	4.56	10.95
$S(m^3/s)$	75.05	71.5	22.36	0.71	.050	1.61
C_v	0.96	0.65	0.27	0.17	0.11	0.15
C_s	2.33	1.90	1.17	0.87	1.20	-4.3
C_a	8.27	6.03	5.23	3.62	3.67	21.36

L série 1, Lsérie 2 et L série 3 sont respectivement les logarithmes des séries 1,2 et 3.

CONCLUSION

L'étape recueil et analyse des données est l'étape essentielle pour n'importe quelle étude hydrologique, notamment une étude d'aménagement, plus l'information est complète, plus les prévisions sont bonnes, c'est une étape qui demande le plus de temps.

L'objectif à la fin de cette étape, est de pouvoir déceler toute anomalie sérieuse (hétérogénéité, débit non naturel, changement de phénomène,...,etc.). Une fois les données sont valides pour le traitement par les différentes méthodes d'estimation, cette dernière étape sera plus sûre et plus rapide si on utilise les moyens informatiques.

Chapitre IV

**TRAITEMENT DES DONNEES ET
INTERPRETATION DES RESULTATS**

4.1. Ajustement à une loi de probabilité

Les résultats des trois tests (homogénéité, indépendance et stationnarité, singularité) appliqués aux trois séries 1, 2, 3 sont regroupés dans le tableau Tab.4.1.

**Tab 4.1 : Résultats des tests :
(homogénéité, indépendance et stationnarité, singularité)**

Test	Série 1	Série 2	Série 3
Indépendance et stationnarité $\alpha=5\%$	$U_{ob} = 0.657 < 1.69$ Test accepté	$U_{ob} = 1.809 < 1.69$ Test accepté	$U_{ob} = 1.674 < 1.69$ Test accepté
Homogénéité $\alpha=5\%$	$U_{ob} < 1.69 \forall$ choix entre les deux séries test accepté	$U_{ob} < 1.69 \forall$ choix entre les deux séries test accepté	test ne peut pas être appliqué (échantillon court)
Singularité $\alpha=10\%$	$K_n = 2.6030$ pas de points singuliers test accepté pour $\alpha=10\%$	$K_n = 2.6610$ pas de points singuliers test accepté $\alpha=10\%$	$K_n = 2.384$ pas de points singuliers test accepté pour $\alpha=10\%$

Les trois tests sont vérifiés pour les deux séries 1 et 2, cependant le test d'homogénéité n'est pas vérifiée pour la série 3 car l'échantillon est très court (nombre d'observations = 20).

4.1.1. Ajustement à une loi de Gumbel

L'ajustement graphique de la série 1 à la loi de Gumbel montre des points hors de l'intervalle de confiance pour $\alpha = 5\%$ comme le montre la figure 4.1., ce qui implique une mauvaise corrélation et la loi est rejetée.

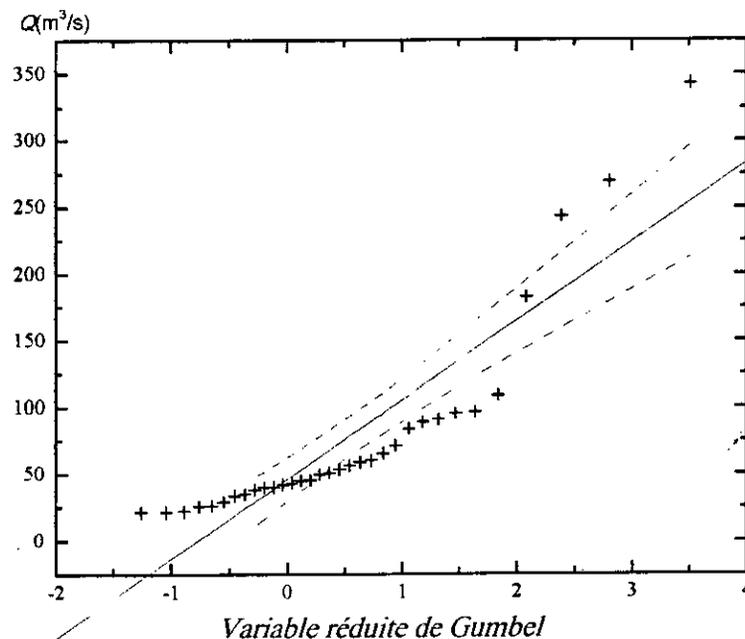


Fig 4.1 : Ajustement et intervalle de confiance à 95% à la loi de Gumbel.

4.1.2- Ajustement à la loi Log-Normale

L'estimation des paramètres de cette loi par la méthode des moments ainsi que celle du maximum de vraisemblance donne le même résultat. La représentation est donnée par la figure 4.2.

$$m = \bar{Q}_n = 4,07 \text{ m}^3 / \text{s} \text{ et } \sigma = S_n = 0,71 \text{ m}^3 / \text{s}$$

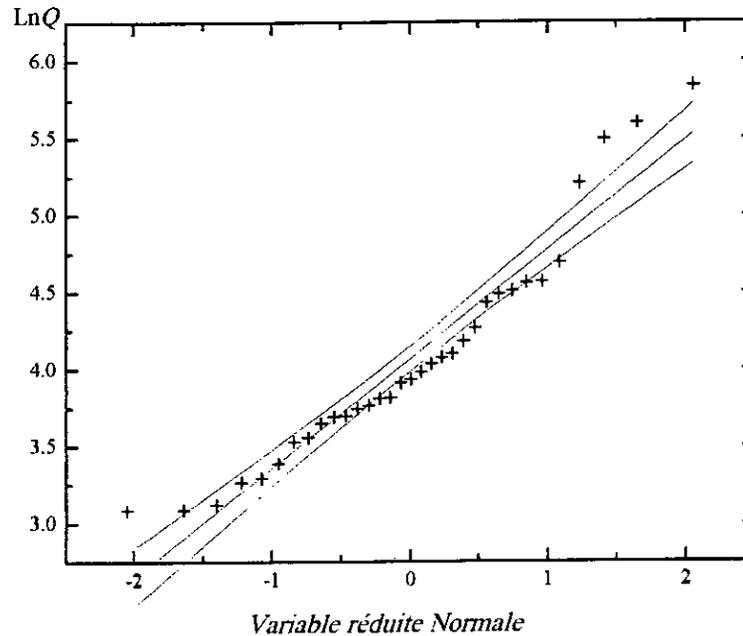


Fig. 4.2 : Ajustement à la loi Log-Normale

Le résultat de l'application des tests d'adéquation déjà cités en premier chapitre est donné dans le tableau 4.2.

Tab. 4.2 : Test d'adéquation de la loi Log-Normale

Test	Valeurs observées et théoriques	Observations
Khi - deux χ^2	$2.909 < \chi^2_{3,0.975} < 9.35$	loi acceptée
KS	$0.10 < 0.234$	loi acceptée
PPC	$0.965 \approx 1$	loi acceptée
RMSD	$0.16 \approx 0$	loi acceptée

Les trois tests d'adéquation de la loi Log-Normale sont vérifiés, et la loi ajuste bien notre série d'observation.

Les quantiles pour chaque période de retour sont présentés dans le tableau 4.3.

Tab.4.3 : Estimation des quantiles de la loi Log-Normale

T (an)	$Q_T(m^3/s)$
10	146
20	189
50	252
100	306
1000	527
10000	824
50000	1085

4.1.3. Ajustement à une loi Pearson III

L'estimation des paramètres de cette loi est faite par la méthode des moments avec la première correction $(C_s)_1$ du coefficient d'assymétrie par la méthode du maximum de vraisemblance simple dont les résultats sont donnés par le tableau 4.4. ; et la représentation graphique par les fig. 4.3. et 4.4.

Tab; 4.4 : Estimation des paramètres de la loi Pearson III

Paramètres	MM $(C_s)_1$	MVS
α	0.011	0.013
v	0.733	0.75
m	14.30	21.87

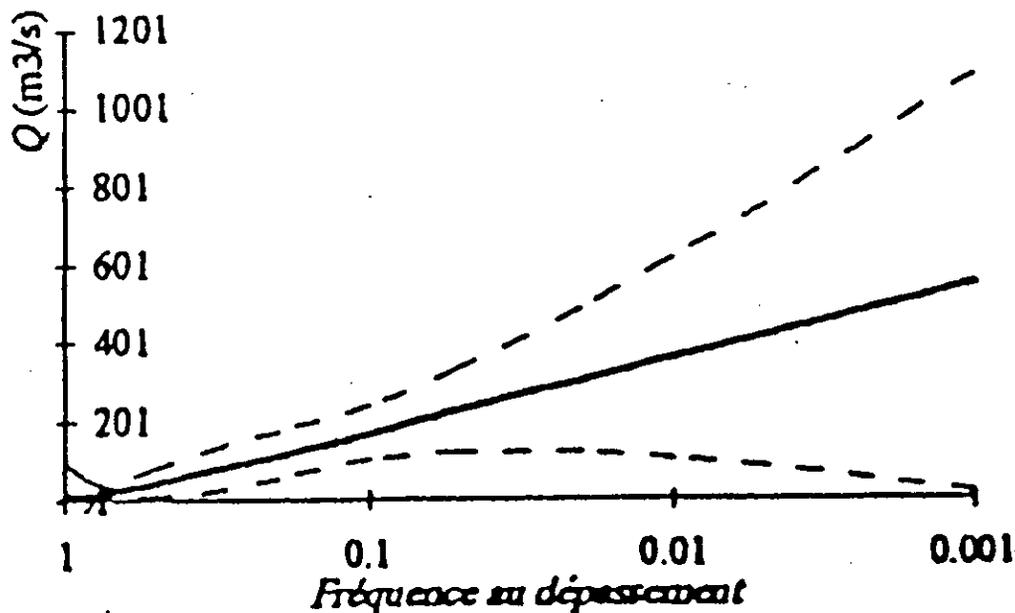


Fig 4.3 : Ajustement et intervalles de confiance à 95% pour la loi de Pearson III (Méthode MMC_1).

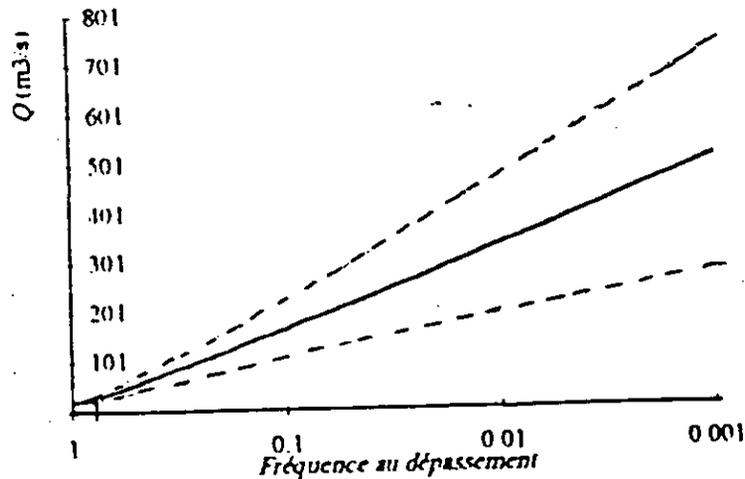


Fig 4.4 :Ajustement et intervalles de confiance à 95% pour la loi de Pearson III (Méthode MVS).

D'après l'ajustement graphique, on choisit les résultats obtenus par la méthode du maximum de vraisemblance.

Les tests d'adéquation pour la loi de Pearson III (MVS), sont représentés dans le tableau 4.5.

Tableau 4.5 : Tests d'adéquation pour la loi Pearson III.

Test	Valeurs observées et théoriques	Observations
KS	$0.10 < 0.234$	loi acceptée
PPC	$0.95 \approx 1$	loi acceptée
RMSD	$0.21 \approx 0$	loi acceptée

Les quantiles de débit pour différentes périodes de retour sont donnés dans le tableau 4.6 :

Tab 4.6 : Quantiles de débit par la loi de Pearson III

T	$Q_t(m^3/s)$
10	166
20	215
50	282
100	333
1000	509
10000	670
50000	814

4.1.4. Ajustement à la loi Log-Pearson III

L'estimation des paramètres de cette loi par la méthode des moments avec la correction $(C_1)_3$, des coefficients d'assymétrie et par la méthode du maximum de vraisemblance simple sont donnés dans le tableau (4.7), et la représentation par les fig. 4.5. et 4.6.

Tab; 4.7 : Estimation des paramètres de la loi log-Pearson III

Paramètres	MM(C_s) ₃	MVS
α	2.70	2.10
ν	3.69	2.40
M	2.71	2.92

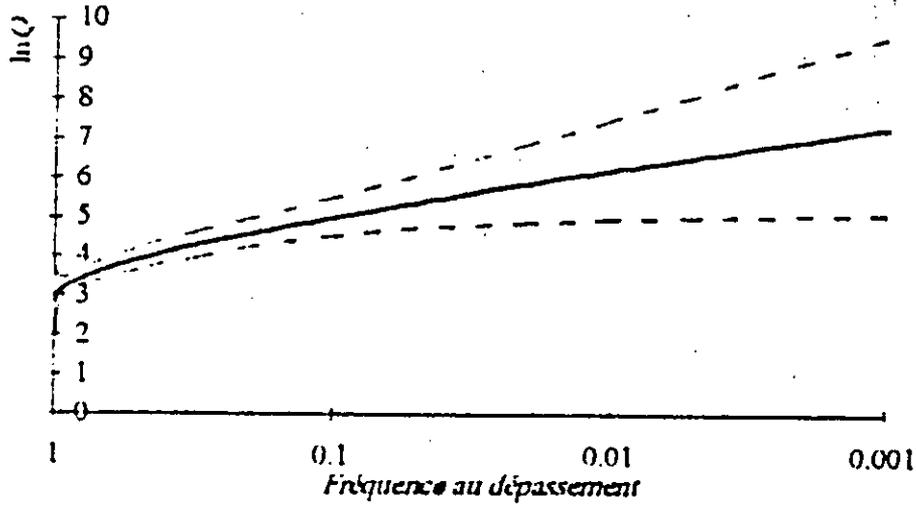


Fig 4.5: Ajustement et intervalles de confiance à 95% pour la loi de log-Pearson III (Méthode $(C_s)_3$)

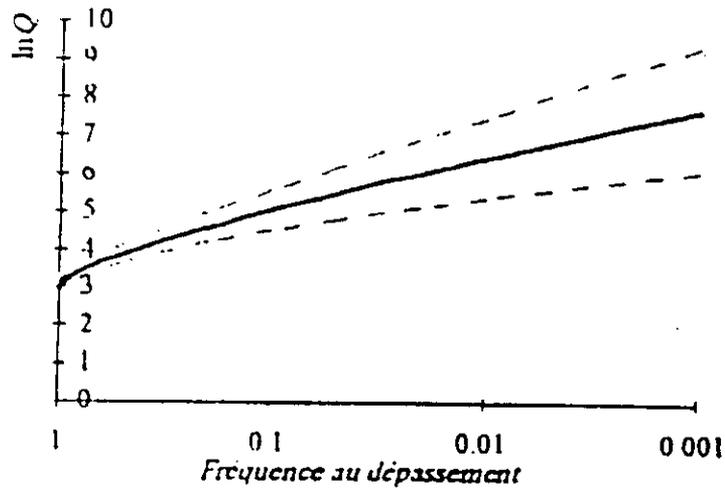


Fig 4.6 : Ajustement et intervalles de confiance à 95% pour la loi de log-Pearson III (Méthode MVS).

D'après ces deux figures, il est à remarquer que l'estimation des paramètres de la loi par la méthode du vraisemblance est la meilleure, donc, on accepte les résultats obtenus par cette méthode.

L'application des tests d'adéquation à cette loi donne les résultats représentés dans le tableau 4.8.

Tableau 4.8 : Tests d'adéquation pour la loi log-Pearson III.

Test	Valeurs observées et théoriques	Observations
KS	$0.10 < 0.234$	loi acceptée.
PPC	$0.97 \approx 1$	loi acceptée
RMSD	$0.09 \approx 0$	loi acceptée

D'après le tableau 4.8, la loi de log-pearson III est adéquate. Les quantiles pour différentes périodes de retour sont donnés par le tableau 4.9.

Tab 4.9 : Quantiles de débit par la loi de log-Pearson III

T	$Q_T(m^3/s)$
10	158
20	244
50	423
100	632
1000	2289
10000	4155
50000	7878

4.1.5. Ajustement à la loi de Weibull :

Cette loi est appliquée à la série des débits moyens journaliers dépassant le seuil fixe $S_0 = 55 \text{ m}^3/\text{s}$. La fréquence expérimentale utilisée est celle de Hazen. L'estimation des paramètres de la loi est faite par la méthode des moments et de maximum de vraisemblance dont les résultats de l'estimation sont donnés dans le tableau 4.10.

Tab 4.10 : Estimation des paramètres de la loi de Weibull.

Paramètres	MM	MVS
a	20.00	18.75
γ	0.78	0.76
S_0	55	55

A partir de la fonction de répartition de la loi de Weibull et pour une fréquence expérimentale F_i , on peut calculer le débit théorique Q_{th}^i correspondant à l'équation suivante.

$$Q_{th}^i = S_0 + \left[-a \ln(1 - F_i) \right]^{1/\gamma}, \forall i = 1, \dots, n$$

Pour visualiser l'ajustement et les intervalles de confiances, on peut étudier la corrélation entre les débits observés et les débits théoriques par une régression linéaire (Figures 4.7. et 4.8.) .

D'après ces deux figures, on remarque qu'il n'existe pas une grande différence entre les deux méthodes d'estimation. Les tests d'adéquations de la loi pour les deux méthodes d'estimation sont résumés dans le tableau 4.11

Tableau 4. 11: Tests d'adéquations

Test	MM	MS
KS	$0.99 > 0.22$	$0.99 > 0.22$
PPC	$0.99 \approx 1$	$0.99 \approx 1$
RMSD	$0.08 \approx 0$	$0.08 \approx 0$

Les tests d'adéquations sont acceptables sauf par le test de Kolmogorov-Smirnov , la loi de Weibull est adéquate pour les deux méthodes d'estimation : méthode des moments et du vraisemblance. Les quantiles de débit ainsi que leurs intervalles de confiance sont donnés par le tableau 4.12

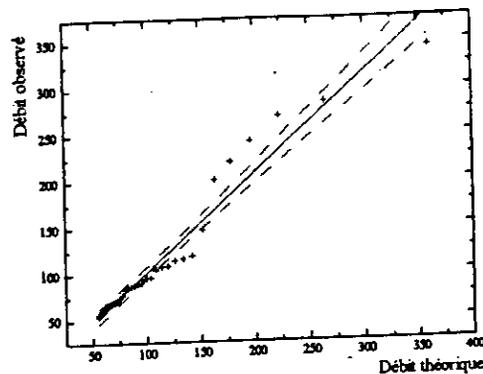


Fig 4.7 : Corrélation linéaire entre les débits observés et théoriques(MM).

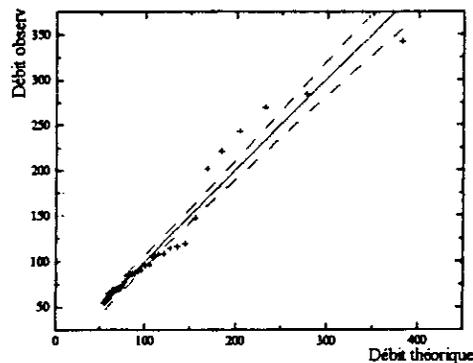


Fig 4.8 : Corrélation linéaire entre les débits observés et théoriques(MVS).

Tab 4.12 Calcul des quantiles de débit par la loi de Weibull.

T	$Q_{TMM}(m^3/s)$	$Q_{TMVS}(m^3/s)$
10	195	196
20	251	254
50	330	337
100	393	404
1000	622	648
10000	847	918
50000	1060	1120

Les erreurs d'échantillonnages des deux méthodes sont regroupées dans le tableau 4.13.

Tab 4.13 : Erreur d'échantillonnage.

T(ans)	ΔQ par MM	ΔQ par MVS
10	51.92	51.69
20	83.61	78.43
50	138.37	121.99
100	188.16	160.56
1000	396.71	318.98
10000	661.04	517.53
50000	1042.58	677.02

Le tableau 4.13, montre que les erreurs d'échantillonnage de la méthode du maximum de vraisemblance sont moins faibles que ceux des moments, ce qui permet d'accepter les résultats obtenus par la méthode du maximum du vraisemblance.

Les tableaux 4.14 et 4.15 résument tous les tests d'adéquation et les quantiles de débit estimés par chaque loi statistique.

Tableau 4.14, : Tests d'adéquations.

Test	Log-Normale	Pearson III	Log-Pearson III	Weibull
Khi-deux χ^2	2.909	Non	Non	Non
KS	0.10	0.10	0.10	0.99
PPC	0.965	0.98	0.97	0.99
RMSD	0.16	0.21	0.09	0.08

Tableau 4.15 Estimation des quantiles de débit (m³/s).

T	Log-Normale	Pearson III	LOG-Pearson III	Weibull
10	146	166	158	196
20	189	215	244	254
50	252	282	423	337
100	306	333	632	404
1000	527	509	2289	648
10000	824	670	4155	918
50000	1085	814	7878	1120

Interprétations et conclusion :

D'après le tableau 4.14, nous remarquons que la valeur de RMSD pour la loi du Weibull est meilleure par rapport aux autres lois, ainsi que le PPC, mais le test de Kolmogorov-Smirnov est à rejeter. Les quantiles de débits estimés par la loi de Weibull de différentes périodes de retour sont relativement faibles.

Pour la loi Log-Pearson III, on voit que le test de RMSD diffère de 0.01 et de PPC de 0.02 ainsi que le test de Kolmogorov-Smirnov est accepté, cette légère différence (par rapport à la loi de weibull) permet d'accepter cette loi comme la plus adaptée pour l'estimation de la crue. Les quantiles de débits estimés par cette loi ont des valeurs acceptables de point de vue hydrologique.

En conclusion, la loi Log-Pearson III est la plus adéquate pour l'estimation des crues du bassin versant de l'Ouest Mina.

4.2. Application de la méthode dite de renouvellement :

On applique cette méthode à la série des débits moyens journaliers dépassant le seuil fixe $S_0 = 55 \text{ m}^3/\text{s}$. L'équation générale de Renouvellement est :

$$F(Q) = \sum_{m=0}^{+\infty} P(m)G(Q)^m \Rightarrow F(Q) = 1 - \mu[1 - G(Q)]$$

La valeur de μ paramètre de Poisson a été estimée à 2.4 comme étant le taux des crues dépassant le seuil S_0 à chaque année.

4.2.1. Cas des lois type exponentielles simples :

La fonction $G(Q)$ est une loi exponentiellement simple qui prend les formulations suivantes :

$$G(Q) = 1 - e^{r(Q-S_0)} \tag{4.1}$$

$$G(Q) = 1 - e^{r(Q^2-S_0^2)} \tag{4.2}$$

$$G(Q) = 1 - e^{r(\ln Q - \ln S_0)} \tag{4.3}$$

L'estimation du paramètre ρ par la méthode du maximum de vraisemblance et pour différentes $G(Q)$ est respectivement.

$$r = \frac{38}{\sum_{i=1}^{38} (Q_i - S_0)} = 0.02$$

$$r = \frac{38}{\sum_{i=1}^{38} (Q_i^2 - S_0^2)} = 0.00007$$

$$r = \frac{38}{\sum_{i=1}^{38} (\ln Q_i - \ln S_0)} = 180$$

Le tableau 4.16 donne les résultats des tests d'adéquations de chaque loi.

Tableau 4.16 : Tests d'adéquation

Test	$G(Q)=1-e^{r(Q-S_0)}$	$G(Q)=1-e^{r(Q^2-S_0^2)}$	$G(Q)=1-e^{r(\ln Q_i - \ln S_0)}$
KS	0.10	0.98	0.57
PPC	0.98	0.92	0.02
RMSD	0.22	0.66	0.77
Khi-deux χ^2	6.95	26.47	214.37

Sachant que les quantiles observés de la loi χ^2 est égale à 11.07 avec un degré de liberté égale 3 et pour un seuil de signification $\alpha = 5\%$ et de Kolmogorov-Smirnov égale à 0.22.

Ces résultats montrent que la loi exponentielle simple est adéquate. Le quantile de débit par la méthode de renouvellement avec cette variante loi est exprimé par :

$$Q_T = S_0 + \frac{1}{\rho} \ln(\mu T) = 55 + \frac{1}{0.02} \ln(2.4T)$$

Le tableau 4.17 montre les résultats de l'estimation des crues par cette méthode.

Tab 4.17 :Quantiles de débit la loi exponentielle simple.

T(ans)	10	20	50	100	1000	10000	50000
$Q_r(m^3/s)$	214	249	294	329	444	559	640

Il est à remarquer que les résultats obtenus par cette méthode sont très faibles, ce qui permet de rejeter ces quantiles, bien que les tests d'adéquations sont acceptables de point de vue statistique, mais hydrologiquement, ces quantiles ne sont pas acceptés pour un dimensionnement d'un ouvrage d'aménagement hydrotechnique.

4.2.2. Cas de la loi de Weibull

Dans le paragraphe 4.1.5, la loi de Weibull avec la méthode du maximum de vraisemblance est adéquate dont les résultats de l'estimation des paramètres sont :

$$S_0 = 55, a = 18.75, \text{ et } \gamma = 0.76.$$

Les quantiles de débit sont calculés par la formule suivante :

$$Q_r = S_0 + \left[\frac{\ln(\mu T)}{a} \right]^{\frac{1}{\gamma}} = 55 + \left[\frac{\ln(2.4T)}{18.75} \right]^{\frac{1}{0.76}}$$

Le tableau 5.18 regroupe les résultats de l'estimation des crues par cette méthode.

Tableau 4.18 : quantiles de débit par la méthode de Renouvellement : Variante de weibull.

T(ans)	Q_r (m^3/s)
10	275
20	341
50	434
100	508
1000	774
10000	1067
50000	1286

Interprétation et conclusion :

D'après les résultats de l'application de la méthode dite de renouvellement, les variantes exponentielles simples et Weibull sont adéquates du point de vue statistique. Les résultats obtenus par la variante de Weibull sont acceptables de point de vue hydrologique ; les tests d'adéquations PPC et RMSD sont meilleurs par rapport à la loi exponentielle .

Ainsi, la méthode dite de Renouvellement avec la variante de Weibull est la méthode d'estimation des crues la plus adaptée.

4.3. Application de la méthode de Gradex

L'estimation des débits de crues est déterminée à partir de la connaissance des pluies qui causent des crues. Plusieurs types de ces méthodes ont été étudiés par divers hydrologues. Dans ce chapitre, on se contente à l'application des méthodes françaises dont la base est la méthode du Gradex.

4.3.1. Méthode du Gradex classique

L'application de la méthode du Gradex (Guillont et Duband, 1967) nécessite l'ajustement de la série des pluies maxima annuelles(Série 3) à la loi du Gumbel (Fig 4.9).

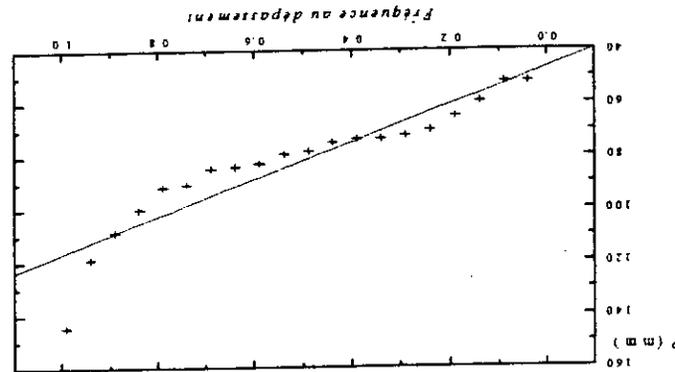


Fig 4.9 : Ajustement de la série des pluies maxima annuelles à la loi du Gumbel.

L'estimation des paramètres de la loi a été déterminée par la méthode des moments et de maximum de vraisemblance dont les résultats de l'estimation sont :

- Méthode des moments
a = 17.44, m = 72.62
- Méthode de maximum de vraisemblance
a = 16.80, m = 72.92

Il n'y a pas une grande différence entre les deux méthodes d'estimation, les résultats des deux tests d'adéquation pour les deux méthodes d'estimation sont donnés par le tableau 4.19

Tab 4.19 : Tests d'adéquation.

Test	MM	MVS
RMSD	0.048	0.052
PPC	0.98	0.98
KS	0.48	0.68

Le test de Kolmogorov-Smirnov est rejeté car le quantile théorique à 5% de signification égale à 0.294. Ainsi, nous choisissons les valeurs obtenues par la méthode des moments.

Le paramètre $\alpha = 17.44$ de la loi du Gumbel est le Gradex des pluies que l'on note α_p , au delà d'une fréquence au non-dépassement supposé 0.9 qui correspond à $T = 10$ ans. La droite d'ajustement des débits devient parallèle à celle des pluies. Mathématiquement, pour une période de retour $T \geq T_g$, (T_g est considérée égale à 10 ans) l'équation des débits est exprimée par :

$$\forall T \geq T_g; Q_T = Q_0 - \alpha_q \ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right] \text{ avec: } Q_0 = \bar{Q} - 0.450S$$

La relation entre le Gradex de débits et des pluies est :

$$a_q = \frac{a_p A}{3.6d}$$

Où d est le pas du temps caractéristique du bassin versant. Pour le bassin versant de Oued Mina, $d = 81.88$ heures comme une valeur moyenne des temps de base des hydrogrammes de crues observés, soit donc $a_q = 253.52 \text{ m}^3/\text{s}$.

Finalement l'équation des débits est donnée par l'expression suivante :

$$Q_T = 7.35 - 253.52 \ln \left[- \ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right]$$

Les quantiles de différentes périodes de retour T sont donnés dans le tableau 4.20

Tab 4.20 : Quantiles de débit par la méthode du Gradex.

T(ans)	Q_r (m^3/s)
10	640
20	760
50	996
100	1244
1000	1828
10000	2412
50000	2749

4.3.2. Méthode du Gradex progressive variante dite Esthétique

Le Gradex des débits varie en fonction de la période de retour :

$$a_q(T) = a_q \frac{T}{T + \alpha} \quad \text{ou} \quad \alpha = \frac{(a_q - a_q^g) T_g}{a_q}$$

L'équation des débits est :

$$\forall T \geq T_g; Q_T = Q_g + a_q \ln \left[1 + a_q^g \frac{T - T_g}{a_q T_g} \right] \quad \text{avec: } a_q^g = a_q(T_g)$$

On prendra comme seuil d'extrapolation $T_g = 10$ ans.

Pour déterminer la valeur de a_q^g , il faut déterminer la valeur de α sachant que $\alpha = \alpha(a_q^g)$, un processus itératif est utilisé :

$$\left(a_q^g\right)_{i+1} = a_q \frac{T_g}{T_g + \alpha \left[\left(a_q^g\right)_i \right]} \text{ ou bien } \left(a_q^g\right)_{i+1} = \frac{a_q^2}{2a_q + \left(a_q^g\right)_i} \text{ et } \left(a_q^g\right)_0 = a_q$$

On trouve après quelques itérations, que ce processus converge vers la valeur $a_q^g = 253.30 \text{ m}^3/\text{s}$. Si, on considère Q_g la valeur de débit décennale déterminée par la méthode du Gradex classique, c'est-à-dire $Q_g = 649 \text{ m}^3/\text{s}$. L'expression du débit est donnée par l'équation :

$$\forall T \geq T_g; \quad Q_T = 649 + 253.37 \ln(T/10)$$

Les quantiles de différentes périodes de retour T sont données dans le tableau 4.21 :

Tab 4.21 : Quantiles de débit par la méthode du Gradex Esthétique.

T(ans)	Q_T (m^3/s)
10	649
20	824
50	1056
100	1232
1000	1815
10000	2399
50000	2807

4.3.3. Méthode du Gradex Progressive variante dite intégrée

L'application de cette variante nécessite la détermination des paramètres α et β par le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} \beta = (1 + \alpha)S_0 - \alpha\bar{Q} \\ a_q(1 + 1/\alpha)\ln(1 + \alpha) + \beta = \bar{Q} \end{cases}$$

Dont la deuxième équation de ce système détermine la valeur de α par le processus itératif :

$$\alpha_{i+1} = \frac{a_p}{\bar{Q} - S_0} \ln(1 + \alpha_i) \text{ et } \alpha_0 = 110$$

Le processus converge après 16 itérations vers $\alpha = 11.54$. Connaissant donc α , on peut déterminer β à partir de la première équation du système, soit alors $\beta = -585.70$ d'où la formule de débit :

$$\forall T \geq T_g; \quad Q_T = 253.37 \ln(T + 11.54) - 585.70$$

Tab 4.22 : Quantiles de débit par la méthode du Gradex Intégré .

T(ans)	Q_r (m^3/s)
10	192
20	289
50	458
100	609
1000	1167
10000	1748
50000	2156

4.4. Méthode de l'Hydrogramme Unitaire .

L'hydrogramme unitaire est obtenu par une transformation affine simple de l'hydrogramme de crue observée . On considère l'hydrogramme observé de 04 à 07 Mars 1980 figure 4.10 comme une donnée disponible avec son hyétogramme correspondant .

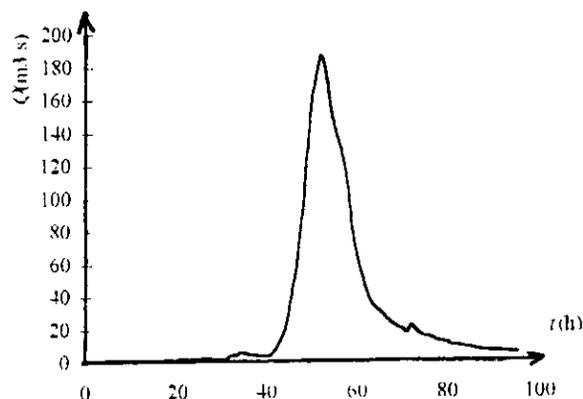


Fig 4.10 : Hydrogramme de crue observé le 04 à 07 Mars 1980

Les ordonnées « u_i » de l'hydrogramme unitaire sont calculées pour une lame d'eau de 1mm par la formule simple suivante :

$$u_i = C_r Q_i \text{ avec } C_r = \frac{A \cdot 10^3 \cdot 1mm}{V_c}$$

V_c : Volume de la crue estimé à 7,24 Mm³

C_r : Coefficient de ruissellement calculé pour une lame d'eau égale à 1mm, est estimé à 0,59 pour une surface du bassin versant égale à 4285 km²

Connaissant la surface du bassin versant, le volume de la crue « V_c » et le coefficient de ruissellement « C_r » nous traçons facilement l'hydrogramme unitaire (Fig. 4.11) du pas du temps $\Delta t = 1$ heure (Tab.4.23).

Tab. 4.23 : Trace de l'hydrogramme unitaire du pas du temps $\Delta t = 1$ heure .

t_i (h)	u_i (m ³ /s)						
0	0.953	18	64.9	36	16.744	54	5.576
1	1.319	19	87.556	37	15.092	55	5.21
2	2.598	20	100.89	38	13.735	56	4.844
3	2.477	21	109.386	39	12.414	57	4.496
4	3.601	22	107.026	40	11.906	58	4.331
5	3.308	23	98.589	41	10.384	59	4.165
6	2.867	24	88.264	42	13.051	60	4.00
7	2.598	25	81.184	43	11.493	61	4.00
8	2.355	26	76.228	44	10.03	62	3.835
9	2.112	27	68.735	45	9.322	63	3.835
10	2.112	28	54.811	46	9.086	64	3.673
11	3.014	29	44.545	47	8.402	65	3.512
12	4.956	30	35.695	48	7.552	-	-
13	8.26	31	30.55	49	7.34	-	-
14	13.192	32	25.512	50	6.915	-	-
15	22.609	33	21.671	51	6.124	-	-
16	32.485	34	19.883	52	6.124	-	-
17	45.961	35	18.408	53	5.758	-	-

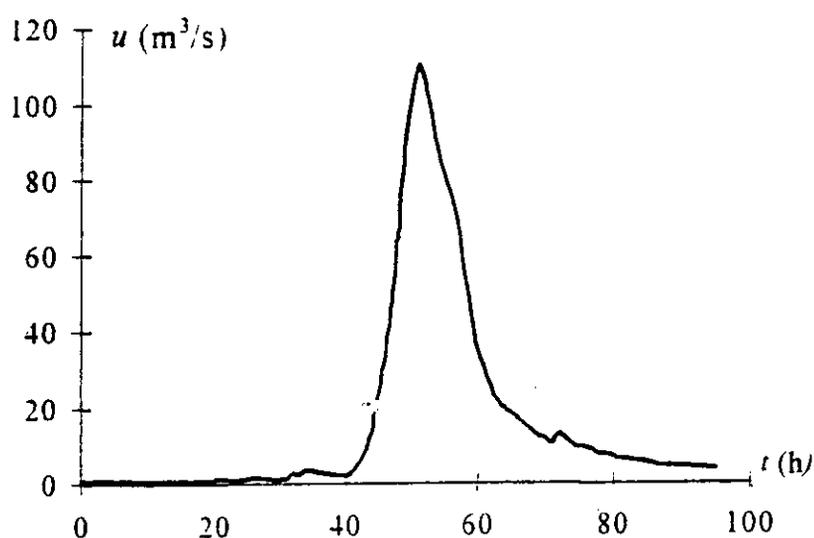


Fig.4.11 Hydrogramme unitaire du pas du temps $\Delta t = 1$ heure .

La détermination du temps de la pluie efficace est calculée par les formules du Snyder (1938).

$$t_e = \frac{t_m}{6}$$

$$t_p = 5.5t_e$$

Avec ‘ t_e ’ est le temps efficace et ‘ t_p ’ le temps de réponse, et ‘ t_m ’ le temps de montée est considéré égal à 21.25 heures, soit donc le temps efficace ‘ $t_e = 3.54$ heures’ et le temps de réponse ‘ $t_p = 19.47$ heures’.

4.4.1. Détermination de la courbe en S.

La courbe en S du pas du temps $\Delta t = 1$ heure est déterminée à partir de l'équation suivante :

$$g(t_k) = \Delta t \sum_{i=1}^k u[t_k - (i-1)\Delta t]$$

avec : $t_k = t_0 + k \Delta t$ ($k = 1, \dots, n$)

Pour simplifier les calculs, on prend $t_0 = 0$, soit donc l'équation de la courbe en S est donnée par l'expression suivante :

$$g(t_k) = g_k = \sum_{i=1}^k u[k - i + 1] = \sum_{i=1}^k u_{k-i+1} \quad (k = 1, \dots, n)$$

Le tableau 4.24 calcule les ordonnées de la courbe en S du pas du temps $\Delta t = 1$ heure en fonction du temps.

Tab. 4.24 Calcul de la courbe en S du pas du temps de $\Delta t = 1$ heure.

t_i (h)	g_i (m ³ /s)								
0	0.95	14	55.72	28	1094.35	42	1383.94	56	1487.71
1	2.27	15	78.33	29	1138.89	43	1395.43	57	1492.21
2	4.87	16	110.82	30	1174.59	44	1405.46	58	1496.54
3	7.35	17	156.78	31	1205.14	45	1414.78	59	1500.70
4	10.95	18	221.68	32	1230.65	46	1423.87	60	1504.70
5	14.26	19	309.23	33	1252.32	47	1432.27	61	1508.70
6	17.12	20	410.12	34	1272.20	48	1439.82	62	1512.54
7	19.72	21	519.51	35	1290.61	49	1447.16	63	1516.37
8	22.08	22	626.54	36	1307.35	50	1454.08	64	1520.05
9	24.19	23	725.12	37	1322.45	51	1460.20	65	1523.56
10	26.30	24	813.39	38	1336.18	52	1466.32	-	-
11	29.31	25	894.57	39	1348.60	53	1472.08	-	-
12	34.27	26	970.80	40	1360.50	54	1477.66	-	-
13	42.53	27	1039.54	41	1370.89	55	1482.87	-	-

Ce tableau permet de tracer dans le plan de coordonnées (t, g) , la courbe en S du pas du $\Delta t = 1$ heure (Fig 4.12)

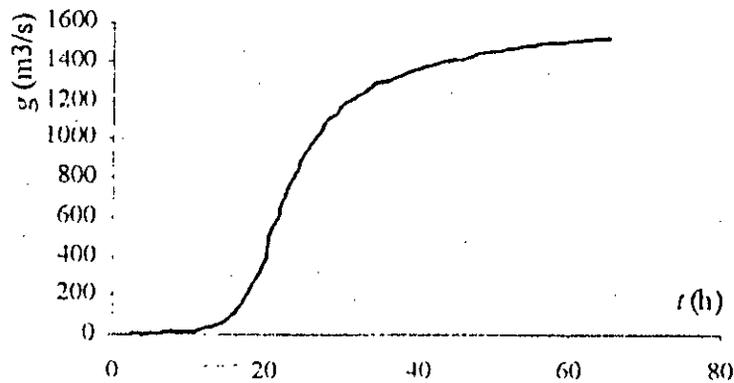


Fig 4.12 : Présentation de la courbe en S du pas du temps $\Delta t = 1$ heure.

4.4.2 Estimation des débits de crues.

Pour déterminer l'hydrogramme unitaire du pas du temps $\Delta t'$, il suffit de déplacer la courbe en S parallèlement à l'axe des temps du $\Delta t'$. Et pour le même instant, nous calculons la différence entre les valeurs des deux courbes en S , et nous divisons par le pas du temps $\Delta t'$.

A la fin, nous obtenons une série de donner (u_j) qui constitue en fonction du temps l'hydrogramme unitaire du pas du temps $\Delta t'$.

Ce procédé de calcul peut être schématisé par l'équation suivante :

$$u_j = \frac{1}{\Delta t'} [g(t_j) - g(t_j - \Delta t')] \quad \text{avec: } t_j = t_{j-1} + \Delta t'$$

De même, nous déduisons les hydrogrammes unitaires des pas du temps (2h., 3h., ..., t_c). Et pour chaque hydrogramme unitaire, nous déduisons les valeurs maximales $u_{i, \max}$.

Le temps de concentration calculé par la formule de Giandotti (1954) est estimé à 21 heures.

Le quantile maximal du débit est donné par le produit :

$$Q_T(t) = u_{\max}(t) P_{eff, T}(t)$$

La pluie efficace est définie comme étant la différence entre les pluies instantanées reçues par le bassin versant et le déficit d'écoulement.

$$P_{eff, T} = P_T - D$$

Avec : $P_{eff, T}(t)$: est la pluie instantanée.

D : est le déficit d'écoulement, qui d'après des études antérieures, suit généralement une fonction exponentielle, pour l'Algérie du Nord, est de 13.5 mm à la fin de la première heure et reste constamment égal à 0.5 mm pour les heures de pluie qui suivent.

La pluie nette est déterminée par la formule de Montanari.

$$P_{nT} = P_{\max, T} = P_{\max, J} \left(\frac{t}{24} \right)^b$$

L'exposant climatique "b" est évalué à 0.473 pour la station de Oued El Abtal (Dahel, 1991).

Le tableau 4.25 résume le calcul des débits instantané et pour chaque période de retour.

Tab. 4.25 : Estimation des débits.

T	u _{max}	Pluies efficaces en mm.							Débits instantanés en m ³ /s.						
		10	20	50	100	1000	10 000	50 000	10	20	50	100	1 000	10 000	50 000
1	110.2	2.0	2.2	4.7	6.6	15.8	22.7	23.1	215	248	520	724	1742	2497	2543
2	108.2	6.7	7.7	11.1	13.7	25.5	34.8	36.6	730	829	1201	1479	2758	3763	3957
3	105.8	10.2	11.6	15.8	18.9	32.6	43.6	46.7	1076	1231	1671	2000	3443	4615	4935
4	104.0	12.9	14.9	19.6	23.2	38.3	50.9	55.0	1342	1546	2042	2413	3981	5288	5719
5	100.8	15.2	17.6	22.9	26.9	43.2	57.0	62.2	1534	1779	2313	2713	4355	5752	6275
6	98.6	17.2	20.1	25.9	30.2	47.5	62.5	68.7	1698	1980	2550	2976	4686	6166	6774
7	96.1	19.0	22.3	28.5	33.1	51.4	67.5	74.6	1827	2141	2738	3185	4942	6485	7167
8	93.6	20.6	24.3	30.9	35.8	55.0	72.0	80.0	1929	2273	2892	3356	5147	6740	7488
9	90.9	22.1	26.1	33.1	38.3	58.2	76.2	85.0	2005	2372	3008	3484	5292	6920	7724
10	88.3	23.4	27.8	35.2	40.7	61.3	80.0	89.7	2066	2455	3104	3590	5410	7066	7919
11	85.2	24.6	29.4	37.1	42.8	64.1	83.7	94.1	2101	2506	3161	3652	5466	7133	8025
12	82.0	25.8	30.9	38.9	44.9	66.8	87.1	98.4	2114	2532	3188	3680	5476	7141	8062
13	79.1	26.9	32.3	40.6	46.8	69.4	90.4	102.4	2125	2554	3212	3705	5485	7148	8096
14	76.0	27.9	33.6	42.2	48.7	71.8	93.5	106.2	2119	2555	3210	3700	5453	7104	8069
15	73.1	28.8	34.9	43.8	50.5	74.1	96.4	109.9	2107	2550	3200	3688	5412	7049	8030
16	70.4	29.7	36.1	45.3	52.1	76.2	99.3	113.4	2094	2541	3188	3672	5370	6992	7986
17	67.8	30.6	37.2	46.7	53.8	78.3	102.0	116.8	2073	2524	3164	3644	5310	6914	7916
18	65.3	31.4	38.3	48.0	55.3	80.4	104.6	120.1	2049	2502	3135	3610	5245	6828	7837
19	63.0	32.1	39.4	49.3	56.8	82.3	107.1	123.2	2025	2480	3107	3577	5183	6746	7761
20	60.8	32.9	40.4	50.6	58.2	84.2	109.5	126.3	2000	2456	3077	3542	5119	6663	7682
21	58.8	33.6	41.4	51.8	59.6	86.0	111.9	129.3	1974	2432	3046	3506	5054	6580	7602

Nous avons calculé les crues maximales pour différentes périodes de retour (Tab. 4.26)

Tab. 4.26 : Estimation des quantiles du débits maxima.

T (ans)	Q _{max, T} (m ³ /s)
10	2125
20	2555
50	3212
100	3705
1000	5485
10 000	7148
50 000	8096

4.5: Méthode de l'hydrogramme synthétique.

En suppose que le traitement par cette méthode se base essentiellement sur les hypothèses suivantes (cf. Chapitre 1. § 2.6).

- l'averse génératrice de la crue se répartit uniformément sur le bassin versant étudié,
- la vitesse de transfert de l'eau est constante de l'amont vers l'aval

$$V_t = \frac{L}{t_c} = Cte$$

- la fréquence des pluies génératrice correspond à celle des crues provoquées,
- la formule de Giandotti (1937) pour le calcul le temps de concentration reste valable pour le bassin versant de l'Oued Mina.

Le bassin versant étant découpé en isochrones de 1 heure, nous délimitons 21 surfaces (Fig 4.13) de l'aval vers l'amont avec une vitesse de transfert des eaux de 3.6 km/h.

Tab. 4.27 : Surfaces isochrones (km²).

$A_1 = 30$	$A_2 = 145$	$A_3 = 165$	$A_4 = 205$	$A_5 = 220$	$A_6 = 250$	$A_7 = 270$
$A_8 = 259$	$A_9 = 300$	$A_{10} = 259$	$A_{11} = 256$	$A_{12} = 261$	$A_{13} = 163$	$A_{14} = 70$
$A_{15} = 108$	$A_{16} = 255$	$A_{17} = 280$	$A_{18} = 223$	$A_{19} = 370$	$A_{20} = 85$	$A_{21} = 75$

Les pluies maximales journaliers probables ($P_{max, T}$) sont estimées à partir de l'équation de droite du Gumbel (Dubreuil, 1974). Les résultats sont présentés dans le Tableau 4.28 (Touaibia et al., 1995).

$$P_{max, T} = 33.12 - 11.93 \ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right]$$

Tab. 4.28 : Pluies maximales journaliers probables.

T (ans)	$P_{max, T}$ (mm)
10	60
20	69
50	80
100	88
1000	116
10 000	143
50 000	162

Les tableaux 4.29 résument les calculs par la méthode de l'hydrogramme synthétique pour chaque période de retour.

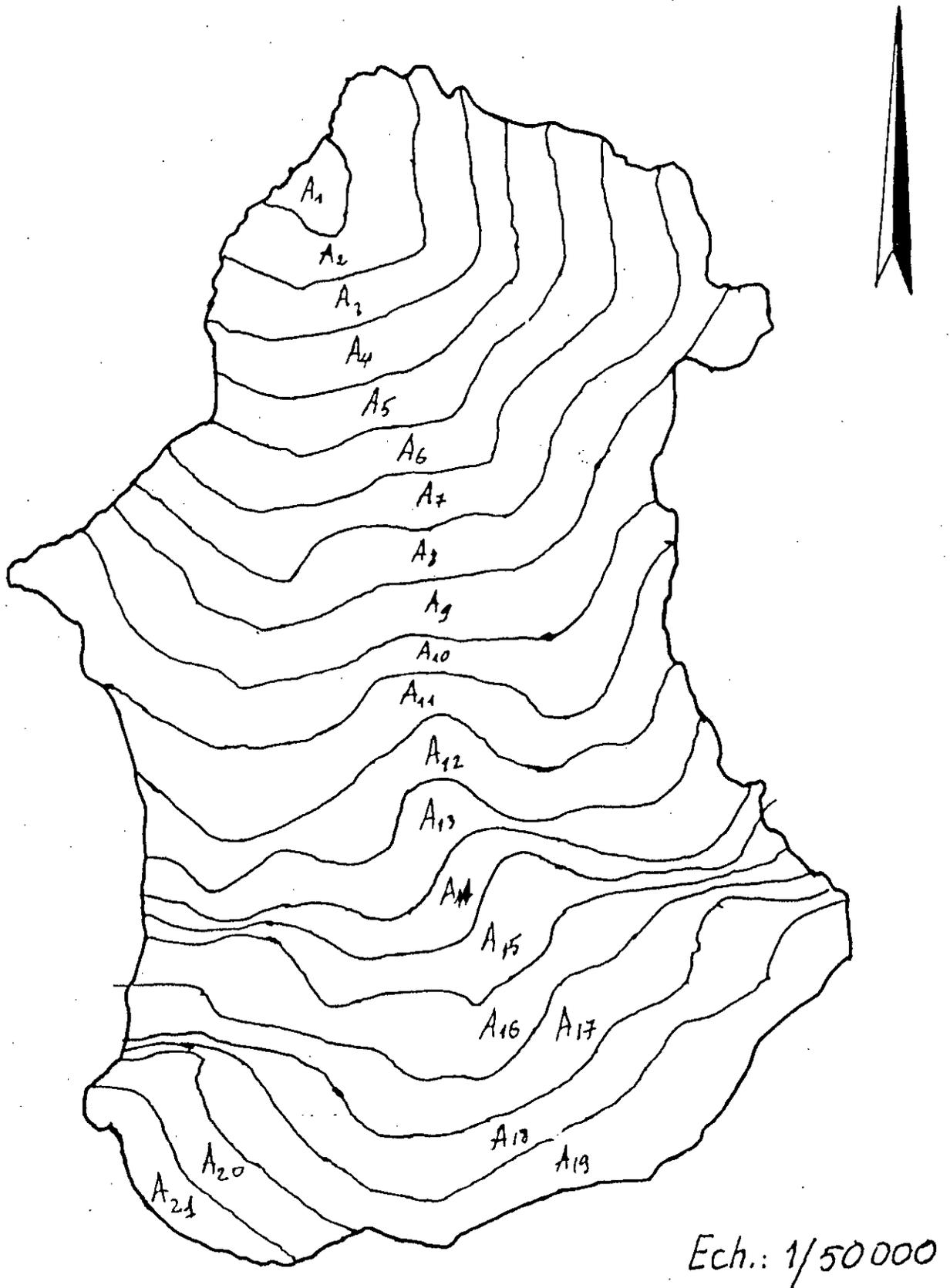


Fig 4.13: Bassin versant en isochrones.

Tab. 4.29 : Méthode de l'hydrogramme synthétique (Cas de $T= 10, 20$ et 50 ans).

A_{max}	t	D	$T= 10$ ans				$T= 20$ ans				$T= 50$ ans			
			P_n	P_{eff}	I_{eff}	Q_{max}	P_n	P_{eff}	I_{eff}	Q_{max}	P_n	P_{eff}	I_{eff}	Q_{max}
30	1	13,0	15	2	2	16	15	2	2	19	18	5	5	39
175	2	13,5	20	7	3	164	21	8	4	186	25	11	6	270
340	3	14,0	24	10	3	320	26	12	4	366	30	16	5	497
545	4	14,5	27	13	3	489	29	15	4	563	34	20	5	743
765	5	15,0	30	15	3	647	33	18	4	750	38	23	5	975
1015	6	15,5	33	17	3	809	36	20	3	944	41	26	4	1215
1285	7	16,0	35	19	3	969	38	22	3	1136	44	28	4	1452
1580	8	16,5	37	21	3	1130	41	24	3	1331	47	31	4	1694
1880	9	17,0	39	22	2	1280	43	26	3	1515	50	33	4	1920
2139	10	17,5	41	23	2	1391	45	28	3	1652	53	35	4	2089
2395	11	18,0	43	25	2	1491	47	29	3	1778	55	37	3	2243
2656	12	18,5	44	26	2	1586	49	31	3	1899	57	39	3	2392
2819	13	19,0	46	27	2	1619	51	32	2	1945	60	41	3	2446
2889	14	19,5	47	28	2	1598	53	34	2	1927	62	42	3	2421
2997	15	20,0	49	29	2	1600	55	35	2	1936	64	44	3	2430
3252	16	20,5	50	30	2	1679	57	36	2	2037	66	45	3	2556
3532	17	21,0	52	31	2	1765	58	37	2	2149	68	47	3	2694
3755	18	21,5	53	31	2	1819	60	38	2	2221	70	48	3	2783
4125	19	22,0	54	32	2	1939	61	39	2	2375	71	49	3	2975
4210	20	22,5	55	33	2	1922	63	40	2	2361	73	51	3	2958
4285	21	23,0	57	34	2	1903	64	41	2	2344	75	52	2	2936

Tab. 4.29: Méthode de l'hydrogramme synthétique (Cas de $T= 10, 100$ et $10\ 000$ ans).

A_{max}	t	D	$T= 100$ ans				$T= 1000$ ans				$T= 10\ 000$ ans			
			P_n	P_{eff}	I_{eff}	Q_{max}	P_n	P_{eff}	I_{eff}	Q_{max}	P_n	P_{eff}	I_{eff}	Q_{max}
30	1	13,0	20	7	7	55	29	16	16	132	36	23	23	189
175	2	13,5	27	14	7	332	39	25	13	620	48	35	17	845
340	3	14,0	33	19	6	595	47	33	11	1025	58	44	15	1374
545	4	14,5	38	23	6	878	53	38	10	1449	65	51	13	1925
765	5	15,0	42	27	5	1143	58	43	9	1836	72	57	11	2425
1015	6	15,5	46	30	5	1418	63	48	8	2233	78	63	10	2938
1285	7	16,0	49	33	5	1690	67	51	7	2622	83	67	10	3440
1580	8	16,5	52	36	4	1966	71	55	7	3015	88	72	9	3949
1880	9	17,0	55	38	4	2224	75	58	6	3379	93	76	8	4419
2139	10	17,5	58	41	4	2416	79	61	6	3641	98	80	8	4756
2395	11	18,0	61	43	4	2591	82	64	6	3879	102	84	8	5061
2656	12	18,5	63	45	4	2761	85	67	6	4108	106	87	7	5357
2819	13	19,0	66	47	4	2822	88	69	5	4178	109	90	7	5445
2889	14	19,5	68	49	3	2791	91	72	5	4113	113	93	7	5359
2997	15	20,0	70	50	3	2800	94	74	5	4110	116	96	6	5353
3252	16	20,5	73	52	3	2944	97	76	5	4305	120	99	6	5605
3532	17	21,0	75	54	3	3102	99	78	5	4521	123	102	6	5886
3755	18	21,5	77	55	3	3205	102	80	4	4656	126	105	6	6062
4125	19	22,0	79	57	3	3425	104	82	4	4963	129	107	6	6460
4210	20	22,5	81	58	3	3405	107	84	4	4921	132	110	5	6406
4285	21	23,0	83	60	3	3379	109	86	4	4872	135	112	5	6342

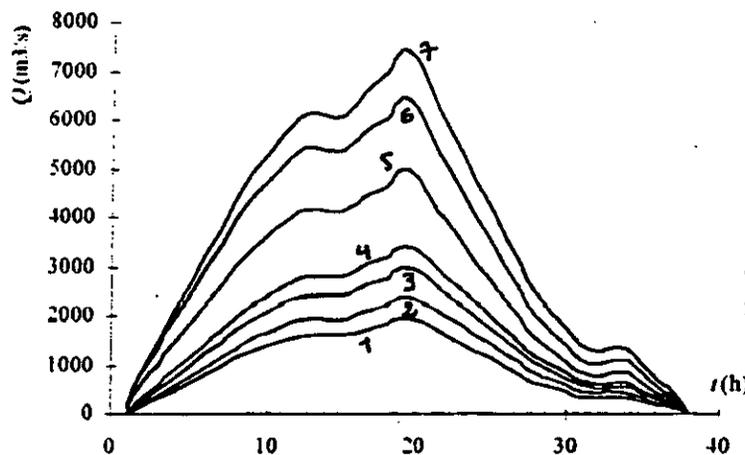
Tab. 4.29: Méthode de l'hydrogramme synthétique (Cas de $T= 50\ 000$ ans).

A_{max}	t	P_n	D	P_{eff}	I_{eff}	Q_{max}
30	1	36	13.0	23	23	192
175	2	50	13.5	37	18	889
340	3	61	14.0	47	16	1469
545	4	70	14.5	55	14	2082
765	5	77	15.0	62	12	2645
1015	6	84	15.5	69	11	3228
1285	7	91	16.0	75	11	3802
1580	8	96	16.5	80	10	4387
1880	9	102	17.0	85	9	4932
2139	10	107	17.5	90	9	5330
2395	11	112	18.0	94	9	5694
2656	12	117	18.5	98	8	6047
2819	13	121	19.0	102	8	6166
2889	14	126	19.5	106	8	6087
2997	15	130	20.0	110	7	6098
3252	16	134	20.5	113	7	6402
3532	17	138	21.0	117	7	6740
3755	18	142	21.5	120	7	6957
4125	19	145	22.0	123	6	7432
4210	20	149	22.5	126	6	7385
4285	21	152	23.0	129	6	7327

Remarque.

La surface " A_{max} " est exprimée en km^2 , le temps en heures, la pluie " P_n " nette, le déficit d'écoulement " D " et la pluie efficace " P_{eff} " en mm, l'intensité efficace " I_{eff} " en mm/h et enfin le débit maximum " Q_{max} " en m^3/s .

On remarque que le débit le plus fort se situe à la 19^{ème} heure, auquel correspond a la surface débitante $A_{max} = 4125 km^2$. Connaissant donc le débit de pointe pour chaque période de retour et la surface débitante maximale, nous pouvons tracer les hydrogrammes de crue probable(Tab. 4.30 et Fig. Fig 4.14)



- 1 : H. de crue pour $T = 70$
- 2 : H. de crue pour $T = 20$
- 3 : H. de crue pour $T = 50$
- 4 : H. de crue pour $T = 100$
- 5 : H. de crue pour $T = 1000$
- 6 : H. de crue pour $T = 70000$
- 7 : H. de crue pour $T = 50000$

Fig 4.14: Hydrogrammes de crue pour différentes périodes de retour.

Tab. 4.30 : Hydrogrammes de crue pour différentes périodes de retour.

t	Périodes de retour (ans)							t	Périodes de retour (ans)						
	10	20	50	100	1000	10 000	50 000		10	20	50	100	1000	10 000	50 000
1	16	19	39	55	132	189	192	20	1923	2356	2936	3370	4831	6271	7239
2	164	186	270	332	620	845	889	21	1775	2189	2706	3093	4343	5615	6543
3	320	366	497	595	1025	1374	1469	22	1619	2009	2478	2830	3938	5086	5963
4	489	563	743	878	1449	1925	2082	23	1450	1812	2232	2547	3514	4535	5350
5	647	750	975	1143	1836	2425	2645	24	1292	1625	2000	2282	3127	4036	4787
6	809	944	1215	1418	2233	2938	3228	25	1130	1431	1760	2007	2730	3522	4204
7	969	1136	1452	1690	2622	3440	3802	26	970	1239	1523	1736	2341	3020	3630
8	1130	1331	1694	1966	3015	3949	4387	27	808	1043	1281	1459	1947	2511	3045
9	1280	1515	1920	2224	3379	4419	4932	28	659	860	1055	1201	1583	2042	2500
10	1391	1652	2089	2416	3641	4756	5330	29	548	723	886	1009	1321	1704	2102
11	1491	1778	2243	2591	3879	5061	5694	30	448	597	732	834	1084	1399	1738
12	1586	1899	2392	2761	4108	5357	6047	31	353	476	584	665	855	1103	1384
13	1619	1945	2446	2822	4178	5445	6166	32	320	430	529	603	785	1016	1266
14	1598	1927	2421	2791	4113	5359	6087	33	340	447	554	634	849	1101	1344
15	1600	1936	2430	2800	4110	5353	6098	34	339	439	545	625	853	1107	1334
16	1679	2037	2556	2944	4305	5605	6402	35	260	337	420	481	658	855	1030
17	1765	2149	2694	3102	4521	5886	6740	36	174	226	281	323	441	574	692
18	1819	2221	2783	3205	4656	6062	6957	37	120	154	192	220	306	398	474
19	1939	2375	2975	3425	4963	6460	7432	38	0	0	0	0	0	0	0

Les débits de crues maxima par cette méthode sont donnés dans le Tab. 5. 39.

Tab. 4.31 : Débits maxima journaliers probables.

T (ans)	$(Q_{max})_T$ (m ³ /s)
10	1939
20	2375
50	2975
100	3425
1000	4963
10 000	6460
50 000	7432

D'après le tableau 5.39, les débits de crues sont plus grands que les débits obtenus par l'observation, ceci est dû spécialement aux hypothèses simplificatrices de la méthode elle-même.

4.5.1. *Interprétation et Conclusion.*

L'objectif principal de l'application des méthodes déterministe est la détermination de l'hydrogramme de crue pour telle ou telle période de retour. L'hydrogramme de crue est souvent utilisé pour le laminage des crues ou le dimensionnement des ouvrages hydrotechniques. Mais ces méthodes sont basées sur des hypothèses restrictives tel que la linéarité du bassin versant. Les hydrogrammes de crue obtenus par la méthode de l'hydrogramme unitaire et celle de l'hydrogramme synthétique ont le mêmes ordres de grandeurs. Ces résultats sont loins de la réalité.

4.6. Traitement par les formules empiriques :

Plusieurs formules empirique sont utilisées pour l'estimation du débit maximal

4.6.1. Formule d'Iskovski :

\bar{p} : précipitation moyenne maximale interannuelle égale à 82,68 mm

$n = 0,13$ (sol du bassin de moyenne montagne)

$m = 0,5$

Alors le débit maximum estimé par cette formule est :

$$Q_{\max} = 230,28 \text{ m}^3/\text{s}$$

4.6.2. Formule de Mallet Gauthier :

Soit :

$K = 2$ (compris entre 1 et 3)

$L = 75 \text{ km}$

Alors l'application de cette formule donne les valeur des débits maxima journaliers probables en fonction du période de retour T , qui sont présenté dans le tableau 4.32.

Tab. 4.32 Estimation de débits maxima journaliers probable par la formule du Mallet Gauthier.

T(ans)	$Q_{\max, T} (m^3 / s)$
10	15625
20	28344
50	39227
100	45847
1000	62926
10000	76273
50000	84357

4.6.3. Formule de Turazza

\bar{i}_{\max} : Intensité moyenne maximale des précipitation est approchée par la formule :

$$Q_{\max, T} = \frac{1}{3.6} \cdot C \cdot \bar{i}_{\max} \cdot A$$

C : Coefficient de ruissellement

Le tableau 4.33 donne la variation du coefficient de ruissellement « C » ainsi l'estimation des débits maxima probables par cette formule .

Tab 4.33: Valeur du coefficient C et débits maxima probable

T(ans)	C	Q(m ³ /s)
10	0.6	2814
20	0.68	3189
50	0.75	3517
100	0.82	3846
1000	0.87	4080
10000	0.90	4221
50000	0.98	4596

4.6. 5. Formule de Fuller .

Cette formule est exprimée de la manière suivante :

$$Q_{\max,T} = q_m (1 + 0.8 \cdot \ln T) \left[1 + \frac{2.6}{A^{0.33}} \right]$$

avec :

$$q_m = 78 \quad \text{m}^3 / \text{s}$$

Alors les résultats de calcul par cette formule sont représentés dans le tableau 4.35

Tab. 4.35 Débits maxima probable par la formule de Fuller .

T(ans)	Q _{max,T} (m ³ /s)
10	260
20	311
50	378
100	429
1000	597
10000	766
50000	884

4.6.6. Interprétation et conclusion :

Les formules empirique donnent soit des débits plus grands (Formule du Gauthier - Mallet, Turazza et Giordotti) ou très faibles (Formule de Fuller), ceci est dû essentiellement aux conditions d'application de ces formules, qui ne se réalise pas dans le cas du bassin versant de l'oued Mina . Pour cela on doit rejeter les débit estimates par ce type de formules .

En fin, tous les résultats d'estimation des crues par les différentes méthodes d'estimation citées dans les chapitres et les paragraphes précédents sont récapitulés dans le tableau 4.36.

Tab. 4.36 Récapitulatif des quantités du débits en (m³/s) estimés par les différentes méthodes d'estimatin des crues .

Types de méthode	Périodes de retour (ans)						
	10	20	50	100	1000	10.000	50.0000
I. METHODES A ECHANTILLONNAGE							
Lois d'ajustement							
Log-Normale	146	189	252	306	527	824	1.085
Pearson	166	215	282	333	509	670	814
Log - Pearson	138	244	423	632	2.289	4.155	7.878
Weibull	196	254	337	404	648	918	1.120
Méthode dite de renouvellement							
Expo.Simple	214	249	294	329	444	559	640
Weibull	275	341	434	508	774	1067	1286
Méthode du Gradex							
Gradex Classique	649	760	996	1244	1828	2412	2749
Gradex Esthétique	649	824	1056	1232	1815	2399	2807
Gradex Intégré	192	289	458	609	1167	1748	2156
Hydrogramme Unitaire	2125	2555	3212	3705	5485	7148	8096
II METHODES SEMI EMPIRIQUES ET EMPIRIQUES							
Hydrogramme Synthétique	1939	2375	2975	3425	4963	6460	7432
Formules empiriques							
Iskovski	23028	23028	23028	23028	23028	23028	23028
Mallet - Gauthier	15625	28344	39277	45847	62926	76273	84357
Turazza	2814	3189	3517	3846	4080	4221	4596
Fuller	260	311	378	429	597	766	884

Conclusion

L'estimation des débits moyens maxima journaliers à une loi de probabilité conduit en général à des résultats voisins pour des durées de retour inférieures ou légèrement supérieures à la durée d'observation . Par contre pour les longues durées comme c'est généralement le cas pour les barrages, des écarts importants peuvent être constatés, entre les résultats de l'application de ces différentes lois et ces écarts croissent avec la période de retour .

Les résultats par cette méthode montre que la loi de Weibull est meilleure du point de vue statistique par rapport aux autres lois de probabilité, car les valeurs du PPC et de RMSD sont meilleurs que les autres . Cependant, elle donne des quantités du débit faibles ($Q_{50.000} = 1120 \text{ m}^3/\text{s}$)

Après la loi de Weibull, vient la loi log-pearson III où les test d'adéquation sont tous vérifiés . On remarque une différence négligeable entre les résultats des tests d'adéquation des deux lois de probabilité (Weibull et log pearson III)

Les quantiles du débits estimés par l'ajustement à une loi de log Pearson III sont acceptables de point de vue hydrologique .

La méthode dite de renouvellement présente certains avantages qui sont :

- Hypothèses peu nombreuses et peu contraignantes,
- Exploitation au mieux l'information disponible
- Facile et rapide à m'être en oeuvre .

L'application de cette méthode avec la loi exponentielle simple et la loi de Weibull donnent des résultats acceptables du point de vue statistique, mais très faible, ce qui permet de rejeter l'application de cette méthode à notre bassin versant .

Les méthodes de Gradex progressive avec variante dite esthétique et variante dite intégrée sont des améliorations de la méthode de Gradex . Les résultats obtenus par Gradex variante esthétique sont de même ordre de grandeur que ceux obtenus par celle de Gradex, tandis que les résultats obtenus par le Gradex avec la variante intégrée sont très faibles par rapport à celle du Gradex .

La méthode de Gradex est très simplifiée par rapport à la physique de l'hydrologie, et présente un caractère trop approximatif par rapport aux modèles hydrologiques .

En contre partie, elle a l'avantage d'être facilement mise en oeuvre .

Cependant le mise en oeuvre pratique de la méthode exige des précautions parmi les difficultés de sa mise en oeuvre, on cite :

1. Les limitations de la méthode de Gradex au bassin versant relativement imperméable .

2. Le seuil de fréquence F_{limite} à partir duquel, nous pouvons faire l'extrapolation de la distribution du débit par le gradex des pluies .

La méthode de l'hydrogramme unitaire, ainsi celle de l'hydrogramme synthétique donnent des résultats inacceptables à cause des hypothèses restrictives qui ne se réalisent pas pratiquement. L'hypothèse principale est de considérer le bassin versant comme un système hydrologique linéaire asservi, l'autre hypothèse est l'homogénéité du système hydrologique ainsi que l'homogénéité des précipitations .

En réalité ces hypothèses ne se réalisent pas .

Les formules empiriques sont simples à utiliser, mais étant données qu'elles ont été établies pour des bassins versant particuliers, et pour des caractéristiques particulières. en plus, vue la complexité du phénomène de formation des crues et de leurs propagations expliquent facilement leurs caractères approximatifs . Pour cette raison, les résultats obtenues en utilisant cette formule ne sont pas représentatifs .

Enfin l'estimation de la crue de projet ne ressortie pas d'une science exacte . Un grand nombre de méthode ~~reste~~ valable, mais ne donne qu'une estimation relative à la grandeur crue de projet que ce soit son débit de pointe, son volume ou son hydrogramme . Dans les meilleurs conditions de la connaissance du raisonnement et dans les limites des données disponibles et la connaissance des conditions météorologiques qui sont à l'origine des phénomènes .

Donc la crue de projet résulte d'un jugement de l'ingénieur, appuyé sur les observations des débit et des précipitations ou de l'application des lois hydrologiques aux phénomènes physiques observés et faisant l'objet d'une analyse adaptée à ^{la} situation particulière . L'estimation de crue sera meilleure d'autant que les données hydrologiques seront plus nombreuses .

Bibliographie.

- Bobée, B. et F. Ashkar (1991). The Gamma Family and derived distributiond applied in hydrology. *Water Resources Publication*, Littleton, Colorado, U.S.A.
- CEMAGREF (1979). Analyse des pluies de 1 à 10 jours sur 300 postes métropolitains. Antony.
- CFGB (1994). Barrages & Réservoirs. Les crues de projet des barrages: méthode du Gradex. *Spécial Durban*, 18^{ème} Congrès CIGB. N°2 Novembre.
- Chow, V.T. (1964). Statistical and Probability analysis of hydrologic data. *Section 8-1 in Handbook of Applied Hydrology*, ed. by V.T. Chow. Mc Graw Hill, New York.
- Chowdhury, J.U. et al., (1991). Goodness of -Fit Test for Regional Generalized Extreme Value Flood Distributions, *Water Resour. Research* 27 (7), pp. 1765-1776.
- Dahel, M. (1991). Répartition spatiale de la pluie. *Mémoire de fin d'études (Ingéniorat)*. Institut National d'Enseignement Supérieur d'Agronomie. Chleff. Algérie.
- Davison, A.C. et R.L. Smith (1990). Model for Exceedances over High Thresholds. *J. R. Statist. Soc. B*, 52 N°3, pp. 393-442.
- Dubreuil, P. (1974). Initiation a l'analyse hydrologique. Ed. Masson et Cie, ORSTOM. Paris.
- Filliben, J.J. (1975). The Probability Plot Correlation test for normality. *Technometrics*, 17(1), pp. 111-117.
- Giandotti, M (1937). *Idrologia generale*. Frenze.
- Grubbs, F et G. Beck (1972). Extension of sample sizes and percentage points for significance tests for outlying observations. *Technometrics*, 14(4), pp. 847-854.
- Guillont, P et D. Duband (1967). La méthode du Gradex pour le calcul de la probabilité des crues à partir pluies. *Journées de SHF*, question 1, rapport 7, Paris.
- Hazen, A. (1924). Discussion on " Theoretical Frequency Curves" by Foster. *Transactions ASCE* 87,pp. 174-179.
- Karim, MD. et J.U. Chowdhury (1995). A cmparison of four distributions used in flood frequency analysis in Bangladesh. *Hydrological Sciences Journal* 40. February, pp. 55-66.
- Kottegoda, N.T. (1980). *Stochastic Water Resources Technology*. Ed Mc Millan Press Ltd, London. United Kingdom.
- Ladjel, M. (1995). Etude des crues pluviales. *Actes du Premier Colloque Maghrébin sur l'Hydraulique* 16 a 17 Mai 1995, Zeralda, ENSH. pp. 260-269.

- Lang, M. (1995). Les chroniques en hydrologie, modélisation comparée par un système de gestion de bases de données relationnel et orienté objet; Traitement de base et intervalles de confiance des quantiles de crues; Techniques d'échantillonnage par la méthode de Renouvellement. *Thèse de doctorat*, Université Joseph Fourier de Grenoble, Juin 1995.
- Mann, H.B. et D. R. Whitney (1947). On the test of Wether one of two random variables in stochastically larger than the other. *Ann. Math. Statist.* 18, pp. 50-60.
- Margoum (1992). Estimation des crues rares et extrêmes: Le modèle AGREGEE. Conception et première validations. Thèse de doctorat, *Ecole des mines de Paris, Cemagref Lyon, GIS Hydrologie FRIEND-AMHY*, 252 p.
- Michel, C. et G. Oberlin (1990). Etude des crues rares, variante d'application de la méthode du Gradex. *Information techniques du Cemagref*. Mars n° 77, note 2.
- Miquel, J. (1983). CRUE: un modèle d'estimation des probabilités de crue. *Houille Blanche* N° 2 pp. 95-101.
- NERC (1975). Flood Studies Report. *National Environment Research Council*, London, Vols 1-5. United Kingdom.
- Raudkivi, A. (1979). *Hydrology*. Pergamon Press, Oxford. UK.
- SAPORTA, G. (1978). *Théories et méthodes de la statistique*. Paris: Technip 386 p
- Smati, A. (1981). Contribution à l'étude hydrologique du bassin versant de Rouina (Wilaya de Cheliff). *Mémoire de fin d'étude (Ingéniorat)*. Institut National Agronomique (El-Harrach) Algérie, 93 p.
- Sherman, L.K. (1932). Streamflow from rainfall by the unit-graph method, *Eng. News Rec.*, Vol. 108, pp. 501-505, April 7.
- Snyder, F.F. (1938). Synthetic unit-hydrographs, *Trans. Am. Geophys. Union*, Vol. 19, pp. 447-454.
- Touaïbia, B et al., (1995). Quantification de l'érosion a partir d'implantation de quatre retenues colinéaires dans la zone des marnes. *Actes du 1^{er} Colloque Maghrébin sur l'Hydraulique*, Mai, Zeralda, Algérie, pp. 319-329.
- Vogel, R.M. (1986). The Probability Plot Correlation coefficient test for the Normal, Log-Normale and Gumbel distributional hypothesis. *Water Resour. Research* 22 (4), pp. 587-590.
- Wald, A. et J. Wolfowitz (1943). An exact test for randomness in the parametric case based on serial correlation. *Ann. Math. Statist.* 14, pp. 378-388.
- WRC (1967, 1981). Guidelines for determining flood flow frequency. *US Water Resources Council Hydrology Committee*. Washington, D.C. Revised version. bulletin 17B(1981).

ANNEXES

ANNEXE A

A.1. LA LOI LOG-NORMALE

La fonction de densité de probabilité est:

$$P(X = x) = f(x) = \frac{1}{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - m)^2\right]$$

cette fonction a été déduite de la fonction de probabilité de la loi Normale dont la transformation se fait comme suit:

$$\text{si } Y = \ln X \sim N(m, \sigma^2) \text{ alors } X \sim LN(m, \sigma),$$

donc il suffit d'ajuster la série logarithmique ($y_i = \ln x_i, i = 1, \dots, n$) à la loi Normale.

La fonction de répartition au non dépassement est:

$$P(X \leq x) = F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_1^x \frac{1}{t} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln t - m)^2\right] dt$$

ou m le paramètre de position et σ le paramètre d'échelle.

A.1.1. Estimation des Paramètres.

L'estimation des paramètres par la méthode des moments ou de maximum de vraisemblance donne les résultats suivants:

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i = \bar{x}_n, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \bar{x}_n)^2 = S_n^2$$

m et σ sont des estimateurs de m et σ

A.1.2. Quantiles et intervalles de confiance

Etant donnée une période de retour T , le quantile x_T est déterminé par le moyen de la résolution de l'équation suivante:

$$x_T = \exp\left[F^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right] = \exp\left(m + u_{1-\frac{1}{T}}\sigma\right)$$

L'intervalle de confiance de x_T pour un seuil $\alpha\%$ est donné par:

$$\left[x_T - u_{1-\frac{\alpha}{2}} S_n \sqrt{\frac{2 + u_{1-\frac{1}{T}}}{2n}}, \quad x_T + u_{1-\frac{\alpha}{2}} S_n \sqrt{\frac{2 + u_{1-\frac{1}{T}}}{2n}} \right]$$

A.2. LA LOI DE GUMBEL (1958)

La fonction de densité de probabilité est:

$$P(X = x) = f(x) = \frac{1}{a} \exp\left(-\frac{x-m}{a}\right) \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-m}{a}\right)\right]$$

La fonction de répartition au non dépassement est:

$$P(X \leq x) = F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-m}{a}\right)\right],$$

où m le paramètre de position et a le paramètre d'échelle.

A.2.1. Estimation par la méthode des moments.

Soit le système d'équations suivantes:

$$\begin{cases} \bar{x} = \mu, \\ S^2 = \sigma^2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = m + 0.577S, \\ \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx = (1.28a)^2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = m + 0.577S, \\ S^2 = (1.28a)^2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \bar{x} + 0.577S, \\ a = \frac{S}{1.28}. \end{cases}$$

A.2.2. Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance.

La fonction de vraisemblance pour la loi de Gumbel est exprimée par la relation suivante:

$$L = \frac{1}{a^n} \exp\left[-\frac{\sum_{i=1}^n x_i - nm}{a}\right] \exp\left[-\sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{x_i - m}{a}\right)\right]$$

le logarithme de cette expression est donné par cette relation complexe suivante:

$$\log L = -\frac{1}{a} \sum_{i=1}^n (x_i - m) - \sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{x_i - m}{a}\right) + n \ln \frac{1}{a}$$

la détermination des paramètres a et m nécessite la résolution du système d'équations:

$$\begin{cases} \frac{\partial \log L}{\partial m} = \frac{n}{a} - \frac{1}{a} \sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{x_i - m}{a}\right) = 0, \\ \frac{\partial \log L}{\partial a} = -\sum_{i=1}^n (x_i - m) + \sum_{i=1}^n (x_i - m) \exp\left(-\frac{x_i - m}{a}\right) + na = 0. \end{cases}$$

ce système d'équations non linéaire peut être résolu par la méthode numérique de Newton-Raphson.

A.2.3. Méthode de Newton-Raphson (Rappel).

On cherche à résoudre un problème non linéaire, de n équations à n inconnues. Les inconnues sont les n paramètres w_i , vérifiant les n équations

$$\varphi_i(w_1, w_2, \dots, w_n) = 0, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Soit Φ le vecteur des n fonction φ_i , et W le vecteur des n paramètres w_i :

$$\Phi^T = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n), \quad W^T = (w_1, w_2, \dots, w_n)$$

Φ^T et W^T sont respectivement les transposés des vecteurs Φ et W .

une probabilité $p = 1/T$, les valeurs T_1 et T_2 de T' qui permettent de calculer les bornes de l'intervalle de confiance à 70% ou 95% de façon suivante:

$$[\hat{x}_T - T_2 S, \hat{x}_T - T_1 S]$$

Une méthode analytique pour le calcul des intervalles de confiance basée sur le calcul de la variance $V(\hat{x}_T)$. Pour un seuil $\alpha\%$, l'intervalle de confiance est (Kottegoda, 1980):

$$\left[\hat{x}_T - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{V(\hat{x}_T)}, \hat{x}_T + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{V(\hat{x}_T)} \right]$$

$$\text{avec: } V(\hat{x}_T) = \frac{S^2}{n} \left[1 + 1.14 K_T + K_T^2 \left(0.6 + \frac{n}{2(n-1)} \right) \right]$$

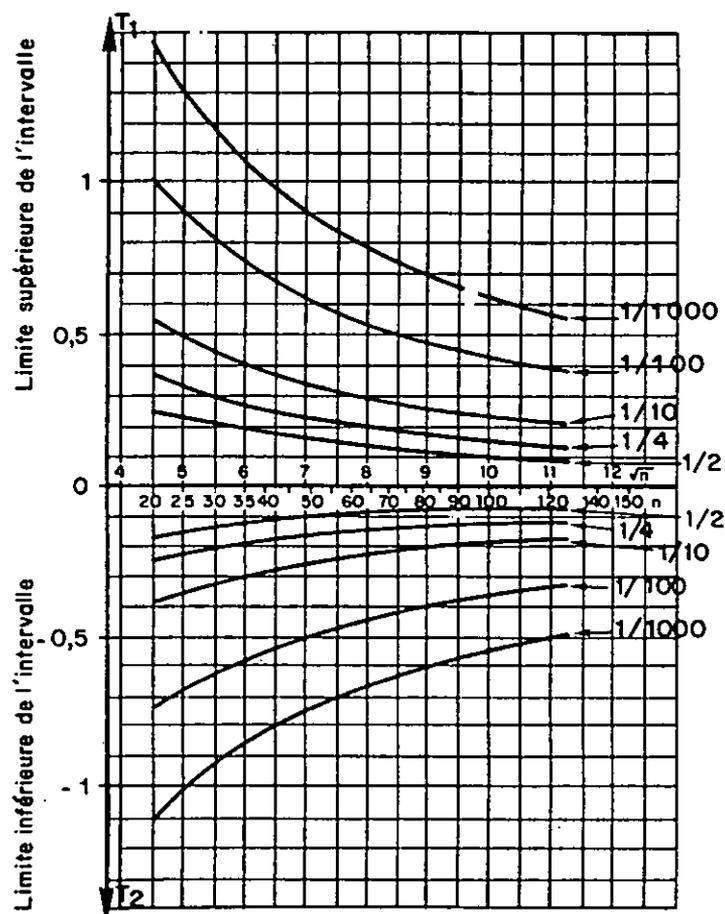


Figure 1.1: Intervalle de confiance a 70%.

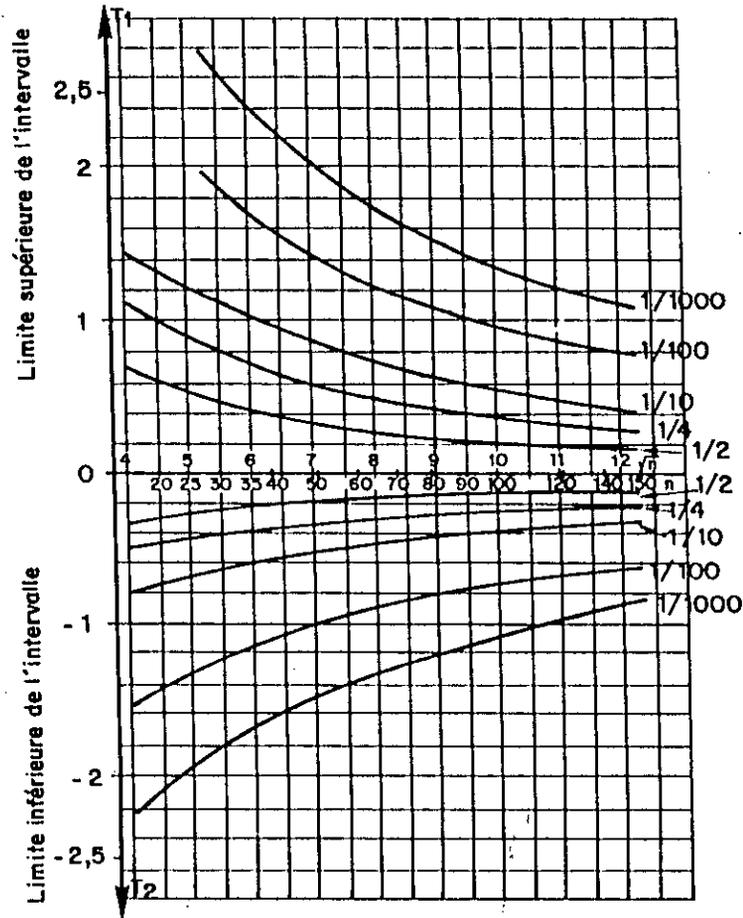


Figure 1.2: Intervalle de confiance a 95%.

A.3. LA LOI DE PEARSON III (P3).

La densité de probabilité de Pearson III est donnée par:

$$P(X = x) = f(x) = \frac{|\alpha|}{\Gamma(\nu)} \exp[-\alpha(x - m)] [\alpha(x - m)]^{\nu-1}$$

ou $\Gamma(\nu)$ c'est la fonction Gamma ;

α : c'est le paramètre d'échelle, m : paramètre de position et ν : paramètre de forme

A.3.1. Estimation par la méthode des moments.

Soit le système:

$$\begin{cases} \bar{x} = \mu, \\ S^2 = \sigma^2, \\ C_s = C_s(P3). \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = m + \frac{v}{\alpha}, \\ S^2 = \frac{v}{\alpha^2}, \\ C_s = \frac{2}{\sqrt{v}}. \end{cases}$$

la résolution de ce système donne les résultats $\hat{\alpha}$, \hat{v} et \hat{m} tel que:

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{C_s S}, \quad \hat{m} = \bar{x} - \frac{2}{C_s S}, \quad \hat{v} = \frac{4}{C_s^2}$$

(Kinby, 1974) a remarqué que le coefficient d'asymétrie C_s n'est pas un estimateur sans biais.

Pour cela plusieurs corrections ont été apportées pour diminuer le biais $E(C_s) - C_s$, donc une bonne estimation des paramètres α , m et v (Bobée et Robitaille, 1977). Parmi ces corrections soit:

$$(C_s)_1 = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} C_s$$

Cette correction a été recommandée par le U.S. Water Resources Council (WRC, 1967).

$$(C_s)_2 = (C_s)_1 \left(1 + \frac{8.5}{n}\right)$$

Cette correction a été proposée par Hazen (1924) et recommandée par le U.S. Inter Agency Committee on Water Resources (WRC, 1966).

$$(C_s)_3 = C_s \left[\left(1 + \frac{6.51}{n} + \frac{20.20}{n^2}\right) + \left(\frac{1.48}{n} + \frac{6.77}{n^2}\right) C_s^2 \right]$$

Cette correction a été proposée par Bobée et Robitaille (1975) après l'ajustement des résultats obtenus par Wallis et al. (1974).

A.3.2. Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance.

La fonction de vraisemblance est:

$$L = \left(\frac{|\alpha|^v}{\Gamma(v)} \right)^n (x_1 - m)(x_2 - m) \dots (x_n - m) \exp\left(-\alpha \sum_{i=1}^n x_i + \alpha m n\right)$$

le logarithme de L est:

$$\ln L = n v \ln \alpha - n \ln \Gamma(v) + \sum_{i=1}^n \ln(x_i - m) - \alpha \sum_{i=1}^n x_i + \alpha m n$$

les estimateurs $\hat{\alpha}$, $\hat{\nu}$ et \hat{m} sont obtenus en résolvant le système d'équations suivantes:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{m}{\alpha} - \sum_{i=1}^n (x_i - m) = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \nu} = -n\psi(\nu) + \sum_{i=1}^n \ln[-\alpha(x_i - m)] = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial m} = \alpha n - (\nu - 1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i - m} = 0. \end{cases}$$

avec $\psi(\nu) = \frac{d \ln \Gamma(\nu)}{\nu}$ dite la fonction digamma ;

(Matalla et Wallis, 1973) proposent une méthode de solution qui consiste à déterminer α et ν en fonction du paramètre m :

$$\text{soit: } \nu(m) = \frac{A}{A - B} \quad , \quad \alpha(m) = \frac{1}{n} \frac{AB}{A - B}$$

$$\text{Ou: } A = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i - m} \quad \text{et} \quad B = \frac{n^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - m)}$$

pour une valeur fixée de $m = m_0$ on calcule $\nu_0 = \nu(m_0)$ et $\alpha_0 = \alpha(m_0)$ et R_0 tel que:

$$R_0 = -n\psi(\nu_0) + \sum_{i=1}^n \ln[\nu_0(x_i - m)]$$

si $R_0 = 0$, on retient ν_0 , α_0 et m_0 , sinon on choisit une autre valeur de m_0 et ainsi de suit...

Remarque.

La méthode des moments est généralement moins efficace par rapport à la méthode de maximum de vraisemblance (Fischer, 1921). Dans le cas où $C_s = 0$ la distribution de Pearson III tend vers la distribution Normale et les deux méthodes d'estimation sont pratiquement les mêmes.

A.3.3. Quantiles et intervalles de confiance.

Pour une période de retour T le quantile x_T est calculé par le moyen de la formule suivante:

$$x_T = m + \varepsilon \frac{K_T \sqrt{\nu}}{\alpha} + \frac{\nu}{\alpha} \quad \varepsilon = 1 \text{ (resp. } \varepsilon = -1) \text{ si } \alpha > 0 \text{ (resp. } \alpha < 0)$$

Le facteur de fréquence se lit directement dans les tables (Tableau 1.2), ou calculé par des formules empiriques (Bobée et Ashkar, 1991). (Kite, 1977) a proposé la formule suivante:

$$K_T = u + (u^2 - 1)k + \frac{1}{3}(u^3 - 6u)k^2 - (u^2 - 1)k^3 + uk^4 + \frac{1}{3}k^5$$

avec $u = u_{1-\frac{1}{T}}$ la variable réduite de Gauss pour une probabilité $1 - 1/T$ et $k = C_s/6$.

Les intervalles sont calculables mais assez complexe. Pour un seuil de signification α % l'intervalle de confiance pour le quantile x_T est:

$$\left[x_T - u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{V(x_T)} , x_T + u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{V(x_T)} \right]$$

Par la méthode des moments l'expression de $V(x_T)$ est:

$$V(x_T) = \frac{\bar{x}}{n} \left[1 + K_T \left(1 + \frac{3}{4} C_s^2 \right) + K_T C_s + 6 \left(1 - \frac{C_s^2}{4} \right) \frac{\partial K_T}{\partial C_s} \left[\frac{\partial K_T}{\partial C_s} \left(1 + 5 \frac{C_s^2}{4} \right) + \frac{K_T}{2} C_s \right] \right]$$

Par la méthode de maximum de vraisemblance soit:

$$V(x_T) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial x_T}{\partial \alpha_i} \frac{\partial x_T}{\partial \alpha_j} \text{Cov}(\theta_i, \theta_j) \text{ ou } \theta_1 = \alpha, \theta_2 = \nu \text{ et } \theta_3 = m$$

$$\text{avec: } \text{Cov}(\alpha, \alpha) = V(\alpha) = \frac{(\nu-2)\alpha^2}{nA} \left[\frac{\psi'}{\nu-2} - \frac{1}{(\nu-1)^2} \right], \text{Cov}(\nu, \nu) = V(\nu) = \frac{2}{nA},$$

$$\text{Cov}(m, m) = V(m) = \frac{\nu-2}{nA} \frac{1}{\alpha^2} (\psi' \nu - 1), \text{Cov}(\alpha, \nu) = \frac{\alpha}{nA(\nu-1)}, \text{Cov}(\alpha, m) = \frac{1}{n} \frac{\nu-2}{A} \left(\psi' - \frac{1}{\nu-1} \right)$$

$$\text{Cov}(\nu, m) = \frac{2-\nu}{n\alpha A(\nu-1)}, \text{ avec } A = 2\psi' - \frac{2}{\nu-1} + \frac{1}{(\nu-1)^2}$$

$$\text{sachant que: } x_T = m + \varepsilon \frac{K_T \sqrt{\nu}}{\alpha} + \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\text{soit: } \frac{\partial x_T}{\partial m} = 1, \quad \frac{\partial x_T}{\partial \alpha} = -\frac{\nu}{\alpha^2} \left[1 + \varepsilon \frac{K_T}{\sqrt{\nu}} \right], \quad \frac{\partial x_T}{\partial \nu} = \frac{1}{\alpha} \left[1 + \varepsilon \frac{1}{\sqrt{\nu}} \frac{K_T}{2} \frac{1}{\nu} \frac{\partial K_T}{\partial C_s} \right]$$

Remarque.

Pour l'application de la loi Pearson III Nguyen et al., (1989) ont recommandé l'utilisation de la fréquence expérimentale suivante dont la formule est:

$$F_i = \frac{n-i+0.3C_s+0.47}{n-0.3C_s+0.05}$$

Tableau 1.2: Valeurs de K_T

Skew coefficient C_1 or C_w	Return period in years						
	2	5	10	25	50	100	200
	Exceedence probability						
	0.50	0.20	0.10	0.04	0.02	0.01	0.005
3.0	-0.396	0.420	1.180	2.278	3.152	4.051	4.970
2.9	-0.390	0.440	1.195	2.277	3.134	4.013	4.909
2.8	-0.384	0.460	1.210	2.275	3.114	3.973	4.847
2.7	-0.376	0.479	1.224	2.272	3.093	3.932	4.783
2.6	-0.368	0.499	1.238	2.267	3.071	3.889	4.718
2.5	-0.360	0.518	1.250	2.262	3.048	3.845	4.652
2.4	-0.351	0.537	1.262	2.256	3.023	3.800	4.584
2.3	-0.341	0.555	1.274	2.248	2.997	3.753	4.515
2.2	-0.330	0.574	1.284	2.240	2.970	3.705	4.444
2.1	-0.319	0.592	1.294	2.230	2.942	3.656	4.372
2.0	-0.307	0.609	1.302	2.219	2.912	3.605	4.298

A.4. LA LOI LOG-PEARSON III (LP3)

La fonction de densité de probabilité est:

$$P(X = x) = f(x) = \frac{|\alpha|}{x\Gamma(\nu)} [\alpha(\ln x - m)]^{\nu-1} \exp[-\alpha(\ln x - m)]$$

Cette fonction a été déduite de la fonction de probabilité de Pearson III dont la transformation se fait comme suit:

$$\text{si } Y = \ln X \sim P3 \text{ alors } X \sim LP3\sigma$$

donc il suffit d'ajuster la série logarithmique ($y_i = \ln x_i, i = 1, \dots, n$) à la loi Pearson III

La fonction de répartition au non dépassement est:

$$P(X \leq x) = F(x) = \frac{|\alpha|}{\Gamma(\nu)} \int_t^x \frac{1}{t} [\alpha(\ln t - m)]^{\nu-1} \exp[-\alpha(\ln t - m)] dt$$

α paramètre d'échelle, m paramètre de position et ν paramètre de forme.

Remarques.

- Quand ν est au voisinage de l'infinie, la loi Log-Pearson III peut être approché par la loi Log-Normale.

- Si X suit la loi Log-Pearson III de paramètres α, ν et m alors X^p suit la même loi de paramètres $\alpha/p, \nu$ et m .

A.4.1. Estimation par la méthode des moments.

(Bobée et Ashkar, 1991) ont montré qu'il existe différentes méthodes des moments utilisées pour l'estimation des paramètres. Parmi ces méthodes, la plus simple est la *méthode des moments indirects* proposée par le U.S. Water Resources Council (1967), qui consiste à ajuster échantillon logarithmique ($y_i = \ln x_i, i = 1, \dots, n$) à la loi de Pearson III. Soit donc le système:

$$\begin{cases} \bar{x}_n = \mu, \\ S_n^2 = \sigma^2, \\ (g_s)_1 = g_s \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} = g_s(LP3). \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{x}_n = m + \frac{\nu}{\alpha}, \\ S_n^2 = \frac{\nu}{\alpha^2} \\ g_s \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} = \frac{2}{\sqrt{\nu}} \end{cases}$$

ou $(g_s)_1$ c'est la correction de g_s pour qu'elle soit sans biais. La solution $\hat{\alpha}, \hat{\nu}$ et \hat{m} de ce système est:

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{S_n(g_s)_1}, \quad \hat{\nu} = \left[\frac{2}{(g_s)_1} \right]^2 \quad \text{et} \quad \hat{m} = \bar{x}_n - \frac{2S_n}{(g_s)_1}$$

A.4.2. Estimation par la méthode de maximum de vraisemblance.

A partir de la fonction de probabilité de Log-Pearson III, le logarithme de la fonction de vraisemblance est:

$$\ln L = n \ln |\alpha| - n \ln \Gamma(\nu) - n \alpha m - (1 + \alpha) \sum_{i=1}^n \ln x_i + (\nu - 1) \sum_{i=1}^n \ln [\alpha (\ln x_i - m)]$$

$\hat{\alpha}$, $\hat{\nu}$ et \hat{m} ce sont les estimateurs et la solution du système d'équations non linéaires suivante:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{n\nu}{\alpha} - \sum_{i=1}^n (\ln x_i - m) = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \nu} = n\psi(\nu) + \sum_{i=1}^n \ln [\alpha (\ln x_i - m)] = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial m} = n\alpha - (\nu - 1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{(\ln x_i - m)} = 0. \end{cases}$$

Ce système d'équations est analogue a celle étudié lors de l'estimation des paramètres de la loi Pearson III par les méthodes de maximum de vraisemblance, donc la même méthode de résolution qui sera établi.

A.4.3. Quantiles et intervalles de confiance.

Pour une période de retour T le quantile x_T est calculé par le moyen de l'expression suivante:

$$x_T = \exp \left(m + \varepsilon \frac{K_T \sqrt{\nu}}{\alpha} + \frac{\nu}{\alpha} \right)$$

K_T c'est le facteur de fréquence analogue a celui discuté dans la loi de Pearson III, K_T dépend de g_s et de T (Tableau 1.2).

L'intervalle de confiance de x_T est calculable pour un seuil de signification α %:

$$\left[x_T - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{V(x_T)} \quad , \quad x_T + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{V(x_T)} \right] \quad \text{avec: } V(x_T) = x_T^2 V(\ln x_T)$$

Par la méthode des moments utilisés pour l'estimation des paramètres, la variance de $\ln x_T$ est calculée par la formule suivante:

$$V(\ln x_T) = \frac{x_T}{n} \left\{ 1 + \frac{K_T}{2} \left(1 + \frac{3}{4} g_s^2 \right) + K_T g_s + 6 \left(1 - \frac{1}{4} g_s^2 \right) \frac{\partial K_T}{\partial g_s} \left[\frac{\partial K_T}{\partial g_s} \left(1 + \frac{5}{4} g_s^2 \right) + \frac{K_T}{2} g_s \right] 4 \right\}$$

Si par contre la méthode utilisée est celle de maximum de vraisemblance $V(\ln x_T)$ est déterminé par le moyen de l'expression analytique:

$$V(\ln x_T) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \ln x_T}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \ln x_T}{\partial \alpha_j} \text{Cov}(\theta_i, \theta_j)$$

c'est le même procédé utilisé lors de l'estimation des paramètres de la loi Pearson III par la méthode de maximum de vraisemblance (§1.2.6.3.3).

A.5. LA LOI DE WEIBULL (GEV).

La fonction de densité de probabilité et la fonction de répartition au non dépassement sont:

$$P(X = x) = f(x) = \frac{\gamma}{a}(x - S_0)^{\gamma-1} \exp\left[-\frac{1}{a}(x - S_0)^\gamma\right]$$

$$P(X \leq 1) = F(x) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{a}(x - S_0)^\gamma\right]$$

avec a le paramètre d'échelle, m le paramètre de position et γ le paramètre de forme, le quantile x_p ou p est une probabilité au non dépassement est:

$$x_p = S_0 + \left(a \ln \frac{1}{p}\right)^\gamma$$

A.5.1. Estimation des paramètres de la loi.

L'estimation des paramètres par la méthode des moments conduit à des équations où il existe des intégrales généralisées de type:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u^{\frac{1}{k}} e^{-u^{\frac{1}{k}}} du$$

cet intégrale converge vers une valeur finie I qui ne peut pas être déterminée de façon exacte par des méthodes numériques tels que l'application des séries de fonctions.

L'estimation par la méthode de maximum de vraisemblance nécessite de déterminer la fonction de vraisemblance ainsi que son logarithme:

$$L = \left(\frac{\gamma}{a}\right)^n \prod_{i=1}^n (x_i - S_0)^{\gamma-1} \exp\left[-\frac{1}{a} \sum_{i=1}^n (x_i - S_0)^\gamma\right]$$

$$\ln L = n \ln \frac{\gamma}{a} + (\gamma - 1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i - S_0) - \frac{1}{a} \sum_{i=1}^n (x_i - S_0)^\gamma$$

La détermination des paramètres de la loi nécessite la résolution du système formé les trois équations suivantes:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \ln L}{\partial S_0} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = 0$$

Ce système d'équations complexe, nécessite la méthode de Newton-Raphson ou la méthode d'approximation successive pour le résoudre de façon numérique.

A.5.2. Calcul des quantiles.

Une fois les paramètres sont estimés et pour une période de retour donnée le quantile x_T est déterminé par le moyen de l'expression suivante:

$$x_p = S_0 + (a \ln T)^\gamma$$

ANNEXE B

Les fonctions Gamma et Polygamma.

La fonction Gamma est définie par l'intégrale généralisée:

$$\Gamma(\nu) = \int_0^{\infty} u^{\nu-1} e^{-u} du \quad \text{avec, } \nu > 0$$

Cette fonction présente certaines caractéristiques qui sont:

$$\Gamma(\nu+1) = \nu\Gamma(\nu) \quad \forall \nu > 0$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \pi^{1/2} = 1.77245... \quad \forall \nu > 0$$

$$\ln \Gamma(\nu) = \left(\nu - \frac{1}{2}\right) \ln \nu - \nu + \frac{1}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{12\nu} - \frac{1}{360\nu^3} + \frac{1}{1260\nu^5} - \frac{1}{1680\nu^7} + \dots$$

$$\Gamma(\nu+1) = \nu! \quad \forall \nu \text{ positif entier}$$

Les fonctions Digamma, Trigamma et Polygamma sont définies respectivement par:

$$\psi(\nu) = \frac{d \ln \Gamma(\nu)}{d\nu} = \frac{\Gamma'(\nu)}{\Gamma(\nu)} \quad \forall \nu > 0$$

$$\psi'(\nu) = \frac{d\psi(\nu)}{d\nu} = \frac{d^2 \ln \Gamma(\nu)}{d\nu^2} \quad \forall \nu > 0$$

$$\psi^{(n)}(\nu) = \frac{d^{(n)} \psi(\nu)}{d\nu^{(n)}} = \frac{d^{(n+1)} \ln \Gamma(\nu)}{d\nu^{(n+1)}} \quad \forall \nu > 0, \quad n = 1, 2, \dots$$

Abrahamowitz et Stegun (1970) sont au résultats importants suivants.

$$\psi(\nu-1) = \psi(\nu) + \frac{1}{\nu} \quad \forall \nu > 0$$

$$\psi(\nu) = \ln \nu - \frac{1}{2\nu} - \frac{1}{12\nu^2} + \frac{1}{120\nu^4} - \frac{1}{252\nu^6} + \dots$$

$$\psi'(\nu+1) = \psi'(\nu) - \frac{1}{\nu^2}$$

$$\psi'(1) = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\psi''(\nu) = \frac{1}{\nu^2} - \frac{1}{2\nu^3} + \frac{1}{6\nu^4} - \frac{1}{30\nu^5} + \frac{1}{42\nu^6} - \frac{1}{30\nu^7} + \frac{10}{132\nu^{11}} - \frac{691}{2730\nu^{13}} - \frac{7}{6\nu^{15}} + \dots$$

ANNEXE C

013402. et 013402.LST sont des fichiers texte comportent des données des débits moyens. Ces deux fichiers sont fournis par l'Agence Nationale des Ressources Hydraulique d'Alger.

Description du fichier 013402.

Ce fichier comporte les données des débits de l'année 1959/60 à 1987/88. il composé par trois blocs

Le premier bloc constitue par les débits moyens journaliers en m^3/s dont le nombre de valeurs soit 365 ou 366 selon les jours de l'année hydrologique qui débute le Septembre à Août de l'année après.

Le deuxième bloc est formé par quatre colonnes et douze lignes :

- la première colonne est formée par les débits minima mensuel (m^3/s),
- la deuxième colonne est formée par les débits maxima mensuel (m^3/s),
- la troisième colonne est formée par les débits moyens mensuel (m^3/s),
- la quatrième colonne est formée par les apports mensuel (Hm^3).

Le dernier bloc est constitué par une seule ligne et quatre valeurs :

- la première par le débit minima interannuel (m^3/s),
- le deuxième par le débit maxima interannuel (m^3/s),
- la troisième par le débit moyen interannuel (m^3/s),
- la quatrième par l'apport annuel (Hm^3).

Description du fichier 013402.LST.

Ce fichier comporte les données des débits de l'année 1979/80 à 1993/94, mais cette fois-ci, les données sont plus claires que les précédentes.

DEBITS MOYENS JOURNALIERS (M3/S)

15/11/94

CODE STATION : 013402
 NOM STATION : OUED 3L ABTAL
 OUED : MINA
 ANNEE : 1979/1980

	SEPT	OCTO	NOVE	DECE	JANV	FEBR	MARS	AVRI	MAI	JUIN	JUIL	AOUT	ANNÉE
1	.3760	.9480	4.112	.7600	1.616	1.264	1.128	1.704	16.49	.0450	.0150	21.58	
2	.3440	.7440	2.580	.7600	1.616	1.264	1.128	1.704	5.034	.0450	.0150	2.489	
3	.3440	.7440	2.108	.7600	1.508	1.264	1.128	1.412	3.188	.0560	.0110	14.97	
4	.3760	.7440	1.816	.7600	1.508	1.264	1.306	1.266	1.558	.0560	.0020	2.975	
5	.3120	.8880	1.230	.7600	1.508	1.196	11.61	1.412	1.266	.0560	.0110	.9388	
6	26.19	1.352	1.120	.7600	1.332	1.196	85.74	1.412	1.412	.0660	.0150	.7440	
7	7.536	1.310	1.120	.7600	1.332	1.196	10.78	1.412	1.850	.0560	.0180	.6020	
8	2.460	1.180	1.120	.7600	1.264	1.128	5.601	1.266	2.780	.0560	.0250	.5540	
9	4.309	.9480	1.120	.7600	1.264	1.128	4.364	1.266	3.392	.0560	.0250	.3060	
10	2.904	1.234	1.120	.7600	1.719	1.128	3.392	1.120	2.036	.0560	.0250	.3060	
11	2.034	1.372	.9760	.7600	17.08	1.196	2.984	1.026	1.558	.0660	.0300	.4580	
12	1.440	1.440	.9040	.7600	1.832	1.196	2.984	1.026	1.266	.0660	.0300	.4580	
13	1.310	1.440	.9040	.6760	2.088	1.128	2.780	1.026	1.120	.1290	.0300	.4580	
14	1.180	1.310	.8320	.6340	1.832	1.128	2.594	1.120	1.120	.1080	.0350	.4580	
15	1.160	1.310	.7600	.7180	1.832	1.018	2.780	1.266	1.026	.0870	.0350	.4580	
16	1.050	1.180	53.04	.7600	3.940	1.018	4.066	1.558	.8380	.1080	.0350	.4580	
17	1.180	1.310	29.53	.7600	2.532	1.360	3.188	1.412	.6020	.0870	.0350	.4580	
18	1.050	1.352	7.099	.8320	3.959	1.018	2.780	1.266	.6020	.0660	.0350	.4580	
19	.8460	1.570	3.871	.7600	3.163	1.018	13.16	1.558	.6020	.1080	.0350	.4580	
20	.9480	1.310	2.580	.8200	2.236	1.018	6.534	1.412	.6020	.1500	.0350	.4580	
21	.8460	1.310	2.254	10.94	1.832	1.308	3.392	1.120	.5060	.2020	.0350	.4580	
22	.7440	1.310	2.254	5.544	1.724	1.128	2.984	1.026	.5540	.2020	.4835	.6500	
23	.8460	1.180	1.670	6.197	1.616	1.128	2.984	.7440	.4100	.4100	21.72	.5540	
24	.9480	12.46	1.450	8.428	1.508	1.128	2.780	.7440	.3580	.3060	22.56	.6020	
25	.9480	59.37	1.230	3.680	1.508	1.264	2.594	.7440	.2540	.2540	23.00	.2540	
26	.8460	6.885	1.230	4.132	1.508	1.196	2.408	.7440	.2540	.0870	23.00	.4100	
27	.8460	6.727	1.120	5.029	1.400	3.317	2.222	.7440	.3060	.3400	23.00	.4580	
28	.7440	2.930	1.048	2.680	1.264	1.508	2.036	.7440	.4100	.0190	23.00	.4100	
29	.7440	2.840	.9760	2.088	1.264	1.264	1.350	.7440	.4100	.0190	23.52	.4100	
30	.7440	10.16	.8320	1.832	1.264		1.704	1.162	.4100	.0180	23.52	.3580	
31		14.31		1.724	1.264		1.704		.2540		23.52	.4100	
Q-MIN	.2280	.6420	.7600	.4300	1.264	1.018	1.060	.7440	.2540	.0180	.0020	.2540	.0020
Q-MAX	100.1	173.6	139.0	17.36	178.8	9.050	185.4	2.036	32.92	.4100	23.52	25.60	185.4
Q-MOY	2.205	4.667	4.400	2.173	2.307	1.233	6.361	1.172	1.692	.1050	6.705	1.775	2.930
APPORT	5.716	12.50	11.41	5.819	6.179	3.390	17.94	3.038	4.533	.2722	17.96	4.754	92.50

Exemple du Fichier 013402.LST

134 2 1961

3.60	3.60	7.26	8.52	4.20	3.90	3.75	3.60	3.75	3.75	
3.75	3.75	3.75	3.60	3.60	3.60	3.75	3.75	3.75	3.75	
3.60	3.75	3.75	3.75	3.60	3.75	3.60	3.60	3.60	3.30	
3.75	3.75	3.60	3.45	3.30	3.30	3.30	3.45	3.75	3.60	
3.30	2.72	2.44	2.58	2.86	2.30	2.72	3.00	3.90	2.58	
2.44	2.30	2.17	2.30	3.60	2.30	2.17	2.17	2.72	2.86	3.00
2.17	1.91	3.60	2.72	2.44	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	
2.30	3.60	3.00	2.58	2.44	2.30	2.30	2.44	2.72	2.30	
2.58	3.15	3.00	2.72	2.58	2.44	2.30	2.30	5.75	2.44	
2.30	2.30	2.17	2.04	1.91	1.65	1.41	1.29	1.29	1.29	
1.17	1.17	1.29	1.17	1.05	1.17	1.17	1.17	1.17	1.05	
1.17	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	1.29	3.36	5.20	2.44	2.04
1.65	1.29	1.29	1.17	1.17	1.17	1.17	1.17	1.17	1.17	
1.17	1.41	1.65	1.53	1.41	1.29	1.17	1.17	1.17	1.17	
1.17	1.29	1.29	1.29	1.17	1.17	1.29	1.17	1.17	1.17	1.17
1.17	1.17	1.29	1.29	1.29	1.29	1.17	1.17	6.98	12.57	
29.63	30.16	29.34	5.60	2.86	2.58	2.44	2.30	2.17	2.04	
2.04	2.04	1.91	1.91	2.04	2.04	1.91	2.04			
2.04	1.91	1.91	1.91	1.78	1.65	1.65	1.78	1.78	1.65	
1.65	1.78	3.24	7.58	2.17	1.91	1.91	1.91	2.04	2.44	
2.17	4.39	4.47	6.25	5.90	3.37	2.58	2.30	2.17	2.04	1.91
1.78	1.65	1.53	1.53	1.53	1.41	1.41	1.41	1.41	1.41	
1.29	1.29	1.17	1.17	1.17	1.17	1.29	1.41	1.41	1.53	
3.04	6.52	3.10	2.44	2.04	1.65	1.53	2.44	2.04	1.65	
1.53	1.41	1.78	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.78	
1.91	1.65	3.60	3.30	3.00	2.86	2.86	2.86	29.34	3.63	
3.00	2.17	3.60	3.45	3.30	3.30	3.00	2.86	2.72	2.58	2.58
2.44	2.30	2.30	2.30	2.17	2.04	1.91	3.43	15.42	4.66	
3.30	2.72	2.34	1.78	2.86	2.58	2.58	2.72	2.72	2.72	
2.58	2.44	2.30	2.30	2.30	2.17	2.30	2.17	2.30	2.30	
2.44	2.44	2.30	2.30	2.44	2.44	2.44	2.30	2.30	2.30	
2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	
2.30	2.30	2.30	2.44	2.44	2.44	2.86	3.90	3.45	3.15	3.00
2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	
2.72	2.72	2.72	2.72	2.86	2.58	2.30	2.44	2.86	2.86	
2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86	2.86
3.30	39.66	3.38	10.31							
2.17	3.90	2.86	7.92							
1.91	11.16	2.65	6.88							
1.05	7.31	2.65	4.42							
1.17	1.65	1.26	3.36							
1.17	45.78	5.16	12.43							
1.65	39.66	2.67	7.15							
1.17	23.15	2.01	5.22							
1.41	83.88	3.53	9.46							
1.78	40.68	3.14	8.13							
2.30	3.90	2.49	6.68							
2.30	2.86	2.30	7.50							
1.05	83.88	2.34	89.51							