

9/97

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

ETUDE BIDIMENSIONNELLE DES
SURPRESSIONS HYDRODYNAMIQUES DANS
LES SYSTEMES BARRAGES-RESERVOIRS

PROPOSE ET DIRIGE PAR :

Mr BELHADJ

ETUDIE PAR :

M^{lle} MALOU Nassima
M^{lle} MOUSSOUNI Sonia

PROMOTION
1997

Dédicaces

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

A la mémoire de mon très cher grand père .

A ma chère grand mère .

A mes parents.

A Chafika , Salim , Malika .

A tous mes amis .

A tous ceux que j'aime , je dédie ce travail

Sonia .

Je dédie ce travail

en guise de remerciement de respect et de

reconnaissance à

mes parents qui m'ont tant aidé et encouragé

à mon frère Lakhdar, à mes soeurs

à mes deux grands mères

à mes amis

et à la mémoire de ma tante .

Nassima

Remerciements

*"Votre réussite est notre récompense " disent-ils ,
mais on les récompensera jamais assez .
Merci à eux , merci à nos parents qui nous ont
tant apporté et qui continuent à le faire .
Merci pour leur soutien , pour leur compréhension .
Merci d'être présents tous le temps.*

*UN merci 'particulier à Samir qui nous a
beaucoup aider.*

Merci aussi à A .Ghani

Merci à tous nos enseignants , à monsieur Belhadj.

*UN grand merci au personnel de la bibliothèque
de l'école.*

Merci tous nos amis.

Sujet : Etude bidimensionnelle des surpressions hydrodynamiques dans les systèmes barrages-réservoirs

Résumé

Dans le cadre de ce projet, l'étude des surpressions hydrodynamiques est basée sur un modèle bidimensionnel par éléments finis d'un barrage-poids, en tenant compte de l'interaction hydrodynamique fluide-structure. Un programme FORTRAN a été élaboré à cet effet et plusieurs applications ont été développées.

Abstract

The present study treats of structures and fluids interactions in gravity dam , using the finite element method. In the following many applications are developed in consideration of physical and mechanical properties of the solid and fluid element. To achieve this purpose a FORTRAN Computer program has been written.

ملخص

فيا إطار هذا البحث تم إعداد برنامج عددي لدراسة نموذج ثنائي البعد وبطريقة العناصر المنتهية لسد ثقلي خرساني بأخذ بعين الاعتبار الفعل المتبادل بين مانع وجسر صلب .
وقد تمت في هذا الإطار عدة تطبيقات .

SOMMAIRE

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I : GENERALITES	
- NOTIONS DE BARRAGE	3
- BARRAGE-POIDS EN BETON	3
- CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX	4
- LE SEISME	4
CHAPITRE II : ETUDE DE STABILITE	
- LES FORCES APPLIQUEES AUX BARRAGES-POIDS	7
- ANALYSE STATIQUE DES BARRAGES	8
- BARRAGES-POIDS A PAREMENT INCLINE	12
CHAPITRE III : APERCU HISTORIQUE SUR L'INTERACTION HYDRODYNAMIQUE	
- INTRODUCTION	15
- SOLUTION DE WESTERGAARD	15
- SOLUTION DE ANALOGIQUE ZANGAR	16
- SOLUTION SEMI-ANALYTIQUE DE CHOPRA-CHAKRABARTI	18
CHAPITRE IV : LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	
- INTRODUCTION	20
- FORMULATION INTEGRALE	21
- APPROXIMATION PAR ELEMENTS FINIS	24
- LA RESOLUTION	29
CHAPITRE V : CALCUL DYNAMIQUE ET MODELISATION	
- INTRODUCTION	32
- INTERACTION HYDRODYNAMIQUE	32
- DESCRIPTION MATHEMATIQUE	33
- EQUATIONS GOUVERNANTES DU SOLIDE	34
- EQUATIONS GOUVERNANTES DU FLUIDE	35
- PROPRIETES ET CONDITIONS AUX LIMITES	36
- INTEGRATION DES EQUATIONS	38
- ANALYSE DYNAMIQUE TRIDIMENSIONNELLE	40
- EXPRESSION DES MATRICES ELEMENTAIRES	41
- PRESENTATION FINALE DU SYSTEME MATRICIEL	48

CHAPITRE VI : DESCRIPTION DES PROGRAMMES

- INTRODUCTION	50
- LE MAILLAGE	52
- ASSEMBLAGE DES MATRICES	55
- RESOLUTION	59

CHAPITRE VII : INTERPRETATION DES RESULTATS 63

CONCLUSION 74

ANNEXE

BIBLIOGRAPHIE

Introduction

Le souci constant d'assurer la stabilité de grands ouvrages d'art tels que les barrages en vue d'éviter d'éventuelles catastrophes - dont les conséquences seraient redoutables- met les ingénieurs concepteurs face à de grandes responsabilités.

Dans le domaine du génie-civil, et plus particulièrement lorsqu'il s'agit d'ouvrages colossaux tels que les barrages en béton, il est constamment fait appel à la recherche pour apporter des réponses à un certain nombre de questions concernant des phénomènes encore mal connus et dont il est nécessaire d'estimer les effets afin d'y adapter la conception des ouvrages, tant du point de vue technique que du point de vue économique.

Le dimensionnement des barrages en béton se faisait sur la base de méthodes statiques et pseudo-statiques dans lesquelles l'ensemble des forces dynamiques étaient assimilées à des charges statiques équivalentes supplémentaires.

Au début de ce siècle, les premières recherches visant à mettre en évidence l'effet de l'interaction dynamique ont été entreprises par Westergaard. Ce dernier a proposé en 1933 un premier modèle pour les forces hydrodynamiques dues à l'interaction entre le barrage et sa retenue d'eau. Ce résultat a servi de référence à de nombreuses études et a permis d'ouvrir une voie nouvelle à de nombreux chercheurs qui continuent jusqu'à nos jours à traiter ce phénomène.

Aujourd'hui avec les moyens informatiques qui ne cessent de se développer, le chercheur a la possibilité de traiter des problèmes autrefois considérés comme extrêmement complexes, en un temps très réduit. C'est dans ce cadre que se sont développées de nouvelles méthodes de calcul utilisant l'ordinateur, notamment la méthode des éléments finis.

Au cours de ce travail, il s'agira d'étudier le comportement des barrages en béton type poids face à des sollicitations dynamiques d'origine sismique la plupart du temps, en tenant compte du phénomène d'interaction entre les deux milieux que comptent de pareils ouvrages, à savoir le réservoir constitué par un fluide, et la structure solide.

Nous utiliserons la méthode des éléments finis qui, avec une formulation convenable du phénomène étudié, permet la résolution de la quasi-totalité des problèmes physiques concernant les milieux continus .

Les grandes lignes de notre travail se résument en :

- Une étude mathématique du phénomène et la formulation des équations aux dérivées partielles décrivant le comportement des deux milieux étudiés, le barrage (solide) et le réservoir(fluide) .

- La discrétisation du problème par la Méthode des Eléments Finis et la transformation des Equations aux dérivées partielles en un système discret régi par des équations algébriques.

- L'élaboration d'un programme numérique pour la résolution du modèle obtenu.

- Et une expérimentation numérique concernant l'étude de l'influence de différents paramètres sur le comportement dynamiques des barrages .

Enfinement nous terminerons ce travail par des remarques et conclusions que nous aurons soulevées au cours de cette étude en espérant pouvoir apporter une modeste contribution à ce domaine de recherche très vaste qu'est le phénomène d'interaction hydrodynamique dans les systèmes couplés.

Chapitre I

Généralités

GENERALITES

Notion de barrage :

Les barrages sont généralement définis comme étant des ouvrages d'art construits en travers des cours d'eau destinés à retenir et à stocker de l'eau pour la restituer à des utilisations divers .

Ce sont des ouvrages hydrauliques souvent importants et très délicats tant du point de vue de leur conception de leur réalisation ou de leur exploitation . Ils nécessitent un entretien très soutenu et soigné .

On distingue deux grandes classes de barrages

En fonction du matériau qui les constitue:

Les barrages en maçonnerie ou en béton : qui peuvent être de types :

-Barrages-poids , ouvrages massifs s'opposant par leur poids à la poussée de l'eau du lac .

- Barrages-voûtes qui -incurvés en plans- s'appuient sur les flancs de la vallée .

- barrages à contreforts , dont la paroi amont est épaulée par une série de murs (contreforts triangulaires parallèles au cours d'eau .

Les barrages en matériaux meubles et enrochement : Les barrages en terre comptent parmi les ouvrages les plus anciens . Ils résistent à l'action de l'eau par leur poids comme un tas de cailloux ou de terre , auxquels sont adjoints des dispositifs d'étanchéité ,

Barrages poids en béton :

Ce sont des structures en béton dimensionnées de manière à résister par leur poids aux forces qui s'exercent sur elles et qui sont principalement dues la poussée de l'eau qu'elles sont destinées à contenir.

Elles engendrent principalement (par leur poids) des Forces de frottement sur le fond ,qui leur confèrent une stabilité au glissement .

De plus, la section transversale- triangulaire habituellement reconnue pour de tels ouvrages , allée au poids - fournit une meilleur résistance .

Au type pur qu'est un barrage poids à profil triangulaire se rattache :

-Les barrages poids précontraints :dans la masse des quels sont disposés des tirants d'acier ancrés dans la fondation .

-Les barrages poids évidés : dans lesquels certains évidements ont été ménagés

-Les barrages mobiles : constitués essentiellement par des vannes qui reportent les efforts

des piliers et des radiers.

Un autre facteur entre en jeu, c'est le béton et ses caractéristiques, l'amélioration de ces dernières est effectuée en soignant la qualité et le dosage des matériaux rentrant dans sa composition.

Il est évident et important de dire que la construction d'un barrage est fondée, d'une part, sur le volume de rétention (la hauteur d'eau cumulée), et d'autre part son implantation.

Le premier dépendra du régime hydrologique de la région. Le second est défini par le rôle que jouera la retenue dans la vie économique (l'AEP, Irrigation, Production électrique ...)

Il dépend aussi de la topographie et de la géologie du site, où l'on envisage de bâtir l'ouvrage. Une autre condition à satisfaire pour la construction des barrages poids, est de vérifier la qualité de l'assise du barrage car elle supportera le poids de l'ouvrage ainsi que l'effort des poussées hydrauliques, et le rapport hauteur-inclinaison sera un point très important dans le choix du matériau.

Caractéristiques des matériaux :

Le béton :

Le béton est un matériau obtenu par le durcissement d'un mortier de ciment et de sable, additionné de pierres et de graviers. On distingue trois classes de béton qui varient suivant leurs résistances moyenne mesurée sur cylindre à 28 jours :

- Béton de faible résistance **10 à 20 Mpa** utilisés pour des ouvrages massifs, des murs banchés ...

- Béton de résistance usuelle **20 à 40 Mpa** utilisés pour les structures en béton armé de bâtiment ou de travaux publics.

- Béton de résistance élevée **40 à 55 Mpa** on les trouve dans les ouvrages précontraints, ou aux éléments préfabriqués ou dont on souhaite un décoffrage rapide.

Pour réaliser un béton de haute qualité on est contraint de vérifier que les autres propriétés de ce béton sont compatibles avec son emploi dans une construction ; On en site quelques une:

- La maniabilité à la traction .

- Le module élastique .

- La résistance aux agents agressifs et au gel ...

LE Séisme:

Qu'est ce que le séisme :

Le séisme est un phénomène aléatoire compliqué, et parfois très redoutable, il s'explique par une libération soudaine de l'énergie de déformation accumulée dans la croûte terrestre.

On appelle foyer ou hypocentre le lieu où se produit le séisme, il est en général à quelques km (ou dizaine de km) de profondeur . Et l'épicentre le lieu de la surface du sol, au dessus du foyer .

Les ondes de propagation :

La vitesse de propagation de l'onde sismique est de quelques km/s . On distingue deux types d'ondes ; **ondes de surface** , et **ondes de volume** .

Les ondes de volume :

Elles se propagent dans le sol sous deux formes :

-Ondes longitudinales (P) : C'est une propagation de la déformation volumique ; (compression-dilatation) .

-Ondes transversales (S) : Ces ondes provoquent un cisaillement sans changement de volume , ce cisaillement est perpendiculaire à la direction de propagation . (Les ondes transversales ne se propagent pas dans l'eau) .

Les ondes de surface :

Elles ont lieu en surface à de petite profondeurs , elles se traduisent par des déplacements dans le plan vertical de propagation (cas des ondes R de Rayleigh) , ou par des déplacements dans les plans tangents à la surface (ondes Q , ou ondes Love) .

-Les ondes P et S ne se propagent pas avec la même vitesse , ainsi en mesurant le temps séparant l'enregistrement de P (plus rapide) à celui de S par le sismographe , on peut déterminer le foyer de la secousse .

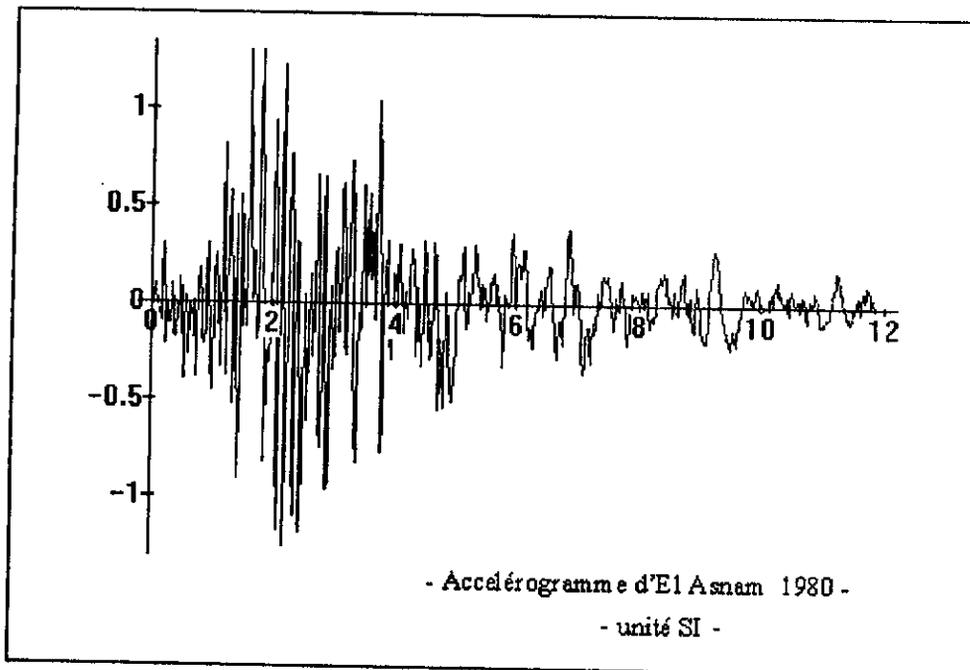
Les accélogrammes :

Ils représentent la variation dans le temps des accélérations du mouvement du sol dans les trois directions x , y , z .

L'accélération maximale permet de définir le risque sismique .

L'amplitude du mouvement vertical est inférieure à celle du mouvement horizontal (un rapport de 2/3) .

(La figure ci-dessous représente un exemple d'accélogramme) .



La magnitude d'un séisme :

Elle est en fonction de l'amplitude maximale, et l'énergie libérée par un séisme dépend évidemment de la magnitude (relation logarithmique), ainsi quand la magnitude augmente de 5 à 6, l'énergie du séisme est multipliée par 45 !. Il faut noter que les notions d'intensité et de magnitude sont différentes ; l'intensité est une évaluation des effets destructeurs en un endroit particulier, ce qui diffère de la magnitude défini ci dessus.

La plus forte magnitude :

Jusqu'à maintenant, il n'a pas été enregistré une magnitude supérieure à 8.75. Mais on a pu estimer une amplitude de 9.25 du tremblement de terre qui a ravagé la Lisbonne (de l'autre côté de la Méditerranée) en 1755.

Comme déjà cité, le phénomène sismique est aléatoire, il est impossible alors de prévoir le comportement du sol, c'est pourquoi les statistiques et la théorie de probabilité jouent un grand rôle dans l'étude de ce phénomène qu'est le séisme.

Chapitre II

Etude de stabilité

ETUDE DE STABILITE

Les forces appliquées aux barrages poids :

Les sollicitations sont classées en trois catégories bien distinctes :

- Forces directement appliquées aux barrages .
- Forces d'inertie de la structure lors du mouvement imposé par le séisme .
- Forces d'interaction du sol et du fluide avec la structure .

Première catégorie :

- Le poids propre de l'ouvrage (P) : Il dépend du poids spécifique du matériau utilisé , ainsi que sa qualité (le béton) , c'est un facteur essentiel de stabilité .

- La poussée (Q) de l'eau : Résultante des pressions sur le parement amont .

- La résultante (π) des sous-pressions : Elles s'exercent sur la base des barrages , elles sont provoquées par les infiltrations des eaux , elles créent des Forces de soulèvement non négligeables . Plus couramment on utilise des méthodes d'étanchement afin de diminuer fortement leurs effets .

- Les réactions d'appuis du sol : Elles s'opposent aux déplacements du barrage .

Deuxième catégorie :

- Les Forces d'inertie de la structure : Elles découlent de la deuxième loi de Newton , elles sont provoquées par l'accélération du mouvement d'entraînement du sol .

Troisième catégorie :

Elle se ramène à un problème interactions : sol-structure , fluide-structure , sol-fluide , sédiments-structure .

Les interactions sol-structure , provoquent une action (statique ou dynamique) , supplémentaire sous le barrage , et prennent en considération l'effet de l'ensemble de la fondation .

La masse du barrage est influencée par le mouvement de la masse du réservoir d'eau , ce phénomène représente l'interaction fluide-structure .

Analyse statique des barrages:

Les barrages poids se calcul par tranches verticales d'épaisseur unité dans le sens transversal . Pour vérifier la stabilité de l'ouvrage soumis à ces différentes forces on est doit assurer :

- La stabilité au renversement .
- Au glissement .
- Vérification des contraintes : condition de non extension et condition de Maurice Levy .

Stabilité du barrage au renversement :

Nous considérons un profil rectangulaire de fruit amont nul : $n=0$

a) - Calcul sans sous-pression :
soient :

Δ : densité de la maçonnerie

ρ : densité de l'eau dans la maçonnerie .

m : fruit du barrage .

Le poids appliqué en G , centre de gravité du triangle : $p = \Delta m \frac{y^2}{2}$

La poussée q de l'eau est la résultante de la ligne de charge , elle est appliquée au un tière inférieur de OA : $q = \rho \frac{y^2}{2}$ elle passe par G .

La poussée hydrostatique aura tendance à faire basculer le barrage autour du point B du parement aval .

La condition de stabilité s'écrit :

$$Mq/B + Mp/B \geq 0$$

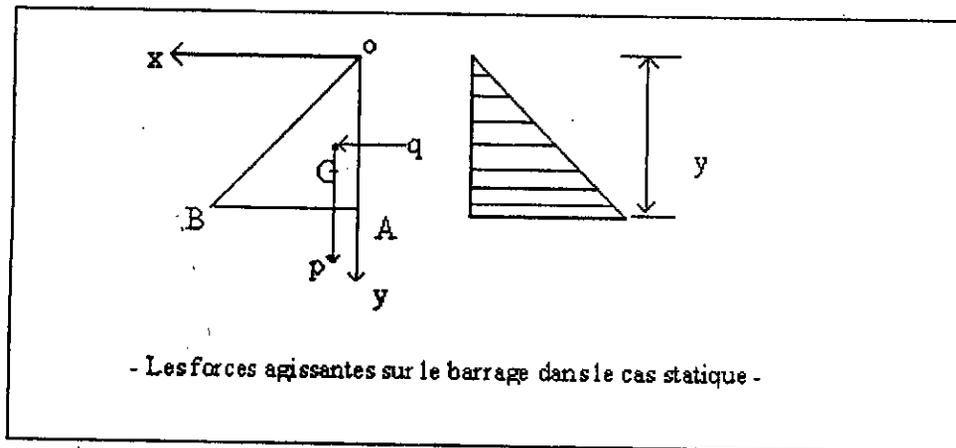
et

$$\Delta m^2 \frac{y^3}{3} - \rho \frac{y^3}{6} \geq 0$$

Alors :

$$m \geq \left(\frac{\rho}{2\Delta} \right)^{1/2} .$$

(Les différentes forces figurent sur le dessin ci-après) .



b)- Effets des sous-pressions :

Examinons l'effet de l'influence des sous pressions sur la stabilité au renversement :

La question qui se pose : comment varie la valeur des sous-pressions de A à B ?

On peut faire à ce sujet divers hypothèses :

- La sous-pression est maximale en B et égale à la sous-pression en A .
- La sous-pression est nulle en B : répartition triangulaire .

Pour le premier cas : la condition de stabilité s'écrira :

$$m \geq (\rho / (2 \Delta - 3 \rho))^{1/2} .$$

Deuxième cas : La condition de stabilité s'écrira :

$$m \geq (\rho / (2 (\Delta - \rho)))^{1/2} .$$

Remarque :

On calculera la stabilité au renversement autour de l'arête aval B . Mais souvent la stabilité au renversement est calculée au milieu de la base AB car c'est le cas le plus pessimiste .

Stabilité du barrage aux glissements :

Deux cas peuvent être cités :

-Parement amont vertical .

-Parement amont incliné .

La résultante des forces appliquées au barrages (R) a pour composante tangentielle (q) et pour composante normale (p-v pour le premier cas , p-v + π pour le deuxième).

$v = \rho m y^2$ (sous-pressions).

π : poids de l'eau comprise dans le prisme OAC .

(R) fait un angle γ avec la verticale tel que :

$$\text{tg } \gamma = q/(p-v+\pi)$$

Pour que le barrage ne glisse pas sur la base AB , il faut qu'il naisse au niveau de AB des forces de frottements et de cohésion qui s'opposent à (q) (composante tangentielle , ou effort tranchant) .

cette condition s'écrit :

$$q \leq f(p + \pi - v) + cs$$

$f(p + \pi - v)$: résistance de glissement ou force de frottements .

cs : résistance au cisaillement .

f : coefficient de frottement .

c : cohésion .

$c \approx 0$

Alors:

$$q \leq f(p + \pi - v)$$

$$f = \text{tg } \varphi \quad \text{tg } \varphi : \text{ angle de frottement}$$

$$(q/(p + \pi - v)) \leq f : \text{tg } \gamma \leq \text{tg } \varphi \Rightarrow \gamma \leq \varphi$$

On prend en général $\text{tg } \varphi = 0.7$

Conclusion :

Pour que le barrage résiste aux glissements il faut que la résistance (R) fasse avec la verticale un angle inférieur à l'angle de frottement de la maçonnerie sur le rocher , ou de la maçonnerie sur la maçonnerie .

a)- Parement vertical sous-pressions nulles : $m \geq 4 \frac{\rho}{(3\Delta)}$.

b)- Parement vertical sous-pressions uniformes maximales : $m \geq 4 \frac{\rho}{3(\Delta - 2\rho)}$.

c)- Parement vertical sous-pressions triangulaires : $m \geq 4 \frac{\rho}{3(\Delta - \rho)}$

Remarque :

Deuxième et troisième conditions ne sont jamais réalisées pratiquement .
Si une fissure horizontale s'ouvre sur le parement amont d'un barrage poids et si elle progresse peut à peut de l'aval , l'eau pénètre dans la fissure . Ce qui provoque la ruine de l'ouvrage .

Pour éviter toutes sous-pressions qui provoquent la ruine du barrage , il existe des solutions ou des dispositions à prendre contre ce danger .

Première solution :

Rendre le parement amont étanche , pour cela on :

- Construit un écran en béton : masque de Maurice-levy ;
- Améliore l'étanchéité du parement et prolonger le parement amont dans le sol de fondation par un mur de garde .
- Surdose le béton, c'est à dire améliorer la qualité du ciment et sa granulométrie sur le parement amont .

Deuxième solution :

Mettre en oeuvre un réseau de drains verticaux régulier afin de restituer les eaux qui se sont infiltrées à travers la face amont du barrage , dans le corps de ce dernier et le prolonger en profondeur dans le sol de fondation .

Troisième solution :

Construire des drains horizontaux en arrière du réseau de drains verticaux .
Pour pouvoir évacuer l'eau qui aurait réussi à franchir le parement amont , puis le réseau de drainage vertical .

Condition de non extension :

La résistance du béton à la traction est presque nulle , donc il faut éliminer toute contrainte de traction à réservoir vide , toutes les contraintes étant des compressions , nous n'avons aucun risque , mais dans la plus part des cas , le réservoir est plein la contrainte en A peut devenir négative (traction) ;

La condition de non extension est la suivante :

$$y(\Delta - \rho / (m^2)) \geq 0 \Rightarrow m \geq (\rho / \Delta)^{1/2}$$

Condition de Maurice Levy :

Elle consiste à dire que pour éviter toutes sous-pressions , la contrainte élastique doit être supérieure à la pression hydrostatique de façon à refermer une fissure

horizontale s'il venait à s'en produire une, au pied du parement amont, donc :

$$y (\Delta - \rho/m^2) \geq y \cdot \rho \Rightarrow m \geq \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{\Delta - \rho}}$$

Barrage poids à parement amont incliné :

Dans les calculs ci-dessus nous avons supposé que le parement amont avait un fruit nul ($n = 0$), autrement dit qu'il était vertical.

En fait, dans les barrages poids dont le parement amont est incliné, le fruit n est toujours très faible (entre 0 et 5 %). Examinons les modifications à apporter aux résultats précédents quand n n'est pas nul.

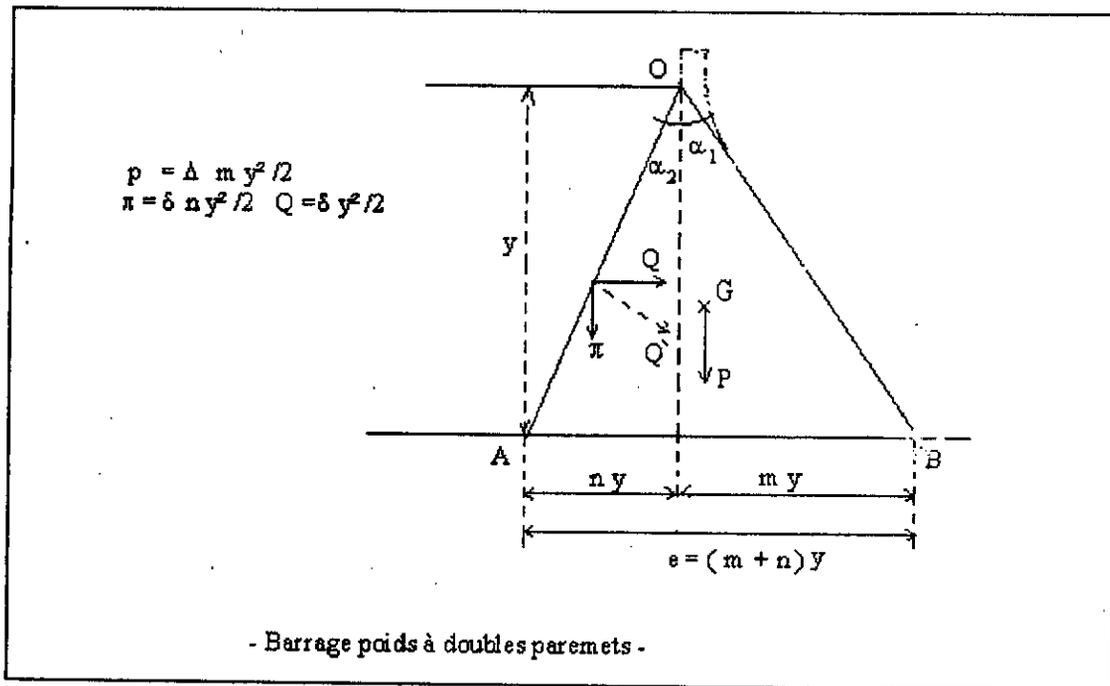
Calcul du poids p de l'ouvrage :

La coupe transversale du barrage, considéré jusqu'à la profondeur y , est un triangle OAB de hauteur $OH = y$.

Mettons en évidence le point du milieu G de la base AB et traçons la médiane OG . En K au tiers aval de cette médiane, est appliqué le poids p du plot OAB (toujours supposé de largeur égale à l'unité). Son intensité se déduit de la surface du triangle OAB et du poids spécifique Δ de la maçonnerie :

$$p = \Delta \frac{m+n}{2} y^2$$

(voir la figure ci-après)



Calcul de la poussée (R) de l'eau sur le parement amont :

La pression de l'eau s'exerce normalement sur la surface OA du parement amont, nulle en O, sa valeur unitaire croît linéairement jusqu'à y et elle est égale à σ en A. La résultante perpendiculaire au parement est appliquée en D au tiers aval, à pour intensité :

$$R = \sigma \frac{y^2}{2} \sqrt{1+n^2}$$

O n vérifie aisément qu'elle admet respectivement comme composante horizontale et verticale :

$$Q = \sigma \frac{y^2}{2} \qquad \pi = \sigma n \frac{y^2}{2}$$

Tous se passe comme si la poussée R résultait, d'une part, du poids π du coin d'eau OAA' et, d'autre part, de la poussée Q de l'eau, s'exerçant sur la face verticale de ce coin.

La section BA du barrage est soumise à :

- Un effort normal : $N = P + \pi$,
- Un effort tranchant : $T = Q$
- Un moment fléchissant :

$$M = Q \frac{z}{3} - P \frac{(m-n)z}{6} - \pi \frac{3(m+n)z}{6}$$

Reprise des calculs

Stabilité au renversement :

a)- Parement incliné sous-pressions nulles : $m \geq \frac{1}{\sqrt{u^2(d+2)+3u(d+1)+(2d)}}$

b)- Parement incliné sous-pressions uniformes maximales :

$$m \geq \frac{1}{\sqrt{u^2(d-1)+3u(d-1)+(2d-3)}}$$

c)- Parement vertical sous-pressions triangulaires : $m \geq \frac{1}{\sqrt{u^2d+u(3d+1)+2(d-1)}}$

Avec : $u = \frac{n}{m}$

$$d = \frac{\rho_b}{\rho}$$

Stabilité au glissement :

a)- Parement incliné sous-pressions nulles : $m \operatorname{tg} \varphi \geq \frac{1}{u(d+1)+d}$

b)- Parement incliné sous-pressions uniformes maximales :

$$m \geq \frac{1}{u(d-1)+d-2}$$

c)- Parement vertical sous-pressions triangulaires : $m \geq \frac{1}{(d-1)+ud}$

Condition de Maurice Lévy :

Si la condition de Maurice Lévy est exactement satisfaite, on a, à réservoir plein :

$$F_2 = F \quad \text{soit : } z(\Delta \delta / m^2) = z \delta, \quad \text{d'où } m = \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{\Delta - \rho}}$$

Chapitre III

Aperçu historique sur l'interaction hydrodynamique

Aperçu historique sur l'interaction hydrodynamique

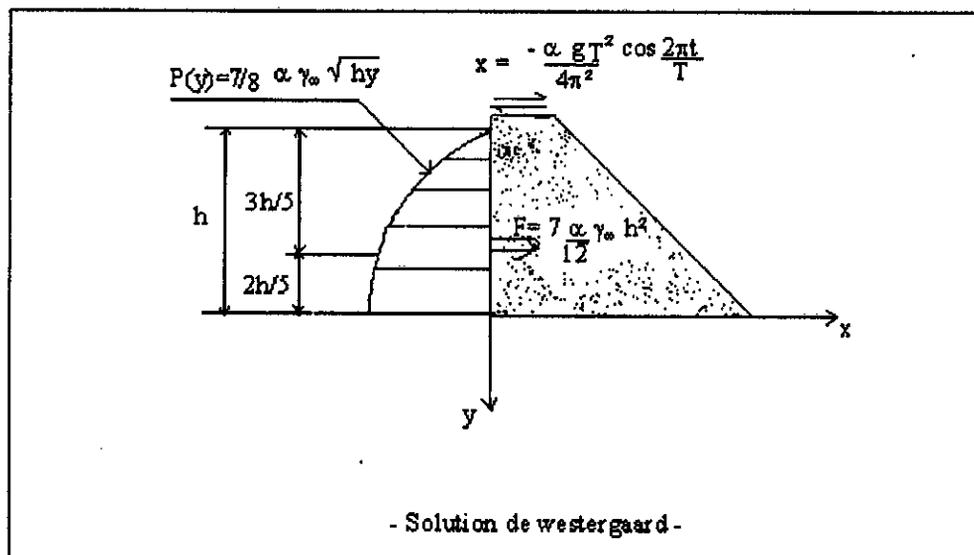
Introduction :

Plusieurs travaux ont été effectués dans le but d'expliquer le comportement du système couplé barrage-réservoir lors d'un séisme, ou d'un chargement dynamique extérieur autre. Dans ce qui suit nous allons citer quelques unes de ces expériences :

- La solution Analytique de Westergaard .
- La solution analogique de Zangar .
- La solution semi-analytique de Chopra-chakrabarti .

- Solution de Westergaard :

Westergaard a calculé la répartition des pressions sur un écran vertical limitant un réservoir semi-infini de profondeur constante. Dans l'hypothèse d'un mouvement horizontal harmonique de l'écran, de période T.(voir la figure ci-dessous)



La solution exacte est donnée sous forme d'un développement en série de sinus :

$$P = \frac{8 \alpha \gamma \omega h}{\pi^2} \sum_{1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^2 cn} \sin \frac{n\pi y}{2h}$$

$$Cn = \left(1 - \frac{16 \gamma \omega h^2}{n^2 g k T^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

P : Pression sur l'écran .

α : Coefficient sismique .

$\gamma \omega$: poids volumique de l'eau .

h : Profondeur du réservoir .

K : Module de compressibilité de l'eau .

T : Période du mouvement du mur supposé harmonique .

$T_0 = \frac{4h}{C}$: Période propre du réservoir

C : Célérité des ondes de compression dans l'eau $C = 1440$ m/s .

Westergaard néglige la compressibilité de l'eau dès que T_0 est petite devant T .

D'où il a formulé une expression parabolique approchée du résultat , qui ne dépend pas de la période de vibration de l'écran .

$$P(y) = \frac{7}{8} \alpha \gamma \omega (h y)^{\frac{3}{2}}$$

La force totale appliquée sur l'écran est égale à :

$$F = \frac{7}{12} \alpha \gamma \omega h^2$$

Elle s'applique en un point situé à $\frac{2}{5}$ de la hauteur en partant du bas .

-Solution analogique de Zangar :

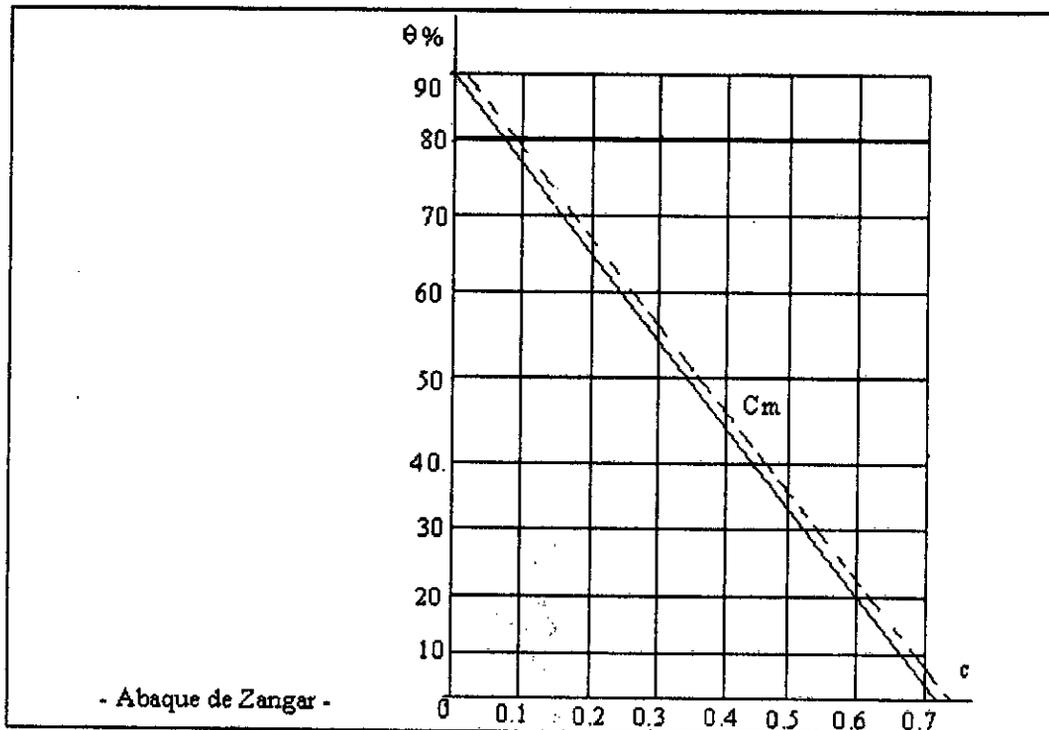
Zangar a repris les travaux de westergaard , en étudiant l'influence du fruit du parement amont . Il a utilisé la méthode de l'analogie électrique pour la résolution de l'équation de Laplace régissant l'évolution de la pression dans le réservoir . En prenant toujours comme hypothèse que le fluide est incompressible .

Les résultats expérimentaux ont été utilisés pour mettre en oeuvre un modèle de calcul dans lequel la période d'excitation n'est pas prise en compte .

D'où l'expression de la pression (P) à une profondeur y qui s'écrit sous la forme suivante:

$$P(y) = \frac{1}{2} \alpha \gamma \omega h C_m \left(\frac{y}{h} (2 - \frac{y}{h}) + (\frac{y}{h} (2 - \frac{y}{h}))^{\frac{1}{2}} \right)$$

C_m : C'est une fonction de l'angle du parement amont avec la verticale donnée par la figure ci-après .



Remarque :

On a constaté une légère divergence entre les résultats de Westergaard et ceux de Zangar dans le cas particulier d'un parement vertical

- Solution semi-analytique de Chopra-Chakrabarti :

Cette méthode se base sur un calcul semi-analytique, en subdivisant le système barrage-réservoir en deux sous-structures. Le barrage flexible est modélisé par la méthode des éléments finis, par contre, le fluide a été considéré comme étant un milieu continu semi-infini, régit par l'équation d'onde qui est résolue analytiquement. D'où le nom de procédure semi-analytique.

Cette méthode permet de voir l'importance et l'influence du réservoir sur les caractéristiques vibratoires du barrage c'est à dire, la réponse du système couplé à un séisme. Le principe est de résoudre l'équation d'équilibre dynamique obtenue par la méthode des éléments finis en ajoutant aux forces sismiques les forces hydrodynamiques.

Pour faire ces calculs, plusieurs suppositions ont été dressées afin de répondre à quelques questions que l'on se pose :

- Le mouvement du système barrage-réservoir est bidimensionnel, c'est à dire qu'il est le même sur n'importe quelle section verticale perpendiculaire à l'axe du barrage.

- Parement amont vertical.

- Le fond du réservoir horizontal de profondeur d'eau H qui s'étend à l'infini amont.

- L'eau est linéairement compressible, de viscosité négligeable.

- L'effet des ondes de surface dans le réservoir d'eau est négligeable.

- La vitesse de propagation du mouvement du sol est infinie et cette dernière atteint tout les points de la base en même temps.

L'équation s'écrit :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M_s]\{\ddot{X}\} + \{F_h\}$$

La force hydrodynamique : $\bar{F}_h(\omega) = \bar{F}_0(\omega) + \sum_{k=1}^m \bar{Y}_k(\omega) \bar{F}_k(\omega)$.

\bar{Y}_k : Amplitude de l'accélération généralisée.

$(U(t) = \sum_{k=1}^m \phi_m Y_m(t))$, ϕ_m : vecteur forme correspondant au mode m .

\bar{F}_0 et \bar{F}_k : correspondent respectivement aux pressions $\bar{P}_0(y, \omega)$ et $\bar{P}_k(y, \omega)$, ce sont les composantes de la Solution de l'équation d'onde dans le fluide, telles que :

$$\bar{P}(y, \omega) = \bar{P}_0(y, \omega) + \sum_{k=1}^m \bar{Y}_k(\omega) \bar{P}_k(y, \omega)$$

Avec :

$$\bar{P}_0(y, \omega) = \frac{4\rho}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1) [\lambda_n^2 - (\omega^2/C^2)]^{1/2}} \cos \lambda_n y$$

$$\bar{P}_k(y, \omega) = \frac{-2\rho}{H} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{kn}}{[\lambda_n^2 - (\omega^2/C^2)]^{1/2}} \cos \lambda_n y$$

Dans lesquelles : $\lambda_n = (2n-1) \pi / 2H$.

$$I_{kn} = \int_0^H \phi_k(y) \cos \lambda_n y \, dy$$

Ces études montrent la diversité et la multitude d'hypothèses pouvant être énoncées à ce sujet à savoir, la déformabilité de la surface de l'eau (ondes de surface), le comportement non linéaire du barrage, l'irrégularité du fond du réservoir ...

La confirmation de l'une ou de l'autre de ces hypothèses nécessite des efforts considérables

Chapitre IV

La Méthode des Eléments Finis

LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

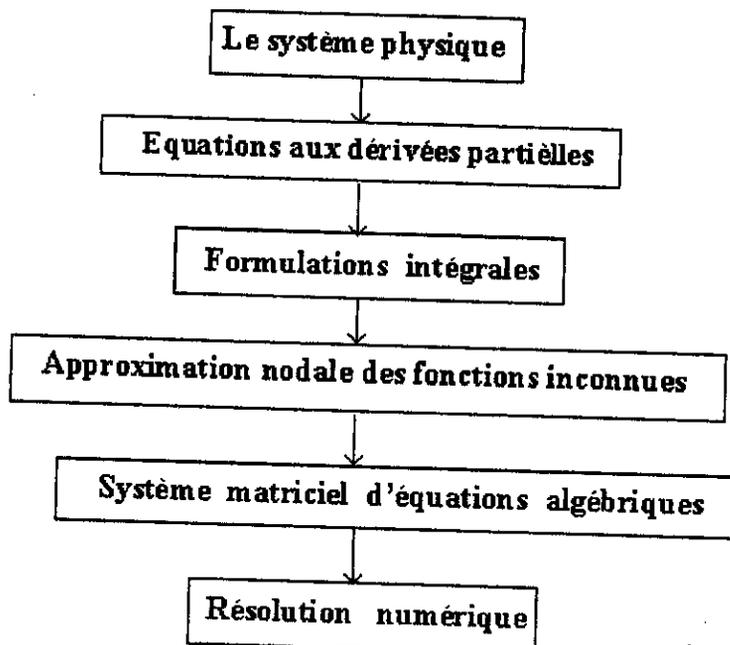
Introduction :

Les problèmes relatifs au calcul des milieux continus sont en général définis par un système d'équations différentielles ou par des formulations intégrales dont la solution analytique est difficile ou parfois impossible à obtenir. Il faut alors recourir aux techniques numériques.

La méthode des éléments finis < M E F > en fait partie, avec un très large domaine d'application, et la puissance de l'outil informatique, qui ne cesse de s'accroître, rend son utilisation plus simple et plus fiable.

Le principe de cette méthode consiste à discrétiser le domaine continu en éléments finis, puis faire une approximation sur chaque élément en faisant intervenir ses variables nodales. Ceci permettra de passer des équations aux dérivées partielles (qui décrivent le problème physique) à un système d'équations algébriques équivalent, en passant par les formulations intégrales.

Les démarches à suivre pour la résolution d'un problème par la méthode des éléments finis sont présentées sur le schéma ci après :



Formulation intégrale :

Soit un système physique quelconque , décrit par les équations générales suivantes :

$$L(u) + F_v = 0 \quad (\text{sur le domaine } (\Omega)).$$

$$C(u) = f_s \quad (\text{sur le contour } (\Gamma) \text{ du domaine } (\Omega)).$$

Le principe de la méthode des résidus pondérées est de trouver la valeur de (u) qui satisfait la condition :

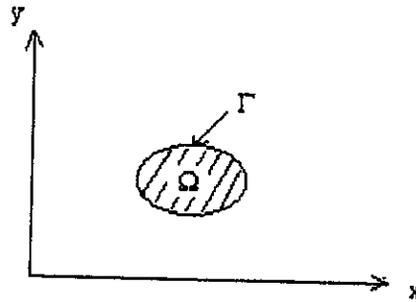
$$\forall \psi : \quad W(u) = \int_{\Omega} \psi (L(u) + F_v) = 0$$

où ψ , une fonction de pondération (le choix le plus courant est $\psi = \delta u$ (méthode de Galerkin)).

Transformation des formes intégrales :

C'est l'intégration par partie de $W(u)$, écrite en forme intégrale forte , qui abouti à la forme intégrale faible .

pour l'exemple suivant :

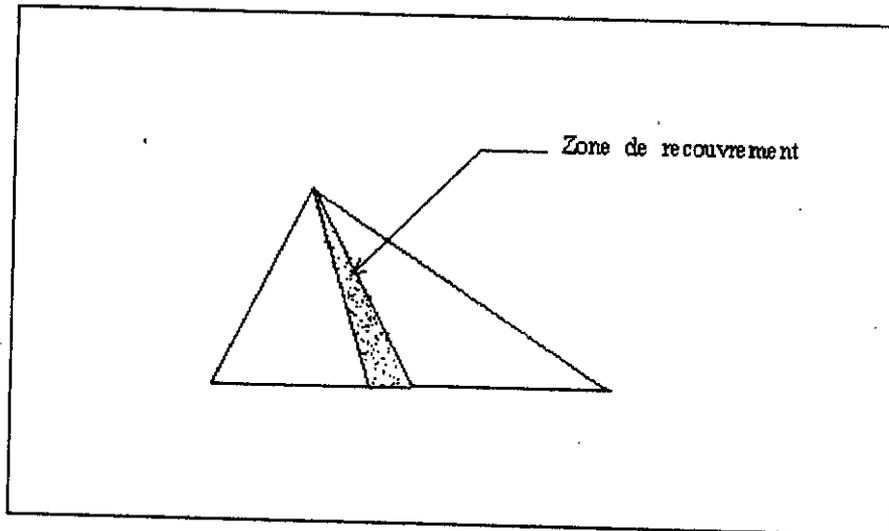


$$\int_{\Omega} \psi (\partial u) dx dy = - \int_{\Omega} \partial \psi u dx dy + \int_{\Gamma} \psi u dy .$$

Le maillage de la structure :

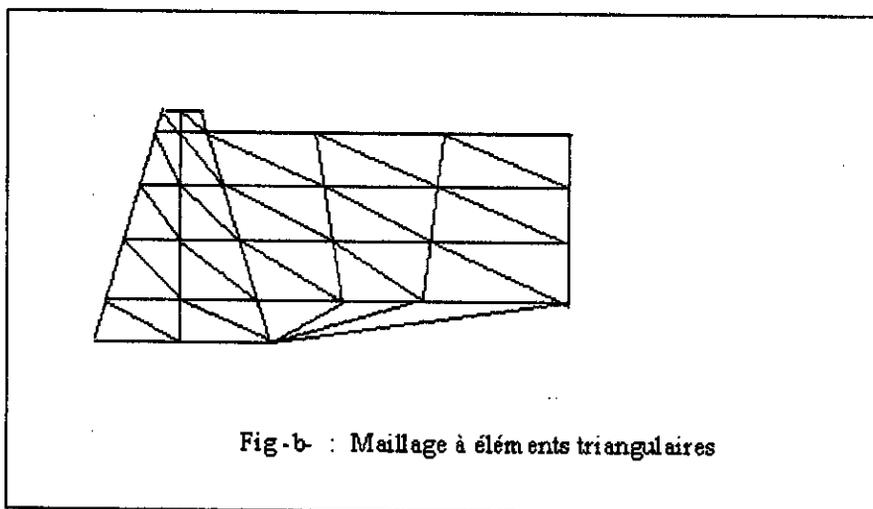
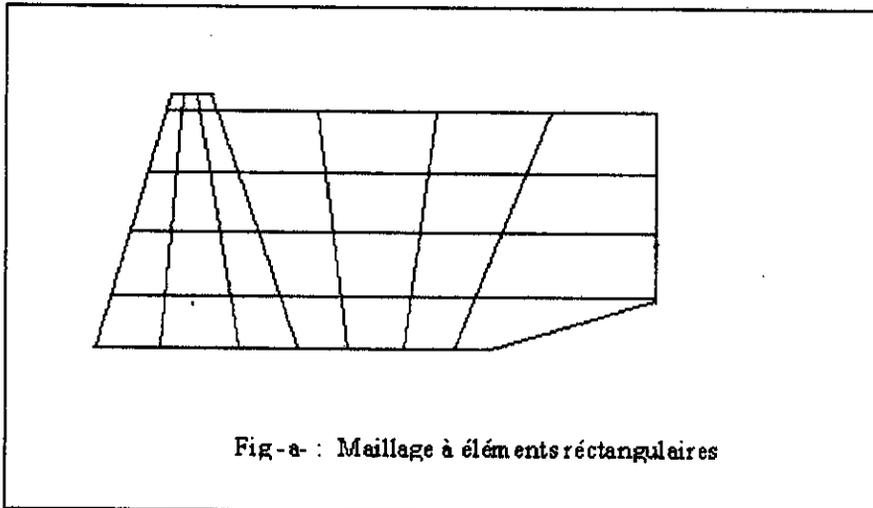
Lors de la partition du domaine étudié (Ω) en éléments finis il faut prendre en considération les règles suivantes:

- Deux éléments différents ne peuvent avoir en commun que des points situés sur leurs frontière commune , le recouvrement de deux éléments est alors exclus (figure ci-dessous)



- L'ensemble de tous les éléments doit être le plus proche possible du domaine réel .
 - L'ensemble des noeuds qui contournent l'élément en question doivent le définir de manière unique .
 - Les éléments sont à une , deux , ou trois dimensions selon le cas étudié . Pour l'analyse bidimensionnelle , les éléments les plus utilisés sont l'élément triangulaire , et l'élément rectangulaire .
- On notera que l'élément triangulaire est plus simple à utiliser , car il s'adapte facilement aux frontières irrégulières des structures complexes (pour une meilleure précision il faut que le rapport de la hauteur de l'élément à sa base soit le plus proche possible de l'unité).

Les figures (a-b) présentent un exemple de maillage .



- On notera également , que pour générer facilement un maillage automatique ,il est nécessaire de choisir une discrétisation régulière de la structure en question .

- Une numérotation appropriée des noeuds , permettra d'obtenir des matrices globales de petites largeurs de bandes , ce qui permet une économie en espace mémoire machine , et un gain de temps important .

Approximation par élément finis :

L'approximation par éléments finis permet de définir une fonction approchée $U(x)$ en faisant intervenir les variables nodales d'un élément .

Les points où :

$$U(x)_{\text{approchée}} = U(x)_{\text{exacte}}$$

sont les noeuds de l'interpolation , et les coordonnées de ces noeuds sont les coordonnées nodales x_i .

Les valeurs $U(x_i)$: sont appelées les variables nodales .

L'approximation sur l'élément réel :

Cette approximation se présente en deux étapes :

- Définir analytiquement la géométrie de tous les éléments appartenant à la structure .
- Construire les fonctions d'interpolation correspondant à chaque élément , donc :

$$U(x) = \langle N(x) \rangle \{ U_n \} .$$

Vus le nombre d'éléments finis qui peut y avoir dans une structure , et pour ne pas définir pour chaque élément - à part - une fonction d'interpolation , il est préférable de changer de base , et de travailler sur un seul élément de référence .

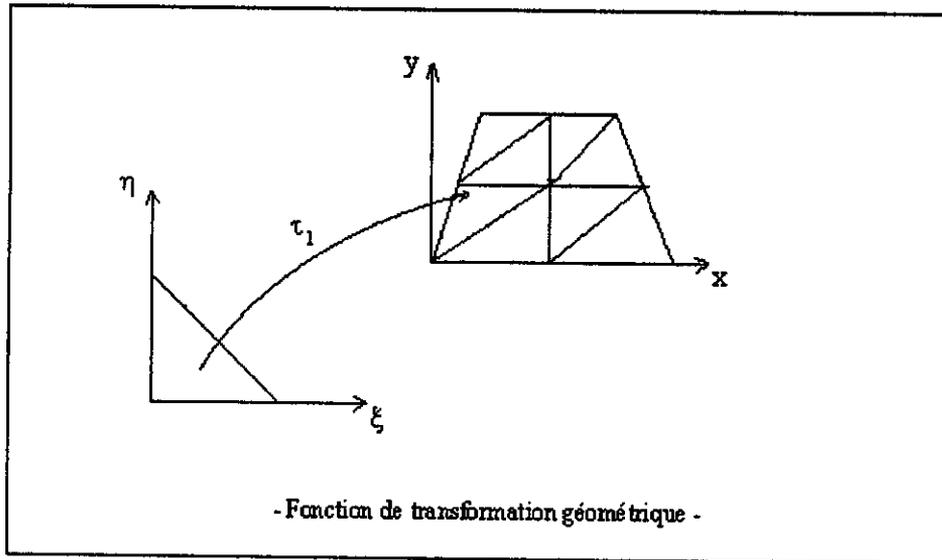
L'approximation sur l'élément de référence :

L'élément de référence(déjà cité) est de forme très simple (dans un espace de référence (ξ, μ)) . Il peut être transformé en chaque élément réel (x, y) , par une transformation géométrique τ défini par :

$$\tau : \xi \rightarrow X = X(\xi) .$$

L'expressions d'une fonction $U(\xi)$ dans l'espace de référence s'écrit :

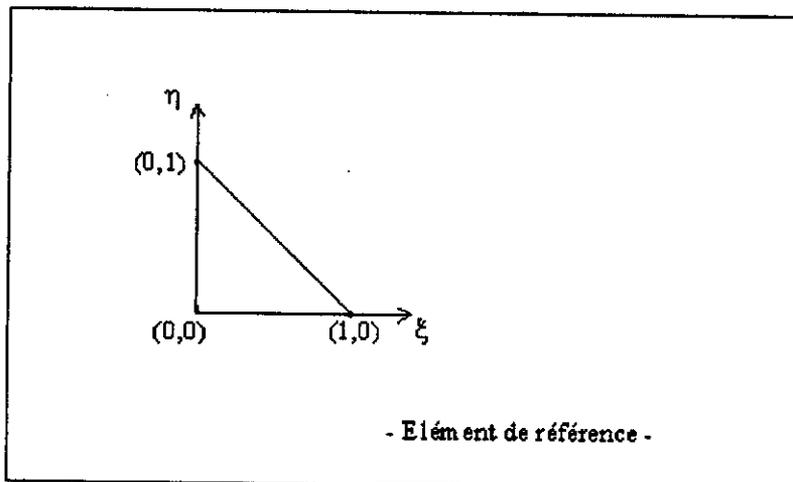
$$U(\xi) = \langle N(\xi) \rangle \{ U_n \} .$$



Nous avons utilisé dans notre projet des éléments triangulaires à trois noeuds , et à six noeuds .

Pour un élément triangulaire à trois noeuds :

$$\langle N(\xi) \rangle = \langle 1-\xi-\eta \quad \xi \quad \eta \rangle$$



Pour un élément triangulaire à six noeuds :

$$N(\xi) = \langle -\lambda \quad (1-2\lambda) \quad 4\xi\lambda \quad -\xi(1-2\xi) \quad 4\xi\lambda \quad -\eta(1-2\eta) \quad 4\eta\lambda \rangle .$$

Avec $\lambda = 1-\xi-\eta$.

On notera qu'aux noeuds d'interpolation ,U et U_{exacte} coïncident .

$$U(x_i) = U_{\text{exacte}}(x_i) = \langle N_1(x) \dots \dots \dots N_n(x) \rangle \{U_n\} .$$

Avec:

$$N_j(x_i) = 0 \quad \text{si} \quad i \neq j$$

$$N_j(x_i) = 1 \quad \text{si} \quad i = j$$

Transformation des coordonnées :

L'écriture des équations se fait dans l'espace réel en fonction des coordonnées (x, y) , et non dans l'espace de référence de coordonnées (ξ, η) , pour cela on exprimera les coordonnées réels en fonction des coordonnées de référence, en introduisant l'opérateur Jacobien qui est définie comme suit :

$$\begin{bmatrix} N_{,\xi} \\ N_{,\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{,\xi} & y_{,\xi} \\ x_{,\eta} & y_{,\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

et comme :

$$x = \langle N(\xi, \eta) \rangle \{x_n\}$$

$$y = \langle N(\xi, \eta) \rangle \{y_n\}$$

Alors :

$$J = \begin{bmatrix} N_{,\xi} \\ N_{,\eta} \end{bmatrix} [X_n] [Y_n]$$

Et pour pouvoir introduire les coordonnées (ξ, η) dans les expressions on doit transformer les formules de dx et dy :

$$dx = dN x_n$$

$$dy = dN y_n$$

Tel que : $dN = N_{,\xi} d\xi + N_{,\eta} d\eta$

Donc :

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = [J]^t \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix}$$

$$dx \cdot dy = \det(J^T) d\xi d\eta = \det(J) d\xi d\eta .$$

Expression de $d\Gamma$:

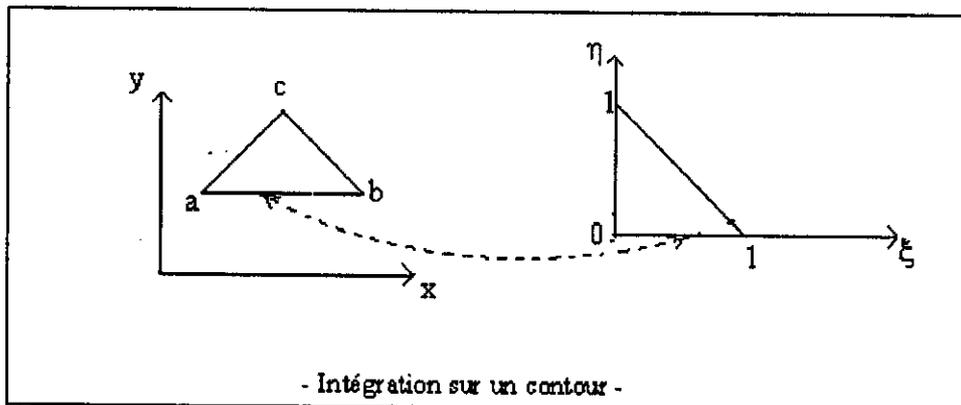
En ce qui concerne le calcul des intégrales aux contours , qui font intervenir les conditions aux limites , $(d\Gamma)$ est aussi remplacée par $(d\xi)$ ou $(d\eta)$ selon le côté de l'élément réel .

On sait que :

$$d(\Gamma) = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

Le contour (Γ) correspond à une arête de l'élément , l'intégration se fait donc sur cet élément suivant l'une des variables ξ ou η .

Exemple :



Sur l'arrête ac, par exemple, on a :

$$\xi = 0$$

Et

$$\eta \rightarrow 0, 1$$

Donc :

$$x = \langle N(\xi=1, \eta) \rangle \{x_n\}$$

$$y = \langle N(\xi=1, \eta) \rangle \{y_n\}$$

$$\int_a^c f(x, y) d\Gamma \text{ devient :}$$

$$\int_0^1 f(\eta) \left[\left[\langle \frac{\partial N(\xi=1, \eta)}{\partial \eta} \rangle d\eta \{X_n\} \right]^2 + \left[\langle \frac{\partial N(\xi=1, \eta)}{\partial \eta} \rangle d\eta \{Y_n\} \right]^2 \right]^{1/2} = \int_0^1 f(\eta) J_s d\eta.$$

avec :

$$J_s = [(x_{,n})^2 + (y_{,n})^2]^{1/2} = \left[\left[\langle \frac{\partial N(\xi=1, \eta)}{\partial \eta} \rangle d\eta \{X_n\} \right]^2 + \left[\langle \frac{\partial N(\xi=1, \eta)}{\partial \eta} \rangle d\eta \{Y_n\} \right]^2 \right]^{1/2}$$

On a pour :

Γ_{ab} :

$$\eta = 0 \\ d\Gamma = d\xi$$

Γ_{ac} :

$$\xi = 0 \\ d\Gamma = d\eta$$

Γ_{bc} :

$$\eta = 1 - \xi \quad (\xi = 1 - \eta) \\ d\Gamma = d\xi \quad (d\Gamma = d\eta)$$

Le système matriciel des équations algébriques :

La discrétisation des formes intégrales des équations du mouvement conduit à des systèmes matriciels discrets, et à des matrices spécifiques de chaque élément naissant de cette discrétisation (on définira ces matrices plus loin).

Le système final représente un assemblage de toutes les formes élémentaires, de telle manière que ces dernières contribuent dans la forme globale en fonction des numéros des noeuds élémentaires.

La résolution :**Introduction :**

Jusqu'ici, on s'est contenté de présenter la forme générale des équations, avec seulement quelques indications plus détaillées pour les comportements linéaires dans les quelles, la matrice B de la loi de comportement reste constante, cette hypothèse de linéarité ouvre la voie à un grand nombre de technique de calcul des modèles discrétisés.

Nous distinguerons deux classes de problèmes intervenant dans les processus de résolutions numérique :

- Les techniques de changement d'espace ou de changement de variable, qui sont utilisées pour transformer l'ensemble des équations et des inconnues du problème initial discrétisé en un autre ensemble équivalent plus facilement soluble.

A cette classe on trouve :

- Les méthodes de calcul des fréquences et modes propres.
- Les méthodes de transformation du domaine temps au domaine fréquence.

- L'intégration directe des équations du mouvement :

On a :

- L'intégration temporelle par la méthode des différences finies, et par la méthode pas à pas.
- L'intégration temporelle par la méthode des éléments finis.

Les méthodes pas à pas sont utilisées pour la simulation dans le temps de la repense d'un système soumis à une excitation quelconque (accélérogramme), par contre les méthodes d'analyse modale pour déterminer les caractéristiques vibratoires du système (modes et fréquences propres).

Dans le cadre de notre projet, on a opté pour l'utilisation de la méthode d'intégration pas à pas, plus précisément la méthode de Newmark; c'est une méthode simple qui ne demande pas de très grandes capacités numérique, elle nous permet l'obtention de la repense dynamique de l'ouvrage au cours de son histoire.

La méthode de Newmark et Wilson:

Cette méthode est basée sur l'intégration, sur chaque pas de calcul du vecteur accélération, pour obtenir le vecteur vitesse, et l'intégration de la vitesse qui donne le vecteur déplacement.

Pour cela on utilise les développements limités suivants :

$$\{\dot{U}_{t+\tau}\} = \{\dot{U}_t\} + \tau((1-a)\{\ddot{U}_t\} + a\{\ddot{U}_{t+\tau}\})$$

$$\{U_{t+\tau}\} = \{U_t\} + \tau\{\dot{U}_t\} + \frac{\tau^2}{2}((1-b)\{\ddot{U}_t\} + b\{\ddot{U}_{t+\tau}\})$$

On notera les cas particuliers :

- Lorsque $a = b = 1/2$ l'accélération est constante dans l'intervalle $[t, t + \tau]$, et égale à sa valeur moyenne. Dans le cas où $a = 1/2$ et $b = 1/3$, elle varie linéairement sur l'intervalle $[t, t + \tau]$.

D'où l'équation d'équilibre :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{f(t)\} \quad t > t_0$$

Elle s'écrira à l'instant $t + \tau$ sous la forme suivante :

$$[\bar{K}]\{U_{t+\tau}\} = \{R_{t+\tau}\}.$$

$$[\bar{K}] = [M] + \tau a [C] + \frac{\tau^2}{2} b [K].$$

$$\begin{aligned} \{R_{t+\tau}\} = & \frac{\tau^2}{2} b \{F_{t+\tau}\} + [M] (\{U_t\} + \tau \{\dot{U}_t\} + \frac{\tau^2}{2} (1-b) \{\ddot{U}_t\}) + [C] (\tau a \{U_t\} \\ & + \frac{\tau^2}{2} (2a-b) \{\dot{U}_t\} + \frac{\tau^3}{2} (a-b) \{\ddot{U}_t\}) \end{aligned}$$

Méthode de Newmark :

Lorsque $\tau = \Delta t$, on obtient la méthode de Newmark qui est inconditionnellement stable si : $a \geq 1/2$ et $b \geq \frac{1}{2} (a + \frac{1}{2})^2$.

Le choix le plus courant pour les valeurs de a et b est : $a = b = 1/2$.

Après avoir résolu le système :

$$[\bar{K}]\{U_{t+\tau}\} = \{R_{t+\tau}\},$$

on doit calculer $\{\ddot{U}_{t+\Delta t}\}$ puis $\{\dot{U}_{t+\Delta t}\}$

Convergence de la méthode des éléments finis :

Malgré la grande fiabilité de la méthode des éléments finis, elle reste quand même une méthode approchée, car on a remplacé un système d'équations continues par un système discrétisé.

La précision des résultats obtenus et leurs validité dépend essentiellement de deux points :

- Plus le nombre d'éléments discrets est grand , plus la précision de la méthode est bonne , et la convergence est vérifiée .

- Plus le nombre de noeuds d'interpolation sur l'élément est grand plus la convergence est rapide .

Tous simplement , plus on s'approche de l' élément réel dans la discrétisation , plus la solution est exacte .

Chapitre V

Calcul dynamique et modélisation

Calcul dynamique et modélisation

Introduction :

Les critères adoptés par le passé pour l'évaluation du comportement des barrages poids concernaient principalement la résistance au glissement et au renversement par la méthode pseudo-statique qui ne prenait pas en compte la nature dynamique des sollicitations, et donc des phénomènes d'amplification et d'oscillation. Ainsi, les niveaux limites des contraintes autrefois considérées comme acceptables pour l'évaluation des performances, ne sont plus valables par rapport aux résultats plus précis obtenus par le calcul dynamique par éléments finis .

Il faut remarquer que les méthodes plus fines donnent toujours des contraintes maximales plus élevées , c'est parce qu'elles tiennent compte du fait que les efforts dynamiques provoqués par le séisme majeur (MCE : Maximum Credible Earthquake) dépassent très largement les efforts sismiques pseudo-statiques fixés par le projeteur et ce, malgré l'introduction du coefficient de sécurité.

En effet, le concept de coefficient de sécurité est vu par certains comme un chiffre qui caractérise la réduction admissible de résistance du matériau considéré avant que celui-ci ne se rompe, mais étant donné le grand nombre de paramètres entrant dans la définition de la résistance, il est difficile de déterminer le facteur de réduction de chacun.

L'interactions hydrodynamique :

Il est évident que quand la retenue d'eau est pleine, il y a interaction entre le barrage et l'eau, un déplacement du barrage et donc une déformation du parement amont met l'eau de la retenue en mouvement et réciproquement, les pressions qui y sont provoquées engendrent des forces supplémentaires qui sont subies par la structure.

Les déplacements dans le barrage sont considérés comme variables principales , mais concernant le fluide, il y a deux manières de procéder :

- Dans la première, le fluide est traité comme un solide dégénéré avec un module de cisaillement nul , mais une compressibilité non nulle , les variables principales sont dans ce cas les déplacements du fluide .

- Dans la seconde, qui donne une meilleure approximation, la variable principale est la pression du fluide. On sait à priori que les cisaillements sont nuls dans le fluide, et la compressibilité de celui-ci peut être retenue ou non.

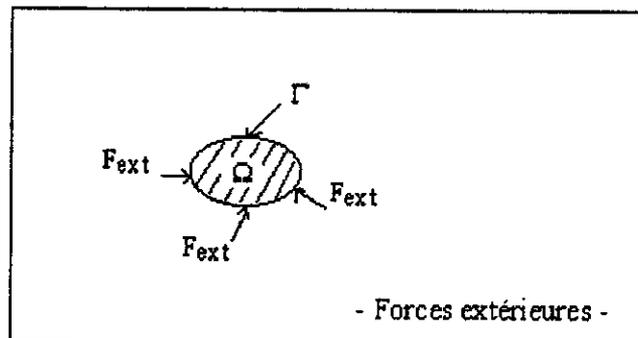
C'est la deuxième méthode qu'on a adoptée pour notre étude, et l'idée de base est de traiter le barrage et le réservoir comme deux structures séparées, puis coupler les sous-structures en tenant compte des forces interagissantes entre le parement amont du barrage et la retenue.

Description mathématique :

Pour traduire mathématiquement le comportement du système barrage-réservoir, il nous faut en plus de la loi fondamentale de la dynamique, d'autres lois (loi du comportement du barrage et du réservoir) ainsi que des conditions aux limites.

La loi fondamentale de la dynamique :

C'est la fameuse loi de Newton ; le produit de la masse d'un élément et son accélération est égale à la résultante des forces extérieures qui agissent sur cet élément.



$$\int_{\Omega} \gamma \, dm = \int_{\Omega} F_v \, d\Omega + \int_{\Gamma} T(M, n) \, d\Gamma \quad (1)$$

γ : L'accélération de l'élément considéré.

dm : Sa masse.

F_v : Force de volume.

$T(M, n)$: Tenseur des forces extérieures :

$$T(M, n) = \sigma_{ij} n_j, \text{ où } \sigma_{ij} : \text{contrainte.} \\ n_j : \text{vecteur normal.}$$

$$(1) \Rightarrow \int_{\Omega} \gamma \rho \, d\Omega = \int_{\Omega} F_v \, d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{ij,j} \, d\Omega \quad \left(\sigma_{ij,j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial y_j}, y_j = j \right).$$

D'où l'expression :

$$\gamma_i \rho = F_i + \sigma_{ij,j}$$

Equations gouvernantes du solide :

Relation déformations-déplacement :

Elle se traduit par la relation générale :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (U_{i,j} + U_{j,i})$$

tel que :

$$U_{i,j} = \frac{\partial U_i}{\partial j}$$

L'expression ci dessus montre clairement que le tenseur de déformation est symétrique .

Relation contraintes-déformations :

L'expressions générale des contraintes s'écrit comme suite :

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{kl}$$

Où :

D_{ijkl} : Matrice d'élasticité .

L'élasticité plane :

Quand les contraintes ou les déformations sont parallèles à un seul plan , on parle alors d'état de contrainte plane ou de déformation plane , dans ce cas l'hypothèse de faibles amplitudes des déformations conduit à la relation :

$$\epsilon = \begin{bmatrix} U_{ii} \\ U_{jj} \\ U_{ij} + U_{ji} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx} & 0 \\ 0 & \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dy} & \frac{d}{dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = [S][U]$$

Pour le cas des déformations planes :

La relation contrainte-déformation se traduit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\nu^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{bmatrix}$$

Donc :

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\xi\} = [D] \cdot [S] \cdot \{U\}.$$

Avec :

[D] : Matrice d'élasticité .

E : Module d'élasticité du matériau .

ν : Coefficient de Poisson .

Pour le cas des contraintes planes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{bmatrix}$$

Equations gouvernantes du fluide :

Le comportement du fluide est un comportement Newtonien d'un milieu continu , régit par la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = -P \cdot \delta_{ij} + \tau_{ij}$$

P : Représente la pression .

δ_{ij} : Symbole de Kronecher ($\delta_{ij} = 1$ si $i=j$, 0 si $i \neq j$) .

τ_{ij} : Contrainte de cisaillement ($\tau_{ij} = 2\mu \epsilon_{ij}$) .
 μ : coefficient de viscosité dynamique .

L'autre relation qui décrit le comportement du fluide est :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (V_{i,j} + V_{j,i}) .$$

V_i : Vitesse du fluide dans la direction i .
 ϵ_{ij} : La vitesse de déformation du fluide .

l'équation du mouvement du fluide devient - en remplaçant σ_{ij} par son expression - :

$$(-P \delta_{ij} + \tau_{ij})_{,j} + f_i - \rho \gamma_i = 0 .$$

Donc l'équation générale du mouvement selon les trois directions devient :

$$\rho \frac{dV}{dt} = -\nabla P + \mu \Delta^2 V + F .$$

Propriétés et conditions aux limites :

Le barrage :

On considère que le barrage est constitué d'un matériau homogène , isotrope et à comportement linéaire , de fondation rigide .

Donc l'étude se ramène à une section transversale d'épaisseur unité .

Les conditions aux limites :

- Les déplacements relatifs du barrage par rapport au sol de sa fondation sont nuls .
- Sur le parement amont du barrage s'exercent les pressions hydrodynamiques .
- Au niveau de la crête et du parement aval du barrage règne la pression atmosphérique .

Le réservoir :

Pour le fluide on suppose que :

- Il est linéairement incompressible .
- Non visqueux .
- Les déformations et les déplacements sont petits .
- Le réservoir est semis finis dans le quel il n'y a pas d'écoulement .

Donc l'équation du mouvement se réduit à :

$$\rho \dot{V} = - \nabla P .$$

L'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla V = 0 .$$

Et l'équation de compressibilité :

$$d\rho = \frac{\rho}{k} dP .$$

$$\text{Avec } k = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}} .$$

On aboutit donc à l'équation suivante :

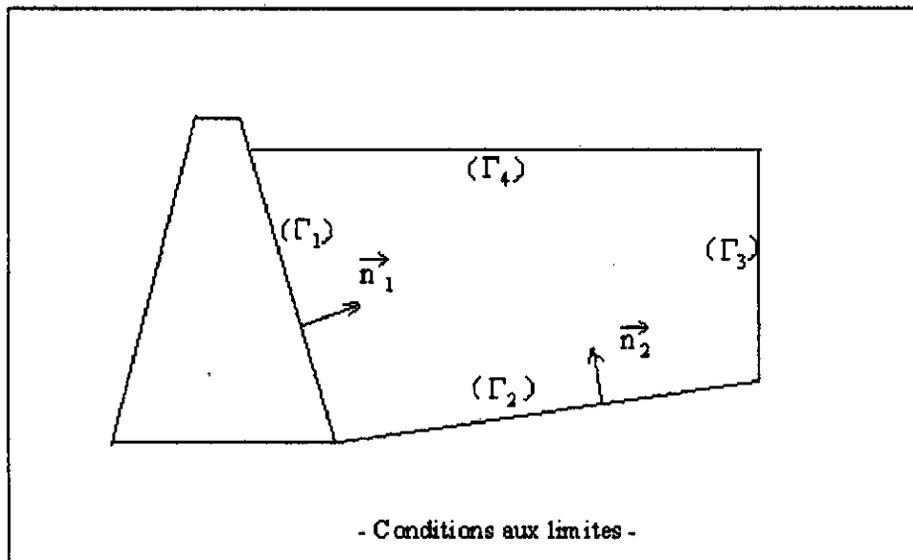
$$\nabla^2 P - \frac{1}{c^2} \ddot{P} = 0 .$$

Elle représente l'équation de propagation d'ondes dans un milieu caractérisé d'une célérité c :

$$c = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$$

Les conditions aux limites :

Les limites géométriques, de la retenue d'eau Γ_i sont schématisées sur la figure ci-dessous

Sur Γ_1 :

Sur le parement amont du barrage (Γ_1), le fluide en un point du parement sera animé de la même accélération (\ddot{u}) du point solide situé au même endroit (pas de détachement entre le barrage et le réservoir), et donc l'équation dynamique sur cette limite devient :

$$\Gamma_1 \rightarrow \frac{\partial P}{\partial n_1} = -\rho \ddot{U}_{n_1}$$

Sur Γ_2 :

Ici encore le mouvement du fluide est lié au mouvement du sol d'où :

$$\Gamma_2 \rightarrow \frac{\partial P}{\partial n_2} = -\rho \ddot{X}_{n_2}$$

Sur Γ_3 :

Elle représente la limite de rayonnement, c'est à dire l'endroit à partir du quel la retenue n'a pas d'influence sur la repense du barrage.

Si (Γ_3) est situé trop près du corps du barrage, ceci va influencer sur les pressions dans le fluide (ondes incidentes + ondes réfléchies ; $P = f(x - ct) + f(x + ct)$), où c représente la vitesse de l'onde de compression. Pour éliminer les ondes réfléchies, donc avoir une pression $P = f(x - ct)$, il faut poser une limite fictive de troncature assez loin du barrage, et en dérivant l'expression de P l'équation du mouvement devient sur cette limite (Γ_3) :

$$\frac{\partial P}{\partial n} = - \frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} .$$

Sur Γ_4 :

La variation de pression dans le réservoir lors d'un séisme donne naissance à des ondes de surface sur la limite (Γ_4).

Le plan moyen d'oscillation de ces ondes est le plan des pressions ($P = 0$), mais l'influence de ces ondes de surface sur la repense du barrage est minime, c'est pour quoi le choix de ($P = 0$) est acceptable .

Intégration des équations :

La formulation forte de l'équation du mouvement est la suivante :

$$W(u) = \int_{\Omega} \delta U_i (\sigma_{ij,j} + F_i - \rho \gamma_i) d\Omega = 0 .$$

Où δU est une fonction de pondération (qui représente ici une perturbation de la variable U , ce choix de δU est le plus utilisé - type Galerkin-).

Pour le barrage :

$$W(u) = \int_{\Omega} \delta U_i (\sigma_{ij,j} + F_i - \rho \gamma_i) d\Omega = 0 .$$

$$W(u) = \int_{\Omega} \delta U_i (\sigma_{ij,j}) d\Omega + \int_{\Omega} \delta U_i F_i d\Omega - \int_{\Omega} \delta U_i \rho \gamma_i d\Omega = 0 .$$

$$W(u) = W_1 + W_2 + W_3$$

En appliquant le principe d'intégration par partie à W_1 , on obtient :

$$W_1 = \int_{\Omega} (\delta U_i \sigma_{ij,j}) d\Omega - \int_{\Omega} \partial U_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega .$$

Appliquons le théorème de Gauss pour le premier terme de W_1 :

$$\int_{\Omega} (\delta U_i \sigma_{ij,j}) d\Omega = \int_{\Gamma} \delta U_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma .$$

Connaissant la relation qui lie U à ξ on aboutit à :

$$\int_{\Omega} \delta U_{i,j} \delta_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} \delta \varepsilon \sigma d\Omega .$$

D'où :

$$W_I = \int_{\Gamma} \delta U_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma - \int_{\Omega} \delta \varepsilon \sigma d\Omega .$$

Et :

$$W(u) = \int_{\Gamma} \delta U \sigma_n d\Gamma - \int_{\Omega} \delta \varepsilon \sigma d\Omega + \int_{\Omega} \delta U f d\Omega - \int_{\Omega} \delta U \rho \ddot{U} d\Omega .$$

Dans le même ordre :

$$W(u) = W_f + W_c + W_r + W_i$$

Où : W_f : Travail des charges extérieures .

W_c : Energie de déformation .

W_v : Travail des forces de volume .

W_i : Travail des forces d'inertie .

Explicitons l'intégral sur les limites Γ_i :

$$W(u) = \int_{\Gamma_i} \delta U (-P)_n d\Gamma - \int_{\Gamma} \delta U \rho \ddot{X} d\Gamma - \int_{\Omega} \delta \varepsilon \sigma d\Omega - \int_{\Omega} \delta U f d\Omega .$$

Pour le fluide :

L'inconnue dans le réservoir étant la pression (P), l'écriture variationnelle du problème devient :

$$W(p) = \int_{\Omega} \delta P [\nabla^2 P - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}] d\Omega .$$

En procédant de la même manière que pour le solide , on obtient :

$$W(p) = \int_{\Omega} \delta P \nabla^2 P - \int_{\Omega} \delta P \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} d\Omega .$$

Le premier terme de $W(p)$ devient :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta P \nabla^2 P &= \int_{\Omega} \nabla(\delta P \nabla P) d\Omega - \int_{\Omega} \delta(\nabla P) \nabla P d\Omega \quad . \text{(intégration par partie)} \\ &= \int_{\Gamma} \delta P \frac{\partial P}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Omega} \delta(\nabla P) \nabla P d\Omega . \end{aligned}$$

En tannant compte des conditions aux limites citées ci-dessus sur le contour du réservoir on obtient :

$$\int_{\Gamma} \delta P \frac{\partial P}{\partial n} d\Gamma = \int_{\Gamma_1} \delta P (-\rho U \cdot \vec{n}) d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \delta P (-\rho X \cdot \vec{n}) d\Gamma + \int_{\Gamma_4} \delta P \left(-\frac{P}{g}\right) d\Gamma + \int_{\Gamma_3} \delta P \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t}\right) d\Gamma$$

Finalement $W(p)$ sera :

$$W(p) = \int_{\Gamma_{1,2,3,4}} \delta P \frac{\partial P}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Omega} \delta(\nabla P) \nabla P d\Omega - \int_{\Omega} \left(\delta P \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right) d\Omega .$$

Analyse dynamique tridimensionnelle :

Ce type d'analyse ne soulève pas de difficultés techniques particulières .
Les méthodes et modèles décrits pour les calculs dynamiques par éléments finis bidimensionnels sont directement applicables ; les lois de comportement élastique , viscoélastique généralement adoptées pour les calculs dynamiques bidimensionnels se transposent immédiatement aux études tridimensionnelles mais , deux difficultés à signaler :

- 1- La taille importante et le coût élevé des modèles numériques à mettre en oeuvre .
- 2- La définition du mouvement sismique : dans les études bidimensionnelles le mouvement du sol est défini à un certain niveau par un accélérogramme unique , généralement correspondant à la propagation verticale d'une onde de cisaillement horizontale . Cette hypothèse est acceptable dans le cas bidimensionnel où les effets de la topographie peuvent être très importants .

Expressions des matrices élémentaires :

L'application des expression intégrales se limite à un seul élément qui est l'élément de référence , puis à tous les éléments du système barrage-réservoir par des transformations géométriques , l'assemblage de toutes ces expressions élémentaires nous conduit à un système algébrique global .
(L'élément utilisé dans le cas de notre projet est un élément triangulaire à six noeuds , car il s'adapte aux formes les plus complexes , en plus de sa bonne précision) .

Le barrage :

La valeur d'une fonction en un point quelconque de l'élément est une combinaison des valeurs de cette fonction aux noeuds de cet l'élément .

$$\{U\} = N_u \{U_n\}$$

Et :

$$[U_n] = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \\ u_6 \\ v_6 \end{bmatrix}$$

Pour un élément à six noeuds :

$$U = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6] \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned} N_1 &= -\lambda (1-2\lambda) \\ N_2 &= 4\xi\lambda \\ N_3 &= -\xi(1-2\xi) & \text{et } \lambda &= 1-\xi-\eta \\ N_4 &= 4\xi\eta \\ N_5 &= -\eta(1-2\eta) \\ N_6 &= -4\eta\xi \end{aligned}$$

La matrice rigidité:

L'expressions de l'énergie interne de l'élément (Ω) s'écrit :

$$W_c = \int_{\Omega} \delta \varepsilon \sigma \, d\Omega$$

On a vu que : $\varepsilon = \delta U$.

$\sigma = D S U$ (équations gouvernantes du barrage).

Et $U = N U_n$.

Si on pose $B = \delta N$, on obtient :

$$\varepsilon = B U_n$$

Et $\sigma = D S U_n$

donc :

$$W_c = \int_{\Omega} \delta(B U_n) D S U_n d\Omega = \int_{\Omega} \delta(U_n^T B^T) D S U_n d\Omega .$$

$$W_c = \delta U_n^T K U_n .$$

Et

$$K = \int_{\Omega} B^T D B d\Omega .$$

qui représente la matrice de rigidité de l'élément considéré .

Elle a les caractéristiques suivantes :

- Définie positive : $\forall X \in R^n ; X^T K X > 0 .$

Pour $X = U$ (déplacement)

$U^T K U = 1/2 K U$: énergie de réaction , toujours positive .

- Symétrique , car D est symétrique (Théorème de Maxwell-Betti) .

La forme explicite de K élémentaire :

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} M_x & 0 & M_y \\ 0 & M_y & M_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d1 & d2 & 0 \\ d2 & d1 & 0 \\ 0 & 0 & d3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x & 0 \\ 0 & M_y \\ M_y & M_x \end{bmatrix} d\Omega$$

La matrice masse :

En développant l'expression du travail des forces d'inertie , c'est à dire :

$$W_i = \int_{\Omega} \delta U_n \rho \ddot{U} d\Omega$$

$$W_i = \int_{\Omega} \delta (U_n)^T N^T \rho N \ddot{U}_n d\Omega = \delta (U_n)^T M \ddot{U}_n .$$

Avec :

$$M = \int_{\Omega} \rho N^T N d\Omega .$$

Elle représente la masse de l'élément considéré .

L'expression explicite est :

$$M_{ij} = \int_{\Omega} \rho \begin{bmatrix} N_i N_j & 0 \\ 0 & N_i N_j \end{bmatrix} d(\Omega)$$

Pour le concept de masse répartie .

et
$$M_{ij} = \int_{\Omega} N_{ui} \rho N_{uj} d\Omega .$$

Pour le concept de masse concentrée .

La matrice amortissement :

Le travail des forces de viscosité à pour expression :

$$W_a = \int_{\Omega} \delta U \mu \dot{U} d\Omega$$

(μ : Coefficient de viscosité dynamique du béton)

Après interpolation nodale on obtient :

$$W_a = \int_{\Omega} \delta (U_n)^T N^T \mu N \dot{U}_n d\Omega = \delta (U_n)^T C \dot{U}_n .$$

Et :

$$C = \int_{\Omega} N^T \mu N d\Omega$$

Elle représente la matrice d'amortissement (qui traduit les forces qui s'opposent à la vitesse des noeuds) .

Un des termes intervenant dans l'amortissement du système est le coefficient de la masse volumique du matériau ($\mu = \gamma \rho$) , ce qui explique la relation qui existe entre la matrice C et la matrice masse M de l'élément .

Un autre terme auquel est lié cet amortissement est la matrice D qui représente le paramètre de la vitesse de déformation ($\sigma = D\epsilon$) , c'est ce qui explique encore , la deuxième relation qui existe entre la matrice C et la matrice de rigidité K du système . Pour ces deux raisons l'expression de C s'écrit :

$$C = \alpha M + \beta K .$$

Où :

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \frac{\xi \begin{bmatrix} \omega(1) & \omega(n) \\ & 1 \end{bmatrix}}{\omega(1) + \omega(n)}$$

ξ : Le rapport de l'amortissement modal représentatif du mécanisme de perte d'énergie dans le domaine linéaire .

$\omega(1)$: fréquence du premier mode .

$\omega(n)$: fréquence du mode supérieur jugé significatif dans le mécanisme de réponse .

La matrice interaction :

Le travail du chargement extérieur à pour expression :

$$W_f = \int_{\Gamma} \delta U \sigma \vec{n} \, d\Gamma$$

Et :

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_b$$

telque : Γ_1 interface barrage-reservoir ($\sigma = -P$) .

Γ_b interface barrage-fondation ($\sigma = \rho \ddot{X}$)

avec \ddot{X} l'accélération sismique

$$W_{f1} = \int_{\Gamma_1} \delta U (-P) \vec{n} \, d\Gamma .$$

En faisant intervenir les variables nodales dans l'expression de P on obtient :

$$W_{f1} = - \int_{\Gamma_1} \delta U_n^T N_n^T N_p \vec{n} P_n \, d\Gamma .$$

Avec : N_u : Interpolation U

N_p : Interpolation P

$$W_{f1} = \delta U_n^T Q P_n .$$

Et :

$$Q = - \int_{\Gamma_1} N_n^T \vec{n} N \, d\Gamma$$

Elle représente l'expression de la matrice d'interaction liant le comportement des deux milieux, c'est à dire le milieu fluide (le réservoir) et le milieu solide (le barrage). Cette matrice caractérise l'échange d'énergie mécanique entre ces deux milieux.

Son expression explicite est :

$$Q_{ij} = - \int_{\Gamma_1} \begin{bmatrix} M_i & 0 \\ 0 & M_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} [N_{pj}] d\Gamma$$

En cas d'un séisme, à la base les points de l'interface barrage-fondation seront animés d'un mouvement d'accélération \ddot{X} (accélération sismique) alors :

$$W_{fs} = \int_{\Gamma_b} \delta U (\rho \ddot{X}) \vec{n} d\Gamma = \int_{\Gamma_b} \delta U_n^T N_u^T \vec{n} \rho \ddot{X} d\Gamma$$

$$W_{fs} = \delta U_n^T F$$

Et :

$$F = \int_{\Gamma_b} N_u^T \vec{n} \rho \ddot{X} d\Gamma$$

$$F_i = - \int_{\Gamma_b} \begin{bmatrix} M_i & 0 \\ 0 & M_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \rho \ddot{X} d\Gamma$$

Le système d'équation du barrage :

Le système d'équation concernant le barrage a donc pour expression :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\}$$

Le fluide :

L'écriture variationnelle de l'équation du fluide est exprimée comme suit :

$$W(p) = \int_{\Gamma_{1,2,3,4}} \delta P \frac{\partial P}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Omega} \delta(\nabla P) \nabla P d\Omega - \int_{\Omega} (\delta P \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}) d\Omega$$

$$W(p) = \int_{\Gamma_1} \delta P (-\rho \ddot{U}_n) d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \delta P (-\rho \ddot{X}_n) d\Gamma + \int_{\Gamma_3} \delta P \left(-\frac{P}{g}\right) d\Gamma + \int_{\Gamma_4} \delta P \left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t}\right) d\Gamma - \int_{\Omega} \delta(\nabla P) \nabla P d\Omega - \int_{\Omega} (\delta P \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}) d\Omega .$$

Sachant que :

$$\delta(P) = \delta(N_p P_n) = \delta P_n^T N_p^T .$$

$$\delta(\nabla P) = \delta(\nabla N_p P_n) = \delta P_n^T N_p^T N_p^T .$$

Le système d'équation devient après simplification :

$$\ddot{P}_n \left[\int_{\Omega} N_p^T \left(-\frac{1}{c^2}\right) N_p d\Omega - \int_{\Gamma_3} N_p^T \left(\frac{1}{g}\right) N_p d\Gamma \right] + \dot{P}_n \left[\int_{\Gamma_4} N_p^T \left(-\frac{1}{c}\right) N_p d\Gamma \right] + P_n \left[-\nabla N_p^T \nabla N_p d\Omega \right] + \ddot{U} \left[-\int_{\Gamma_1} N_p^T \rho n N_u d\Gamma \right] + \ddot{X} \left[-\int_{\Gamma_2} N_p^T \rho n d\Gamma \right] = 0$$

Et finalement le système d'équation pour le réservoir sera :

$$[S] \{\ddot{P}\} + [D] \{\dot{P}\} + [H] \{P\} + [Q_p] \{\ddot{U}\} + \{q\} = 0$$

Définissant maintenant chaque matrice du système d'équation ci-dessus :

La matrice S :

Elle est équivalente à la matrice M pour le barrage , elle caractérise l'énergie cinétique du fluide . On notera que les forces d'inertie sont nettement moins importantes dans le fluide que dans le barrage .

$$S = \int_{\Omega} N_p^T \frac{1}{c^2} N_p d\Omega + \int_{\Gamma_3} N_p^T \frac{1}{g} N_p d\Gamma .$$

$$S_{ij} = \int_{\Omega} N_i \frac{1}{c^2} N_j d\Omega + \int_{\Gamma_3} N_i \frac{1}{g} N_j d\Gamma .$$

La matrice D :

Elle caractérise l'énergie dissipée à la limite de troncature .

$$D = \int_{\Gamma_4} N_p^T \frac{1}{c} N_p d\Gamma .$$

$$D_{ij} = \int_{\Gamma_4} N_i \frac{1}{c} N_j d\Gamma$$

La matrice H :

C'est la matrice de l'énergie potentielle du fluide .

$$H = \int_{\Omega} \nabla N_p^T \nabla N_p D\Omega .$$

La matrice Qp :

Elle exprime l'échange d'énergie entre le barrage et le réservoir .

$$Q_p = \int_{\Gamma_1} N_p^T \vec{n}^T N_u \rho d\Gamma .$$

$$Q_p = -\rho Q^T$$

Le vecteur q :

Il représente le vecteur des forces sismiques qui agissent sur le système à partir du fond du réservoir :

$$q = \int_{\Gamma_2} N_p^T \rho \vec{\ddot{X}} \vec{n} d\Gamma$$

Présentation du système final couplé :

l'expression condensée des équations qui régissent le système barrage-réservoir est la suivante :

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ \rho Q^T & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -Q \\ 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ q \end{bmatrix}$$

Le premier bloc de matrice représente l'équivalent de la matrice masse .

Le second est équivalent à l'amortissement .

Le troisième à la rigidité .

Et le bloc des forces (F , q) représente l'action sismique respectivement sur le barrage et la retenue d'eau .

Vue la taille importante de ces matrices ,une résolution numérique est alors indispensable.
Le chapitre suivant en présentera une de ces méthodes .

Chapitre VI

Description des programmes

DESCRIPTION DES PROGRAMMES

Introduction :

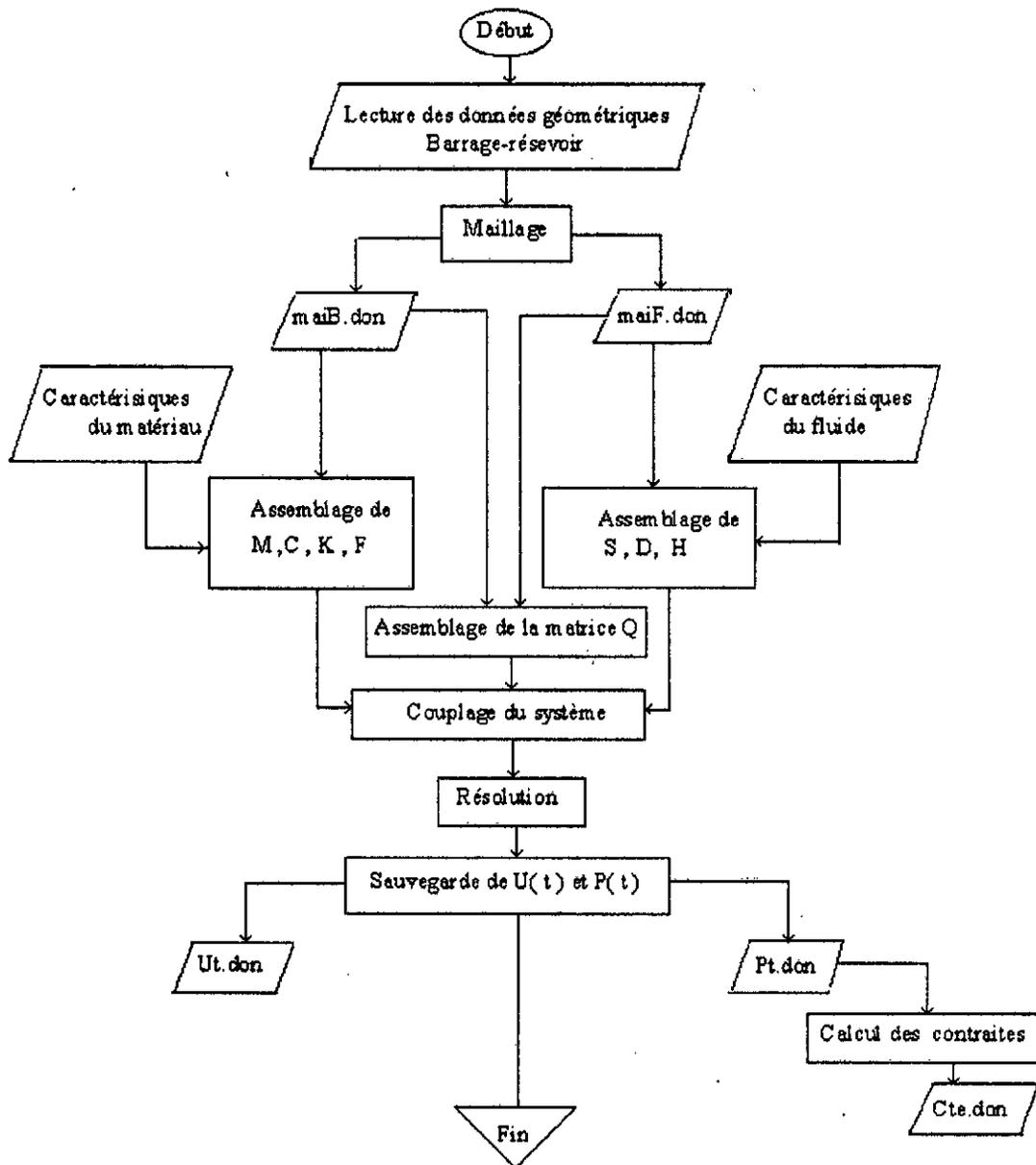
L'étude d'une structure par la méthode des éléments finis traite en premier lieu le problème à un niveau élémentaire où les équations générales régissant le comportement de la structure sont décrites et simplifiées .

Vient en second lieu le montage de ces formes élémentaires (éléments finis) pour constituer la structure finale , ceci implique souvent un très grand nombre d'éléments ,donc un très grand nombre d'opérations de calcul qui aboutissent à de grands systèmes matriciels . Le seul et le meilleur moyen dans ce cas est l'utilisation des méthodes numériques ,et la capacité de l'outil informatique a fait une belle démonstration de performance au cours de ces dernières années .

Dans ce présent chapitre nous allons traiter les parties qui nécessitent un calcul numérique dont :

- Le maillage du barrage et de la retenue d'eau.
- L'assemblage des matrices élémentaires .
- La résolution du système final.
- Le calcul des contraintes.

(Le schéma suivant résume toutes les étapes de calcul).

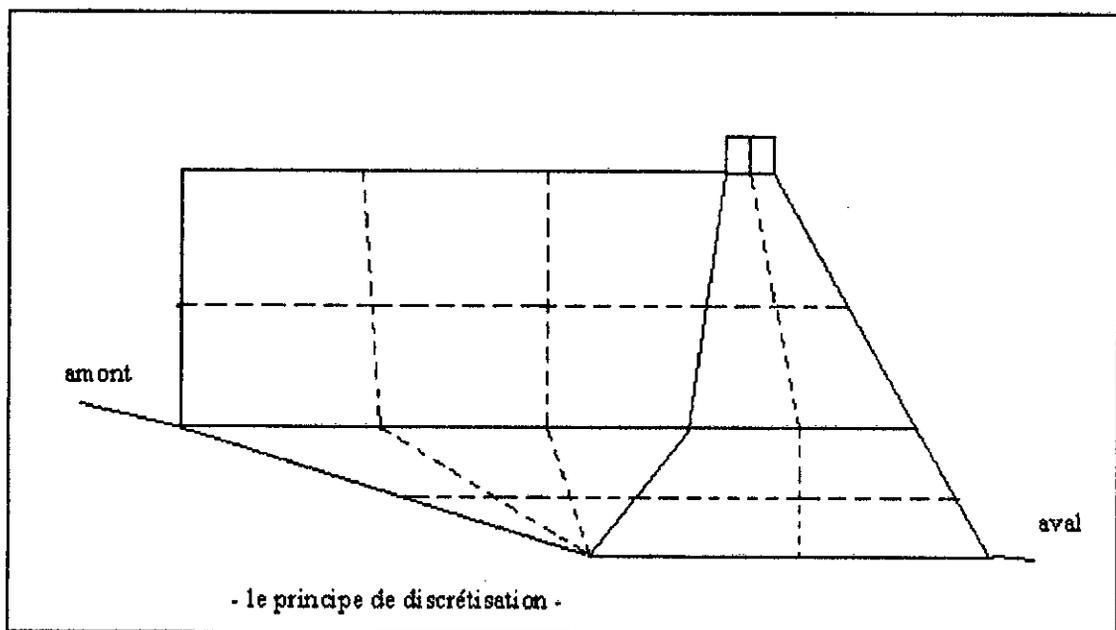


Le maillage :

Pour le calcul des barrages il est particulièrement important de simplifier les méthodes d'entrée/sorties accompagnées d'une certaine automatisation du maillage, c'est ce que nous allons développer dans ce paragraphe .

- Le programme établi a la possibilité de mailler les formes des plus complexes des barrages et leurs retenues.

Le principe est de subdiviser le système en tranches horizontales ayant les mêmes angles d'inclinaisons sur chaque côté (voir figure ci-dessous).

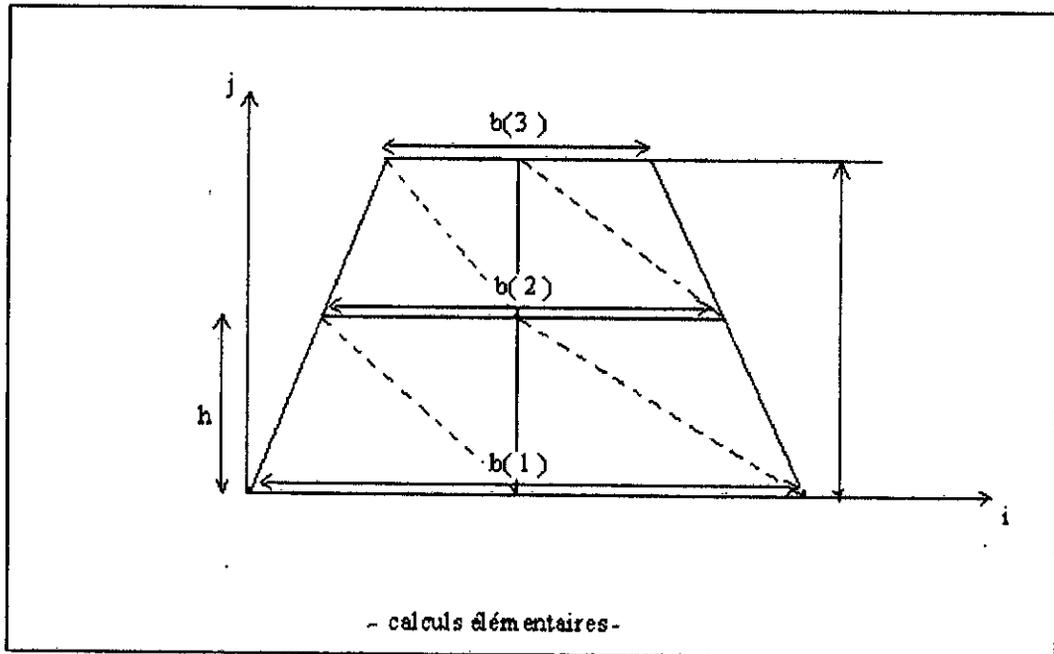


- L'avantage de cette subdivision est de permettre un maillage serré dans les zones critiques (la crête du barrage), et un maillage plus espacé dans les zones relativement stables.

- Les fruits amont et aval de chaque tranche du barrage sont lues dans un fichier d'entrée , les inclinaisons dans la retenue sont lues négativement , seules les coordonnées du premier point aval seront lues dans ce fichier d'entrée , les coordonnées des autres points seront calculées dans le programme .

- En fin le nombre d'éléments totaux sera défini par la lecture du nombre de tranches verticales et horizontales (schématisées en pointillées sur la figure ci-dessus).

Pour mieux expliquer cela on va prendre l'exemple du maillage de la figure suivante :



Le but est de subdiviser le trapèze en éléments triangulaires, rectangulaires... Chaque élément sera délimité par des noeuds qu'on appellera 'les connectivités'.

Détermination des coordonnées des noeuds et leurs numérotation :

L'organigramme général de calcul est:

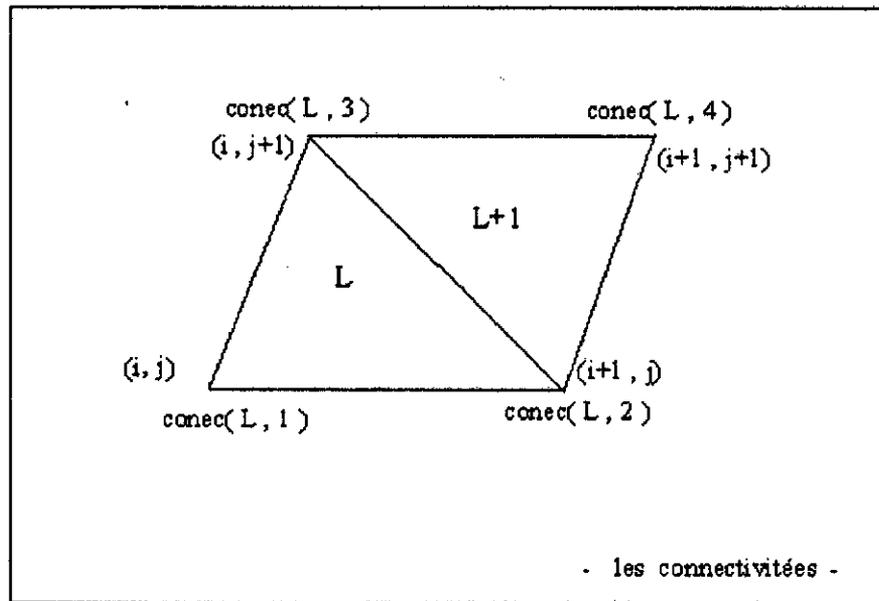
```

dy = h / ny
Pour j = 1, ny+1
  b(j) = b(j-1) - dy * (tg α + tg β)
  dx(j) = b(j) / nx
  pour i = 1, nx + 1
    x(i, j) = x(i-1, j) + dx(j)
    y(i, j) = y(i, j-1) + dy
    numéro(i, j) = numéro(i, j-1) + nx + 1
  fin
fin

```

Détermination des connectivités des éléments :

pour l'exemple d'un élément à trois noeuds , le nombre d'éléments totaux est :
 $nelt = 2 \times nx \times ny$



L 'organigramme de calcul des connectivités est:

```

Pour j = 1, ny
  pour i = 1, nx
    conec(L, 1) = Numéro(i, j)
    conec(L, 2) = Numéro(i + 1, j)
    conec(L, 3) = Numéro(i, j + 1)

    conec(L+1, 1) = Numéro(i + 1, j)
    conec(L+1, 2) = Numéro(i + 1, j + 1)
    conec(L+1, 3) = Numéro(i, j + 1)
    L = L + 1
  Fin
Fin

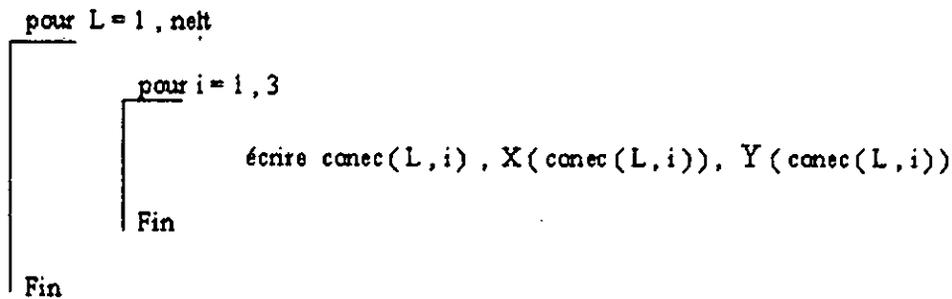
```

Donc ce sous programme de maillage (barrage - réservoir) est appelé dans le programme principale chaque fois qu'il y a un changement dans les inclinaisons des parements .

Les résultats du maillage sont présentés comme suit :

- Pour le barrage → fichier MAIB
- Pour le fluide → fichier MAIF

L'organigramme de sauvegarde est le suivant :

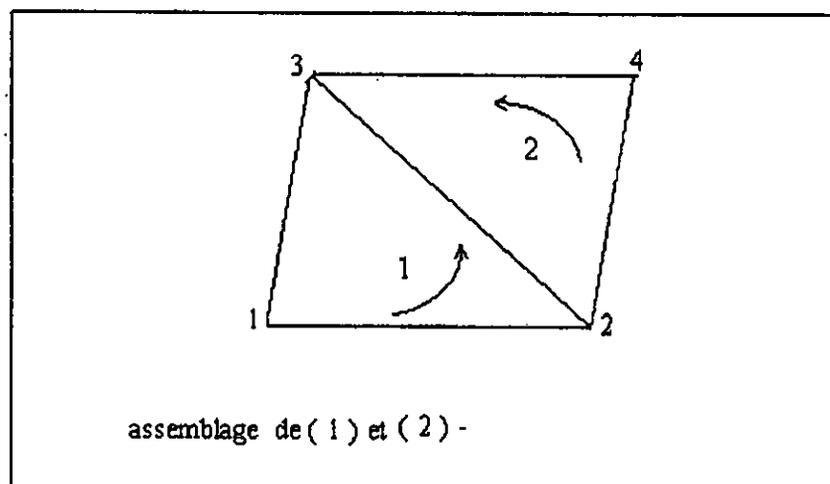


Assemblage des matrices élémentaires :

Les matrices élémentaires sont calculées analytiquement (intégration analytique). Ce calcul est très simple pour un élément triangulaire à trois noeuds et relativement compliqué pour l'élément triangulaire à six noeuds . Et plus le nombre de noeuds augmente plus le calcul devient complexe . Mais il existe d'autres méthodes (numériques) pour le calcul de ces matrices.

Une fois calculées , ces matrices doivent être assemblées ; ceci consiste à stocker les systèmes d'équations élémentaires dans un système globale en additionnant (pour chaque variable nodale U_i) toutes les valeurs élémentaires qui lui correspondent .

Prenant l'exemple d'assemblage des deux éléments de la figure ci-dessous .



L'élément (1) est défini par les noeuds 1, 2, 3

L'élément (2) est défini par les noeuds 2, 4, 3

Le système matriciel (1) s'écrit :

$$[M1] \begin{bmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F1 \\ F2 \\ F3 \end{bmatrix}$$

Le système matriciel (2) s'écrit :

$$[M2] \begin{bmatrix} U2 \\ U4 \\ U3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f2 \\ f4 \\ f3 \end{bmatrix}$$

La structure globale est définie par les noeuds 1, 2, 3, 4

Le système matriciel global représente la contribution de chaque élément (1) et (2) dans les coefficients des variables U_i .

On aura donc :

$$\begin{bmatrix} M1 & M1 & M1 & 0 \\ M1 & M1M2 & M1M2 & M2 \\ M1 & M1M2 & M1M2 & M2 \\ 0 & M2 & M2 & M2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \\ U4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F1 \\ F2 + f2 \\ F3 + f3 \\ f4 \end{bmatrix}$$

Remarque :

Dans le cas où les noeuds ont deux degrés de liberté, le principe reste le même, seulement il faut définir l'emplacement des deux degrés de liberté dans le vecteur des inconnues $\{ U_i \}$, c'est ce qu'on appelle la localisation.

Pour faire l'assemblage il faut donc deux algorithmes :

- L'algorithme de localisation.
- L'algorithme de l'assemblage.

L'algorithme de localisation : (LOCE)

Notant le nombre de degrés de liberté par noeud : nd
et le nombre de noeud par élément : nn

```

Pour i = 1, nn
  Lc = (conec(i-1)) * nd
  Pour j = 1, nd
    L = L + 1
    locc(L) = j + Lc
  Fin
Fin

```

L'algorithme d'assemblage : (ASS)

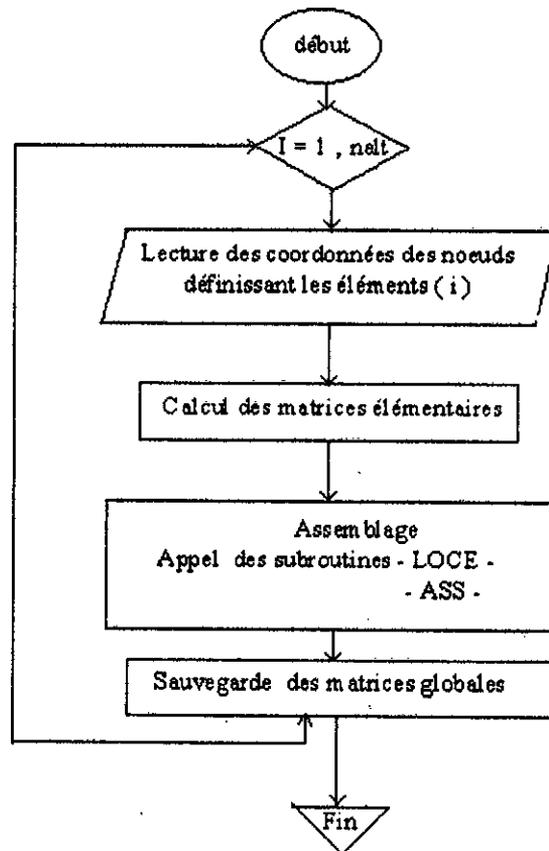
Pour l'assemblage d'un système $[M] \{ U \} = \{ F \}$ les indices (e, G) indiquent respectivement matrice/vecteur élémentaire ou global.

```

Pour ii = 1, nd * nn
  I = locc(ii)
  FG(i) = FG(i) + Fe(i)
  Pour jj = 1, nd * nn
    J = locc(jj)
    MG(i, j) = MG(i, j) + Me(i, j)
  Fin
Fin

```

Pour les matrices définies par des intégrales sur $(\Omega) (M, K, C \dots)$, leur assemblage se fait selon le schéma de la page suivante :



Pour les autres matrices définies par des intégrales sur les contours (Γ_i) on lira seulement les coordonnées des noeuds appartenant à ces contours .

Remarque :

On notera que pour la matrice d'interaction [Q] le problème consiste à assembler des éléments solides et fluides qui appartiennent à l'interface barrage-réservoir sachant que les deux milieux n'ont pas les mêmes degrés de liberté , en conséquence:

- Pour le barrage on utilise le sous programme de localisation (deux degrés de libertés) .
- Pour le réservoir on utilise le sous programme des connectivités (un degrés de liberté) .

Donc dans l'algorithme d'assemblage de $Q(i,j)$, i représente LOCE (ii) et j représente CONEC(jj) .

La résolution :

Les deux étapes précédentes permettent l'obtention d'un système matriciel sous la forme :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F_t\} \quad (1)$$

La méthode utilisée pour la résolution de ce système est la méthode de Newmark dont les étapes sont les suivantes :

- a- Introduction des conditions initiales : U_0, \dot{U}_0
- b- Calcul de \ddot{U}_0 , à partir de l'équation (1).
- c- Résolution par l'algorithme suivant :

```

Pour i = 1, n
┌
│   Pour j = 1, n
│   ┌
│   │    $x = x + M_{ij} (U_{jt} + \Delta t \dot{U}_{jt} + \Delta t^2 / 2 (1 - b) \ddot{U}_{jt}$ 
│   │    $+ C_{ij} (\Delta t a U_{jt} + \Delta t^2 / 2 (2a - b) \dot{U}_{jt} + \Delta t^3 / 2 (a - b) \ddot{U}_{jt})$ 
│   │   Fin
│   └─ Fin
│    $R_{i,t+1} = \Delta t^2 / 2 b F_{j,t+1} + x$ 
└─ Fin

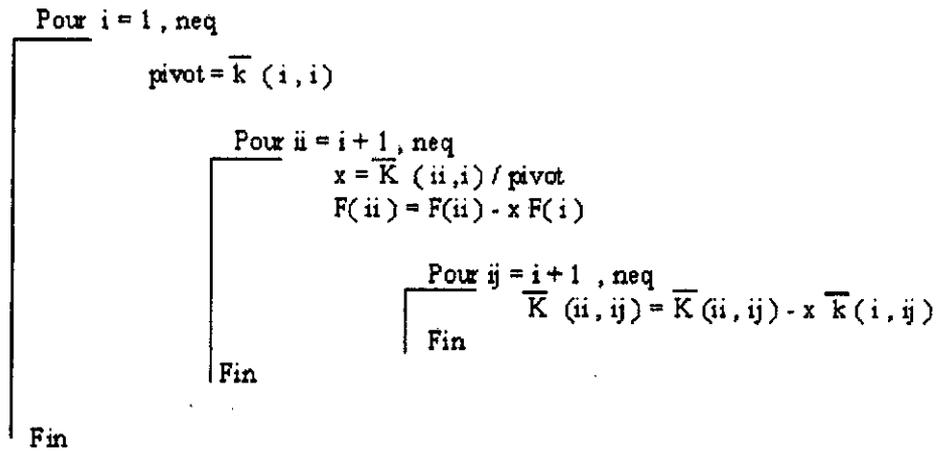
```

Cet algorithme transforme le système (1) en un système itératif :

$$[\overline{K}] \{U_{t+\Delta t}\} = \{R_{t+\Delta t}\}.$$

- d- La résolution du système ci-dessus par la méthode de Gauss en deux étapes

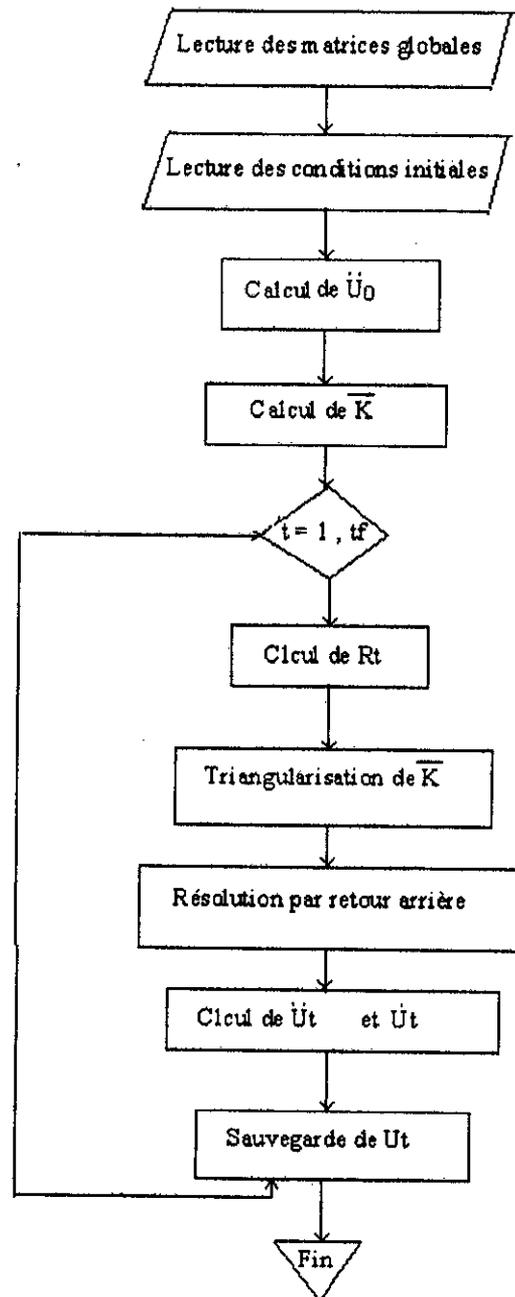
La première : La triangularisation dont l'algorithme ci-après transforme $[\overline{K}]$ en une matrice triangulaire supérieure :



La deuxième : la résolution du système triangulaire supérieure par la méthode dite « retour arrière », où $\{U_n\}$ se calcul en allant de la dernière à la première valeur .

e- Le calcul (pour le prochain pas de temps) des vecteurs $\dot{U}_{t+\Delta t}$, $\ddot{U}_{t+\Delta t}$.

(Le schéma de la page suivante présent un résumé de ces étapes de résolution)



Les fichiers de données issus de l'exécution des programmes décrits dans ce chapitre sont de tailles importantes , la meilleur ou - peut être - l'unique manière est de les présenter sous forme graphique , pour cela deux logiciels ont été utilisés , à savoir :

- MATLAB

- MAPLEV

Chapitre VII

Interprétation des résultats

Interprétation des résultats

Introduction:

Les programmes établis dans le chapitre précédent mettent en notre disposition la possibilité d'effectuer plusieurs expériences numériques à fin d'étudier l'influence des différents facteurs sur le comportement dynamique des barrages (particulièrement leurs effet sur les surpressions hydrosismiques).

Ce chapitre sera présenté en deux parties :

- Validation des programmes .
- Expérimentation numérique .

Pour cela , les barrages étudiés sont Le barrage de Oued-Fodha ,le barrage de Pine-Flat .

Le barrage de Oued-Fodha :

Ce barrage est situé au Nord-Ouest de l'Algérie , ses caractéristiques sont données dans le tableau ci-après :

Caractéristiques (géométriques.....)	Barrage de Oued-Fodha
- Hauteur totale(m)	101
- Hauteur normale de le retenue (m)	96.4
- Largeur à la base (m)	65.5
- Largeur à la crête (m)	4.6
- fruit amont	0.1
- fruit aval	0.53
- Masse volumique du béton (Kg / m ³)	2640
- Module de Young (E : N / m ²)	2.46E10
- Coefficient de poisson (ν)	0.2
- Masse volumique de l'eau (Kg / m ³)	1100
- Vitesse de propagation du son dans l'eau	1440

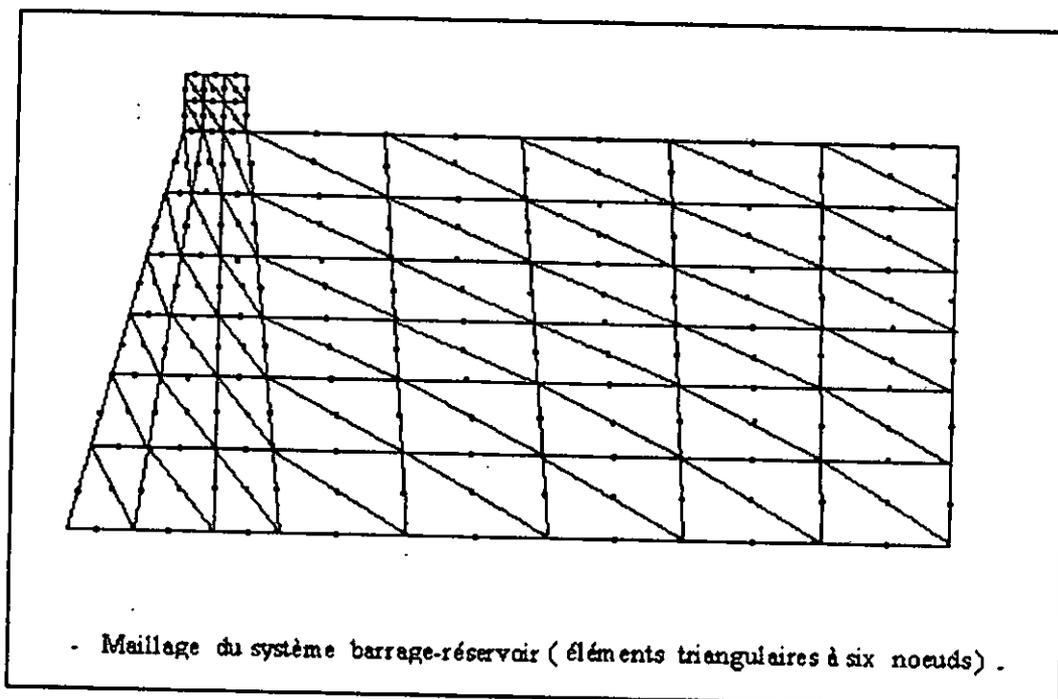
Le barrage de Pine-Flat :

Ce barrage est situé en Californie (USA), ses caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

Caractéristiques (géométriques.....)	Barrage de Pine Flat
- Hauteur totale(m)	122
- Hauteur normale de le retenue (m)	116
- Largeur à la base (m)	96
- Largeur à la crête (m)	9.75
- Fruit aval	0.74
- Masse volumique du béton (Kg / m ³)	2360
- Module de Young (E : N / m ²)	2.8E10
- Coefficient de poisson (ν)	0.2

Pour une meilleur appréciation , les résultats des expériences effectuées seront présentes sous forme de graphes .

Pour les deux exemples de barrages le maillage utilisé est le suivant :



Validation des programmes:

Avant toute conclusion Une validation des programmes établis est nécessaire . c'est ce qui sera présenté dans cette première partie .

Les pressions seront présentées par un coefficient de pression (C_p) en fonction du rapport (y/H) :

y : profondeur du point considéré .

H : la hauteur d'eau dans le réservoir .

$C_p = p / \rho g H$.

P : la pression hydrodynamique .

Comparaison avec les résultats de Zangar : (fig 1)

L'étude expérimentale effectuée par Zangar concernant le cas d'un barrage rigide et un fluide incompressible indique que la distribution des pressions sur le parement amont (figure 1) atteint son maximum au pied amont du barrage ($C_p = 0.105$)

L'expérience effectuée dans notre cas concerne l'application d'une excitation harmonique au barrage de Oued-Fodha (dont le parement est légèrement incliné) sous l'hypothèse d'un comportement rigide du barrage et d'un fluide incompressible, la répartition des pressions obtenue est représentée sur la figure (1) .

Cette répartition est proche de celle de Zangar pour la partie supérieur du parement , un léger décalage est observé au pied amont du barrage ($C_p = 0.088$), ceci est dû au fait qu'on ne pouvait pas imposer les accélérations aux noeuds de la base du barrage parce que ceux- la ne sont pas intégrés dans les matrices globales décrivant le système barrage-réservoir

comparaison avec les résultats de Westergaard et Zangar : (fig 2)

Les résultats analytiques entrepris par Westergaard concernant le cas d'un barrage rigide et un fluide incompressible montre la distribution des pressions maximales sur un parement vertical de la figure (2) , ces résultats diffèrent légèrement de ceux obtenus par Zangar qui sont également représentés sur la même figure .

L'expériences effectuée concerne le barrage de Pine-Flat sous les mêmes hypothèses de rigidité et d'incompressibilité de l'eau , avec l'application d'une excitation harmonique .

Pour les mêmes raisons que dans le cas de la figure 1 , un décalage est observé dans la partie inférieure du parement amont . un autre décalage est observé plus haut , ceci est dû au

fait qu'on ne peut pas approcher une structure continue (barrage) par l'assemblage de quelques éléments finis (48 éléments) , pour des raisons de capacités numériques on ne peut pas prendre un très grand nombre d'éléments finis .

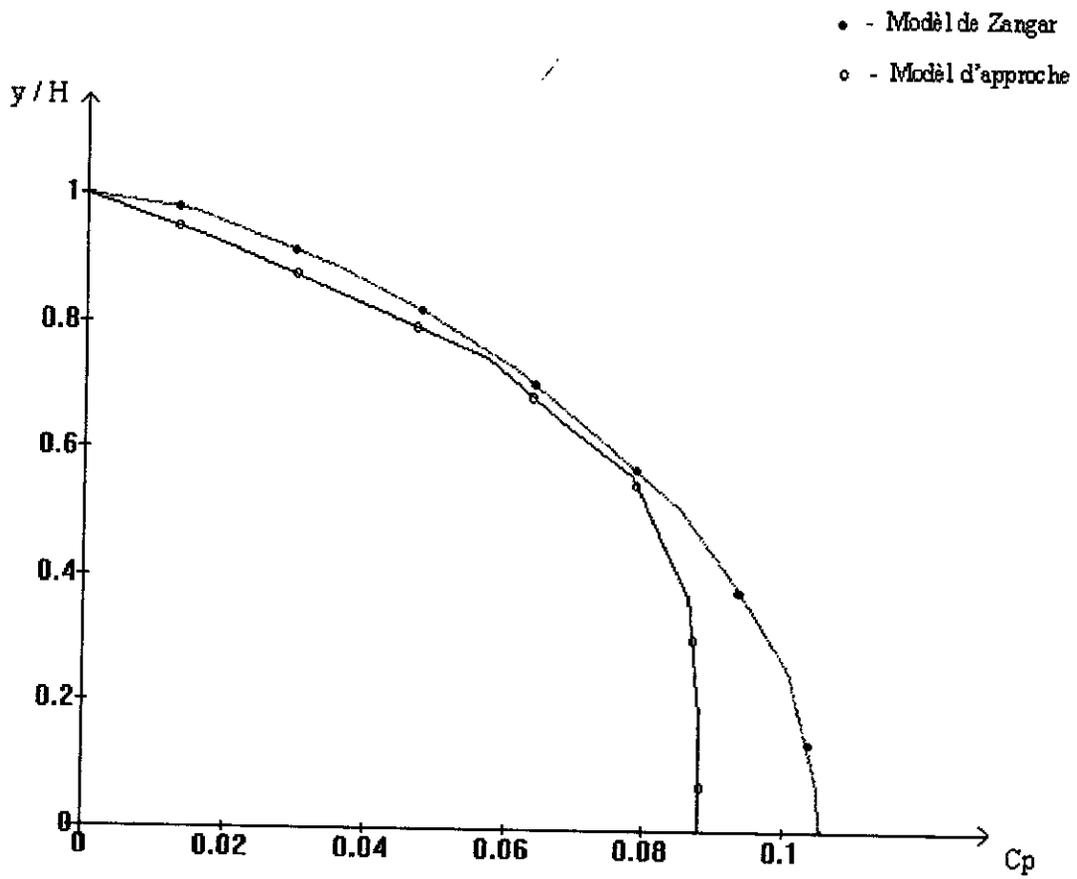
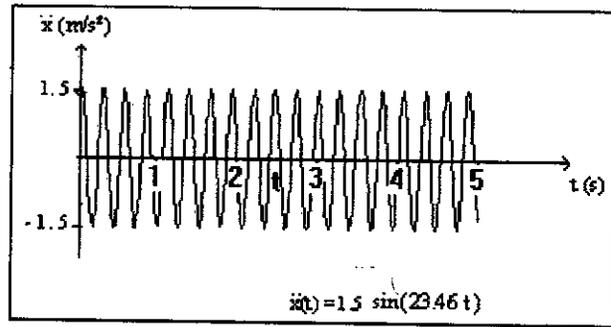
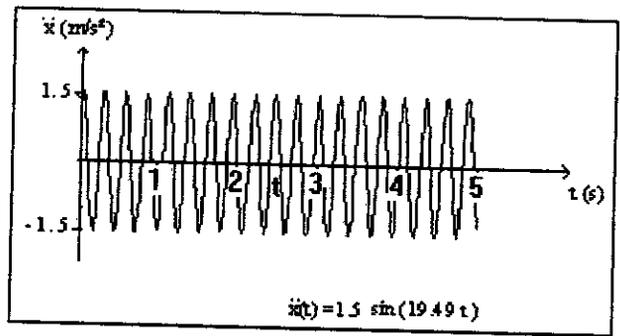


Fig 1 - Répartition des pressions sur le parement amont du barrage du barrage 'Oued Fodha' (barrage rigide - fluide incompressible)



- - Modèle de Westergaard
- - Modèle de Zangar
- - Modèle d'approche

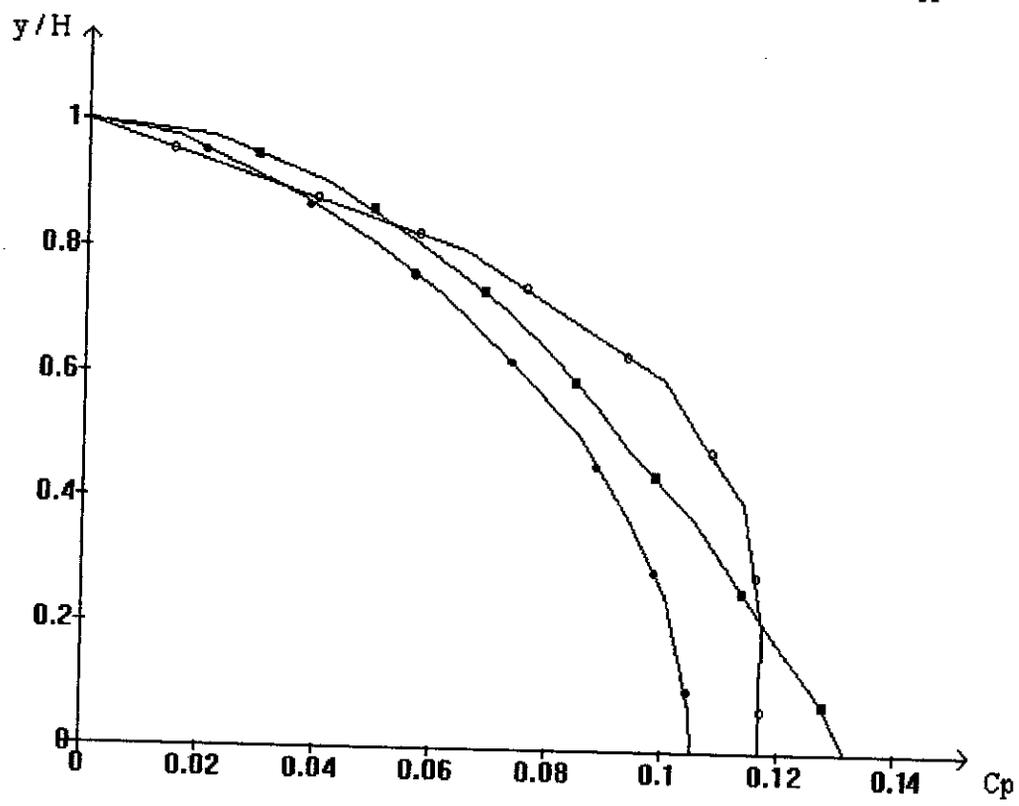


Fig 2 - Répartition des pressions sur le parement amont du barrage du barrage 'Pine-Flat' (barrage rigide - fluide incompressible)

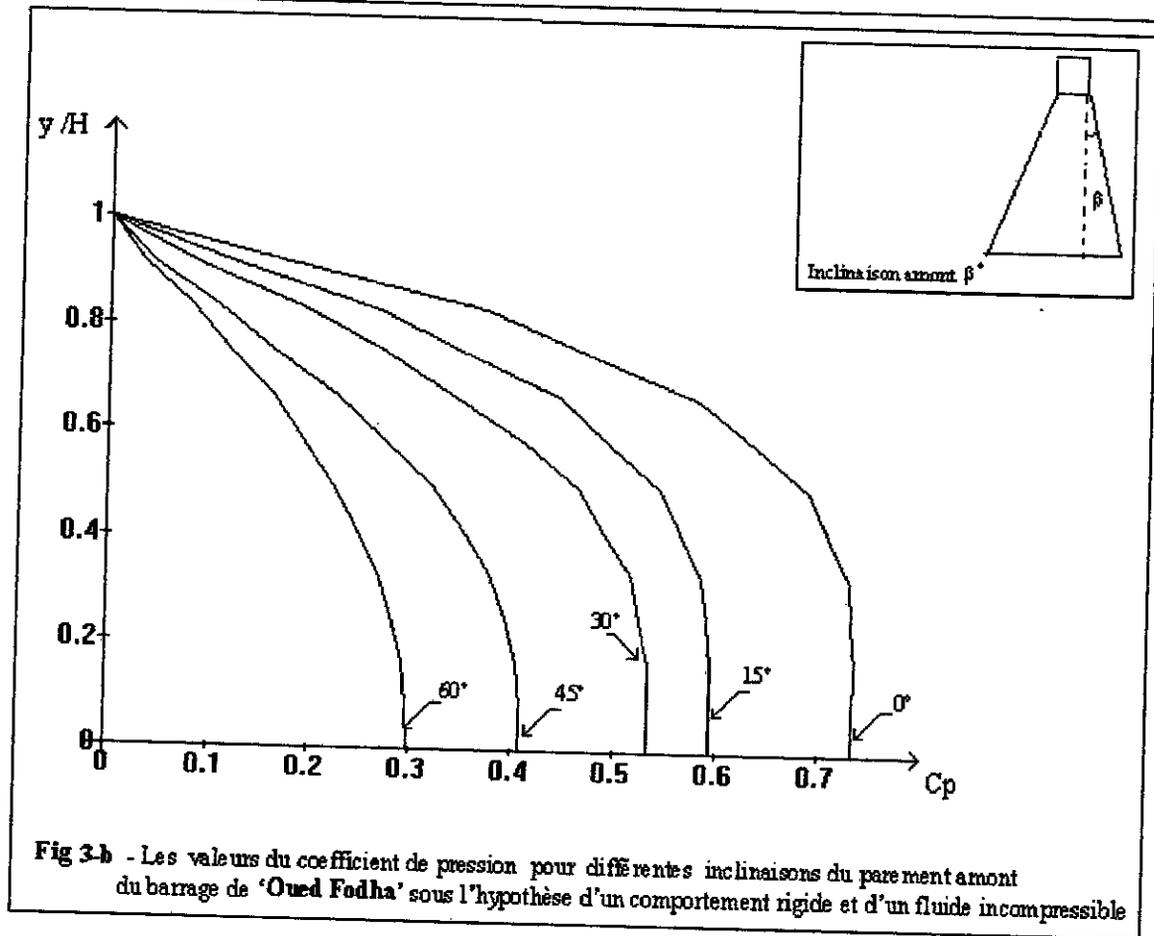
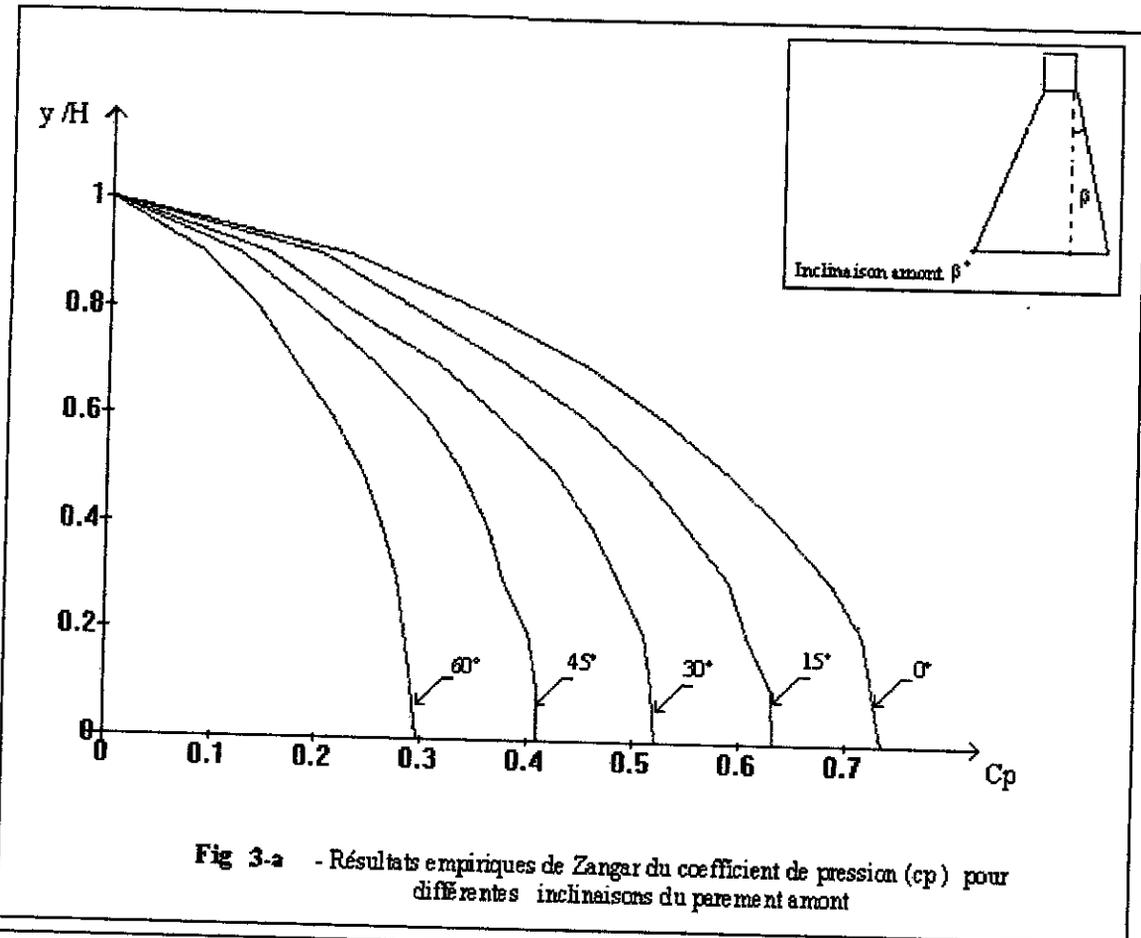
Influence de l'inclinaison du parement amont :

Les résultats obtenus par Zangar concernant l'influence de l'inclinaison du parement amont sur les pressions hydrodynamiques sont présentées sur la figure (3a).

L'expérience faite par notre modèle concerne la variation des inclinaisons amonts du barrage de Oued-Fodha ($0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) (figure 3-b). Il faut noter que celles-ci changent complètement les caractéristiques du barrage.

On remarque que le volume de forces par unité de surface diminue avec l'augmentation de l'inclinaison du parement amont, ce qui s'explique par la dissipation selon la direction verticale d'une partie de l'énergie échangée entre le barrage et sa retenue.

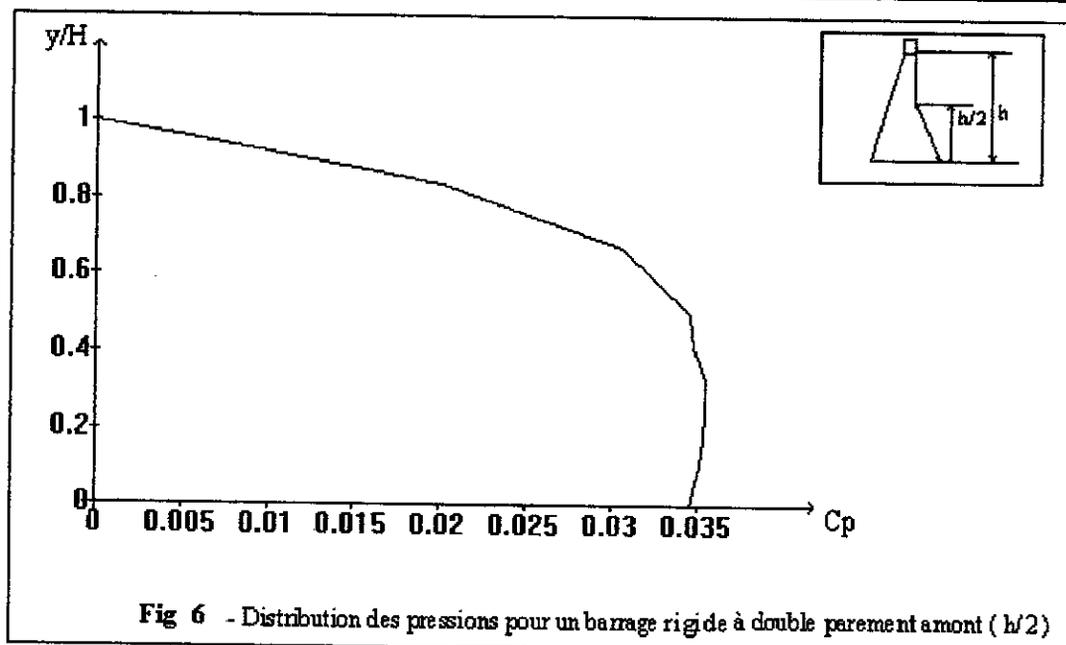
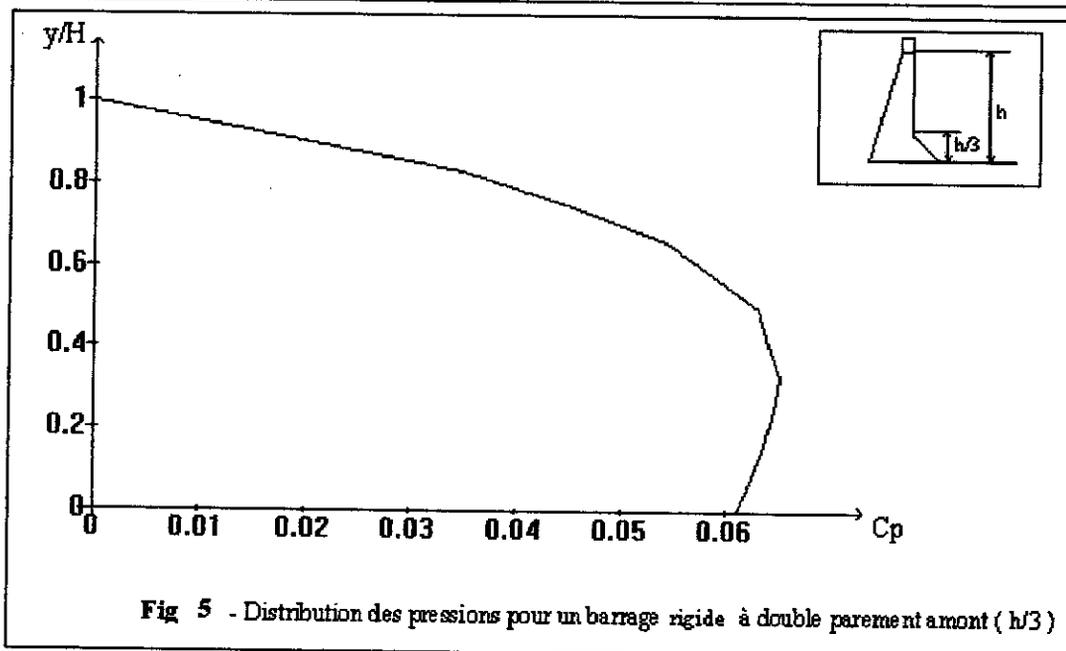
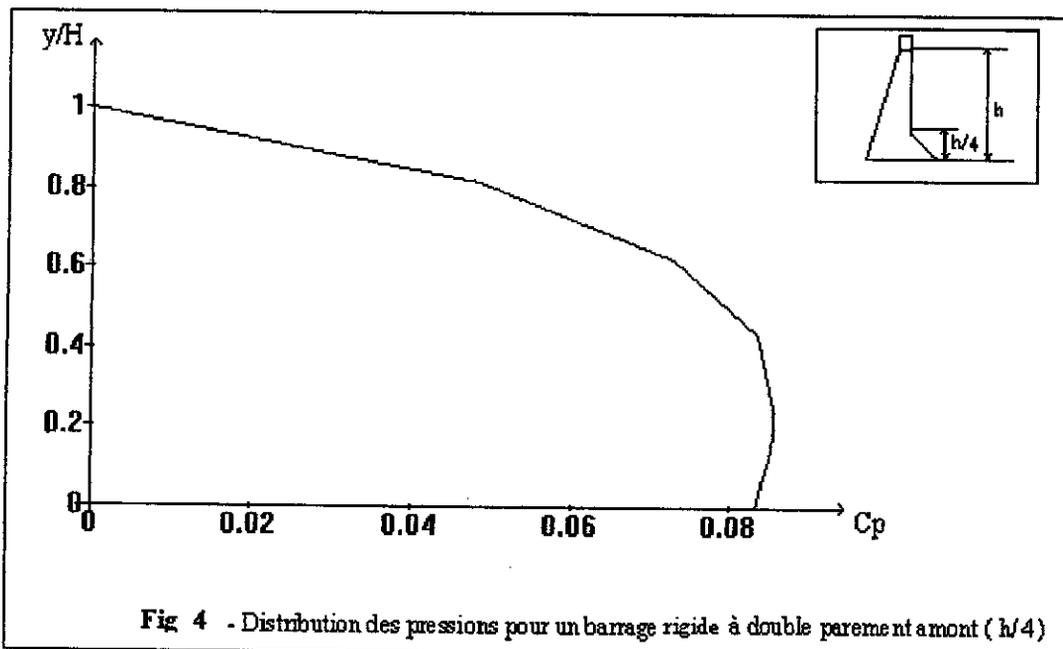
Il faut remarquer que cette étude n'intègre pas le facteur économique et que les valeurs élevées de l'inclinaison du parement amont ne sont prises qu'à titre indicatif. En effet, pour une inclinaison du parement de 60° , le volume du barrage augmente de 3 fois, ce qui n'est guère économique.



Expérimentation numérique :**Influence de la hauteur de la zone d'inclinaison :**

Dans le cas d'un barrage à double parement amont (double inclinaison), on a effectué des expériences sur un barrage rigide avec un fluide incompressible sous une excitation harmonique en variant la hauteur de la zone d'inclinaison ($h/4$, $h/3$, $h/2$) avec un fruit amont constant ($n = 1$) (figures 4-5-6).

On remarque que les pressions maximales ne sont pas atteintes au pied amont du barrage mais à une certaine hauteur. Plus la hauteur de la zone inclinée est importante, plus les pressions sont faibles. Ceci est dû au fait que la zone inclinée favorise la dissipation de l'énergie dans la direction verticale, ce qui engendre donc une diminution des pressions.



Etude de l'effet de la limite de troncature sur les pressions hydrodynamique:

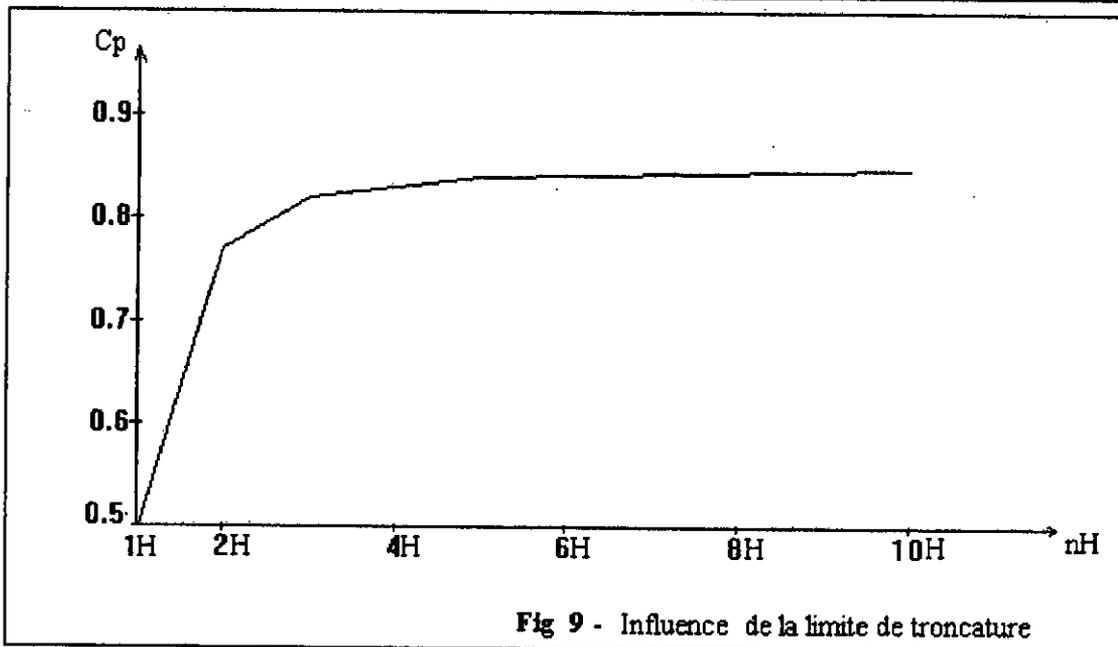
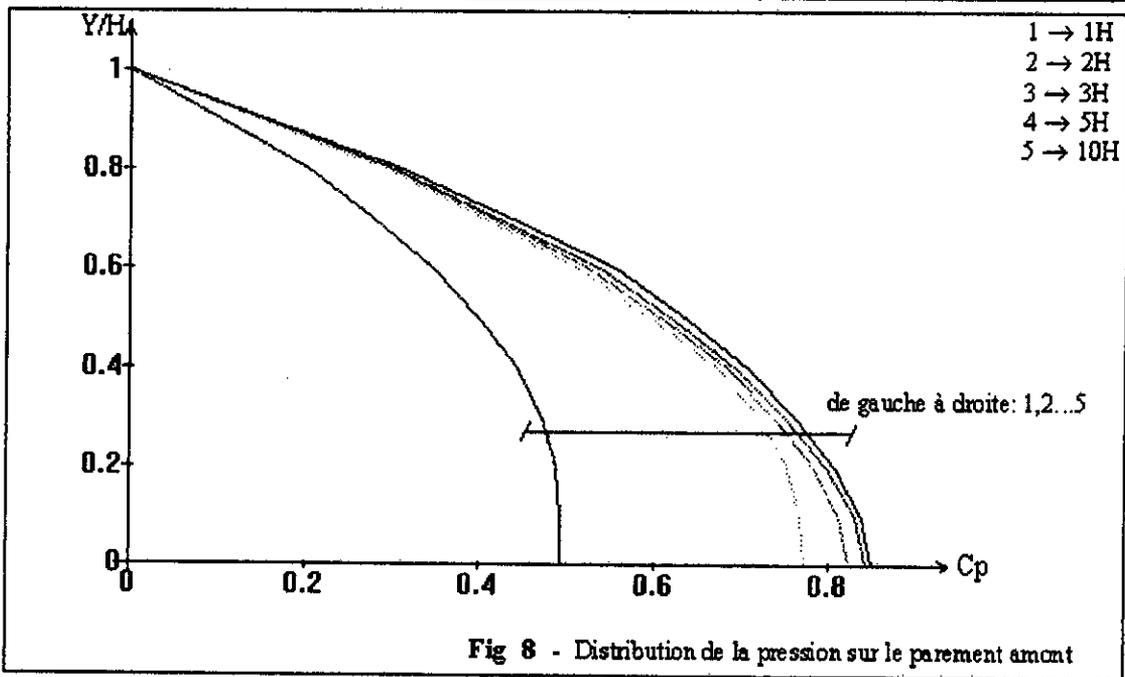
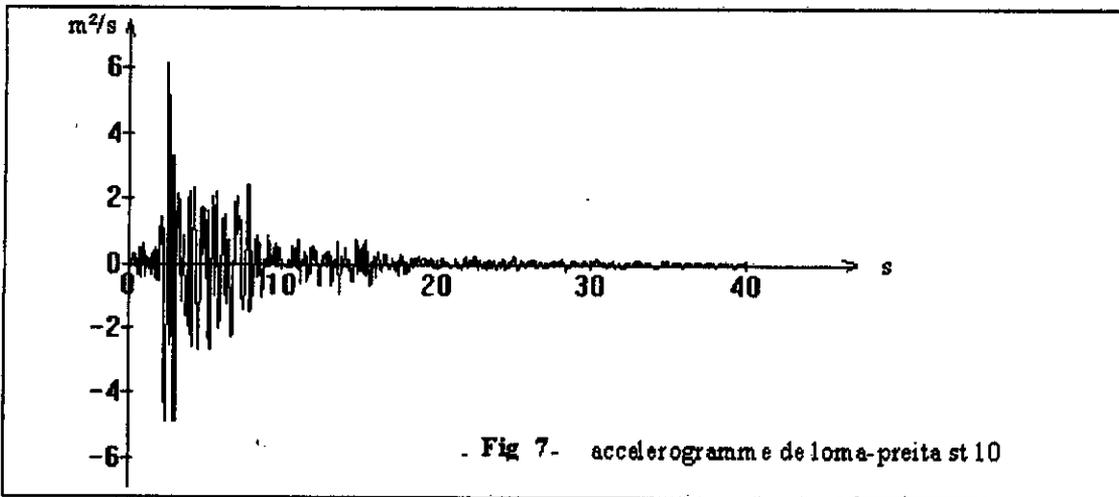
Pour pouvoir observer l'effet de l'influence de la limite de troncature sur la distribution des pressions sur le parement amont d'un barrage, on a appliqué l'accélérogramme de Loma-Preita (voir figure 7) au barrage de Oued-Fodha sous l'hypothèse d'un barrage déformable avec un fluide compressible.

La figure(8) montre les différentes distributions des pressions(en fonction de la limite de troncature) avec des valeurs maximales observées au pied amont de la retenue.

En représentant les valeurs de C_{pmax} (relevées pour chaque cas de la figure 8), on obtient la variation de C_p en fonction de la limite de troncature (figure 9) .

On remarque que pour des limites de la retenue allant de une à deux fois la hauteur du barrage , la variation de C_p est très grande , elle est relativement petite entre deux et trois fois la hauteur du barrage , au delà d'une limite égale à quatre fois la hauteur du barrage cette variation est négligeable .En effet , quand cette limite est située loin du barrage une dissipation d'énergie a lieu dans la retenue donc l'augmentation de la pression est très faible .

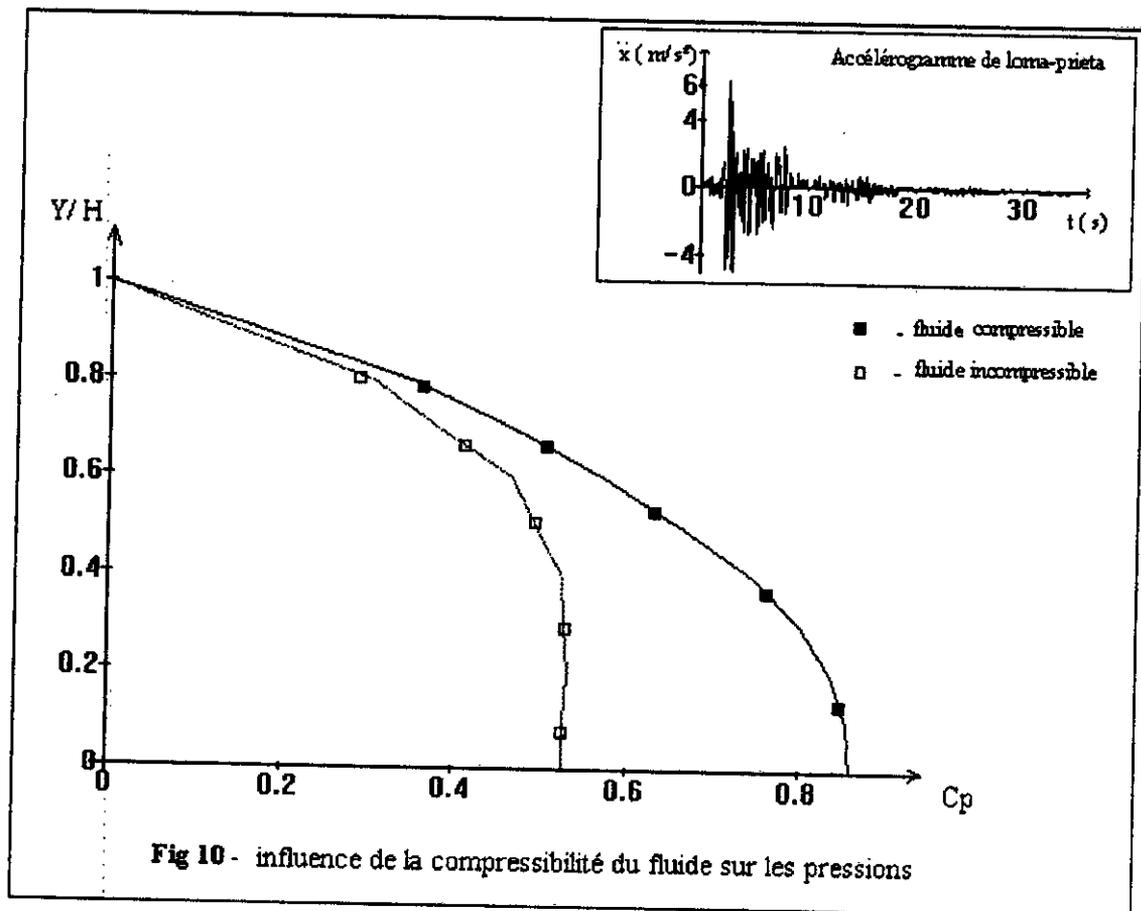
On peut conclure que pour des barrages en béton à parement amont vertical et de hauteur moyenne avoisinant les cents mètres , la retenue totale d'eau peut être représentée par une retenue de longueur de troncature égale à quatre fois la hauteur du barrage .



Influence de la compressibilité de l'eau sur les pressions hydrodynamiques :

L'application de l'accélérogramme de Loma-Preita au barrage de Oued-Fodha (flexible) dans l'hypothèse d'un fluide compressible ou incompressible, donne les résultats illustrés dans la figure (10).

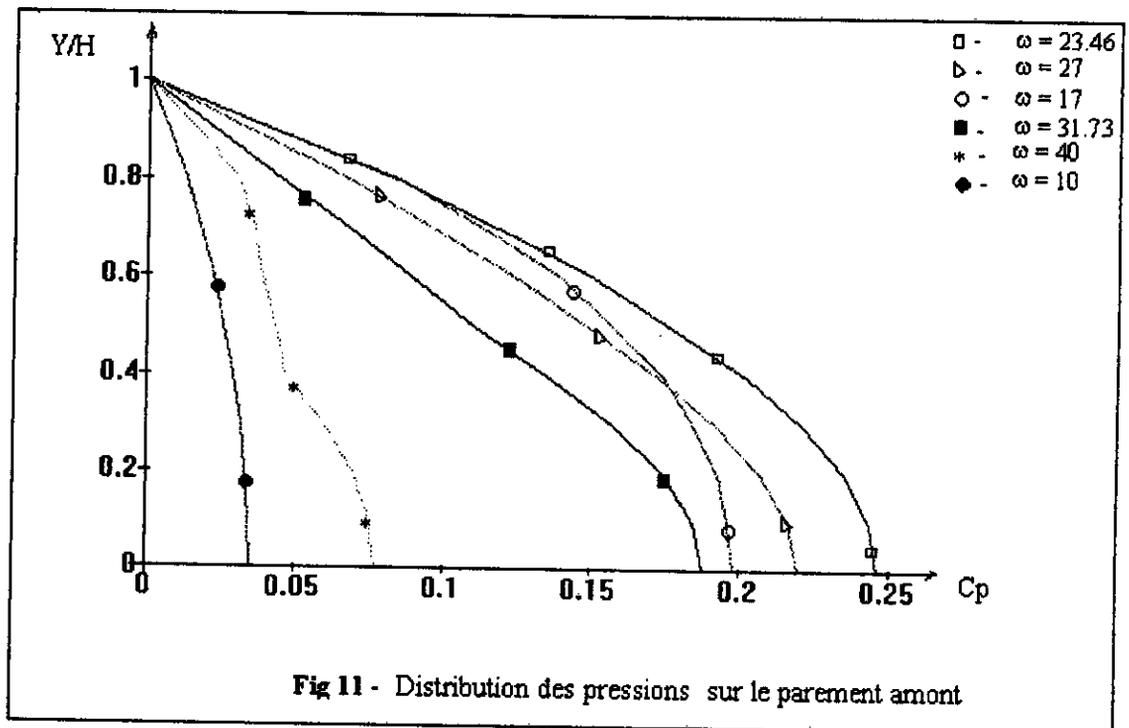
On remarque que les valeurs des pressions maximales sont plus importantes dans le cas d'un fluide compressible. On en conclue que l'hypothèse de négliger la compressibilité du fluide dans le cas d'un barrage flexible entraîne une sous-évaluation de l'effet hydrodynamique.



Influence de la fréquence d'excitation sur la pression au pied amont :

Une analyse modale est nécessaire pour la détermination des périodes propres du système, et ce pour connaître la réponse dynamique maximum du barrage, obtenue à la résonance. Le temps qui nous est imparti ne nous a malheureusement pas permis d'effectuer cette étude cependant, nous avons pu observer l'effet de la fréquence d'excitation sur la pression au niveau du parement amont du barrage.

En effet, plusieurs signaux d'excitation de différentes pulsations ont été appliqués au barrage et la figure (11) illustre la variation du coefficient de pression.



On remarque que pour chacune des valeurs de ω_i , la distribution des pressions est différente. Donc les fréquences des excitations harmoniques appliquées au même barrage influe énormément sur le comportement de celui-ci.

Etude du comportement dynamique du barrage de Oued-Fodha :

L'expérience effectuée dans ce paragraphe concerne l'application du séisme d'El-Asnam au barrage de Oued-Fodha à fin de pouvoir observer le comportement dynamique de celui-ci à chaque instant de l'action du séisme .

Deux cas sont présentés :

Premier cas : L'amortissement interne du barrage est négligé .

Deuxième cas : L'amortissement interne est pris en considération , cet amortissement dépend d'un coefficient ξ (en moyenne ce coefficient est estimé à 5%) .

Les figures (13 , 14) représentent respectivement le déplacement horizontal de la crête avec amortissement et le déplacement horizontal de la crête sans amortissement .

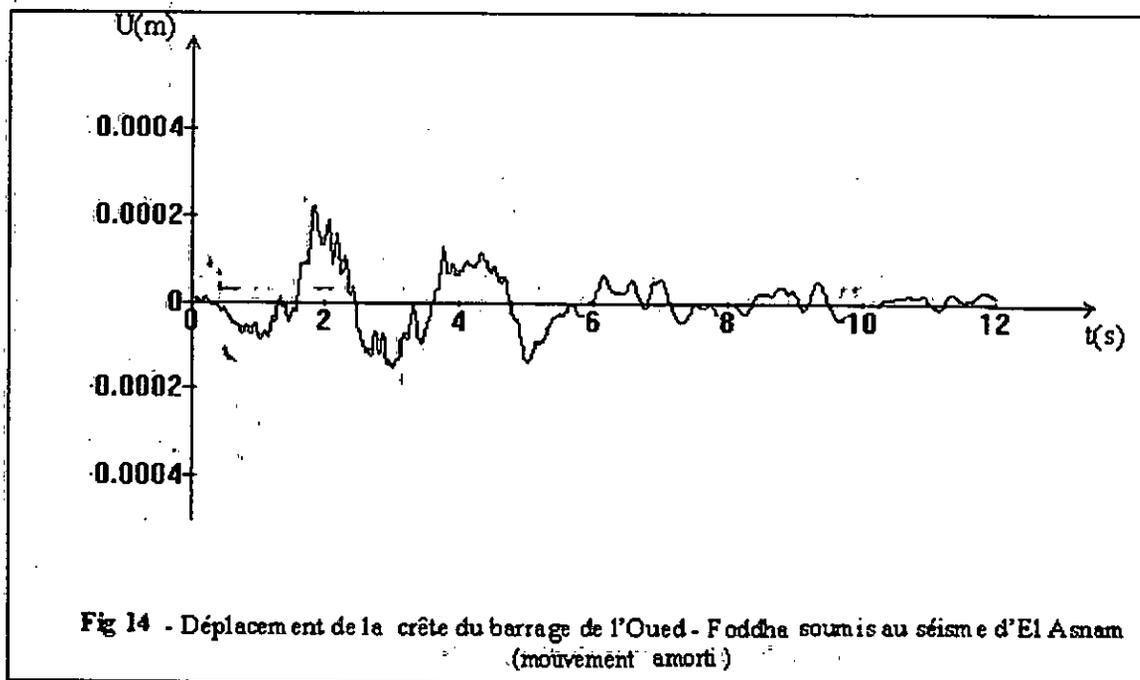
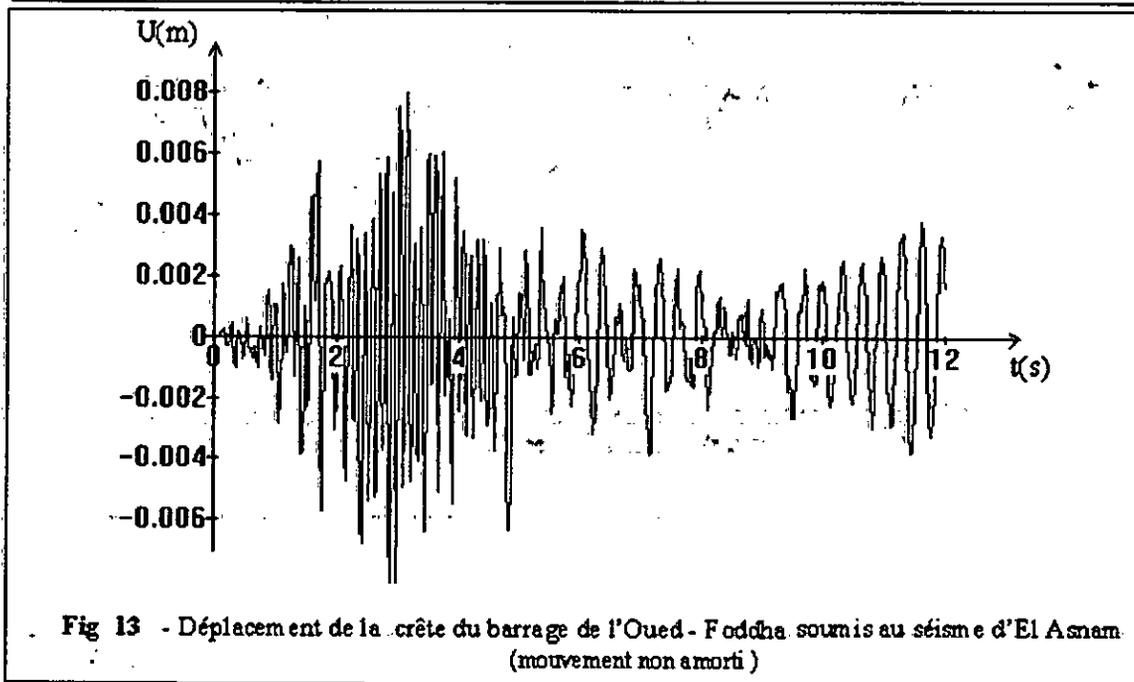
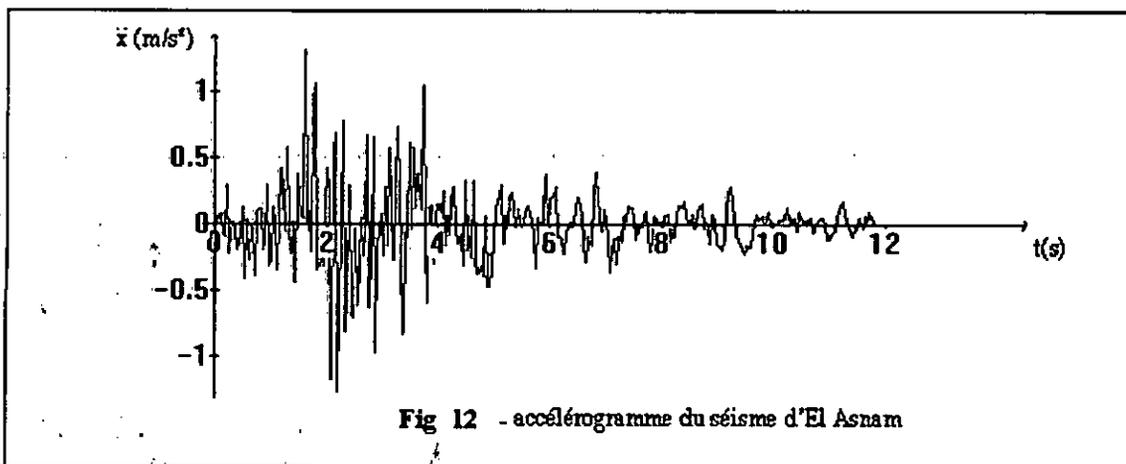
Une première observation concerne l'amplitude du mouvement , en effet celle ci est moins importante quand l'amortissement de la structure est pris en compte , ce dernier a tendance à rigidifier la structure .

Une deuxième observation concerne l'allure du déplacement de la crête dans le cas non amorti (figure 13) ; à l'instant ($t = 10s$) alors que la secousse touche à sa fin , l'amplitude du déplacement de la crête augmente , c'est l'effet de 'battement' car une structure non amortie a tendance - une fois en mouvement - à continuer de vibrer .

La figure (15) illustre le déplacement horizontal d'un point situé à la mi-hauteur amont du barrage . L'amplitude de ce déplacement est moins importante que celle d'un point situé à la crête du barrage , ceci veut dire que la zone la plus critique est la crête du barrage .

La figure (16) montre le déplacement vertical de la crête du barrage , il est négligeable devant le déplacement horizontal , parce que le séisme appliqué au barrage est un séisme horizontal .

La figure (17) décrit la variation des surpressions hydrosismiques au pied amont du barrage dans le cas non amorti . A l'instant ($t = 10 s$) les pressions augmentent alors que l'action sismique prend fin , ceci est dû toujours à l'effet de battement car les comportements dynamiques des pressions et des déplacements sont liés .



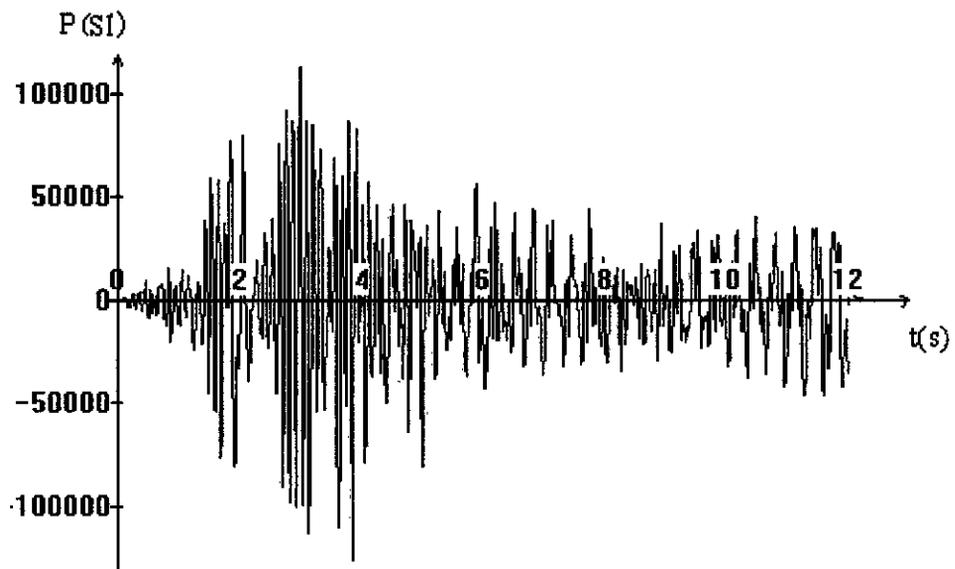
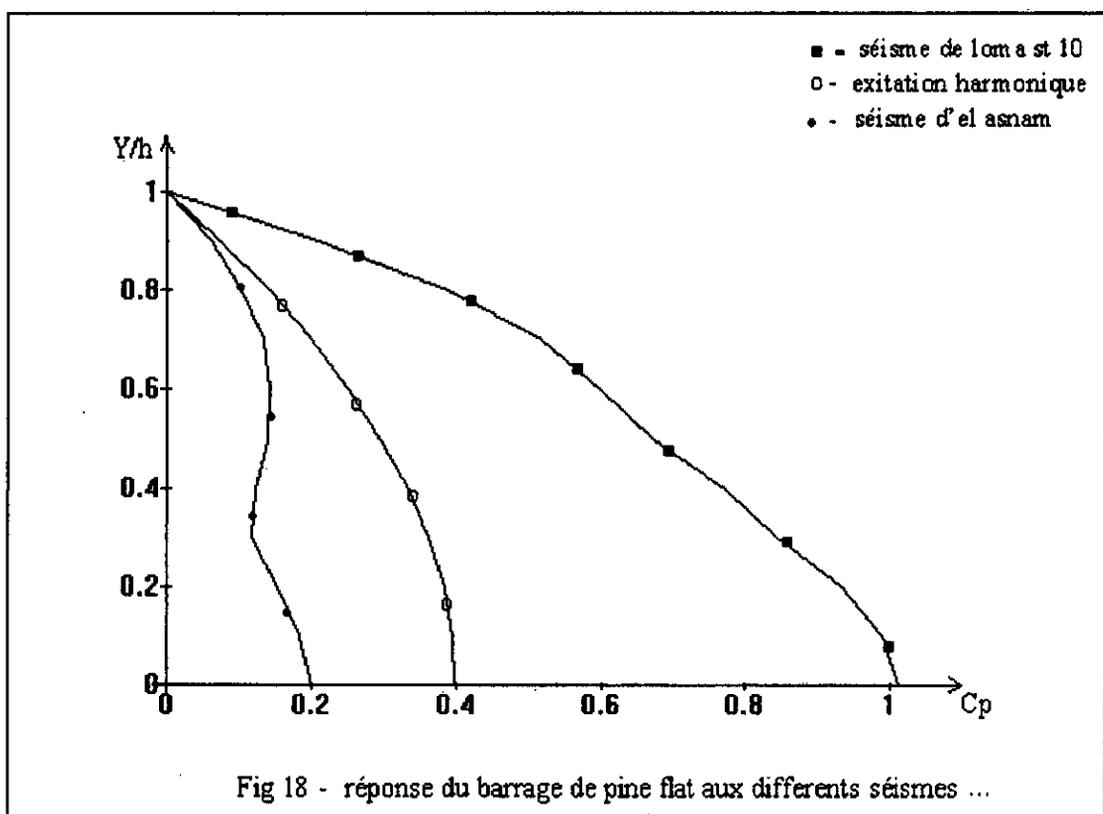


Fig 17 - Pressions au pieds amont de la retenue du barrage de l'Oued - Fodcha soumis au seisme d'El Asnam

Réponse du barrage de Pine-Flat aux différents accélérogrammes :

Dans cette partie, on appliquera les trois accélérogrammes (El Asnam, Loma-Preita et une excitation harmonique d'amplitude (1.5)) au barrage de Pine Flat.

Les répartitions des pressions sur le parement amont sont présentés sur la figure (18).



On remarque clairement que pour l'excitation sismique dont l'amplitude est maximale -en occurrence le séisme de loma preita dont l'amplitude est égale à (6 m/s²) - la réponse de l'ouvrage est maximale aussi .Et dans ce cas le risque de cavitation est très important au pied du barrage .

Conclusion

Conclusion

En conclusion, ce travail nous a permis d'une part, de prendre conscience de l'importance d'une étude dynamique pour une structure aussi importante qu'un barrage-poids et d'autre part, d'approcher le domaine de l'interaction fluide-structure qui demeure un sujet de recherche qui n'a pas fini de livrer ses secrets.

Nos résultats nous ont montré que l'influence des phénomènes d'interaction entre deux milieux de natures différentes tels qu'ils se présentent dans les systèmes couplés barrages-réservoir, est d'une importance qui justifie les efforts de recherche entrepris depuis le début du siècle.

Nous tenons à souligner que la méthode des éléments finis demeure un outil très puissant pour le traitement de problèmes complexes, notamment les problèmes hétérogènes ou multi-milieux.

Cependant, l'élaboration d'un modèle par éléments finis demande un temps de programmation important et nécessite une très bonne maîtrise des techniques de programmation, condition essentielle pour que la méthode trouve son maximum d'efficacité.

Toutes les applications développées au cours de ce projet l'ont été sur la base d'un élément triangulaire à six noeuds. Les résultats ainsi obtenus, permettent de conclure que ce dernier constitue une bonne approximation et ce, pour un nombre d'éléments relativement petit.

Le degré d'importance que l'on doit accorder au phénomène d'interaction dépend des paramètres liés aux propriétés des milieux. La compressibilité du fluide et la rigidité du barrage selon qu'elles sont prises en compte ou pas dans les calculs ont un effet remarquable sur les surpressions observées dans le réservoir. A travers les résultats obtenus, les hypothèses négligeant l'effet de la compressibilité du fluide engendrent des erreurs relativement importantes, ce qui nous amène à recommander d'inclure cette caractéristique dans les modèles de calcul pour approcher au mieux les conditions réelles de ce phénomène.

L'inclinaison du parement amont favorise la diminution des pressions sur celui-ci .

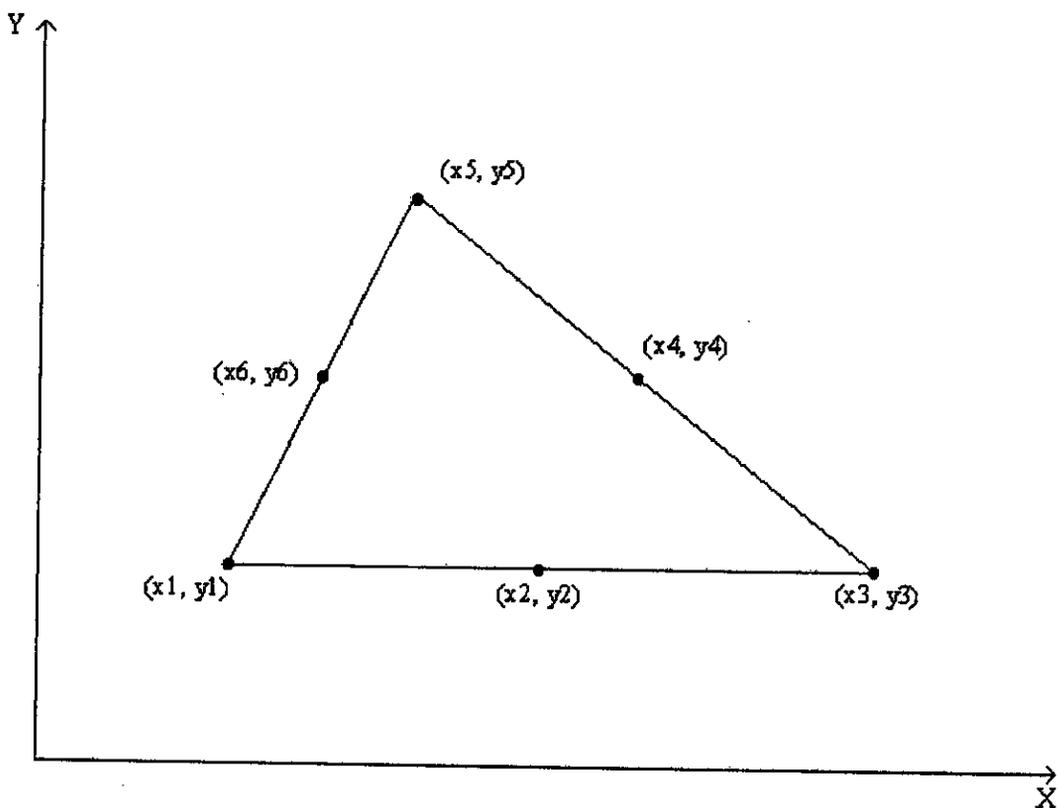
Concernant les barrages de hauteurs moyennes (avoisinant les 100m), on peut conclure qu'au-delà d'une longueur de troncature faisant 4 fois la hauteur du barrage, le réservoir pourra être considéré comme infini.

Finalement l'étude d'un tel phénomène physique requiert des connaissances dans beaucoup de domaines et exige l'utilisation des derniers résultats obtenus par la recherche . Espérant, pour des ingénieur débutants que ce travail apportera quelques réponses aux questions posées .

Annexe

L'expression des matrices élémentaires (chapitre 5) est en fonction des coordonnées des noeuds d'interpolation (6 noeuds , concernant notre cas).

Les indices u et p indiquent respectivement coordonnées des noeuds solides / fluides .



dans ce qui suit on présentera les expressions analytiques des matrices élémentaires à six noeuds à savoir ,les matrices : $[M]$, $[K]$, $[Q]$, $[H]$, $[S]$, $[D]$

La matrice M à (six noeuds) :

$$m\sigma := \begin{bmatrix} -\frac{1}{60}\%1, 0, 0, 0, \frac{1}{360}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0, \frac{1}{360}\%1, 0, 0, 0, 0 \\ 0, -\frac{1}{60}\%1, 0, 0, 0, \frac{1}{360}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0, \frac{1}{360}\%1, 0, 0, 0 \\ 0, 0, -\frac{4}{45}\%1, 0, 0, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0 \\ 0, 0, 0, -\frac{4}{45}\%1, 0, 0, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0, -\frac{2}{45}\%1 \\ \frac{1}{360}\%1, 0, 0, 0, -\frac{1}{60}\%1, 0, 0, 0, \frac{1}{360}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0 \\ 0, \frac{1}{360}\%1, 0, 0, 0, -\frac{1}{60}\%1, 0, 0, 0, \frac{1}{360}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1 \\ \frac{1}{90}\%1, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0, 0, 0, -\frac{4}{45}\%1, 0, 0, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0 \\ 0, \frac{1}{90}\%1, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0, 0, 0, -\frac{4}{45}\%1, 0, 0, 0, -\frac{2}{45}\%1 \\ \frac{1}{360}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0, \frac{1}{360}\%1, 0, 0, 0, -\frac{1}{60}\%1, 0, 0, 0 \\ 0, \frac{1}{360}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0, \frac{1}{360}\%1, 0, 0, 0, -\frac{1}{60}\%1, 0, 0 \\ 0, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0, 0, 0, -\frac{4}{45}\%1, 0 \\ 0, 0, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0, \frac{1}{90}\%1, 0, -\frac{2}{45}\%1, 0, 0, 0, -\frac{4}{45}\%1 \end{bmatrix}$$

$$\%1 := \rho(x_l u y_5 u + x_3 u y_l u - x_3 u y_5 u - y_l u x_5 u - y_3 u x_l u + y_3 u x_5 u)$$

La matrice K (à six noeuds) :

$k_6 :=$

$$\begin{aligned}
 & \left[-\frac{1}{4} e \left(v x 5 u^2 - 2 v x 5 u x 3 u + v x 3 u^2 + 2 y 5 u^2 + 2 y 3 u^2 - 4 y 5 u y 3 u + x 5 u^2 \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - 2 x 5 u x 3 u + x 3 u^2 \right) / (\%1 (1+v)(v-1)), \frac{1}{4} \frac{(-y 5 u + y 3 u)(-x 5 u + x 3 u) e (3 v + 1)}{\%1 (1+v)(v-1)}, \right. \\
 & \quad \left. \frac{1}{3} \%2, -\frac{1}{3} \%3, -\frac{1}{12} \%2, \frac{1}{12} \%3, 0, 0, \frac{1}{12} \%4, -\frac{1}{12} \%5, -\frac{1}{3} \%4, \frac{1}{3} \%5 \right] \\
 & \left[\frac{1}{4} \frac{(-y 5 u + y 3 u)(-x 5 u + x 3 u) e (3 v + 1)}{\%1 (1+v)(v-1)}, -\frac{1}{4} e \left(y 5 u^2 v - 2 y 5 u y 3 u v + y 3 u^2 v \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + 2 x 5 u^2 + 2 x 3 u^2 - 4 x 5 u x 3 u + y 5 u^2 - 2 y 5 u y 3 u + y 3 u^2 \right) / (\%1 (1+v)(v-1)), \right. \\
 & \quad \left. -\frac{1}{3} \%6, \frac{1}{3} \%7, \frac{1}{12} \%6, -\frac{1}{12} \%7, 0, 0, -\frac{1}{12} \%8, \frac{1}{12} \%9, \frac{1}{3} \%8, -\frac{1}{3} \%9 \right] \\
 & \left[\frac{1}{3} \%2, -\frac{1}{3} \%6, \%10, \%11, \frac{1}{3} \%2, -\frac{1}{3} \%3, -\frac{2}{3} \%4, \%12, 0, 0, \frac{2}{3} \%13, \%14 \right] \\
 & \left[-\frac{1}{3} \%3, \frac{1}{3} \%7, \%11, \%15, -\frac{1}{3} \%6, \frac{1}{3} \%7, \%12, -\frac{2}{3} \%9, 0, 0, \%14, \frac{2}{3} \%16 \right] \\
 & \left[-\frac{1}{12} \%2, \frac{1}{12} \%6, \frac{1}{3} \%2, -\frac{1}{3} \%6, -\frac{1}{4} \left(v x l u^2 - 2 v x 5 u x l u + v x 5 u^2 - 4 y 5 u y l u \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + 2 y l u^2 + 2 y 5 u^2 + x l u^2 - 2 x 5 u x l u + x 5 u^2 \right) e / (\%1 (1+v)(v-1)), \right. \\
 & \quad \left. \frac{1}{4} \frac{(3 v + 1) e (x l u - x 5 u)(y l u - y 5 u)}{\%1 (1+v)(v-1)}, \frac{1}{3} \%13, \frac{1}{3} \%17, -\frac{1}{12} \%13, -\frac{1}{12} \%17, 0, 0 \right] \\
 & \left[\frac{1}{12} \%3, -\frac{1}{12} \%7, -\frac{1}{3} \%3, \frac{1}{3} \%7, \frac{1}{4} \frac{(3 v + 1) e (x l u - x 5 u)(y l u - y 5 u)}{\%1 (1+v)(v-1)}, -\frac{1}{4} \left(v y l u^2 \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - 2 v y 5 u y l u + y 5 u^2 v - 4 x 5 u x l u + 2 x 5 u^2 + 2 x l u^2 + y l u^2 - 2 y 5 u y l u + y 5 u^2 \right) e / (\%1 (1+v)(v-1)), \right. \\
 & \quad \left. \frac{1}{3} \%18, \frac{1}{3} \%16, -\frac{1}{12} \%18, -\frac{1}{12} \%16, 0, 0 \right] \\
 & \left[0, 0, -\frac{2}{3} \%4, \%12, \frac{1}{3} \%13, \frac{1}{3} \%18, \%10, \%11, \frac{1}{3} \%13, \frac{1}{3} \%17, \frac{2}{3} \%2, \%19 \right] \\
 & \left[0, 0, \%12, -\frac{2}{3} \%9, \frac{1}{3} \%17, \frac{1}{3} \%16, \%11, \%15, \frac{1}{3} \%18, \frac{1}{3} \%16, \%19, \frac{2}{3} \%7 \right] \\
 & \left[\frac{1}{12} \%4, -\frac{1}{12} \%8, 0, 0, -\frac{1}{12} \%13, -\frac{1}{12} \%18, \frac{1}{3} \%13, \frac{1}{3} \%18, -\frac{1}{4} e \left(v x l u^2 \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - 2 v x 3 u x l u + v x 3 u^2 - 4 y 3 u y l u + 2 y l u^2 + 2 y 3 u^2 + x l u^2 - 2 x 3 u x l u + x 3 u^2 \right) / (\%1 (1+v)(v-1)), \right. \\
 & \quad \left. -\frac{1}{4} \frac{(-y l u + y 3 u)(x l u - x 3 u) e (3 v + 1)}{\%1 (1+v)(v-1)}, -\frac{1}{3} \%4, \frac{1}{3} \%8 \right] \\
 & \left[-\frac{1}{12} \%5, \frac{1}{12} \%9, 0, 0, -\frac{1}{12} \%17, -\frac{1}{12} \%16, \frac{1}{3} \%17, \frac{1}{3} \%16, \right. \\
 & \quad \left. -\frac{1}{4} \frac{(-y l u + y 3 u)(x l u - x 3 u) e (3 v + 1)}{\%1 (1+v)(v-1)}, -\frac{1}{4} e \left(v y l u^2 - 2 v y 3 u y l u + y 3 u^2 v \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + 2 x 3 u^2 + 2 x l u^2 - 4 x 3 u x l u + y l u^2 - 2 y 3 u y l u + y 3 u^2 \right) / (\%1 (1+v)(v-1)), \right.
 \end{aligned}$$

$$\left[\frac{1}{3} \%5, -\frac{1}{3} \%9 \right]$$

$$\left[-\frac{1}{3} \%4, \frac{1}{3} \%8, \frac{2}{3} \%13, \%14, 0, 0, \frac{2}{3} \%2, \%19, -\frac{1}{3} \%4, \frac{1}{3} \%5, \%10, \%11 \right]$$

$$\left[\frac{1}{3} \%5, -\frac{1}{3} \%9, \%14, \frac{2}{3} \%16, 0, 0, \%19, \frac{2}{3} \%7, \frac{1}{3} \%8, -\frac{1}{3} \%9, \%11, \%15 \right]$$

$$\%1 := -x1u y5u - x3u y1u + x3u y5u + y1u x5u + y3u x1u - y3u x5u$$

$$\%2 := \left(-v x5u x1u + v x3u x1u - v x5u x3u + v x5u^2 - x5u x3u + x3u x1u - x5u x1u \right. \\ \left. - 2 y5u y3u + 2 y3u y1u - 2 y5u y1u + 2 y5u^2 + x5u^2 \right) e / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%3 := e (-2 x1u y5u v + 3 x5u y5u v - 2 y3u x5u v + x5u y5u - v y1u x5u + v x3u y1u \\ - y5u x3u v - y1u x5u + 2 y3u x1u v - x3u y5u + x3u y1u) / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%4 := e \left(-v x5u x1u + v x5u x3u + v x3u x1u - v x3u^2 - 2 y3u^2 + 2 y3u y1u + 2 y5u y3u \right. \\ \left. - 2 y5u y1u - x5u x1u + x5u x3u + x3u x1u - x3u^2 \right) / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%5 := e (y3u x5u v - v y1u x5u + 2 y3u x1u v - 2 x1u y5u v + 2 y5u x3u v - 3 y3u x3u v \\ + v x3u y1u - x3u y3u + y3u x5u - y1u x5u + x3u y1u) / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%6 := e (3 x5u y5u v + 2 v x3u y1u - x1u y5u v - 2 y5u x3u v + y3u x1u v - 2 v y1u x5u \\ - y3u x5u v - x1u y5u + x5u y5u + y3u x1u - y3u x5u) / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%7 := \left(v y3u y1u - y5u y3u v - v y5u y1u - 2 x5u x3u + 2 x3u x1u - 2 x5u x1u - y5u y3u \right. \\ \left. + y3u y1u - y5u y1u + y5u^2 v + y5u^2 + 2 x5u^2 \right) e / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%8 := e (2 v x3u y1u + 2 y3u x5u v + y3u x1u v + y5u x3u v - 3 y3u x3u v - x1u y5u v \\ - 2 v y1u x5u - x1u y5u + x3u y5u + y3u x1u - x3u y3u) / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%9 := e \left(-v y5u y1u + y5u y3u v + v y3u y1u - y3u^2 v - 2 x5u x1u + 2 x5u x3u \right. \\ \left. + 2 x3u x1u - 2 x3u^2 - y5u y1u + y5u y3u + y3u y1u - y3u^2 \right) / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%10 := -\frac{2}{3} e \left(2 y1u^2 + v x5u^2 + v x3u^2 + x5u^2 + 2 y5u^2 - 2 y5u y3u + 2 y3u^2 \right. \\ \left. - 2 y3u y1u - x5u x3u + x3u^2 - v x5u x1u - x5u x1u + x1u^2 - x3u x1u - 2 y5u y1u \right. \\ \left. + v x1u^2 - v x5u x3u - v x3u x1u \right) / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%11 := -\frac{1}{3} (3 v + 1) e (-2 x5u y5u + y3u x1u - 2 x3u y3u - 2 y1u x1u + y1u x5u + x3u y1u \\ + y3u x5u + x1u y5u + x3u y5u) / (\%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%12 := \frac{1}{3} e (x3u y5u + 3 y3u x1u v - 3 x1u y5u v - y1u x5u + y3u x1u + y3u x5u \\ + 3 v x3u y1u - 3 v y1u x5u - 2 x3u y3u + 3 y5u x3u v + x3u y1u - x1u y5u$$

$$+ 3 y3u x5u v - 6 y3u x3u v)/(%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%13 := e \left(v x1u^2 - v x3u x1u - v x5u x1u + v x5u x3u + 2 y1u^2 + 2 y5u y3u - 2 y3u y1u - 2 y5u y1u + x1u^2 - x3u x1u - x5u x1u + x5u x3u \right) / (%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%14 := \frac{1}{3} e \left(x3u y1u - x3u y5u + 3 x1u y5u v - 2 y1u x1u - 3 y3u x5u v + 3 y3u x1u v - 6 y1u x1u v + 3 v x3u y1u - y3u x5u + 3 v y1u x5u - 3 y5u x3u v + x1u y5u + y1u x5u + y3u x1u \right) / (%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%15 := -\frac{2}{3} e \left(y3u^2 + y5u^2 v + y3u^2 v + 2 x5u^2 - v y5u y1u + 2 x3u^2 - y5u y3u v + y5u^2 - y5u y1u - v y3u y1u - y3u y1u - 2 x3u x1u - y5u y3u - 2 x5u x3u + y1u^2 - 2 x5u x1u + 2 x1u^2 + v y1u^2 \right) / (%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%16 := \left(y5u y3u v - v y5u y1u + v y1u^2 - v y3u y1u - 2 x5u x1u + 2 x5u x3u - 2 x3u x1u + 2 x1u^2 + y5u y3u - y5u y1u + y1u^2 - y3u y1u \right) e / (%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%17 := (-3 y1u x1u v - y3u x5u v + y3u x1u v + 2 x1u y5u v - 2 y5u x3u v + v y1u x5u + 2 v x3u y1u - y1u x1u + y3u x1u + y1u x5u - y3u x5u) e / (%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%18 := (v x3u y1u + 2 v y1u x5u - 2 y3u x5u v - 3 y1u x1u v + 2 y3u x1u v - y5u x3u v + x1u y5u v - y1u x1u + x3u y1u - x3u y5u + x1u y5u) e / (%1 (1 + v) (v - 1))$$

$$\%19 := -\frac{1}{3} e \left(2 x5u y5u + 6 x5u y5u v - 3 x1u y5u v - y1u x5u + 3 v x3u y1u - y3u x5u + x3u y1u - 3 v y1u x5u - 3 y5u x3u v - x1u y5u - x3u y5u - 3 y3u x5u v + 3 y3u x1u v + y3u x1u \right) / (%1 (1 + v) (v - 1))$$

La matrice Q à (six noeuds) :

$$q6 := \begin{bmatrix} -\frac{2}{15}\sqrt{\%1} \cos(\theta) & \%2 & \frac{1}{30}\sqrt{\%1} \cos(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{15}\sqrt{\%1} \sin(\theta) & \%3 & \frac{1}{30}\sqrt{\%1} \sin(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ \%2 & -\frac{8}{15}\sqrt{\%1} \cos(\theta) & \%2 & 0 & 0 & 0 \\ \%3 & -\frac{8}{15}\sqrt{\%1} \sin(\theta) & \%3 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{30}\sqrt{\%1} \cos(\theta) & \%2 & -\frac{2}{15}\sqrt{\%1} \cos(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{30}\sqrt{\%1} \sin(\theta) & \%3 & -\frac{2}{15}\sqrt{\%1} \sin(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\%1 := x1u^2 - 2x1ux3u + x3u^2 + y1u^2 - 2y1uy3u + y3u^2$$

$$\%2 := -\frac{1}{15}\sqrt{\%1} \cos(\theta)$$

$$\%3 := -\frac{1}{15}\sqrt{\%1} \sin(\theta)$$

La matrice H (à six noeuds) :

$h6 :=$

$$\left[-\frac{1}{2} \frac{y5p^2 - 2y5py3p + y3p^2 + x5p^2 - 2x5px3p + x3p^2}{\%1}, \frac{2}{3}\%2, -\frac{1}{6}\%2, 0, -\frac{1}{6}\%3, \frac{2}{3}\%3 \right]$$

$$\left[\frac{2}{3}\%2, \%4, \frac{2}{3}\%2, \frac{4}{3}\%3, 0, -\frac{4}{3}\%5 \right]$$

$$\left[-\frac{1}{6}\%2, \frac{2}{3}\%2, -\frac{1}{2} \frac{-2y5pylp + ylp^2 + y5p^2 + xlp^2 - 2x5pxlp + x5p^2}{\%1}, -\frac{2}{3}\%5, \frac{1}{6}\%5, 0 \right]$$

$$\left[0, \frac{4}{3}\%3, -\frac{2}{3}\%5, \%4, -\frac{2}{3}\%5, \frac{4}{3}\%2 \right]$$

$$\left[-\frac{1}{6}\%3, 0, \frac{1}{6}\%5, -\frac{2}{3}\%5, -\frac{1}{2} \frac{y3p^2 - 2y3pylp + ylp^2 + xlp^2 - 2x3pxlp + x3p^2}{\%1}, \frac{2}{3}\%3 \right]$$

$$\left[\frac{2}{3}\%3, -\frac{4}{3}\%5, 0, \frac{4}{3}\%2, \frac{2}{3}\%3, \%4 \right]$$

$$\%1 := xlp y5p + x3p ylp - x3p y5p - ylp x5p - y3p xlp + y3p x5p$$

$$\%2 := \frac{-y5py3p + y5p^2 + x5p^2 + x3pxlp - x5px3p - x5pxlp - y5pylp + y3pylp}{\%1}$$

$$\%3 := \frac{y5pylp - y5py3p - y3pylp + y3p^2 + x5pxlp - x5px3p - x3pxlp + x3p^2}{\%1}$$

$$\%4 := -\frac{4}{3} \left(-y5pylp - y3pylp - x5pxlp - x3pxlp + y3p^2 + y5p^2 - y5py3p + xlp^2 - x5px3p + x3p^2 + ylp^2 + x5p^2 \right) / (\%1)$$

$$\%5 := \frac{-ylp^2 + y3pylp + y5pylp - y5py3p - xlp^2 + x3pxlp + x5pxlp - x5px3p}{\%1}$$

La matrice S à (six noeuds) :

$$s6 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{60} \%1 & 0 & \frac{1}{360} \%1 & \frac{1}{90} \%1 & \frac{1}{360} \%1 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{45} \%1 & 0 & -\frac{2}{45} \%1 & \frac{1}{90} \%1 & -\frac{2}{45} \%1 \\ \frac{1}{360} \%1 & 0 & -\frac{1}{60} \%1 & 0 & \frac{1}{360} \%1 & \frac{1}{90} \%1 \\ \frac{1}{90} \%1 & -\frac{2}{45} \%1 & 0 & -\frac{4}{45} \%1 & 0 & -\frac{2}{45} \%1 \\ \frac{1}{360} \%1 & \frac{1}{90} \%1 & \frac{1}{360} \%1 & 0 & -\frac{1}{60} \%1 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{45} \%1 & \frac{1}{90} \%1 & -\frac{2}{45} \%1 & 0 & -\frac{4}{45} \%1 \end{bmatrix}$$

$$\%1 = \frac{x1p y5p + x3p y1p - x3p y5p - y1p x5p - y3p x1p + y3p x5p}{c^2}$$

La matrice D à (six noeuds) :

$$d6 = \begin{bmatrix} \frac{2}{15} \%1 & \frac{1}{15} \%1 & -\frac{1}{30} \%1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{15} \%1 & \frac{8}{15} \%1 & \frac{1}{15} \%1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{30} \%1 & \frac{1}{15} \%1 & \frac{2}{15} \%1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\%1 = \sqrt{\frac{x1p^2 - 2x1p x3p + x3p^2 + y1p^2 - 2y1p y3p + y3p^2}{c}}$$

Bibliographie

Bibliographie

- 1-'Investigation en calcul dynamique des structures par la M.E.F application aux barrages '
(P F E)
M.A . ATMANE , M.SABDERRAHMANI E.N.P juin (1994)
- 2-'Modélisation des structures par éléments finis '
J.L BATOZ et TOUZOT Hermes(1990)
- 3-'Analyse de l'interaction dynamique par la M.E.F application aux systèmes barrage-
reservoir' (P F E)
L . A BENHADJ et S.M.MOULOUDI E.N.P juin (1996)
- 4- 'Effet de l'interaction dynamique sol-structure sur la réponse sismique des barrages '
(Thèse de magister)
T.CHERID E.N.P(1996)
- 5-'Finite element methods in analysis and design of dams '
R.W.CLOUGH & O.C ZIENKIEWICZ International commission on
large dams (1987)
- 6- 'Génie parasismique'
V.DAVIDOVICI Presse de l'école nationale des ponts et chaussées(1985)
- 7-'Calcul des structures en zone sismiques'
V.DAVIDOVICI Eyrolles (1952)

- 8- ' Une présentation de la méthode des éléments finis'
G.DHATT et G.TOUZOT 2eme édition maloine S.Aediteur (1984)
- 9-'Influence de l'interaction dynamique fluide-barrage avec fond absorbant sur la réponse sismique des barrages' (Thèse de magister)
MOHABEDDINE E.N.P(1996)
- 10-'Etude dynamique de barrage poids en béton par la M.E.F' (P F E)
K.MOUDJEBER E.N.P septembre (1992)
- 11- 'Introduction à la méthode des éléments finis'
K.C.ROCKEY, H.R EVANS et W. GRIFFITHS Eyrolles(1979)
- 12-'Interaction fluide-structure : cas des barrages poids en béton' (P F E)
A .SEGHIR , A .SOUFARI E.N.P juin (1995)
- 13- 'Barrages-reservoir'
H . VARLET Eyrolles (1966)
- 14-'Earthquake analysis procedur for dams stat of the art'
O.C.ZIENKIEWICZ , R.W.CLOUGH et H.B.SEED I.C.O.L.D (1986)