

5/97

*République Algérienne Démocratique et Populaire*

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Ecole Nationale Polytechnique

(ENP - EL- Harrach - ALGER)

# MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

En Vue de l'obtention du Diplôme

*d'ingénieur d'état en hydraulique*

*Thème :*

**ETUDE DE LA VARIABILITE SPATIALE DES  
PARAMETRES HYDROGEOCHIMIQUES DES EAUX  
SOUTERRAINES DE LA PLAINE DE BENI-SLIMANE**

Présenté par :

- Abdou Ali
- Hamdi Mohamed

Dirigé par :

- Mr A. Semar

**PROMOTION  
1996/1997**

## REMERCIEMENTS

*Au terme de ce travail, il nous est agréable d'adresser nos vifs remerciements à tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin à réaliser ce travail, en particulier à:*

- *Monsieur A. Semmar, pour le suivi permanent et la rigueur qu'il a montrés tout au long de notre travail et surtout pour avoir bien voulu nous initier à cette technique.*
- *Aux enseignants qui ont contribué à notre formation et à l'ensemble des enseignants membres du jury.*
- *A nos chers amis B.NEKAG & B.MOURAD pour nous avoir surtout assistés dans les derniers moments du travail.*

### *Dédicaces*

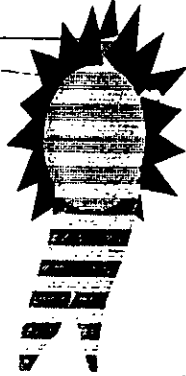
*Je dédie ce modeste travail à:*

- Ma grand- mère.*
- Mes parents.*
- Mes frères en particulier Nâas.*
- Mes soeurs*
- Hamid et M'hamed*
- Akila*
- Mon cher ami Brahim.*

*Hamdi.*

*Je dédie ce modeste travail à  
ma mère.*

*Abdou.A*



# SOMMAIRE



## Introduction

### Chapitre: 1

#### PRÉSENTATION DE LA RÉGION D'ÉTUDE

<b>I.1 Situation géographique.....</b>	<b>1</b>
<b>I.2 Aperçu géomorphologique et hydroclimatologique.....</b>	<b>1</b>
I.2.1 Géomorphologie.....	1
I.2.2 Hydroclimatologie.....	2
<b>I.3 Aperçu géologique.....</b>	<b>2</b>
I.3.1 Nature lithostratigraphique des terrains présents dans la région.....	2
I.3.2 Tectonique.....	4
<b>I.4 Cadre hydrogéologique de la plaine de Beni-Slimane.....</b>	<b>5</b>
I.4.1 Le Barrémo-aptien.....	5
I.4.2 Les formations post-nappes.....	5
<b>I.5 Piézométrie.....</b>	<b>6</b>
<b>I.6 Hydrochimie.....</b>	<b>6</b>

### Chapitre: II

#### METHODES D'ESTIMATION GEOSTATISTIQUES

<b>II.1 Rappel des méthodes d'estimation usuelles.....</b>	<b>7</b>
II.1.1 Objet de l'estimation.....	7
II.1.2 Les méthodes d'estimation usuelles (non probabilistes).....	7
<b>II.2 Notion sur la théorie des variables régionalisées.....</b>	<b>10</b>
II.2.1 But de la théorie des variables régionalisées.....	10
II.2.2 Avantage de l'application de la géostatistique.....	11
II.2.3 Rappel.....	11
II.2.4 Hypothèse sur la fonction aléatoire (FA).....	12
II.2.5 Hypothèse de stationnarité.....	12
II.2.6 Hypothèse d'ergodicité.....	12
II.2.7 Hypothèse intrinsèque.....	13
<b>II.3. Le variogramme.....</b>	<b>13</b>
II.3.1 Estimation du variogramme.....	14
II.3.2 Analyse du variogramme.....	16
<b>II.4 Modélisation du variogramme.....</b>	<b>16</b>
II.4.1 Modélisation du variogramme expérimental.....	16
II.4.2 vérification de la validité du modèle.....	18
<b>II.5 Le Krigage.....</b>	<b>18</b>
II.5.1 Cas stationnaire: krigage simple.....	18
II.5.2 Calcul de variance d'estimation.....	19

### Chapitre: III

#### ANALYSE DES DONNEES

<b>III.1 Etude statistique élémentaire des données.....</b>	<b>21</b>
III.1.1 Acquisition et critique des données.....	21

III.1.2 Représentativité des données.....	21
III.1.3 Les tests statistiques.....	21
III.1.4 Examen des paramètres statistiques élémentaires.....	24
III.1.5 Ajustement aux lois de probabilité.....	28
III.1.6 Test d'identification.....	36
III.1.7 Etude des éventuelles corrélations entre les variables.....	38
<b>III.2 Analyse en composantes principales.....</b>	<b>43</b>
III.2.1 But et principe de l'analyse en composantes principales.....	43
III.2.2. Résultats et interprétations.....	43
III.2.2.1 Etude des variables.....	44
III.2.2.2. Etude des individus.....	46
<b>III.3 Tentative de classification automatique.....</b>	<b>47</b>

Chapitre: IV

**ETUDE GEOSTATIQUE DES DONNEES**

<b>IV.1 Analyse de la structure spatiale des variables par le variogramme.....</b>	<b>49</b>
IV.1.1 Construction des variogrammes $\gamma(h)$ .....	49
IV.1.2 Validation des variogrammes.....	51
<b>IV.2 Krigeage.....</b>	<b>52</b>
<b>IV.3 Cartographie et interprétation.....</b>	<b>52</b>

**Conclusion**

*Bibliographie*

*Annexes*

## INTRODUCTION

## Introduction:

Les ressources en eau et le potentiel hydraulique d'un pays, bien que renouvelables sont limitées. Actuellement le problème de l'eau se trouve plus dans sa gestion que dans sa recherche et surtout quand il s'agit des régions arides, comme celle de Beni-Slimane. Cette gestion nécessite, une meilleure connaissance des lois de variation temporelles et spatiales des réserves tant sur le plan quantité, que qualité.

Les connaissances acquises, ont permis dans certains cas de concevoir des modèles de gestion optimale des eaux souterraines. La mise au point de ces modèles, est souvent confrontée aux problèmes d'identification des paramètres de la nappe considérée (paramètres hydrodynamiques et hydrochimiques).

Pour résoudre ces problèmes d'identification des paramètres, on procède classiquement à leur interpolation spatiale, par des méthodes de cartographie usuelles, à partir d'un échantillonnage le plus souvent fragmentaire et irrégulier dans l'espace

Ces méthodes qui se basent sur des hypothèses non vérifiables (homogénéité et isotropie du milieu aquifère) apparaissent approximatives compte tenu de la précision nécessaire pour l'exploitation des résultats, comme un champs d'entrée aux modèles numériques des nappes.

En se basant sur l'approche probabiliste du milieu aquifère, d'autres méthodes nouvelles d'estimation, relevant de la géostatistique ont été développées pour palier aux inconvénients des méthodes usuelles, elles permettent:

- ◆ d'une part, l'analyse de la variabilité spatiale d'une propriété hydrogéochimique donnée, en particulier à l'aide du variogramme.
- ◆ d'autre part de reconstituer au mieux la réalité à partir d'un échantillonnage irrégulier et d'apprécier la fiabilité des estimations faites par le krigeage.

En effectuant ce travail, nous nous sommes fixés comme objectif, la cartographie des paramètres hydrogéochimiques des eaux souterraines de la plaine de Beni-Slimane, ce qui permet une meilleure appréciation de la qualité de l'eau, tant pour l'alimentation en eau potable que pour l'irrigation, par comparaison aux normes internationales (O.M.S).

Pour y arriver nous avons adopté la démarche suivante:

- 1-présentation de la région d'étude;
- 2-rappel des concepts de base de la géostatistique. (variables régionalisées, fonctions aléatoires, problèmes d'inférence statistique, variogramme, krigeage);
- 3-analyse des données:
  - ◆ analyse statistique élémentaire;
  - ◆ analyse en composante principale (A.C.P.);
- 4-mise en oeuvre du logiciel multitâche d'analyses géostatistiques: GEO-EAS;
- 5-cartographie et interprétation

# Chapitre I

## PRESENTATION DE LA REGION D'ETUDE

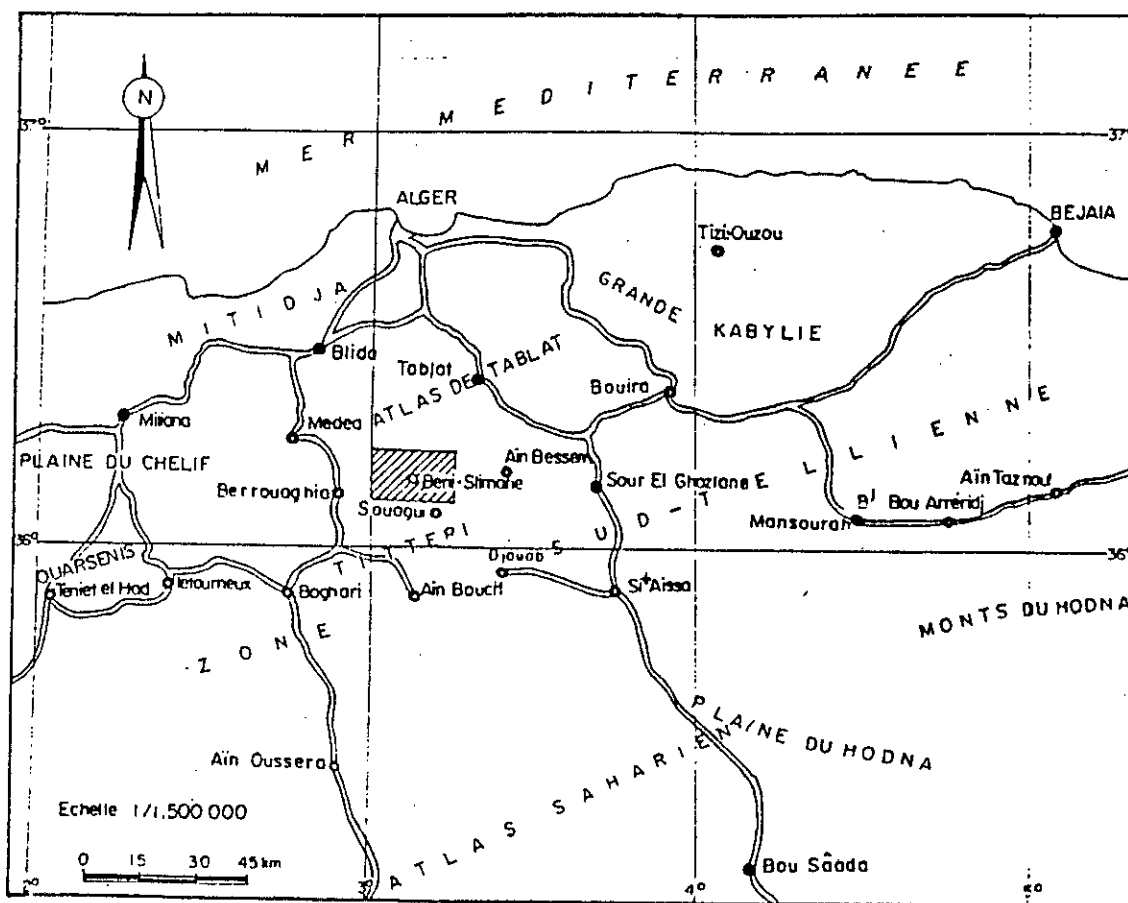


## Chapitre: I

### présentation de la région d'étude

#### I.1: situation géographique:

La plaine de Béni-Slimane qui est à vocation agricole ( on y pratique la céréaliculture, les cultures maraîchères et d'agrumes ainsi que des essais d'arboricultures (oliveraie, amondaie), est située à environ 60km au Sud-Est d'Alger.(Fig.1) Les principales villes limitrophes de Béni-Slimane sont: Tablat au Nord, Berrouaghia à l' Ouest, Aïn Boucif au Sud et Aïn Bessem à l'Est. Sur la carte topographique de Béni-Slimane au 1/50000, la plaine y occupe la moitié Sud. sa superficie est de 380km<sup>2</sup>. Elle est bordée au Nord par les monts Tablatiens, au Sud par le revers méridional de l'anticlinorium des biban, et à l'Ouest par les Monts d'El Omaria; et à l'Est elle est ouverte sur la plaine de Arib ( région de Bir Ghabalou et d'Aïn Dessem).




 Zone d'étude

Fig. 1 Croquis de situation géographique de la zone d'étude

#### I.2: Aperçu géomorphologique et hydroclimatologique:

##### I.2.1 Géomorphologie:

La plaine de Béni-Slimane est un sillon intramontagneux qui correspond au prolongement du sillon Chelif-Soumman. Elle présente une direction générale WSW-ENE.

Selon le répertoire hydrologique de l'agence nationale des ressources hydrauliques (A.N.R.H), La zone d'étude chevauche sur trois sous-bassins versants( Oued Zéroua, Oued El Malah et Oued El Malah Yagour) du Haut-Isseur.

L'étude physiographique de ce bassin (NAKANABO.B, 1989), donne un indice de compacité 1.16, ce qui traduit un temps de concentration des eaux de ruissellement assez court et donc une diminution des possibilités d'infiltration des eaux superficielles. Son altitude moyenne est de 832m et la densité de drainage est de l'ordre de 3.2 km/km<sup>2</sup>. Les Oued Malah Est et Ouest, ainsi que leurs affluents Besbes, Ladraat et Zéroua constituent les principaux cours d'eau. Leur profil en long indique des ruptures de pente, liées à la tectonique et de contrastes lithologiques.

### 1.2.2 Hydroclimatologie:

L'étude hydroclimatologique effectuée pendant la période 1968/1985(d'après NAKANABO.B, 1989 et SEMAR.A, 1995) a permis de montrer que la plaine de Béni-Slimane est soumise à un climat contrasté, une influence maritime sur la période septentrionale (environ de Tablat) définissant une région humide à sub-humide et une influence continentale dans la partie orientale et méridionale (région de Sour El Ghozlane et de Aïn Boucif) où le climat est semi-aride. La lame d'eau moyenne précipitée sur le bassin versant du Haut-Isseur estimée par la méthode des isohyètes est de 460mm, alors que la série pluviométrique de la station de Béni Slimane s'ajuste mieux à la loi log-normale. La température moyenne calculée à l'échelle de Haut-Isseur est de 15°C, ce qui donne une évapotranspiration potentielle de l'ordre de 800mm (par la méthode de Thornthwaite). L'évapotranspiration réelle calculée par la méthode de TURC au niveau du poste de Béni-Slimane donne une valeur de 332mm, ce qui correspond à 93.5% des précipitations. L'infiltration déduite à partir du bilan hydrologique pour la période est de l'ordre de 13% de la lame d'eau précipitée.

### 1.3 Aperçu géologique:

Pour caractériser la géologie de la plaine de Béni-Slimane, nous sommes basés sur les travaux de M. KIEKEN qui, datant de 1956, 1964 et 1975 restent la source principale des données géologiques sur la région étudiée; l'étudiant BOUZIDIA.H(1990) dans le cadre de la préparation son mémoire d'Ingénieur en Hydrogéologie, A. SEMAR (1995). dans le cadre de sa thèse de Magister.

#### 1.3.1. Nature lithostratigraphique des terrains présents dans la région:

L'étude géologique de la plaine de Béni-Slimane a mis en évidence une structure d'anticlinorium évidé constitué de deux ensembles (Figure 2).

**1.3.1.1 Un ensemble anté nappe:** représenté par des marnes -schisteuses barrémo-aptiennes surmonté par un flysch albien. Dans le secteur étudié, la carte lithologique réalisée (Figure 3) a montré que les marnes constituent le coeur de l'anticlinorium des Biban s'étendant depuis le sud de Souk El A'ba jusqu'à Bouskène, selon une bande Est-Ouest. Les marnes de couleurs grises présentent un débit en "frites". Elles <sup>SONT</sup> souvent fissurées et ces dernières sont les lieux de recristallisation de la calcite. Leur épaisseur est indéterminée, cependant le forage pétrolier de Bouskène, profond de 3543m, révèle plus de 2000m de marnes. Cette formation carbonatée constitue un réservoir hydrogéologique important au niveau des endroits très fracturés.

La formation flysch succédant aux argiles schisteuses (ou marnes schisteuses) affleure uniquement sur le revers méridional depuis l'Oued Malah Est jusqu'à l'Oued El Malah Ouest.

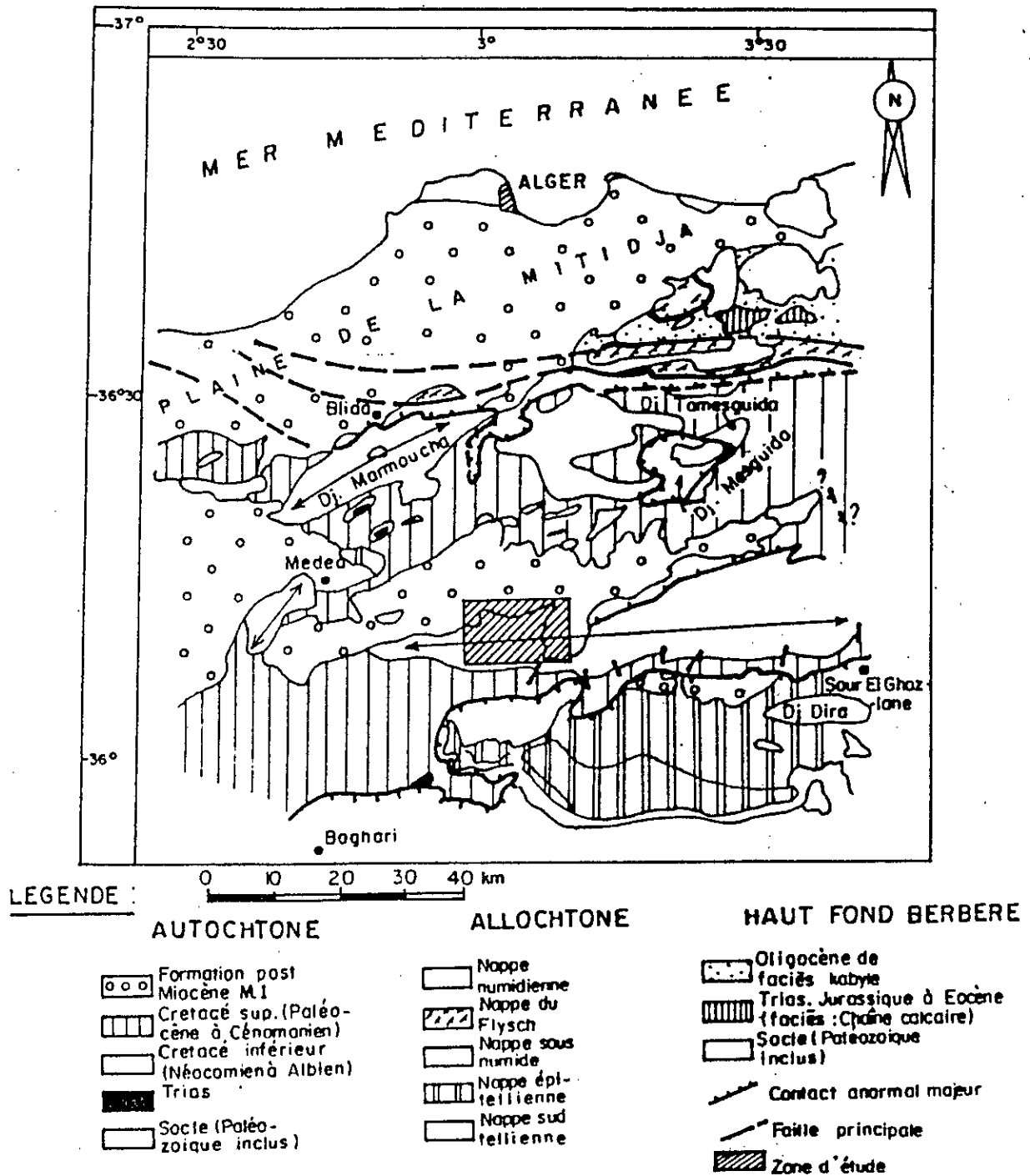
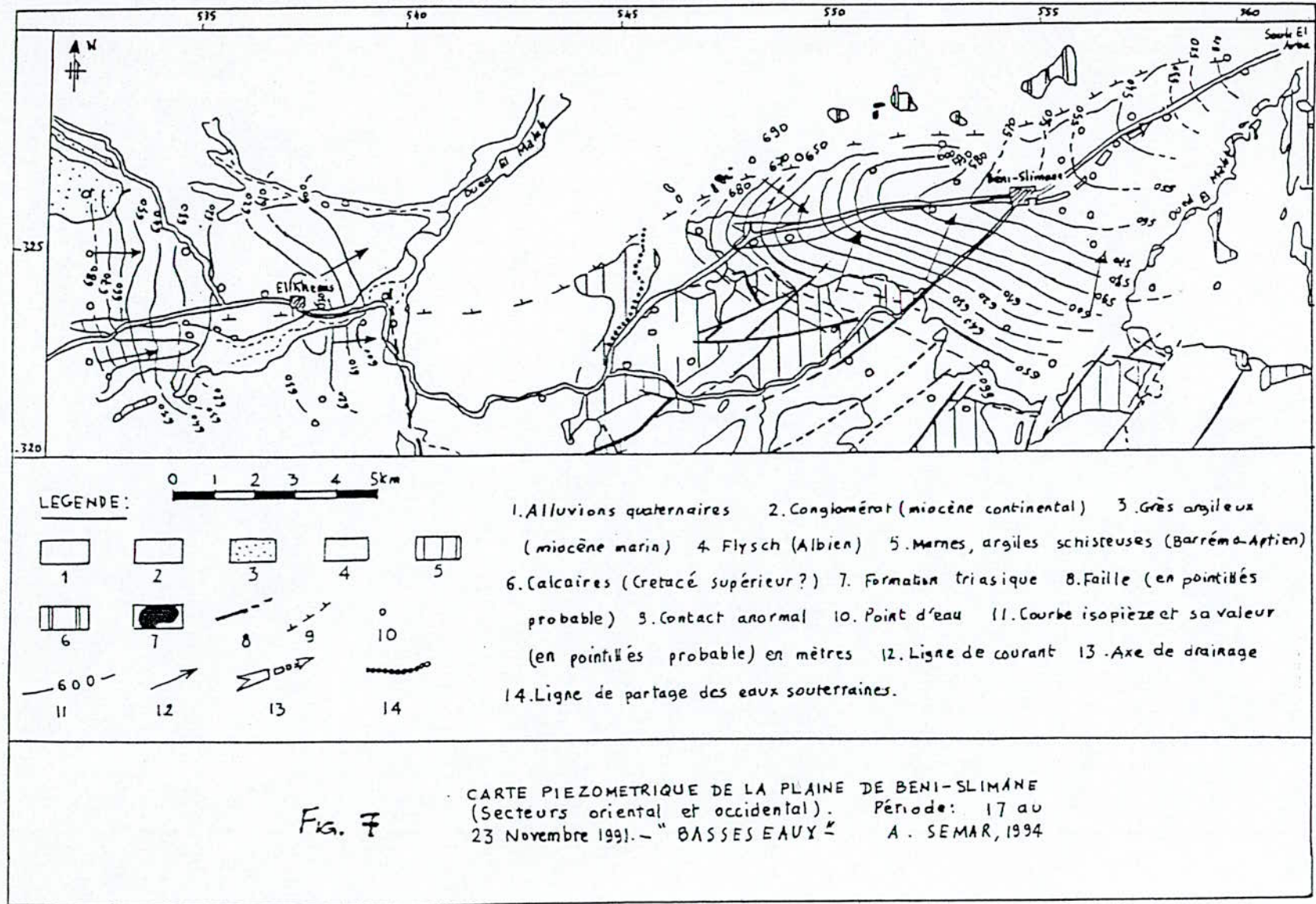


Figure : 2 - Esquisse tectonique selon le méridien d'Alger (in: Esquisse tectonique de l'Algérie du Nord. M. KIEKEN, 1965).

L'épaisseur des bancs de grès est variable avec un pendage vers le Sud. Localement une dalle calcaire (Figure 3) s'incruste dans cette formation. Les failles affectant le Flysch sont assez distinctes. Le contraste lithologique du flysch permet l'émergence de plusieurs sources (Aïn-Nsissia, Aïn Toujal...).

**I.3.1.2 Un ensemble nappe et post-nappe:** constitué de lambeaux de nappes allochtones, de conglomérats continentaux Mio- Plio- Quaternaires relayés vers l'Ouest par des grès attribués au Miocène marin. Les lambeaux de nappes sont localisés sur la partie septentrionale de la plaine de Béni Slimane, selon un axe Est-Ouest allant de Souk El Arba-Nedjaouia à Ouled Moussa; ce sont des formations plus au moins allochtones; on rencontre des lambeaux de Flysch appartenant probablement au flanc Nord de l'anticlinorium et de séries



carbonatées souvent enduites de matériels triasiques rencontré sous forme de lamelles des unités charriées.

Le trias est constitué:

- d'argile couleur lie de vin (M. KIEKEN, 1974);
- de gypse, généralement écrasé dans une matrice argileuse;
- de débris de calcaires et de dolomies grises;
- des roches vertes (diorites et dolérites).

Le trias confère à l'eau souterraine une minéralisation très élevée exprimée par une prédominance du chlorure de sodium.

Les conglomérats Mio-Plio-Quaternaires constituent l'essentiel des affleurements de la plaine d'El-Khemis et une grande partie de la plaine de Béni-Slimane. Les conglomérats sont formés de blocs de taille et de nature diverses, cimentés par une argile sableuse de couleur rougeâtre. Ils constituent un réservoir hydrogéologique atteint et exploité par de nombreux puits traditionnels, forages équipé ou non équipés. Cette formation post-nappe cache le flanc Nord de l'anticlinorium des Biban et probablement aussi d'autres lambeaux allochtones.

L'affleurement du miocène marin est réduit dans la partie Nord-Ouest de la plaine d'El khemis; par ailleurs, il devient important dans la région de Médéa. Il est constitué de grès jaunâtres à ocres, parfois friables. Il s'agit d'une formation assez perméable, mais sa position élevée en altitude lui confère une fonction de drain et non de réservoir. On constate sur le terrain au niveau de ces affleurements, l'émergence de nombreuses sources (Aïn Eresfa, Aïn de l'Oued Champlain...)(A. Semar, 1995).

### I.3.2. Tectonique:

Du point de vue tectonique, la flexure bibanique a subi des plissements anté-nappes et des plissements post-nappes. Nous avons la flexure bibanique (Est-Ouest), les contacts anormaux (trias) et des accidents NW-SE à NE-SW (avec N: Nord, E: Est, S: Sud, W: Ouest), Fig 4.

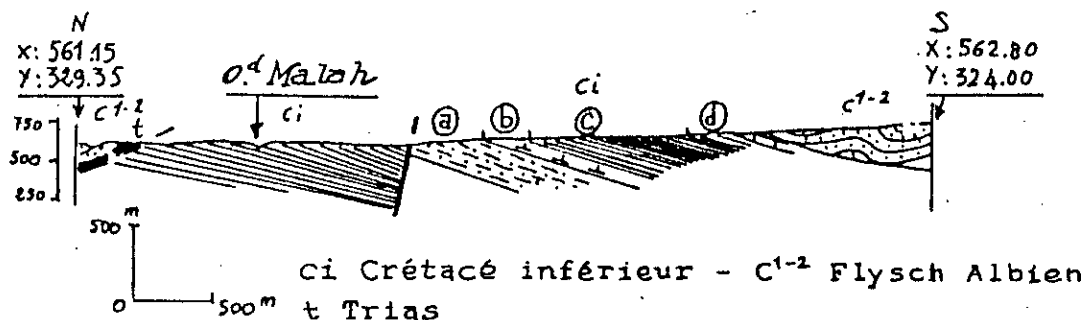
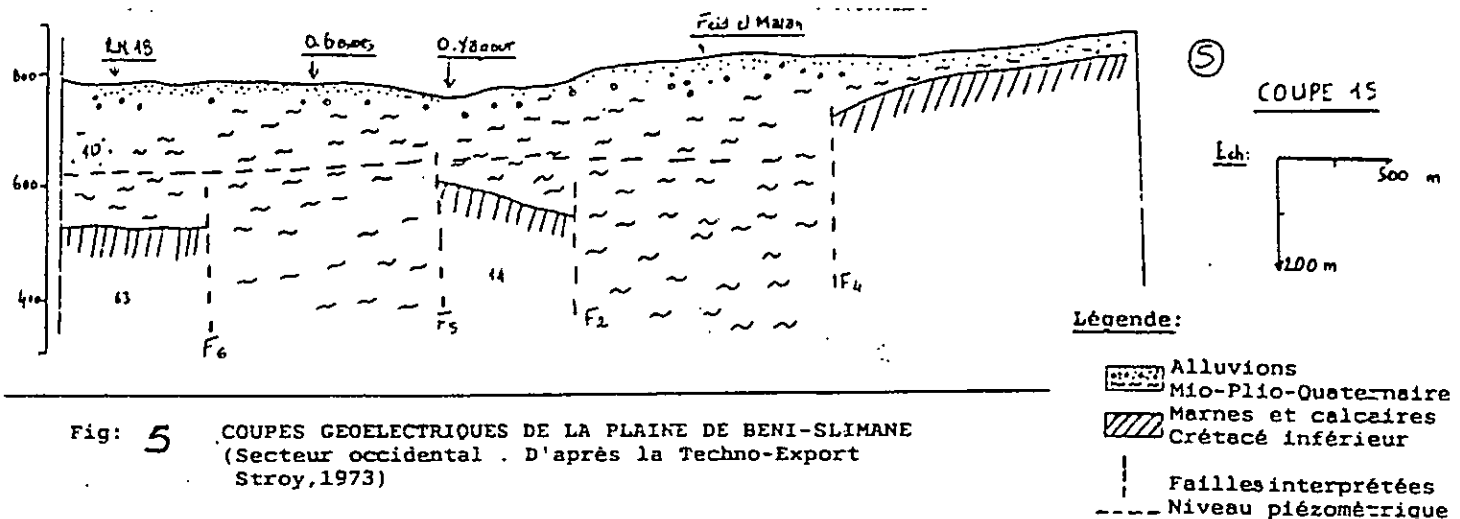


Fig: 4 - Coupe du Crétacé inférieur de Souk El Arba.  
(J. JOO et J. KOCH, 1963)

#### I.4. Cadre hydrogéologique de la plaine de Béni-Slimane:

A la lumière de l'étude géologique; on distingue deux formations aquifères pour la plaine de Béni-Slimane, ce sont:

**I.4.1 Le Barrémo -aptien;** constitué de marnes et marno-calcaires indurées, présentant une porosité de fractures. Il est surmonté par une formation flysch (alternance de grès quartzitiques avec des argiles), attribué à l'Albien. Cet horizon aquifère est capté par l'ensemble des puits de la région de Bouskène. La nature lithologique, c'est celle décrite précédemment. Les études géophysiques effectuées dans la région ont aidé à déterminer les zones conductrices et les zones résistantes de l'aquifère, ainsi que sa forme géométrique. L'exécution des profils géoélectriques et le dépouillement des 209 premiers mètres par T.E.S (1970) du forage pétrolier de bouskène, montrent que la configuration de l'aquifère est discontinue avec une alternance de niveaux conducteurs (12 Ohm.m) argileux et résistants (50 à 80 Ohm.m). En profondeur, les niveaux argileux deviennent de plus en plus épais, tassés et forment le substratum de l'aquifère du Crétacé inférieur. Voir coupe géoélectrique zone occidentale (Figure 5).



**I.4.2 Les formations post-nappes,** représentées par le miocène continental et le quaternaire constituent de bons aquifères puisqu'elles sont formées d'un matériel alluvionnaire. Les terrasses et les alluvions récentes des cours d'eau, en particulier dans la partie occidentale de la plaine à l'image de la vallée de l'Oued Besbes sont aussi des bons réservoirs. Au niveau du secteur oriental, la structure de remplissage montre l'existence d'une cuvette à proximité de la ville de Béni-Slimane. La profondeur du remplissage dépasse largement 100 m le long de la route nationale N° 18 (orienté Est-Ouest). Elle est constituée de conglomérats à ciment argilo-sableux dont les proportions en argile, limons et sables sont très variables. Des horizons résistants sont reconnus au dessus de niveau piézométrique. Le substratum constitué de marnes (ou argile) schisteuses avec des intercalations de bancs calcaires résistants est qualifié de formation conductrice en certains endroits et résistante en d'autres (Fig 6).

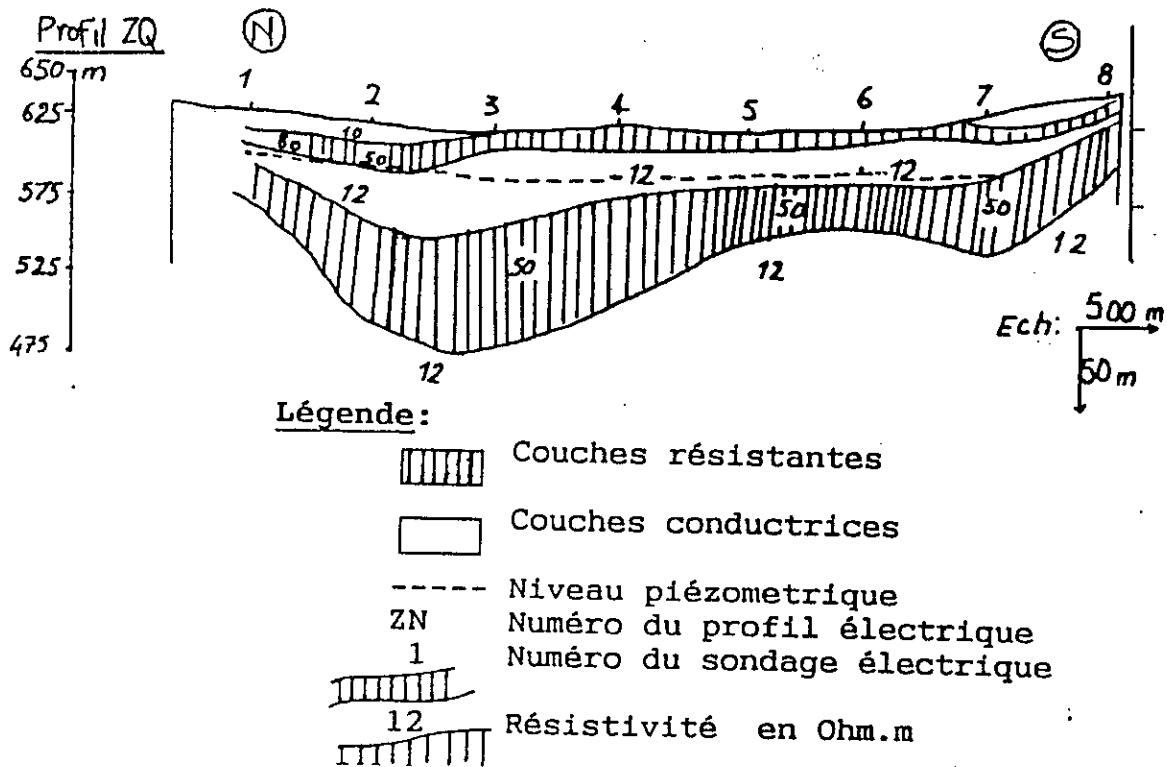


Fig.6 - COUPES GEOELECTRIQUES DE LA PLAINE DE BENI-SLIMANE (secteur oriental. D'après C.G.G 1970)

### I.5. Piézométrie:

L'étude piézométrique (Figure 7) montre que les lignes de partage des eaux souterraines coïncident presque partout avec les crêtes topographiques. La crête qui sépare la plaine occidentale et orientale en est un exemple. Le secteur oriental de la plaine de Béni-Slimane montre un écoulement des eaux souterraines orientés Ouest-Est avec un axe de drainage dirigé vers le centre de l'agglomération de Béni-Slimane. Au niveau du secteur oriental, le gradient hydraulique est estimé à 3.5%. L'étude piézométrique a aussi permis de mettre en évidence les zones d'alimentation des nappes à partir de l'infiltration des eaux de pluie et des formations marneuses et flyschs fracturées (biban) ainsi que des sédiments miocènes continentaux et marins.

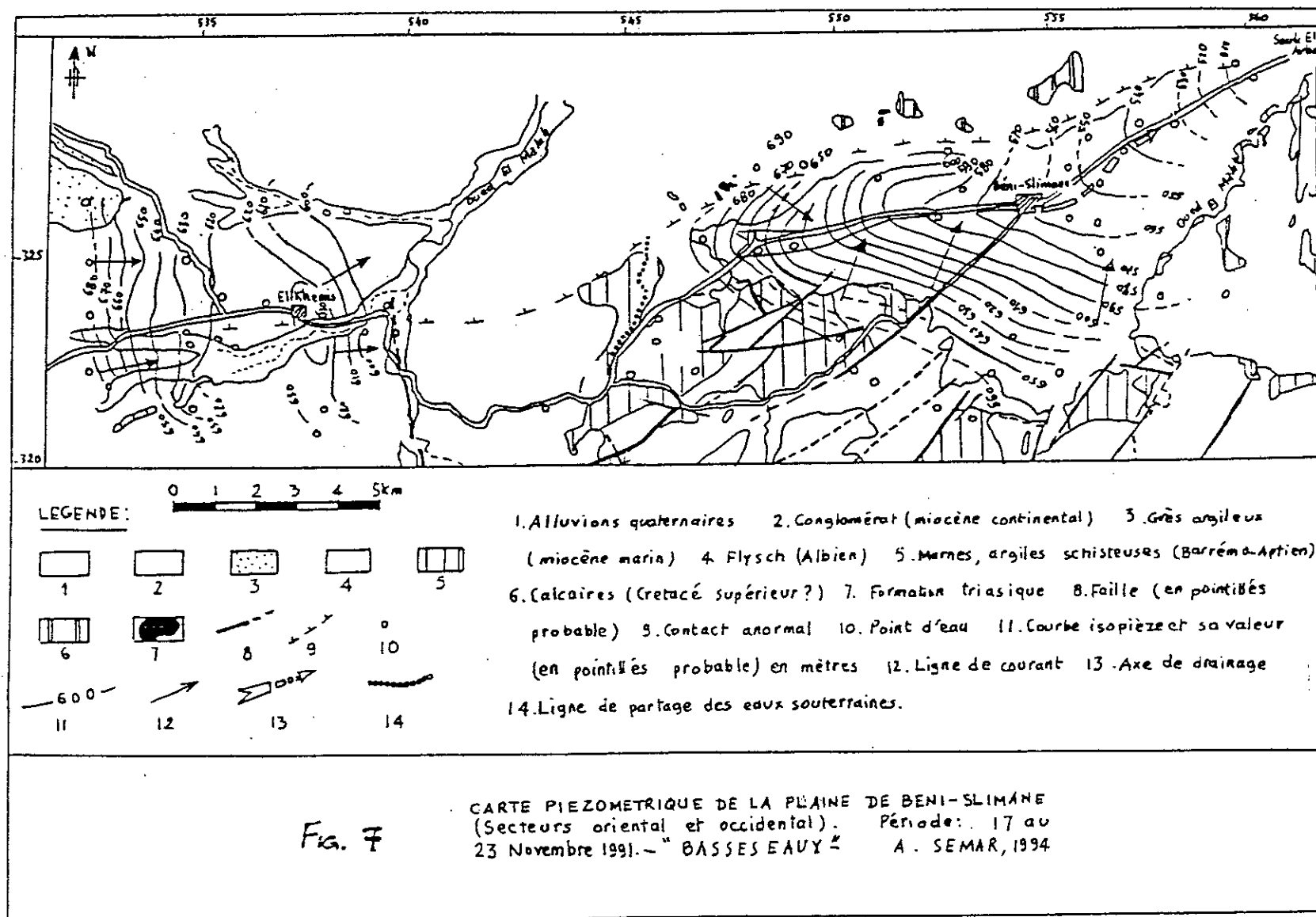
### I.6. Hydrochimie:

Les caractéristiques chimiques des eaux souterraines de la plaine de Béni Slimane ont été étudiées en vue de compléter les données hydrogéologiques. La campagne de prélèvement des eaux souterraines réalisées sur le terrain (A. Semar, 1995) a permis de caractériser les différents faciès chimiques selon la formule de STABLER. Ainsi:

- le faciès chloruré calcique représente 58%
- le faciès chloruré- sodique représente 20%
- le faciès sulfaté calcique représente 9%
- le faciès sulfaté magnésium représente 5%
- le faciès bicarbonaté calcique représente 4%
- le faciès chloruré magnésium représente 2%
- le faciès bicarbonaté magnésium représente 2%

### Conclusion:

Nous remarquons une nette dominance du faciès chloruré calcique (58%).





**Chapitre II**

**METHODES D'ESTIMATION  
GEOSTATISTIQUES**

Cette méthode est assez robuste pour représenter un champ de variable régulier, mais son application devient incohérente si le champ de la variable est assez aléatoire, ce qui est souvent le cas en hydrogéologie.

### II.1.2.3. Méthode des moindres carrées:

Les méthodes des moindres carrées est une technique d'interpolation où on suppose que la variable étudiée est régulière dans l'espace et elle peut être décrite par une fonction mathématique  $M(x,y)$ . A cette fonction, il se superpose une erreur  $\Sigma(x,y)$  de moyenne nulle, de variance constante et sans auto-corrélation:

$$Z(x,y) = M(x,y) + \Sigma(x,y)$$

On ne cherche plus à contraindre la surface d'ajustement de passer par les points expérimentaux. On se contente d'imposer que les écarts aux points de mesures réelles et valeurs reconstituées par la fonction choisie à être minimum.

$$\sum \left( \sum_{j=1}^n (A_j M_j(x,y) - Z_i(x,y)) \right) \text{ minimum } (i=1, \dots, n)$$

Les coefficients  $A_i$  sont obtenus en égalant à 0, les dérivées partielles relatives à chacun d'entre eux. Le reproche qu'on formule à cette méthode est que si le minimum d'écart entre constante régionale  $M(x,y)$  et réalité est garanti aux points de mesure, il n'en est rien en dehors de ces points.

### II.1.2.4- Méthode de pondération:

Les méthodes de pondérations sont un ensemble de techniques, basées essentiellement sur une hypothèse d'homogénéité du paramètre. Elles consistent à affecter des poids inégaux aux points de mesure en fonction de leurs proximités respectives par rapport au point à estimer. Parmi ces méthodes on peut citer:

- Méthode de pondération par la distance.
- Méthode des polygones d'influence.

#### II.1.2.4.1. Pondération par la distance:

La valeur de  $Z$  en un point devrait être très proche à celle des points voisins observés. L'estimation  $Z$  au point non mesuré, sera donc la moyenne des valeurs voisines. Cette moyenne est calculée de manière à donner plus de poids aux points géographiquement les plus proches. L'interpolation au point  $Z$  de coordonnées  $(x,y)$  est donnée par l'expression:

$$Z(x,y) = \sum W(D_{i.}) Z_i(x,y)$$

Avec:

$Z(x,y)$ : point à estimer de coordonnées  $x, y$

$Z_i$ : point voisin de coordonnées  $x_i, y_i$

$\sum W(D_{i.})=1$  condition de non biais.

$W(D_{i.})$ : fonction de pondération

$D_{i.}$ : distance entre les points à estimer et le point de mesure  $i$ .

L'inconvénient majeur des techniques de pondérations par la distance est du au fait qu'on ne peut pas discriminer l'information redondante.

### II.1.2.6 Méthode des polygones d'influence:

Cette méthode a été proposée par THIESSEN, elle a l'avantage de tenir compte des positions des points expérimentaux par rapport <sup>aux valeurs</sup>. Elle <sup>permet</sup> ainsi de discriminer l'information redondante. Un point de mesure est représentatif de l'ensemble des points du domaine qui lui sont les plus proches par rapport aux points de mesure.

$$M = \frac{\sum S_i Z_i}{S_T}$$

Cette méthode est surtout adaptée à l'estimation des pluies moyennes sur une région, mais elle présente deux inconvénients:

- ♦ L'un dû à sa relative difficulté de mise en oeuvre notamment lorsqu'on a des lacunes de mesures dans certains points.
- ♦ L'autre, c'est qu'elle a été conçue pour être employée à grande échelle dans des régions ou le paramètre est homogène sans influence manquée d'une dérive.

### Conclusion:

Les méthodes non probabilistes, aussi différentes pour leurs approches du problème d'estimation, que leur relative complexité de mise en oeuvre automatique, ne considèrent pas la structure propre du paramètre. Elles s'appliquent par conséquent, de la même manière aux variables régulières au aléatoires et ne donnent pas la variance d'estimation réalisée, c'est à dire pas d'intervalle de confiance sur la valeur estimée.

Les méthodes géostatistiques, qui seront présentées dans ce qui suit ont des avantages par rapport à ces méthodes usuelles, avantages qui seront précisées plus loin. Nous appliquerons ces méthodes pour essayer d'étudier la variabilité spatiale de données hydrogéochimiques de la plaine de Béni-Slimane.

## II.2. NOTIONS SUR LA THEORIE DES VARIABLES REGIONALISEES:

La théorie des variables régionalisées; a été utilisée initialement pour résoudre les problèmes d'estimation des ressources minières (G.MATHERON, 1965; JOURNAL ET HUIJBERT 1978), il a fait par la suite l'objet d'une application en sciences de l'eau (J.P DELHOMME 1976 et H.D BEUCHERE 1981).

Ces références nous permettent de présenter la théorie des variables régionalisées et ses possibilités d'application en Hydrogéologie.

Une variable régionalisée VR est un terme proposé par G. MATHERON (1965) pour qualifier un phénomène se déployant dans l'espace et /ou dans le temps, dont les valeurs varient d'un lieu à un autre avec une apparence de continuité, sans qu'il soit possible de représenter sa variation par une loi mathématique extrapolable (Fig.8).

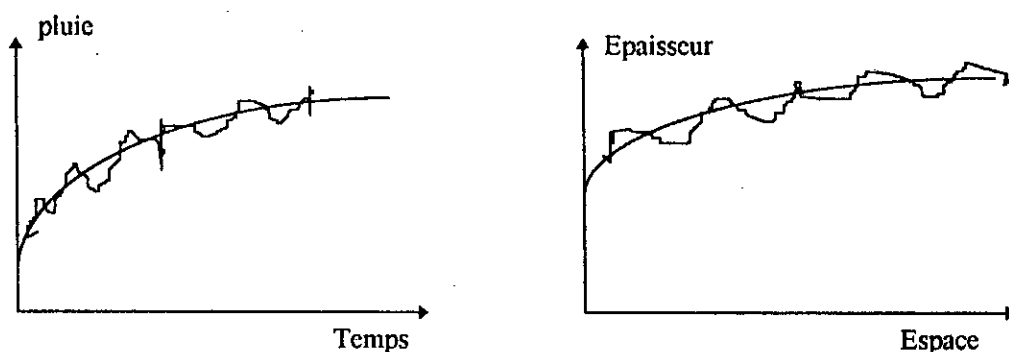


Fig.8: Exemple de comportement d'une variable régionalisée (DELHOMME 1976)

Ces variables ainsi définies ont un double caractère (JOURNEL.A, 1978):

- Aléatoire: les valeurs numériques peuvent considérablement varier d'un point à un autre de l'espace.
- Structuré: bien que très variables dans l'espace, les valeurs numérique ne sont pas entièrement indépendantes. Par exemple au voisinage d'un sondage riche, on trouvera du minerai riche.

En conclusion, cette nature particulière des variables régionalisées impose un formalisme qui ne soit ni purement fonctionnel, ni fondé sur la théorie des variables aléatoires indépendantes.

La variable régionalisée  $z(x)$  est interprétée mathématiquement comme une réalisation d'une fonction aléatoire  $Z(x)$  où les réalisations particulières aux points  $x_i, x_j$  distants de  $h_{ij}$ , sont structurellement dépendantes

où:  $x_i$ : désigne le point  $i$  aux coordonnées  $(x_i, y_i)$ .

$x_j$ : désigne le point  $j$  aux coordonnées  $(x_j, y_j)$ .

Notations:  $Z(x)$  est utilisé pour la fonction aléatoire (F.A.).

$z(x)$  est utilisé pour la variable régionalisée(V.R.).

### II.2.1. But de la théorie des variables régionalisées:

G. MATHERON (1965) a résumé le but de la théorie des variables régionalisées en trois points essentiels:

- Etablir les bases théoriques permettant de rendre compte des caractéristiques structurales des phénomènes naturels sous une forme mathématique;

- De fournir les moyens pratiques de résoudre les divers problèmes d'estimation qui se posent à partir d'un échantillonnage fragmentaire;
- Elle couvre l'ensemble des possibilités allant des surfaces (ou courbes) les plus lisses jusqu'aux plus accidentées.

### II.2.2. Avantages de l'application de la géostatistique:

- L'annulation des méthodes d'interpolation plus ou moins arbitraires
- L'application d'un estimateur sans biais.
- Détermination d'un estimateur optimal, c'est à dire variance minimale.
- Quantification des erreurs commises sur les estimations.
- La prise en considération de la notion du support de l'information.
- L'utilisation du Krigeage permet l'optimisation d'une campagne d'échantillonnage: «la rationalisation d'un réseau de mesure en réduisant le nombre de stations et en fixant la fréquence des mesures ou niveau optimum et facilitée par l'utilisation du variogramme: le variogramme d'une grandeur qui varie dans le temps ou l'espace montre immédiatement à partir de quelle durée entre deux mesures, ou de quelle distance entre deux points, on est assuré d'une variance d'estimation donnée, compte tenu des erreurs de mesures». **F. Valiron 1992.**

### II.2.3. Rappel:

soit  $z(x)$  la variable aléatoire qui décrit le phénomène sur le domaine d'étude. L'espérance mathématique ou espérance de la variable aléatoire  $z(x)$  est une valeur unique qui joue le rôle de représentante de la moyenne des valeurs de  $z(x)$ , pour cette raison, elle est souvent appelée mesure de la tendance centrale.

Elle est notée  $E[z(x)]$ ; dans le cas discret elle est calculée par la formule suivante:  
 $E[z(x)] = \sum z_i(x) \cdot f(z_i(x))$ . avec  $z_i(x)$ : valeur possible ou résultat de la variable aléatoire  $z(x)$  et  $f(z_i(x))$ : la probabilité de  $z_i$ .

La variance (ou l'écart-type) est une mesure de la dispersion (ou de distribution) des valeurs de la variable aléatoire  $z(x)$  autour de la moyenne  $\mu$ . Si les valeurs tendent à se concentrer ou voisinage de la moyenne, la variance est faible tandis que si les valeurs tendent à se disperser plus loin, la variance est grande. Elle est notée  $Var(z(x))$ , telle que:  $Var(z(x)) = E[(z(x) - \mu)^2]$ . La racine carrée positive de la variance est l'écart-type et son expression est:

$$\sigma_{z(x)} = \sqrt{Var(z(x))} .$$

Soient, maintenant deux variables aléatoires  $z(x)$  et  $z(x)$ , on peut déterminer le degré de dépendance entre ces deux variables aléatoires par le calcul de la covariance qui a pour expression mathématique:

- Si  $z(x)$  et  $z(x)$  sont indépendantes alors  $cov(z(x); z(x)) = 0$  d'où les deux variables sont dit corrélées.
- Si  $cov(z(x); z(x)) \neq 0$  alors les deux variables dépendantes.

Si on définit la variable  $\{x = z(x_i) - z(x_j)\}$ . La variance de cette variable est donnée par  $\{Var(x) = Var[z(x_i) - z(x_j)]\}$ : l'évolution de cette expression est décrite par le variogramme (voir II.3)

### II.2.4. Hypothèses sur la fonction aléatoire (FA):

Théoriquement il faut disposer d'un nombre suffisant de réalisation pour faire l'inférence statistique **G. Matheron 1965**. Or la fonction numérique n'est assez connue dans le temps (de fois une seule mesure en un point), ni dans l'espace (connue seulement aux points de sondage). On ne peut donc déduire les moments de la F.A sans l'introduction d'hypothèse sur la F.A permettant de lever cette impossibilité.

Les hypothèses sont:

- L'hypothèse de stationnarité
- L'hypothèse d'ergodicité.

Notons que ces hypothèses admises a priori sont justifiées a posteriori.

**II.2.5 Hypothèse de stationnarité:** La stationnarité d'un phénomène exprime son homogénéité spatiale qui fait qu'il se répète lui même en quelque sorte dans l'espace.

La loi de probabilité des valeurs prises par la FA en  $x$  points arbitraire est invariante par translation de l'ensemble de ces points, c'est à dire la même partout, nous avons donc une espérance mathématique qui est constante:

$$E(z(x)) = m \text{ indépendante } x;$$

Une covariance entre deux points  $x_i, x_j$  qui est indépendante des points  $x_i, x_j$

$$E\{[z(x_i) - E(z(x_i))][z(x_j) - E(z(x_j))]\} = C(x_i, x_j)$$

$$E[z(x_i) - m][z(x_j) - m] = C(x_i, x_j)$$

où:  $x_i$ : point de coordonnées  $(x_i, y_i)$

$x_j$ : point de coordonnées  $(x_j, y_j)$

$m$ : moyenne de  $z(x)$

$C(x_i, x_j)$  = étant la covariance entre les points  $x_i, x_j$  dépendante uniquement du vecteur distance  $h$  séparant les points  $x_i, x_j$

**II.2.6. Hypothèse d'ergodicité:** cette hypothèse consiste à supposer que la réalisation unique étudiée suffit à rendre compte de l'ensemble des réalisations éventuelles; elle permet alors de déterminer la loi de probabilité de la FA par la connaissance d'une seule réalisation.

Si par exemple, on constate que la répartition statistique de la conductivité électrique dans une nappe, calculée à partir d'un certain nombre de mesures (locales) suit une loi log-normale, alors on peut dire que la variable aléatoire « conductivité électrique » suit dans l'espace des réalisations, la même loi log-normale (**G de MARSILY, 1984**).

La réalisation unique étudiée, déploie dans l'espace la loi de distribution stationnaire invoquée. D'après ces hypothèses, l'inférence statistique devient possible en remplaçant les moyennes que l'on fait sur l'ensemble des réalisations en un point par des moyennes spatiales sur l'unique réalisation.

Cependant, de nombreux paramètres n'ont pas une moyenne constante sur l'ensemble du domaine, mais présentent une dérive, (charge possédant une dérive dans le sens de l'écoulement, pluien fonction de l'orographie). Ces hypothèses restent donc assez restrictives

On a montré par ailleurs (J.P DELHOMME, 1976) que pour le développement des calculs d'estimation (Krigage voir annexe 2 ), on n'a pas besoin que la fonction aléatoire soit stationnaire mais uniquement ses accroissements d'ordre 2. Ainsi on a formulé une hypothèse supplémentaire sur la FA, dite hypothèse intrinsèque.

### II.2.7. Hypothèse intrinsèque:

Pour tout vecteur  $h$  séparant deux points du domaine, l'accroissement  $[z(x+h)-z(x)]$ , possède une espérance mathématique nulle et une variance indépendante des points  $x, x+h$ :

$$\begin{aligned} E[(z(x+h))-z(x)] &= 0 \\ \text{VAR}[(z(x+h))-z(x)] &= 2\gamma(h) \end{aligned}$$

Avec:

$\gamma(h)$ : fonction demi variogramme (ou plus généralement variogramme).

$\text{Var}[z(x)-z(x)]$ : variance de l'accroissement  $[(z(x+h))-z(x)]$ .

La FA correspondante est dite FA intrinsèque (FAI).

Cette hypothèse est plus faible que la stationnarité. La théorie des variables régionalisées, fournit ainsi deux outils bien adaptés à l'étude de la variabilité spatiale des paramètres hydrogéologiques:

- Le variogramme qui résume la variabilité spatiale ou la structure du paramètre étudié;
- Le Krigage, qui permet l'estimation en prenant en compte l'information structurale synthétisée par le variogramme et donne une prédiction aux points non mesurés avec une précision connue.

### II.3. Le variogramme:

Le variogramme synthétise d'une façon quantitative l'information sur la variabilité spatiale du paramètre d'un point à un autre du domaine. Il s'écrit:

$$2\gamma(h) = \text{VAR} [z(x_i+h) - z(x_i)].$$

sous l'hypothèse intrinsèque:

$$E[(z(x_i+h))-z(x_i)] = 0$$

on obtient:

$$\gamma(h) = 0.5 E[z(x_i+h) - z(x_i)]^2$$

Ce moment d'ordre 2, ne dépend que du vecteur  $h$  séparant les points de mesure.

#### II.3.1. Estimation du variogramme:

Pour un paramètre se déployant dans un domaine bidimensionnel, son variogramme expérimental est calculé par l'expression

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_1^{n(h)} [z(x_i + h) - z(x_i)]^2$$

avec:  $n(h)$ , nombre de couples distants de  $h$

$z(x_i+h)$ ,  $z(x_i)$  valeurs mesurées aux points  $x_i+h$ ,  $x_i$ .

Le calcul se fait point par point et cela, en adaptant un pas de distance  $h$  et en acceptant une certaine tolérance  $\Delta h$  dans le choix des couples de points par rapport à ce pas de distance. Cette tolérance est classiquement égale à  $h/2$ . Ainsi, pour chaque couple de classe de distance ( $h$ ), on obtient une valeur de  $\gamma(h)$  moyen, en considérant tous les couples séparés par les distances  $h-\Delta h$  à  $h+\Delta h$

Le variogramme expérimental n'est construit que sur des distances inférieures à la moitié de la plus grande longueur de surface d'échantillonnage.

Le calcul de  $\gamma(h)$  nécessite:

Le choix d'un pas de distance qui ne doit être ni trop petit, ni trop grand. S'il est trop petit, le nombre de couple dans chaque classe de distance sera trop faible pour l'estimation moyenne de  $\gamma(h)$ . Par contre s'il est trop grand, le calcul prend en compte un nombre de couple important, mais avec une grande tolérance  $\Delta h$ , cela entraîne un effet de lissage excessif du variogramme avec risque de cacher certaines particularités de la structure spatiale de la variable. A ce propos de nombreux auteurs (J.P DELHOMME, 1976 et HUGBREGHS, 1978) recommandent un certain nombre de couples supérieurs à 50 pour chaque classe.

Le choix de la distance maximale de calcul qui ne doit pas dépasser le seuil défini par la moitié de la plus grande longueur de la surface d'échantillonnage; comme le suggèrent VOLTZ (1986) et GASCUEL-ODOUX(1991).

L'expérience a montré qu'aux distances supérieures à cette limite, le variogramme expérimental calculé diverge notablement du variogramme Théorique.

### II.3.2. Analyse du variogramme:

Le graphe de cette fonction présente normalement le comportement suivant:

- Il passe par l'origine, les écarts étant évidemment nuls, c'est à dire pour:

$$h=0, \gamma(0)=0.$$

Il croit ensuite, car les valeurs d'un phénomène diffèrent statistiquement au fur et à mesure qu'augmente la distance entre les points considérés. Cette croissance plus ou moins rapide, caractérise ainsi d'une manière statistique, la façon dont se détériore l'information apportée par un enregistrement ponctuel quand on s'éloigne de ce point connu. L'examen du variogramme donne une description synthétique de la structure du phénomène étudié et permet en outre la liaison entre cette structure et la précision avec laquelle pouvant être résolus les différents problèmes d'interpolation. Cette analyse porte sur:

- Le comportement au voisinage de l'origine.
- Le comportement à l'infini.

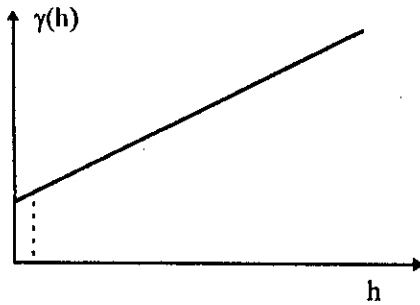
#### II.3.2.1. Analyse du comportement du variogramme à l'origine:

Le comportement du variogramme à l'origine traduit la continuité ou l'aspect aléatoire de la variable. Théoriquement  $\gamma(h)=0$  pour  $h=0$ , mais fréquemment présente une ordonnée à l'origine non nulle. Cette quantité est qualifiée de <sup>effet de pépito</sup> Elle est souvent interprétée comme le résultat d'erreurs de mesures ou comme l'effet d'une variable spatiale microrégionale. Cette dernière se manifestant à des ordres de grandeurs de distances inférieures aux pas d'échantillonnage (Fig 9.1).

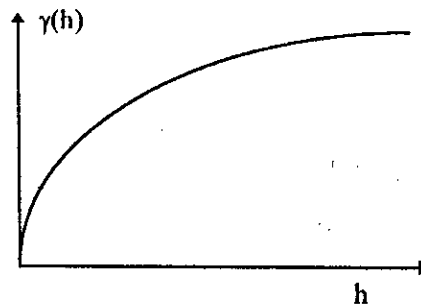
- L'allure parabolique, dérivable et continue à l'origine (Fig:9.2), indique une variable à haute continuité.
- La variable est moins régulière si l'allure du variogramme est à l'origine linéaire, continue en moyenne quadratique, (Fig 9.3).



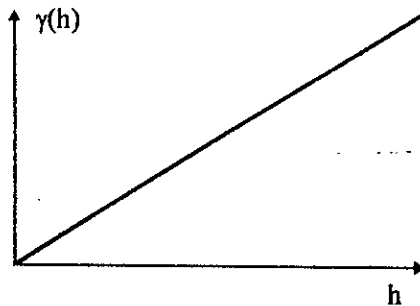
- L'aspect plat ou effet de pépite pur (la fonction variogramme se réduit à une droite parallèle à l'axe des distances); c'est à dire que les observation  $z(x+h)$  et  $z(x)$  sont sans auto-corrélation, quelque soit la distance qui les sépare(Fig.9.4).



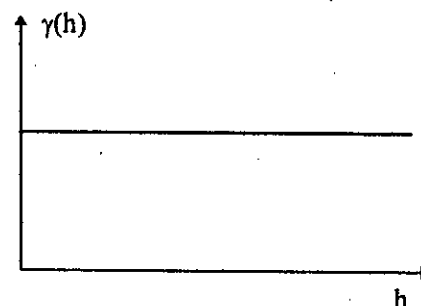
1): Effet de pépite



2): Dérivable



3): Continu



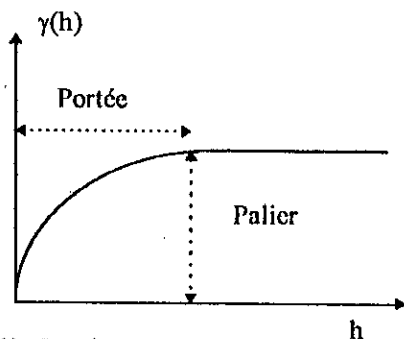
4): Aléatoire pur

Fig.9: Comportements du variogramme à l'origine

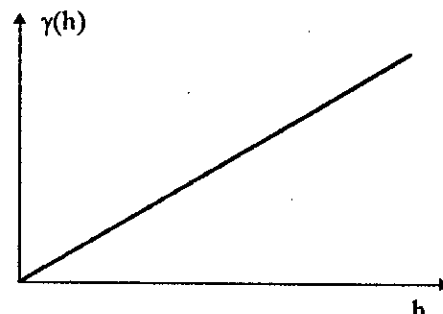
**II.3.2.2. Analyse du comportement du variogramme aux grandes distances:**

On cherchera à détecter la présence ou non d'un palier, c'est à dire d'une valeur bornée du variogramme à partir d'une certaine distance qui est la portée. (Fig 10.1) cette dernière renseigne sur l'extension de la zone d'influence des observations. Aux distances supérieures à la portée, les corrélations entre valeurs expérimentales sont nulles et la valeur de  $\gamma(h)$  est égale à la variance des données.

Le variogramme peut croître indéfiniment (Figure 10.2)= cette allure aux grandes distances est interprétée par la présence d'une dérive ou tout simplement que le pas de distance choisi est trop petit par rapport à la portée réelle de la variable



1): Variogramme borné



2): Variogramme non borné

Fig.10: Comportement du variogramme aux grandes distances

**Remarque:** lorsque le variogramme est borné on montre que la covariance est simplement sa symétrie avec une translation (BEUCHER, DELHOMME, MARSILY, 1981). Quand la covariance existe, le variogramme existe et ces deux outils structuraux équivalents se déduisent l'un de l'autre par la relation suivante:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

ou:  $\gamma(h)$ : variogramme à la distance h.  
 $C(h)$ : COV ( $z(x_i+h), z(x_i)$ ).  
 $C(0)$ : variance totale =  $\gamma(\infty)$ ,  $C(0)$  palier (Fig:10.3)

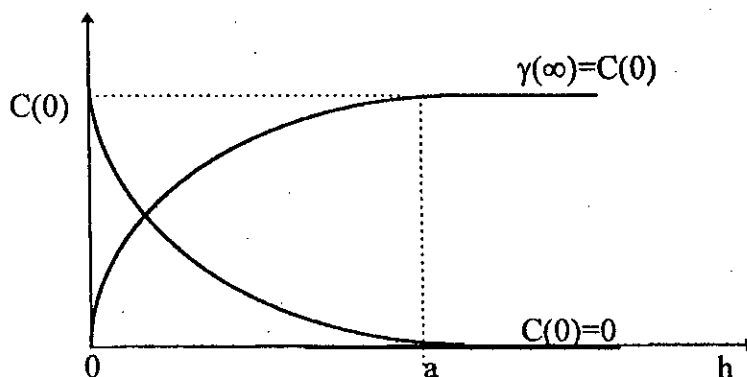


Fig10.3: Covariance et Variogramme

**II.3.2.3- Comportements particuliers du variogramme:**

Le variogramme peut présenter des allures particulières, notamment:

- L'effet de « trou », dont le comportement de variogramme, (Fig 11.1) indique l'existence des corrélations négative, pouvant s'explique par la présence des zones pauvres entourées par des zones riches (J.P DELHOMME 1976)

L'allure périodique de la fonction variogramme (Fig 11.2.) traduit une périodicité das la variation du paramètre.

Notons que les différentes valeurs de  $\gamma(h)$  ne sont que des estimations moyennes et parfois ces comportements sont dus uniquement à l'insuffisance du nombre de couples dans certaines classes de distance.

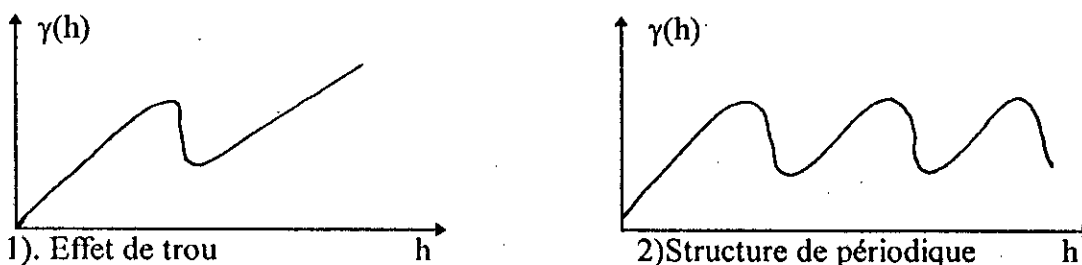


Fig.11: Comportements particuliers du variogramme(J.P.DELHOMME.1976)

**II.4.Modélisation du varogramme.**

**II.4.1. Modélisation du variogramme expérimental:**

Le développement des équations du Krigeage a montré, que le variogramme expérimental doit être ajusté à un modèle théorique qui assure la cohérence mathématique de

ces équations. Il est nécessaire d'utiliser des modèles qui s'ajustent au mieux au variogramme expérimental et qui le reproduit analytiquement assez bien.

Il n'existe qu'un nombre limité de classes de fonctions mathématiques qui peuvent assurer cette cohérence et la majorité des configurations de Krigeage sont parfaitement réalisables avec ce nombre limité (J.P DELHOMME 1976). Les classes des modèles théoriques de variogramme sont:

- La classe des modèles linéaires en  $h^\lambda$ ,  

$$\gamma(h) = \omega |h|^\lambda, \quad \text{Fig 12.1}$$
- La classe des modèles sphériques. Fig. 12.2.

$$\sigma(h) = \omega \left( \frac{3|h|}{2a} - \frac{1}{2} \left( \frac{|h|}{a} \right)^3 \right) \quad \text{pour: } h \leq a$$

$$\gamma(h) = \omega \quad h > 0$$

- La classe des modèles exponentielles Fig 12.3

$$\gamma(h) = \omega \{ 1 - e^{-h} \}$$

- La classe des modèles gaussiens Fig. 12.4

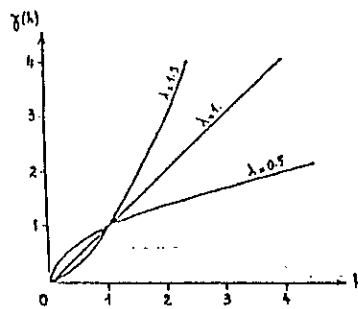
$$\gamma(h) = \omega \{ 1 - e^{-\left( \frac{|h|}{a} \right)^2} \}$$

où:  $\gamma(h)$ : variogramme théorique à la distance  $h$ .

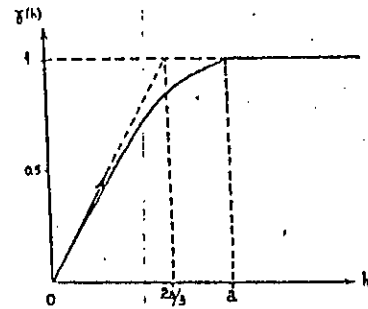
$\omega$ : représente le palier de la fonction variogramme

$a$ : représente la portée

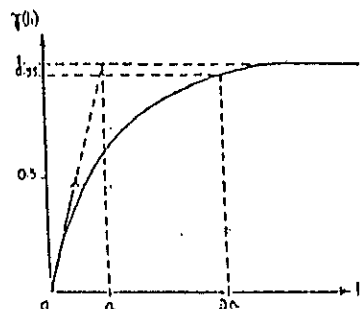
Fig. 12.2 Principaux modèles de variogramme utilisés et exemple d'ajustement. (DELHOMME, 1976)



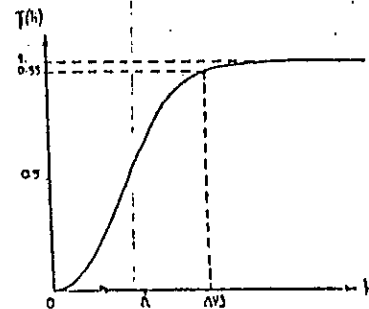
1) modèle en  $h^\lambda$ ,  $\gamma(h) = \omega |h|^\lambda$



2) modèle sphérique  
 $\gamma(h) = \omega \left[ \frac{3}{2} \frac{|h|}{a} - \frac{1}{2} \left( \frac{|h|}{a} \right)^3 \right]$   $h \leq a$   
 $\gamma(h) = \omega$   $h > a$



3) modèle exponentiel  
 $\gamma(h) = \omega \left[ 1 - e^{-\frac{|h|}{a}} \right]$



4) modèle gaussien  
 $\gamma(h) = \omega \left[ 1 - e^{-\left( \frac{|h|}{a} \right)^2} \right]$

### II.4.2- Vérification de la validité du modèle:

Une fois que le graphique expérimental du variogramme est calé à un modèle théorique, il est plus commode de s'assurer qu'un tel modèle est adéquat au phénomène étudié pour être utilisé par la suite dans la résolution des problèmes d'estimation par Krigeage.

Une vérification consiste à estimer par Krigeage chaque valeur connue  $z(x_i)$  par la combinaison linéaire des autres disponibles. On dispose ainsi de la variance d'estimation théorique du krigeage  $\sigma_k^2(x_i)$  et de l'erreur expérimental  $[z(x_i) - z^*(x_i)]$  en chaque point  $x_i$  d'implantation d'une donnée.

On dit qu'on a un bon ajustement si:

- La moyenne de non biais tend vers 0

$$m = 1/n \sum (z(x_i) - z^*(x_i)) \rightarrow 0$$

- Et le rapport de variance tend vers 1.

$$g = 1/n \sum \{ [(z(x_i) - z^*(x_i)) / \sigma_k]^2 \} \rightarrow 1$$

Où:  $\sigma_k$ : est la variance du krigeage (variance d'estimation).

### II.5- Le Krigeage:

Le Krigeage est le deuxième outil défini par la théorie des variables régionalisées, il consiste à estimer une propriété  $Z$  en un point non mesuré, en proposant un estimateur  $Z^*$  formé par une combinaison linéaire des valeurs observées aux points voisins. Deux cas de Krigeage sont à considérer:

- Cas stationnaire: Krigeage simple.
- Cas non stationnaire: Krigeage universel, utilisé quand l'hypothèse intrinsèque n'est plus vérifiée, c'est-à-dire quand la moyenne n'est plus constante, et le variogramme n'est pas seulement fonction de  $h$ . Ce cas de krigeage ne sera pas étudié dans le présent travail.

#### II.5.1.cas stationnaire: Krigeage simple (Estimation ponctuelle)

Le développement du formalisme mathématique de sa théorie qui est étudiée par plusieurs auteurs dont G. Odoux, 1984 est reporté en annexe(annexe...). Ici nous rappelons seulement ses principales caractéristiques.

- C'est une méthode d'estimation linéaire:

Elle consiste à estimer la valeur  $Z(x_i)$  par la combinaison linéaire des valeurs expérimentales  $Z_i$  au point  $x_i$ ,

en déterminant les coefficients de pondérations  $\lambda_i$

$$Z^*(x_0) = \sum_i^k \lambda_i Z(x_i)$$

$Z^*(x_0)$ : estimateur au point  $x_0$

$Z(x_i)$ : la valeur observée au point  $x$

$k$ : nombre de points observés au point  $x_i$

$\lambda_i$ : les coefficients de pondération.

Elle possède deux conditions: La condition de non biais et la condition d'optimalité qui se définissent comme suit:

- Condition de non biais:

$$E(Z^*(x_0) - Z(x_0)) = 0 \dots \dots \dots (1)$$

La moyenne de l'erreur doit être nulle.

- Condition d'optimalité:

$$VAR [(Z^*(x_0) - Z(x_0))] = \text{mini} \dots \dots \dots (2)$$

La variance destination doit être minimale.

Un tel estimateur ainsi défini, donne aux points observés, une estimation égale à la valeur mesurée avec une variance minimale.

En utilisant la définition du variogramme, le développement de l'équation (2)

(Voir annexe) donne:

$$E\{(Z_0^* - Z_0)^2\} = \sum \sum \lambda_i \lambda_j \sigma(x_i, x_j) + 2 \sum \lambda_i \sigma(x_i, x_0) \dots \dots \dots (3)$$

Ainsi, la condition d'optimalité est exprimée en fonction du variogramme. Sous la contrainte de non biais, c'est à dire  $\sum \lambda_i = 1$ , on introduit le multiplicateur de lagrange pour avoir le minimum de  $\frac{1}{2} E [(Z_0^* - Z_0)^2 - \mu (\sum \lambda_i - 1)]$ , qui s'obtient en annulant les dérivées partielles par rapport  $\lambda_i$  et  $\mu$  ce qui donne:

$$\begin{aligned} \sum \lambda_i \gamma(x_i, x_j) + \mu &= \gamma(x_i, x_0) \\ \sum \lambda_i &= 1 \text{ avec } i=1, \dots, n \end{aligned} \quad 5$$

Le système (5) est un système linéaire à n+1 équations et n+1 inconnues, à savoir les n poids  $\lambda_i$  et le multiplicateur de l'agrange  $\mu$

Sous forme matricielle en représentant  $\gamma(x_i, x_j)$  par  $\gamma_{ij}$  et  $\gamma_{ii} = \gamma(0) = 0$ , il s'écrit

$$\begin{bmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & 0 & \gamma_{23} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \gamma_{2n} & 1 \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \gamma_{3n} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \gamma_{n3} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{10} \\ \gamma_{20} \\ \gamma_{30} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \gamma_{n0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Le variogramme étant défini positivement, ce système possède une solution unique. Pour obtenir la valeur interpolée par Krigeage simple au point  $x_0$  on remplace les  $\lambda_i$  calculés dans l'expression de l'estimateur.

**II.5.2- Calcul de variance d'estimation:**

La variance d'estimation est obtenue en remplaçant les valeurs de  $\lambda_i$ ,  $\gamma(x_i, x_0)$  et  $\mu$ , données par la résolution du système d'équation (5) dans l'équation (3) on obtient:

$$VAR (Z_0^* - Z_0) = E(Z_0^* - Z_0)^2 = \sum \lambda_i \gamma(x_i, x_0) + \mu$$

L'écart-type sera:

$$\sigma_k = Var (Z_0^* - Z_0)^{0.5} = (\sum \lambda_i \gamma(x_i, x_0) + \mu)^{0.5}$$

Sous l'hypothèse d'une distribution normale des erreurs d'estimation, l'intervalle de confiance à 95% s'écrit:  $Z = Z_0 \pm 2\sigma_k = \sum \lambda_i Z_i \pm 2\sigma_k$

remarquons que dans la variance d'estimation, les valeurs expérimental  $z(x_i)$  n'interviennent que pour leur position relative, et la structure du phénomène par l'intermédiaire du variogramme. Cette particularité permettra donc de visualiser le gain d'une nouvelle donnée en un point quelconque du domaine d'étude sans en connaître sa valeur, et donc d'implanter au mieux d'une nouvelle mesure, (H. D.Beucher, 1981).

# Chapitre III

## ANALYSE DES DONNEES

## Partie III :ANALYSE DES DONNEES

### III.1.Etude statistique élémentaire des données:

Préalablement à tout calcul géostatistique, il est nécessaire de procéder à une analyse statistique simple des données expérimentales, ceci du fait que l'outil statistique présente des intérêts économiques et scientifiques importants dans l'exploitation et l'interprétation des résultats expérimentaux.

#### III.1.1 Acquisition et critique des données:

##### III.1.1.1 Acquisition:

Les données utilisées proviennent de l'étude hydrogéologique réalisée au niveau de la plaine de Beni-Slimane, (A.Semar 1995).

L'analyse physico-chimique porte sur la conductivité électrique (C.E), et sur un ensemble d'anions ( $\text{HCO}_3^-$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ ,  $\text{NO}_3^-$ ) et de cations ( $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Na}^+$ ) des eaux souterraines de cette région. Notons que le nombre de points de mesures nécessaire à la caractérisation d'une grandeur se déployant dans l'espace n'est pas définissable a priori de façon rigoureuse (B.KHAMMARI 1992).

Pour cette étude, nous disposons d'une soixantaine de points (puits et sources: 35 pour l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire 23 pour le Barrémo-Aptien) de mesure répartis de manière irrégulière sur l'ensemble des deux aquifères que comportent la région (voir annexe 1)

Pour des fins de cartographie, les données sont représentées par la longitude et l'altitude en coordonnées Lambert x et y, suivies de la valeur chimique du point considéré (voir fichier de données annexe I)

##### III.1.1.2. Critiques des données:

Une critique des données est nécessaire, avant d'entreprendre leur étude. Cette critique préliminaire permet de se familiariser aux données, de corriger certaines erreurs, fournir des explications simples à résultats étranges à l'étude ultérieure.

##### III.1.2. Représentativité des données:

Les 58 points sélectionnés couvrent l'ensemble de toute la plaine. C'est en fonction de leur répartition spatiale. On tient également compte de l'hétérogénéité des terrains. Mais le côté économique peut aussi limiter le nombre de points analysés.

##### III.1.3. Les tests statistiques:

Les méthodes statistiques d'analyses des données exigent, pour que celles-ci soient théoriquement valides la vérification des critères suivantes ( Bobée B, in M .HAMLAOUI, 1995): Mais à défaut d'avoir à notre disposition des tests propres à l'hydrogéologie, nous considérons les tests suivants tirés de la thèse de M. HAMLAOUI, 1995).

- homogénéité.
- indépendance.
- singularité.



### III.1.3.1 Rappel des principes de ces tests:

#### III.1.3.1.1; Homogénéité:

Les méthodes statistiques d'analyses des données exigent de celles-ci une homogénéité de leurs valeurs, car nous ne pouvons faire une analyse statistique d'un échantillon composé de  $n$  observations si certaines de ces observations présentent d'erreur systématique rendant l'échantillon hétérogène. L'homogénéité implique que tous les éléments de l'échantillon appartiennent à la même population. Des changements dans les procédés de mesure peuvent rendre les données non homogènes.

Le test proposé par **MAN-WHITNEY (1947)** consiste à partager l'échantillon à analyser de taille  $N$ , en deux sous-échantillons de taille  $P$  et  $Q$  avec ( $P \leq Q$ ). L'échantillon est rangé par ordre croissant. Ce test considère les quantités suivantes:

$$V = R - P(P+1)/2$$

$$W = PQ - V$$

Où  $R$  est la somme des rangs des éléments du premier échantillon ( $P$ ), pris dans la série combinée:  $R = \sum_{i=1}^P X_i X_{i+1} + X_1 X_p$   $i=1, p-1$ .

$V$  et  $W$  sont calculés à partir de  $R, P, Q$ .

La statistique  $U$  du test ( $U-W$ ) est définie par le minimum de  $V$  et  $W$  [ $U = \min(V, W)$ ].

On pose comme condition  $n > 30$  et  $P$  et  $Q > 3$ . Si les deux échantillons proviennent de la même population alors  $U$  suit une loi normale de moyenne  $U$  et de variance  $\text{Var}(U)$ :

$$U = PQ/2.$$

$$\text{Var}(U) = [PQ/n(n-1)] [(N^3 - N)/12 - \sum T]$$

Avec:  $T = (J^3 - J)/12$  où  $J$ , le nombre d'observation ayant le même rang.

Pour un test de degré de signification  $\alpha$ , la quantité  $|U| = |(U - \bar{U})[\text{Var}(U)]^{1/2}|$  est comparée à la variable  $U_{\alpha/2}$  de la loi normal  $N(0,1)$  correspondant à une probabilité au dépassement  $\alpha/2$  si  $|U| < \alpha/2$  alors le test d'homogénéité à  $\alpha\%$  du niveau de signification est accepté.

#### III.1.3.1.2- Indépendance

• L'indépendance signifie qu'il n'existe aucune interaction, ni influence entre les observations. L'expression de ce test est établie par **WALD** et **WOLFORWITZ (1943)**, c'est le test **W-W** dont voici le principe:

soit un échantillon de taille  $n$  le test **W-W** considère une statistique  $R$  telle que:

$$R = \sum_{i=1}^{n-1} X_i X_{i+1} + X_1 X_n$$

Si les éléments de l'échantillon sont indépendants alors,  $R$  suit une loi normale de moyenne  $\bar{R}$  et de variance  $\text{Var}(R)$  telle que:

$$R = (S_1^2 + S_2^2) / (n-1)$$

$$\text{Var}(R) = \frac{(S_2^2 - S_4^2)}{n-1} - \bar{R}^2 + \frac{(S_1^4 - 4S_1^2 S_3 + S_2^2 - 2S_4)}{(n-1)(n-2)}$$

$$S_j = \sum (X_i - \bar{X})^j$$

La quantité  $U = (R - \bar{R}) / (\text{Var}(R))^{1/2}$  suit la loi de distribution normale standard  $N(0,1)$  et peut être utilisée pour tester l'hypothèse d'indépendance au niveau  $\alpha$ , en comparant  $|U|$  avec la valeur normale standard  $U_{\alpha/2}$  de la loi  $n(0,1)$ , correspondant à la probabilité de dépassement  $\alpha/2$ . Si  $|U| < U_{\alpha/2}$ , alors l'hypothèse d'indépendance est acceptée à  $\alpha\%$  du niveau de signification (généralement on choisit  $\alpha=5\%$  d'où  $U_{2.5}=1.96$ ).

**III.1.3.1.3. Test de singularité des données: (Test de GRUBBS et BECK(1972) ).**

Ce test a pour but de mettre en évidence les points singuliers de la série. Pour appliquer ce test, nous devons tout d'abord calculer les valeurs extrêmes suivantes:

$$X_{\min} = \exp(\bar{X} - K_N S)$$

$$X_{\max} = \exp(\bar{X} + K_N S)$$

$\bar{X}$  et S sont respectivement la moyenne et la variance des logarithmes naturels des éléments constituant l'échantillon  $K_N$  est la valeur statistique du test de Grubbs et Beck, tabulée pour différentes tailles de l'échantillon et de niveau de signification  $\alpha$ .

N: Taille de l'échantillon, la valeur  $X_i$  est considérée singulière si:

$$X_i < X_{\min} \text{ ou } X_j > X_{\max}$$

**III.1.3.2. Application à nos données:**

Les différents tests ont été effectués par le logiciel HFA (hydrological Frequency Analysis). Voir tableau 1 et 2.

Variable	Valeur min	Valeur max	Valeurs singulières	Test d'indépendance : $U_{0.05}$	Test est significatif si $U < U_{0.05}$ (=1.96)
CE	895.40	9031	800	0.059	significatif
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	94.90	990.50	1366.40	1.507	significatif
Cl <sup>-</sup>	110.70	3770.90	106.50	-0.196	significatif
SO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	8.70	2712.30		0.672	significatif
Ca <sup>++</sup>	92.80	677.50		-0.200	significatif
Mg <sup>++</sup>	21.60	265.90		0.531	significatif
Na <sup>+</sup>	25.90	1657.70		1.798	significatif
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	13	441.50	0	0.734	significatif

**Tableau 1-1 test d'indépendance et de singularité pour l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire**

Variable	Valeur min	Valeur max	Valeurs singulières	Test d'indépendance : $U_{0.05}$	Test est significatif si $U < U_{0.05}$ (=1.96)
CE	829.70	9004.90	11200	-1.284	significatif
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	242	615.40	219.60	-0.684	significatif
Cl <sup>-</sup>	13.8.50	168.10		0.912	significatif
SO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	68.20	4482.60		-1.131	significatif
Ca <sup>++</sup>	62.40	1208.70	55.44	-1.209	significatif
Mg <sup>++</sup>	24.60	591.40		-1.280	significatif
Na <sup>+</sup>	44.60	1067.40	1484	-0.298	significatif
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	18.90	271.70		-0.609	significatif

**Tableau 1- 2 test d'indépendance et de singularité pour l'aquifère Barrémo-Aptien**

Nous considérons pour l'étude statistique deux séries d'échantillons, celles relatives à l'aquifère Moi-plio quaternaire(MPQ) d'un coté, et de l'autre celles du Barrémo-Aptieu(BA). Car nous considérons que chaque réservoir constitue une même population et cela nous permet. d'étudier les statistiques élémentaires dans chaque réservoir

**III.1.3.2 1 Le test d'indépendance:** a été accepté pour tous les échantillons à un niveau de signification  $\alpha=5\%$ . Ce qui confirme aussi que les variables spatialement distribuées, bien qu'elles présentent des corrélations à l'échelle locale sont des variables indépendantes purement aléatoires à l'échelle régionale.

**III.1.3.2.2. Le test d'homogénéité:** à un niveau de signification de 1%, montre que tous les éléments des différents échantillons appartiennent à la même population, Mais à 5% de niveau de signification, le test montre quelques valeurs non homogènes dans certains échantillons. Notons que nous ne pouvons pas appliquer ce test sur les échantillons du réservoir BA, compte tenu de l'insuffisance de la taille des échantillons.

Nous supposons néanmoins que l'homogénéité des données de cet aquifère est similaire à celle des données du MPQ.

#### **III.1.3.2.3. Test de singularité des données:**

On enregistre à travers ce test, des observations qui n'appartiennent pas aux intervalles, il suffit uniquement de regarder le maximum où le minimum de leurs valeurs et de les comparer aux intervalles donnés par le test. Ces valeurs sont appelées des valeurs aberrantes.

Mais notons qu'une valeur aberrante n'est pas toujours une valeur fautive (Beucher,1981), mais elle peut être à l'origine d'une perturbation des données. Mais nous les supprimons néanmoins dans l'étude statistique élémentaire, pour que celle-ci soit fiable. Une tentative d'explication du point de vue géologique ou hydrogéologique doit être effectuée, en partant sur le terrain pour voir si ces points ont un comportement particulier

#### **III.1.4. Examen des paramètres statistiques élémentaires**

Tableaux 3 et 4

Variable	C.E	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Na <sup>+</sup>	Ca <sup>++</sup>	Mg <sup>++</sup>
Taille	34	35	34	34	34	35	35	35
Min	1400	15.20	109.8	142	13	46.40	144	30.01
Max	6700	1617.20	707.6	2485	341	1632.40	590	233.35
Etendue	5300	1602	597.8	2343	328	1586	446.04	203.25
Moyenne	3185.30	273.17	312.18	802.84	80.87	290.19	268.47	85.03
Ecart-type	1355.15	334.58	111.17	493.97	58.25	302.46	102.47	44.95
Variance	1836432	11946	12358	243216	3393	91484	10501	2020
Médiane	2850	144.02	317.20	710	71.03	163.20	245.52	76.18
Mode	2900	51.80	329.40	710	62	148.40	221.75	79.79
Cv (%)	42.54	122.45	35.61	61.43	72.02	104.23	38.17	52.86
1 <sup>er</sup> quartile	2300	54.28	247.05	541.38	55.03	123.68	196.03	50.21
3 <sup>eme</sup> quartile	3775	327	366	887.5	90.68	325.08	326.40	99.94
Skewness	1.30	2.36	1.13	1.83	2.88	2.87	0.93	1.52
Kurtosis	1.16	9.06	3.77	4.04	13.17	12.47	4.09	5.23

Tableau.3: Statistiques empiriques des éléments de l'aquifère Mio-Plio Quaternaire

Variable	C.E	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Na <sup>+</sup>	Ca <sup>++</sup>	Mg <sup>++</sup>
Taille	22	23	22	23	23	22	22	23
Min	1800	132.50	280.60	177.50	24.80	92.70	114.80	40.89
Max	5700	2675.90	524.60	1384.50	248	649.20	776.16	526.84
Etendue	3900	2543.40	244	1207	223.20	556.50	661.32	485.95
Moyenne	2913.60	783.59	399.15	547.94	83.29	228.38	333.67	149.84
Ecart-type	1184.14	704.43	56.29	298.14	52.29	133	162.27	116.45
Variance	1402188	496226	3168	88885	2734	17953	26332	13562
Médiane	2350	488.40	402.60	461.50	68.20	185.5	314.45	115.47
Mode	1800	488.40	402.60	390.50	77.50	148.40	193.80	115.47
Cv (%)	40.64	89.89	14.10	54.41	62.78	58.67	48.63	77.72
1 <sup>er</sup> quartile	2100	288.75	369.05	319.50	53.48	139.12	200.75	70.98
3 <sup>eme</sup> quartile	3175	894.30	434.20	754.38	173	296.8	431.64	175.02
Skewness	1.35	1.43	-0.2	1.20	1.73	1.71	0.9	1.93
Kurtosis	0.12	4.12	0.55	3.94	5.68	3.36	0.68	6.43

Tableau.4: Statistiques empiriques des éléments de l'aquifère Barremo-Aptien

Dans ces tableaux sont regroupés:

- Les paramètres de position: ce sont ceux qui servent à caractériser l'ordre des grandeurs des observations; on a:

◇ la moyenne arithmétique ( $\bar{x}$ ):

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad \text{avec } x_i: \text{ valeur de la variable } i$$

$n$ : taille de l'échantillon

◇ Mode: c'est la valeur du caractère correspondant à la fréquence maximum.

◇ la médiane: c'est la valeur pour laquelle, il y a autant inférieurs que supérieurs  
de valeurs

- Paramètres de dispersion: ils permettent de chiffrer la variabilité des valeurs observées autour d'un paramètre de position, ce sont:

◇ la variance  $\sigma^2$ :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

◇ l'écart type  $\sigma$ :

$$\sigma = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{1/2}$$

◇ coefficient de variation Cv:

$$C_v = \frac{\sigma}{|\bar{x}|} \quad (\text{Cv permet de comparer la variabilité relative de plusieurs}$$

séries statistiques dont les ordres de grandeurs sont très différents).

On a les groupements suivants (d'après B. JEKHOWSKY, 1977),

variabilité très irrégulière  $\rightarrow$  si  $C_v < 20\%$

variabilité régulière  $\rightarrow$  si  $C_v \approx 20\%$  à  $40\%$

variabilité irrégulière  $\rightarrow$  si  $C_v \approx 40\%$  à  $100\%$

variabilité très irrégulière  $\rightarrow$  si  $C_v > 100\%$

- Paramètres de dissymétrie et d'aplatissement:

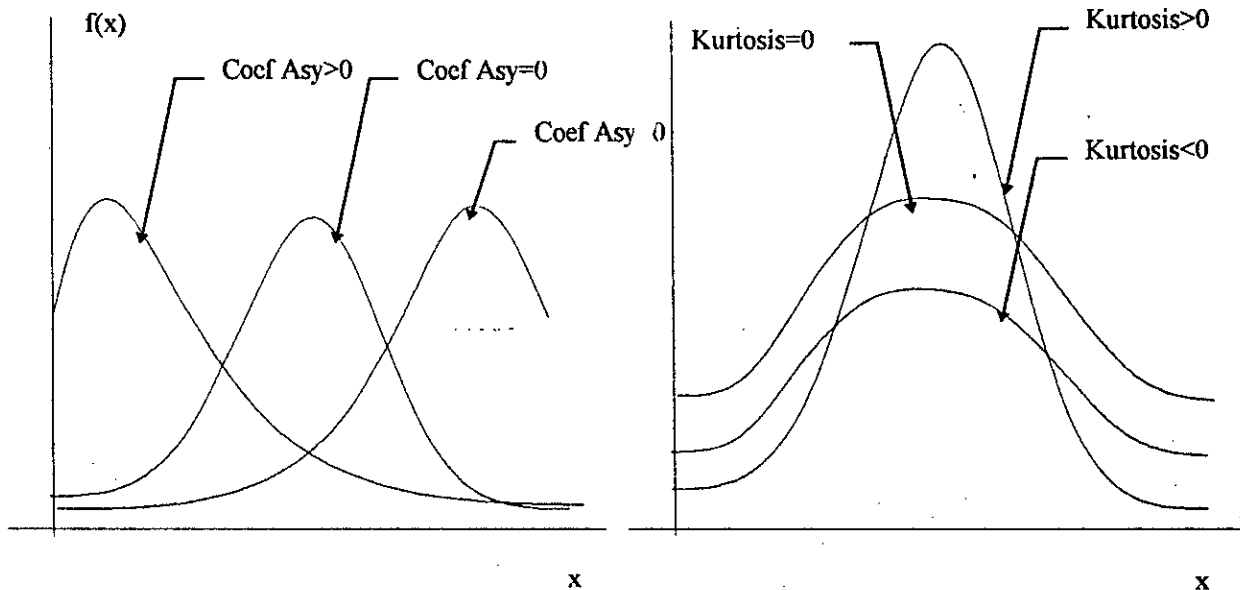
◇ coefficient d'asymétrie: Coéf. asy. (ou skewness)

$$\text{Coéf Asy} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\sigma^3}$$

◇ Coefficient d'aplatissement ou Kurtosis :

$$\text{Kurtosis} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\sigma^4} - 3$$

Ces deux paramètres contribuent à décrire l'allure des distributions. On a les formes suivantes:



- Il y a aussi le 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> quartile qui sont respectivement supérieurs à 25% et 75% des valeurs de l'échantillon.

### Examen des valeurs des paramètres:

La première constatation tirée des tableaux 3 et 4 est que la suppression des valeurs aberrantes (statistiquement) a beaucoup contribué à atténuer l'hétérogénéité des données.

Ainsi à part les chlorures  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ ,  $\text{NO}_3^-$  et  $\text{Na}^+$  de l'aquifère MPQ qui ont des valeurs minimum et maximum très éloignées, ce qui leur confère des étendues très grandes, dans l'ensemble les valeurs ne sont pas très dispersées, les étendues sont à peu près moyennes, mais pour les éléments cités ci-dessus, on note une dispersion importante, dispersion caractérisée par des étendues, des variances et par conséquent des écart-types élevés, parfois dépassant même la moyenne arithmétique tel est le cas des  $\text{SO}_4^{2-}$ ,  $\text{NO}_3^-$  et  $\text{Na}^+$  des MPQ.

Les coefficients de variation des  $\text{HCO}_3^-$ ,  $\text{Ca}^{++}$  de l'aquifère MPQ et plus ou moins celui de CE pour les deux aquifères sont dans la limite de 20% à 40%, nous pouvons donc d'après le classement fourni dans la partie rappel, dire que leur variabilité est régulière. Par contre les coefficients de variation des  $\text{Cl}^-$ , les  $\text{Mg}^{++}$ , les  $\text{NO}_3^-$  de l'aquifère MPQ et les  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ ,  $\text{NO}_3^-$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Ca}^{++}$  et les  $\text{Mg}^{++}$  de l'aquifère BA sont dans la marge de 40% à 100%, ce qui nous permet de qualifier leur variabilité d'irrégulière, également les  $\text{HO}_3^-$  du BA ont un Cv(%) inférieur à 20% d'où elle fait également partie de la classe des variables irrégulières.

Les  $\text{SO}_4^{2-}$ , les  $\text{Na}^+$ , de l'aquifère MPQ voient leur coefficient de variation dépasser les 100%, ce qui les classe dans la catégorie des variables très irrégulières.

Nous remarquons <sup>que</sup> les coefficients d'asymétrie sont positifs, sauf pour  $\text{HCO}_3^-$  de l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire.

Ce qui indique que les distributions sont en général étiées vers la droite (c'est-à-dire qu'on a le pic des courbes vers les faibles valeurs).

Mais pour  $\text{Ca}^{++}$  et  $\text{NO}_3^-$  de l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire, ces coefficients sont compris entre -1 et +1, ce qui montre une distribution sensiblement symétrique pour ces éléments.

Les nitrates ont les valeurs les plus élevées des coefficients d'asymétrie (4.42) indiquant une très forte dissymétrie vers la gauche; ceci s'explique par la forte mobilité des nitrates. les valeurs élevées des coefficients d'aplatissement, surtout pour les éléments de l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire montre des distributions effilées (13.17 pour les nitrates 12.47 pour les  $\text{Na}^+$ , 9.06 pour les  $\text{SO}_4^{2-}$  (aquifère Mio-Plio-Quaternaire).

Ces comportements de dissymétrie et de forme constatés à partir des valeurs des paramètres statistiques, sont nettement confirmés par la forme des histogrammes de fréquences fig: 13-1, et 2.

Les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement sont en général surtout élevés pour les éléments de l'aquifère BA.

### III.1.5 Ajustement aux lois de probabilité:

L'ajustement a pour but de rechercher une loi de probabilité théorique susceptible de s'ajuster de manière adéquate à l'échantillon car il est indispensable de connaître la loi de distribution des paramètres dans l'étude géostatistique (A. Journal 1976). En géostatistique, on traite en général la loi normale ou log-normale

Déjà l'analyse des histogrammes nous a permis de déceler la nature de la distribution des données: distribution normale ou log-normale.

Rappel des lois de probabilité de ces deux distributions:

- Loi Normale: notée  $N(m, \sigma)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$x \in \mathcal{R}$  (espérance mathématique de  $x$ ).

$E(x) = m$ : fonction de densité de probabilité.

Et en variable réduite c'est-à-dire  $U = \frac{x-m}{\sigma}$

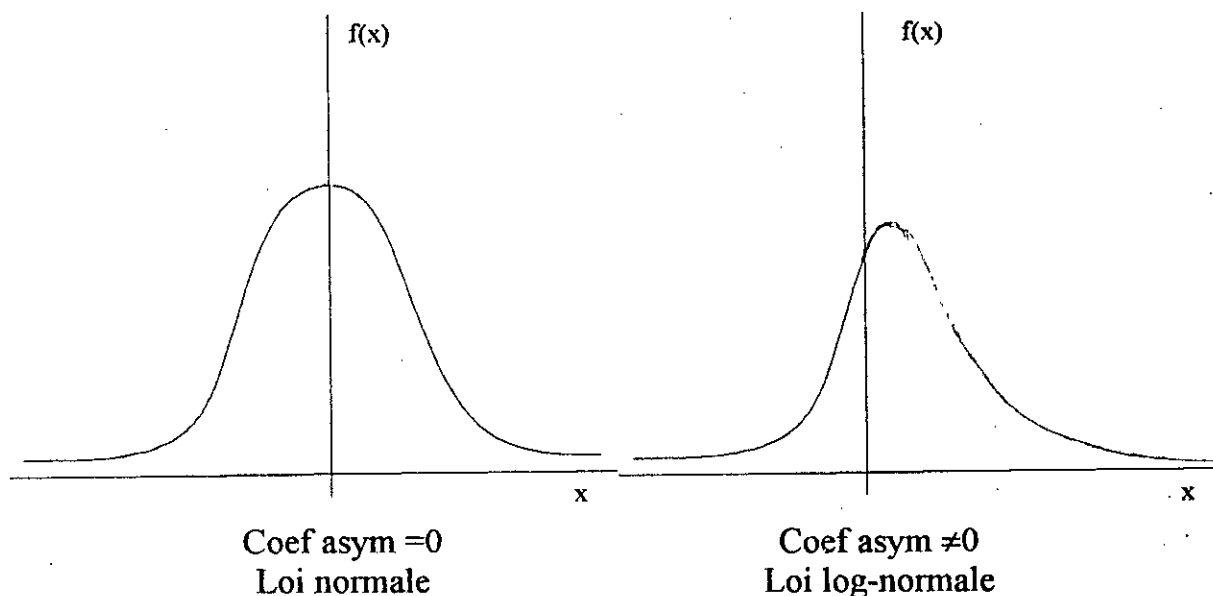
$$f(U) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{U^2}{2}\right)$$

- Loi log-Normale:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \overline{\ln x})^2}{2\sigma_{\ln x}^2}\right)$$

En variable réduite  $U = \frac{\ln x - \overline{\ln x}}{\sigma_{\ln x}}$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}U^2\right)$$



$\ln x$  = logarithme népérien de  $x$ .

$\overline{\ln x}$  = moyenne de  $\ln x$ .

$\sigma_{\ln x}$  = écart-type des  $\ln x$ .

Pour les différentes adéquations mathématiques (voir fig 13.1 et 13.2 ); et nous utiliserons le test de  $\chi^2$  pour vérifier la validité de nos ajustements.

**III.1.5.2.principe du test de  $\chi^2$  :**

$$\chi^2_{obs} = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n_{ith})^2}{n_{ith}}$$

avec;  $n_i$ : effectif observé.  
 $n_{ith}$ : effectif théorique.  
 $k$ : nombre de classe.

$\chi^2_{\alpha}$  (théorique) tiré à partir de la table de  $\chi^2$   $\alpha$  représente la probabilité pour une valeur de  $\chi^2$  de dépasser la valeur de  $\chi^2_{\alpha}$  théorique.

Par suite:

si  $\chi^2_{obs} < \chi^2_{\alpha}$ , on accepte l'hypothèse d'ajustement sinon, on la rejette ( la loi théorique proposée ne peut représenter valablement la distribution expérimentale).

**III.1.5.3: Résultat de test de  $\chi^2$  :**

Nous voyons bien à travers le tableau 5. que l'hypothèse de la normalité des logarithmes des valeurs des données peut être retenue pour tous les éléments.



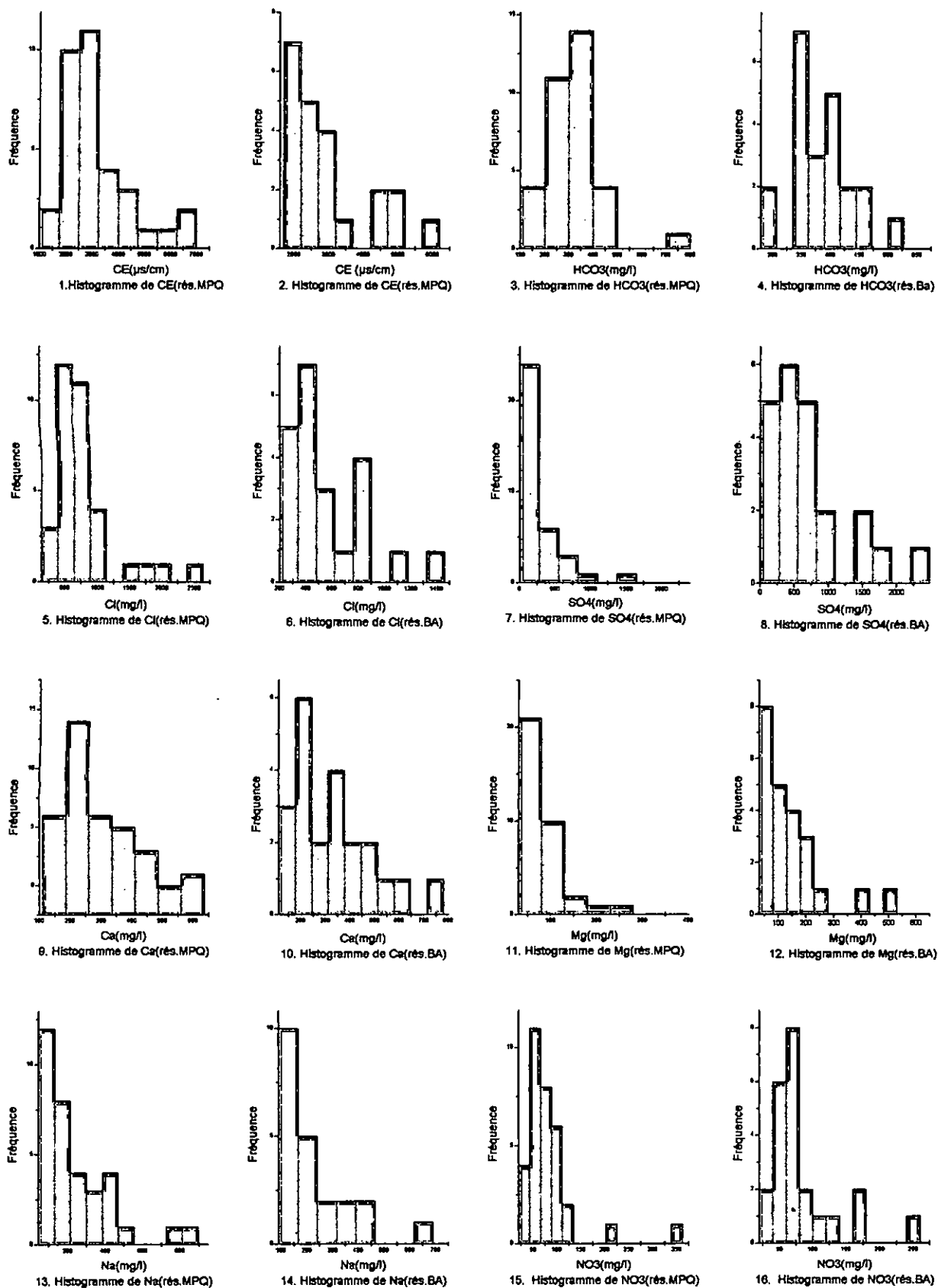


Fig.13.1. Histogrammes de fréquence

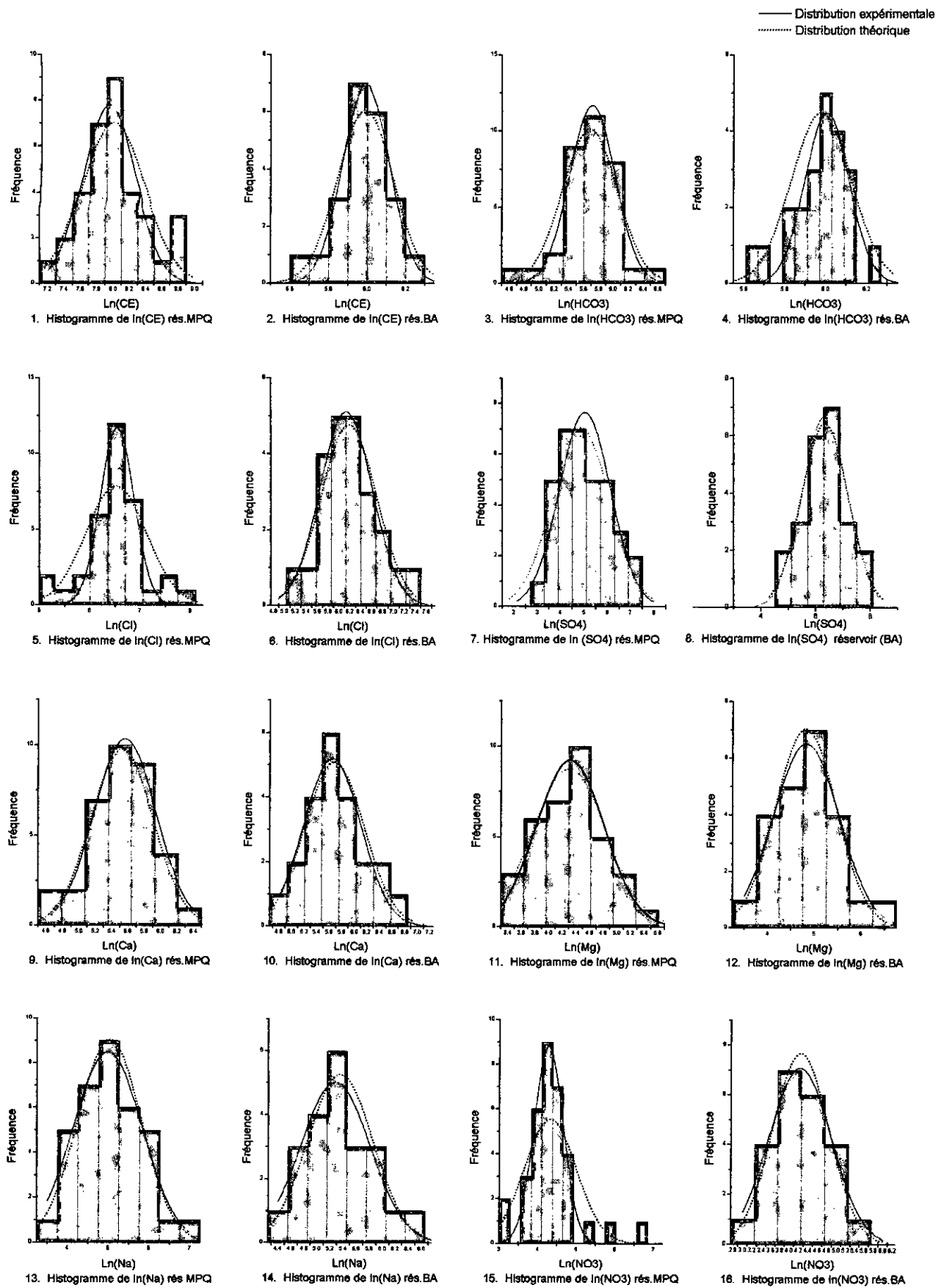


Fig.13.2 Histogrammes de fréquence

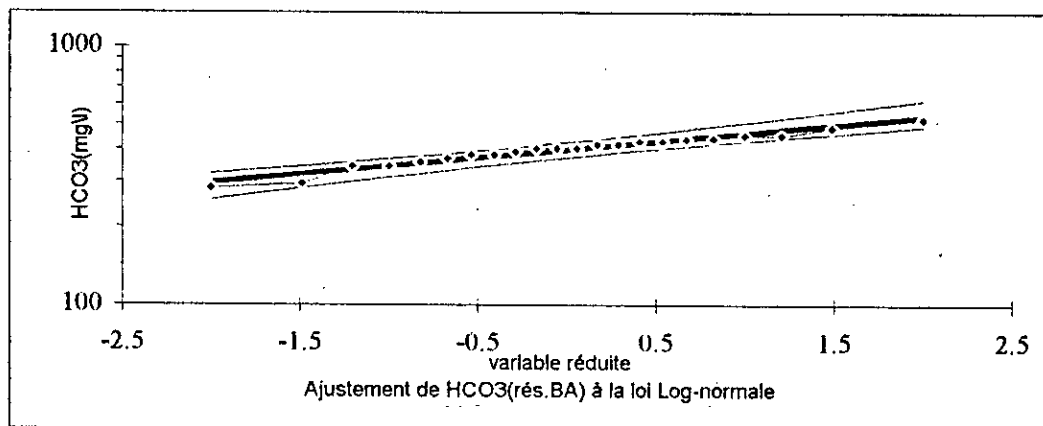
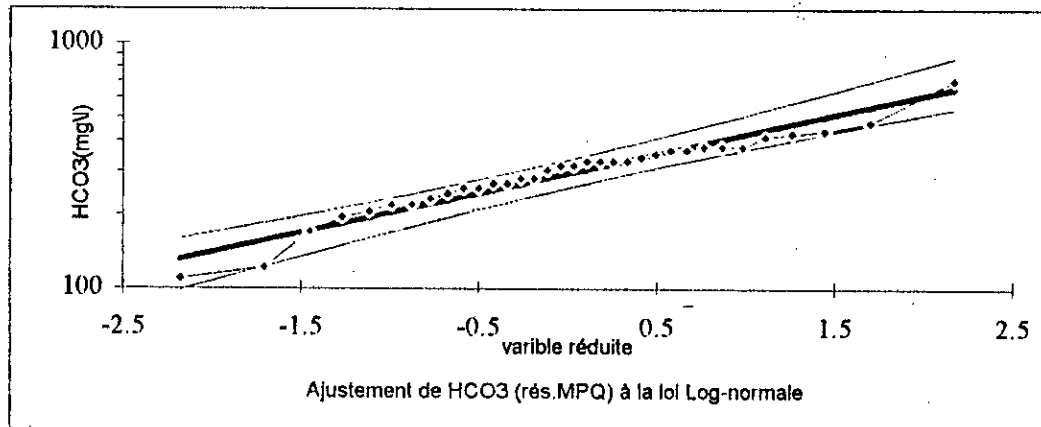
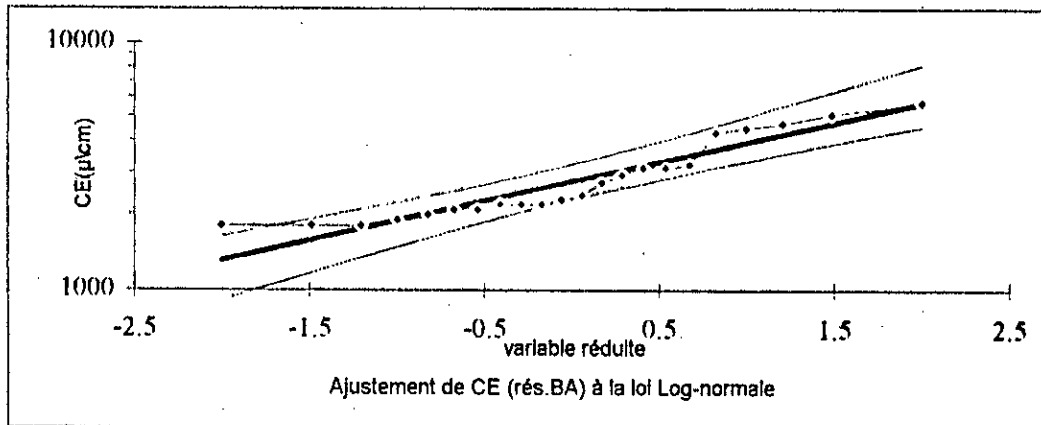
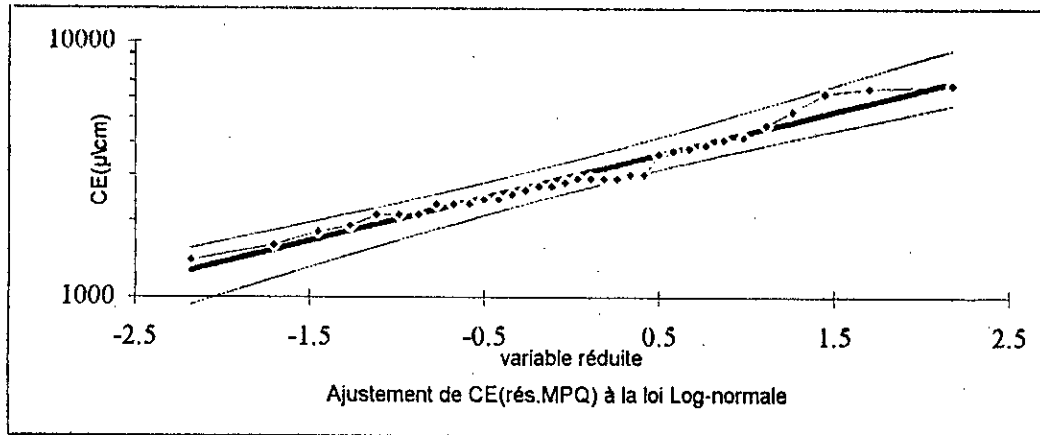


Fig.14.1

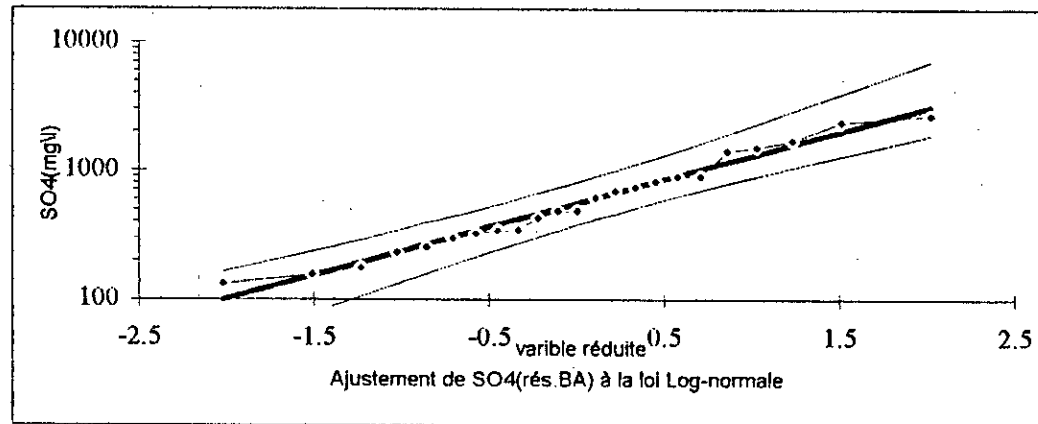
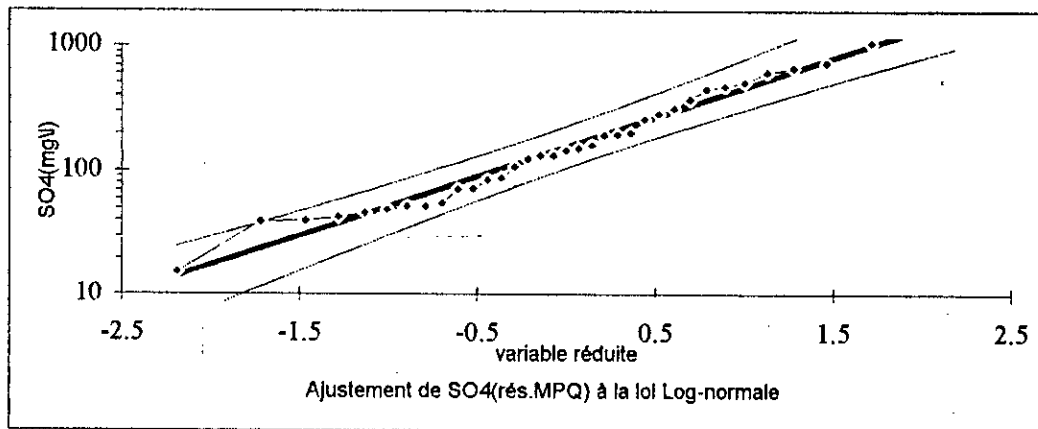
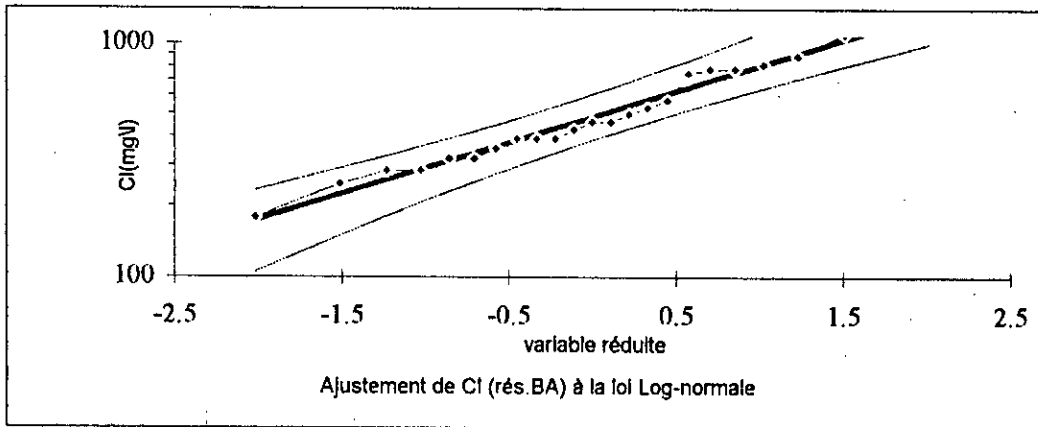
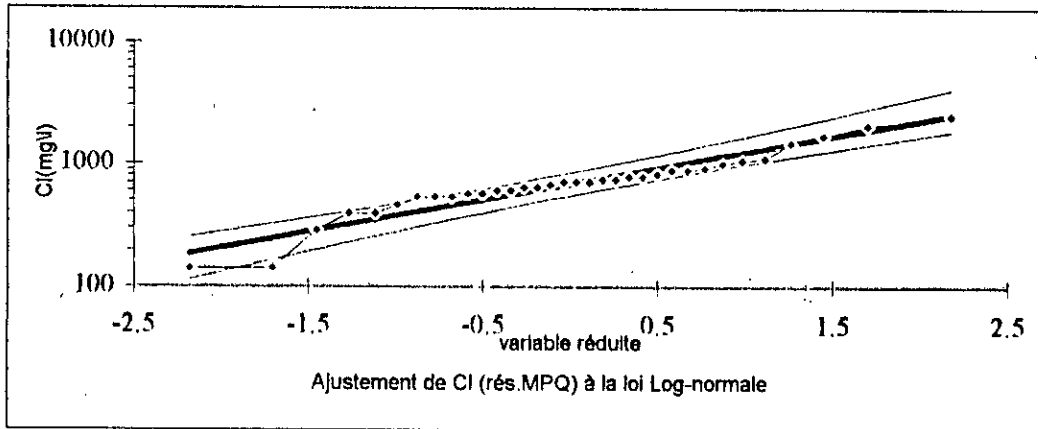


Fig.14.2

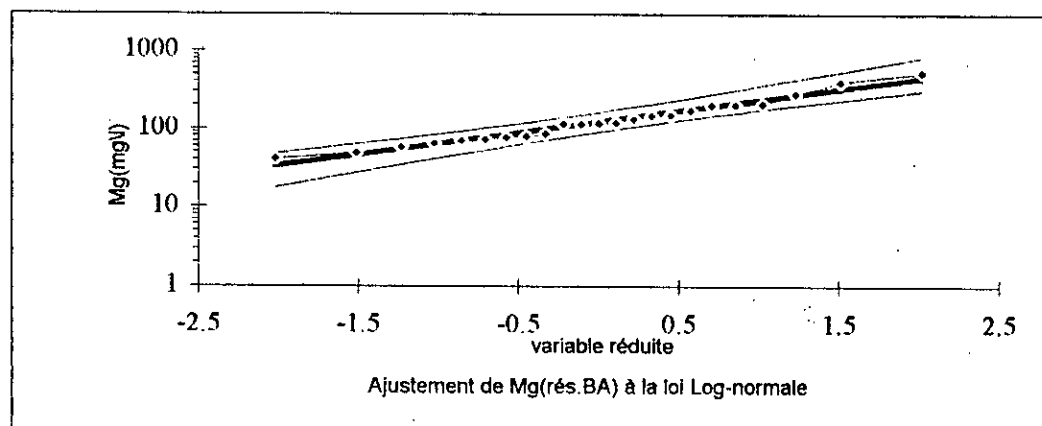
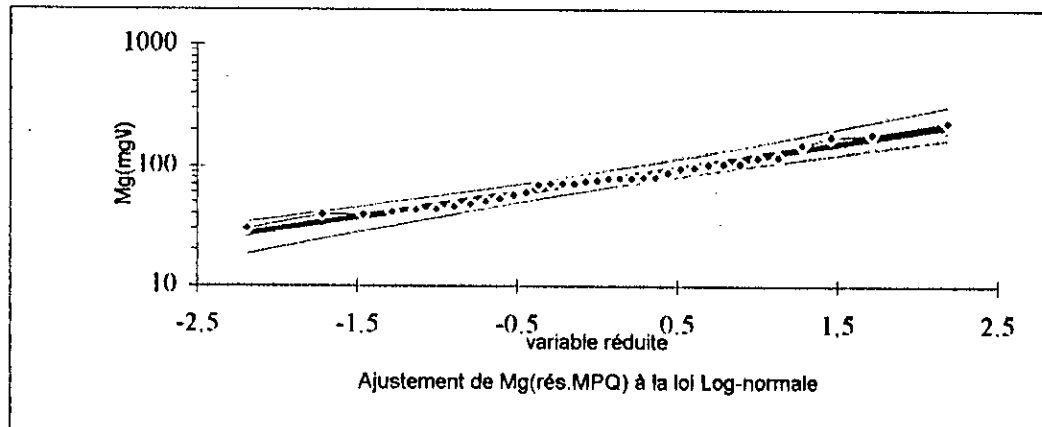
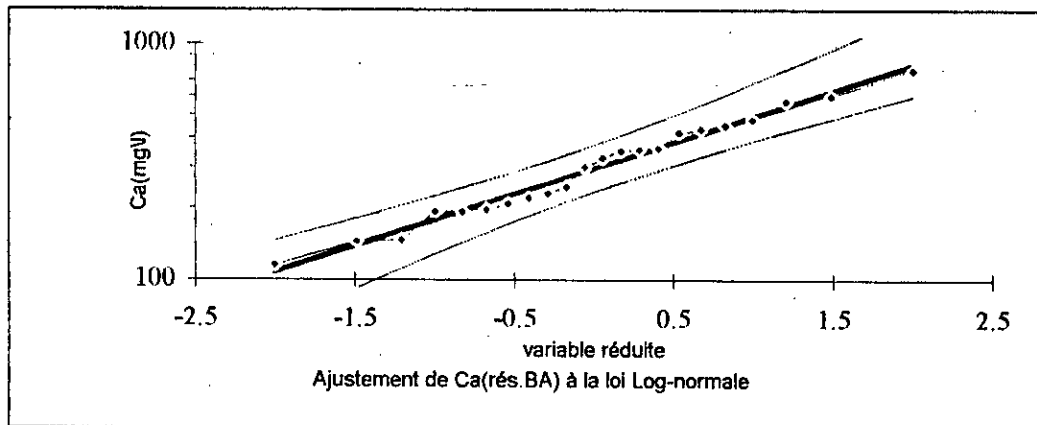
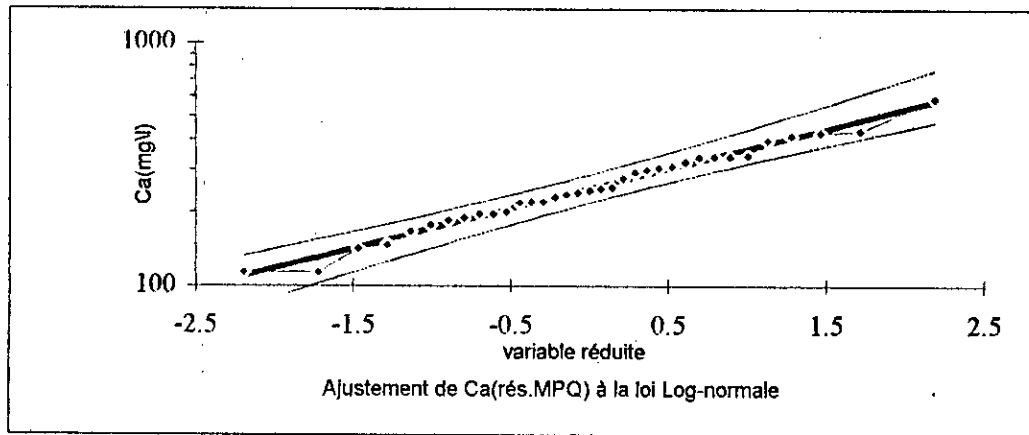


Fig.14.3

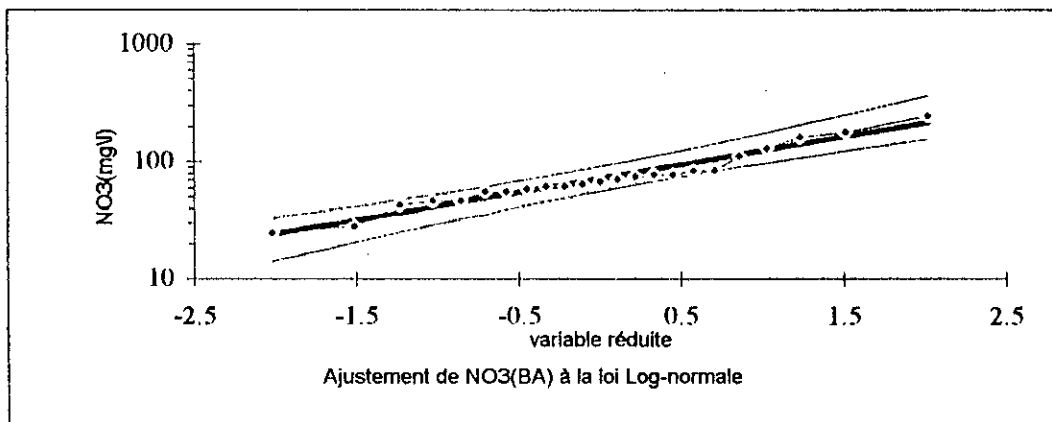
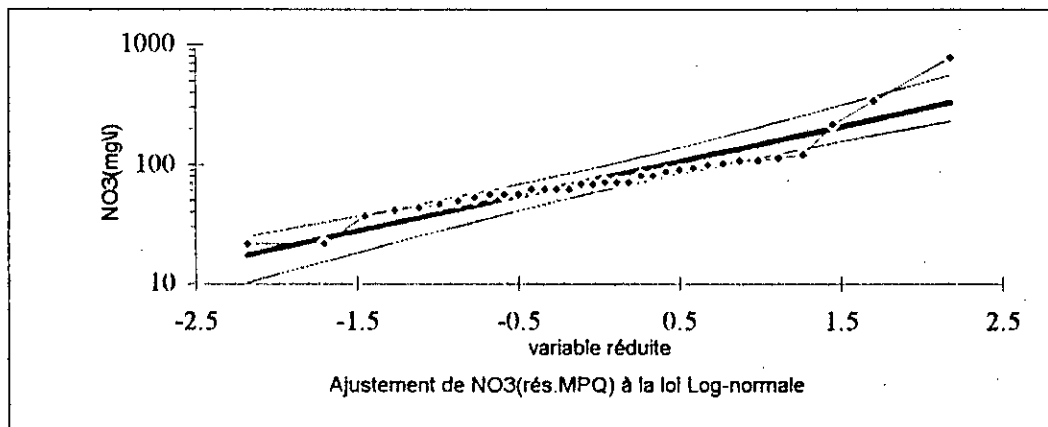
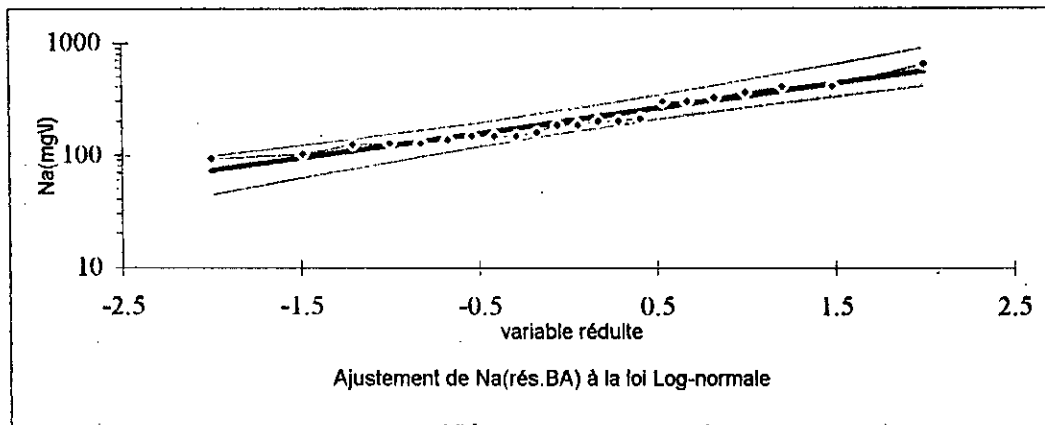
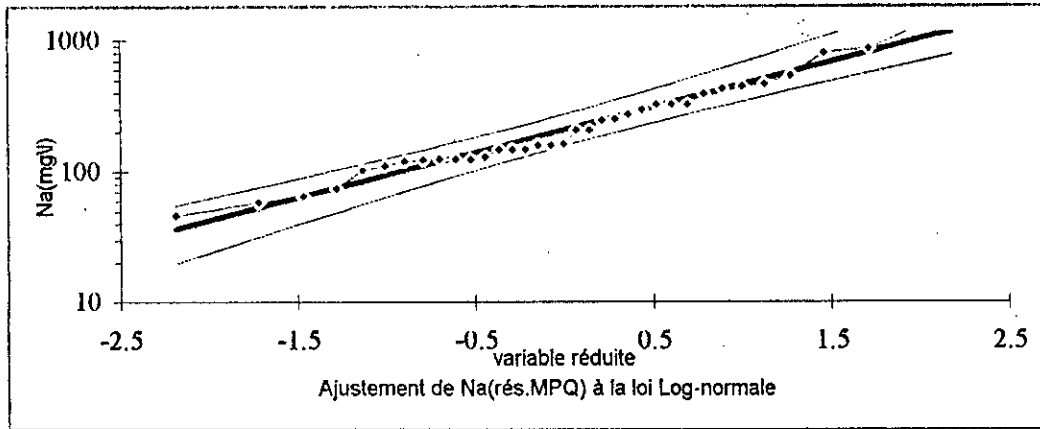


Fig.14.4

Eléments	Réservoir (MPQ)		Réservoir (BA)	
	$X_{obs}^2$	$X_{\alpha}^2$	$X_{obs}^2$	$X_{\alpha}^2$
CE	1.24	7.81	2.12	12.59
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	0.98	12.59	5.11	5.99
Cl <sup>-</sup>	1.56	8.79	1.14	8.71
SO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	0.975	11.07	1.23	7.81
Ca <sup>++</sup>	4.77	7.81	0.48	11.07
Mg <sup>++</sup>	1.77	9.49	0.66	12.59
Na <sup>+</sup>	2.24	11.07	3.59	9.59
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	1.22	7.89	1.79	5.99

Tableau 5: Test de  $X^2$ .

Après l'adéquation mathématique, le test de  $x^2$  nous permet d'accepter une distribution normale pour les logarithmes des variables (tableau 5).

L'ajustement aux lois de distribution théoriques permet de faire des transformations possibles sur les valeurs d'observations qui seront traitées dans le cadre géostatistique.

Ainsi ces distributions dissymétriques nous ont incité à étudier les logarithmes des variables, afin d'évaluer leur variabilité structurale et par conséquent procéder à leur estimation sur le domaine d'étude (Plaine de Beni-Slimane).

G.Matheron (in Delhomme 1976) a montré que si la loi de distribution d'un phénomène est log-normale, alors sa structure dans l'espace sera bien meilleure, si l'on utilise le logarithme de la variable au lieu de la valeur naturelle.

### III.1.6. Test d'identification:

#### III.1.6.1.principe du test

Le test consistant à voir si deux échantillons données, sont originaires ou pas d'une même population se présente selon M.Moreau et A.Mathieu (1979) comme suit:

soient  $\sigma_1^*$  et  $\sigma_2^*$ : variances estimées à partir des échantillons 1 et 2.

$\bar{x}_1^*$  et  $\bar{x}_2^*$ : moyennes estimées à partir des échantillons 1 et 2 (l'indice 1 est relatif à l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire et l'indice 2 au Barrémo-Aptien)

La méthode est la suivante:

#### i, Comparaison de deux variance:

$$F = \left( \frac{\sigma_1^*}{\sigma_2^*} \right)^2$$

$F$  est une variable aléatoire appelée variable de Snédétor (valeurs données par table de Snédétor à  $\nu_1 = n_1 - 1$  et  $\nu_2 = n_2 - 2$  degrés de liberté).

$n_1$ =taille de l'échantillon 1.

$n_2$ =taille de l'échantillon 2.

Si on choisit un risque  $\alpha$ , on a dans  $1-\alpha$  des cas:

- Si:  $\left(\frac{\sigma_1^*}{\sigma_2^*}\right)^2 > F_\alpha$ , on rejette l'hypothèse selon laquelle les deux échantillon sont issues de la même population.
- Si:  $\left(\frac{\sigma_1^*}{\sigma_2^*}\right)^2 < F_\alpha$ , rien ne permet de rejeter l'hypothèse.

Le test se poursuit:

**ii, Comparaison des deux moyennes:**

- si:  $\frac{\bar{x}_1^* - \bar{x}_2^*}{\sigma^* \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} > t_{\alpha/2}$  on rejette l'hypothèse.
- si:  $\frac{\bar{x}_1^* - \bar{x}_2^*}{\sigma^* \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} < t_{\alpha/2}$  on admet que les deux échantillons proviennent de la même population.

Avec:  $\sigma^*$ : écart-type estimé à partir de l'échantillon de taille  $n_1+n_2$   
 $t$ : variable de Student  $n_1+n_2-2$  degrés de liberté.

NB: Le test exige que les échantillons suivent une loi normale, c'est pourquoi nous allons traiter les logarithmes des variables.

**III.1.6.2, Résultat du test d'identification:**

Test d'identification des deux familles d'échantillons; l'indice 1 c'est pour le MPQ, l'indice 2 c'est pour le BA. L'indice ln signifie, que les calculs sont effectués sur les logarithmes des valeurs.

L'examen du tableau 6 montre que deux tendances se dégagent:

- Un groupe d'éléments sont caractéristiques d'une même population(des deux réservoirs en même temps); ce sont:  $\text{Na}^+$ ,  $\text{NO}_3^-$ .
- Un 2<sup>e</sup> groupe comprenant des éléments appartenant à de populations différentes(aquifère Barrémo-Aptien; ou Mio-Plio-Quaternaire).

Nous pouvons conclure à la lumière de cette analyse que les variables conductivité électrique(CE), les bicarbonates( $\text{HCO}_3^-$ ), les sulfates( $\text{SO}_4^{2-}$ ), le calcium( $\text{Ca}^{2+}$ ), et le magnésium( $\text{Mg}^{2+}$ ) caractérise l'aquifère Barrémo-Aptien parce que prédominant seulement dans ce réservoir, par contre les chlorures( $\text{Cl}^-$ ), caractérise l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire.



	$\sigma_{1lnx}$	$\sigma_{2lnx}$	$\bar{x}_{1lnx}$	$\bar{x}_{2lnx}$	$\left(\frac{\sigma_{lnx\ max}}{\sigma_{lnx\ min}}\right)^2$	$F_1$	$\frac{x_{lnx} - x_{2lnx}}{\sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$	$t_{\alpha/2}$	obs
CE	0.39	0.45	7.99	7.97	1.83	1.78	0.18	2	
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	0.41	0.15	5.75	5.97	7.47	"	1.99	"	
Cl <sup>-*</sup>	0.60	0.51	6.43	6.18	1.38	"	2.63	"	
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	1.09	0.858	5.03	6.34	1.63	"	4.79	"	
Ca <sup>+*</sup>	0.38	0.49	5.52	5.68	1.66	"	2.13	"	
Mg <sup>++</sup>	0.48	0.65	4.33	4.79	1.85	"	3.11	"	
Na <sup>+</sup>	0.79	0.64	5.33	5.29	1.52	"	0.21	"	€ aux 2 rese
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	0.65	0.54	4.33	4.26	1.44	"	0.43	"	€ aux 2 rese

Tableau 6: test d'identification

**III.1.7 Etude des éventuelles corrélations entre les variables :**

Nous examinerons les relations qui existent entre les 8 variables observées au niveau de 58 points d'eau (puits et sources) repartis entre l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire (35) et l'aquifère Barrémo-Aptien (23) à travers les coefficients de corrélations

Le coefficient de corrélation entre deux variables x et y est défini comme étant  $R = \frac{Cov(x,y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$  : ce coefficient met en évidence le degrés de dépendance entre deux variables..

$$Cov(x,y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

est la covariance entre x , y

$\sigma_x$  et  $\sigma_y$  :écart-type de la variable x et y

pour les valeurs numériques , voir les différentes matrices de corrélations (tableau 7).

**Remarque:** Un coefficient de corrélation n'a aucune signification physique s'il est pris tel que ,il ne constitue qu'un outil permettant par un test de vérifier la validité de la loi théorique obtenue par régression. (M. MOREAU et A. MATHIEU 1979).

Test de corrélation :

Soit la variable  $Z = \text{argth}R$  , R:coefficient de corrélation.

on démontre que la variable Z telle que

$Z = \text{argth}R$  suit une loi normale  $IN(0, \frac{1}{\sqrt{n-3}})$ ....où n est l'effectif des couples  $(x_i, y_i)$

choisissant un risque  $\alpha$ , on peut déterminer un intervalle  $[Z_{\alpha/2}, Z_{1-\alpha/2}]$  contenant  $Z$  dans  $(1-\alpha)$  des cas, qui indique que rien ne s'oppose à l'hypothèse selon laquelle il n'existe pas de liaison fonctionnelle entre  $x_i, y_i$

Pour nos données, nous avons les trois matrices de corrélation suivantes:

Pour le test de corrélation à un risque  $\alpha=5\%$

Nous avons la valeur :

$$(Z_{1-\alpha/2})_1 = \frac{U_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n-3}} = \frac{1.96}{\sqrt{35-3}} = 0.35 \quad \text{aquifère Mio-Plio-Quaternaire}$$

$$(Z_{1-\alpha/2})_2 = \frac{U_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n-3}} = 0.44 \quad \text{aquifère Barrémo-aptien}$$

$$(Z_{1-\alpha/2})_3 = \frac{U_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n-3}} = 0.26 \quad \text{aquifère (MPQ+BA)}$$

pour que le test de corrélation soit significatif il ne faut pas que:

$Z \in [Z_{\alpha/2}, Z_{1-\alpha/2}]$  Avec  $Z_{\alpha/2} = -Z_{1-\alpha/2}$

$$(Z_{1-\alpha/2})_1 = 0.35 \Rightarrow R_1 > 0.34$$

$$(Z_{1-\alpha/2})_2 = 0.44 \Rightarrow R_2 > 0.41$$

$$(Z_{1-\alpha/2})_3 = 0.26 \Rightarrow R_3 > 0.25$$

$R_1, R_2, R_3$  sont les valeurs à partir desquelles les coefficients de corrélations sont significatives pour respectivement, l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire, Barrémo-Aptien, et l'ensemble des deux aquifères.

	CE	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl	SO <sub>4</sub>	Ca	Mg	Na	NO <sub>3</sub>
CE	1							
HCO <sub>3</sub>	-0.05	1						
Cl	<b>0.93</b>	-0.25	1					
SO <sub>4</sub>	<b>0.64</b>	0.02	0.39	1				
Ca	0.49	-0.13	0.44	0.37	1			
Mg	<b>0.74</b>	0.33	<b>0.53</b>	<b>0.68</b>	0.42	1		
Na	<b>0.85</b>	-0.07	<b>0.86</b>	<b>0.55</b>	0.14	0.48	1	
NO <sub>3</sub>	0.04	-0.04	-0.03	0.09	0.15	0.04	-0.12	1

Tableau 7.: matrice de corrélation pour le réservoir Mio-Plio-Quaternaire

	CE	HCO <sub>3</sub>	Cl	SO <sub>4</sub>	Ca	Mg	Na	NO <sub>3</sub>
CE	1							
HCO <sub>3</sub>	0.13	1						
Cl	0.27	-0.32	1					
SO <sub>4</sub>	0.81	0.29	0.19	1				
Ca	0.87	0.06	0.52	0.86	1			
Mg	0.80	0.19	0.18	0.87	0.75	1		
Na	0.76	0.29	0.19	0.69	0.73	0.43	1	
NO <sub>3</sub>	0.15	-0.12	0.36	0.19	0.26	-0.26	-0.04	1

**Tableau. 8: matrice de corrélation pour le réservoir Barrémo-Aptien**

	CE	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl	SO <sub>4</sub>	Ca	Mg	Na	NO <sub>3</sub>
CE	1							
HCO <sub>3</sub>	-0.01	1						
Cl	0.59	-0.29	1					
SO <sub>4</sub>	0.68	0.13	0.09	1				
Ca	0.75	-0.04	0.37	0.71	1			
Mg	0.70	0.23	0.13	0.84	0.66	1		
Na	0.86	-0.03	0.63	0.54	0.44	0.49	1	
NO <sub>3</sub>	0.02	-0.13	-0.06	0.14	0.21	0.15	-0.09	1

**Tableau9: matrice de corrélation pour la plaine de Beni-Slimane**

La consultation des trois tableaux (fig.7.8.9.)de corrélation représentant : (1) la corrélation entre les variables en considérant uniquement l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire (2) uniquement l'aquifère Barrémo-Aptien et (3) l'ensemble des deux aquifères, nous permet de constater que la conductivité électrique est influencée au niveau de l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire surtout par les chlorures ( $r=0.93$ ), (voir matrices de corrélation et fig.14. droit de régression). Ce qui permet de dire que la minéralisation est essentiellement due dans cet aquifère aux chlorures et c'est peut être du à la présence des contacts anormaux. Elle est également influencée par les sulfates ( $SO_4^{++}$ ): $r= 0.64$  , les magnésium ( $Mg^{++}$ ) :  $r= 0.74$  et les sodium ( $Na^+$ ) :  $r=0.85$ .

Par ailleurs les  $\text{Na}^+$  et  $\text{Cl}^-$  sont naturellement en bonne corrélation ( $r=0.86$ ). ceci est du au fait qu'ils proviennent en général de la dissolution du chlore de sodium ( $\text{NaCl}$ ) ou s'associent pour sa formation .

Au niveau de l'aquifère marno-schisteux Barrémo-Aptien ,c'est le contraire qui se passe ,les chlores n'ont pratiquement pas d'influence dans la minéralisation ( $r=0.26$  entre  $\text{Cl}^-$  et CE).

Par contre ,elle est largement influencée par les sulfates ( $\text{SO}_4^{2-}$ ): $r=0.81$ , le calcium ( $\text{Ca}^{2+}$ ): $r=0.87$ , le magnésium ( $\text{Mg}^{2+}$ ): $r=0.80$ , et le sodium( $\text{Na}^+$ ): $r=0.76$ .D'ailleurs ces éléments sont en bonne corrélation entre eux ( $r_{\text{SO}_4/\text{Mg}}=0.87$ ,  $r_{\text{SO}_4/\text{Ca}}=0.86$ ;  $r_{\text{Mg}/\text{Ca}}=0.75$ ; ...)

Ces liaisons nous laissent penser à une même origine pour ces éléments , probablement des marnes schisteuses du Barrémo-Aptien.

En considérant l'ensemble de la plaine (regroupant les deux aquifères ) , le sodium est l'élément qui a la forte influence sur la minéralisation ( $r=0.86$ ) , alors que tous les autres éléments voient leur influence baisser si on les considère à l'échelle des deux réservoirs.

Les nitrates , dans les trois cas ont le même comportement vis à vis des autres variables: ils ne sont en corrélation avec aucune autre variable , ce qui est tout à fait normal , compte tenu du fait qu'ils ont une origine différente .Les autres variables proviennent plus ou moins de la minéralisation des roches des formations géologiques, (surtout gypseuses et calcaireuses).alors que les nitrates constituent une source de pollution , elles ont une origine exogène (agriculture , industrie , rejets domestiques .

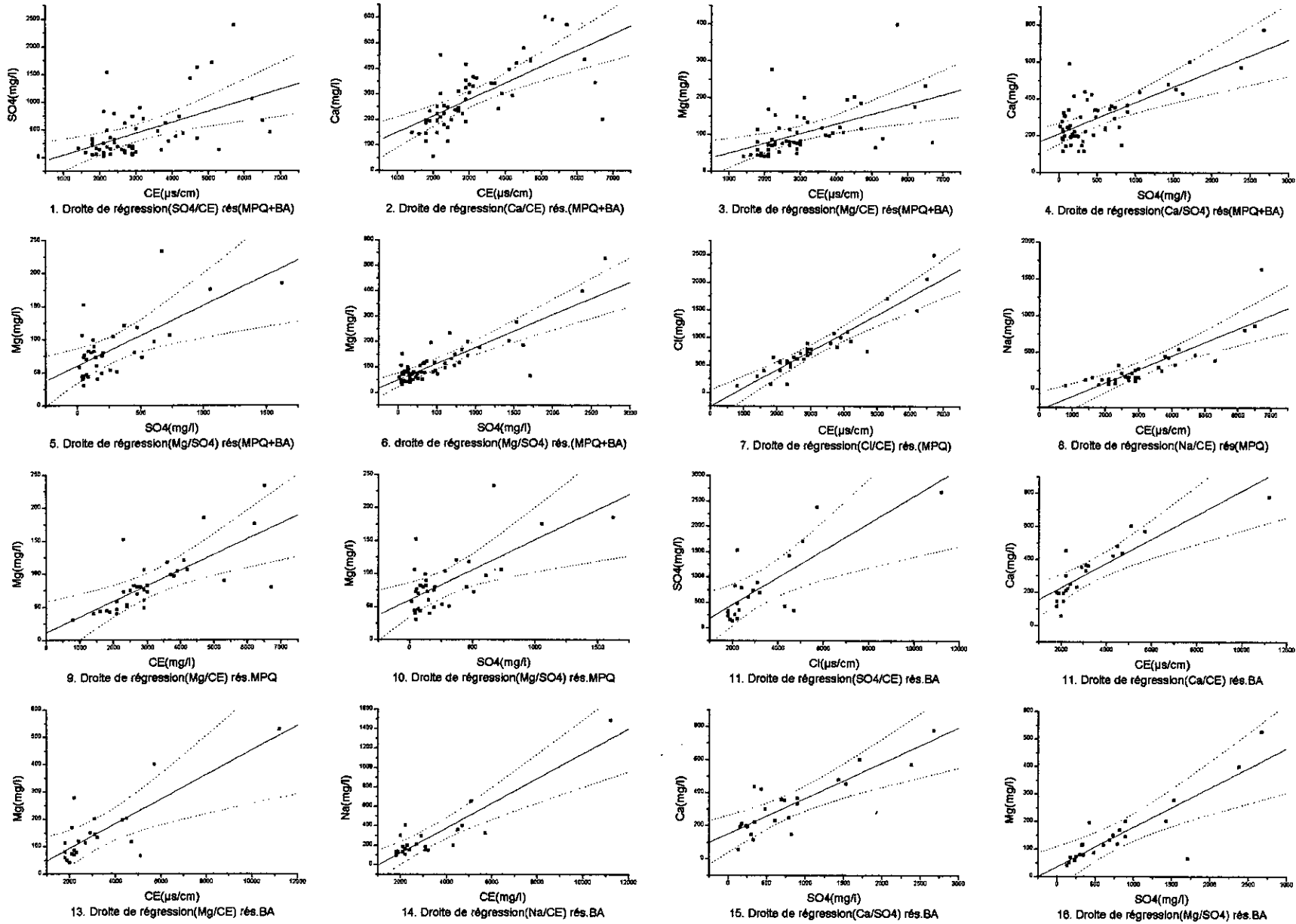


Fig.14: Droites de régression pour les paramètres qui sont en bonne corrélation.

## **III-2 Analyse en composantes principales:**

### **III.2.1:But et principe de l'analyse en composantes principales:**

L'analyse en composantes principales (A.C.P.) est une méthode statistique essentiellement descriptive: son objectif est de présenter sous une forme graphique, le maximum de l'information contenue dans un tableau de données, ce tableau doit-être constitué, en lignes, par des individus (les points d'échantillonnage) sur lesquelles sont mesurées des variables quantitatives ou pouvant être considérées comme telles (ici, les grandeurs chimiques).

#### **III.2.1.1.-but:** l'A.C.P. nous permet de savoir

1-Comment se structurent les variables:

- quelles sont celles qui sont associées
- quelles sont celles qui ne le sont pas
- quelles sont celles qui vont dans le même sens
- quelles sont celles qui s'opposent

2-Et/ou comment se repartissent les individus:

- quels sont ceux qui se ressemblent
- quels sont ceux qui sont dissemblables

**III.2.1.2:-principe:** le principe de l'A.C.P. est de chercher à ajuster à un espace de dimension plus réduite, l'espace initial des données qui est de dimension plus grande. Les variables initiales plus ou moins corrélées entre elles, sont transformées en d'autres nouvelles variables toutes indépendantes; appelées composantes principales. (l'A.C.P. normée permet de donner la même importance aux variables: résultats peu sensibles aux valeurs suspectes).

L'objectif que nous visons en réalisant cette étude d'analyse en composantes principales est d'essayer de voir d'une part comment les variables sont structurées et d'autre part voir quels sont les individus (puits ou sources) formant des blocs homogènes. Et cela, comme le suggèrent des auteurs comme A.Journel (1976).peut aider dans la variographie à bien délimiter les zones homogènes d'une part et d'autre part dans le choix des variables à traiter dans la cartographie.

### **III.2.2Résultats et interprétations:**

#### **III.2.2.1.Etude des variables:**

Pour observer comment les variables sont structurées, nous examinerons d'abord, le plan principal construit à partir de l'axe 1et 2 et qui par définition est le plan sur laquelle le maximum d'information est visible, on examinera d'autres plans, selon la part d'information prise en compte par ces dernières.

Comme nous avons des variables qui ne sont pas de même nature,(la conductivité électrique CE n'a pas les mêmes unités que les autres), il est préférable d'effectuer une A.C.P. sur les données centrées réduites, (G.PHILIPPEAU,1986).

Après l'élaboration des matrices des corrélations, il s'ensuit une diagonalisation basée sur:

- calcul des valeurs propres (variances sur les axes principaux)
- contribution de l'axe à la variation totale (pourcentages expliqués par les axes principaux).

Ce travail est effectué par le logiciel STATITCF.

En effectuant ce travail, nous avons considéré la variable CE, comme variable supplémentaire, compte tenu du rôle particulier qu'elle joue. Il ne participera donc pas à la construction des axes.

**a- Etude des variables- cercle de corrélation**

L'examen des corrélations entre les variables initiales et les axes principaux permet de déterminer les structures de variables (Fig.15).

les variables  $\text{SO}_4^-$ ,  $\text{Mg}^{++}$ ,  $\text{Ca}^{++}$  et  $\text{Na}^+$  contribuent le plus à la formation de l'axe 1; les variables  $\text{Cl}^-$  et à un degré moindre le  $\text{Na}^+$  contribuent à la formation de l'axe 2; les variables  $\text{HCO}_3^-$  et à un degré moindre le  $\text{Na}^+$  contribuent le plus à la formation de l'axe 3; la variable  $\text{HCO}_3^-$  contribuent à la formation de l'axe:4.

Coefficients de corrélation ( $\sum r^2$ ).

La part de variation d'une variables expliquée par les axes sont:

75.01% de l'information de la variables  $\text{Ca}^+$  est représentée sur le plan principal (plan formé par les axes 1 et 2;

88.50% de l'information de la variable  $\text{Mg}^{++}$  est représentée sur le plan principal (plan formé par les axes 1 et 2;

65.52% de l'information de la variable  $\text{Na}^+$  est représentée sur le plan principal (plan formé par les axes 1 et 2;

56.96% de l'information de la variable  $\text{HCO}_3^-$  est représentée sur le plan principal (plan formé par les axes 1 et 2;

69.70% de l'information de la variable  $\text{Cl}^-$  est représentée sur le plan principal (plan formé par les axes 1 et 2;

87.21% de l'information de la variable  $\text{SO}_4^-$  est représentée sur le plan principal (plan formé par les axes 1 et 2;

4.7% de l'information de la variable  $\text{NO}_3^-$  est représentée sur le plan principal (plan formé par les axes 1 et 2;

Selon les valeurs des coefficients de corrélation au carré données par Philippeau (1986). nous dire:

les sulfates ( $\text{SO}_4^-$ ) et les magnésium ( $\text{Mg}^{++}$ ) sont très bien représentés dans le plans principal car  $\sum r^2 > 0.80$ ;

Le sodium ( $\text{Na}^+$ ) et les chlorures et le calcium sont bien représentés ( $0.65 < \sum r^2 < 0.80$ );

Les bicarbonates ( $\text{HCO}_3^-$  est moyennement représenté ( $\sum r^2 = 0.56$ );

Les nitrates ( $\text{NO}_3^-$ ) sont faiblement représentés ( $\sum r^2 < 0.14$ )

**DIAGONALISATION**

1E LIGNE : VALEURS PROPRES (VARIANCES SUR LES AXES PRINCIPAUX)

2E LIGNE : CONTRIBUTION A LA VARIATION TOTALE (POURCENTAGES EXPLIQUES PAR LES AXES PRINCIPAUX)

3.1155	1.4563	1.1724	0.6398	0.3601
44.5 %	20.8 %	16.7 %	9.1 %	5.1 %

VECTEURS PROPRES (COEFFICIENTS DES VARIABLES CENTREES REDUITES DANS L'EQUATION LINEAIRE DES AXES PRINCIPAUX)

HCO3	-0.0267	-0.6242	0.3205	0.6830	0.1604
CL	-0.2650	0.6300	0.1536	0.4190	0.3339
SO4	-0.5016	-0.2461	-0.0130	-0.2922	-0.2041
CA	-0.4905	-0.0226	-0.2290	-0.1101	0.6346
MG	-0.4983	-0.2709	0.0054	-0.1144	-0.0602
NA	-0.4166	0.2804	0.3995	0.1708	-0.5571
NO3	-0.1224	0.0193	-0.8133	0.4671	-0.3232

1E COLONNE : CORRELATIONS ENTRE LES VARIABLES ET LES AXES PRINCIPAUX

2E COLONNE : CORRELATIONS AU CARRE

VARIABLES COMPOSANTES PRINCIPALES

	AXE 1	AXE 2	AXE 3	AXE 4	AXE 5	$\Sigma r^2$ sur les axes 1-2					
HCO3 **	-0.0471	0.0022 *	-0.7532	0.5674 *	0.3470	0.1204 *	0.5463	0.2985 *	0.0962	0.0093 *	0.5696
CL **	-0.4678	0.2189 *	0.7603	0.5781 *	0.1664	0.0277 *	0.3351	0.1123 *	0.2004	0.0401 *	0.797
SO4 **	-0.8854	0.7839 *	-0.2970	0.0882 *	-0.0141	0.0002 *	-0.2338	0.0546 *	-0.1225	0.0150 *	0.8721
CA **	-0.8657	0.7494 *	-0.0273	0.0007 *	-0.2480	0.0615 *	-0.0880	0.0078 *	0.3808	0.1450 *	0.7501
MG **	-0.8796	0.7737 *	-0.3269	0.1068 *	0.0059	0.0000 *	-0.0915	0.0084 *	-0.0361	0.0013 *	0.8805
NA **	-0.7353	0.5407 *	0.3384	0.1145 *	0.4326	0.1871 *	0.1366	0.0187 *	-0.3343	0.1117 *	0.6552
NO3 **	-0.2161	0.0467 *	0.0233	0.0005 *	-0.8806	0.7755 *	0.3736	0.1396 *	-0.1940	0.0376 *	0.0472

VARIABLES SUPPLEMENTAIRES

	AXE 1	AXE 2	AXE 3	AXE 4	AXE 5	$\Sigma r^2$ sur les axes 1-2					
CE **	-0.8768	0.7688 *	0.2035	0.0414 *	0.1590	0.0253 *	0.0470	0.0022 *	-0.0179	0.0003 *	0.8102

### b-Structure des variables

La variables  $SO_4^-$ , est fortement représentée par l'axe 1 (fig.15 plan (1, 2)). Les  $Mg^{++}$ ,  $Ca^{++}$  et  $Na^+$  sont également bien représentées par cet axe. Ces variables liées à l'axe 1 et dans le même sens, peuvent être considérées comme évoluant dans le même groupe. Ce qui est conforme au résultat du test d'identification qui montre que ces variables sont caractéristiques de l'aquifère Barrémo-Aptien.

L'étude des relations entre les variables par le coefficient de corrélation (matrice de corrélation tableau 8.) en considérant uniquement le Barrémo-Aptien. montre également une bonne corrélation entre ces variables.

Puisque c'est au niveau du Barrémo-Aptien, nous pensons que ces variables proviennent probablement des roches marno-schisteuses, liées à des formations triasiques.

L'axe 2 est caractérisé essentiellement par la variable Cl<sup>-</sup> et à un degré moindre par le sodium (fig.15). Or les chlorures sont essentiellement présents dans l'aquifère conglomératique Mio-Plio-Quaternaire. Ils sont essentiellement dus au trias, provenant des dépôts quaternaires.

Ces variables ( $SO_4^-$ ,  $Mg^{++}$ ,  $Ca^{++}$ ,  $Na^{++}$  (axe 1) et Cl<sup>-</sup>(axe 2 )) sont celles qui caractérisent essentiellement le plan principal. L'axe (2) oppose les chlorures aux bicarbonates.

Les bicarbonates contribuent à la formation des axes 3 et 4

Les variables Cl<sup>-</sup> et  $HCO_3^-$  s'opposent, quand la teneur en chlorures augmente, celle des bicarbonate diminue et inversement (au niveau des matrices de corrélation, on voit également que la corrélation entre les chlorures et les bicarbonates est négative).

Les nitrates sont très bien représentés par l'axe 4, mais c'est un singleton, car aucune autre variable n'est bien représentée par cet axe. D'ailleurs l'étude des corrélations a montré que cette variable n'est en relation avec aucune autre variable, ce qui est normal compte tenu de son origine essentiellement agricole.

Variable supplémentaire: conductivité électrique (CE)

En prenant la variable (CE) comme variable supplémentaire, nous allons essayer de l'expliquer en recherchant sa représentation sur les plans formés par les variables prises comme variables actives.

Ce qui permet de voir ses liaisons éventuelles avec les autres ( $SO_4^-$ ,  $Mg^{++}$ ,  $Ca^{++}$ ,  $Na^+$ , et Cl<sup>-</sup>).

En examinant les représentations graphique<sup>s</sup> (fig.15-16) ainsi que les corrélations avec les axes, nous pouvons considérer la variable CE comme corrélée avec les variables liées à



l'axe principal (coefficient de corrélation de CE avec l'axe 1 est 0.85%). Cet axe est très significatif, il prend presque 60% de la variabilité.

Nous concluons également que la minéralisation qui est quantifiée par la conductivité électrique est particulièrement liée à la présence des éléments chimiques suivants (les sulfates, le magnésium, le calcium et le sodium).

**III.2.2.2 Etude des individus:** L'objectif, rappelons le, c'est de trouver des groupes d'individus ayant des caractéristiques voisines et d'autres qui en diffèrent.

Dans l'interprétation de la représentation des individus sur les plans, on a tenu compte de la valeur du cosinus de l'angle (formé par un point et sa projection sur l'axe).

A la lumière de la représentation du plan 1-2 (fig.17) et les valeurs des cosinus carrés, nous obtenons une population (regroupant les deux aquifères) dans laquelle il ne se discerne pas de groupes d'individus. Néanmoins, certains points se distinguent des autres, mais ne forment pas de groupes particuliers.

C'est pourquoi nous tenterons à voir, si en procédant par classification automatique, nous pouvons aussi des blocs particulières.

avoir

1E COLONNE : COORDONNEES DES INDIVIDUS SUR LES AXES PRINCIPAUX  
2E COLONNE : COSINUS CARRES (QUALITE DE LA REPRESENTATION)

	AXE1	AXE2	AXE3	AXE4	AXE5					
001 **	0.7824	0.4828 *	0.3070	0.0743 *	-0.6266	0.3096 *	0.3650	0.1051 *	-0.0337	0.0009 *
002 **	0.6621	0.4841 *	0.2390	0.0631 *	0.0048	0.0000 *	0.1731	0.0331 *	0.5883	0.3822 *
003 **	0.9251	0.9448 *	0.0336	0.0012 *	0.0401	0.0018 *	-0.0133	0.0002 *	0.1147	0.0145 *
004 **	0.8213	0.8229 *	0.1550	0.0293 *	-0.2446	0.0730 *	0.0759	0.0070 *	-0.2104	0.0540 *
005 **	-0.2952	0.2438 *	0.4307	0.5190 *	-0.0476	0.0063 *	-0.0347	0.0034 *	0.2696	0.2033 *
006 **	1.0081	0.6061 *	0.5346	0.1704 *	0.1893	0.0214 *	-0.5280	0.1662 *	-0.1402	0.0117 *
007 **	1.2084	0.9186 *	0.1020	0.0065 *	0.0896	0.0050 *	-0.1817	0.0208 *	0.1646	0.0171 *
008 **	-0.5679	0.2202 *	0.8379	0.4792 *	-0.0374	0.0010 *	0.1441	0.0142 *	0.6296	0.2706 *
009 **	0.7663	0.3952 *	0.5287	0.1881 *	-0.6642	0.2969 *	-0.0537	0.0019 *	0.3592	0.0868 *
010 **	1.0247	0.4923 *	0.3391	0.0539 *	-0.9149	0.3925 *	-0.3215	0.0485 *	-0.0375	0.0007 *
011 **	-0.0776	0.0035 *	0.9449	0.5193 *	0.3155	0.0579 *	-0.6430	0.2405 *	-0.5229	0.1590 *
012 **	0.4222	0.0411 *	1.1161	0.2868 *	-1.4423	0.4789 *	-0.5565	0.0713 *	0.5649	0.0735 *
013 **	1.2752	0.5194 *	0.7054	0.1589 *	-0.7514	0.1803 *	-0.6126	0.1199 *	0.1036	0.0034 *
014 **	2.2769	0.7854 *	-0.4988	0.0377 *	0.5790	0.0508 *	-0.8753	0.1161 *	-0.2247	0.0077 *
015 **	1.4244	0.9346 *	0.2098	0.0203 *	0.0623	0.0018 *	-0.2137	0.0210 *	0.1339	0.0083 *
016 **	-1.2936	0.1656 *	2.1273	0.4477 *	-0.4449	0.0196 *	0.7652	0.0579 *	1.7146	0.2909 *
017 **	1.3629	0.4367 *	1.1201	0.2950 *	-0.2328	0.0127 *	-1.0305	0.2496 *	0.1083	0.0028 *
018 **	1.0247	0.0261 *	-4.6456	0.5362 *	2.3700	0.1395 *	3.3708	0.2823 *	0.7459	0.0138 *
019 **	1.8749	0.3731 *	-1.9004	0.3834 *	1.2268	0.1598 *	0.6500	0.0448 *	0.4395	0.0205 *
020 **	1.0873	0.5192 *	0.7842	0.2701 *	0.3211	0.0453 *	-0.5725	0.1439 *	-0.1949	0.0167 *
021 **	0.4693	0.0090 *	0.1726	0.0012 *	-4.3884	0.7888 *	1.7481	0.1252 *	-1.1252	0.0519 *
022 **	-0.1030	0.0039 *	1.0557	0.4133 *	0.2090	0.0162 *	-0.2901	0.0312 *	1.1445	0.4858 *
023 **	-2.1386	0.7473 *	-0.7099	0.0823 *	0.3011	0.0148 *	-0.5016	0.0411 *	-0.1056	0.0018 *
024 **	-0.1282	0.0104 *	0.2361	0.0353 *	0.9477	0.5693 *	0.6999	0.3105 *	0.3293	0.0687 *
025 **	1.6845	0.8344 *	-0.0494	0.0007 *	-0.2259	0.0150 *	-0.4799	0.0677 *	-0.5135	0.0775 *
026 **	1.6250	0.8351 *	0.1950	0.0120 *	-0.3055	0.0295 *	-0.2992	0.0283 *	-0.5464	0.0944 *
027 **	-0.6462	0.3264 *	0.4568	0.1631 *	0.6350	0.3152 *	0.1501	0.0176 *	-0.3256	0.0829 *
028 **	-2.8587	0.5442 *	0.9625	0.0617 *	-1.1086	0.0818 *	1.9927	0.2644 *	-0.7797	0.0405 *
029 **	0.6244	0.1961 *	0.9755	0.4785 *	-0.1120	0.0063 *	-0.3874	0.0755 *	0.6497	0.2123 *
030 **	1.0436	0.5540 *	0.0144	0.0001 *	0.7944	0.3210 *	-0.1255	0.0080 *	-0.3966	0.0800 *
031 **	-2.6433	0.4397 *	2.1035	0.2785 *	1.3612	0.1166 *	1.1468	0.0828 *	0.0419	0.0001 *
032 **	0.0047	0.0000 *	-0.1640	0.0371 *	-0.3159	0.1374 *	0.5627	0.4361 *	0.1315	0.0238 *
033 **	0.6491	0.4495 *	0.1406	0.0211 *	0.0727	0.0056 *	0.2339	0.0584 *	0.4831	0.2491 *
034 **	1.2648	0.6151 *	-0.0591	0.0013 *	0.6680	0.1716 *	-0.0248	0.0002 *	-0.7283	0.2040 *
035 **	-2.2780	0.1258 *	4.5274	0.4970 *	3.5116	0.2990 *	1.2897	0.0403 *	-1.2186	0.0360 *
036 **	-2.3809	0.5161 *	-0.3455	0.0109 *	0.2976	0.0081 *	-0.1178	0.0013 *	0.3548	0.0115 *
037 **	1.4343	0.9174 *	-0.1554	0.0108 *	0.1520	0.0103 *	-0.3242	0.0469 *	-0.1034	0.0048 *
038 **	-7.3607	0.8125 *	-2.0835	0.0651 *	1.3115	0.0258 *	-1.5550	0.0363 *	-1.4055	0.0296 *
039 **	1.7073	0.5609 *	-0.6911	0.0919 *	0.7041	0.0954 *	0.6387	0.0785 *	-0.9336	0.1677 *

CERCLE DES CORRELATIONS

PLAN 1 2 AXE 1 HORIZONTAL

AXE 2 VERTICAL

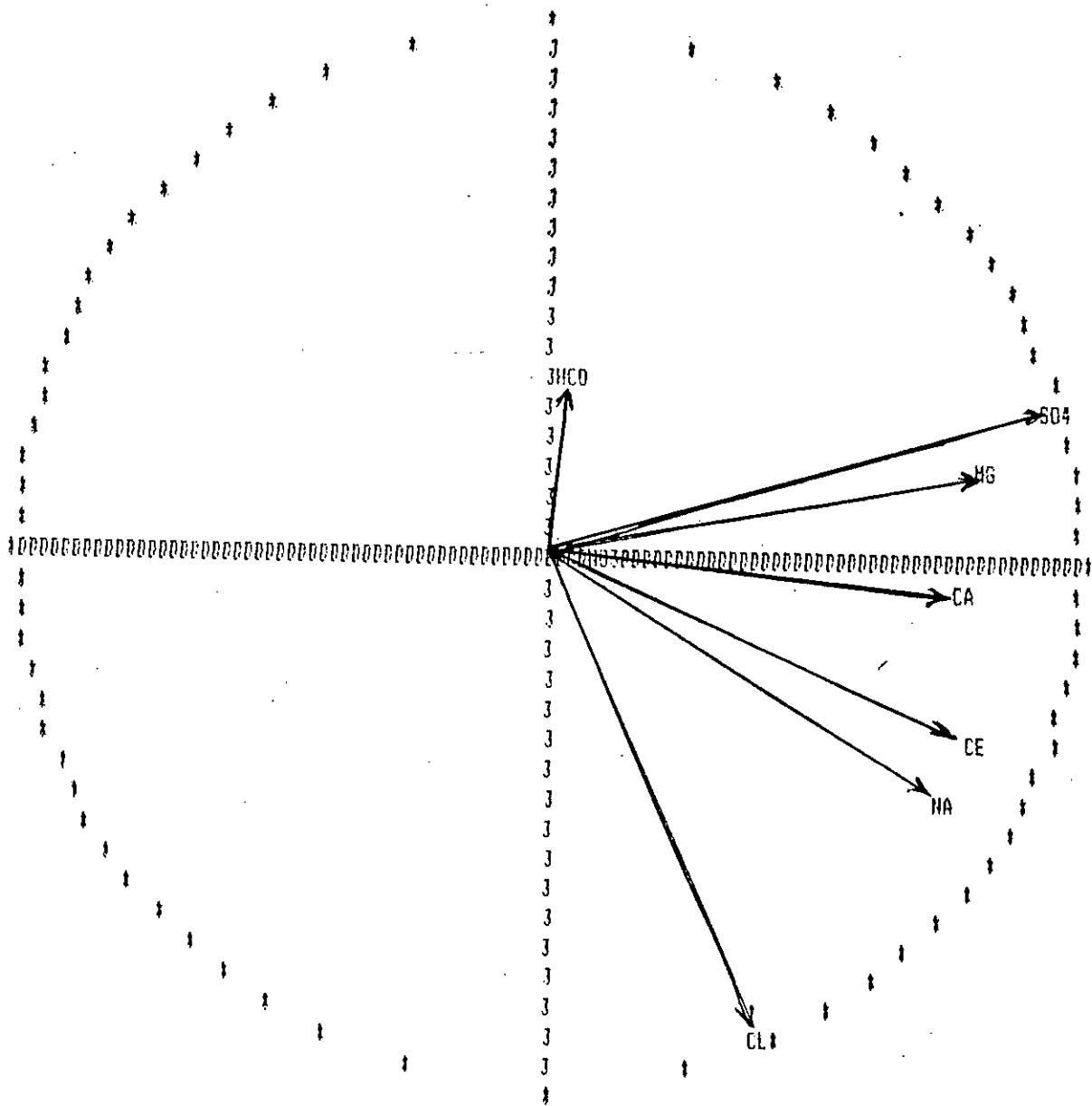


Fig. 15

CERCLE DES CORRELATIONS

PLAN 3 4 AXE 3 HORIZONTAL

AXE 4 VERTICAL

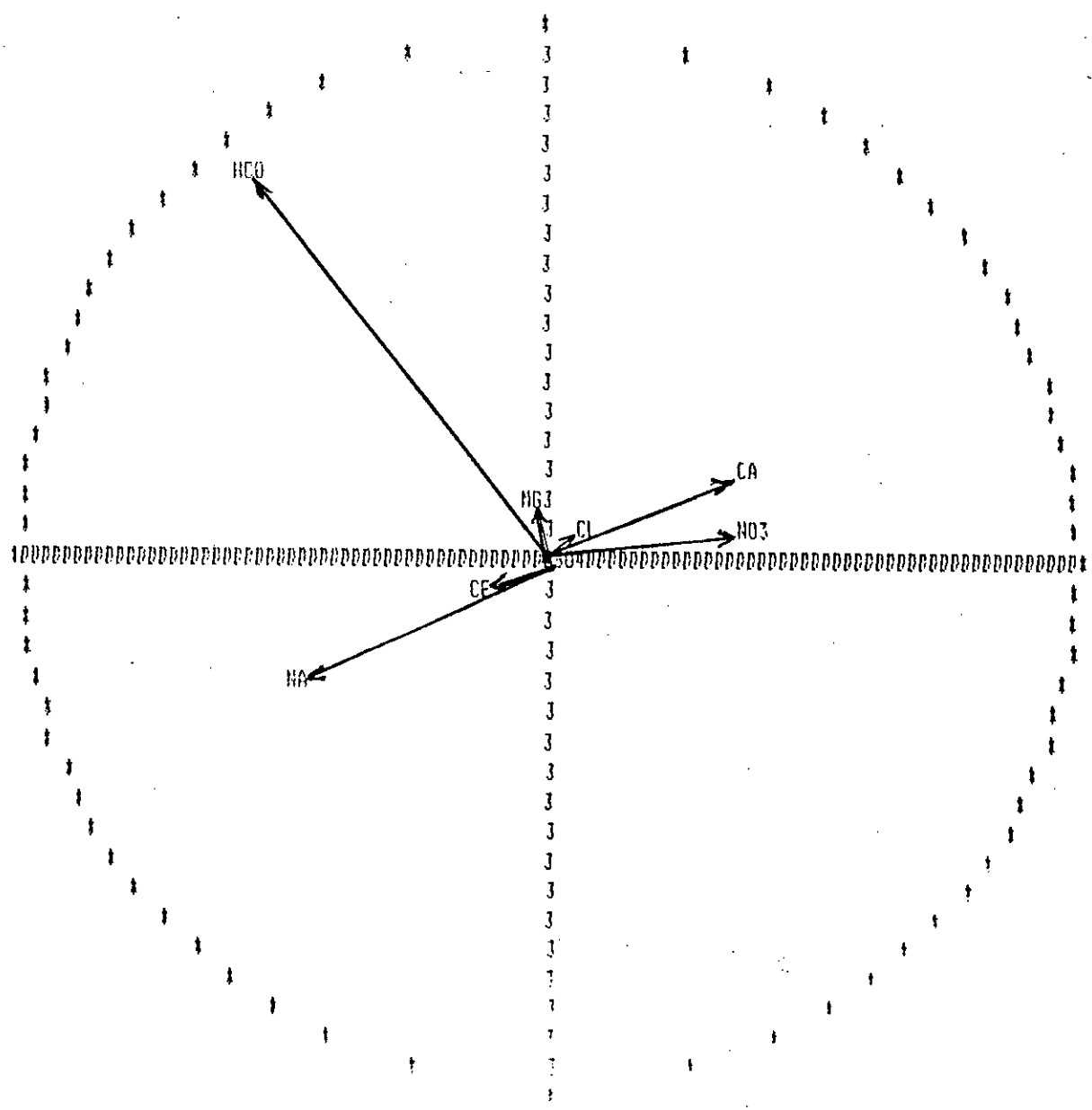


Fig. 16

REPRESENTATION FLAN 1 2 AYE 1 HORIZONTAL AYE 2 VERTICAL

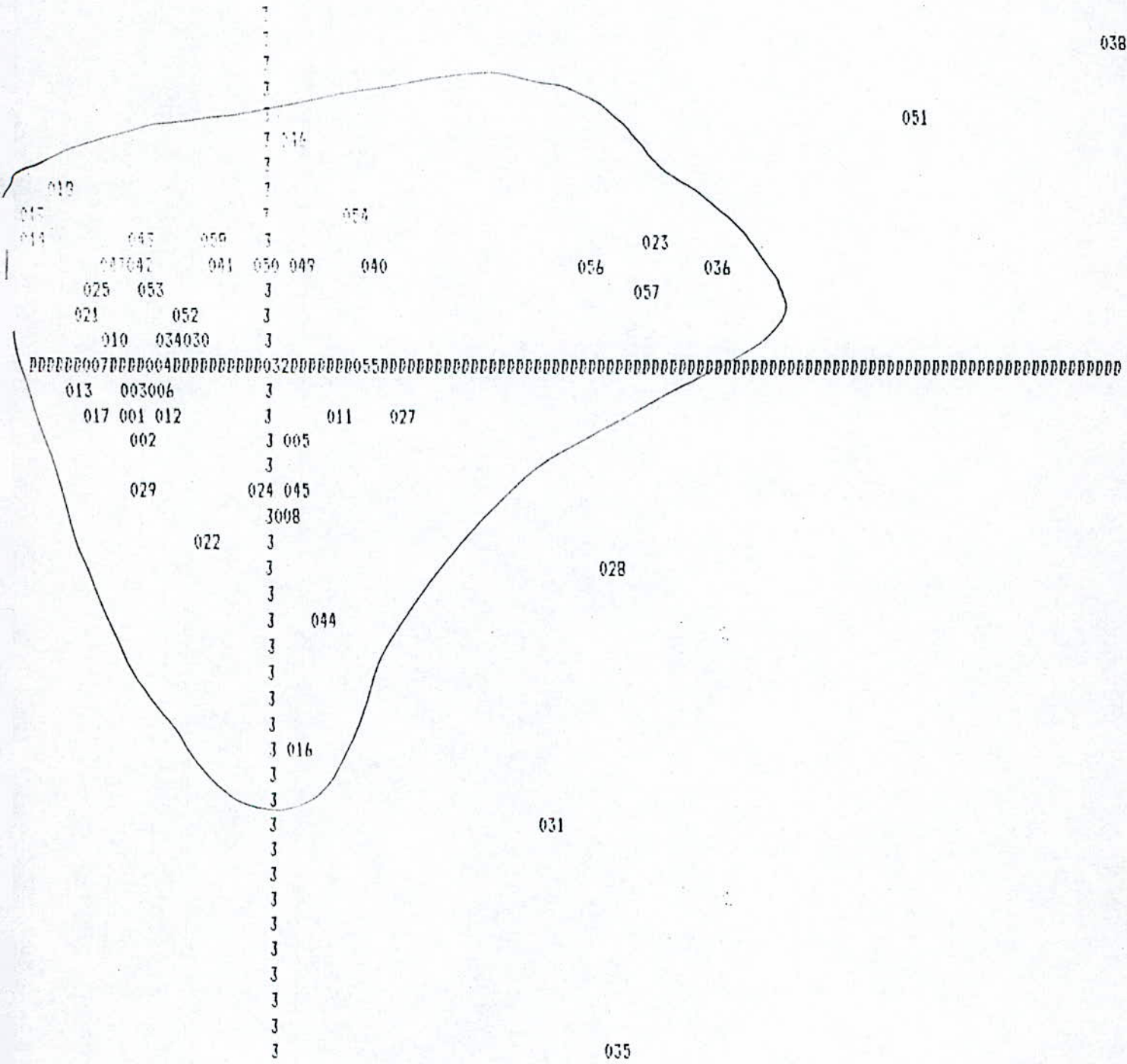


Fig. 17



1E COLONNE : COORDONNEES DES INDIVIDUS SUR LES AXES PRINCIPAUX  
COLONNE : COSINUS CARRES (QUALITE DE LA REPRESENTATION)

2E

	AXE1	AXE2	AXE3	AXE4	AXE5					
040 **	-1.1489	0.1190 *	-0.8823	0.0702 *	-2.5842	0.6020 *	1.0957	0.1082 *	-0.9123	0.0750 *
041 **	0.5238	0.2370 *	-0.8796	0.6686 *	0.2269	0.0445 *	-0.1943	0.0326 *	0.0025	0.0000 *
042 **	1.3279	0.6605 *	-0.2330	0.0203 *	-0.3126	0.0366 *	-0.5507	0.1136 *	-0.6450	0.1558 *
043 **	1.2777	0.4847 *	-0.9202	0.2514 *	0.5376	0.0858 *	-0.3778	0.0424 *	-0.4854	0.0699 *
044 **	-0.8912	0.1864 *	1.6548	0.6426 *	0.0308	0.0002 *	0.0481	0.0005 *	0.8384	0.1649 *
045 **	-1.1837	0.2436 *	0.2133	0.0079 *	-1.5674	0.4272 *	1.0654	0.1974 *	0.3829	0.0255 *
046 **	0.4185	0.0485 *	-1.3117	0.4765 *	0.1310	0.0048 *	-0.7500	0.1558 *	-0.7598	0.1599 *
047 **	1.4814	0.6423 *	-0.7423	0.1613 *	0.6706	0.1316 *	-0.4185	0.0513 *	0.1463	0.0063 *
048 **	1.1415	0.9377 *	-0.0542	0.0021 *	0.1550	0.0173 *	-0.2304	0.0382 *	-0.0455	0.0015 *
049 **	-0.2276	0.0553 *	-0.8125	0.7045 *	-0.1325	0.0187 *	-0.1449	0.0224 *	0.4074	0.1772 *
050 **	0.4140	0.1589 *	-0.4878	0.2206 *	0.4900	0.2226 *	-0.5943	0.3274 *	-0.1265	0.0148 *
051 **	-5.4095	0.7768 *	-1.9941	0.1055 *	-1.0799	0.0310 *	-1.0644	0.0301 *	1.4157	0.0532 *
052 **	0.8715	0.6610 *	-0.4439	0.1715 *	0.4060	0.1434 *	-0.1018	0.0090 *	-0.0542	0.0026 *
053 **	1.1613	0.7105 *	-0.4561	0.1096 *	0.5190	0.1419 *	-0.2320	0.0284 *	-0.1171	0.0072 *
054 **	-0.5657	0.0868 *	-0.5243	0.0745 *	-1.6811	0.7663 *	-0.2438	0.0161 *	-0.4024	0.0439 *
055 **	-0.6945	0.6472 *	-0.2112	0.0598 *	0.2528	0.0858 *	-0.0456	0.0028 *	0.3025	0.1228 *
056 **	-2.2018	0.7741 *	-0.5412	0.0468 *	-0.9053	0.1309 *	-0.2747	0.0121 *	-0.0336	0.0002 *
057 **	-2.6989	0.8374 *	-0.7627	0.0669 *	0.0403	0.0002 *	-0.4358	0.0218 *	0.0911	0.0010 *
058 **	0.7220	0.2424 *	-0.6641	0.2051 *	0.5017	0.1171 *	-0.8147	0.3087 *	0.4698	0.1026 *

### III.3.-Tentative de classification automatique:

Les techniques de classification automatique, sont destinées à produire des groupements d'un objet ou d'individus (décrits pour un nombre de variables ou caractères) dont on connaît les distances 2 à 2. Les classes formées doivent être le plus homogènes possibles.

Les tableaux de données soumis à une méthode de classification automatique sont les mêmes que ceux soumis à l'analyse factorielle (A.C.P, A.F.C, A.C.M).

#### **Algorithme de classification:**

L'algorithme fondamental se déroule de la façon suivante:

il y a n éléments à classer

- On cherche les k éléments les plus proches que l'on agrège à un nouvel élément
- On calcule les distances entre le nouvel élément et les éléments restants, on se retrouve dans les n conditions qu'à l'étape précédente, mais seulement avec (n-1) éléments à classer.
- On cherche de nouveau les 2 éléments les plus proches que l'on agrège, on calcule les nouvelles distances et on réitère le processus jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'un seul élément.

L'intérêt principal de la classification automatique par rapport aux méthodes d'analyse factorielle, c'est qu'elle considère l'espace réel des individus ou des variables initiales.

cette méthode s'effectue soit par classification ascendante hiérarchique, soit par classification descendante hiérarchique.

Le STATITCF nous offre une option ou en fonction du nombre de classes souhaité donne directement les différents groupements. Les étapes de calcul qu'on doit suivre dans l'utilisation du logiciel est la suivante:

- expécification du fichier des données.
- définition des variables(quantitatives qualitatives)
- classification sur les lignes(c'est-à-dire les individus)

- classification ascendante hiérarchique
- mode de calcul de la distance: distance euclidienne
- choix des distances: moyenne pondérée.

Enfin visualisation sur écran, éditeur, ou imprimant.

#### Application à nos données:

Comme l'A.C.P. ne nous a pas permis de distinguer des blocs homogènes bien distincts, nous avons tenté la classification automatique en essayant de voir si un choix de deux classes nous permet d'avoir par exemple deux blocs représentatifs. Mais nous avons obtenu que les 57 points forment une classe et que c'est un seul qui a un comportement différent: c'est le point C89. où toutes les teneurs sont très élevées. Et même en essayant d'augmenter le nombre de classes, nous avons toujours un seul bloc représentatif. Nous avons ainsi supposé, en conclusion, que l'ensemble des deux aquifères forment un seul bloc.

Mais toute fois dans l'étude ultérieure (géostatistique) si ces points singuliers gênent la robustesse des variogrammes, nous les écarterons.

Parce que même du point de vue géologique, ces points ont des comportements *particuliers*.

**Chapitre IV**

**ETUDE GEOSTATISTIQUE DES  
DONNEES**



**Chapitre IV.****Etude géostatistique des données**

Parmi les divers paramètres physico-chimiques identifiés par l'analyse des eaux souterraines de la plaine de Beni-Slimane, notre choix a porté pour cette étude sur les éléments suivants: conductivité électrique(CE), les nitrates( $\text{NO}_3^-$ ), les sulfates( $\text{SO}_4^{++}$ ), les chlorures( $\text{Cl}^-$ ). Nous avons tenu compte du fait que, la conductivité électrique, résumant l'ensemble de la minéralisation, est un facteur limitant pour l'irrigation, surtout pour une région agricole comme celle de Beni-Slimane. Les nitrates sont non seulement une source de pollution des eaux destinées à l'alimentation des villes, mais ils sont aussi représentés dans les deux aquifères en même temps(voir test d'identification). Ensuite, nous considérons les sulfates ( $\text{SO}_4^{++}$ ), parce qu'ils caractérisent plus le Barrémo-Aptien et les chlorures( $\text{Cl}^-$ ), qui sont caractéristiques du Mio-Plio-Quaternaire. La méthode sera la même, pour le reste des éléments non étudiés.

Pour des détails sur l'effet négatif de ces éléments sur l'alimentation en eau potable et l'agriculture voir le bulletin n° 29 de la F.A.O. Ayers et Westcot 1984.

La mise en oeuvre de cette partie, depuis la construction du variogramme jusqu'à sa modélisation est assurée par le logiciel multitâche, GEO-EAS. d'analyses géostatistiques. Il est décrit en détail dans certaines thèses( thèses de Magister B.AZOUZI,1993; DOUAOUI,1992; ) et le guide du logiciel E.EVAN, 1990. Néanmoins, nous donnerons dans ce qui suit, une description sommaire des modules qui le composent.

Ce programme spécifique au traitement géostatistique, comprend plusieurs modules en options qui ont des fonctions différentes, depuis l'introduction et la préparation des fichiers de données jusqu'au krigeage et le tracé des cartes.:

- ◆ **DATA PREP:** permet l'introduction des données et les manipulations de fichiers (copier, fusionner, effacer etc...);
- ◆ **TRANS:** peut être utilisé pour diverses opérations sur les données; (opération arithmétiques, transformation de variables, format etc...);
- ◆ **STAT:** sert à l'analyse statistique;
- ◆ **SCATTER:** permet l'étude des corrélations entre plusieurs variables;
- ◆ **PREVAR et VARIO:** servent au calcul, au tracé et à l'ajustement à un modèle théorique du variogramme expérimental;
- ◆ **KRIGE:** permet l'estimation du paramètre étudié par le krigeage sur une grille de dimension quelconque, les résultats sont donnés dans un fichier GRD;
- ◆ **CONREC:** permet en opérant sur les fichiers de résultats du krigeage, le tracé de carte en courbe d'isovaleurs;
- ◆ **POST-PLOT:** est utilisé pour l'extension de carte en points

**IV-1. Analyse de la structure spatiale des variables par le variogramme**

Cette phase de travail, préalable au Krigeage proprement dit, a pour objectif la reconnaissance de la structure spatiale du paramètre, résumée par son variogramme.

**IV-1-1. Construction des variogrammes  $\gamma(h)$ :**

Notons que la construction des variogrammes a été faite en tenant compte des remarques faites, au chapitre relatif à l'estimation du variogramme expérimental.

**IV-1-1-1. La conductivité électrique (C.E):**

Nous avons calculé  $\gamma(h)$  dans le Barrémo-Aptien sur une distance de 15 km alors que la distance maximale qui séparent les points utilisés pour cette variable est 29.150 km. Le pas de distance adopté est de 2.5 km . Notons que ces valeurs qui nous montrent une bonne distribution des points du variogramme , ont été obtenues après plusieurs essais (combinaison des différents pas et de distances).

Pour chaque classe de distance, on peut lire Fig.16

- le nombre de couples ayant servi à l'estimation de  $\gamma(h)$
- la distance moyenne;
- la valeur de  $\gamma(h)$ .

Nous avons enlevé au début la valeur 11200  $\mu\text{s/cm}$  jugée statistiquement aberrante, nous avons obtenu un variogramme robuste. Mais après l'avoir remise, nous avons constaté que le variogramme garde toujours sa robustesse (fig 16). Nous avons donc jugé nécessaire de la garder . Le nuage des points du variogramme (Figure 16) est régulier jusqu'aux alentours de 6km, où il est groupé autour d'une ligne continue croissante. Au delà de cette distance, il se disperse d'une façon aléatoire ne montrant aucune structure bien définie.

Cela traduit fidèlement les chiffres figurant sur la (fig. 16) où le nombre de couples est considérable jusqu'à la 4<sup>ème</sup> classe correspondant à la distance 4 km, puis au delà de cette distance le nombre de paires régresse et par conséquent le variogramme calculé pour ces dernières classes devient de moins en moins robuste.

Nous avons tenté d'ajuster deux modèles à ce variogramme expérimental :

modèle sphérique et exponentiel. Mais il ressort après validation que le modèle exponentiel s'ajuste mieux. Les caractéristiques de ce modèle sont portées sur la fig. 16.

Nous avons également construit le variogramme pour l'ensemble pour des aquifères, afin de comparer les deux cartes . Pour les caractéristiques de ce variogramme voir fig. 17.

M O D E L			M O D E L				
	Pairs	Avg Distance	Value		Pairs	Avg Distance	Value
1	59	2.166	.171	18			
2	55	4.791	.211	19			
3	31	7.904	.228	20			
4	18	11.546	.225	21			
5	16	14.694	.324	22			
6				23			
7				24			
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							

Model			Nugget	.065
Type	Exponent.		Range	5.500

Model Plot Options Quit  
Plot the variogram and Model

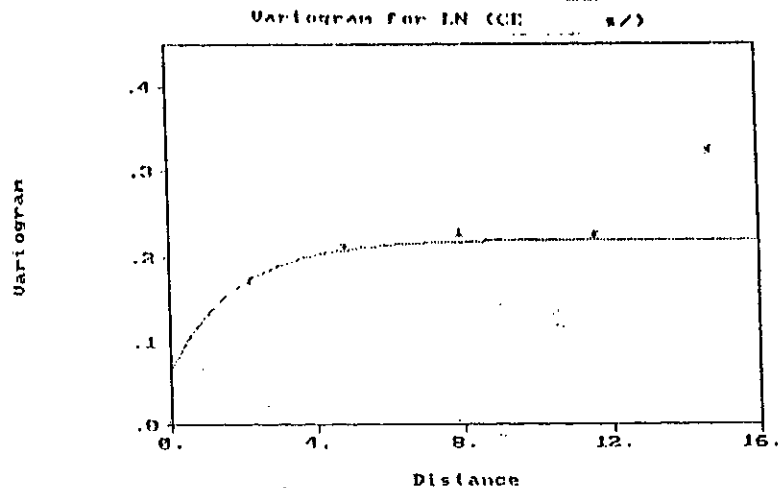


Fig.16

M O D E L			M O D E L		
Paire	Avg Distance	Value	Paire	Avg Distance	Value
1	243	2.561	.161	18	
2	434	6.050	.180	19	
3	341	10.029	.190	20	
4	264	14.137	.188	21	
5				22	
6				23	
7				24	
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					

Model	Nugget	Range
Spherical	.035	14.000

Model Plot Options Quit  
Exit, or enter model parameters

Variogram for LN ("de", "s/a")

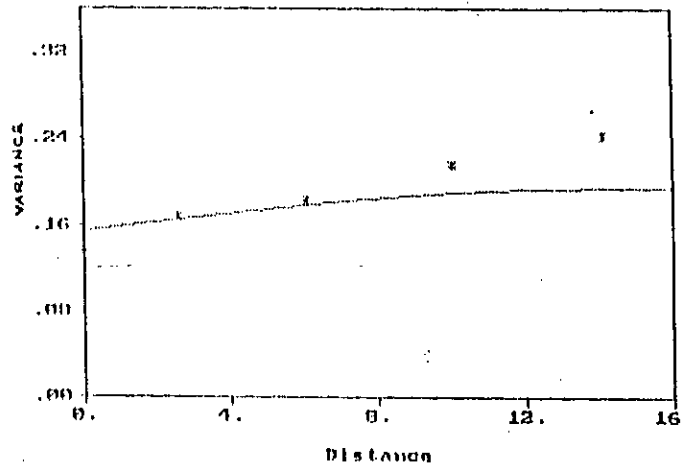


Fig.17

**IV.1.1.2 Les nitrates:**

Le mode de construction du variogramme est le même. Nous avons 57 points à partir desquels sont construits 1596 couples stockés dans un fichier d'extension PCF.

Ce fichier est pris par l'option VARIO pour construire le variogramme expérimental (Fig.18.).

Notons que le choix de la distance maximale sur laquelle se construit le variogramme et celui du pas est très important, car quand on avait préalablement choisi une distance  $h=15\text{km}$  et un pas  $2.8\text{km}$ , cela nous a conduit à un effet de pépite pur, alors que ce n'est pas le cas, puisqu'un autre choix adéquat de  $h$  et du pas nous a donné un modèle sphérique dont les caractéristiques seront données dans la fig.18, ce qui est conforme à la réalité, car dire que le variogramme est pépétique pur, entraîne que toute estimation est interdite.

Pour les nitrates, à la différence de la conductivité électrique, la valeur nulle qui, est considérée comme aberrante, a une grande influence sur la robustesse du variogramme. Cette valeur n'est pas prise en compte dans la construction du variogramme, mais sera ré introduite dans la phase de la cartographie.

M O D E L		
Pairs	Avg Distance	Value
1	36	.262
2	102	.274
3	135	.257
4	156	.294
5	147	.303
6	153	.303
7	112	.297
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		

Model	Nugget	Value
Type	Sill	Range
Spherical	.050	0.000

Model Plot Options Quit  
Edit, or enter model parameters

Variogram for LN ("NO3", "mg/l")

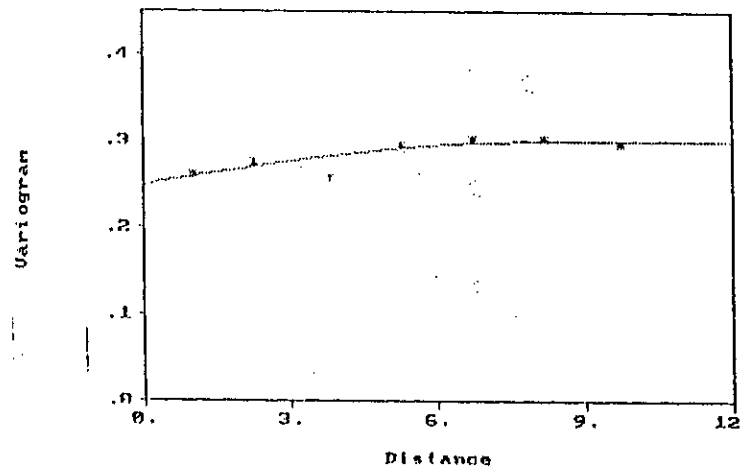


Fig.18

**IV.1.1.3 Les sulfates (SO<sub>4</sub><sup>-</sup>)**

Comme les sulfates ne caractérisent que l'aquifère Barrémo-Aptien, nous avons décidé, d'une part, de procéder à la construction du variogramme uniquement dans cet aquifère et d'autre part sur l'ensemble des deux aquifères afin de comparer les deux cartes, pour voir l'amélioration qu'apporte le test d'identification.

Le nombre de couples dans le cas concernant uniquement le réservoir Barrémo-Aptien est 253. Le modèle ajusté est exponentiel. Fig 19

Pour le cas des deux réservoirs, le nombre est 1653. Le modèle ajusté est exponentiel. Fig.20 Concernant les paramètres des deux variogrammes, voir fig.19 et 20.

M O D E L						
Pairs	Avg Distance	Value	Pairs	Avg Distance	Value	
1	14	.962	18			
2	38	2.141	19			
3	33	3.535	20			
4	27	4.847	21			
5	21	6.200	22			
6	15	7.644	23			
7	13	9.042	24			
8	13	10.638				
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						

Model		
Nugget :		.000
Type	Sill	Range
Exponent.	.690	5.500

Model Plot Options Quit  
Plot the variogram and Model

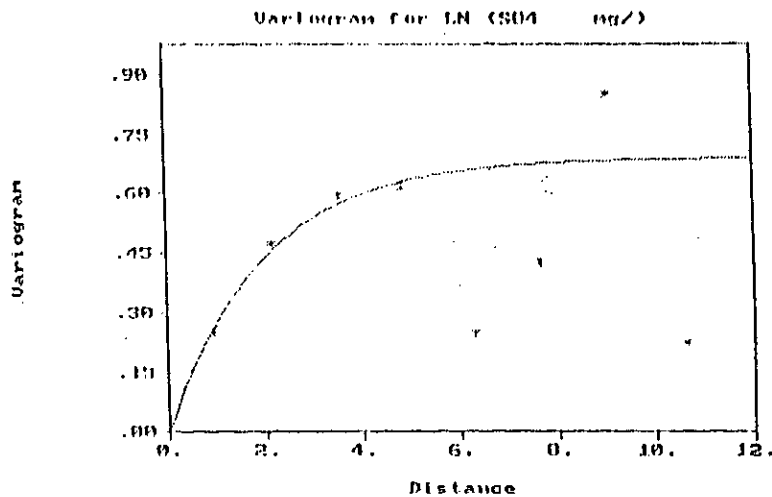


Fig.19

M O D E L						
Pairs	Avg Distance	Value	Pairs	Avg Distance	Value	
1	66	1.330	18			
2	162	3.001	19			
3	212	5.014	20			
4	203	6.991	21			
5	178	8.865	22			
6	156	10.999	23			
7	148	12.983	24			
8	120	15.116				
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						

Model		
Nugget :		.400
Type	Sill	Range
Exponent.	.900	8.000

Model Plot Options Quit  
Edit, or enter model parameters

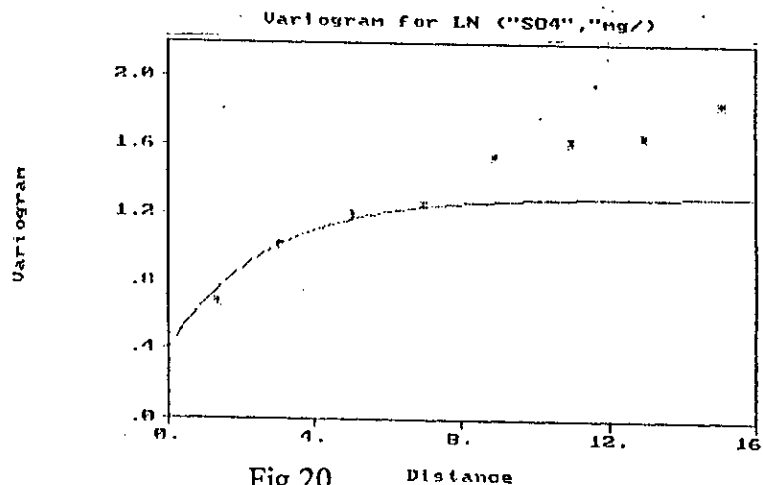


Fig.20

**IV.1.1.4 Les chlorures:**

Ils prennent leur importance dans l'aquifère Mio-Plio-Quaternaire, nous avons décidé ainsi de construire le variogramme dans cet aquifère et dans les deux au même temps. Nous comparons par la suite les cartes obtenues dans les deux cas. Le nombre de couple dans le cas du seul aquifère est 595. Le modèle ajusté est linéaire. Fig.21. Concernant les valeurs des paramètres voir tableau 11.et 12. Le nombre de couples pour l'ensemble des deux aquifères est 1653. Le modèle ajusté est également linéaire. Voir Fig.22.

Notons que la notion de variance et portée est utilisée par le programme GEO-EAS uniquement pour évaluer la pente du modèle linéaire, tout en sachant que la variance dans un modèle linéaire est infinie est par conséquent l'inexistence de la portée.

M O D E L			M O D E L		
Pairs	Avg Distance	Value	Pairs	Avg Distance	Value
1	59	1.273	.221	18	
2	153	2.851	.275	19	
3	200	4.744	.329	20	
4	202	6.600	.334	21	
5	187	8.467	.384	22	
6	156	10.457	.293	23	
7	145	12.360	.381	24	
8	111	14.194	.323		
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					

M O D E L		
Model	Nugget :	Value
		.190
Type	Sill	Range
Linear	.400	14.000

Model Plot Options Quit  
Plot the variogram and Model

Variogram for LN (Cl<sup>-</sup>) (mg/l)

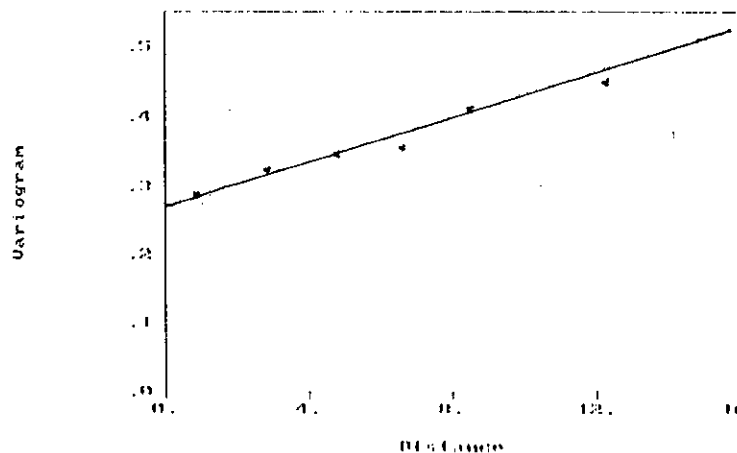


Fig.21

P A I R S			M O D E L		
Pairs	Avg Distance	Value	Pairs	Avg Distance	Value
1	53	1.833	18		
2	97	4.165	19		
3	89	7.013	20		
4	43	9.661	21		
5			22		
6			23		
7			24		
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					

M O D E L		
Type	Sill	Range
Linear	.450	11.000

Model Plot Options Quit  
Plot the variogram and Model

Variogram for LN (Cl)

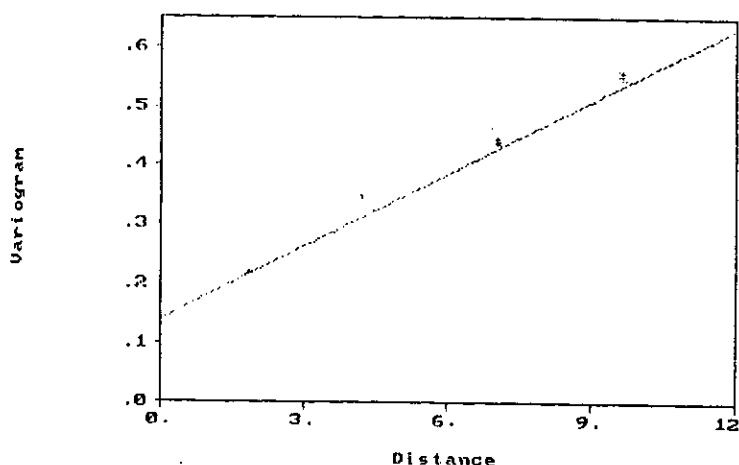


Fig.22

### Résumé des résultats

Elements	modèle	Effet de pépité	Palier	Portée (km)	Domaine
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Sphérique	0.250(mg/l) <sup>2</sup>	0.050 (mg/l) <sup>2</sup>	8	BA+MPQ
CE	Exponentiel	0.065 (µs/cm) <sup>2</sup>	0.155 (µs/cm) <sup>2</sup>	5.5	BA
	Sphérique	0.155 (µs/cm) <sup>2</sup>	0.035 (µs/cm) <sup>2</sup>	14	BA+MPQ
SO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	Exponentiel	0.000(mg/l) <sup>2</sup>	0.690(mg/l) <sup>2</sup>	5.5	BA
	Exponentiel	0.400(mg/l) <sup>2</sup>	0.900(mg/l) <sup>2</sup>	8	BA+MPQ
Cl <sup>-</sup>	Linéaire	0.140(mg/l) <sup>2</sup>	0.450(mg/l) <sup>2</sup>	11	MPQ
	Linéaire	0.270(mg/l) <sup>2</sup>	0.275(mg/l) <sup>2</sup>	14	BA+MPQ

Tableau.6: Caracteristiques des variogrammes:

#### Conclusion sur la variographie:

On remarque que tous les éléments ont plus ou moins le même type de structure, exponentiel sphérique, linéaire. Cela est peut-être dû à l'interaction de la minéralisation existant entre les éléments et leur distribution qui dépend généralement du sens d'écoulement des eaux souterraines et d'autre part la conductivité électrique(C.E) parce qu'il est le résultat des autres.

Une exception faite pour les nitrates où le variogramme est proche du variogramme pépitique. L'effet de pépité noté sur tous les variogrammes, est dû soit une microrégionalisation des paramètres (nettement inférieur aux pas d'échantillonnage), soit à des erreurs de mesures.

#### **IV-1-2. validation des variogrammes:**

Le choix du modèle théorique et de ses paramètres étant un peu arbitraire,, pour lever une part de subjectivité au problème posé, nous avons appliqué le test de validation croisée dont les résultats sont mentionnés dans le tableau avec:

- m: est la moyenne des écarts entre les valeurs mesurées et estimées
- $(\sigma/\sigma_k)$  est la moyenne quadratique des écarts réduits.

Ce travail a été réalisé par l'option **XVALID**. Rappelons que le modèle ne peut être considéré comme plausible que si le test de validation crisée donne:

$$m \cong 0,0 \text{ et } (\sigma/\sigma_k) \cong 1.0$$

Nous remarquons que les valeurs de ces paramètres se rapprochent des normes préconisées pour le krigeage: tableau.7.

Elements	Moyenne(m)	Ecart quadratique réduit	Domaine
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	0.089	1.052	BA+MPQ
CE	-0.016	1.266	BA
	0.010	1.003	BA+MPQ
SO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	0.018	1.026	BA
	0.028	1.064	BA+MPQ
Cl <sup>-</sup>	0.042	1.337	MPQ
	0.015	1.122	BA+MPQ

**Tableau.7. Résultats de XVALIDE:**

Par ailleurs nous avons représenté des cartes d'erreurs Fig 23-1 et 23-2 et annexe (réalisées par la même option). Ces erreurs sont, comme nous l'avons signalé avant, celles commises en réestimant les points connus. Nous pouvons remarquer que les valeurs sous-estimées (représentées par le symbole x) ainsi que les valeurs sur-estimées (représentées par le symbole +), se localisant sur l'ensemble de la plaine, prennent en général une importance pour l'ensemble des paramètres dans la partie Nord- Ouest et au centre. Cela peut traduire le manque d'échantillonnage dans ces zones, ainsi que sa mauvaise distribution pour l'ensemble de la plaine. On remarque par contre, là où le nombre de données échantillonnées est élevé, l'erreur est moins importante. Ce qui est normal car comme le citent de nombreux auteurs (J.P.DELHOMME, 1976; H.D.BEUCHER, 1981), la géostatistique ne crée pas d'information, elle ne fait traiter qu'au mieux cette information.

Nous avons également représenté ces erreurs sous forme d'histogramme d'erreurs réduites d'estimation, et nous voyons bien que le graphe est sensiblement normale, ce qui montre qu'il n'y a ni surestimation, ni sous estimation systématique. Fig. 24-1, et pour Fig. 24-2, 24-3, 24-4, 24-5, 24-6, 24-7. voir annexe2.



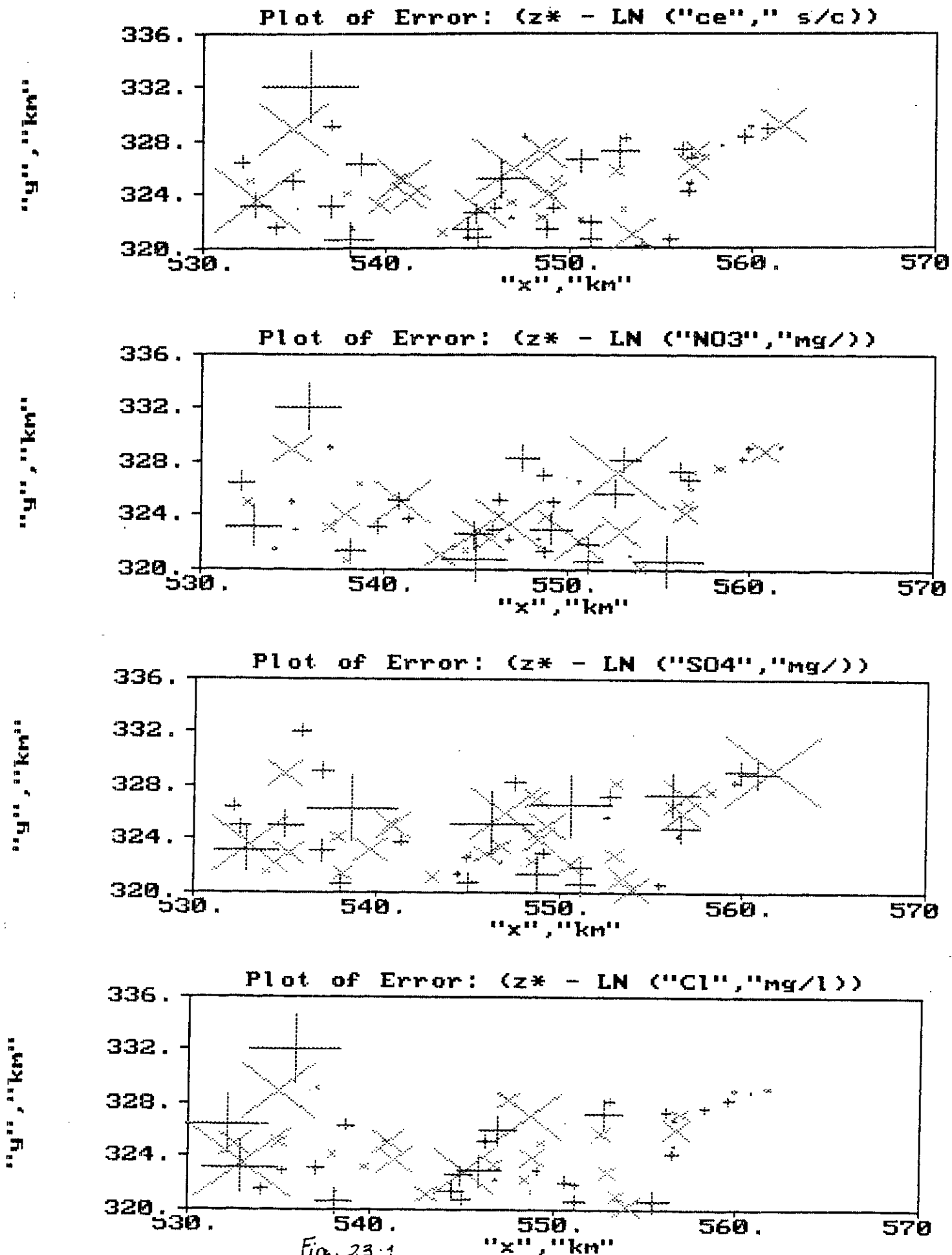


Fig. 23-1

RESULTS					
Data File :	c:\geoes\doc6.dat				
X Variable :	"x", "km"				
Y Variable :	"y", "km"				
Kriging :	LN ("NO3", "mg/)	# Data used :	56		
Type :	Ordinary	# Missing data :	1		
Variable	Estimate	Difference	Kriging Std	Zscore	
Minimum	3.077	3.969	-1.731	.541	-3.142
25th %tile	4.022	4.222	-.209	.545	-.382
Median	4.267	4.338	.071	.549	.131
75th %tile	4.499	4.432	.364	.555	.662
Maximum	5.832	4.587	1.257	.579	2.237
N	56	56	56	56	56
Mean	4.278	4.329	.051	.551	.089
Std. Dev.	.533	.157	.581	.008	1.052

Error Map Scatter Plot Histogram Write Examine Quit  
Map of kriging error (differences)

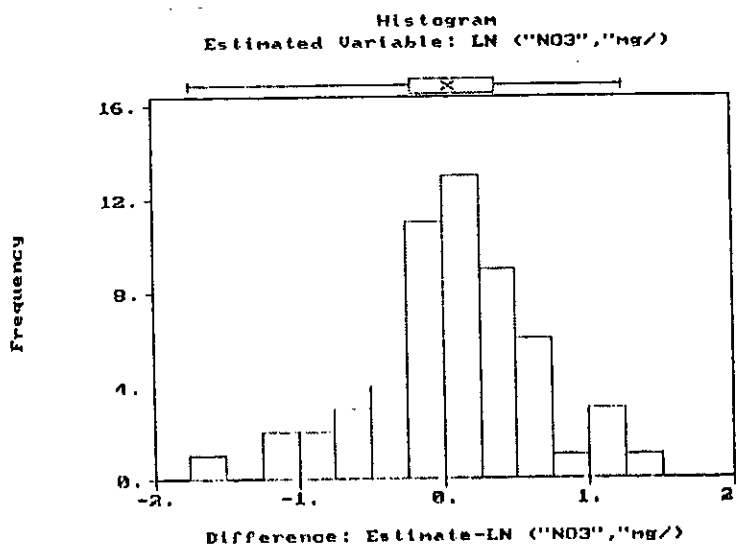


Fig.24-1

**IV.2. Krigeage:**

Le krigeage est la phase d'estimation qui vient après avoir choisi les différents modèles caractérisant les structures des paramètres, modèles validés et acceptés par l'option XVALID.

Les modèles des variogrammes seront utilisés par l'option Krige. Le krigeage se fait sur l'ensemble de la plaine avec une grille de 32x12 km dont l'origine des coordonnées en X est 531 et celle des Y est 324

.Pour les résultats du krigeage, voir annexe. Ces résultats seront stockés dans un Fichier d'extension GRD

**IV.3. Cartographie et interprétation**

Une carte est un support très facile d'utilisation. Elle permet de résoudre des problèmes ponctuels telle que la connaissance de la teneur d'un paramètre chimique en un site donné, et d'avoir un aperçu global de l'ampleur d'un phénomène, tel que la connaissance de la minéralisation sur une nappe.

L'élaboration d'une carte nécessite la maîtrise de deux procédés complémentaires:

- Les méthodes d'interpolation qui permettent de reconstituer l'information en tout point à partir d'un certain nombre de points de mesures non réguliers.
- La technique de cartographie automatique qui permet de représenter physiquement les résultats de l'interpolation.

Dans notre travail, nous allons établir des cartes d'isoconcentration pour la conductivité électrique (CE), les nitrates ( $\text{NO}_3$ ), les chlorures (Cl), les sulfates ( $\text{SO}_4$ ). Les résultats du krigage pour ces éléments sont stockés dans un fichier d'extension GRD et sera exploité par l'option CONEREC pour la cartographie par lissage des points d'isovaleurs.

#### IV.3.1 Interprétation des cartes des Nitrates

La carte tracée pour les nitrates est celle de la fig. 25. Nous voyons bien que la carte des nitrates (Fig. 25) est discontinue. Des pics de teneurs sont localisés un peu partout sur toute la plaine, ce qui prouve que les ions  $\text{NO}_3$  proviennent de tous les côtés de la plaine.

##### Origine des nitrates

La principale source de pollution des aquifères, par les nitrates est l'agriculture, résultats de l'emploi excessif des engrais industriels et des fumures. En effet l'utilisation de ces produits augmentent la concentration en  $\text{NO}_3$  dans le sol, par suite du lessivage et du drainage par les eaux d'infiltration, ils sont transportés vers les nappes aquifères. D'après une étude réalisée par la F.A.O. en 1968 (« Ecologie appliquée » U.S.A, 1981 in A. AKLI et B. CHIBANE, 1986), la consommation mondiale des engrais azotés de 1946 à 1968 s'est élevée à 60.7% et que 50% de ces engrais sont réellement absorbés par les cultures.

Pour la plaine de Beni-Slimane, la comparaison des teneurs des nitrates avec les normes de l'O.M.S (voir tableau.8) montre qu'on peut parler de pollution pour certaines zones. Notons que plusieurs points d'eau sont non protégés entre le sol et la margelle (parfois même sans margelle), ce qui facilite la contamination de l'eau par les pollutions extérieures à l'image des puits WGS; W110, ... et des sources (Aïn En Nsissia, El Khaloua, Aleg) où se pratiquent un puisage et un abreuvement du bétail, sans aucun aménagement (A. Semar, 1995).

#### IV.3.2. Interprétation des cartes de la conductivité électrique:

Deux comparaisons de cartes sont tracées pour la conductivité électrique, l'une pour l'aquifère Barrême-aptien et l'autre pour l'ensemble de la plaine.

La comparaison de ces cartes montre que les teneurs élevées se trouvent toujours dans le Barême-aptien. Nous voyons bien que les cartes de la conductivité électrique essaient de suivre l'évolution hydrodynamique, mais le parallélisme est souvent perturbé par des zones ponctuelles très minéralisées (c'est peut être de gypse). Compte tenu du fait que la conductivité électrique est un facteur limitant pour l'irrigation (problème de salinisation des sols), il serait souhaitable d'intervenir aux niveaux des pics localisés sur la carte et prendre les mesures adéquates qui s'imposent.

#### IV.3.3. Interprétation des cartes des Chlorures

L'analyse des cartes tracées pour les chlorures (l'une pour le MPQ et l'autre pour l'ensemble de la plaine) montre bien que les chlorures sont très dominants dans l'aquifère congloméra-Mio-Plio-Quaternaire. La comparaison entre la carte tracée entre le MPQ et l'ensemble de la plaine montre que l'évolution des chlorures est beaucoup plus proche de l'hydrodynamisme dans le cas où la carte est tracée uniquement dans le MPQ que quand il s'agit des deux aquifères en même temps. Ce qui nous laisse penser que la carte est tracée dans le MPQ est plus précise que dans le cas de l'ensemble de la plaine. La carte des chlorures présente beaucoup

d'analogie avec celle de la conductivité; ceci est confirmé par le fort coefficient de corrélation entre ces deux paramètres ( $R= 0.93$ ).

#### .Origine des chlores:

L'origine du chlore de ces eaux est diverse. Elle peut être issues des phénomènes de dissolution des évaporites contenant des chlorures de sodium (Na-Cl) ou des autres sels existants dans les formations traversées, en particulier dans les terrains triasiques à l'image des puits C89, C94 et C92 situés à l'aval du contact normal. Elle peut être, également due aux rejets domestique et au traitement à la "pierre chlorurée" par les services de prévention sanitaire (une enquête menée au cours de notre campagne de prélèvement a montré que la plupart des puits sont traités au minimum deux fois par an). Enfin, le chlore peut avoir une origine atmosphérique (par les pluies).

#### IV.3.4 Interprétation des cartes des sulfates:

La comparaison des cartes tracées pour les sulfates montre que les fortes concentrations en teneur pour les sulfates se trouvent dans le Barrémo-aptien. La carte de chlorure dans le Barrémo-aptien montre un sens particulier pour l'évolution des teneurs. Bien qu'on n'a pas une connaissance précise sur l'évolution de l'hydrodynamisme dans cet aquifère, nous pensons qu'il y a un parallélisme entre les deux sens d'évolution. Nous notons des pics très élevés de concentration en teneur de sulfates, il est donc également intéressant de prospecter ces points.

#### Origine des sulfates:

Les fortes valeurs enregistrées pour les sulfates proviennent probablement de la dissolution des sels minéraux (gypse).

#### IV.4. Normes internationales appliquées à l'AEP:

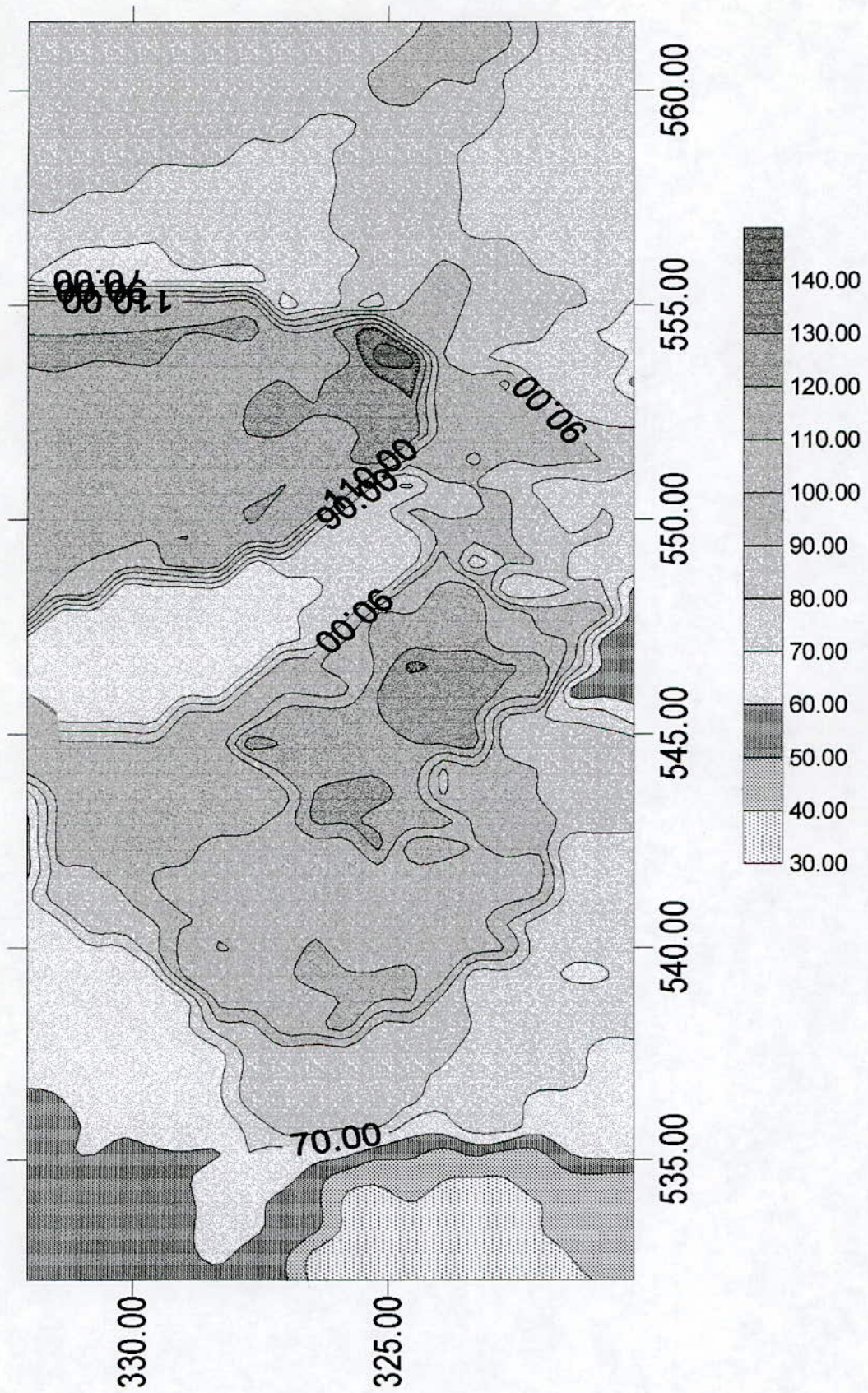
Paramètre	Limite acceptable (mg/l)	Limite maximale admissible (mg/l)
- Plomb	0.1	0.1
- Fer	0.03	0.3
- Arcénic	0.05	0.05
- Fluor	0.7	1.5
- Cyanure	0.05	0.05
- Nitrates	45	100**
- Chlore	200	600
- Sodium	20	100
- Résidus secs	500	1500

#### Normes internationales appliquées à l'AEP

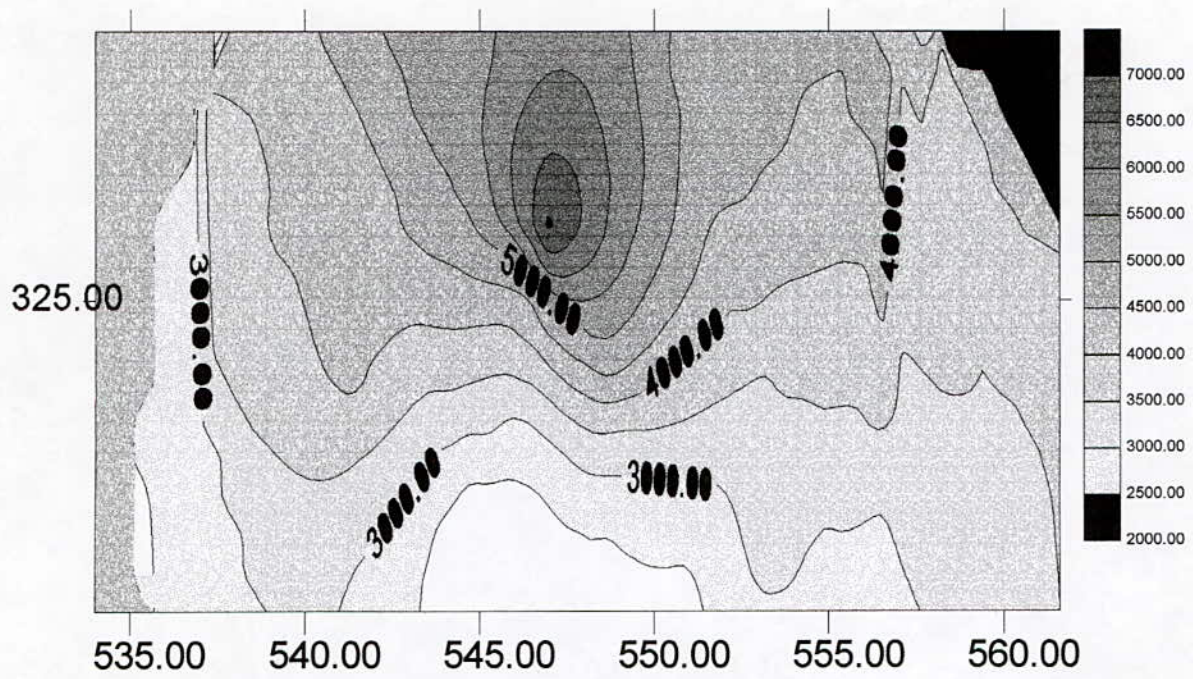
\*: Norme de la CEE citée par A. KETTAB, 1992, OPU

\*\* citée par A. KETTAB

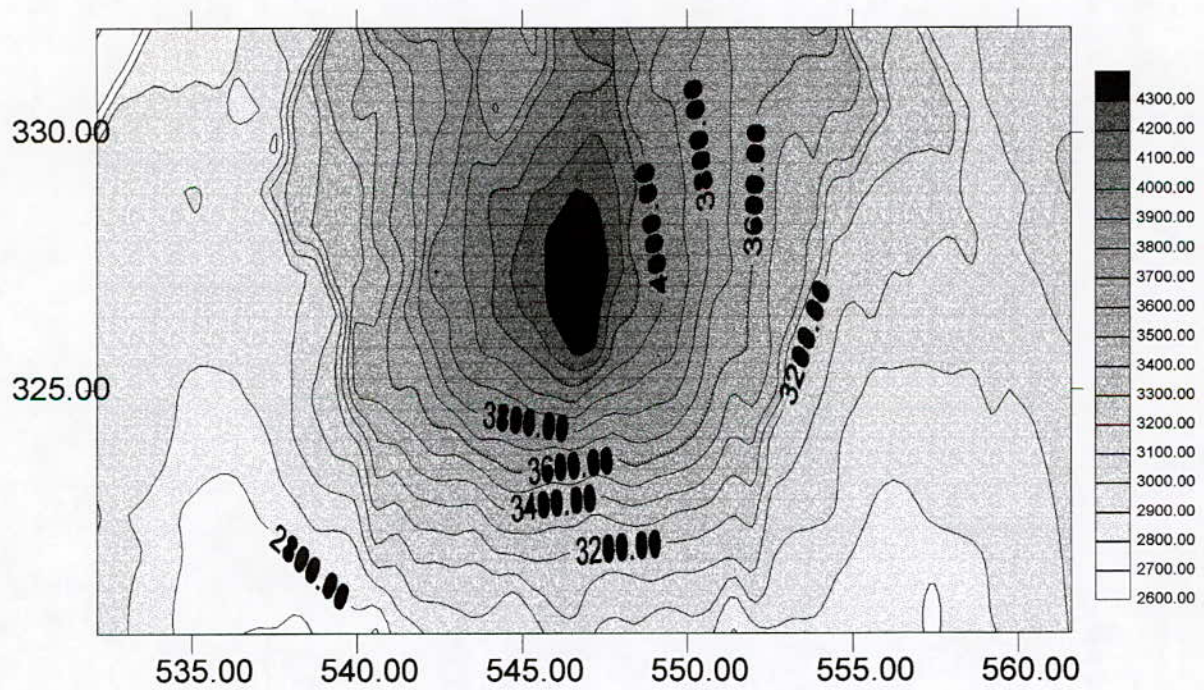
Ce tableau montre que les normes admissibles sont dépassées par tous les ions, ce qui signifie que ces eaux sont impropres à l'alimentation.



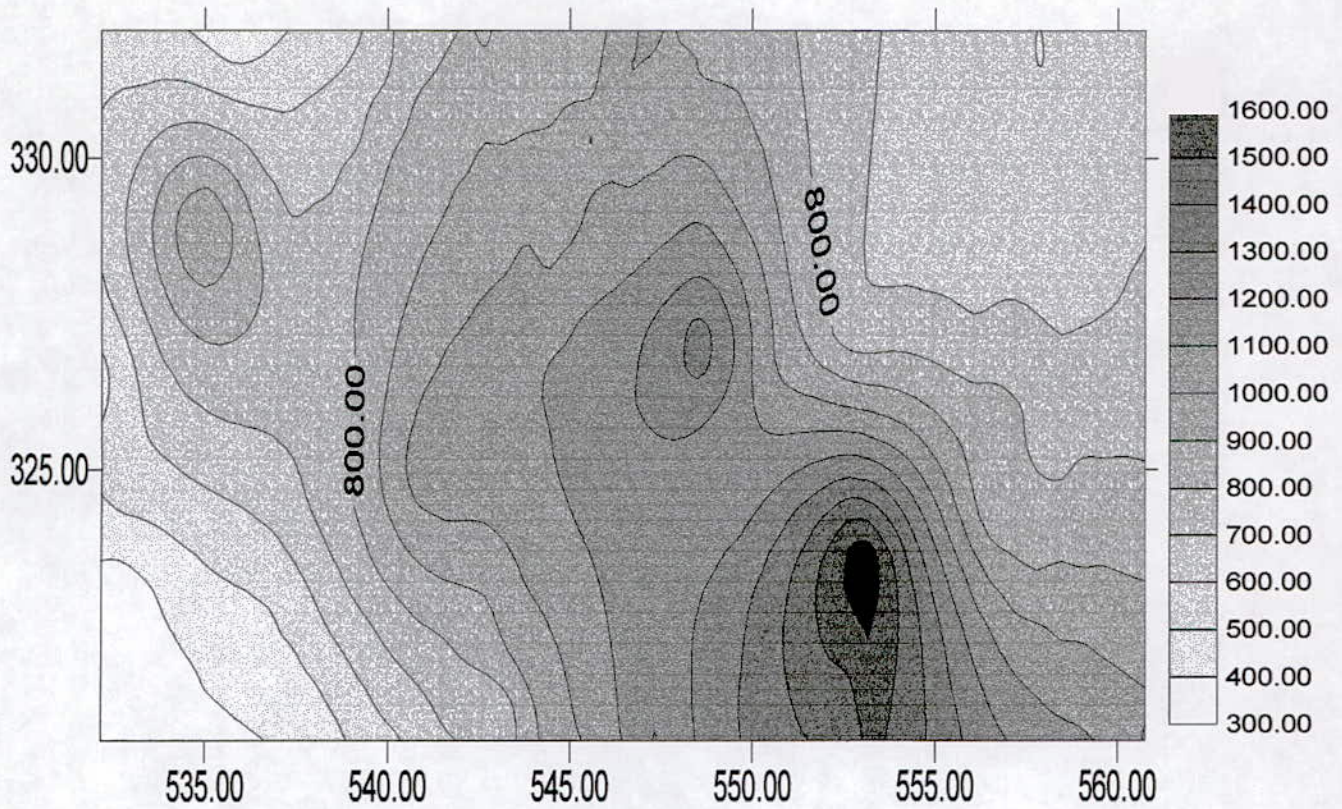
Carte des nitrates NO<sub>3</sub> (mg/l) pour la plaine



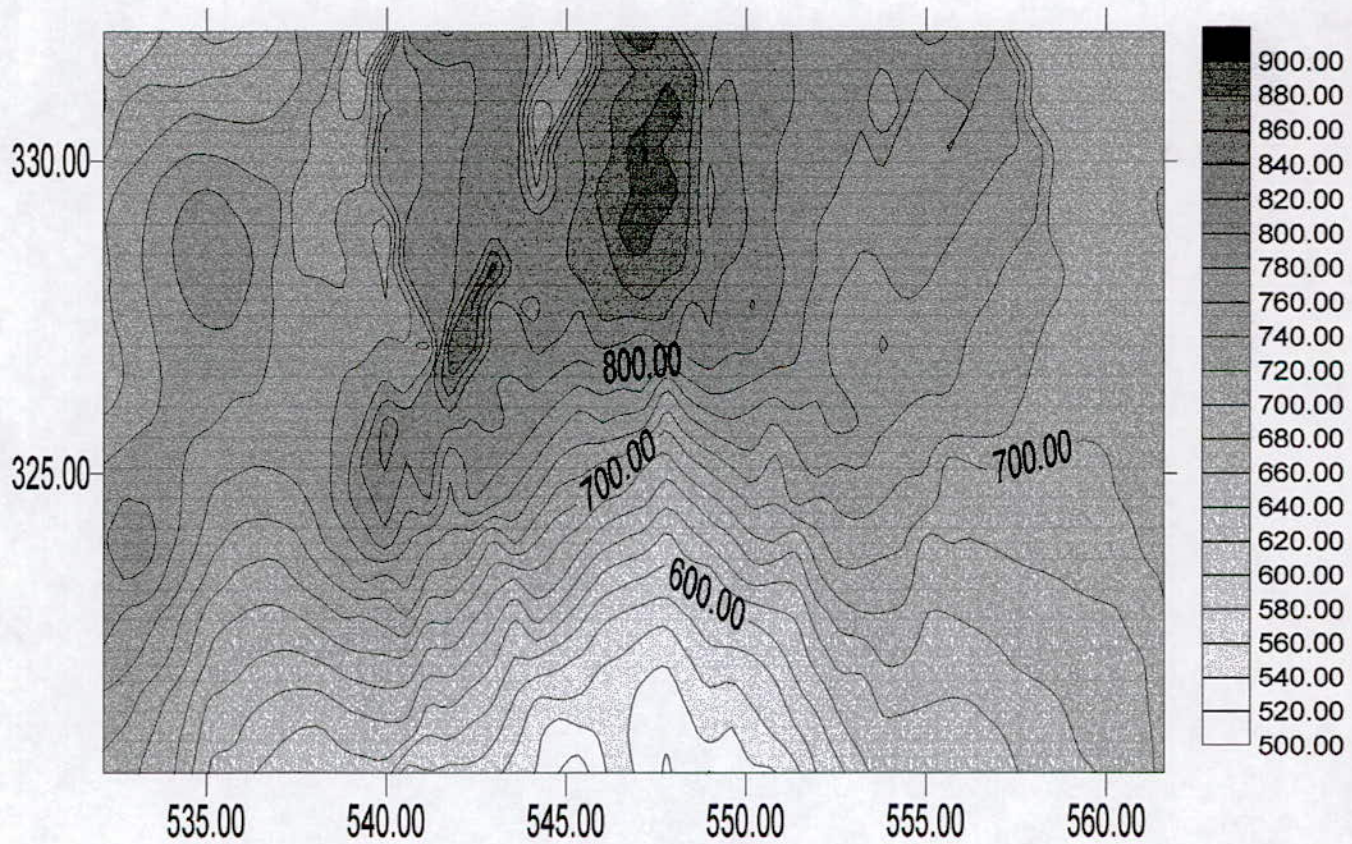
Carte de la conductivité électrique CE( $\mu\text{s}/\text{cm}$ ) rés.BA



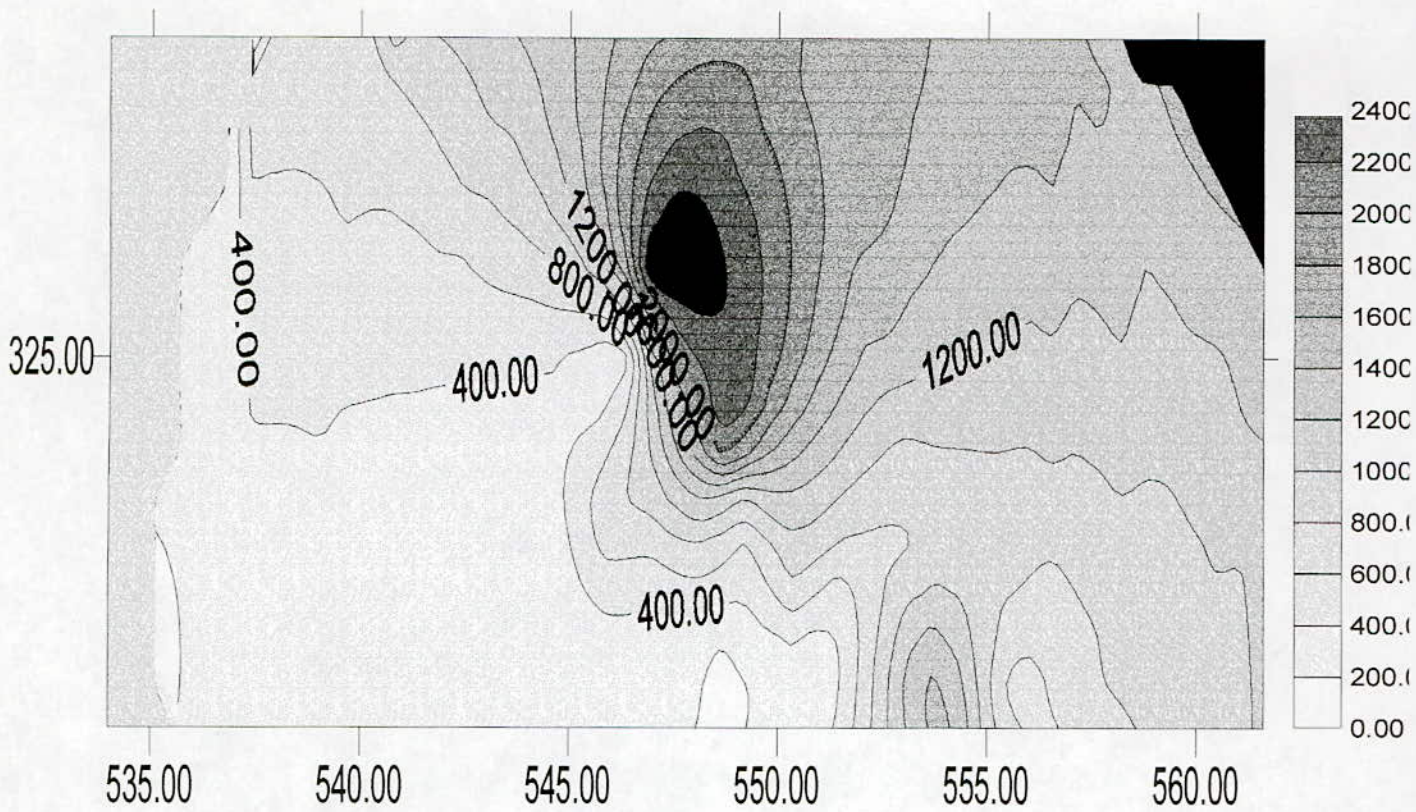
Carte de la conductivité électrique CE( $\mu\text{s}/\text{cm}$ ) de la plaine



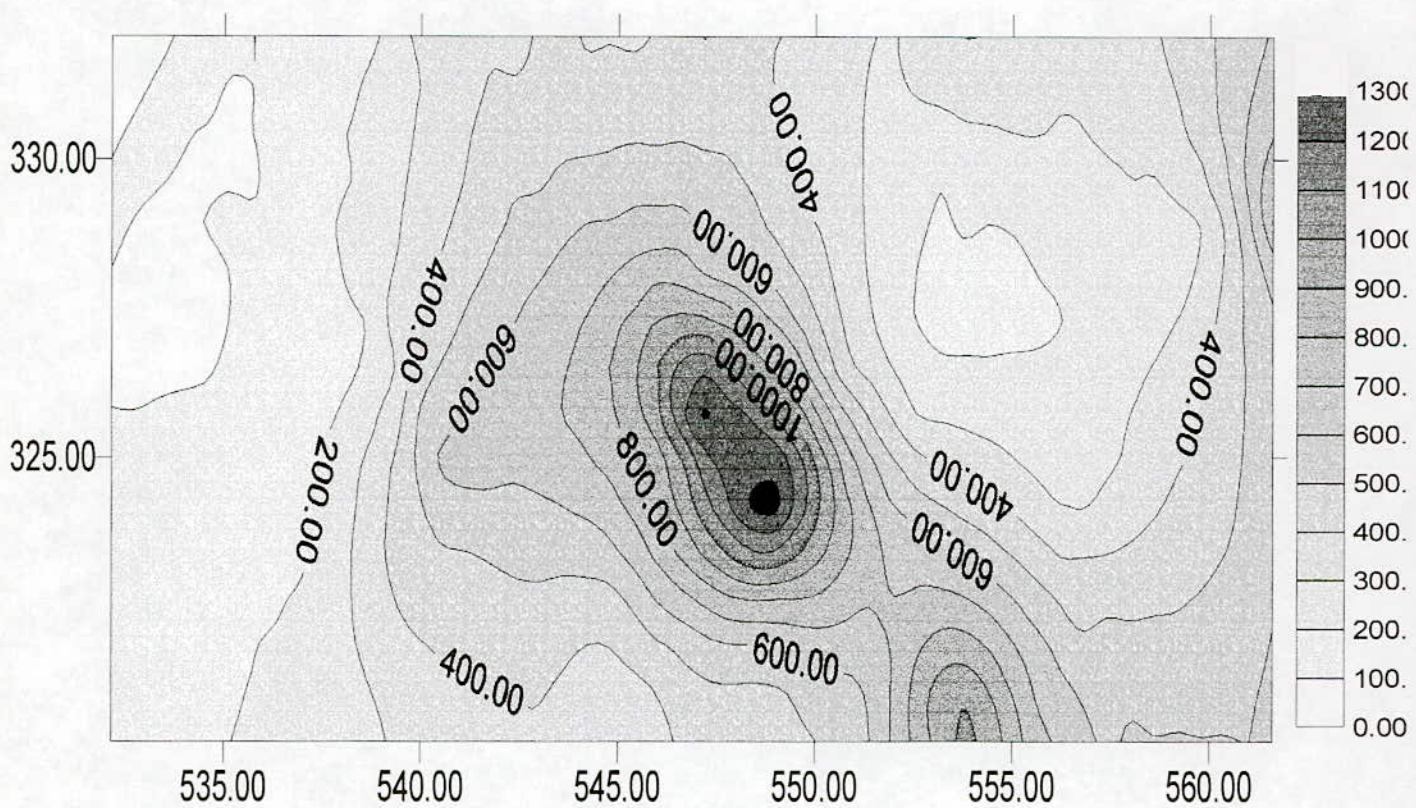
Carte de chlorures Cl(mg/l) rés.MPQ



Carte de chlorures Cl(mg/l) pour la plaine



Carte de sulfate SO<sub>4</sub> (mg/l) rés.BA



Carte de sulfate SO<sub>4</sub>(mg/l) pour la plaine



**CONCLUSION**

## Conclusion:

Dans ce travail nous avons tenté d'évaluer la variabilité spatiale des grandeurs hydro-géochimiques des eaux souterraines de la plaine de Béni-Slimane, en procédant à une analyse statistique détaillée et à la mise en application des méthodes géostatistiques

L'analyse statistique a montré une distribution dissymétrique des valeurs pour l'ensemble des paramètres, ce qui nous a incité à traiter les logarithmes des valeurs dans la géostatistique. L'étude des corrélations a montré que la conductivité électrique est influencée plus dans le Barrémo-Aptien par les éléments  $\text{SO}_4^-$ ,  $\text{Mg}^{++}$ ,  $\text{Ca}^+$ ,  $\text{HCO}_3^-$ , qui sont d'ailleurs en bonne corrélation entre eux et sont caractéristiques de cet aquifère comme l'a montré le test d'identification. Dans le Mio-plio-Quaternaire, elle est plus influencée par les chlorures ( $\text{Cl}^-$ ), qui caractérisent également cet aquifère. L'analyse en composantes principales a montré la structure des variables: les éléments  $\text{SO}_4^-$ ,  $\text{Mg}^{++}$ ,  $\text{Ca}^+$ ,  $\text{Na}^+$  et CE qui est traité comme variable supplémentaire, vont ensemble; les chlorures ( $\text{Cl}^-$ ) et les bicarbonates s'opposent; les nitrates ( $\text{NO}_3^-$ ) sont indépendants. Cependant, elle n'a montré aucun groupement particulier pour les points d'eau, même une tentative de classification automatique n'a pas permis de voir des ensembles particuliers.

La variographie des grandeurs chimiques étudiées a montré que leur comportement n'est pas purement aléatoire, mais obéit à certaines lois structurales caractérisant leurs variabilités spatiales. Les mesures sont auto-corrélées dans l'espace jusqu'à une distance de l'ordre de 5 à 11 km indiquant la portée du phénomène. Cette distance délimite la zone d'influence d'une mesure ponctuelle sur la connaissance de l'élément considéré. Il est donc inutile d'extrapoler l'information recueillie par une telle mesure sur des distances supérieures à la portée. Cela est très important en matière de gestion et contrôle du réseau de surveillance des eaux souterraines.

Les cartes obtenues après krigeage ont permis de tracer l'évolution spatiale des éléments chimiques dans leurs zones de localisation. Certains éléments (en particulier le CE) ont tendance à évoluer dans le sens de l'écoulement des eaux souterraines, les nitrates par contre ne montrent pas de sens d'évolution particulier. L'effet de pépité noté sur les variogrammes est du soit à des erreurs de mesure, soit à une microrégionalisation non visible à cause d'un pas d'échantillonnage trop grand. La comparaison des teneurs des éléments chimiques aux normes internationales (O.M.S.), nous permettent de parler de pollution chimique des eaux souterraines de la plaine de Béni-Slimane.

Ce travail, par sa nouveauté pour nous, reste difficile à maîtriser, il ne constitue qu'une première étape. L'utilisation du cokrigeage par exemple, compte tenu de la corrélation entre les éléments pourrait conduire à des résultats beaucoup plus précis. Nous souhaiterions seulement que cette approche stochastique des milieux aquifères soit utilisée par ceux qui vont nous succéder au département, pour arriver à des modèles couplés (probabiliste et déterministe) de simulation numérique plus fiables des nappes aquifères.

# **BIBLIOGRAPHIE**

- AIDAOUI A. 1985-** Variabilité spatiale de la conductivité hydraulique estimée in situ à partir des teneurs en humidité.  
Thèse de magistère, INA; 159p
- AKLIA CHIBANE A, GAID B, MINOU O. 1989-** pollution par les nitrates des eaux souterraines de la Mitidja. Eaux et sols d'Algérie .  
ANRH,
- AOUCHINE.M 1986-** Traitement informatique de données hydrochimique  
Ed. Eyrolles.
- AZOUZI.B:1993:** contribution à la cartographie automatique des grandeurs Hydrogéologiques (application à la Mitidja).  
Thèse de Magister INA.
- BEUCHER H.D 1981-** Approche géostatistique du passage des données de terrain aux paramètres des modèles en hydrogéologie.  
Thèse Docteur ingénieur. Paris, oct.
- BOBEE.B, ASHKHUR.F et EL. JABL.N ,1988,** the Gamma family and derived distributions in Hydrologie, water ressources Publications
- BOUZIDIA H. 1990-** Synthèse hydrogéologique de la plaine de Beni-Slimane (W.Médeca).  
Mémoire de fin d'études. USTHB
- CAIRE A. 1957-** Etude géologique de la région des biban.
- CASTANY G. 1982-** Principe et méthode de l'hydrogéologie.  
Ed. Dunod, Paris
- DAGNELIE P.1982-** Théorie et méthodes statistiques  
Collection les presses Universitaire de Gembloux, Vol. 1et 2.  
237p et 463p.
- DELHOMME J P , DE MARSILY G, BEUCHIER H D.1981-** Analyse stochastique des propriétés des systèmes poreux naturels hétérogènes. Compte rendu de fin d'étude d'une recherche scientifique et technique financée par l'INRA de Paris.
- DELHOMME J P. 1976-** Application de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau Thèse Doct.ing.  
Fontainebleau, Ed. ENSMP, 130p

- DOUAOULA: 1993** Contribution à l'étude des sols des plaines du Cheliff (variabilité spatiale), Thèse de magister INA.
- DUPY M. 1969-** Méthodes modernes de traitement de l'information géologique sur ordinateur. Introduction sur les notions statistiques d'homogénéité et d'estimation. C.S.P.P.G, Ed. Technip, Paris.
- EVAN E. 1990-** GEO-EAS (géostatistical Environmental Assessment Software ), User's guide U.S, environmental protection Agency, Las Vegas, Nevada.
- GASCUEL-ODOUX C. 1984-** Application de la géostatistique à l'étude de la variabilité spatiale des propriétés hydriques de sol. Thèse docteur ingénieur. Paris, oct
- HAMLAOUI.M .1995** Etude des précipitations journalières maximales dans la région d'Alger. ENP.
- IIULINII. 1988-** Echantillonnage efficace des variables spatiales par l'approche géostatistique linéaire. Mémoire de DA, Gembloux
- JEKHOWSKY B.** Eléments de statistiques à l'usage des géologues. Edition Mir 1977
- JOURNEL A G .1975-** Guide pratique de géostatistique minière. Centre de Géomorphologie mathématique. Fontainebleau, Paris.
- JOURNEL A G et HUIBRRGHTS CH J** - Mininig géostatistes. Academic press, Inc. London, G.B.Us. Ed. Published by Academic Press. Inc Orlando, Florida(1978)
- KETTAB A. 1992-** Traitement des eaux. Ed. OPU, Alger.
- KHAMMARI G. 1990-** Variographie des ions nitrates et des résidus secs dans la plaine de la Mitidja. Article portant sur la pollution.
- KIEKEN. 1961** -Les traits essentiels de la géologie Algérien(545-614)  
 1964- la fenêtre tectonique des Biban. SN. Répal.  
 1974- Etude géologique du Hodna, du Tittert et la partie occidental' des biban(départ d'Alger, Algérie).  
 Doctorat Es.naturelles, tomes, I-II.
- LEFEVRE J** - Introduction aux analyse<sup>s</sup> statistique<sup>s</sup> multivariables. Editon Eyroles 3<sup>ème</sup> Editon, 1983.

- MARSILY G. 1981**-Hydrogéologie quantitative. Ed Masson
- MATHERON G. 1965**- Les variables régionalisées et leurs estimations.  
Ed Masson de Paris
- MISSADJI C. 1990**- Vriographie des grandeurs hydrochimiques application à la Mitidja. Thèse d'ing. Ed. INA.
- MOREAU M et MATHIEU. 1979**- Statistique appliquée à l'expérimentation  
Ed. Eyrolles,. Paris
- NAKANABO.B 1989**- Contribution hydroclimatologie du bassin versant de la Traille(Haut Isser). Essai de bilan hydrologique.
- OBLED.CH .1987**-.Induction au krigeage à l'usage des hydroloques ENS  
d'hydraulique de Grenoble, Institut de Mécamique.
- RODIER J 1985**- l'analyse chimique et physico-chimique de l'eau. Ed Dunod,  
Paris, 1365p
- SEMAR A. 1995**- Contribution à l' étude hydrogéologique de la plaine de Beni-Slimane(wilaya de MEDEA-ALGERIE ). Thèse de magistèr  
.USTHB
- VALIRON.F, 1992**-.Gestion des eaux ,tome III: automatisation, informatisation  
et télé gestion. ENPC, Paris.
- TECNO-EXPORT-STORY, 1974**:Rapport de l'étude géophi<sup>si</sup>que de la plaine  
d'El Khemis.  
Archives de l'Agence nationale des ressources hydrauliques(ANRH)

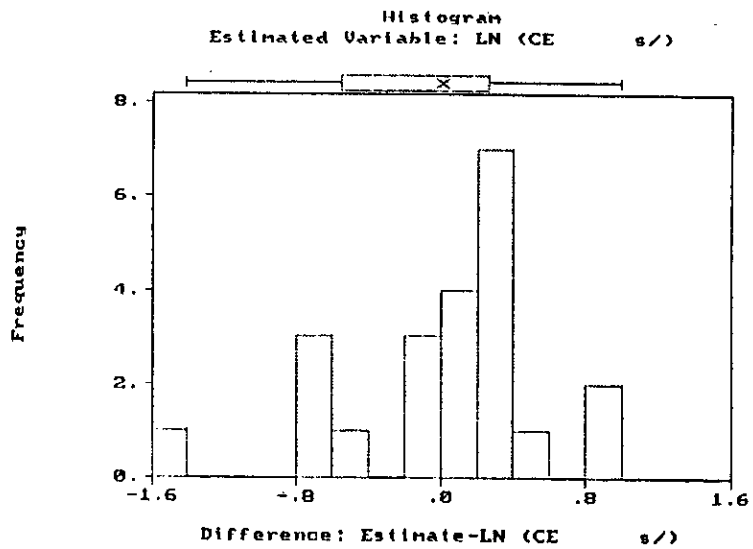
**ANNEXE**

Résultats de xvalid et  
cartes d'erreurs.



RESULTS					
Data File	: c:\geoeas\donnees2.dat				
X Variable	X	km			
Y Variable	Y	km			
Kriging	LN (CE	µs/)	# Data used	:	23
Type	Ordinary		# Missing data	:	0
Variable	Estimate	Difference	Kriging Std	Zscore	
Minimum	7.496	7.597	-1.409	.366	-3.195
25th %tile	7.601	7.769	-.555	.389	-1.311
Median	7.741	7.907	-.176	.416	.413
75th %tile	8.071	7.975	.255	.425	.609
Maximum	9.324	8.592	.991	.660	2.341
N	23	22	22	22	22
Mean	7.970	7.946	.001	.427	-.016
Std. Dev.	.464	.230	.558	.062	1.266

Error Map Scatter Plot Histogram Write Examine Quit  
Map of kriging error (differences)



RESULTS					
Data File	: c:\geoeas\doc9.dat				
X Variable	"x", "km"				
Y Variable	"y", "km"				
Kriging	LN ("ce", "µs/c)		# Data used	:	58
Type	Ordinary		# Missing data	:	0
Variable	Estimate	Difference	Kriging Std	Zscore	
Minimum	6.685	7.670	-1.133	.423	-2.657
25th %tile	7.650	7.855	-.250	.425	-.584
Median	7.901	7.945	-.069	.427	-.158
75th %tile	8.216	8.038	.215	.429	.498
Maximum	9.324	8.390	1.270	.450	2.823
N	58	58	58	58	58
Mean	7.960	7.965	.006	.428	.010
Std. Dev.	.446	.158	.432	.005	1.003

Error Map Scatter Plot Histogram Write Examine Quit  
Map of kriging error (differences)

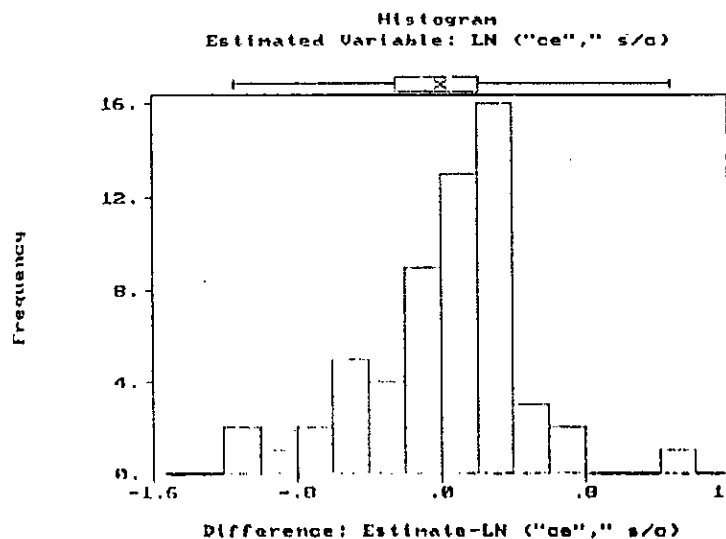
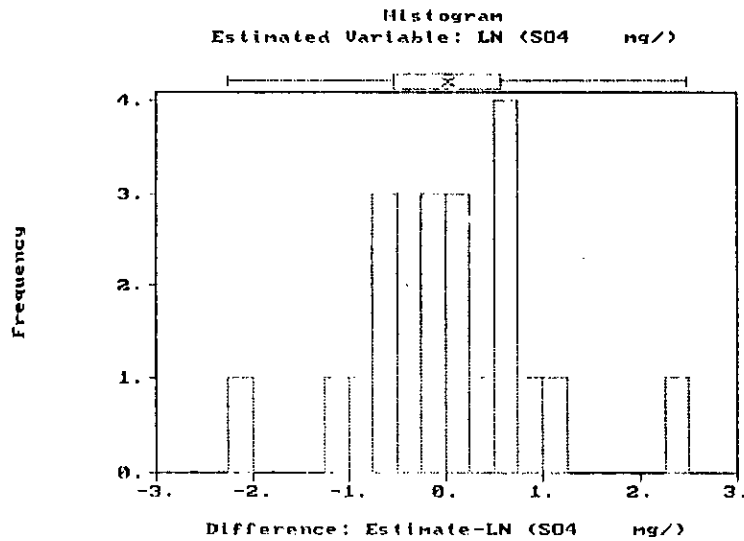


Fig. 24-3

RESULTS					
Data File	: c:\geoeas\donnees2.dat				
X Variable	: X km				
Y Variable	: Y km				
Kriging	: LN (SO4 mg/)		# Data used	: 23	
Type	: Ordinary		# Missing data	: 0	
Variable	Estimate	Difference	Kriging Std	Zscore	
Minimum	4.087	5.646	-2.246	.449	-3.242
25th %tile	5.537	5.832	-.537	.556	-.923
Median	6.185	6.241	-.057	.637	-.096
75th %tile	6.796	6.620	.567	.667	.665
Maximum	7.892	7.361	2.475	1.166	3.803
N	23	22	22	22	22
Mean	6.315	6.295	.031	.658	.018
Std. Dev.	.855	.470	.940	.155	1.426

Error Map Scatter Plot Histogram Write Examine Quit  
Map of kriging error (differences)



RESULTS					
Data File	: c:\geoeas\doc9.dat				
X Variable	: "x", "km"				
Y Variable	: "y", "km"				
Kriging	: LN ("SO4", "mg/)		# Data used	: 58	
Type	: Ordinary		# Missing data	: 0	
Variable	Estimate	Difference	Kriging Std	Zscore	
Minimum	2.721	3.246	-2.654	.834	-2.600
25th %tile	4.677	4.910	-.702	.897	-.781
Median	5.559	5.635	.073	.954	.080
75th %tile	6.406	6.108	.597	.993	.580
Maximum	7.892	7.218	2.508	1.167	2.421
N	58	58	58	58	58
Mean	5.542	5.580	.038	.954	.028
Std. Dev.	1.181	.754	1.017	.071	1.064

Error Map Scatter Plot Histogram Write Examine Quit  
Map of kriging error (differences)

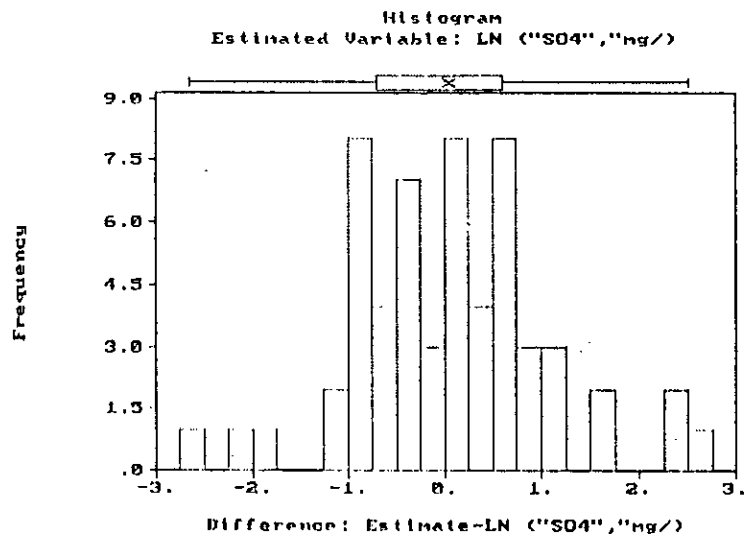
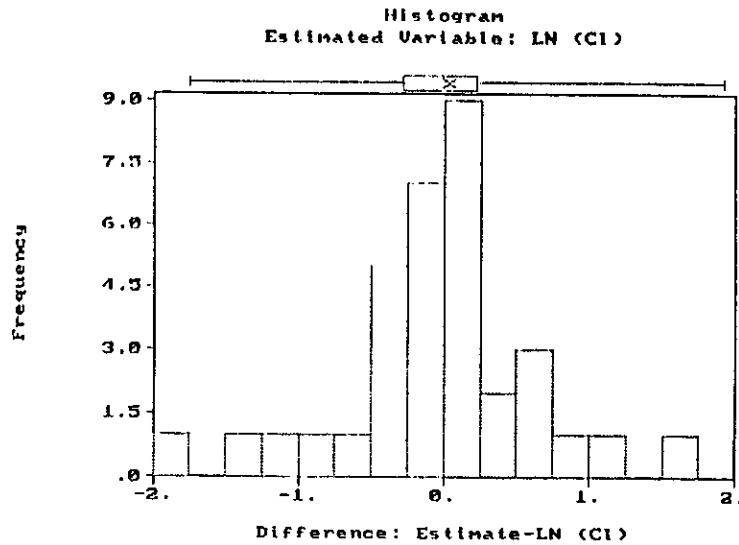


Fig. 24.2

RESULTS					
Data File :	c:\geoss\donnees1.dat				
X Variable :	X				
Y Variable :	Y				
Kriging :	LN (C1 )	# Data used :	35		
Type :	Ordinary	# Missing data :	0		
Variable	Estimate	Difference	Kriging Std	Zscore	
Minimum	4.668	5.502	-1.752	.441	-3.340
25th %tile	6.278	6.276	-.286	.472	-.619
Median	6.514	6.562	-.001	.491	-.002
75th %tile	6.788	6.681	.224	.525	.476
Maximum	7.818	7.214	1.914	.664	2.974
N	35	35	35	35	35
Mean	6.471	6.506	.036	.505	.042
Std. Dev.	.672	.357	.728	.048	1.358

Error Map Scatter Plot Histogram Write Examine Quit  
Map of kriging error (differences)



RESULTS					
Data File :	c:\geoss\doc9.dat				
X Variable :	"x", "km"				
Y Variable :	"y", "km"				
Kriging :	LN ("C1", "mg/l)	# Data used :	58		
Type :	Ordinary	# Missing data :	0		
Variable	Estimate	Difference	Kriging Std	Zscore	
Minimum	4.668	5.741	-2.027	.493	-3.996
25th %tile	5.967	6.154	-.335	.506	-.668
Median	6.403	6.393	.022	.516	.043
75th %tile	6.661	6.560	.238	.525	.471
Maximum	7.818	6.897	1.887	.640	3.250
N	58	58	58	58	58
Mean	6.355	6.369	.014	.522	.013
Std. Dev.	.625	.257	.686	.024	1.283

Error Map Scatter Plot Histogram Write Examine Quit  
Map of kriging error (differences)

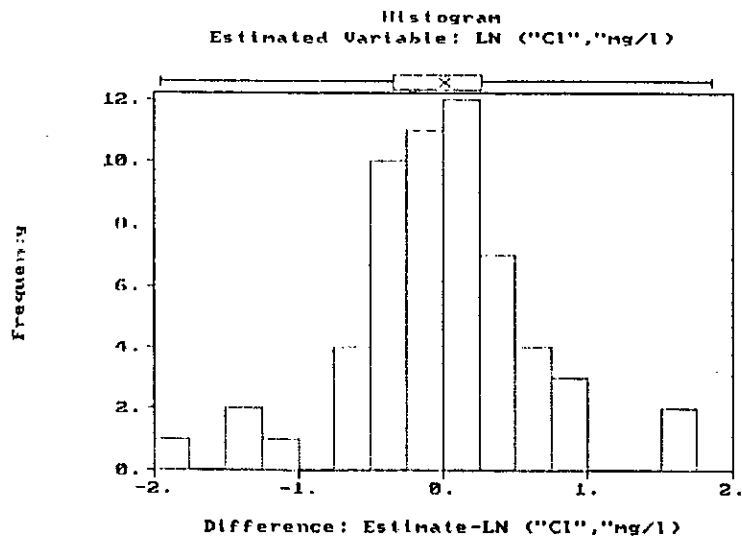


Fig. 24.2

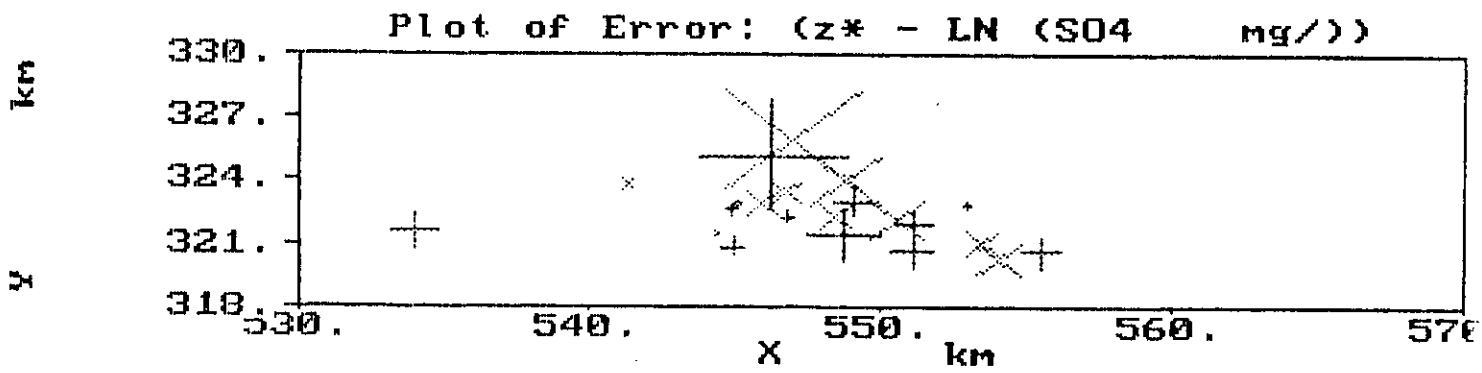
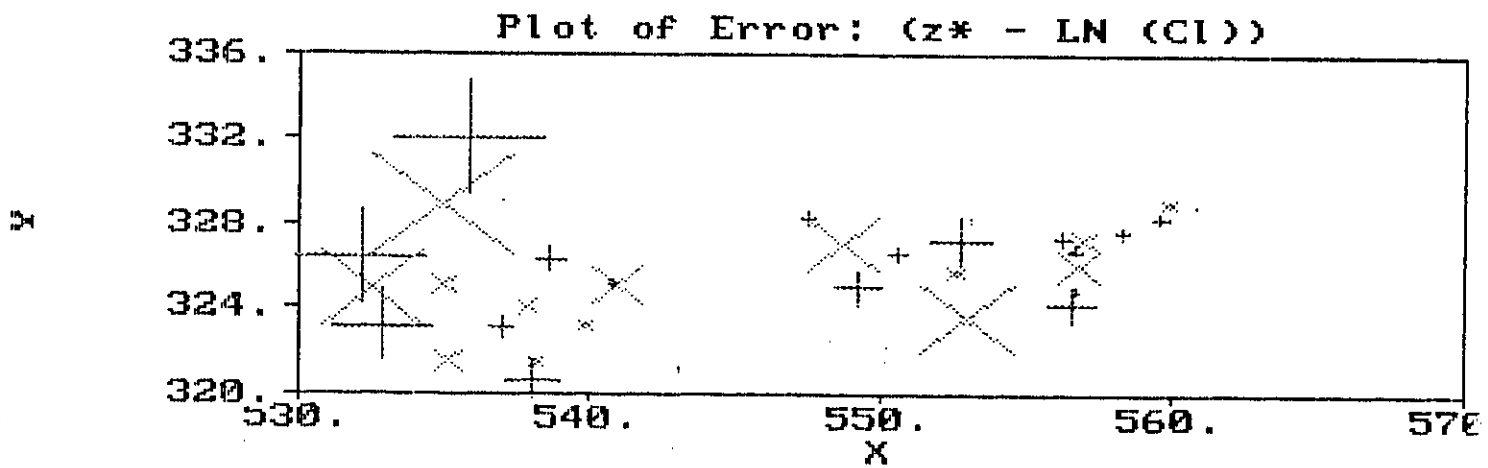
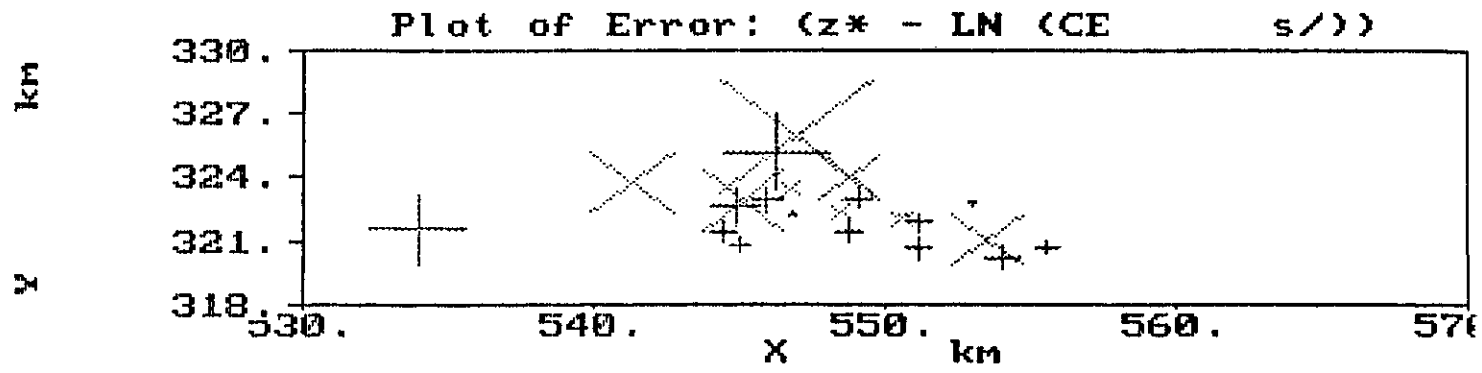


Fig. 23.2

Fig.23.2

# Equations du krigage

Le krigeage simple permet l'estimation de la valeur  $Z_0$  au point 0 par une combinaison linéaire des valeurs observées de la variables  $Z$  au points voisins ( $i=1, \dots, n$ ) par l'expression

$$Z_0^* = \sum_i^k \lambda_i \cdot Z_i,$$

il doit satisfaire à la condition de non biais, c'est à dire que la moyenne des erreurs d'estimation doit être nul et à la condition d'optimalité. (la variance d'estimation doit être minimal). c'est deux condition de non biais;

$$E[(Z_0^* - Z_0)] = 0 \quad (1)$$

$$\text{condition d'optimalité; } \text{Var} (Z_0^* - Z_0) = \text{mini} \quad (2)$$

En développant l'équation (2) on aura

$$E[(Z_0^* - Z_0)^2] = E[(\sum \lambda_i \cdot Z_i - Z_0)^2]$$

$$E[(Z_0^* - Z_0)^2] = E[(\sum \lambda_i \cdot Z_i - \sum \lambda_i Z_0)^2]$$

puisque  $\sum \lambda_i = 1$

$$E[(Z_0^* - Z_0)^2] = E[(\sum \lambda_i (Z_i - Z_0))^2]$$

$$E[(Z_0^* - Z_0)^2] = E[\sum_i \lambda_i (Z_i - Z_0) \sum_j \lambda_j (Z_j - Z_0)]$$

$$E[(Z_0^* - Z_0)^2] = [\sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j E[(Z_i - Z_0) (Z_j - Z_0)]] \quad (3)$$

comme le développement de l' équation du variogramme donne

$$\gamma_{ij} = 1/2 E[(Z_i - Z_j)^2]$$

$$\gamma_{ij} = 1/2 E[((Z_i - Z_0) - (Z_j - Z_0))^2]$$

$$\gamma_{ij} = 1/2 E[(Z_i - Z_0)^2 - 1/2 E[(Z_j - Z_0)^2] - E[(Z_i - Z_0) (Z_j - Z_0)]]$$

$$\gamma_{ij} = \gamma_{i0} + \gamma_{j0} - E[(Z_i - Z_0) (Z_j - Z_0)]$$

danc:

$$E[(Z_i - Z_0) (Z_j - Z_0)] = \gamma_{i0} + \gamma_{j0} - \gamma_{ij}$$

En remplaçant l'expression  $E[(Z_i - Z_0) (Z_j - Z_0)]$  dans l'équation (3)

on aura:

$$E[(Z_0^* - Z_0)^2] = \sum_i \sum_j \lambda_i \cdot \lambda_j \cdot [\gamma_{i0} + \gamma_{j0} - \gamma_{ij}] = \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \gamma_{ij} + \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \gamma_{i0} + \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \gamma_{j0} \quad (4)$$

et comme  $\sum_i \lambda_i \gamma_{i0} = \sum_j \lambda_j \gamma_{j0}$

On peut mettre en facteur  $\sum_i \lambda_i$  ou  $\sum_j \lambda_j$  dans les deux derniers termes du 2<sup>ème</sup> membre de l'équation , on aura :

$$E[(Z_0^* - Z_0)^2] = \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \gamma_{ij} + 2 \sum_i \lambda_i \gamma_{i0}$$

Ainsi, la condition d'optimalité est exprimée en fonction du variogramme. Sous la contrainte de non biais, c'est à dire  $\sum_i \lambda_i = 1$ , on introduit le multiplicateur de lagrange  $\mu$ , pour avoir le minimum de :

$$1/2 \cdot E[(Z_0^* - Z_0)^2] - \mu [\sum_i \lambda_i - 1]$$

qui s'obtient en annulant les dérivés partielles par rapport aux  $\lambda_i$  et  $\mu$ . Ce qui

donne: 
$$\begin{cases} \sum_j \lambda_j \gamma_{ij} + \mu = \gamma_{i0} \\ \sum_i \lambda_i = 1, i = 1, \dots, n \end{cases}$$

Le système (5) est un système linéaire à n+1 équations et n+1 inconnues, à savoir les n poids  $\lambda_i$  et le multiplicateur de lagrange  $\mu$ .

Le variogramme  $\gamma$  étant défini positivement, ce système possède une solution unique. Pour obtenir la valeur interpolée par krigeage simple au point 0, on remplace les  $\lambda_i$  calculées, dans l'expression de l'estimateur.