

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département : GENIE HYDRAULIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDE

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat

THEME

Modélisation des écoulements
diphasiques dans une conduite
cylindrique

Proposé et dirigé par :

M^r MESSAHLI .R

M^r NEBACHE .N

Étudié par :

M^r AKIKA .K

M^r FORTAS .S

PROMOTION : 1996-1997

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département : GENIE HYDRAULIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDE

Pour l'obtention du diplôme d'Ingénieur d'Etat

THEME

Modélisation des écoulements
diphasiques dans une conduite
cylindrique

Proposé et dirigé par :

M^r MESSAHLI .R

M^r NEBACHE .N

Étudié par :

M^r AKIKA .K

M^r FORTAS .S

PROMOTION : 1996-1997

الهدف من هذا العمل هو دراسة خصائص الجريانات
ثنائية الطور (غاز - سائل) وبصفة خاصة (ماء - هواء) داخل قناة
أسطوانية عمودية.
إعتماداً على تقريبات سابقة، نحاول إيجاد نموذج أكثر
دقة.

ABSTRACT :

The aim of this work is to study the twophase Gas-Liquid flow characteristics, particularly Air-Water in a cylindrical vertical duct. Then we try to find model's more precision by using precedents approximations.

RESUME :

L'objectif de ce travail est d'étudier les caractéristiques des écoulements diphasiques gaz-liquide, particulièrement Eau - Air dans une conduite cylindrique verticale. On se basant sur des approches précédentes on essaie de trouver un modèle plus précis.

Remerciements

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à tous ceux qui nous ont aidé et soutenu lors de l'élaboration de ce travail ; en particulier nos deux promoteurs Mr.MESSAHLI. R et Mr.NEBBACHE .N, qu'ils trouvent ici l'expression de notre profonde reconnaissance pour nous avoir orienté et encouragé.

Aussi nous adressons nos remerciements aux membres de jury qui ont bien voulu nous honorer par leurs présence.

Nous ne saurions oublier le grand mérite de tous les enseignants qui ont contribué à notre formation, particulièrement ceux du département GENIE HYDRAULIQUE qu'ils trouvent ici le témoignage de notre reconnaissance.

Ainsi Mr BOUTCHICHA .R et Melle RIAHI. C de tout leur aide pour l'élaboration de ce travail



Dédicaces

A mes très chers parents en reconnaissance de leurs sacrifices incessants

A mes frères et soeurs, en particulier la petite Loubna.

A toute ma famille.

A tous mes amis, particulièrement M^{ed} Tahar ,Dedine et Rachid

A notre chère Algérie.

Je dédie ce travail.

Kamel



Dédicaces



C' est à :

Mes chers parents qui m' ont soutenu et encouragé pendant mes études.

Mes soeurs particulièrement Fouzia.

Cherifa.

Toute ma famille surtout A/Rezak.

Mes amis.

Tous les volleyeurs de l'A..S.U.C ENP (93-95), l'équipe d'El Harrach(96/97)

Tous les sportifs colliottes.

Les souvenirs de la B 110 à la C.U.B.A

Et bien sur à toi Samiha et toute ta famille

Que je dédie ce modeste travail.

Samir



SOMMAIRE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION.....1

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES ECOULEMENTS DIPHASIQUES

I-1 Les régimes d'écoulement.....	3
I-1.1 Écoulement à bulles.....	4
I-1.2 Écoulement à bulles et poche.....	4
I-1.3 Écoulement à film tombant.....	4
I-1.4 Écoulement à film tombant à bulles.....	4
I-1.5 Écoulement à churn (écume).....	4
I-1.6 Écoulement annulaire.....	5
I-2 La transition.....	7
I-2.1 Transition bulle - poche.....	7
I-2.2 Transition poche - écume.....	7
I-2.3 Transition vers l'écoulement annulaire.....	7
I-3 Critères de transition.....	7
I-3.1 TAITEL, BARNEA et DUCKLER.....	8
a) Transition bulle - poche.....	8
b) Transition poche - écume.....	8
c) Transition vers l'écoulement annulaire.....	10
I-3.2 GRIFFITH et WALLIS.....	10
I-3.3 GOVIER et AZZIZ.....	11
I-4 Modèles de base.....	11
I-4.1 Modèle homogène.....	11
a) Équation de conservation de masse.....	12
b) Équation de conservation de quantité de mouvement.....	12
c) Équation d'énergie.....	12
I-4.2 Modèle séparé.....	13
a) Équation de conservation de masse.....	13
b) Équation de conservation de quantité de mouvement.....	13
c) Équation d'énergie.....	13
I-4.3 Modèle à drift flux	
Théorie générale	14

CHAPITRE II : CARACTERISTIQUES DE L'ÉCOULEMENT

II-1 Équation de conservation de masse	15
II-2 Équation de conservation de quantité de mouvement	16
II-3 Relations constitutives	18
II-3-1 glissement.....	18
II-3-2 taux de gaz global.....	19
a) détermination du taux de gaz global à partir des équation de conservations de masse	20
b) détermination du taux de gaz global à partir des corrélations empiriques.....	20
II-4 Gradient de pression par frottement	21
II-4-1 cas d'écoulement à bulles.....	21
a) Modèle homogène.....	21
b) Modèle de glissement	22
c) Modèle à phase séparé	22
II-4-2 Cas d'écoulement à bulles et à poches	23

CHAPITRE III : ETUDE PARTIELLE

III-1 Phénomène d'interface	25
II-1-1 Conditions aux limites pour la vitesse.....	25
III-1-2 Conditions aux limites de la résistance.....	25
II -2 Phénomène de coalescence	29
II-2-1 efficacité de coalescence.....	30

CHAPITRE IV : MODELE CELLULAIRE

IV-1 Le régime à poches et à bouchons	31
IV-2 Base de la modélisation	32
IV-2-1 notion de cellule moyenne.....	32
IV-2-2 opérations de moyennes.....	32
IV-3 Lois de fermetures	34
IV-3-1 Dans la zone film poche.....	34
a) Lois de frottement interfacial entre le filme et la poche.....	34
b) Lois d'entraînement de gaz	36
c) Lois de frottement pariétal dans le film.....	37

IV-3-2 dans le bouchon.....	40
a) lois du glissement du gaz dans le bouchon.....	40
b) loi de cisaillement pariétal dans le bouchon	41
IV-3-3 lois de fermeture des interactions poche bouchon.....	42
a) Célérité des fronts de cellule moyenne.....	42
IV-4 Principe de calcul des grandeurs du modèle.....	42

CHAPITRE V : MODELE D'AIR-LIFT

V-1 Base théorique.....	53
V-1-1 principe de fonctionnement et les dépendances générales.....	53
V-1-2 les caractéristiques énergétiques de l'air-lift.....	56
V-1-3 les coefficients sans dimensions de l'air lift.....	61
V-1-4 débit spécifique de l'air comprimé.....	61
V-2 Les différentes courbes caractérisant l'air-lift.....	65
V-2-1 Variation du débit liquide en fonction du débit gaz.....	65
V-2-2 Courbe du rendement en fonction du débit gaz.....	65
V-2-3 Courbes $Q_L = f(\alpha)$ et $Q_g = f(\alpha)$	65

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIES

NOMENCLATURE

- A** : Aire de la section droit de la conduite ;
d_B : Diamètre de bulle ;
D : Diamètre intérieur de la conduite ;
e_F : Épaisseur de film ;
e_{F1} : Épaisseur de film à gradient de vitesse ;
F_m : Nombre de FROUDE moyen ;
f_{wL} : Coefficient de frottement du liquide ;
f_{wl+g} : Coefficient de frottement du mélange ;
G : Glissement ;
g : Accélération de la pesanteur ;
H : Hauteur d'élévation ;
h : Immersion géométrique ;
L_S : Longueur de poche ;
p_{wL} : Périmètre mouillé par le liquide ;
p_{wg} : Périmètre mouillé par le gaz ;
p_I : Périmètre interfacial ;
P_s : Pression superficielle ;
P_m : Pression au niveau du mélangeur ;
P_{moy m b} : Pression moyenne du mélange correspondant ;
 au barbotage
(dP/dZ)_F : Gradient de pression par frottement ;
(dP/dZ)_T : Gradient de pression par frottement totale ;
Q_g : Débit gaz ;
Q_L : Débit liquide ;
q : Débit spécifique ;
q_c : Débit d'air lift court ;
R_{em} : Nombre de REYNOLDS du mélange ;
R_{eL} : Nombre de REYNOLDS du liquide ;
R_g : Taux de gaz global ;
R_L : Taux de liquide global ;
R_{gB} : Taux de gaz dans les bouchons ;
R_{LP} : Taux de gaz dans les poches ;
R_{gt} : Taux de gaz global à la transition ;
R_{LS} : Taux du liquide dans la phase dispersée ;
t : Temps ;
U_g : Vitesse du gaz ;
U_l : Vitesse du liquide ;

- U_{gS} : Vitesse superficielle du gaz ;
 U_m : Vitesse moyenne ;
 U_{lS} : Vitesse superficielle du liquide ;
 U^*_l : Vitesse de frottement interfacia ;
 U^*_w : Vitesse de frottement pariétal ;
 V_g : Vitesse réelle du gaz ;
 V_L : Vitesse réelle du liquide ;

LETTRES GRECQUES

- α : Immersion relative de l' Air-Lift
 α_d : Taux de zone dans la phase dispersée
 δ : Épaisseur du film liquide entourant une poche
 λ : Coefficient de perte de charge
 λ_l : Taux d'injection du liquide
 μ : Viscosité dynamique
 ν : Viscosité cinématique
 ρ_g : Masse volumique du gaz
 ρ_L : Masse volumique du liquide
 ρ_m : Masse volumique du mélange
 ρ_a : Masse volumique d'air
 $\Delta\rho$: Différence des masses volumétrique
 η : Rendement de l' Air-Lift
 ψ : Coefficient de résistance hydraulique
 σ : Tension superficielle
 τ_l : Cisaillement intèrfacial
 τ_{wL} : Cisaillement pariétal du liquide
 τ_{wl+g} : Cisaillement pariétal du mélange

INTRODUCTION

Un écoulement diphasique ou fluide diphasique se caractérise par la présence côté à côté de deux phases ou constituants qui interagissent fortement. Il existe entre elles des transferts de masse, de quantité de mouvement et d'énergie.

Les écoulements diphasiques gaz-liquide sont depuis longtemps un pôle de réflexion pour d'importants secteurs d'activités tels que le génie chimique, le génie nucléaire, le génie de l'environnement, le génie hydraulique et la production pétrolière. Pour le génie chimique, il s'agit de déterminer les meilleures conditions d'échange de masse entre phase, pour le génie nucléaire d'assurer la sécurité et le fonctionnement d'un réacteur lors d'une surchauffe accidentelle, pour le génie de l'environnement la compréhension des échanges entre océan et air, pour le génie hydraulique ils affectent aux systèmes de pompage tel que le système "d'air lift" défini au chapitre (5) alors que pour la production pétrolière surtout en mer, en recueille en surface la production du gisement on fait la séparation et la récompression des phases liquide et gazeuse, chacune de ces phases est transportée par une conduite, une solution économique serait d'avoir une conduite unique pour le transport.

L'étude des écoulements diphasiques est de première importance en vue d'optimiser le coût des différentes installations. Cependant leur description précise et la prédiction des régimes d'écoulements qui peuvent se produire lors d'un écoulement diphasique dans une conduite cylindrique est très difficile, car ils représentent des géométries d'interfaces variées selon les conditions de l'écoulement et la nature des fluides mis en jeu.

Une première tentative d'approche de ces écoulements est faite sur la description géométrique des configurations d'écoulement.

Une deuxième approche consiste en la modélisation mathématique de ces écoulements qui relève d'abord d'un processus de modélisation physique impliquant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

Depuis quelques années en raison des insuffisances présentées par les modèles de prédiction empiriques, des études à caractère théorique sont menées.

Elles nécessitent une expérimentation très fine et des mesures bien définies qui font que les résultats relativement abondants , disponibles dans la littérature ne sont que rarement utilisables .

Ces théories prennent en compte les connaissances sur les écoulements monophasique et font intervenir des notions propres aux écoulements à deux phases tel que l'interface qui les sépare.

C'est d'ailleurs la géométrie de cette interface qui permet de distinguer différents types de régimes d'écoulement.

CHAPITRE I : Généralités sur les écoulements diphasiques

Dans un écoulement diphasique, lorsque les deux phases gaz et liquide s'écoulent, elles peuvent se répartir suivant un grand nombre de configuration. L'analyse qualitative de l'écoulement nécessite de définir les différents régimes qui caractérisent les distributions géométriques des phases.

I-1 RÉGIMES D'ÉCOULEMENTS :

Dans un écoulement gaz-liquide, les deux phases se dispersent dans la conduite en prenant plusieurs configurations encore appelées régime d'écoulement. Les différents régimes que peut prendre un écoulement diphasique se distinguent par la distribution spatiale de l'interface gaz-liquide.

D'une façon générale, un régime d'écoulement dépend des variables opératoires (débit liquide, débit gaz, pression,...), des propriétés physiques des phases (densité, viscosité, ...) et de la géométrie du système (la forme, dimension, ...).

Le passage d'un régime d'écoulement à un autre a fait l'objet de plusieurs recherches. Ces travaux visaient essentiellement la classification des écoulements diphasiques et l'établissement des cartes d'écoulement. Certain auteurs comme 'TOKS OCHINOWO' et 'M.E.CHARLES' ont reparti les configurations de l'écoulement descendant en six catégories à savoir :

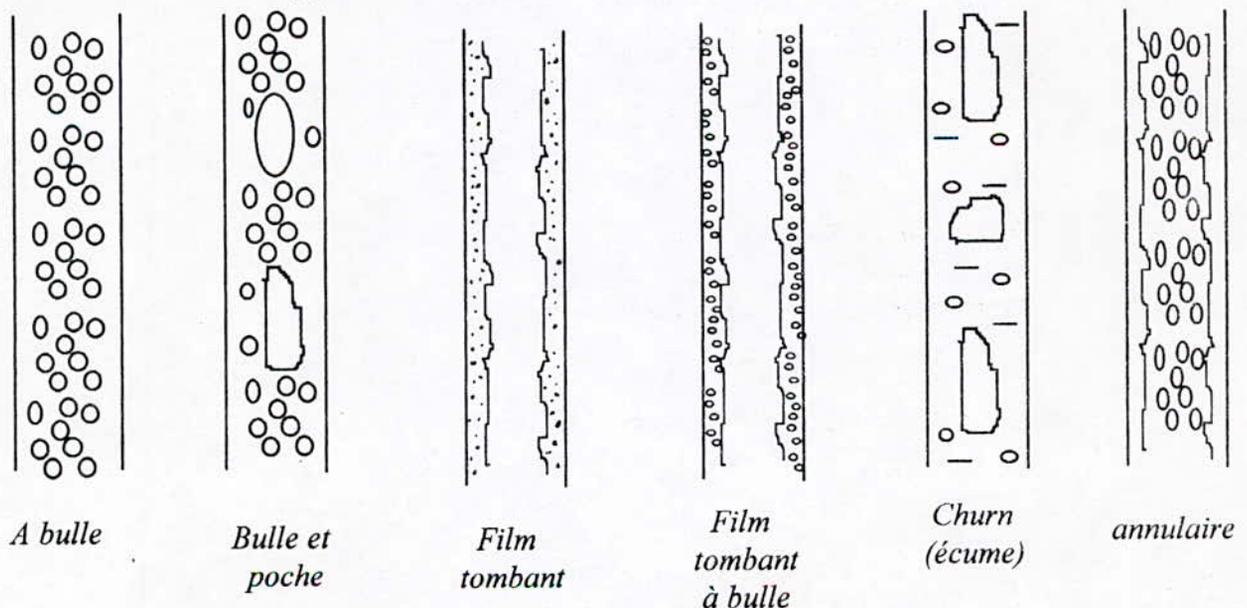


Fig.1: régimes d'écoulements

I-1.1 Écoulement à bulles:

Dans ce cas, la phase gazeuse se présente sous forme de bulles sphériques ellipsoïdales ou de calottes sphériques dont les dimensions sont d'ordre millimétrique, uniformément réparties dans la phase liquide continue.

'ROMY (1969)' distingue deux régimes d'écoulement à bulle : Dans les régimes à bulles indépendantes, les bulles sont espacées et leurs interactions sont faibles tandis que le régime à bulle, les bulles forme un réseau très serré et leurs interactions sont fortes.

I-1.2 Écoulement à bulles et poches:

L'écoulement se présente comme une succession spatio-temporelle de cellules comprenant une zone à phase séparées (zone poche) et une zone à phase dispersées (zone bouchon). Le sillage de chaque bouchon contient souvent de nombreuses bulles et le film liquide entourant la poche à un mouvement descendant par rapport à la paroi de la conduite

- La zone à phases séparées comporte une poche de gaz, séparée de la paroi de la conduite par un film liquide en mouvement contre courant par rapport à celui des poches de gaz. La forme du front de poche est quasi hémisphérique alors que le culot à une forme plane.
- La zone à phases dispersées présente, quant à elle, une forme analogue à celle de la configuration à bulles avec cependant, une zone à forte concentration de bulle au culot de la poche.

La vitesse ascensionnelle des bulles de gaz dans le bouchon de liquide est inférieure à celle des poches. En repère relatif à la poche on observe autour de celle-ci un écoulement de liquide qui entraîne les petites bulles, alors que les plus grosses coalescent avec la poche.

I-1.3 Écoulement à Film Tombant :

Dans ce cas le liquide s'écoule le long des parois sous forme de film épais . Au centre de la conduite, on a un courant de gaz .

I-1.4 Écoulement a film tombant a bulle:

Ce type d'écoulement est similaire à celui du film tombant sauf que dans ce cas le film liquide contient des petites bulles de gaz dispersées.

I-1.5 Écoulement a churn (écume):

C'est un stade avancé de l'écoulement à bulle et à poche, les poches de gaz sont fortement distribuées et le film tombant présente de fortes discontinuités d'épaisseur, par conséquent , le caractère aléatoire semble beaucoup plus prononcé.

I-1.6 Écoulement annulaire:

Dans cette configuration d'écoulement, le gaz occupe la partie centrale de la conduite, le film liquide a la paroi a une vitesse ascendante et des gouttelettes d'eau sont partiellement entraînées vers l'axe de la conduite .

(*DEI HAYE '1980'*) : L'écoulement annulaire dispersé est caractérisé par un noyau central de gaz chargé de gouttelettes s'écoulant a une vitesse beaucoup plus élevée que celle du film liquide plaqué à la paroi. Les gouttelettes sont arrachées de la crête des vagues qui se propagent à la surface du film liquide et peuvent ce déposer sur celui-ci.

D'autres auteurs comme '*BAMEA*' et '*AI*' ont proposé une autre répartition des régimes d'écoulement qui comporte uniquement quatre catégories, elle se présente comme suit :

1. écoulement à bulle
2. écoulement à bulle et poche.
3. écoulement churn.
4. écoulement annulaire.

Ces mêmes auteurs ont également établi une carte d'écoulement qui définit les limites de chaque régime (Fig 2).

Les paramètres de cette carte sont : la vitesse superficielle liquide(U_{ls}) et la vitesse superficielle gaz (U_{gs}). Cependant pour établir les cartes d'écoulements '*OCHINO*' et '*CHARLES*' ont utilisés des paramètres adimensionnels (Fig 3) à savoir le rapport des débits phasiques et le nombre de froude.

Ainsi certains auteurs tels que '*DUCKLER*', '*GOVIER*' et '*ROS*' proposent autres cartes d'écoulements en fonctions de ces vitesses superficielles afin de déterminer les différents régimes d'écoulements. Il est évident que ces cartes d'écoulements sont différentes d'un auteur à un autre et ceux en raison de plusieurs paramètres :

Subjectivité de chaque expérimentateur dans l'observation et la qualification de chaque régime;

Dans les conditions d'écoulement et d'expérimentation de chaque auteur, la corrélation n'est pas évidente;

la détermination de ces cartes ne tient compte que des vitesses superficielles du gaz et du liquide.

Les auteurs qui ont suivi, ont adopté en général la classification de '*BARNEA*' et '*AI*' dont '*CLARH N.N (1985)*'.

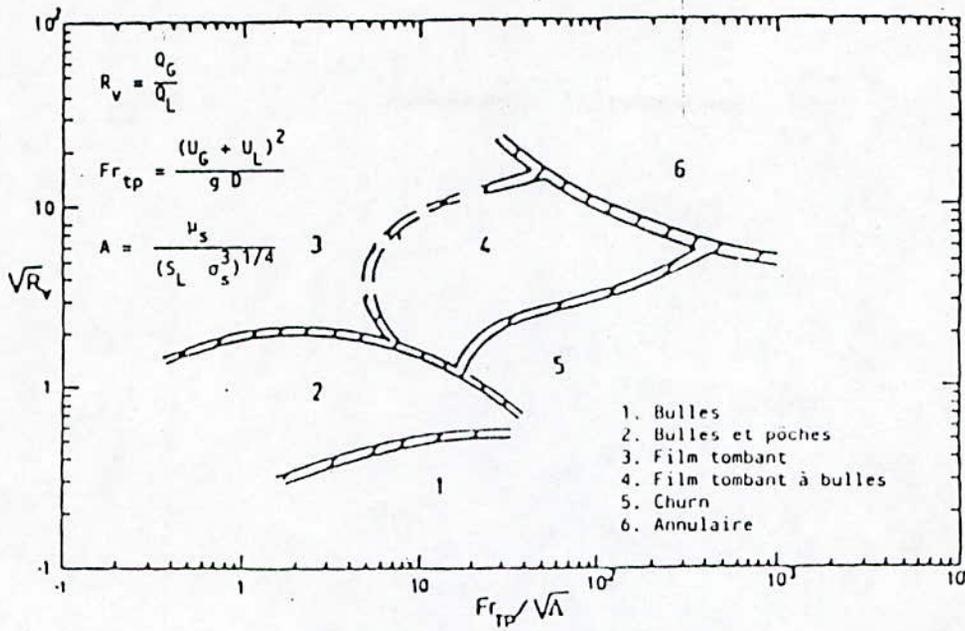


Figure 2. Carte d'écoulement proposée par Ochinowo et Charles

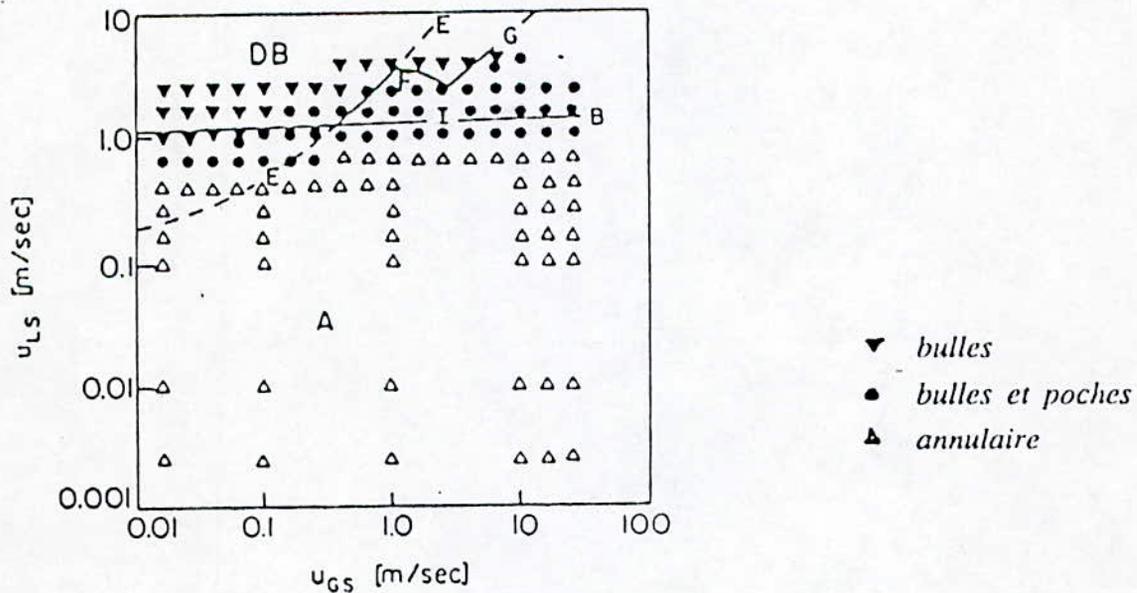


Figure 3. Carte d'écoulement proposée par Barnea et Al (2) pour une conduite de 51 mm de diamètre, 0.1 MPa., 25 °C

I-2 TRANSITION :

La notion de transition qui varie selon les critères utilisés est de première importance, si sa prédiction s'avère être rigoureuse est relativement précise.

L'établissement de cartes universelles décrivant les mécanismes de passage d'un régime d'écoulement à un autre a fait l'objet de plusieurs recherches. 'TAITEL' et 'AI' décrivent quelques mécanismes à l'aide des propriétés de l'écoulement et du diamètre de la conduite, ainsi que par une modélisation mathématique de la transition :

A) Transition bulles - poches :

À des faibles débits de gaz, la transition bulles- poche s'effectue alors par le phénomène de coalescence. L'expérience montre que les poches produites ont un diamètre presque égal à celui de la conduite et une longueur d'une à deux fois le diamètre.

La poche s'agrandit par multiplication de la coalescence et comme le débit de gaz augmente la densité des bulles augmente aussi. Cependant tout accroissement du débit liquide conduit à des fluctuations des poches.

B) Transition poche - écume :

Lorsque l'écoulement est lent, le bouchon entre deux phases a une vitesse constante et constitue un pont étroit et stable entre celle-ci, le film fin autour de la bulle pénètre dans le liquide et crée une agitation en aérant et désintégrant celui-ci, ceci nous amène à observer des oscillations du filet liquide.

'DELHAYE (1984)' : Lorsque le débit reste constant et le débit de gaz augmente les poches de gaz s'allongent et se fonctionnent de façon désordonnée, l'écoulement tend vers l'écoulement annulaire sans l'atteindre complètement (semi- annulaire).

C) Transition vers l'écoulement annulaire :

Pour des débits de gaz élevés, la structure du mélange devient annulaire et le film liquide adjacent à la paroi s'écoule vers le haut et le gaz occupe le noyau de la conduite.

I-3 CRITERES DE TRANSITION :

Il est nécessaire de comprendre et de décrire quelques cas de la transition d'ordre de priorité élevé en pratique vu l'importance que porte cette notion dans la description du passage d'un régime à un autre.

Les auteurs donnent différentes interprétations aux mécanismes de transition, recueillies à base de résultats expérimentaux, et corrélés par des relations empiriques qui sont toutefois proches de la réalité du phénomène .

I-3.1 TAITEL, BARNEA et DUCKLER (1958) :**A) Transition bulle - poche :**

Ces Auteurs déterminent deux zones d'écoulement à bulle :

- A faible débit liquide, la transition bulle-poche se fait alors par coalescence pour $R_{gt} = 25\%$.

R_{gt} : Taux de gaz global à la transition .

$$U_{LS} = 3 U_{gs} - 1,5 \left[\frac{g \Delta \rho \sigma}{\rho_L} \right]^{1/4} \quad (1-1)$$

- A débit liquide important, le caractère turbulent du liquide détruit les bulles

'HINZE (1955)' a interprété le phénomène en posant la relation suivante :

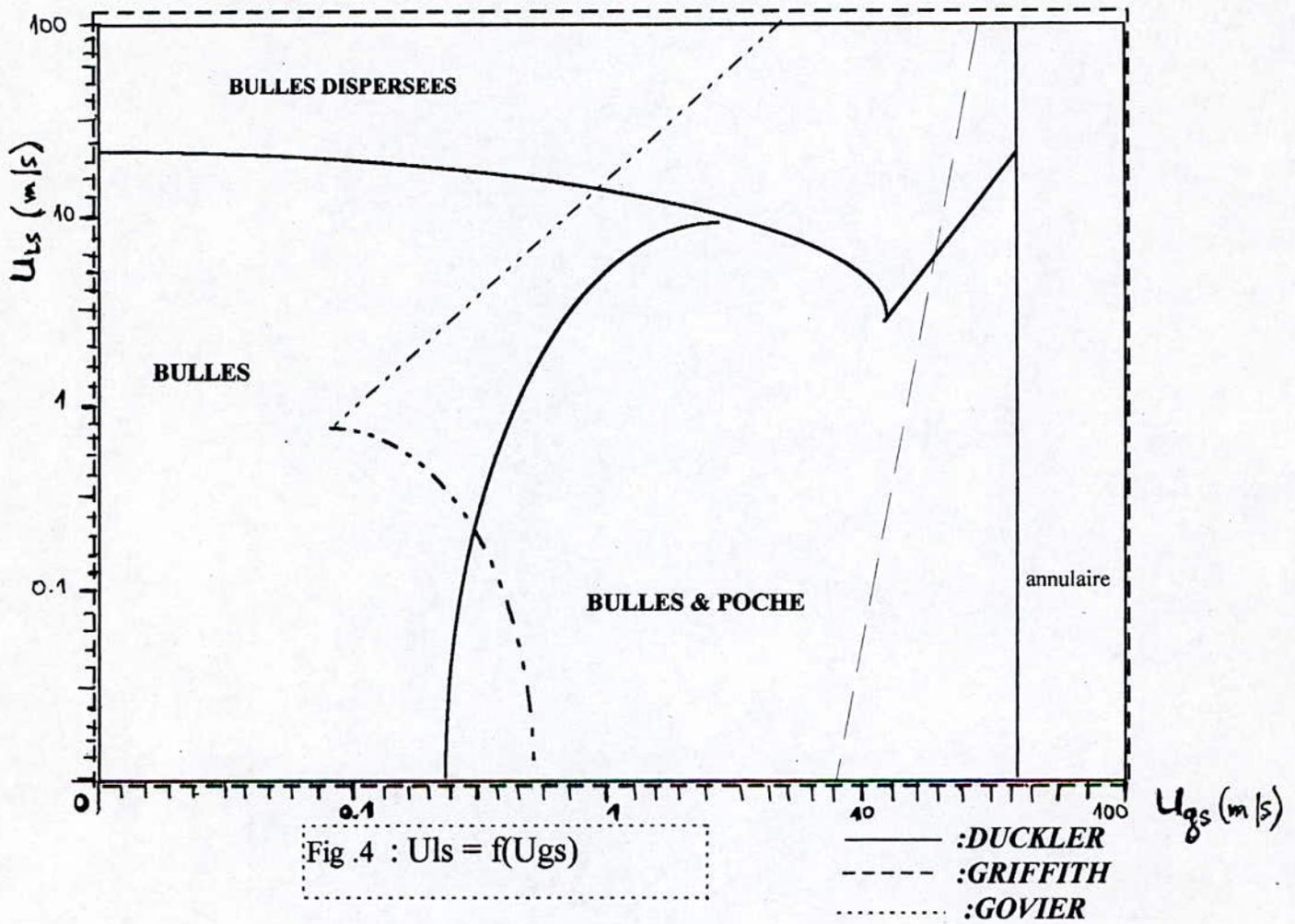
$$U_{LS} + U_{gs} = 4 \left[\frac{D^{0,429} \cdot (\sigma / \rho_L)^{0,089}}{\nu_L^{0,072}} \cdot \left[\frac{g \Delta \rho}{\rho_L} \right]^{0,446} \right] \quad (1-2)$$

Cette transition demeure valable tant que R_{gt} reste inférieur au taux de tassement des bulles qui est égal à 52% .

B) Transition poche - écume :

Dans ce cas, le film fin autour de la bulle pénètre dans le liquide et créer une agitation en aérant et désintégrant celui-ci, ceci nous amènera à observer des oscillations de filet liquide, oscillations qui sont les caractéristiques d'identifications de l'écoulement. La transition vers cet écoulement est traduite par la relation :

$$\frac{L E}{D} = 40.6 \left[\frac{U_m}{\sqrt{g D}} + 0.22 \right] \quad (1-3)$$



$U_m = U_{LS} + U_{gs}$ la vitesse d'entrée pour l'écoulement écume dépend d'un seul paramètre $\frac{U_m}{\sqrt{gD}}$

C) Transition vers l'écoulement annulaire :

Pour des débits élevés de gaz, l'écoulement devient annulaire. Cette transition est introduite par le critère de *TURNER* selon lequel l'écoulement du film est stable si le débit gaz est suffisant pour lifter les gouttes de liquide. La relation traduisant ce phénomène est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ U_{gs} \frac{\rho_g^{1/2}}{(\sigma g \Delta \rho)^{1/4}} = 3.1 \right. \\ \forall U_{Lm} \end{array} \right. \quad (1-4)$$

donc la transition est indépendante :- du débit liquide

- du diamètre de la conduite .

I-3.2 GRIFFITH et WALLIS (1961) :

Ils utilisent des grandeurs adimensionnelles, à savoir

$$\left\{ \begin{array}{l} N_m = \frac{\left[\frac{Q_g + Q_l}{A} \right]^2}{g \cdot D} \\ E = \frac{Q_g}{Q_g + Q_l} \end{array} \right. \quad (1-3)$$

La transition bulle - poche est définie par la condition :

$$\left\{ \begin{array}{l} E < L \\ L = 1.071 - \frac{0.2218}{D} \cdot \left[\frac{Q_g + Q_l}{A} \right]^2 \end{array} \right. \quad \text{avec } L \geq 0.13. \quad (1-5)$$

I-3.3 GOVIER et AZZIZ(1972) :

Ces auteurs envisagent comme mécanisme de transition bulle - poche, le phénomène de coalescence et pour la transition poche - écume une instabilité du film.

Les critères utilisés sont basés ainsi sur des nombres adimensionnels.

$$\begin{cases} Y = \left[\frac{\rho_l \cdot \sigma_{wa}}{\rho_w \cdot \sigma} \right]^{\frac{1}{4}} \\ X = \left[\frac{\rho_g}{\rho_l} \right]^{\frac{1}{3}} \cdot Y \end{cases} \quad (1-6)$$

W, a des indices relatifs à l'eau et l'air.

Dans les conditions standards, les critères de transition sont :

- 1) Bulle - poche $Y - U_{1s} = 0.01(1.96 X U_{gs})^{5.81}$.
- 2) poche - écume- $U_{1s} = 0.263(X U_{gs} - 8.61)$ si $Y \cdot U_{1s} \leq 4$.
- 3) Écume - annulaire $Y - U_{1s} = 0.01(X U_{gs}/70)^{6.58}$ si $Y \cdot U_{1s} \leq 4$.

I-4 LES MODELES DE BASE :

I-4-1 Modèle homogène :

La théorie des écoulements homogène fournit une technique simple pour l'analyse des écoulements diphasiques. Les propriétés moyennes convenables sont déterminées et le mélange est traité comme un pseudo-fluide, qui obéit aux équations usuelles des écoulements monophasiques. Ces propriétés moyennes exigées sont :

La vitesse, les propriétés thermodynamiques (température, densité...), propriété de transport (viscosité).

La méthode pour déterminer ces propriétés est souvent de commencer par des équations plus complexes et de les réarranger pour qu'elles soient équivalentes aux équations d'un écoulement monophasique.

Les équations de base sont :

A) Équation de conservation de masse :

$$W = \rho_m U A = C^{te} \quad (1-7)$$

W : taux massique d'écoulement

B) Équation de conservation de quantité de mouvement :

$$W \frac{dU}{dZ} = -A \frac{dP}{dZ} - p \tau_w - A \rho_m g \cos \theta$$

θ : l'inclinaison de la conduite par rapport à la verticale

τ_w : cisaillement moyenne

C) Équation d'énergie :

$$\frac{dq_e}{dZ} - \frac{dw}{dZ} = W \frac{d}{dZ} \left(h + \frac{U^2}{2} + g Z_g \right)$$

dq_e/dZ : le transfert de chaleur par unité de longueur de la conduite.

Z_g : la coordonnée verticale

w : le travail effectue

La deuxième équation de quantité de mouvement est souvent réécrite comme équation explicite du gradient de pression .

$$\frac{dP}{dZ} = -\frac{p}{A} \tau_w - \frac{W}{A} \frac{dU}{dZ} - \rho_m g \cos \theta$$

Le gradient de pression totale est :

$$\frac{dP}{dZ} = \left(\frac{dP}{dZ} \right)_F + \left(\frac{dP}{dZ} \right)_A + \left(\frac{dP}{dZ} \right)_G$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{dP}{dZ} \right)_F = \frac{p}{A} \tau_w \\ \left(\frac{dP}{dZ} \right)_A = \frac{W}{A} \frac{dU}{dZ} \\ \left(\frac{dP}{dZ} \right)_G = \rho_m g \cos \theta \end{array} \right.$$

1-4.2 Modèle séparé :

Ce modèle d'écoulement prend en considération le fait que les deux phases peuvent avoir des propriétés différentes ainsi des vitesses différentes .

Les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour ce modèle d'écoulement sont écrites pour chaque phase donc on a six équations à résoudre simultanément ensemble avec des équations qui décrivent comment les phases interagissent entre elles et avec la paroi de la conduite à noter les lois d'interaction.

Dans le cas le plus simple, seulement un paramètre comme la vitesse est susceptible d'être différent pour les deux phases, tandis que les équations de conservation sont seulement écrites pour d'écoulement combiné.

A) Équation de conservation de masse :

Normalement aucune matière n'est ajoutée à l'écoulement à l'extérieur de la conduite, le débit massique donc est constant.

$$W = W_1 + W_2 = C^{te} \quad (1-13)$$

$$W_1 = \rho_1 U_1 A_1$$

$$W_2 = \rho_2 U_2 A_2$$

A_1, A_2 aires de la section de croisement des deux filets .

Le flux massique de chaque filet est :

$$\phi_1 = \rho_1 U_1 (1 - \alpha) \quad (1-14)$$

$$\phi_2 = \rho_2 U_2 \alpha \quad (1-15)$$

B) Équation de conservation de quantité de mouvement :

Plusieurs formes alternatives des équations de quantité de mouvement peuvent être tirées en manipulant les relations entre $(\alpha, x, U_1, U_2, \phi)$ et d'autres variables. Pour un écoulement stable dans une conduite circulaire par exemple on a :

$$\left(- \frac{dP}{dZ} \right) = 4 \frac{\tau_w}{D} + \phi \frac{d}{dZ} [XU_2 + (1 - X)U_1] + [\alpha\rho_2 + (1 - \alpha)\rho_1] \cos\theta$$

C) Équation d'énergie

$$\frac{1}{W} \left(\frac{dq_e}{dZ} - \frac{dW}{dZ} \right) = \frac{d}{dZ} [Xh_2 + (1 - X)h_1] + \frac{d}{dZ} \left[X \frac{U_2^2}{2} + (1 - X)U_1^2 \right] + g \cos\theta$$

avec :

$$X = W_2 / (W_1 + W_2) = \varphi_2 / \varphi \quad \text{la qualité}$$

$$\alpha = Q_2 / (Q_1 + Q_2) = j_2 / j \quad \text{fraction de vide}$$

I-4.3 Modèle a drift - flux :

C'est un modèle d'écoulement, dont le mouvement relatif est plus important que le mouvement individuel des phases. Cependant la théorie peut être développée d'une façon générale. Il est particulièrement utilisé si le mouvement relatif est déterminé par quelques paramètres clés et indépendant du débit de chaque phase par exemple l'écoulement par bulles.

La théorie du Drift-flux a une application très répandue aux bulles, aux poches, et les régimes à gouttes des écoulements gaz-liquide.

Théorie générale :

Le sens du flux (j_{21}) qui représente le débit volumique de chaque composé relatif à une surface se déplaçant à une vitesse volumique moyenne (j)

$$J_{12} = \alpha (1 - \alpha) (U_1 - U_2) = \alpha (1 - \alpha) U_{12} \quad (1-16)$$

J_{12} : le drift flux

U_{12} : vitesse relative

en terme de vitesse relative

$$J_{21} = V_{21} \alpha (1 - \alpha) \quad (1-17)$$

en terme de flux de chaque composé, en utilisant l'équation :

$$J_{21} = J_2 - \alpha (J_1 + J_2) = J_2 (1 - \alpha) - \alpha J_1 \quad (1-18)$$

puisque : $J = J_1 + J_2$.

donc :

$$J_1 = (1 - \alpha) J - J_{21} \quad (1-19)$$

$$J_2 = \alpha J + J_{21} \quad (1-20)$$

cette équation est un cas similaire pour le composé (2).

Le sens de l'écoulement est alors analogue au flux diffusif dans la diffusion moléculaire des gaz, et fournit une méthode conventionnelle de la modification de la théorie homogène, qui prend en compte du mouvement relatif.

CHAPITRE II:

Caractéristiques de l'écoulement

L'établissement des modèles mathématiques a conduit l'écriture des équations de conservations de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, décrivant le comportement des phases (gaz - liquides) en écoulement diphasique.

ISHII développa ces équations pour chaque phase séparément et spécifia les lois d'interaction entre phases, mais un problème s'est posé, le nombre insuffisant des équations par rapport aux inconnus pour les différentes configurations, alors il est nécessaire de chercher des équations d'appoints ou lois constitutives pour résoudre ce problème.

Jusqu'à nos jours, les recherches faites se sont appuyées sur la description de la vitesse relative particulièrement 'WALLIS', et les résultats obtenus sont étroitement liés aux conditions expérimentales faites sur la fluidisation, sédimentation des particules.

II-1 ÉQUATION DE CONSERVATION DE MASSE :

Dans le cas d'un écoulement isotherme, sans changement de phase le bilan instantané de masse en moyenne dans la section, s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k R_k) + \frac{\partial}{\partial x_{ki}} (\rho_k R_k V_k) = 0 \quad (2-1)$$

avec : K : indice de phase .i

i : indice relatif à la direction de l'écoulement.

Pour un écoulement établi et permanent en moyenne , l'équation devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_k R_k V_{ki}) = 0 \\ \sum R_k = 1 \end{array} \right. \quad (2-2)$$

Dans le cas d'un écoulement vertical le bilan de masse écrit pour chacune des deux phases se présente comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial Z}(\rho_l R_l V_l) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial Z}(\rho_g R_g V_g) = 0 \\ R_l + R_g = 1 \end{cases} \quad (2-3)$$

soit :

$$\begin{cases} \rho_l R_l V_l = \rho_l \frac{Q_l}{A} = C^{te} \\ \rho_g R_g V_g = \rho_g \frac{Q_g}{A} = C^{te} \\ R_l + R_g = 1. \end{cases} \quad (2-4)$$

avec :

Z : direction de l'écoulement orientée positivement dans le sens de la gravité .

II-2 ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT :

Pour un écoulement diphasique vertical et permanent les équations sont les suivantes :

$$\begin{cases} R_l \left(\frac{dP}{dZ} \right)_L = \rho_l R_l \cdot g + \frac{P_l \cdot \tau_{il}}{A} - \frac{P_{wl} \cdot \tau_{wl}}{A} \\ R_g \left(\frac{dP}{dZ} \right)_g = \rho_g R_g \cdot g + \frac{P_l \cdot \tau_{lg}}{A} - \frac{P_{wg} \cdot \tau_{wg}}{A} \end{cases} \quad (2-5)$$

avec :

P_l : périmètre interfacial

P_{wk} : périmètre mouillé par la phase k.

τ_{wk} : cisaillement pariétal de la phase k.

$\tau_{il} = -\tau_{lg}$: cisaillement interfacial. (2-6)

On obtient la relation suivante :

$$R_l \left(\frac{dP}{dZ} \right)_l + R_g \left(\frac{dP}{dZ} \right)_g = \rho_l R_l g + \rho_g R_g g - \frac{\tau_{wl} P_{wl}}{A} - \frac{\tau_{wg} P_{wg}}{A} \quad (2-7)$$

Si on suppose que la variation de pression le long de la conduite est la même pour les deux phases :

$$\left(\frac{dP}{dZ} \right)_l = \left(\frac{dP}{dZ} \right)_g \quad (2-8)$$

$$\text{On aura : } \left(\frac{dP}{dZ} \right)_t = g(\rho_l R_l + \rho_g R_g) - \left(\frac{P_{wl} \tau_{wl}}{A} + \frac{P_{wg} \tau_{wg}}{A} \right) \quad (2-9)$$

En faisant l'hypothèse que seul le liquide mouille les parois, le terme de frottement pariétal devient :

$$\left(- \frac{dP}{dZ} \right)_f = \frac{P_{wl} \tau_{wl}}{A} \quad (2-10)$$

avec :

$$A : \text{section interne de la conduite} = \frac{\Pi D^2}{4}$$

$$P_{wl} : \text{périmètre mouillé} = \Pi D.$$

donc :

$$\left(- \frac{dP}{dZ} \right)_f = \frac{4 \tau_{wl}}{D} \quad (2-11)$$

Finalement, en regroupant les équations on obtient le système suivant

$$\begin{cases} R_l V_l = U_l = \frac{Q_l}{A} \\ R_g V_g = U_g = \frac{Q_g}{A} \\ R_l + R_g = 1 \\ \left(- \frac{dP}{dZ} \right)_f = \frac{4 \tau_{wl}}{D} \end{cases} \quad (2-12)$$

Système de quatre équations à six inconnues .

$$\left(-\frac{dP}{dZ}\right)_f, \tau_{wl}, R_l, R_g, V_l, \text{ et } V_g.$$

La résolution d'un tel système d'équations nécessite deux relations supplémentaires ou encore relations constitutives .

II-3 RELATIONS CONSTITUTIVES :

II-3.1 Glissement :

Le glissement est un paramètre qui caractérise le mouvement relatif de la phase gaz par rapport à la phase liquide, il se définit en fonction des vitesses liquides et gaz par la relation suivante :

$$G = U_L - U_g \quad (2-13)$$

pour un écoulement gaz - liquide descendant ,traduire que le liquide descend plus vite que le gaz donc : $G \geq 0$

alors :

$$R_g \geq \frac{U_g}{U_g + U_l}$$

le glissement a fait l'objet de plusieurs recherches et dans la littérature , les diverses corrélations proposées s'appuient généralement sur l'analyse dimensionnelle et sur des résultats empiriques. Certains auteurs comme *ZUBER et FINDLAY* ont proposé la relation suivante :

$$G = \left(\frac{K \sigma g \Delta \rho}{\rho_{L2}} \right)^{0.25} \quad (2-14)$$

La valeur de la constante à été donnée par plusieurs auteurs :

LEVICH $K=1,414$

WALLIS et HARMATY $K=1,53$

D'autres auteurs ont fait directement intervenir le diamètre moyen des bulles ,leurs corrélations se présentent comme suit :

$$\text{WALLIS} \quad \frac{G}{U_2} = 0,52 \left(\frac{d}{d_2} + 2,14 \frac{d_2}{d} \right)^{1/2} \quad (2-15)$$

avec : $d_2 = (\sigma / \rho g)^{1/2}$
et

$$U_2 = (\sigma g / \rho)^{1/4}$$

$$M.E.ABOU-EL HASSAN : \quad V_T = 0,75 (\log F)^2 \quad (2-16)$$

avec :

$$V_T = \frac{G d^{2/3} \rho^{2/3}}{\mu^{1/3} \sigma^{1/3}}$$

et

$$F = \frac{g d^{8/3} \Delta \rho \rho^{2/3}}{\mu^{4/3} \sigma^{1/3}}$$

DAVIES et DUMITRESCU

$$G = C^{te} (g \cdot d)^{1/2} \quad (2-17)$$

$$C^{te} = 0,7$$

Dans le cas d'un écoulement à bulles d'air dans l'eau, toutes ces relations donnent des valeurs de glissement autour de 0,2- 0,25 m/s. ce qui représente la vitesse ascensionnelle d'une bulle de gaz ($d=2-5$ mm) dans un fluide stagnant.

Cependant pour les écoulements comportant des grosses bulles ou encore des poches, les corrélations suivantes ont été proposées.

ISHII :

$$G = 0,35 \left(\frac{(g d \Delta \rho)}{\rho_L} \right)^{1/2} \quad (2-18)$$

PEEBLES et GARBER

$$G = 1,18 \left(\frac{\sigma g}{\rho_L} \right)^{1/4} \quad (2-19)$$

DAVIES et TAYLOR, DUMITRESCU et HARMATY

$$G = K_1 (g D)^{1/2} \quad (2-20)$$

$$K_1 = 0,328 - 0,351$$

Il est à noter que cette dernière relation est simple à utiliser mais elle ne fait intervenir aucune propriété physique du couple de fluides.

II-3.2 Taux de gaz global :

Le taux de gaz représente la fraction de volume occupé par le gaz à tout instant. Il est généralement pris en moyenne sur un tronçon de la conduite. Le tronçon de mesure doit être; d'une part; suffisamment long afin d'éviter d'éventuelles fluctuations locales, et d'autre part pas trop long pour ne pas négliger les effets de la pression statique.

a) Détermination du taux de gaz à partir des équations de conservations de masse :

En supposant que les fluides en questions sont incompressibles, l'intégration du système (4) donne

$$R_L V_L = U_L$$

$$R_g V_g = U_g \quad (3-21)$$

$$R_L + R_g = 1$$

Si on ajoute la relation définissant le glissement on aura

$$G = V_L - V_G$$

soit

$$G = \frac{U_L}{1 - R_g} - \frac{U_g}{R_g} \quad \text{d'ou}$$

$$G R_g^2 - R_g [G - (U_L + U_g)] - U_g = 0$$

$$R_g = \frac{G - (U_g + U_L) + \sqrt{[G - (U_g + U_L)]^2 + 4 G \cdot U_g}}{2 G} \quad (3-22)$$

pour un système homogène (pas de glissement $G = 0$)

$$R_g = \frac{U_g}{U_g + U_L} \quad (3-23)$$

b) Détermination du taux de gaz à partir des corrélations empiriques

Corrélation de LOCKART - MARTINELLI :

La relation proposée par ces auteurs consiste à relier le contenu gaz global aux gradients de pression dans la conduite pleine de gaz ou de liquide pour les débits respectifs de chaque phase. Cette relation se représente comme suit

$$R_g = [1 + X^{0,8}]^{-0,378} \quad (3-24)$$

avec

$$X = \left[\frac{\left(\frac{-dP}{dZ} \right)_{LS}}{\left(\frac{-dP}{dZ} \right)_{gS}} \right]^{1/2}$$

Corrélation de BEGGS et BILL :

Ils ont proposé la relation suivante :

$$R_g = 1 - 1,065 \lambda_L^{0,5824} F_m^{-0,0609} \quad (2-25)$$

avec

$$\lambda_L = \frac{U_L}{U_L + U_g} \quad \text{et} \quad F_m = \frac{(U_L + U_g)^2}{g D}$$

Corrélation DE HUGMARK

Cette corrélation se présente comme une relation graphique entre les paramètres suivants

$$K = \frac{R_g}{\lambda_g} \quad \text{et} \quad Z = \lambda_L^{-1/4} F_m R_{em}^{1/6} \quad (2-26)$$

avec :

$$\lambda_L = \frac{U_L}{U_L + U_g} \quad \text{et}$$

$$F_m = \frac{(U_L + U_g)^2}{2 D}$$

$$\rho_m = \lambda_L \rho_L + \lambda_g \rho_g \quad \lambda_g = 1 - \lambda_L \quad R_{em} = \frac{D(U_L + U_g) \rho_m}{\lambda_g \mu_g + \lambda_L \mu_L}$$

II-4 GRADIENT DE PRESSION PAR FROTTEMENT :

La détermination du gradient de pression par frottement nécessite la définition préalable du régime d'écoulement existant.

II-4.1 Cas d'écoulement a bulles

a) Modèle homogène :

Le modèle homogène se caractérise par un glissement nul, les vitesses gaz et liquide sont alors égaux . le gradient de pression par frottement s'écrit :

$$\left(-\frac{dP}{dZ} \right)_{fL+g} = \frac{4\tau_w}{D} = \frac{2f_w \rho_m U_m^2}{D} \quad (2-27)$$

avec :

$$\rho_m = (1-R_g) \rho_L + R_g \rho_g$$

$$U_m = U_L + U_g = U_L / (1-R_g) \quad \text{et}$$

$$Re_m = (\rho_m U_m D / \mu_m)$$

Dans le cas où $\rho_L \gg \rho_g$, on suppose que f_w est le même pour la phase liquide que pour le mélange, on aura :

$$-\left(\frac{dP}{dZ}\right)_{fL+g} = \frac{2f_{wL} \rho_L U_L}{D} \frac{1}{(1-R_g)} = -\left(\frac{dP}{dZ}\right)_{fLS} \quad (2-28)$$

avec :

$$R_g = U_g / (U_g + U_L)$$

$$Re_L = \rho_L U_L D / \mu_L$$

$$f_{wL} = 0,079 Re_L^{-0,25}$$

formule de *BLASIUS*

b) *Modèle de glissement :*

Dans ce cas le glissement n'est pas nul et le terme de pression par frottement s'exprime de la même manière que pour le modèle homogène sauf que le taux de gaz global est donné par la relation (22)

c) *Modèle à phase séparé :*

Il s'agit de considérer que chacune des deux phases étudiées circule seule dans un cylindre imaginaire, le diamètre D_L du cylindre correspondant à la phase liquide est tel que :

$$D_L = (1-R_g)^{1/2}$$

Le gradient de pression par frottement s'écrit alors :

$$\left(-\frac{dP}{dZ}\right)_{fL+g} = \frac{2f_w \rho_L V_L}{D_L}$$

avec :

$$V_L = U_L / (1-R_g) \quad \text{vitesse réelle du liquide}$$

$$f_w = 0,079 R_{em}^{-0,25}$$

Soit :

$$\left(-\frac{dP}{dZ} \right)_{fL+g} = 2f_w \rho_L \frac{U_L^2}{(1 - R_g)^4 D} \quad (2-29)$$

Cependant *WALLIS* a noté que la formule suivante concorde mieux avec les résultats expérimentaux :

$$\left(-\frac{dP}{dZ} \right)_{fL+g} = 2f_w \rho_L \frac{U_L^2}{(1 - R_g)^4 D}$$

II-4.2 Cas d'écoulement à bulles et à poches :

Dans ce type d'écoulement on est ramené à définir le taux de zone de la phase dispersée (bouchon) et de la phase séparée (poche). Il s'écrit comme suit :

$$\alpha_P = \frac{R_g - R_{gB}}{R_{gP} - R_{gB}} \quad (2-30)$$

α_P : taux de zone de la phase dispersée

avec :

R_g : taux de gaz global

R_{gB} : taux de gaz dans les bouchons ;

R_{gP} : taux de gaz dans les poches ;

$$R_{gP} = 1 - R_{LS} \quad \text{ou} \quad R_{LS} = (\delta/D)$$

δ : épaisseur du film liquide entourant la poche.

Le cisaillement pariétal s'exprime alors de la manière suivante :

$$\tau_{wl+g} = \alpha_P \cdot \tau_{wP} + (1 - \alpha_P) \cdot \tau_{wB}$$

τ_{wP} : cisaillement pariétal dans la zone à phase séparée

τ_{wB} : cisaillement pariétal dans la zone à phase dispersée

On a alors :

$$\left(-\frac{dP}{dZ} \right)_{fL+g} = \frac{4[(1 - \alpha_P) \tau_{wB} + \alpha_P \tau_{wP}]}{D} \quad (2-31)$$

La détermination du taux de gaz dans les bouchons R_{gB} à fait l'objet de plusieurs travaux , parmi les corrélations proposées dans la littérature on cite :

Corrélation DE FERSHNEIDER : Elle s'écrit :

$$R_{gB} = \frac{1}{\left[1 + \frac{(U_g + U_L)^2}{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_L} g D \right)} / (A/B)^2 \right]^2} \quad (2-32)$$

avec (A/B) évalué expérimentalement =1,20 ; 1,29.

Corrélation DE GARCIA : Fondée sur une banque de données , cette corrélation s'écrit :

$$R_{gB} = 0,0735 \frac{U_g + U_L}{(g D)^{0,5}} - 0,1705 \quad (2-33)$$

CHAPITRE III

Étude partielle

III-1 PHENOMENE D'INTERFACE

Introduction

Le comportement des surfaces et les interfaces est associé à de nombreux effets physiques et chimiques. Pour que les différentes équations soient satisfaites, il faut que les conditions aux limites affectent aux interfaces.

Dans un écoulement monophasique, il est exigé usuellement que les champs de vitesse et de résistances soient continus, tandis que dans un écoulement diphasique la discontinuité dans certaines composantes l'une de la vitesse et l'autre de la résistance sont possibles aux interfaces.

III-1.1 Conditions Aux Limites Pour La Vitesse :

S'il n'y a pas de changement de phase ou transfert de masse, la compatibilité de la condition de la vitesse et la même d'un ou deux composés de l'écoulement avec changement de phase, alors qu'elle existe la possibilité de vitesse finie à travers l'interface. Il faut que l'écoulement à travers ce dernier satisfait la continuité, donc s'il y a changement de densité ainsi changement de vitesse relativement de l'interface.

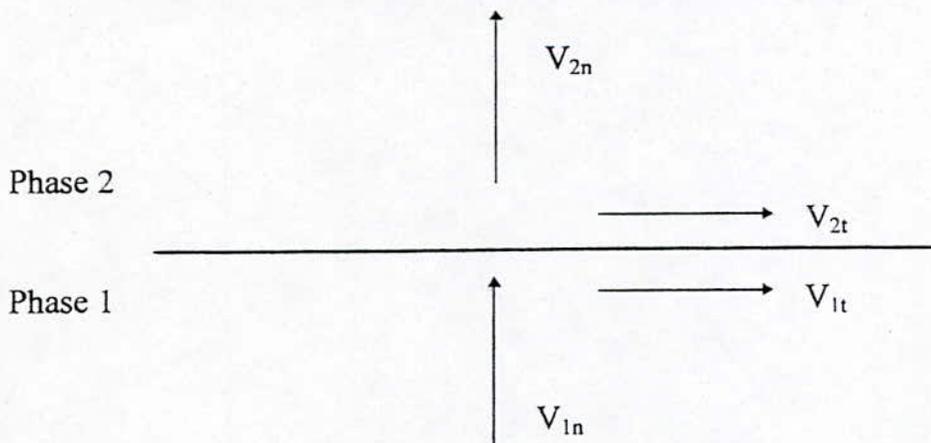


Fig 5 : Conditions aux limites pour la vitesse à l'interface

On les conditions de compatibilité suivantes soient satisfaites dans la direction le long et perpendiculairement à l'interface

- *La vitesse tangentielle continue*

$$V_{1t} = V_{2t} \quad (3-1)$$

- *Continuité à travers l'interface*

$$\rho_1 \cdot V_{1n} = \rho_2 \cdot V_{2n} \quad (3-2)$$

III-1.2 Conditions aux limites de la résistance :

Les effets de la tensions superficielles :

la continuité du champ de résistance à travers une interface est modifiée par l'effet de la tension superficielle. Si l'interface est courbée, la pression sur Y est différente de la pression d'une autre par proportion.

$$P_1 - P_2 = \sigma \cdot \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) \quad (3-3)$$

R_b : rayon de courbure de l'interface dans la direction perpendiculaire .

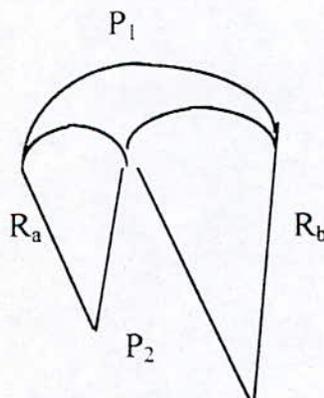


Fig.6 Conditions aux limites de la pression à l'interface.

Si la tension superficielle est uniforme, le cisaillement est continu à travers une interface donc la tension du gradient superficielle peut être établie par la présence d'impureté le long de l'interface. Dans ce cas le cisaillement saute par une quantité égale au gradient de la tension superficielle.

$$\tau_1 + \nabla\sigma = \tau_2 \quad (3-4)$$

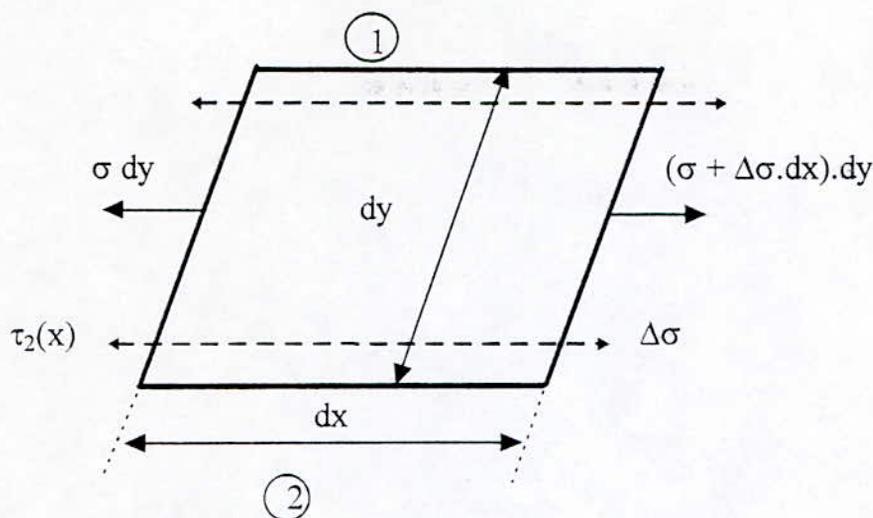


Fig 7 Conditions aux limites du cisaillement à l'interface.

La figure précédente montre un élément de surface de ou la direction (X) est choisie suivant ($\Delta\sigma$).

La force du fluide (1) égale à :

$$(\tau_1) dx dy \quad (3-5)$$

La force du fluide (2) est :

$$(-\sigma dy + (\sigma + \Delta\sigma dx) dy) \quad (3-6)$$

Dans la direction d'ou l'équilibre des forces de débit :

$$(\tau_1)_x + \Delta\sigma - (\tau_2)_x = 0$$

Alors qu'à la direction (y)

$$(\tau)_y - (\tau)_y = 0$$

Ces deux dernières équations sont des composantes scalaires de l'équation (4)

Lorsqu'une interface rencontre un fluide ,les trois résultantes de la tension interfaciale sont en équilibre au point d'intersection

III-1.3 L'effet de changement de phase sur la résistance interfaciale

Quand le changement de phase se produit à travers une interface, il aura donc un transfert de masse, et si les deux composés n'ont pas la même vitesse ce transfert de masse aura un effet sur le moment de transfert qui peut se produire simultanément.

L'effet de ce changement sur la résistance est très difficile à déterminer, d'où un modèle simple pour prédire le cisaillement d'interface dans l'écoulement turbulent stratifié gaz-liquide avec changement de phase a été développé par :

SILVER et *WALLIS* en utilisant le flux de *REYNOLDS* (écoulement séparé), en accordant ce modèle le cisaillement sur une interface sans changement de phase du au fluide pour le filet principal frappant la paroi.

Si une masse (ξ_0) atteinte par unité de surface par unité de temps le cisaillement est :

$$\tau_0 = \varepsilon_0 (U_g - U_f) \quad (3-7)$$

Pour un modèle très élémentaire, il peut être assumé que le flux massique soit composé de deux filets, l'un se déplace près de la paroi, l'autre loin d'elle d'où il occupe la moitié de la surface d'écoulement et circule avec une vitesse moyenne (U_0) Figure (4).

Si on prend en compte la tension de vapeur on a :

$$\xi_0 = \frac{1}{2} U_0 \rho_g \quad (3-8)$$

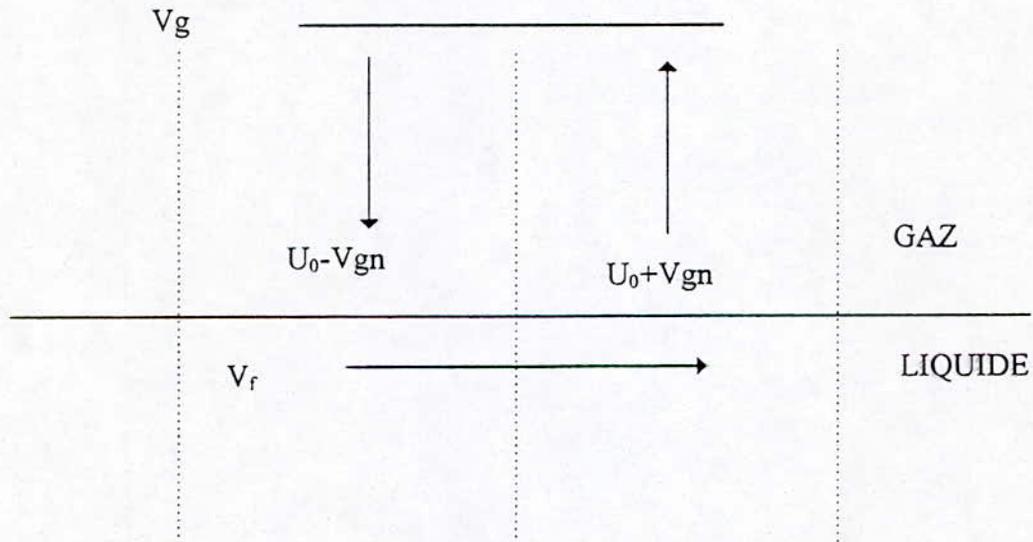


Fig 8. Flux de REYNOLDS avec changement de phase accordé à SILVER & WALLIS

L'interface acquiert la vitesse ($U_0 - Vgn$) d'où le filet retenu acquiert la vitesse ($U_0 + Vgn$).

III-2 PHENOMENE DE COALESCENCE

L'évolution de plusieurs écoulements diphasiques dépend d'une façon critique des bulles, si celles-ci ont une vitesse relative approchée coalescente ou non. Les situations augmentant cette vitesse sont par exemple :

- Des bulles s'élevant en ligne ,celles dessus cachent celles dessous.
- Le contact forcé d'une bulle évoluant dans un orifice avec la précédente, la bulle qui démarre.
- La montée de la bulle à travers une surface libre (qui peut être vue comme une deuxième bulle infinie).

Dans un liquide de faible viscosité dans ces situations ou bien d'autre l'observation et l'analyse suggèrent que si les deux processus suivants sont en compétition :

1) Le liquide entre les bulles est extrait ,accompagné d'un aplatissement des surfaces de la bulle .Quand le film résiduel atteint une épaisseur de l'ordre de $(100A^0)$,les pressions de *VANDER WAALS* deviennent dominantes d'ou un trou est rapidement formé ,la pression superficielle étende ce trou ,les bulles deviennent comme une seule.

La déformation des bulles augmente leurs superficies, alors l'énergie libre du système au dépend de l'énergie cinétique associée au mouvement relatif. les bulles se décélèrent et se rebondissent séparément si le processus (1) n'est pas complété. Ces résultats sont utilisés pour déduire :

- a) sous quels conditions le fait de négliger la gravité est justifié .
- b) A quelle déformation critique les pressions de *VANDER WAALS* sont elles dominantes.
- c) Dans quelles conditions le processus (2) arrêtera t'il le mouvement avant d'atteindre cette déformation critique

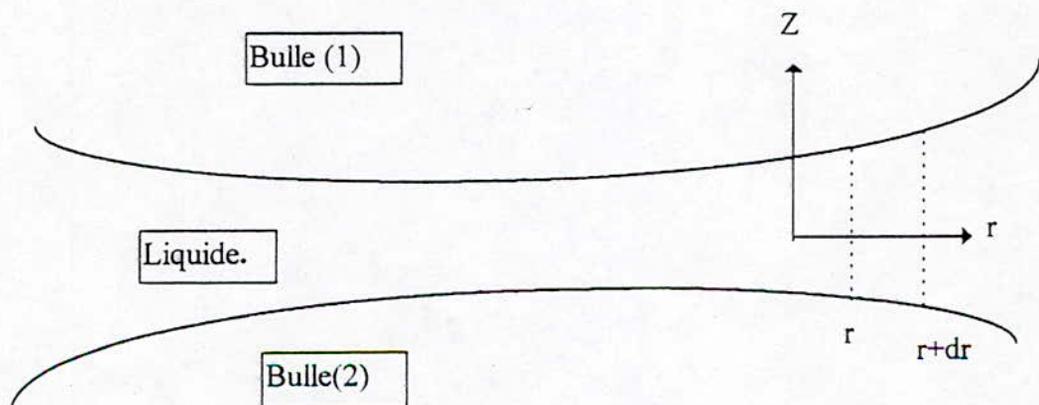


Fig 9 : Problème de coalescence.

III-2.1 Efficacité De Coalescence :

une dispersion liquide - liquide dans un écoulement turbulent voit sa granulométrie commandée par le phénomène de coalescence. En se limitant aux seuls processus de coalescence 'ALLAN' et 'Al' (1962), 'LIEM' et 'AL' (1974), on peut dire que la fusion entre deux gouttes résulte de deux mécanismes successifs :

D'une part, le rapprochement de deux gouttes avec une certaine fréquence d'occurrence et une certaine force de rapprochement imposé par la structure hydrodynamique de l'écoulement (turbulence, cisaillement), d'autre part, l'aminçissement progressif du film séparant les deux gouttes, ou drainage, régi par les propriétés physico-chimiques des fluides et des interfaces (viscosité volumique, viscosité surfacique élongationnelle...). comme les forces de rapprochement sont fluctuantes, la fusion aura lieu ou non suivant que le drainage aura eu le temps de s'effectuer ou non. Ce deuxième mécanisme est essentiellement le même en écoulement turbulent et laminaire (Mariaux (1990)).

Soit un nombre (n) de collisions à deux globules. On appelle efficacité de coalescence, ou taux de fusion, le rapport (E) du nombre (n_f) de fusion, à un nombre de référence (n_c) de collisions. Cette efficacité dépend du modèle de référence retenu. Le modèle le plus simple consiste à prendre comme nombre n_c de collisions le nombre de chocs en l'absence d'interaction hydrodynamique entre gouttes. On pourrait aussi tenir compte des interactions proches et modifier le nombre de collisions effectives. Bien entendu, la donnée de l'efficacité de coalescence doit être associée au modèle de référence retenu.

Pour bien comprendre l'intérêt d'une telle détermination, il faut savoir que cette efficacité est souvent totalement ignorée et que les codes ordinaires de calculs diphasiques peuvent adopter une valeur numérique de 1 alors que nos expériences nous fournissent des valeurs de l'ordre de 10^{-4} dans le cas de gouttes d'huile dans l'eau.

Les modèles physiques des écoulements turbulents diphasiques permettent de prédire le cisaillement local responsable de la rencontre de deux globules, mais il faut ajouter un scalaire traduisant la probabilité de fusionnement (Mariaux (1990), Thomas (1981)). Cette probabilité peut être calculée par d'autres modèles physiques faisant appel aux propriétés des surfactants (Traykov *et al.* (1977), Ivanov (1980), Zinchenko (1984), Muralidhar *et al.* (1988), Danov *et al.* (1994)). Cette probabilité peut être déterminée expérimentalement pour une dispersion donnée.

CHAPITRE IV

Modèle cellulaire

Le modèle présenté, permet la prédétermination du gradient de pression (dp/dz), du taux global de gaz (R_g), et de grandeurs caractéristiques de l'intermittence, dans un écoulement à poches et bouchons ou conduite verticale.

L'écriture des lois de conservation en moyenne phasique conditionnelle conduit à la définition d'une cellule moyenne.

La fermeture du modèle est assurée par des lois de contrainte de cisaillement Film - paroi, Film - poche par une loi d'arrachage du gaz au culot. De la poche une loi de glissement du gaz dans les bouchons et une loi de la vitesse moyenne de propagation des fronts de poches.

IV-1 LE RÉGIME A POCHE ET A BOUCHONS :

IV-1.1 Structure cellulaire :

L'écoulement intermittent se compose d'une succession de cellules constituées de deux zones : une à phase séparées, une zone à phase dispersée. La zone à phase dispersée, ou bouchon, représente la portion de l'écoulement où la phase liquide est continue la phase gaz étant dispersée sous forme de bulles. La zone à phases séparées concerne une portion de l'écoulement où le gaz forme une poche de gaz. Le liquide étant réparti à la paroi (Film liquide contenant éventuellement de fines bulles de gaz).

Chaque configuration poche ou bouchon est constituée des deux phases gaz et liquide.

Dans un repère mobile lié à la poche (fig.10) le film liquide descend une proportion plus ou moins grande de ce film descend par conséquent, au niveau de l'interface queue de poche - front de bouchon, le film pénètre dans le bouchon, en arrachant à la poche une certaine quantité de gaz, la pénétration du film liquide à contre-courant dans le bouchon crée une zone de 'culot' de poche tourmentée et aérée. Le film transporte peu de bulles, l'alimentation en gaz des bouchons s'effectue dans principalement par le phénomène d'arrachage. La poche monte plus vite que les bulles entraînées dans le bouchon de liquide, par conséquent, la poche 'rattrape' la majorité du gaz contenu dans le bouchon. L'alimentation en gaz de la poche s'effectue par le captage des bulles au nez de la poche.

IV-2 BASES DE LA MODELISATION :

IV-2.1 Notion de cellule moyenne :

Le traitement des équations de conservation phasique intégrées sur une section 'A' de la conduite par différents type de moyenne permis de développer un modèle a structure cellulaire qui comprome une tel approche : l'écoulement intermittent superpose des zones a phases séparées et zones a phases dispersée. Il faut certainement introduire des lois phénoménologiques spécifiques aux zones poche et bouchon.

Le modèle présenté, permet de décrire l'évolution du taux de présence de phase, des vitesses phasiques et du gradient de pression dans une cellule moyenne.

La cellule moyenne est définie à partir d'une moyenne d'ensemble effectuée sur une population de N cellules observées pendant un intervalle de temps T .

La cellule moyenne équivalente comprend une configuration à phases séparées, la partie poche - film, et une configuration à phase dispersée, la partie bouchon.

Dans ce qui suit on notera par les indices suivants :

β : indices de configuration.

K : indice de phase

zone à phases séparées : $\beta = s$

$$\left\{ \begin{array}{ll} K = f & \text{film} \\ K = p & \text{poche} \end{array} \right.$$

zone à phases dispersées : $\beta = s$

$$\left\{ \begin{array}{ll} K = g & \text{gaz} \\ K = L & \text{liquide} \end{array} \right.$$

l : indice désigne le numéro d'une cellule observée a l'abscisse X , à partir de l'instant $t_{\beta l}$, pendant une durée $\theta_{\beta l}$ de configuration β ($\theta_{\beta l}$ sont les réalisations de la variable aléatoire θ_{β} durée de configuration).

IV-2.2 Opérateurs de moyenne :

Trois types de moyenne temporelle sont appliqués à une grandeur phasique déjà moyenne dans la section d'abscisse X ; soit $\langle G_k (X, t) \rangle$ une telle grandeur :

1) Moyenne temporelle $G(X,t)$:

$$G_k = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \langle G_k (X, t) \rangle . dt \quad (4 - 1)$$

2) Moyenne par configuration $G_{k\beta}$:

$$G_{k\beta} : \langle G_k \cdot \chi_\beta(X, t) \rangle \quad (4-2)$$

La fonction de pondération χ_β caractérise la présence de la configuration β dans chaque cellule :

$$t \in [t_{\beta 1}, t_{\beta 1} + \theta_{\beta 1}] \quad \chi_\beta = \chi_{\beta 1} = 1$$

$$t \notin [t_{\beta 1}, t_{\beta 1} + \theta_{\beta 1}] \quad \chi_\beta = 0$$

3) Moyenne cellulaire :

afin de décrire l'évolution interne d'une grandeur dans chaque cellule, on introduit une variable interne θ qui caractérise le temps écoulé entre le passage d'un front et l'instant d'observation.

La moyenne cellulaire G est défini par :

$$G_{k\beta} = \langle G_k(x, t) \cdot \delta_\beta(x, t, \theta) \rangle. \quad (4-3)$$

La fonction de pondération δ_β permet de choisir l'instant d'observation dans une configuration d'une cellule passant par l'abscisse x .

$$t \in [t_{\beta 1}, t_{\beta 1} + \theta_{\beta 1}] \quad \delta_\beta = \delta_{\beta 1}(t_{\beta 1} + \theta)$$

où $\delta_{\beta 1}$ est une distribution de *DIRAC* ;

$$t \notin [t_{\beta 1}, t_{\beta 1} + \theta_{\beta 1}] \quad \delta_\beta = 0$$

IV-2. 3 Équations de base :

Elles sont obtenues par moyenne cellulaire des équations de conservations de la masse et de la quantité de mouvement préalablement moyennées dans la section pour chaque phase.

En écoulement permanent établi, les grandeurs $G_{k\beta}$ ne sont fonction que de θ . En effet la variable temporelle θ est remplacée par une variable spatiale $Z' = U\theta$, représentant la position d'une section par rapport au front de la cellule moyenne de célérité U dans la conduite.

Les variables du modèles sont :

- Les taux de présences $R_{\beta k}(Z')$ avec : $R_{g\beta} + R_{l\beta} = 1$;
- Les vitesses phasiques $V'_{k\beta}(Z')$ dans le repère lié a la cellule moyenne ;
- Le gradient de pression dP/dz en admettant l'égalité des pressions dans chaque phases à une abscisse .

IV-3 LOIS DE FERMETURE :

IV-3.1 Dans la zone film - poche :

A) Loi de frottement interfacial entre le film et la poche : Fig()

On peut interpréter les concepts de turbulence de paroi, dans le gaz, comme si l'interface liquide , est une paroi mobile .

En admettant que la vitesse de la paroi est la vitesse du film V_{FSO} à l'interface .Dans ce cas, les résultats classiques des écoulements turbulents en conduite circulaire s'appliquent au gaz contenus dans la poche .

Admettant aussi que $V_{ps}(y)$:

la vitesse locale de la pseudo-phase poche à l'abscisse y.

à l'interface ($y = 0$) $\Rightarrow V_{ps}(0) = V_{FSO}$

au centre de la conduite ($y = R_I$) $\Rightarrow V_{ps}(R_I) = V_{PSO}$ avec $R_I = R - e_F$

La loi de frottement s'exprime par :

$$\tau_{IS} = \frac{1}{2} \rho_G f_{IS} (V_{FSO} - V_{PS})^2 \quad (4 -4)$$

Avec f_{IS} : est donné par la loi de 'COLEBROOK' :

$$\frac{1}{2 (F_{IS})^{1/2}} = 1,74 - 2 \log \left(\frac{K_{IS}}{R_I} + \frac{18,7}{2R_{ep} (F_{IS})^{1/2}} \right) \quad (4 -5)$$

K_{IS} : la rugosité interfacial est exprimée en fonction de l'épaisseur du film e_f sous la forme : $K_{IS} = C_0 e_f$.

$$R_{ep} = 2 \frac{|V_{FSO} - V_{PS}|}{v_g} R_I$$

$$\tilde{V}'_{PS} = \frac{2}{R_I} \int_0^{R_I} \left(1 - \frac{y}{R_I}\right) V'_{PS}(y) dy \quad (4-6)$$

\tilde{V}'_{PS} : vitesse moyenne sur la section de la poche.

La loi de variation du frottement qui dépend de R_I , de la rugosité de la paroi (K_{IS}) et de l'épaisseur moyenne du film (e_f). S'exprime en fonction de :

1- Une loi de paroi universelle :

$$\frac{V'_{PS}(y)}{u_I^*} = \frac{V'_{PSO}}{u_I^*} - A \ln\left(\frac{y}{R_I}\right) - a R_{e_I}^* \quad (4-7)$$

avec u_I^* : la vitesse de frottement interfacial construit sur le cisaillement τ_I

$$u_I^* = \left[\frac{|\tau_I|}{\rho_g} \right]^{1/2} \quad (4-8)$$

2- La valeur de la vitesse moyenne V'_{PS} , relation (6)

3- Loi de COLEBROOK

$$f_I = f(K_{IS} / R_I, R_{ep})$$

$$\Rightarrow a(R_{e_I}^*) = 8,5 - 4\sqrt{2} \log\left(1 + \frac{18,7}{4\sqrt{2}R_{e_I}^*}\right) \quad (4-9)$$

$$\text{avec :} \quad R_{e_I}^* = \frac{u_I^* K_I}{v_g} \quad (4-10)$$

B) Loi d'entraînement de gaz : (Échange de gaz au fond de la poche) (fig.10)

En bout de poche, le film liquide tombant à grande vitesse entraîne un débit q_{ge} de gaz, une partie q_{gc} est restituée par agitation au fond de la poche (culot). Le débit complémentaire q_g représente le débit de gaz alimentant réellement le bouchon.

D'où :

$$q_g = q_{ge} - q_{gc} \quad (4-11)$$

La modélisation consiste à évaluer la prototype du débit effectivement transmis au bouchon q_g par rapport au débit entraîné q_{ge} .

Soit α_q le rapport suivant :

$$\alpha_q = q_{gc} / q_g$$

comme : $q_{gc} = q_g + q_{gc}$

Il vient :
$$\alpha_q = (q_{gc} / q_g) + 1 \quad (4-12)$$

Pour résoudre le problème de la modélisation de α_q on retient l'hypothèse proposée par *DUCKLER* [7].

Le débit q_{gc} de gaz est modélisé par la relation :

$$q_{gc} = A_I \alpha_K V'_{gc} \quad (4-13)$$

A_I : la surface complète de la poche : $A_I = \Pi R_I^2$

α_K : le taux de gaz.

V'_{gc} : vitesse du gaz au culot , imprimée par le liquide.

$$V'_{gc} = 0,25 \tilde{V}_{fs0} \quad (4-14)$$

Soit A_E la section par laquelle le débit q_{ge} est entraîné

$$A_E = A_I - \Pi(R_I - \delta_E)^2 = \Pi R_I^2 \left(1 - \left(1 - \frac{\delta_E}{R_I} \right)^2 \right)$$

δ_E : l'épaisseur de la couche de gaz qui se déplace à une vitesse relative $V'_{ps}(y)$ positivement, est entraînée dans le bouchon :

$$V'_{ps}(\delta_E) = 0$$

soit :

$$\frac{\delta_E}{R_I} = \exp \left[0,4 \frac{\tilde{V}_{PS0}}{U_I^*} \right]$$

$$q_{gE} = 2\Pi \int_0^{\delta_E} (R_I - y) \tilde{V}'_{PS}(y) dy \quad (4-15)$$

A l'aide de la relation ($\tilde{V}_{PS0} = \tilde{V}'_{PS} - 3,75\tilde{U}_I$) pour le calcul de q_{gE} et pour la modélisation de q_{gc} on peut déterminer le débit q_g par la relation de α_q on obtient :

$$q_{gE} = 5\Pi R_I^2 \tilde{U}_I \delta_E \left(1 - \frac{\delta_E}{4}\right) \quad (4-16)$$

$$q_{gc} = -\Pi R_I^2 \left[\tilde{V}'_{PS0} + 1,25\tilde{U}_I (1 - \delta_E)(3 - \delta_E) \right] \quad (4-17)$$

$$q_g = \Pi R_I^2 V'_{PS\dots} \quad (4-18)$$

C) Loi de frottement pariétal dans le film τ_{wf}

L'analyse est basée sur l'hypothèse d'écoulement parallèle dans le film établi.

- EN ECOULEMENT LAMINAIRE : le profil de vitesse est solution de :

$$\rho_F V_F \frac{dV'_F}{dy'} = \tau_{wF} \quad (4-19)$$

d'où l'expression de contrainte de cisaillement pariétal :

$$\tau_{wF} = \frac{1}{2} \rho_F f_{wF} \cdot (V'_{FS} - U) |V'_{FS} - U|$$

avec (4-20)

$$f_{wF} = 24\alpha_0 R_{eF}^{-1}$$

$$R_{eF} = \frac{4e_f |V'_{FS} - U|}{\nu_F} \quad (4-21)$$

et :

$$\alpha_0 = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_c}{2} - \frac{\alpha_c}{4} \xi_I} \quad (4-22)$$

ou :

$$\alpha_c = \frac{\tau_{IS}}{\tau_{wF}}$$

$$\xi_I = \frac{R_I}{R}$$

On peut obtenir une relation entre V'_{FS} et V'_{FS0} pour $\beta=1$

$$\frac{\tilde{V}'_{FS0} - U}{V'_{FS} - U} = \frac{3}{2} \frac{1 + \alpha_c + \frac{\xi}{6}(1 - \alpha_c)}{\alpha_0} \quad (4-23)$$

EN ECOULEMENT TURBULENT : dans le film correspond une structure complexe qui résulte de l'interaction entre la turbulence produite à la paroi et la turbulence produite à l'interface .

Des études faites ont permis de caractériser des écoulements de ce type , en configuration stratifiée : il a été montré que près des parois, se retrouvent des comportements de turbulence de paroi. Par contre, sous l'interface, le transport de turbulence est très important et peut générer des écoulements secondaires .

Sans information expérimentale précise sur l'effet turbulents minces, c'est le bilan de quantité de mouvement en écoulement parallèle qui est retenue, avec les schémas de profils de vitesse présentés sur la figure.10 .

L'épaisseur e_{F1} , détermine la zone de validité du profil de vitesse logarithmique vis-à-vis de la zone à vitesse uniforme dominée par la turbulence interfaciale.

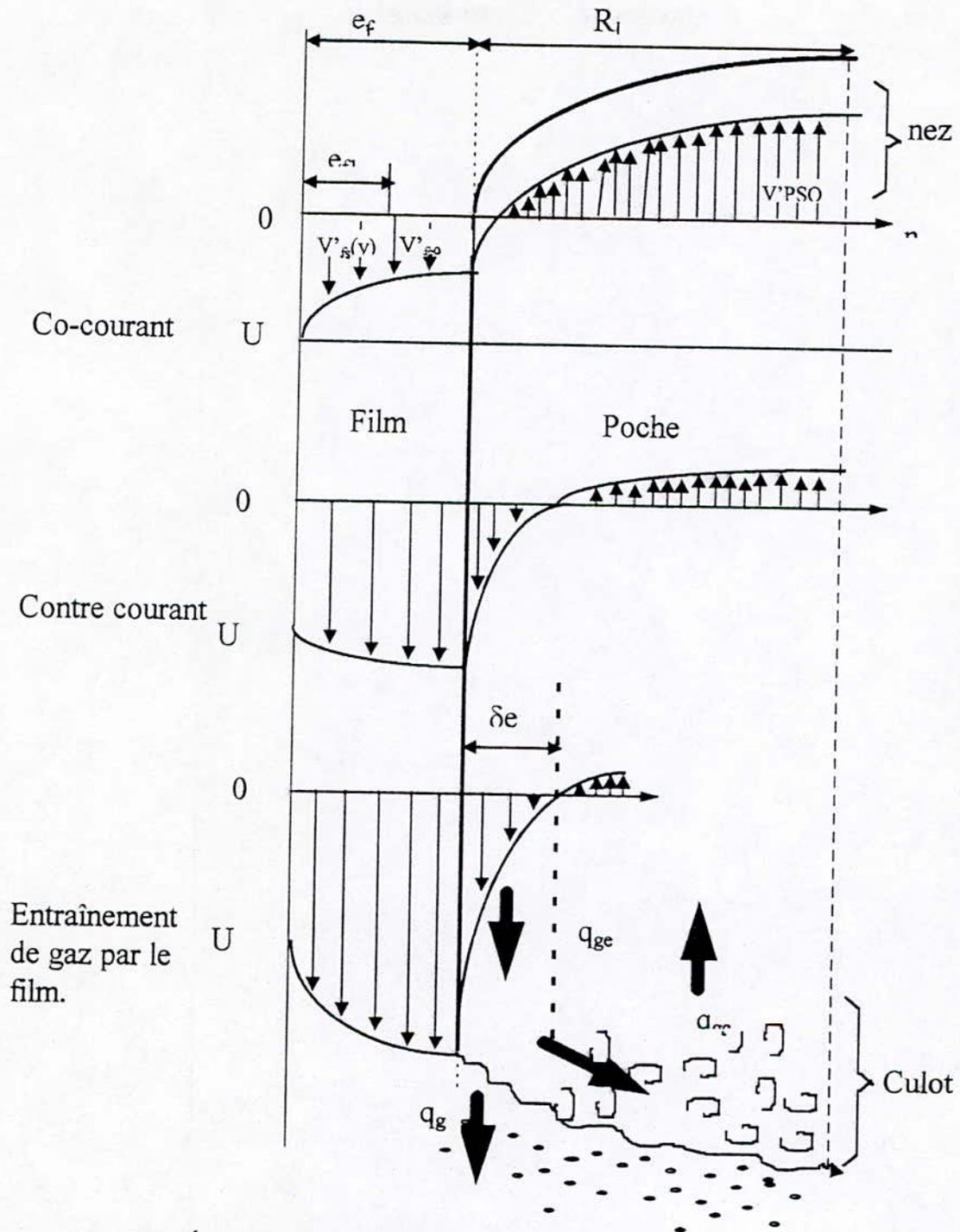


Fig. 10 : Écoulement film - poche

Le cisaillement pariétal s'écrit :

$$\tau_{wF} = \frac{1}{2} \rho_F \rho_{wF} (V'_{FS1} - U) |V'_{FS1} - U|$$

ou (4 -24)

$$f_{wF} = \rho_{wF} \left(\frac{K_w}{2e_{F1}}, R_{eFS1} \right)$$

Donné par une loi de type *COLEBROOK* :

$$R_{eF1} = \frac{4e_{FS} |V'_{FS1} - U|}{v_F} \quad (4 -25)$$

$$e_{F1} = \frac{e_F}{1 + |\alpha_c|} \quad (4 -26)$$

On peut ainsi obtenir une relation entre V'_{FS} et V'_{FS0} tel que :

$$V'_{FS1} = V'_{FS0} - 2,5U^*_{wF} \frac{4R - e_{F1}}{2(2R - e_{F1})} \quad (4 -27)$$

ou :

$$U^*_{wF} = \left[\frac{|\tau_{wF}|}{\rho_F} \right] \quad (4 -28)$$

IV-3.2 Lois de fermeture dans le bouchon :

A) Lois de glissement du gaz dans le bouchon :

$$G = V_{gD} - V_{LD} \quad (4-29)$$

Le glissement G est relié au diamètre des bulles d_B par les abaque de 'GRACE' [11] paramètre suivant le nombre de MORTON ' M_0 ' et le nombre de 'EOTVÖS' E_0 '

$$G = G(M_0, E_0)$$

avec

$$M_0 = \frac{g \mu_L^4}{\rho_L \sigma^3}$$

$$E_0 = \frac{g d_B^2}{\sigma_L}$$

La relation entre le diamètre d_B et la dissipation d'énergie dans le liquide ' ξ_{LD} ' est donnée par la forme de *HINZE* :

$$d_B = \left(C \frac{\sigma}{\rho_L} \right)^{3/5} (\xi_{LD})^{-2/5} \quad (4-30)$$

avec : $C=0,725$

$$\xi_{LD} = \frac{2}{R} \left(\frac{U_g + U_L}{1 - R_{gD}} \right) \frac{\tau_{wD}}{\rho_L} + \frac{\Delta \rho g R_{gD} G}{\rho_L} \quad (4-31)$$

b) Lois de cisaillement pariétal dans le bouchon : τ_{wD}

L'expression de la contrainte de cisaillement pariétal est classique :

$$\tau_{wD} = \frac{1}{2} \rho_L f_{wD} (U - V_{LD})^2 \quad (4-32)$$

avec :

$$f_{wD} = f_{wD} \left(\frac{K_W}{R}, R_{eD} \right)$$

et :

$$R_{eD} = \frac{2|U - V_{LD}|R}{\nu_L} \quad (4-33)$$

IV-3.3 Lois de fermeture des interactions poches - bouchons

A) Célérité des fronts de cellule moyenne 'u'

La célérité des poches s'exprime en fonction de la somme des vitesses superficielles par la relation :

$$U = C_1 (U_g + U_L) + C_2 \left(\frac{2g R \Delta\rho}{\rho_L} \right)^{0,5} \quad (4-34)$$

C_1 : coefficient de l'ordre de 1,20

C_2 : c'est une constante ,en fonction de l'inclinaison du nombre de *BOND* ' B_0 ' de l'écoulement :

$$B_0 = \frac{\Delta\rho gD}{\sigma}$$

C_2 est donné aussi par le diagramme de 'ZUKOSK

IV-4 PRINCIPE DE CALCUL DES GRANDEURS DU MODELE :

Il faut noter qu'il existe deux versions du modèle poche : l'une décrit l'évolution de la poche (modèle évolutif) ,l'autre suppose le régime établi et assimile les des grandeurs au bout de la poche aux grandeurs moyennes de la poche(modèle établi).

Le taux de gaz R_g dans la conduite est calculé par une boucle de calcul itérative .En effet pour un couple (U_L, U_g) , la célérité de poche U est comme suit :

$$U = 1,20 (U_L + U_g) + 0,35 \left(g \frac{\Delta\rho D}{\rho_L} \right)^{0,5}$$

Les débits relatifs q_L, q_g sont déterminés a partir de :

modèle à poche :

$$q_L = A ((1-R_g)U - U_L)$$

$$q_g = A (R_g U - U_g)$$

$$q_{FS} = A \tilde{R}_{FS} \tilde{V}'_{FS} = \left(\frac{R_{gF}}{1 - R_{gF} - R_{LP}} \right) q_L + \left(\frac{1 - R_{gF}}{1 - R_{gF} - R_{LP}} \right) q_g$$

$$q_{PS} = A \tilde{R}_{PS} \tilde{V}'_{PS} = \left(\frac{1 - R_{LP}}{1 - R_{gF} - R_{LP}} \right) q_L - \left(\frac{R_{LP}}{1 - R_{gF} - R_{LP}} \right) q_g$$

avec :

$$R_{gF} + R_{LP} = 1 ;$$

$$R_{gP} + R_{LP} = 1$$

q_l et q_g étant connus, le modèle poche permis de déterminer les caractéristiques de l'écoulement de film et les vitesses en bout de poche ces caractéristiques injectées dans le modèle d'arrachage génèrent une nouvelle valeur de q_g c'est à dire une nouvelle valeur R_g c'est donc la résolution du modèle poche et du modèle d'arrachage qui permet de déterminer q_L q_g R_g

$$q_g = \Pi R_I^2 \tilde{V}'_{PS}$$

et
$$R_g = \frac{q_g - A U_g}{A U}$$

modèle bouchon :

q_g : étant connu, la réalisation dans le modèle bouchon est effectuée en réalisant une deuxième boucle itérative de calcul du glissement.

$$G = C^2 \left(\frac{\sigma g \Delta \rho}{\rho_L} \right)^{0,25}$$

$C=1,41$ (LEVICH)

La connaissance de G permet de déterminer le taux moyen de gaz dans le bouchon suivant la relation :

$$R_{gD} = \frac{G - (U_g + U_L) + \sqrt{(G - U_g + U_L)^2 - 4G U_g}}{2G}$$

La vitesse V_{LD} et le gradient de pression par frottement $(dP/dZ)_D$ peuvent alors être calculer comme suit :

$$V_{LD} = G - V_{gD} \quad \text{et}$$

$$(dP/dZ)_D = (4 \tau_{wD} / D)$$

avec :

$$V_{gD} = (q_g / A R_{gD})$$

$$\tau_{wD} = \frac{1}{2} \rho_L f_{wD} (U - V_{LD})^2$$

$$f_{wD} = f_{wD} \left(\frac{K_w}{R}, R_{eD} \right)$$

Alors on a :

$$\frac{1}{2(f_{wD})^{1/2}} = 1,74 - 2 \log \left(\frac{K_w}{R} + \frac{18,7}{2R_{eD} (f_{wD})^{1/2}} \right)$$

$$R_{eD} = D \frac{|U - V_{LD}|}{\nu_L}$$

Test De G (modèle bouchon)

Le test du glissement G se fait à l'aide :

1-Formule de HINZE $d_b = d_b(\varepsilon_{ld})$

2-Abaque de GRÂCE : $G = G[M_0, E_0(d_b)]$

Test de e_f (modèle poche)

Le test de e_f se fait à l'aide :

Formule de BROTZ :

$$e_F \left(\frac{g}{\nu_L^2} \right)^{1/3} = \left(\frac{3 R_{eF}^2}{590} \right)^{1/3}$$

$$\tilde{R}_{GS} = R_{gF} \tilde{R}_{FS} + (1 - R_{Ip})(1 - \tilde{R}_{FS})$$

Modèle N° 2 (établi) :

$$R_{gS} = \tilde{R}_{gS}$$

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_S = \left(\frac{dp}{dz}\right)_{Se}$$

Modèle N° 1 (évolutif) :

$$R_{gS} = \frac{1}{L_S} \int_0^{L_S} \tilde{R}_{gS}(z') dz'$$

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_S = \frac{1}{L_S} \int_0^{L_S} \left(\frac{d\tilde{p}}{dz}\right)_S(z') dz'$$

le taux de présence de configuration s'exprime par :

$$\alpha_S = \frac{R_g - R_{gD}}{R_{gS} - R_{gD}}$$

$$\alpha_D = 1 - \alpha_S$$

et enfin le gradient de pression :

$$\left(\frac{dp}{dz}\right) = \alpha_S \left(\frac{dp}{dz}\right)_S + \alpha_D \left(\frac{dp}{dz}\right)_D$$

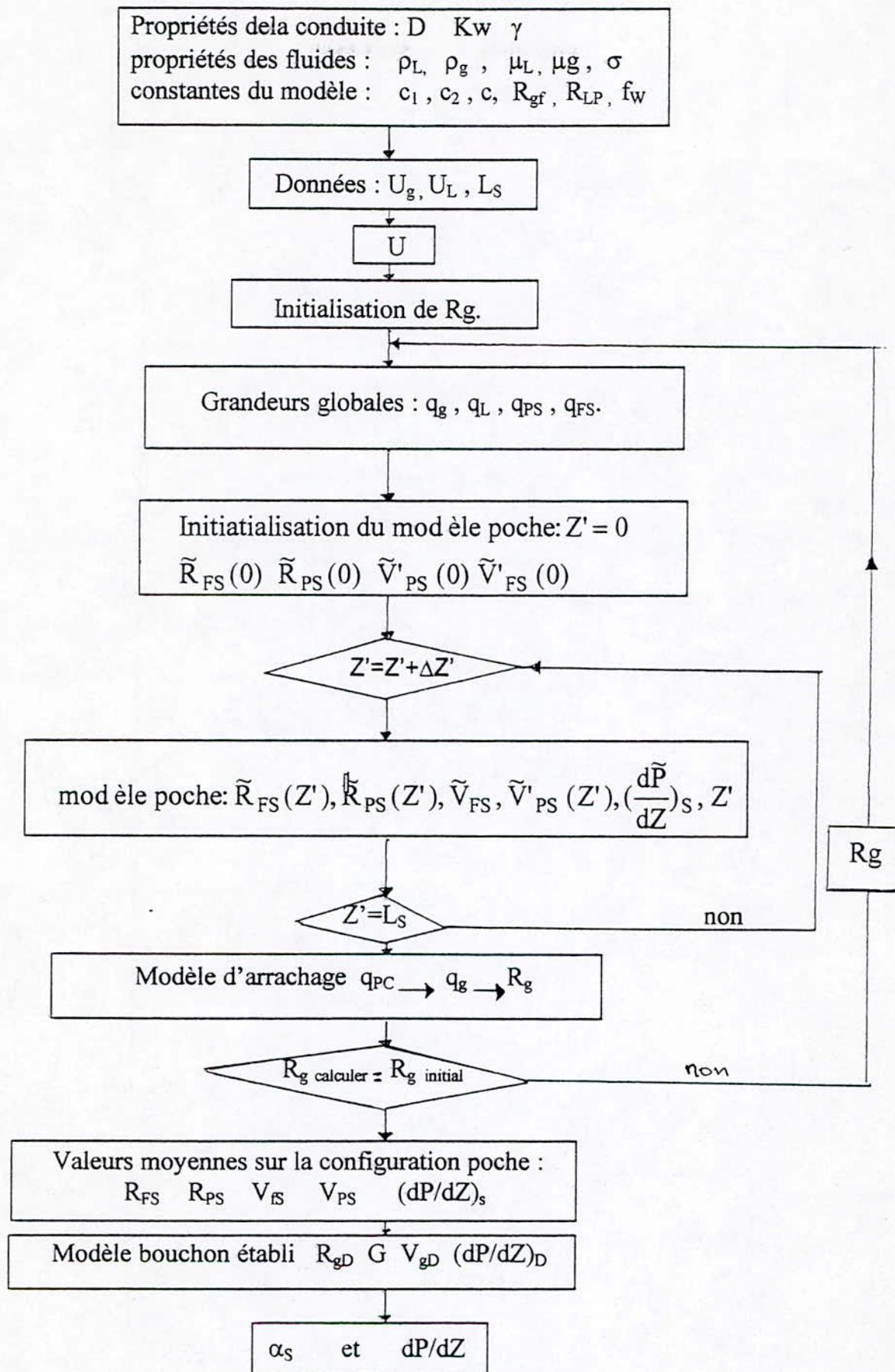


Schéma de principe du modèle n° 1

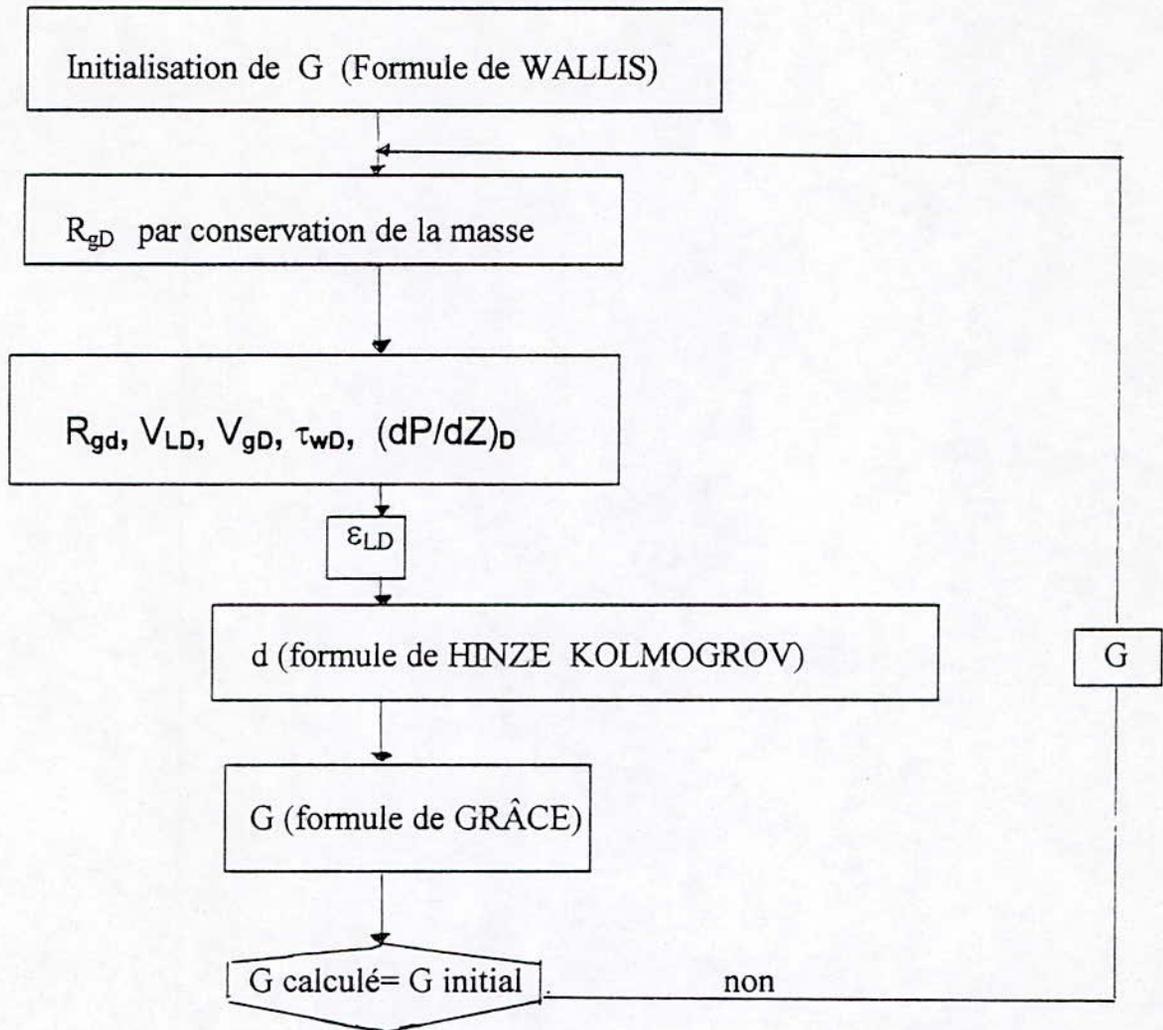


Schéma de principe du modèle bouchon

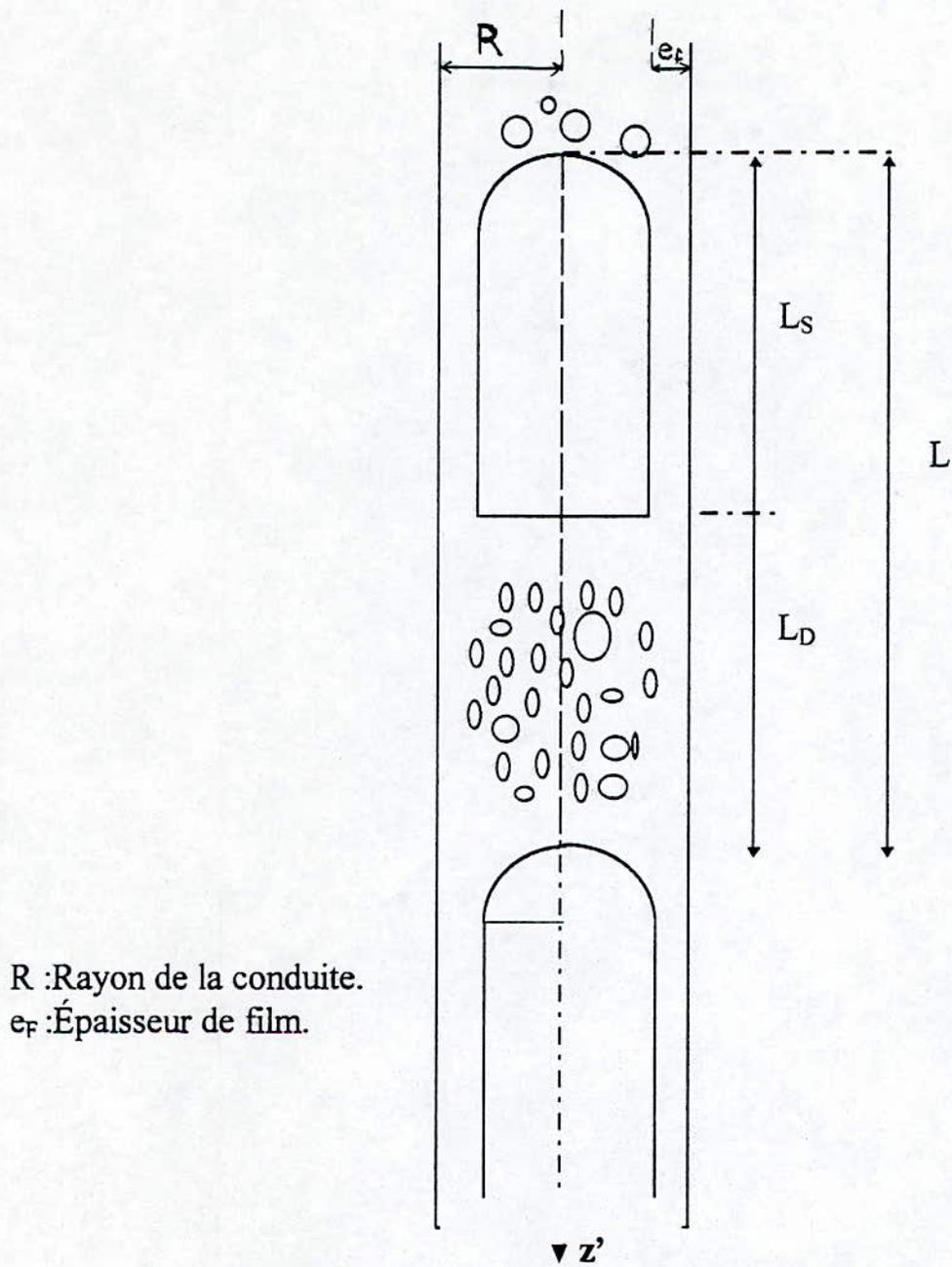


Fig.11 : Géométrie de l'écoulement Poche - Bouchon.

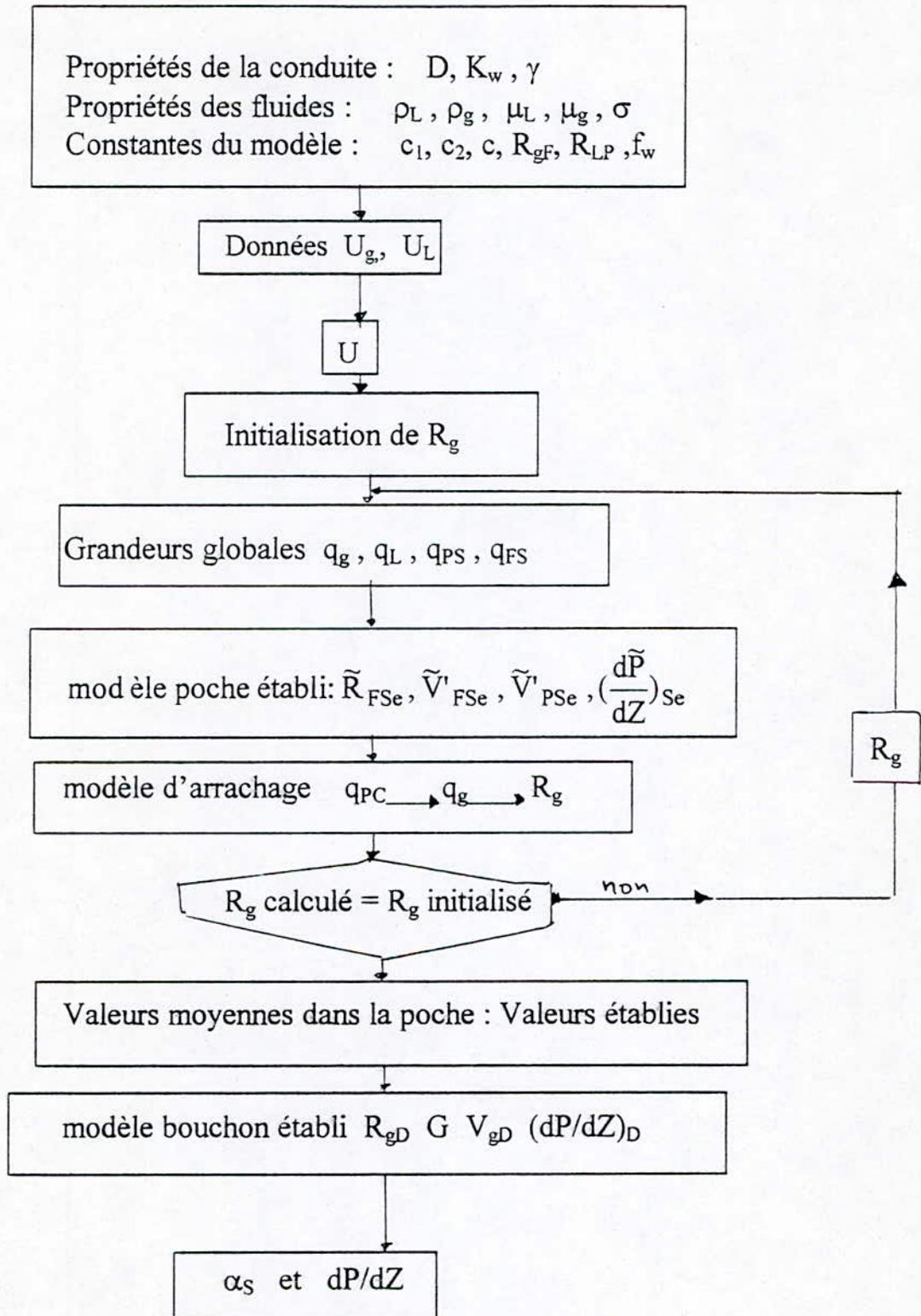


Schéma de principe du modèle n° 2

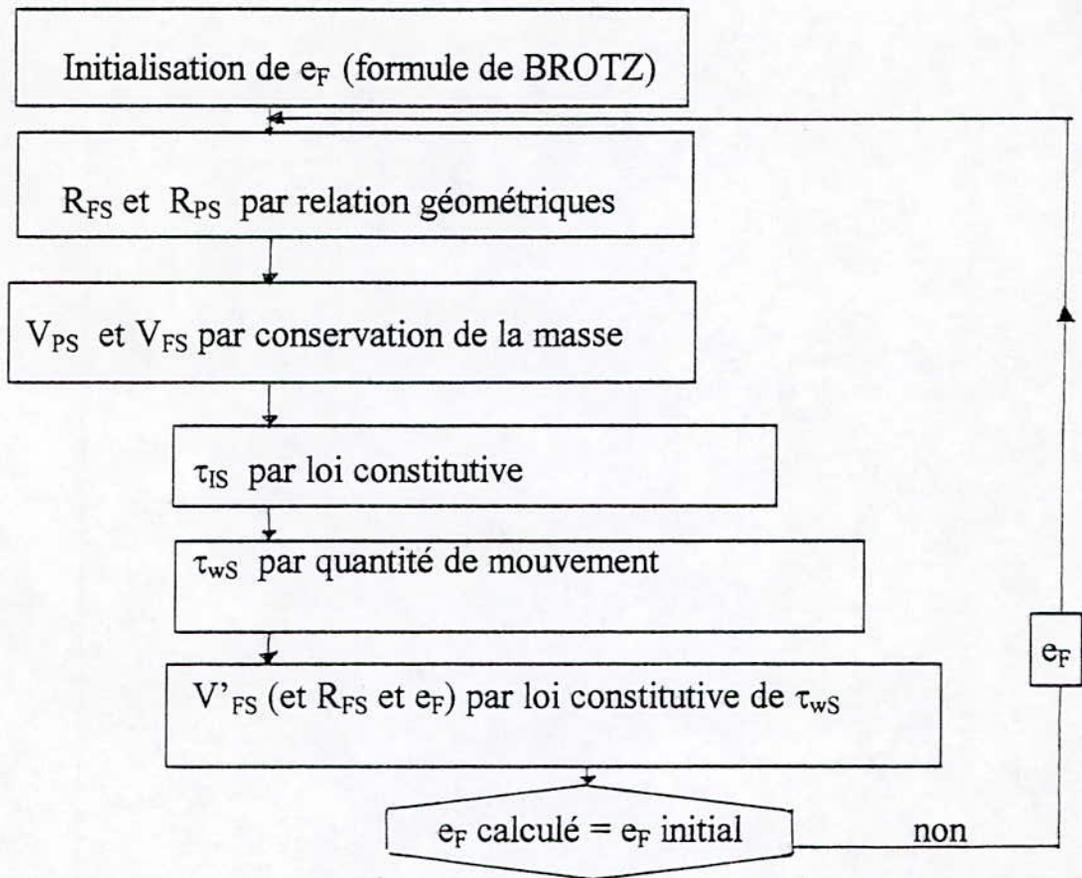


Schéma du principe modèle poche

Les modèles présentés précédemment basés sur des relations de conservation de masse et de quantités de mouvement, et complétés par les lois constitutives permet de prévoir le gradient de pression et le contenu du gaz global .

Différents tests de sensibilité du modèle (évolutif) ont été effectués (C.KOECK, 'ORSAY'). Cependant en absence d'information expérimentale plus complète, il n'est pas possible de se prononcer sur les éléments aussi importants que la rhéologie des films ou le concept du glissement dans le bouchon.

Shape Regimes for Fluid Particles

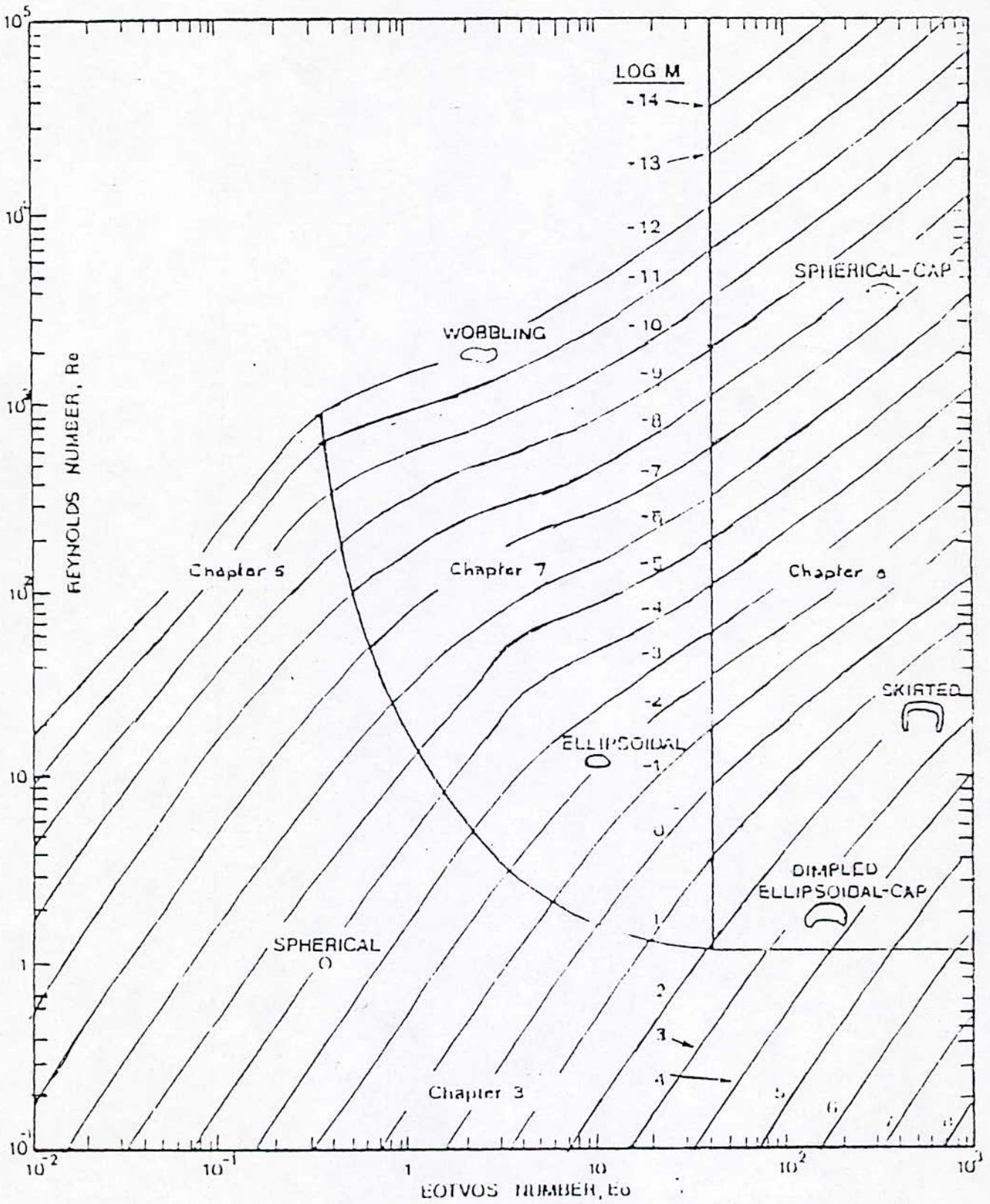


FIG 12 . Shape regimes for bubbles and drops in unhindered gravitational motion through liquids

CHAPITRE V

Modèle de l'air - lift

V-1 BASE THEORIQUE :

V-1.1 Principe de fonctionnement et les dépendances générales

Le principe de fonctionnement du système de pompage par 'Air-lift 'est celui d'une machine hydraulique utilisant une énergie extérieure fournie par un compresseur (puissance que possède l'air comprimé) permettant par frottement de mélange et de déplacer le mélange (air comprimé liquide et solide).

A partir d'une conduite d'air comprimé (1), on injecte du gaz à la base du mélange (2) ,si la pression produite dans celui-ci est inférieure à la pression extérieure ,l'eau se trouvant dans la conduite d'aspiration (3) ,entre dans le mélangeur ou s'effectue le mélange et sous l'action du flux d'air comprimé puis de sa détente ,l'écoulement se produit alors dans la conduite de refoulement (4)est au niveau du séparateur (5) s'effectue la séparation du deux fluides.

Sur la figure (I) sont montrées les schémas des différents étape de fonctionnement de l'air-lift.

Les équations générales de la mise en marche de l'air-lift sont :

- La pression au départ au niveau du mélange qui se trouve plongé à l'intérieure du liquide sous la profondeur d'émersion géométrique (h) (schéma I-2).

$$P_m = \rho g h \quad (5-1)$$

La pression de mise en marche au niveau du mélange :

$$P_m = \rho g (h + \Delta h_a) \quad (5-2)$$

avec :

$$\Delta h_a = a_c Q_L^2$$

- La pression moyenne du mélange correspondant au barbotage (injection de l'air sans qu'il y est un débit liquide) est exprimée par la relation suivante :

$$P_{\text{moyb}} = \rho_{\text{mb}} g (H+h)$$

avec :

$$\rho_{\text{mb}} = \rho (h / H+h) \quad (5-3)$$

Remarque : le rapport d'émersion absolue (h) sur la hauteur (H+h) est le paramètre caractéristique sans dimension appelé immersion relative de l'air-lift noté α

$$\alpha = h / H+h \quad (5-4)$$

Les expériences de HEIR, sur les écoulements diphasique dans une conduite verticale, s'écoulant l'air et l'eau conduit à conclure que le changement de pression suivant la hauteur du mélange se produit selon une loi linéaire, la pression moyenne est donnée donc par :

$$P_{\text{moy}} = P_m/2 = \rho g h/2 \quad (5-5)$$

Ces mêmes expériences indiquent que la détente du gaz se produit d'après un processus isothermique, donc le changement de la masse volumique en fonction de la pression est déterminé d'après la loi :

$$\frac{P_i + P_{\text{at}}}{\rho_i} = \frac{P_{\text{at}}}{\rho_{\text{at}}} \quad (5-6)$$

i : un point de mesure de l'écoulement diphasique dans la conduite verticale.

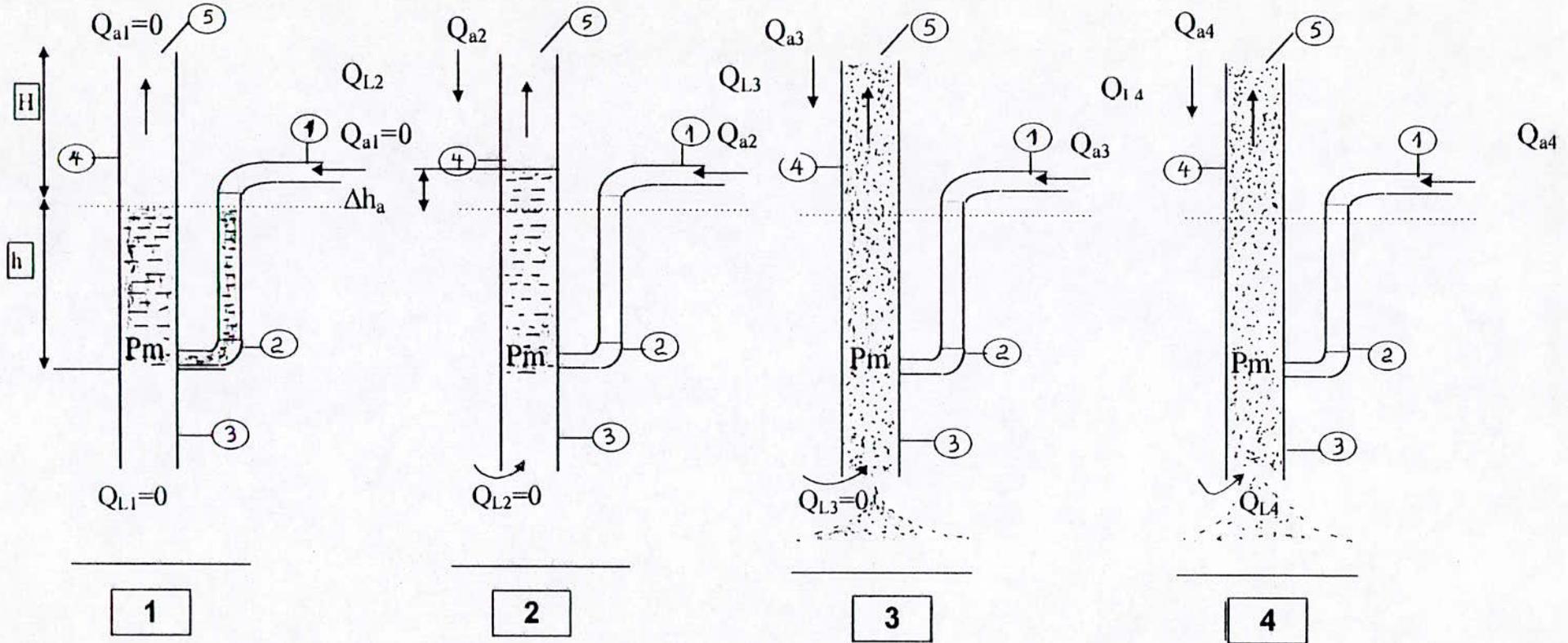
- Le débit du compresseur est calculé toujours suivant l'unité de volume de l'air-lift à l'état libre :

$$Q_a = Q_{\text{amoy}} \frac{P_{\text{moy}} + P_{\text{at}}}{P_{\text{at}}} \quad (5-7)$$

$Q_{\text{a moy}}$: débit moyen d'air, calculé d'après la pression moyenne (5-5)

$$Q_{\text{amoy}} = Q_a \frac{P_{\text{at}}}{P_{\text{at}} + \frac{P_m}{2}} \quad (5-8)$$

Fig.I Principe de la méthode de l'Air - Lift



- Le débit entrant dans la conduite de refoulement (schéma I-3), d'où l'apparition du débit de l'air-lift peut être déterminé en fonction de la masse volumique du mélange comme suit :

$$Q_L = \sqrt{\frac{h}{a_c} \left(1 - \frac{\rho_m}{\rho \alpha} \right)} \quad (5-9)$$

avec :

$$\rho_m = \frac{\rho Q_L + \rho_a Q_a}{Q_L + Q_{a\text{moy}}} \quad (5-10)$$

En développant l'équation (10), on obtient :

$$\rho_m = \rho / (1 + q_{\text{moy}}) \quad (5-11)$$

avec :

$$q_{\text{moy}} = q \frac{P_{\text{at}}}{P_{\text{at}} + \frac{P_m}{2}} \quad (5-12)$$

q : débit spécifique sans dimension de l'air-lift :

$$q = \frac{Q_a}{Q_L} \quad (5-13)$$

V-1.2 Les caractéristiques énergétique de L'AIR-LIFT:

Par hypothèse de HEIR on peut écrire :

$$\rho h = \rho_m (H+h) + a_c \rho_m Q_m \quad (5-14)$$

a partir des relations (7) (8) (13), on peut avoir :

$$Q_m = Q_L \left(1 + q \frac{P_{\text{at}}}{P_{\text{at}} + \frac{P_m}{2}} \right) \quad (5-15)$$

et par suite le débit de l'air-lift est donné par :

$$Q_L = \frac{1}{1+q} \sqrt{\frac{h}{a_c} \left(1+q - \frac{1}{\alpha}\right)} \quad (5-16)$$

soit à déterminer le débit spécifique d'air, donnant le débit liquide maximal :

$$dQ_L / dq = 0,$$

on obtient :

$$q_m = \left(\frac{2}{\alpha} - 1\right) \left(1 + \frac{\rho g h}{2P_{at}}\right) \quad (5-17)$$

l'analyse des deux expressions (16)et(17) nous donne :

- Pour une immersion relative α constante ,le débit d'air-lift dépend en grand partie de la quantité d'air comprimée.
- L'augmentation du débit d'air comprimé implique l'augmentation du débit liquide refoulé, atteint une valeur maximale puis diminue.
- L'expression (16) a permet de tracer les caractéristiques de l'air-lift (Fig.A) graphiquement pour une immersion absolue h et relative α données.
- A partir du point maximum de la courbe $Q_l = f(Q_a)$,le débit de l'air diminue avec l'augmentation du débit d'air comprimé ,est expliqué comme suit :

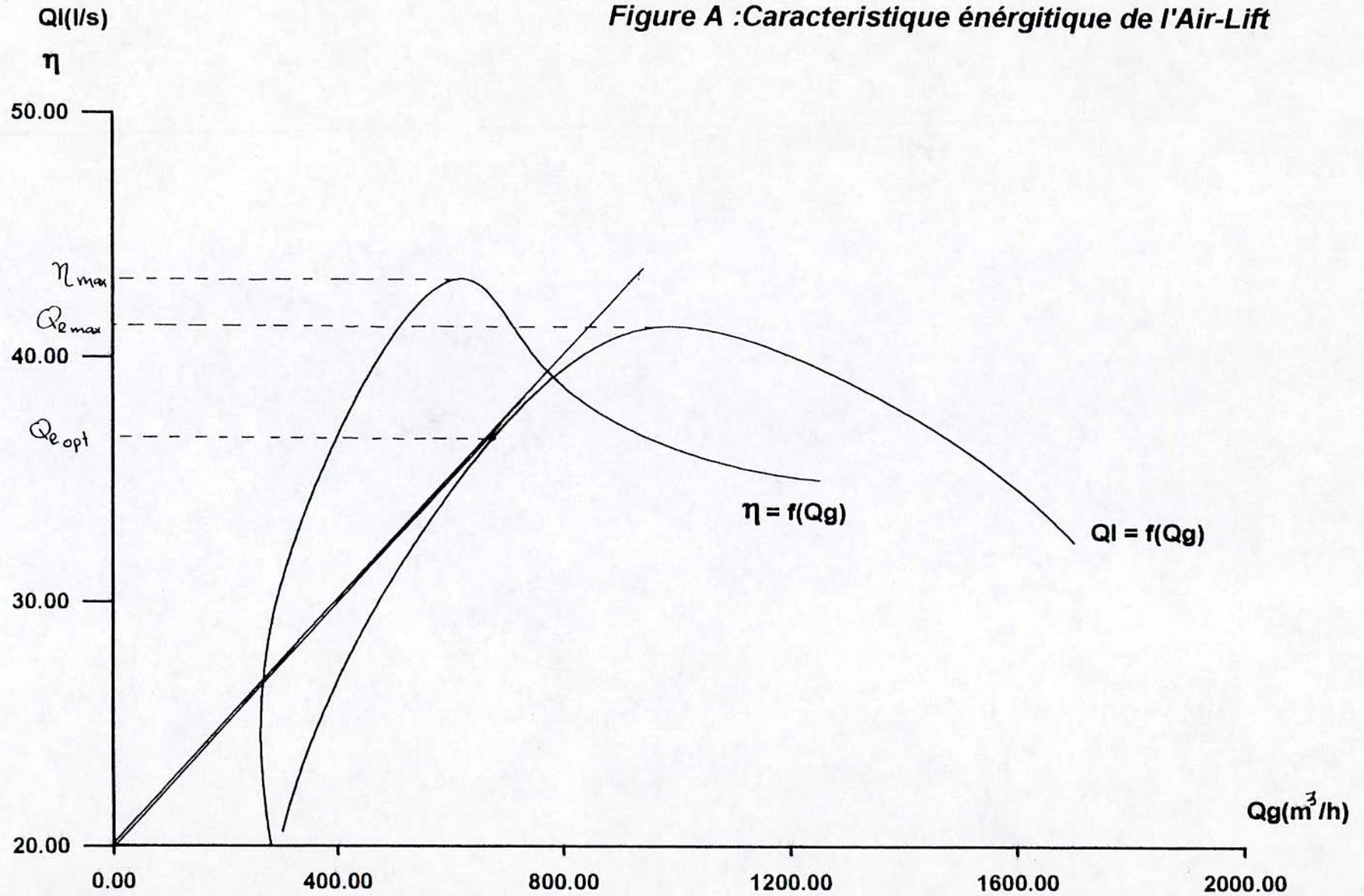
L'augmentation du débit spécifique q ,a partir de $Q_{l \max}$,correspond à une augmentation de la pression dans le mélangeur par refoulement et avec l'expression :

$$Q_L = \sqrt{\frac{h - \frac{P_m}{\rho g}}{a_c}}$$

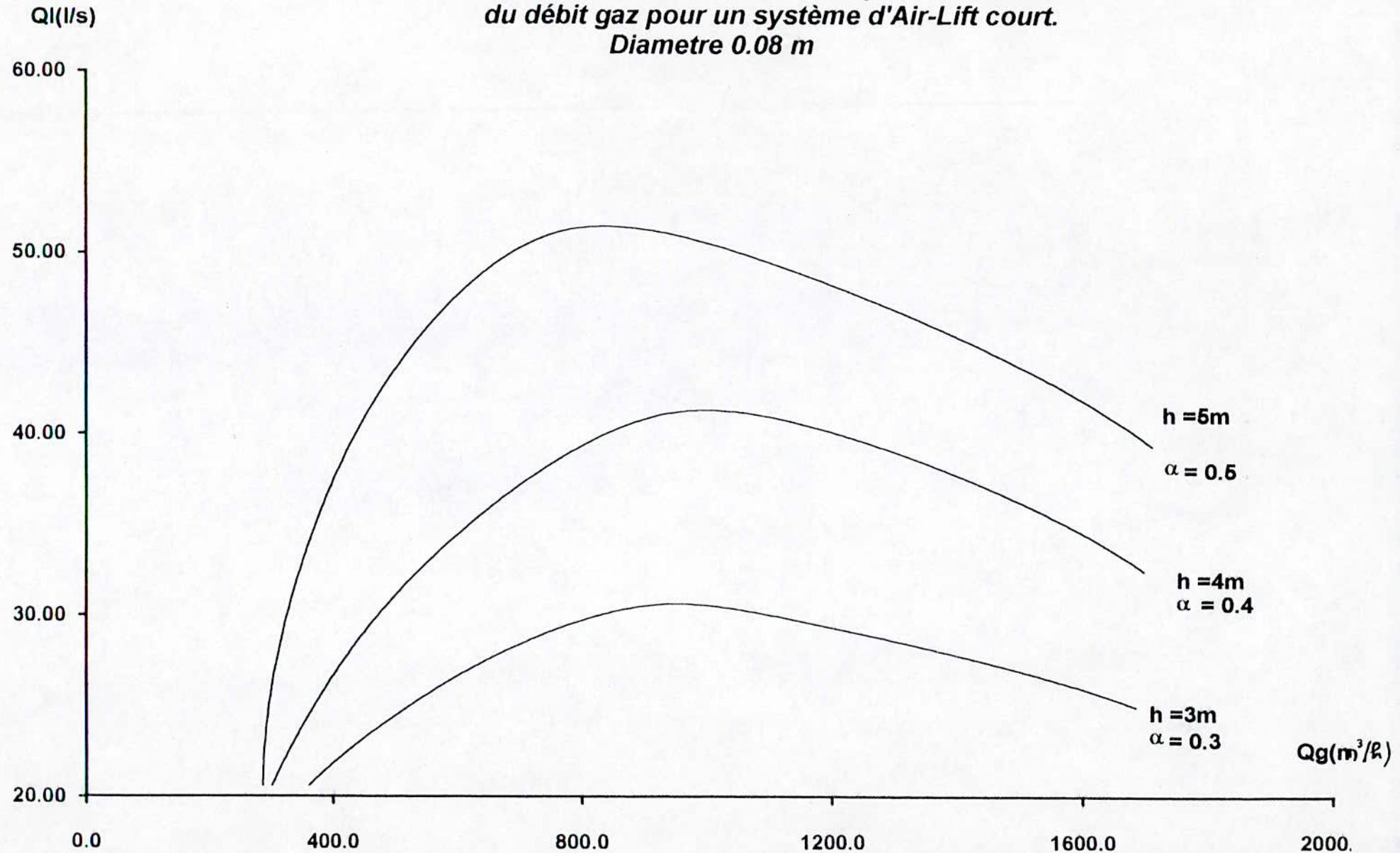
on explique la diminution du débit de l'air-lift .

Pour une augmentation de l'immersion absolue h (α croit aussi)et pour $(H+h)$ constant, le débit de l'air lift augmente et au contraire pour une diminution de h et α , Q_L diminue.

Figure A : Caractéristique énergétique de l'Air-Lift



**Figure B: Variation du débit liquide en fonction
du débit gaz pour un système d'Air-Lift court.
Diametre 0.08 m**



Par conséquent, le même air lift, avec changement du niveau d'eau (changement de l'immersion du mélange), les caractéristiques énergétiques de l'air-lift sont différentes (fig), qui sont déterminées par leurs rendement (rapport de la puissance absorbée par l'air-lift sur la puissance fournie par le compresseur).

Le rendement η du dispositif se définit par le rapport :

$$\eta = P_a / P_f \quad (5-18)$$

avec :

$$P_a = \rho_m g Q_L \left(H + \frac{V_{\text{sort}}^2}{2g} \right)$$

$$P_f = P_a Q_a \ln \left(\frac{P_m + P_a}{P} \right)$$

en remplaçant dans l'équation (18) et après transformation il vient :

$$\eta = \frac{H + V_s^2 / 2g}{q h_a \ln \left(1 + \frac{\rho g h}{P_a} \right)} \quad (5-19)$$

$$h_a = P_a / \rho_m g$$

h_a : hauteur de la colonne du mélange correspondant à la pression atmosphérique.

Sur la figure (A) est représenté la caractéristique de l'air-lift en montrant la zone de son fonctionnement optimal en traçant la droite par l'origine et tangente à la courbe $Q_L = f(Q_a)$, on détermine le débit liquide maximal celui qui correspond à un rendement :

$$\eta = 0,85 \eta_{\text{max}}$$

*explication des figures (a)et (b.) :

- A certain débit d'air, le débit liquide maximum est atteint a partir de ce moment et par la suite, une augmentation dans l'alimentation d'air résulte en une production décroissante .Le rendement maximum est achevé lorsque la caractéristique de rendement $\eta = f(Q_a)$ à sa ligne de tangente zéro.

- La figure (B) indique quelle est la valeur du débit d'air qui correspond au débit liquide maximum. Des débits d'air plus élevés ne conduisent qu'à une augmentation des pertes par frottements. En outre on voit clairement qu'un débit d'air minimum est requis pour le fonctionnement de la pompe à 'air-lift'.

V-1.3 Les coefficients sans dimensions de l'air - lift :

- Les pertes dans l'air lift en n'importe quel point de la conduite sont données par :

$$a_c = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \frac{H+h}{D^5} = \Psi \frac{h}{\alpha g D^5} \quad (5-20)$$

L'équation (16) devient :

$$Q_L = \frac{1}{1+q} \sqrt{\frac{\alpha}{\Psi} \left(1+q - \frac{1}{\alpha}\right) g D^5} \quad (5-21)$$

- Le coefficient sans dimension du débit liquide. K_Q égal :

$$K_Q = \frac{1}{1+q} \sqrt{\frac{\alpha}{\Psi} \left(1+q - \frac{1}{\alpha}\right)} \quad (5-22)$$

D'après HEIR (expérimentalement) et DONETSK (théoriquement), le coefficient de résistance vaut pour un régime optimal de l'air-lift :

$\Psi = 0,078$ pour l'air-lift court ;

$\Psi = 0,04$ pour l'air-lift long.

V-1.4 Débit spécifique de l'air comprimé :

En présence des pertes de charge, pour les air lift réels, les débits spécifiques réels sont supérieurs que ceux théoriques.

$$q = q_{th} + Dq \quad (5-23)$$

Dq : débit d'air (spécifique) supplémentaire à fournir à l'air-lift pour vaincre les pertes de charge.

$$q_{th} = \frac{h}{h_a \ln\left(\frac{P_a + P_m}{P_a}\right)} \frac{1-\alpha}{\alpha} \quad (5-24)$$

De la on peut formuler d'une autre façon le rendement de l'air-lift par :

$$\eta = \frac{q_{th}}{q} \quad (5-25)$$

il reste à déterminer le débit spécifique (q), ce dernier dépend de α .

Selon *KOZEREATSKI* et a partir des résultats expérimentaux on obtient la fonction $q = f(\alpha)$, en devisant l'air-lift en deux catégories :

- Air-lift long

$$h = [20 \dots 120 \text{m}]$$

$$\text{avec} \quad 0,15 < \alpha < 0,50$$

$$q_L = 60 \exp(-9,81\alpha) \quad (5-26)$$

- Air-lift court

$$h = [4 \dots 20 \text{ m}]$$

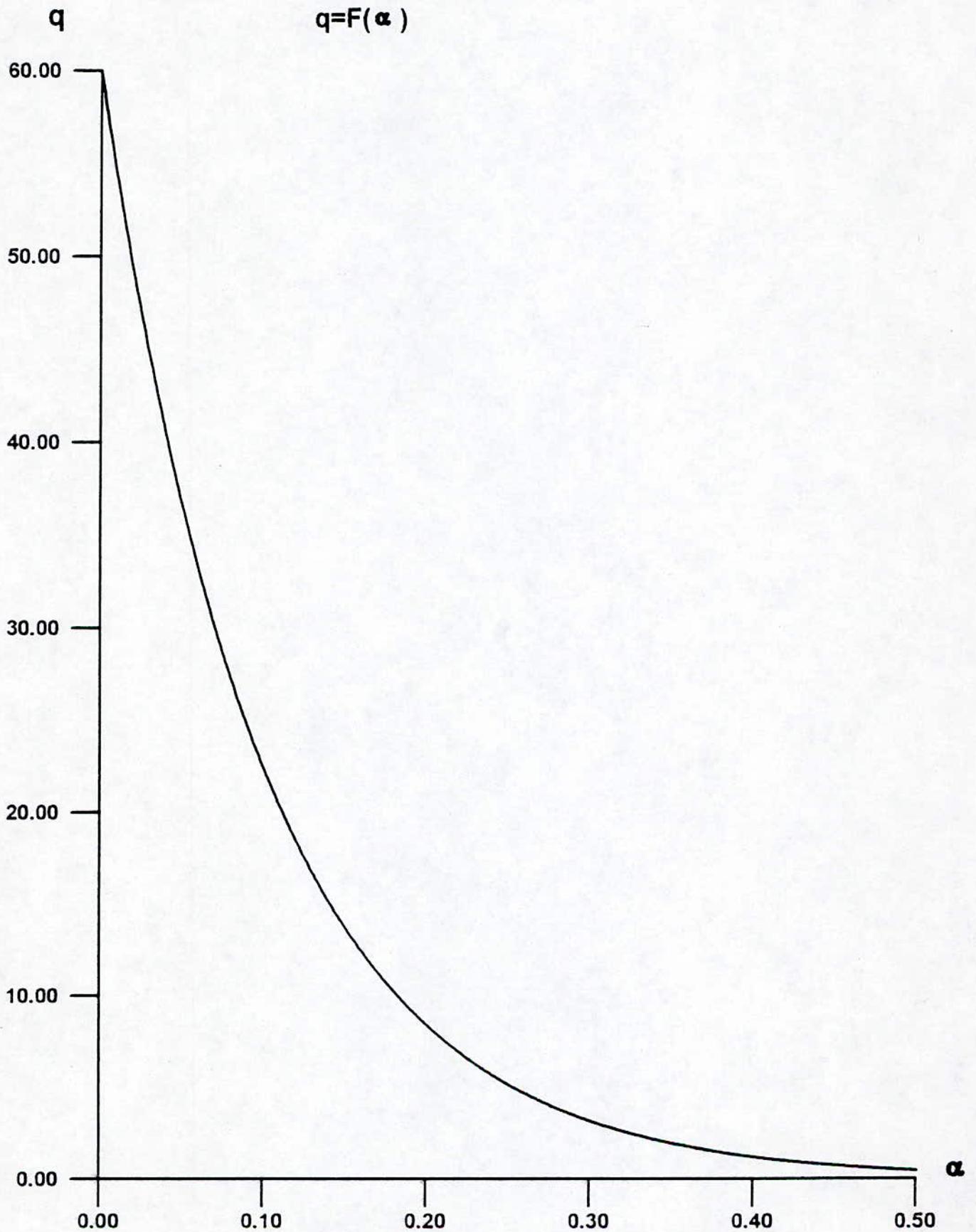
$$\text{avec} \quad 0,15 < \alpha < 0,50 ;$$

$$q_c = 0,767 \alpha^{-2,2} \quad (5-27)$$

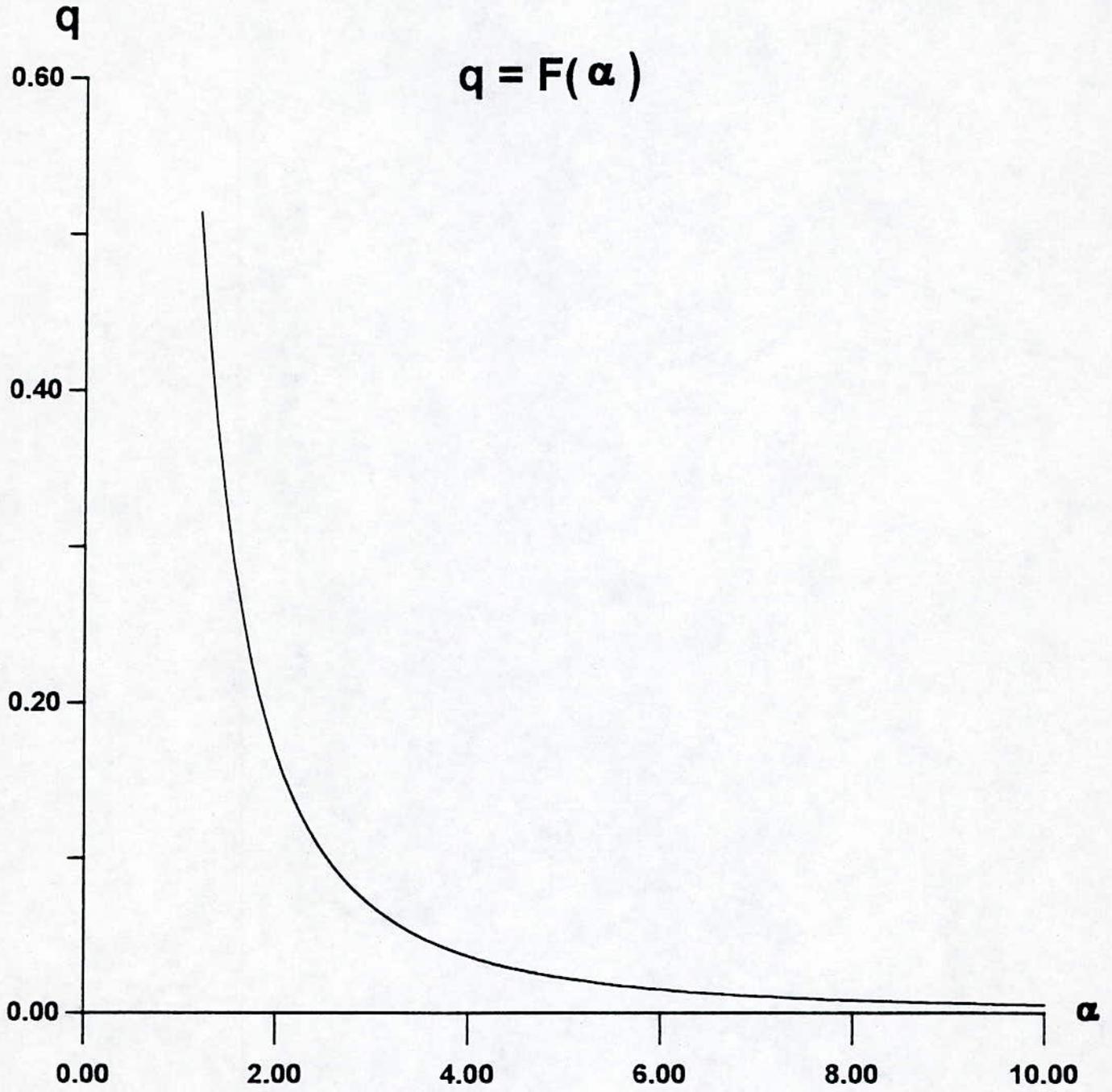
Les valeurs de q sont prises des graphes (pages 63, 64), ou calculées des formules (5-26) et (5-27).

**Coefficient du débit spécifique
en fonction de α**

" Air-Lift long "



**Coefficient du débit spécifique
en fonction de α
(Air-Lift court)**



V-2 LES DIFFERENTES COURBES CARACTERISANT L'AIR LIFT:

Sur la base des formules données précédemment: bases théoriques de l'Air-Lift on a pu tracer graphiquement des différentes variables caractérisant l'Air-Lift en fonction des paramètres généraux qui sont :

- Le débit d'air comprimé ;
- L'immersion absolue h ;
- Immersion relative α ;

V-2.1 Variation du débit liquide en fonction du débit gaz (FigureA-1) :

De la courbe $Q_L=f(Q_g)$, on peut remarquer que pour une valeur du débit de gaz (qui croit avec le diamètre), le débit liquide correspondant est nul, c'est la zone de barbotage ou l'écoulement est à bulles.

V-2.2 Courbe du rendement $\eta =f(Q_g)$, (Figure A-2) :

Les courbes du rendement en fonction du débit de gaz, ont la même allure que celles donnant le débit liquide, le rendement croit avec le débit d'air, pour une valeur optimale de ce dernier, donnant un rendement maximale, en continuant d'augmenter le débit d'air le rendement décroît brusquement par l'écoulement diphasique, on explique ce phénomène :

au début d'injection d'air le rendement est nul, car le débit liquide est nul ,ce correspond à l'écoulement à bulle, ce débit d'air ne donne pas une énergie nécessaire pour produire un débit liquide, à partir de ce débit de barbotage, on augmente la puissance d'injection.

Le débit liquide commence à se produire, le rendement croit, il atteint brusquement son maximum, ce dernier est obtenu pour une petite zone de variation du débit de gaz, donc pour chaque paramètre géométrique de l'air-lift (diamètre, immersion h et α), on obtient des rendements maximums qui sont importants pour les grands diamètres, cette zone de travail optimale de l'air-lift, correspond à l'écoulement bouchon, les pertes par frottements et glissements son faibles, est petite augmentation du débit d'air comprimé, la transition bouchon vers l'écoulement annulaire est atteinte, les bulles d'air se trouvent en excès, le rendement de l'air lift décroît brusquement .

Cette explication est résumée, par la courbe de la figure (A-3).

V-2-3 Courbes $Q_L=f(\alpha)$, $Q_g=f(\alpha)$ (Figure A-4)

Ces graphes on permet de connaître quelles sont les paramètres géométriques de l'air-lift donnant le débit liquide maximal ,(si h et α étant données on peut tirer la valeur de la hauteur de refoulement donc il fallu imposer ,un des paramètres géométriques connaissant les deux autres pour arriver à une bonne exploitation de l'air lift

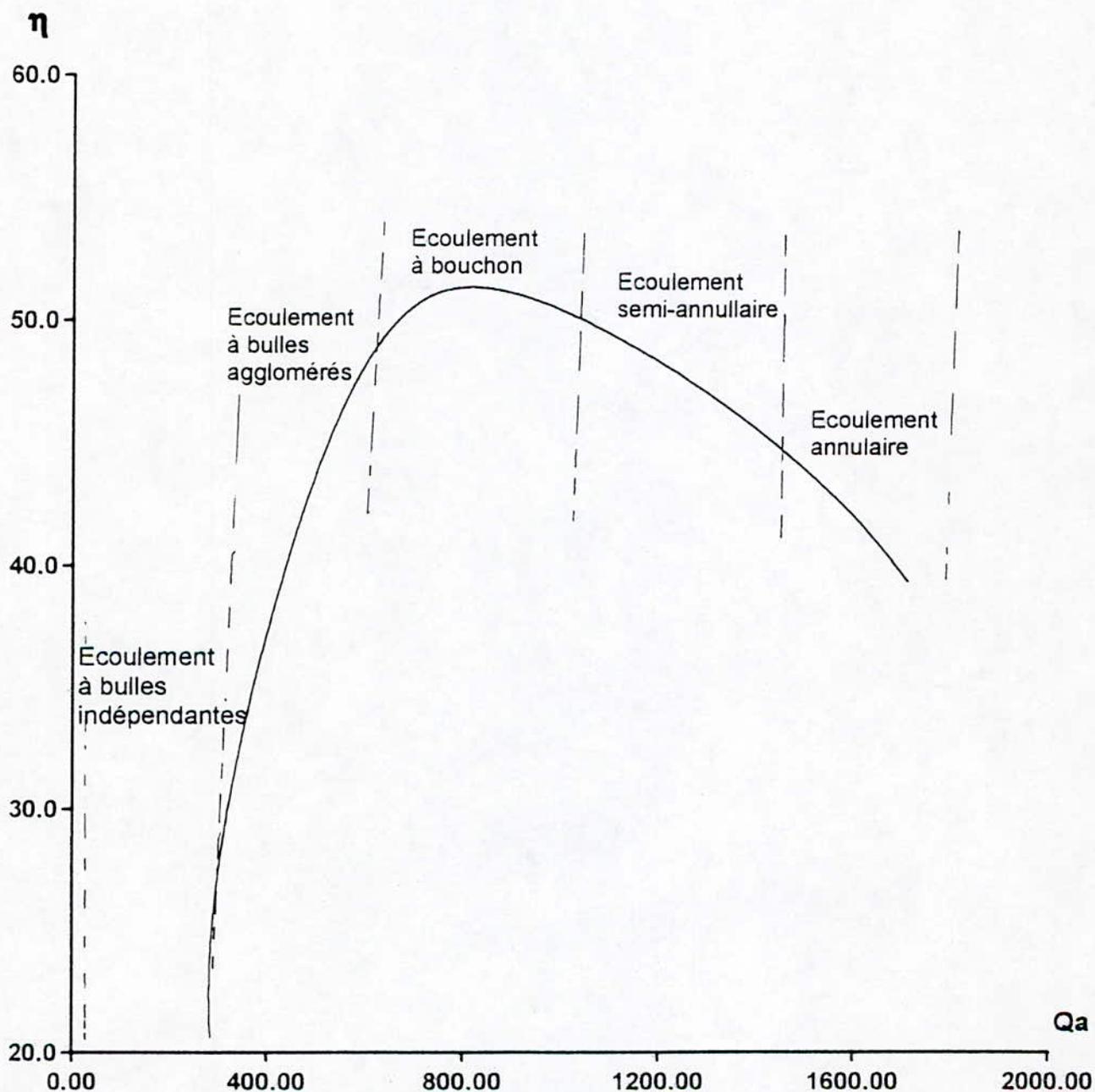


Figure.A-3

**La variation du débit liquide en fonction
du débit gaz pour l'Air-Lift court
pour différent diametres**

**$h = 6 \text{ m}$
 $\alpha = 0.3$**

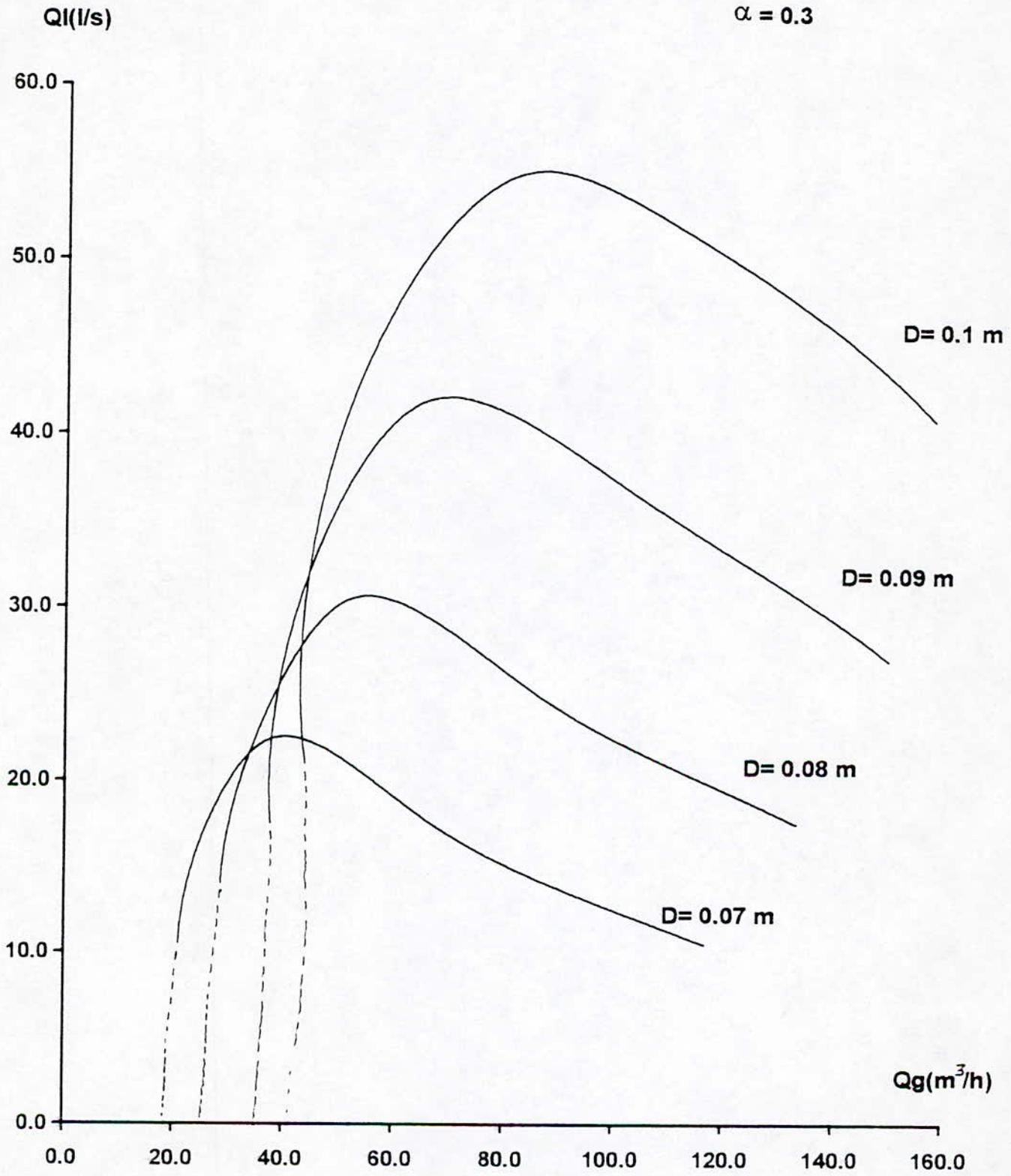


Figure. A-1

Variation du rendement en fonction du débit de gaz pour l'Air-Lift court

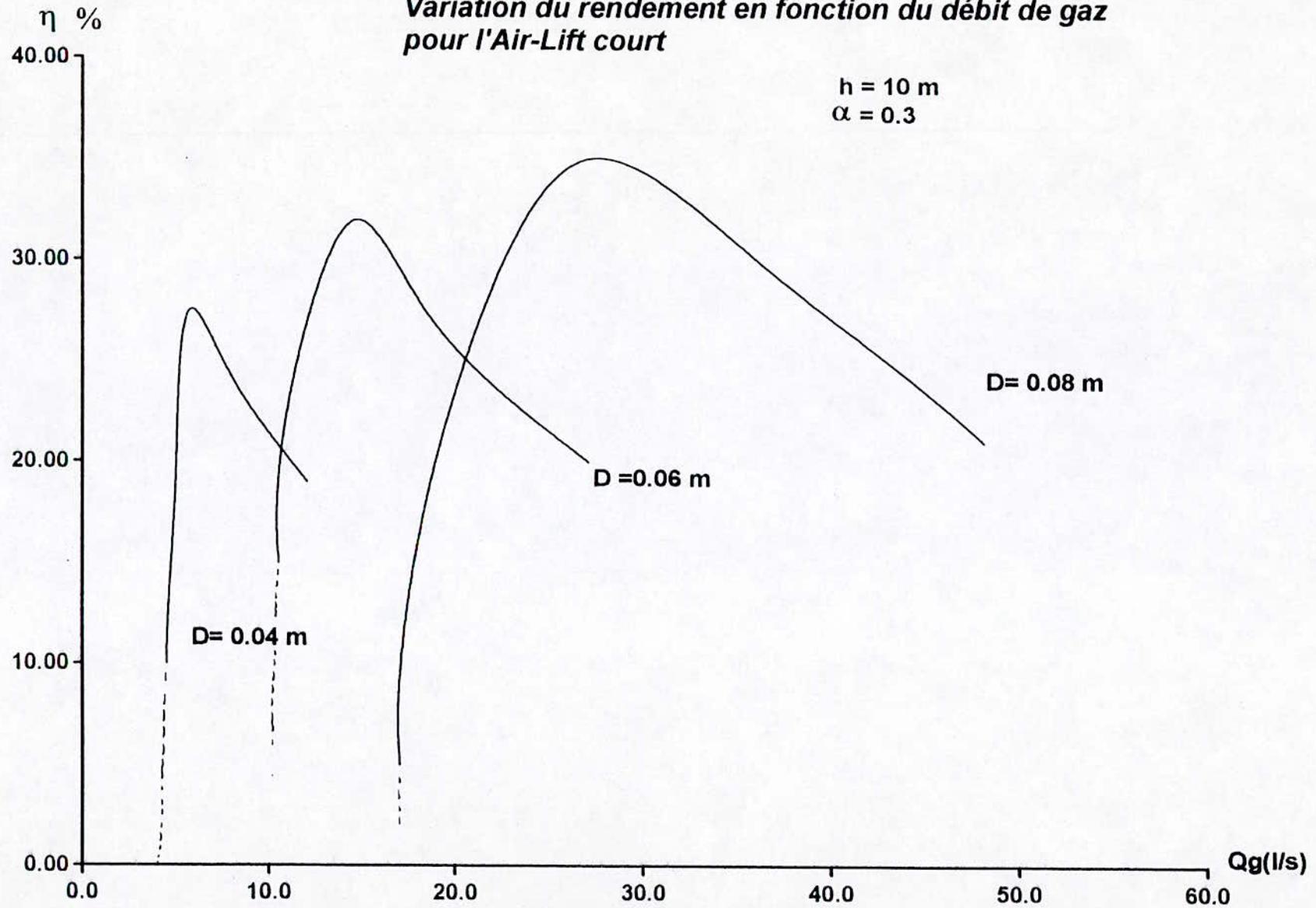
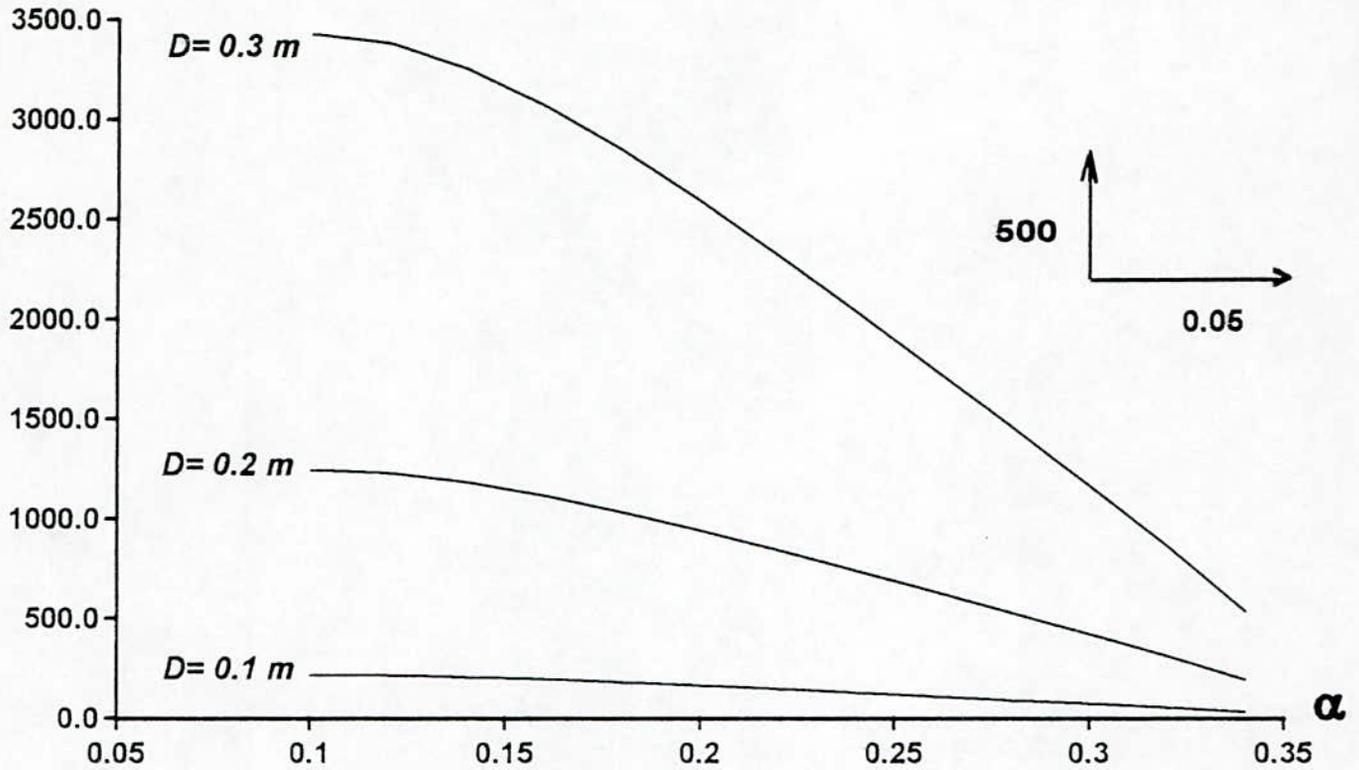


Figure. A-2

Variation du débit du gaz et débit liquide en fonction de α pour un système d'Air-Lift long

$Qg(m^3/h)$



$Ql(m^3/s)$

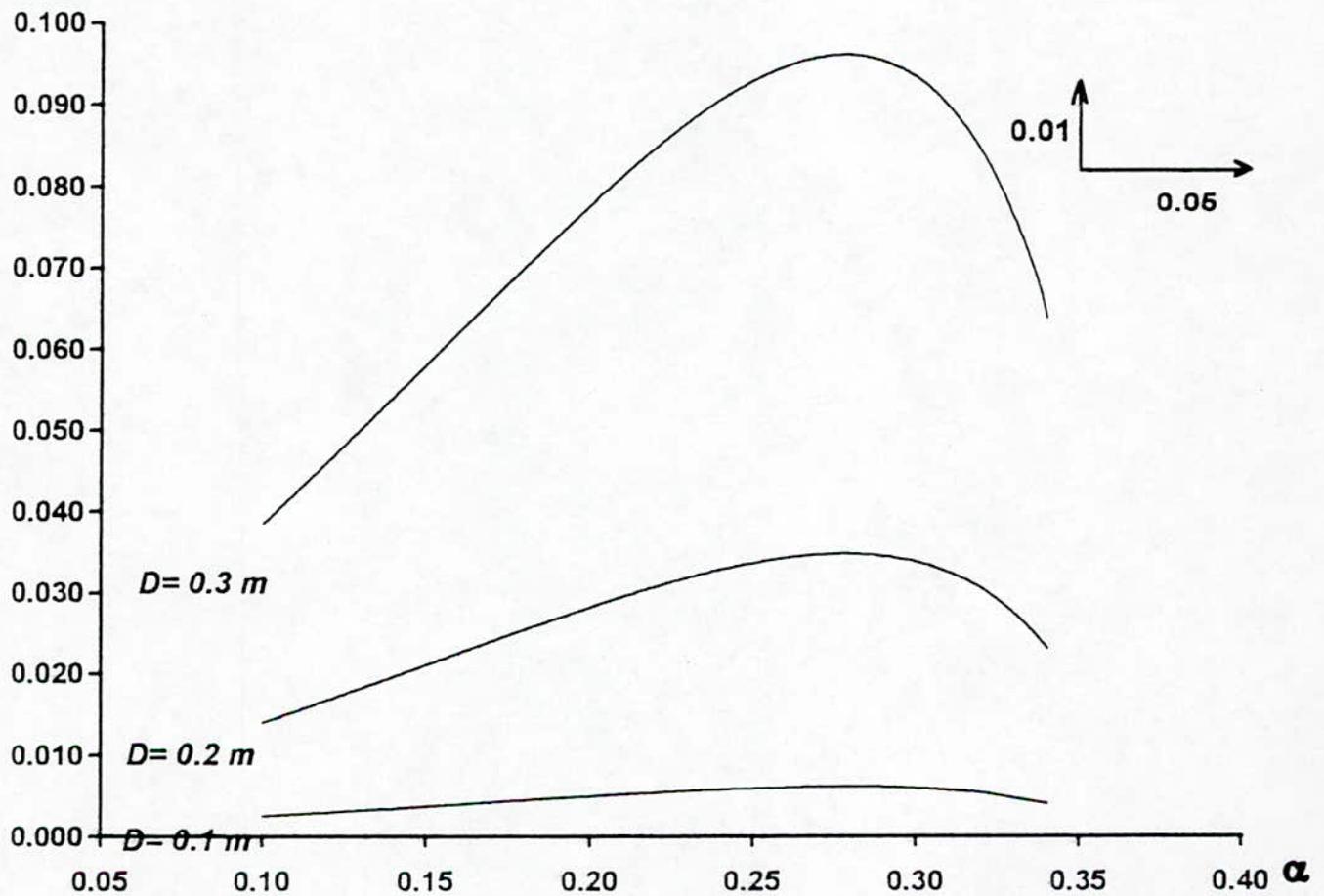


Figure. A-4

Conclusion

L'étude des écoulements diphasiques (Gaz - Liquide) de contribuer au développement des modèles de calculs prédictifs de pertes de charges dans les conduites.

La qualification du modèle cellulaire sur des grandeurs telle que le gradient de pression, et le taux de présence globale manque de sensibilité, vue que les conséquences des hypothèses constitutives injectées ne sont pas toujours appréciables. De ce fait, il est indispensable d'accéder expérimentalement à des grandeurs plus sensibles telles que la vitesse du film, la vitesse dans le bouchon, le taux de gaz dans le culot de la poche et dans le bouchon. La coalescence joue un rôle important dans l'établissement de certaines configurations et constitue un paramètre à prendre en considération dans la description du régime d'écoulement cars elle devient de ce fait indispensable.

Un modèle pratique sur les écoulements diphasiques (Air - Lift) a été envisagé, à partir de la détermination des caractéristiques énergétiques, d'ou ils prennent des différentes configurations des écoulements diphasiques en fonction du débit d'air et le rendement de ce système de pompage.

Bibliographies

- [1] BARNEA and AL : Flow pattern transition for vertical down ward two phase flow
Chem.Eng.Sci N°37 ,1982
- [2] BONNIN - FITREMANN : Configuration d'écoulement gaz - liquide
La Houille Blanche Vol 5, 1978
- [3] BOUCHALA.A : Etude technique de l'air - lift
Thèse P.F.E - E.N.P.,.... 1987
- [4] DAVIES R.M et TAYLOR.G. I : The machincs of large bubbles rising through extended liquuids and through liquids in tube
Proc.roy.Soc 200 A , LONDON 1950
- [5] DELHAYE .J.M : Écoulement diphasique
École centrale des arts et manufactures , 1986-1987
- [6] DELHAYE.J.M : Les divers modèle d'écoulement diphasique
houille blanche n° 214 , 1984
- [7] DUCKLER .AE TAITEL.Y : Two phase gas - liquide flow
Unv. HOUSTON
- [8] FABRE J : Écoulement diphasique
INPT 1985
- [9] FABRE.Jet CHEVILLER J.P : Écoulement diphasique dispersés équation de bilan.
Problèmes de fermeture houille blanche n° 2, 1988
- [10] FABRE.G et MASBERNAT.L , SUSANNE.C :
New résultats on the structures of stratified gas - liquide flow
I.M.F.T 1983
- [11] FERSCHNEIDER.G : Écoulement gaz liquide à poche et bouchon dans les conduites à section circulaire
Thèse Docteur - ingénieur 1982. TOULOUSE
- [12] GRACE. J.R : Bubbles, drups and particules
Academic Press NEW -YORK ,1978

- [13] GRIFFITH .P et WALLIS .G.B : Two phase slug flow
Journal of heat transfer of asme
- [14] ISHII : Thermo -fluide dynamique theory of two phase flow Ed
Eyrolles 1975
- [15] KETTAB .A : Écoulement diphasique en conduites verticales et inclinées
Thèse Doctorat 1990 E.N.P
- [16] KOECK.C : Étude du frottement pariétale dans un écoulement
diphasique vertical ascendant
Thèse Docteur - ingénieur , Univ- P et M.CURIE Paris 1980.
- [17] LINE.A et MASBERNAT : Écoulement intermittent de gaz et du liquide
en conduite verticale
Revue de l'I.F.P Vol-40, N°3
- [18] LIRATNIA.M : Étude des écoulement diphasique
Thèse P.F.E - E.N.P 1991
- [19] SEHBOUB.M, TOUAHRI.B : Étude de l'Air - Lift
Thèse P.F.E - .E.N.P , 1987
- [20] TAITEL and AL : Flow patterns transitoirs for vertical upward two phase
flow
Aiche journal Vol 26 N°3 , 1980
- [21] THOMAS .G Bubble coalescence in turbulent flow
I.N.G ,J.M - flow , Vol 6
- [22] WALLIS : One dimentional two phase flow
M.C Graw Hill. 1969
- [23] ZUBER N et FINDLAY J.A : Average volumetric concentration in two
phase systems
Trans.Asme,j of Hit Transfer Vol 87,1965

ERRATA

N° Page	Rectifications	Erreurs
08	$V_L^{0,072}$	$V^{0,072} L$
13-14	α_v	α
16	relation (2-4) R_g	R
18	la constante K	la constante
18	$G = V_L - V_g$	$G = U_L - U_g$
18	$G = K \left(\frac{\sigma g \Delta S}{S_L^2} \right)^{0,25}$	$G = \left(\frac{K \sigma g \Delta S}{S_{L2}} \right)^{0,25}$
26	R_a, R_b	, R_b
27	- $(Z_1)_y - (Z_2)_y$ - ∇	$(Z)_y - (Z)_y$ - Δ
28	Fig (8)	Fig (4)
32	zone à phase dispersé $\beta = D$	$\beta = S$
40	relation (4.24) f_{wf}	S_{wf}
41	$d_B = C \left(\frac{\sigma}{S_L} \right)^{3/5} (\epsilon_{LD})^{-2/5}$	$d_B = \left(C \cdot \frac{\sigma}{S_L} \right)^{3/5} \cdot (\epsilon_{LD})^{-2/5}$
42	$U = 1,20 (U_L + U_g) + 0,35 \left(g \frac{\Delta S D}{S_L} \right)^{0,5}$	$U = 1,20 (U_L + U_g) + 0,35 \left(g \frac{\Delta S D}{S_L} \right)^{0,5}$