

وزارة التربية الوطنية
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT

Hydraulique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Etude dynamique de bravage poids
en béton par la méthode des
éléments finis*

Proposé par :

Mons F. Z. ZERFA

Etudié par :

M^r KHALED MOUDJEBER

Dirigé par

Mons F. Z. ZERFA

PROMOTION

Septembre 1993

DEPARTEMENT *Hydraulique*

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Etude dynamique de barrage poids
en béton par la methode des
elements finis*

Proposé par :

M^{me} F. Z. ZERFA

Etudié par :

M^r KHALED MOUDJEBER

Dirigé par

M^{me} F. Z. ZERFA

PROMOTION

Septembre 93

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

*A ma Mère,
A mon Père,
A mes frères et soeurs,*

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

PROMOTEUR : Melle F. Z. ZERFA

ELEVE INGENIEUR : Mr. MOUDJEBER Khaled

SUJET : Etude dynamique d'un barrage poids en béton par éléments finis

Résumé : *La présente étude consiste à élaborer un programme, écrit en langage FORTRAN et se basant sur la méthode des éléments finis, pour l'analyse dynamique de barrages poids, soit en la détermination des déplacements nodaux, sous sollicitation sismique.*

SUBJECT : Dynamic analysis of concrete gravity dam by the finite element method

Abstract : *The purpuse of this study is the implementation of program, writen in FORTRAN and based on the Finite Element method, for the analysis of gravity dam, let us say on determining the nodal displacements under sismic sollicitation.*

Avant propos

Le présent travail, fait dans le cadre de mon projet de fin d'études, m'a été proposé par Mademoiselle F. Z. ZERFA qui, également, est ma directrice de thèse.

Il a été choisi de présenter le travail avec la succession de chapitres suivants :

Chapitre 1 :

Vu que le thème du travail est une étude dynamique des barrages poids, ce chapitre a été consacré au rappel des quelques notions nécessaires pour comprendre ce qu'est un séisme.

Chapitre 2 :

Ont été exposés, dans ce chapitre, les différents comportements structuraux des barrages poids en béton, ainsi que les types de ruptures dus, ou conséquents, aux séismes. Le cas du barrage de Koyna est cité en exemple.

Chapitre 3 :

Parmi les méthodes de calcul des réponses dynamiques des barrages poids, un exposé succinct a été fait des deux grands types, à savoir les méthodes "*Pseudo-statiques*" et celles "*Dynamiques*".

Chapitre 4 :

Une présentation de la méthode des éléments finis a été faite.

Nous introduisons les notions de fonctions d'interpolation, d'élément de référence, de transformation géométrique, de matrices élémentaires et nous terminons par l'exposé de la méthode numérique d'intégration élue.

Chapitre 5 :

Le programme, en langage FORTRAN, que nous avons implémenté y est présenté sous forme de bibliothèque de sous-programmes et d'organigrammes.

Chapitre 6 :

Suite aux applications faites, une discussion et critique des résultats est prévue.

Une conclusion générale est faite pour mettre en valeur certains points importants, ainsi que pour présenter quelques recommandations.

Avant de finir, j'aimerais adresser mes plus vifs remerciements à Mademoiselle Zerfa, pour avoir, de très près, participé à ma formation et ce, en acceptant de me diriger.

Il ne serait pas de convenance de ne pas rendre hommage à mon frère DJAMEL qui, tout au long de ma graduation, a fait de sorte que j'ai ce qu'il avait de mieux. Merci!

J'aimerais enfin, remercier mes quelques amis qui, de près ou de loin, m'ont aidé et soutenu. Nul n'est besoin de les énumérer, ils sauront s'identifier.

K. MOUDJEBER



SOMMAIRE

INTRODUCTION

CHAPITRE I. - NOTIONS SOMMAIRES DE SISMOLOGIE

1. - Introduction
2. - Origine des séismes
3. - Mécanisme général de production des séismes
4. - Ondes dans les milieux continus à trois dimensions
 - 4.1. - *Les ondes de volume*
 - 4.2. - *Ondes dans un milieu semi indéfini*
 - 4.3. - *Ondes dans les milieux stratifiés*
5. - Paramètres descriptifs des séismes
 - 5.1. - *Epicentre microscopique*
 - 5.2. - *Epicentre macroscopique*
 - 5.3. - *Distance locale*
 - 5.4. - *Magnitude*
 - 5.5. - *Intensité*
 - 5.6. - *Loi d'atténuation*
 - 5.7. - *Accélérogramme*
6. - Conclusion

CHAPITRE II. - INTRODUCTION SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES BARRAGES POIDS EN BETON

1. - Généralités
2. - Types de ruptures des barrages poids en béton
3. - Cas du barrage de KOYNA
 - 3.1. - *Notions de sismicité induite*
 - 3.2. - *Chronologie de l'événement*
 - 3.3. - *Autres cas de séismes induits*
4. - Considérations liées au design des barrages
5. - Considérations particulières
6. - Conclusion

CHAPITRE III. - METHODES DE CALCUL DES BARRAGES POIDS EN BETON

1. - Introduction
2. - Les différentes forces agissant sur un barrage
 - 2.1. - *la solution de Westergaard*
 - 2.2. - *Inclinaison du parement amont - ZANGAR*
 - 2.3. - *interaction sol-structure*
3. - La méthode pseudo-statique
 - 3.1. - *Principe général de la méthode*
 - 3.2. - *Procédure d'analyse simplifiée*
 - 3.2.1. - *Introduction*
 - 3.2.2. - *Principe et hypothèses de la méthode simplifiée*
4. - Analyse dynamique
 - 4.1. - *Généralités sur le calcul dynamique des structures*
 - 4.1.1. - *Modélisation*
 - 4.1.2. - *Formulation des équations du mouvement*
 - 4.2. - *Paramètre définissant le mouvement du sol*
 - 4.2.1. - *Déplacement de faille*
 - 4.2.2. - *Mouvement vibratoire du sol*
 - 4.2.3. - *Spectre de réponse*
 - 4.2.4. - *Analyse probabiliste*
5. - Conclusion

CHAPITRE IV. - NOTIONS D'ELEMENTS FINIS ET DE DIFFERENCES FINIES

1. - Introduction
2. - Méthode des éléments finis
 - 2.1. - *Principe de la méthode*
 - 2.2. - *Notion d'approximation*
 - 2.3. - *Elément de référence*
 - 2.4. - *Formes d'éléments classiques*
 - 2.5. - *Matrice Jacobienne*
 - 2.6. - *Méthode de construction des fonctions d'interpolation et de formes*
 - 2.7. - *Formation des matrices élémentaires*
 - 2.7.1. - *Matrice de rigidité*
 - 2.7.2. - *Matrice masse élémentaire*
 - 2.7.3. - *Matrice d'amortissement*
 - 2.8. - *Méthode d'intégration*
 - 2.8.1. - *Méthode de Gauss*
 - 2.8.2. - *Intégration à deux dimensions*
3. - Méthode des différences finies
 - 3.1. - *Introduction*
 - 3.2. - *Approximation par différences finies*
 - 3.3. - *Intégration d'un système du second ordre par différences finies centrales*
4. - Conclusion

CHAPITRE V. - PRESENTATION DU PROGRAMME

1. - Introduction
2. - Etapes caractéristiques d'un programme d'éléments finis
3. - Description du programme
 - 3.1. - *Définition des variables et tableaux du programme*
 - 3.2. - *Définition des sous-programmes*
 - 3.3. - *Programme principal et organigrammes*
4. - Conclusion

CHAPITRE VI. - APPLICATIONS ET DISCUSSION DES RESULTATS.

CONCLUSION GENERALE

RECOMMANDATIONS

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

La réponse sismique, ainsi que le comportement d'un ouvrage durant le séisme, dépendent essentiellement de ses caractéristiques dynamiques, périodes naturelles, formes propres et amortissements.

La conception des ouvrages sujets à des forces dynamiques résultant des mouvements de fondations, nécessite la considération des caractéristiques du mouvement fort, et des propriétés dynamiques de la structure. Les mouvements forts causés par un séisme sont aléatoires, et l'amélioration de la connaissance de leurs caractéristiques, reste liée au nombre d'enregistrements et à l'histoire sismique du site considéré. Cependant, les études statistiques de nombreux enregistrements sismiques permettent d'établir des spectres de réponses "*enveloppes*" pour la conception, pour des périodes et amortissements variés.

Pour la conception parasismique des bâtiments courants, presque tous les règlements en vigueur, considèrent une charge statique horizontale à la base, "*équivalente*" à la charge dynamique maximale amplifiée durant le séisme. Il n'en demeure pas moins que, bon nombre d'ouvrages (et d'applications autres que celles relatives au génie civil) nécessite pour leur "*bonne conception*", une plus "*précise*" connaissance de leurs comportements.

Une des approches les plus répandues, utilise la méthode des "*ELEMENTS FINIS*". Dans certains cas, on y inclut des éléments "*INFINIS*", pour pallier à des problèmes de conditions aux limites.

Nous avons, par ce modeste travail, essayé de présenter la méthode des " *ELEMENTS FINIS* " et d'implémenter un programme en langage " *FORTRAN* " qui permet l'analyse du comportement dynamique des barrages poids par ladite méthode.

NOTIONS SOMMAIRES DE SISMOLOGIE

NOTIONS SOMMAIRES DE SISMOLOGIE

1. - INTRODUCTION

Les tremblements de terre sont des phénomènes naturels complexes et dangereux, se produisant tant bien dans des zones dont la sismicité n'est plus à prouver, mais aussi dans des zones considérées, parfois, comme géologiquement stables.

Hormis certaines circonstances exceptionnelles, comme lorsqu'il s'accompagne d'un raz - de - marée (Tsunami) ou lorsqu'il provoque de grands glissements de terrains, le séisme n'est dangereux, pour l'homme, qu'à travers ses effets sur les ouvrages. C'est en conséquence sur ces derniers que doit porter l'essentiel de l'effort de prévention.

2. - ORIGINES DES SEISMES

En dehors des séismes naturels, existent aussi des séismes engendrés par les activités humaines : ce sont ceux, fort rares il est vrai, qui peuvent résulter de la surcharge excessive de compartiments entiers du sol, comme cela a pu se produire lors du remplissage des retenues de certains barrages; ce sont également ceux engendrés par des explosions de toutes natures et principalement les explosions nucléaires. Assez analogues aux séismes naturels dans leurs manifestations, ils peuvent l'être aussi par la quantité d'énergie mise en jeu : certains séismes artificiels ont dépassé la magnitude 6 qui est celle de bon nombre de séismes destructeurs.

Il est, bien sûr, connu, même par les profanes, qu'une activité volcanique engendre une activité sismique à son proche voisinage.

3. - MECANISME GENERAL DE PRODUCTION DES SEISMES

Les séismes tectoniques apparaissent comme des conséquences des toutes déformations qui affectent les régions supérieures du globe terrestre et au cours desquelles des quantités considérables d'énergie s'accumulent dans les matériaux constitutifs, sous forme d'énergie de déformation.

Lorsqu'un point moins résistant ou plus sollicité que les autres, un équilibre limite vient à être dépassé, il se produit une rupture qui s'étend très rapidement de proche en proche aux régions voisines.

Dans l'hypothèse la plus couramment admise, ces ruptures d'équilibre interviennent le long de certaines lignes appelées failles qui, par nature, constituent des points faibles et sont effectivement susceptibles de montrer des rejeux importants tant longitudinaux que verticaux. Elles s'accompagnent de la brusque libération de l'énergie potentielle accumulée dans la déformation et donnent naissance à un ébranlement qui se propage au loin sous la forme d'ondes sismiques.

L'onde sismique, à son origine, est une onde de volume.

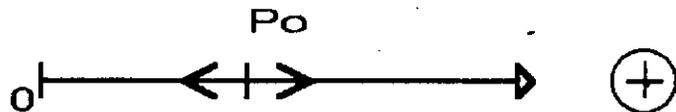
4. - ONDES DANS LES MILIEUX CONTINUS A TROIS DIMENSIONS

4.1. - Les ondes de volume

La théorie montre que si l'on considère un milieu continu, élastique, homogène et isotrope s'étendant dans les trois dimensions, une perturbation prenant naissance en une région donnée du milieu se propage en engendrant deux types d'ondes (et deux seulement) :

a/ - Les ondes longitudinales :

Ce sont des ondes de compression - dilatation dans lesquelles les particules se meuvent suivant la direction de propagation



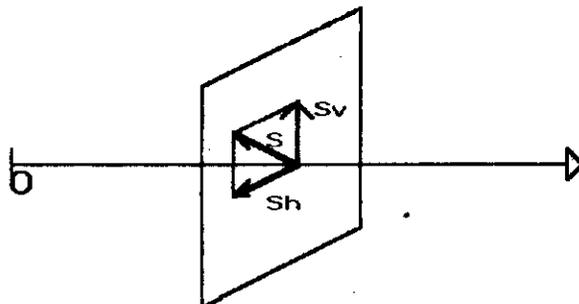
Dans le cas de ces ondes, tel pour les ondes sonores, la déformation consiste en changement de volume des éléments du milieu sans distorsion.

Ces ondes longitudinales sont aussi dites " ondes primaires ", d'où la notation P. Leur vitesse de propagation est donnée par :

$$V_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$$
 où λ et μ coefficient de Lamé du milieu et ρ sa masse volumique.

b/ - Les ondes transversales

Ce sont des ondes de distorsion dans lesquelles les particules se meuvent dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.



Dans le cas de ces ondes, la déformation consiste en une distorsion à volume constant.

Ces ondes sont aussi dites " ondes secondaires ", d'où la notation S. Leurs vitesses de propagation sont données par :

$$V_s = \sqrt{\mu / \rho}$$

4.2. - *Ondes dans un milieu semi indéfini (ondes de surface)*

Lorsque le milieu dans lequel se propage la perturbation, au lieu de s'étendre indéfiniment dans toutes les directions, présente une surface libre, l'arrivée des ondes de volume sur cette surface s'accompagne de la production d'ondes, dites ondes de Rayleigh, qui n'affectent que la zone superficielle du milieu (ondes de surfaces). ceci est une simple conséquence de la discontinuité introduite par la surface libre. A l'intérieur du massif, dès qu'on est à une distance suffisante pour que les conditions du milieu indéfini soient à nouveau pratiquement réalisées, on retrouve les ondes de volume.

4.3. - *Ondes dans les milieux stratifiés*

Vu la complexité que revêtent les phénomènes de propagation au niveau des surfaces de séparation de deux milieux, nous ne faisons qu'attirer l'attention sur les faits que les ondes y arrivant sont réfractées, réfléchies d'une part et, des ondes de nature différente sont générées en réfraction et réflexion. C'est le cas pour chacune des composantes de l'onde de volume sauf pour le cas de la composante horizontale qui, par raison de symétrie ne donne naissance qu'à une réfléchie et une autre réfractée.

5. - PARAMETRES DESCRIPTIFS DES SEISMES

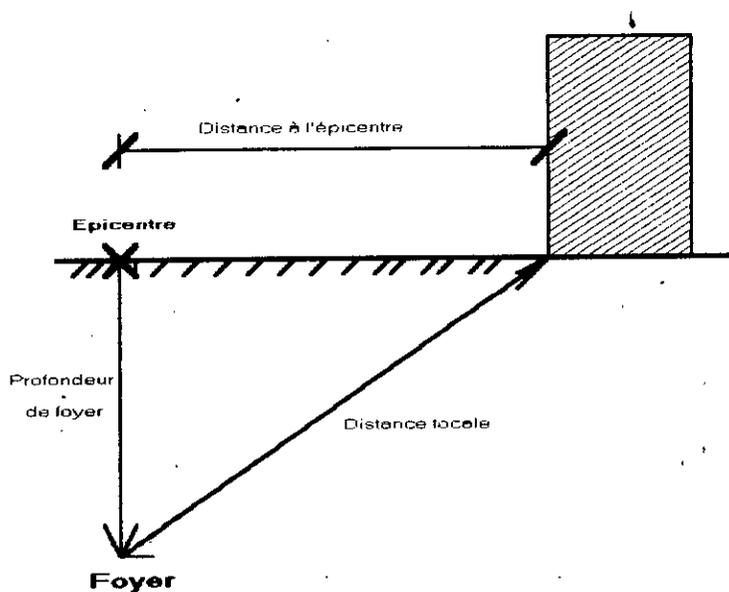
5.1. - *Epicentre microscopique*

Cette terminologie ne doit pas faire oublier que la libération de l'énergie sismique n'est pas un événement ponctuel et instantané, mais au contraire un phénomène qui intéresse tout un volume du sol et dans lequel les ruptures d'équilibre ne sont pas synchrones. Il peut affecter des kilomètres ou même des centaines de kilomètres de faille.

On donne donc le nom d'épicentre microscopique (ou foyer) au point où a eu lieu la rupture initiale.

5.2. - *Epicentre macroscopique*

On donne le nom d'épicentre macroscopique (ou région épicentrale) au point et à la région où l'action sismique a été portée à son paroxysme.



5.3. - *Distance focale*

La détermination des foyers est basée sur la mesure des différences des temps de propagation des ondes P et S en différentes stations.

De façon plus précise, si l'on désigne par Δt l'intervalle de temps, lu sur un sismogramme, séparant les instants d'arrivée des ondes P et S la distance focale (de l'épicentre à la station) est donnée par :

$$d = \frac{\Delta t}{(1/V_s) - (1/V_p)}$$

5.4. - *Magnitude*

La magnitude est un paramètre d'origine instrumentale qui caractérise de façon intrinsèque l'importance d'un séisme considéré dans son ensemble.

On définit donc la magnitude comme le logarithme décimal de l'amplitude maximale A, exprimée en microns, enregistrée sur un sismographe standard supposé placé à 100 Km de l'épicentre.

La magnitude a été liée à l'énergie libérée par le séisme, exprimée en MEGAJOULES, par la relation établie par RICHTER (1958) $E = 10^{1.5M-1.6}$

5.5. - *Intensité*

A la différence de la magnitude qui caractérise la puissance d'ensemble du séisme, l'intensité est représentative de violence avec laquelle un secousse est ressentie en un " lieu donné ".

C'est donc une caractéristique attachée au point d'observation. Maximale dans la région de l'épicentre, elle décroît régulièrement, sauf singularités, au fur et à mesure que l'on s'éloigne de ce point. Elle incorpore les effets des particularités géologiques ou géotechniques locales du site.

5.6. - *Loi d'atténuation*

Entre la magnitude à la source et l'intensité en un site donné, il existe certaines relations empiriques, fonction de la distance à l'épicentre, soit un exemple :

$$i = 2,95 + 1,5 M - 1,87 \ln (D + 15)$$

D : distance à l'épicentre,

M : magnitude,

i : intensité au niveau du site.

5.7. - *Accélérogramme*

Les ondes sismiques arrivant en un site, on utilise des accélérographes, installés en différentes positions, pour enregistrer la variation de l'accélération en ce site, de manière continue. Donc, l'accélérogramme n'est que l'évolution temporelle de l'accélération.

6. - CONCLUSION

Si pour la plupart des séismes superficiels, les mécanismes sont assez bien compris, il reste que les séismes profonds - dont la profondeur de foyer dépasse les 70 Km - sont encore mal compris. Ils sont, en général, liés à des changements de phase.

Ceci étant, mieux un séisme est compris et caractérisé, plus adéquates seront les mesures que nous prendrons pour nous en prémunir.

**INTRODUCTION SUR LE COMPORTEMENT
DYNAMIQUE DES BARRAGES POIDS EN
BETON**

INTRODUCTION SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES BARRAGES POIDS EN BETON

1. - GENERALITES

Les barrages en général, comparés aux autres structures, résistent bien aux séismes. Cependant, alors que certaines références indiquent que peu de barrages en remblai, dont une majeure partie, vieux ou mal construits, ont été détruits et beaucoup d'entre eux sérieusement endommagés (environ 100 barrages). aucune ne fait état de rupture totale de barrages en béton (ou en maçonnerie), récents ou vieux, bien ou mal construits soient-ils, suite à l'occurrence de séismes. Le seul barrage poids en béton, faisant exception - sérieusement endommagé - est le barrage de KOYNA en Inde. [11]

Les travaux préliminaires, d'Octobre 1979, faits par le comité de " détérioration des barrages " d'ICOLD (*International Congress Of Large Dams*) n'avaient mentionné que 4 cas de "détérioration" de barrage poids, alors que la liste était longue pour les barrages ayant subi des séismes sans qu'aucune défaillance n'apparaisse.

Donc, bien que jusqu'à un passé très récent, il n'y a pas eu de dégâts catastrophiques sur les barrages en béton, suite aux évènements sismiques, de nombreuses études se font dans le but de pouvoir attester quant à la sécurité de ce type d'ouvrage, non des moindres, éventuellement en incluant dans les calculs le comportement non linéaire des matériaux et aussi l'apparition de fissures et leur propagation dans le corps du barrage et ce, pendant la sollicitation sismique.

Essayer d'évaluer la réponse dynamique, et donc faire un calcul de stabilité vis-à-vis des séismes, d'un ouvrage d'égale importance que les barrages, fait face à de sérieux problèmes parmi lesquels nous citons : [6]

- le manque d'enregistrement, voire l'absence, de l'activité sismique aux environs des grands tremblements de terre et aux environs du site en question,
- le manque d'enregistrement des performances structurales des barrages soumis à des séismes significatifs,
- l'inaptitude de déterminer de manière concluante, la génération potentielle de mouvement de sol, pour le cas de beaucoup de failles (le risque sismique),
- dans le cas spécifique aux barrages réservoirs, le risque de "*sismicité induite* (RIS), du au remplissage du réservoir, qui reste non bien estimé.

Lors du congrès international des grands barrages (ICOLD), tenu à Londres en 1981, sous le grand thème : "Conception des barrages antisismiques", ont été passées en revue les principales connaissances sur ce domaine et des considérations particulières ont été mises à jour. Elles sont résumées au paragraphe 5 du présent chapitre.

Ceci étant, les études qui s'y font permettent de mieux attester quant à la " sécurité " des barrages qui, pour l'ingénieur projeteur, est un maître mot.

2. - TYPES DE RUPTURES DES BARRAGES POIDS EN BETON

Les différentes techniques de calcul mises au point et qui sont en perpétuelle amélioration, n'étant pas infaillibles à 100% et, y ajouter les possibilités d'erreurs humaines, c'est dire la responsabilité de l'ingénieur, les ouvrages peuvent, éventuellement, être sujets à subir des dommages.

Parmi les endommagements pensés par les ingénieurs et ceux notifiés par les différents services d'auscultation des barrages, il peut s'agir de :

- glissement du corps du barrage sur sa fondation,
- ouverture des joints ou apparition de fissures permettant une pénétration d'eau qui peut être fatale pour le barrage, notamment du au rejeu d'une faille active traversant la fondation du barrage,
- déplacement par cisaillement ou basculement de plots ou de section de la partie supérieure, sous l'effet de sous pression,
- " Dam brake " et génération d'une onde de crue à l'aval, du à la naissance de fortes forces hydrodynamiques,
- rupture de versants avec glissement dans le réservoir, engendrant le déplacement d'un important volume d'eau (onde de surface, souvent, asymétrique) pouvant provoquer la rupture du barrage ou de l'évacuateur de crue.

Le séisme peut également être la conséquence des déplacements permanents et irréversibles de failles et qui, si elles s'avèrent être en travers de la fondation du barrage et, du fait de leur cumul, peuvent être à l'origine de rupture d'organe d'étanchéité, d'évacuation de crue, de vidange de fond, ainsi que la diminution de la revanche d'une partie du barrage.

3.- CAS DU BARRAGE DE KOYNA

Nous pensons utile de donner plus d'informations sur le barrage de KOYNA car il est substantiellement pris comme référence, car ayant, d'une part, eu la moins souhaitée des performances lors d'un séisme et, d'autre part, contribué à l'enrichissement des données sur les comportements structuraux des barrages poids en béton.

3.1. - *Notion de sismicité induite*

En analysant les rapports de suivi des réservoirs du monde où il a été reporté des cas de sismicité induite, il a été observé que ces tremblements de terre ont été initialement supportés par les pressions interstitielles des roches. [14]

La synthèse des différentes observations a abouti à la définition du mécanisme de sismicité induite comme suit :

- le remplissage du réservoir génère des contraintes dans le rocher, c'est " l'ultime charge " requise par le mouvement sismique,
- l'augmentation des pressions interstitielles, due à la surcharge de la retenue, réduit les contraintes effectives, ce qui empêchera le réajustement de la roche,
- la surcharge due au réservoir, elle-même, cause le mouvement du sol,
- des interactions physiques entre les molécules d'eau et la roche conduit à une fatigue et un affaiblissement de la roche, conduisant à une augmentation du rendement sismique des matériaux, d'où le " séisme induit ".

Les contraintes générées par les retenues dans les roches de fondation sont de l'ordre de dix (10) bars, et donc pas suffisamment importantes pour provoquer une fracturation de ces roches. L'effet des pressions interstitielles est soupçonné d'être le mécanisme dominant dans la plupart des cas, spécialement si l'activité sismique est principalement initiée par la première mise en eau du barrage. [14]

Au vu de ces observations, il est généralement d'usage de mettre sous haute surveillance, lors de la première mise en eau, les barrages dont la hauteur dépasse 100m ou, ceux dont la capacité avoisine le milliard de mètre cube (10^9m^3). De même, l'évaluation du coefficient sismique de dimensionnement, pour de pareils cas, mérite une attention particulière, surtout si le barrage se trouve dans une région qui est restée sismiquement inactive pendant longtemps.

3.2. - Chronologie de l'évènement

Le barrage en question est du type poids en béton, de profondeur 100 m et dont la capacité est de 2780 millions de m^3 . La retenue s'étend jusqu'à 33 Km. en amont du barrage. [14]

Suite à la mise en eau du barrage de KOYNA, en 1962, environ 35000 secousses, de faibles à moyennes amplitudes, ont été enregistrées dans le proche voisinage de ce dernier et ce, jusqu'à fin 1979 [14]. Ces secousses, dont environ 20 de magnitude 4 et plus, sur l'échelle de Richter, sont apparues immédiatement après la mise en charge dans la région du barrage reconnu pourtant d'être géologiquement stable.

L'activité sismique a atteint son paroxysme le 10 Décembre 1967 où, le barrage a subi une secousse de magnitude 7.0 sur l'échelle de Richter. Les dommages apparus sur le barrage ont été sous forme de grandes fissures horizontales, sans oublier l'apparition d'un important rejeu entraînant des changements du niveau de la retenue [14].

3.3 - *Autres cas de séismes induits*

Lors du congrès international des grands barrages tenu à Londres en 1981, ~~les~~ 65 cas de sismicité induite [14] relevés jusqu'alors, ont été analysés et classés.

Donc, parmi les autres cas, et pour n'en citer que ceux relatifs aux barrages poids en béton, il y a :

- le barrage de Oued - Fodda en Algérie, en Mai 1933
(profondeur : 83 m et $M=3$)
- le barrage de Piastra en Italie, en Avril 1966
(profondeur : 83,7 m et $M=4.4$)
- le barrage de El Grado en Espagne, (profondeur : 85 m)
- le barrage de Clark hill aux USA, en Août 1974
(profondeur : 54 m et $M=4.3$)

4. - CONSIDERATIONS LIEES AU DESIGN DE BARRAGES

Généralement, il n'y a pas de critères stricts qui pourraient être utilisés pour la détermination de la performance complète d'un barrage en béton soumis à de forts tremblements de terre. Cependant, on définit certains critères basés sur les contraintes du béton, bien qu'il ne permettent pas d'attester quant à la stabilité globale du barrage. [6].

Par exemple, les efforts de traction calculés peuvent dépasser l'effort de traction maximum supporté par le béton. Donc, bien que des fissures pourraient apparaître, des instabilités structurales ne se développeront pas nécessairement, pendant ou après le séisme. Malheureusement, l'analyse du comportement dynamique non linéaire, de barrages fissurés n'est, actuellement pas praticable, à cause des informations limitées sur les relations contraintes - déformation au delà de la rupture, sans oublier l'indisposition des calculateurs mis à l'oeuvre. Par conséquent, il est de pratique commune d'imposer que les tensions calculées restent impérativement inférieures à celles pouvant être supportées par le béton. Toujours est-il qu'il est acceptable de permettre un dépassement de ces tensions, de la tension maximum du béton, en un nombre limité de points de la structure, pour de brèves moments et pour des tremblements de terre ayant une faible probabilité d'occurrence. [6]

D'autre part, les efforts de compression calculés ne devraient, en aucun cas, dépasser la résistance à la compression du béton. Le risque d'endommagement du béton sont plus probables en compression qu'en tension, et, pour les barrages en béton, spécialement les barrages voûtes, comptent plus sur leurs capacités à résister en compression qu'en tension, pour résister d'abord aux chargements statiques.

Pour les barrages poids, la stabilité au glissement et au renversement doit être prise en considération. Bien que les forces d'inertie peuvent atteindre des proportions suffisantes pour causer des instabilités instantanées, ces forces sont d'une transition si rapide que la stabilité d'un barrage, bien conçu, quant au renversement et glissement est invraisemblable. Toujours est-il que si le risque de fissuration est potentiel, il faudrait l'analyser plus en détail. [6]

Si la performance sismique d'un barrage en béton donné est jugée insatisfaisante, des modifications de la conception doivent être faites éventuellement en augmentant la résistance du béton, de même qu'en modifiant la forme du barrage de sorte qu'il n'y ait pas de changements brusques de rigidité ou de masse. [6]

5. - CONSIDERATIONS PARTICULIERES

Au vu de tout ce que nous avons rencontré dans la très diverse bibliographie, nous pensons utile de reprendre les quelques instructions émises par le Professeur BOLTON SEED, lors d'ICOLD à Londres en 1981. [15]

Les considérations, fruits de longues années d'expérience et de discussions, sont les suivantes :

- une observation rigoureuse des performances de barrages durant les tremblements de terre, à savoir : une analyse des enregistrements passés pour savoir dans quel sens iront les recherches futures et de quels instruments il faudra disposer,
- comparaison des performances réelles (enregistrées) à celles prévues,
- définir le type de comportement qui nécessite d'être évalué,

- évaluation du degré de sophistication des moyens analytiques permettant la prévision des comportements structuraux des barrages tout en y reconnaissant les actuelles limites en matière de détermination des propriétés des matériaux,
- mise au point de critères pour la détermination des niveaux de contraintes que l'on peut admettre lors de l'analyse sismique des barrages en béton,
- le rôle de l'analyse sur modèles réduits dans l'évaluation de la stabilité des barrages, lorsqu'ils sont soumis aux séismes, détermination du niveau de confiance (fiabilité) appropriée lors de l'évaluation de la stabilité lors de séismes,

Il est, de ce fait, clair que, pour prendre une pareille tâche à charge, il faut disposer d'une équipe de recherche pluridisciplinaire formée de barragistes, de numériciens, de spécialistes en sciences des matériaux et bien d'autres.

6. - CONCLUSION

L'évaluation ou l'analyse du comportement dynamique d'un barrage en béton n'est certes pas, une tâche facile, mais il faut reconnaître que, contrairement à ce qu'on pourrait croire, ce ne sont pas les moyens et méthodes analytiques qui en sont la cause, mais plutôt l'inaptitude à déterminer des modèles assez représentatifs des caractéristiques et du comportement des matériaux ou, quand ils sont définis, comment les inclure dans l'analyse dynamique.

Parmi les problèmes qu'il est possible de relever il y a l'apparition de fissures dans le corps du barrage et le problème qui lui est subséquent : " l'augmentation des pressions interstitielles ". Ce dernier est d'ailleurs porté responsable de la rupture de la majeure partie des cas.

Néanmoins, dans le chapitre qui suit, on présentera les différentes méthodes d'analyse dynamique des barrages poids en béton.

**METHODES DE CALCUL DES BARRAGES
POIDS EN BETON**

METHODE DE CALCUL DYNAMIQUE DES BARRAGES POIDS

1. - INTRODUCTION

L'analyse du comportement dynamique des barrages présente un certain nombre de traits spécifiques, indépendants du type particulier de l'ouvrage : barrages voûtes, barrage poids en béton ou en maçonnerie, etc ...

Tout d'abord, le comportement d'un barrage dépend des propriétés de sa fondation. Il en résulte, systématiquement, lors d'un séisme, un couplage dynamique entre le barrage et sa fondation se traduisant par une interaction importante entre le sol (ou le rocher) et l'ouvrage proprement dit.

La deuxième particularité des barrages est de contenir un réservoir. Ici encore, il est nécessaire de prendre en compte l'interaction dynamique entre l'eau du réservoir et le barrage. Le phénomène est particulièrement significatif pour les barrages en béton mais généralement négligeables pour l'étude des barrages en remblai.

La présence possible dans l'ouvrage ou dans la fondation de matériaux saturés et leur comportement *sous sollicitations cycliques* constituent un autre trait caractéristique des barrages en remblai, alors que les barrages en béton sont généralement fondés au rocher, bien que parfois fissurés.

Enfin, si dans la retenue il y a une certaine hauteur de vase (sédiments, alluvions, ...), son influence sur la réponse dynamique de l'ouvrage est à prendre en considération, vu son aptitude à absorber une certaine quantité de l'énergie sismique, de même que ses pouvoirs réfractants et réfléchissants de l'onde sismique.

2. - LES DIFFERENTES FORCES AGISSANT SUR UN BARRAGE

Pour faire un bilan des forces agissant sur un barrage, il faut distinguer le cas statique et le cas dynamique.

Dans le cas statique, les principales forces sont le poids propre du barrage, la pression hydrostatique, bien sûr variant avec la hauteur de remplissage de la retenue, et les sous pressions éventuelles au niveau de l'interface barrage - fondation.

Dans le cas dynamique (un séisme, par exemple), à ces mêmes forces citées ci-dessus, se superposent d'autres forces générées par l'action dynamique. Parmi lesquelles nous citons : les forces d'inertie, les forces hydrodynamiques localisées au niveau du *parement amont* du barrage et qui sont données par la solution de Westergaard si parement vertical ou *Zangar* si parement *incliné*, sans oublier l'interaction sol - structure et sédiment - structure.

2.1. - *Solution de Westergaard*

Pendant la secousse sismique, les parois du réservoir (fond de la retenue et parement amont du barrage) sont soumis à des mouvements. Ces mouvements génèrent dans l'eau du réservoir des ondes de pression.

La première approche de ce phénomène a été apportée par WESTERGAARD (1933) [16]. Il a calculé la répartition de pression sur un écran rigide vertical limitant un réservoir semi-infini de profondeur constante, dans l'hypothèse d'un mouvement horizontal harmonique de l'écran et, de période T (fig. .).

La solution exacte est donnée sous forme d'un développement sous forme de série de sinus:

$$P(y) = \frac{8 \cdot \alpha \cdot \gamma_w \cdot h}{\pi^2} \sum_{1,3,5,\dots} \frac{1}{n^2 C_n} \sin \frac{n \pi \cdot y}{2h}$$

$$\text{avec } C_n = \left(1 - \frac{16 \gamma_w h^2}{n^2 g K T^2} \right)^{1/2} = \left(1 - \frac{1}{n^2} \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 \right)^{1/2}$$

où :

P : pression sur l'écran,

α : coefficient sismique,

γ_w : poids spécifique de l'eau,

h : profondeur du barrage,

K : module de compressibilité de l'eau,

T : période de mouvement du mur supposé harmonique,

$T_0 = 4h/C$: période de rupture du réservoir,

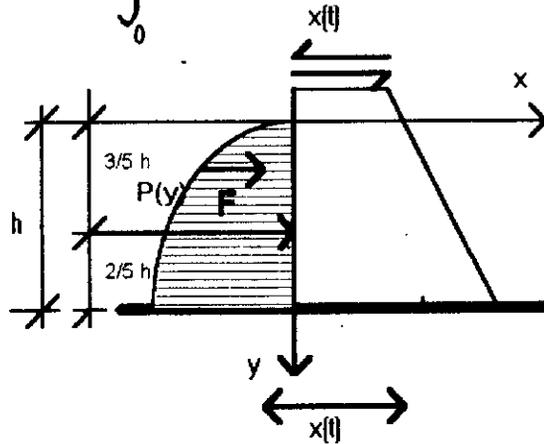
C : célérité des ondes de compression dans l'eau ($C = 1.440$ m/s)

On constate que le terme $1/n^2 (T_0/T)^2$, du à la compressibilité de l'eau est négligeable, dès que T_0 la période propre du réservoir est petite devant la période du mouvement du mur.

Dans le cas où la compressibilité de l'eau est légitimement négligée, on peut établir une expression parabolique approchée du résultat, indépendante de la période de vibration de l'écran :

$$P(y) = 7/8 \alpha \gamma_{\omega} \sqrt{hy}$$

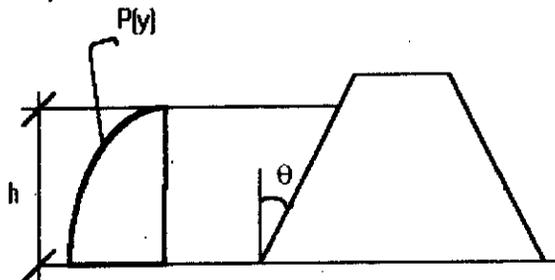
$$F = \int_0^h P(y) \cdot dy = 7/12 \alpha \gamma_{\omega} \cdot h^2$$



$$x(t) = \frac{\alpha g T^2}{4 \pi^2} \cos \frac{2 \pi t}{T}$$

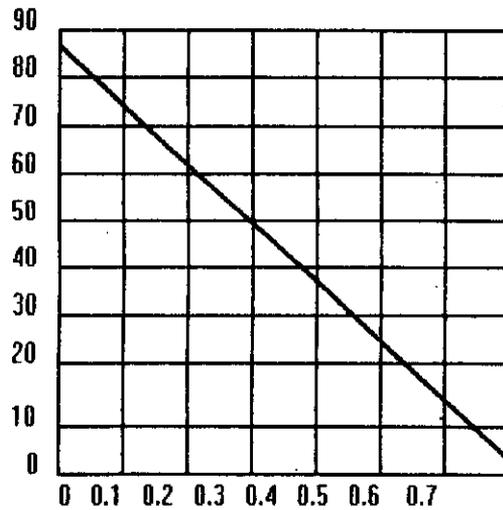
2.2. - Inclinaison du parement amont

Zangar, après avoir étudié l'influence du parement amont du barrage, en utilisant la méthode de l'analogie électrique, proposa une formulation analytique de ses résultats expérimentaux :



$$P(y) = 1/2 \alpha \gamma_{\omega} C_m \left[y/h (2 - y/h) + (y/h (2 - y/h))^{1/2} \right]$$

où C_m est une fonction de l'angle θ que fait le parement amont avec la verticale et qui est obtenue à partir de l'abaque ci-dessous.

Abaque $C_m = C_m(\theta)$

2.3. Interaction sol-structure

L'interaction entre un barrage, sa fondation et sa retenue est couplée et ne devrait, en aucun cas, être analysée séparément. La pratique courante traite les interactions barrage-réservoir et barrage-fondation séparément. (DREHER)

De façon générale, l'interaction sol-structure traduit la modification du mouvement du sol (ou de la structure) lors d'un séisme du fait de la présence de l'autre composant (structure ou sol), elle dépend de la nature du sol, des caractéristiques de l'ouvrage et de son mode de fondation. [✓]

Pour que, lors d'une étude dynamique, il soit tenu compte de l'effet d'interaction entre la structure et sa fondation, cette dernière est modélisée comme faisant partie d'une discrétisation aux éléments finis. Cette modélisation présente toutefois l'inconvénient d'introduire des limites fictives qui sont traitées telles des supports rigides et donc, sont à la source de maintes réflexions vers le barrage de l'onde sismique, ce qui aggrave le comportement dynamique des superstructures (cas de tremblement de terre de MEXICO).

La relation dynamique existant entre la réponse de la structure et les caractéristiques de sa fondation et son milieu est liée à un effet d'interaction qui n'est autre qu'un phénomène d'échange d'énergie entre la structure et le sol.

Pour une analyse complète d'un phénomène d'interaction sol-structure, il nous faut tenir compte de :

- la variation des caractéristiques dynamiques du sol avec la profondeur,
- le comportement non linéaire du sol,
- le caractère tridimensionnel du problème,
- le schéma complexe de propagation des ondes sismiques,
- l'interaction avec les structures avoisinantes.

Toutefois, pour plus de compréhension, des simplifications ont été introduites pour permettre un meilleur traitement du problème.

3. - LA METHODE PSEUDO - STATIQUE

3.1. - *Principe général de la méthode*

La méthode pseudo - statique a constitué, dans les trentes dernières années, la principale approche du problème de la stabilité dynamique des barrages. Dans le cas des barrages en remblais, elle est attribuée à TERZAGHI.

Elle consiste à schématiser l'action dynamique du séisme sur un élément du barrage par une répartition de forces d'inertie égale à une fraction de force de pesanteur agissant sur cet élément.

La sollicitation sismique est, de cette façon, prise en compte sous la forme d'un chargement statique particulier. Ce dernier est alors introduit dans un calcul de stabilité ou de contraintes et les conditions qui en découlent en ce qui concerne le renversement, le glissement et les contraintes doivent impérativement satisfaire les conditions limites préétablies.

3.2. - Procédure d'analyse simplifiée

3.2.1. - Introduction

Une procédure à deux étapes a été proposée en 1978 pour la phase d'analyse d'un modèle élastique et pour l'évaluation de la sécurité des barrages poids en béton :

- la procédure d'analyse simplifiée, dans laquelle la réponse due seulement au mode fondamental de vibration, est estimée directement à partir du spectre d'étude du tremblement de terre.
- la procédure d'analyse historique de la réponse dynamique raffinée par des idéalizations d'éléments finis du barrage monolithe.

La première procédure fut recommandée par l'avant projet et pour l'évaluation de la sécurité des barrages, et la seconde pour calculer avec précisions la réponse dynamique et vérifier l'adéquation de l'évaluation préliminaire. (FENVES et CHOPRA)

La procédure simplifiée a été étendue à inclure non seulement l'interaction barrage - eau et de la compressibilité de l'eau mais aussi l'interaction barrage - roche de fondation et les sédiments du fond du réservoir.

De plus, la méthode de la " correction statique " a été incluse pour considérer la contribution à la réponse des plus hauts modes de vibrations.

3.2.2. - Principe et hypothèse de la méthode simplifiée

Le principe propre aux méthodes pseudo - statiques, dont la procédure simplifiée, est le calcul des forces, dans notre cas, latérales, du au tremblement de terre. Le calcul de ces forces latérales est fait sous les hypothèses suivantes :

- le parement amont du barrage est vertical, pour simplifier le calcul du terme de pression hydrodynamique,
- sur le parement aval les effets dynamiques sont négligés,
- la sollicitation du séisme est limitée à un signal pseudo - sinusoidal ayant pour fréquence et amplitude, celles du mode fondamental de vibration.

Pour le calcul de " correction statique ", les forces y associées sont calculées sous les hypothèses suivantes :

- l'amplification dynamique de la réponse, due aux plus hauts modes de vibration est introduite de manière statique,
- les effets d'interaction sol - structure peuvent être négligés en calculant la contribution des plus hauts modes.
- les effets d'interaction eau - structure et compressibilité de l'eau peuvent être négligés.

Soient donc, F_1 et F_{SC} les forces dues au mode fondamental et celles dues aux plus hauts modes de vibrations, respectivement.

* Calcul des réponses dynamiques

Le calcul des réponses dynamiques dues à F_1 et F_{SC} sont faits séparément. Pour ce faire, le barrage est divisé en dix (10) blocs d'égales hauteurs, auxquels sont appliquées des forces concentrées aux centres de masse des blocs respectifs, au vu du principe de Saint Venant (M.M.C.), et qui sont statiquement équivalentes aux changements sur les différents blocs. Notons que les réponses r_1 (due à F_1) et r_{SC} (due à F_{SC}) peuvent être n'importe quelle quantité de réponse, tels le moment fléchissant ou l'effort tranchant, déplacement.

Donc, après cette modélisation, on aboutit à un système équivalent à simple degré de liberté (SDF) auquel on peut appliquer une technique de calcul établie pour des cas purement statiques.

* Combinaisons des réponses

Comme les réponses maximum r_1 et r_{SC} ne se passent pas en même temps pendant le tremblement de terre, elles doivent être combinées pour obtenir un devis de la réponse dynamique r_d par la règle de " combinaison modale" : la racine carrée de la somme des carrés des maxima élus (SRSS)

$$r_d = \sqrt{(r_1)^2 + (r_{SC})^2}$$

* la réponse totale

Afin d'obtenir la réponse totale de n'importe quelle quantité de réponse r , le devis de SRSS de la réponse dynamique r_d doit être combiné avec les effets statiques r_{st} . r_{st} est calculé par les procédures d'analyse standard pour le calcul des réponses initiales du barrage précédant le tremblement de terre en incluant les effets du poids propre, des pressions hydrostatiques et les changements de température.

Afin de reconnaître que la direction des forces latérales est réversible, les combinaisons des réponses statiques et dynamiques doivent permettre pour le pire des cas, montrer la valeur maximale de la réponse totale :

$$r_{tot} = r_{max} = r_{st} \pm r_d = r_{st} \pm ((r_1)^2 + (r_{sc})^2)^{1/2}$$

4. - Analyse dynamique

A la différence de la statique, en dynamique les déplacements correspondent à des accélérations qui produisent des forces d'inerties opposées à ces mêmes accélérations. Les efforts générés dans la structure équilibrent non seulement les forces appliquées statiquement mais aussi les forces d'inerties. [1]

4.1. - Généralités sur le calcul dynamique des structures

4.1.1. - Modélisation

* *Concentration des masses*

Si le système le permet, cette méthode considère que la masse de la structure est concentrée en un certain nombre de points discrets (noeuds), que l'on relie par des ressorts et amortisseurs pour tenir compte de la rigidité et de la dissipation d'énergie de la structure.

* *Déplacements généralisés*

Lorsque la masse est répartie de manière à peu près uniforme, on considère que la déformée globale peut être exprimée comme une combinaison linéaire de certains motifs de déplacements. Ces motifs jouent le rôle de coordonnées dans lesquelles on exprime le déplacement de la structure.

En généralisant cette idée, on peut utiliser une famille quelconque de motifs $\psi_n(x)$ compatibles avec les conditions géométriques imposées aux appuis, et qui représentent la compatibilité des déplacements internes. Pour une structure unidimensionnelle, l'expression généralisée des déplacements est :

$$U(x) = \sum_n Z_n \psi_n(x)$$

où : - Z_n sont les coordonnées généralisées

et - $\psi_n(x)$ sont des fonctions de déformées indépendantes

* *Eléments finis*

Le procédé est développé en chapitre 4

4.1.2. Formulation des équations du mouvement

Les principaux principes de formulation des équations du mouvement des corps solides sont suffisamment connus. De ce fait nous ne ferons qu'énumérer quelques uns :

- * - Principe fondamental de la dynamique
- * - Principe de travaux virtuels
- * - Principe de HAMILTON (principe variationnel)

a/ - Système à un degré de liberté:

Le système fondamental de la dynamique, par exemple, pour un corps solide de masse m s'écrit :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{appliquées}} = m \vec{a} = m \vec{\ddot{U}}$$

Un bilan des forces appliquées est facilement établi :

* - Force de rigidité élastique interne s'opposant au déplacement : $F_1 = -kU$

* - Force d'amortissement s'opposant aux vitesses : $F_2 = -c\dot{U}$

* - Force extérieure (due au séisme) : $F_3 = F_3(t)$

La loi du mouvement sera donc régie par l'équation :

$$F_1 + F_2 + F_3 = m\ddot{U}$$

Par projection sur l'axe des déplacements on obtient :

$$m\ddot{U} + c\dot{U} + kU = F(t)$$

où : U - déplacement de la masse
 \dot{U} - vitesse de la masse
 \ddot{U} - Accélération de la masse

b/ Système à plusieurs degrés de liberté

L'équation peut être écrite sous forme matricielle, relative donc à toute la structure considérée, comme suit :

$$[M] \{U\} + [C] \{\dot{U}\} + [K] \{U\} = \{F\}$$

avec : - $[M]$: la matrice masse de la structure
 - $[C]$: la matrice amortissement
 - $[K]$: la matrice de rigidité

$\{U\}$, $\{\dot{U}\}$, $\{\ddot{U}\}$, sont respectivement les vecteurs globaux de déplacements, première et seconde dérivées par rapport au temps du vecteur déplacement.

$\{F(t)\}$: Vecteur global de sollicitation

Nous pensons nécessaire de préciser que l'amortissement est considéré être du type visqueux.

Arrivés à ce stade de formulation, il ne nous reste plus qu'à utiliser la méthode des éléments finis pour la formation des matrices de rigidité, masse et amortissement. Le système d'équations aux dérivées partielles ainsi obtenu, sera linéarisé par un schéma aux différences finies. La dernière phase sera une résolution d'un système d'équations algébriques linéaires.

4.2. - Paramètres définissant le mouvement du sol

Lorsqu'on parle de définir le mouvement du sol, il s'agit de déterminer, pour un site donné, l'accélérogramme le plus représentatif de l'activité sismique en ce site.

4.2.1. Déplacement de faille

Bien qu'aucun cas d'activation de faille tectonique au niveau de la fondation d'un barrage en béton n'est signalé, on s'attend à ce qu'un barrage en béton bien conçu et bien construit résiste suffisamment bien à ce type d'occurrence [DREHER]. Ceci ne veut, pour autant, pas dire, que l'on accepte de construire un barrage sur un site où l'occurrence d'un mouvement de faille est vraisemblable.

Pour analyser un barrage poids en béton vis-à-vis du déplacement de faille, la géométrie de la faille, l'amplitude et le sens des mouvements potentiels doivent être définis.

Pour finir, on dira que bien que les processus d'activation de faille et celui de la propagation de l'onde sismique, ne peuvent être séparés, l'hypothèse d'antériorité du mouvement de faille par rapport à la propagation de l'onde sismique simplifie l'analyse.

4.2.2 - Le mouvement vibratoire du sol

La manière la plus simple pour spécifier l'évolution chronologique de l'accélération du sol, pour l'analyse de la réponse dynamique, est d'obtenir des accélérogrammes enregistrés sur des roches de natures similaires à celles du site considéré, à des distances similaires des épicentres et enfin pour des magnitudes avoisinantes celles du projet.

L'handicap est qu'il est rare de trouver des enregistrements de séismes pour des magnitudes et distances préétablies et, représentant le cas étudié en intensité, en contenu fréquentiel, ainsi qu'en terme de durée.

4.2.3. - Le spectre de réponse

Couramment, la meilleure manière de détermination de l'accélération du sol à introduire lors du calcul dynamique est, l'établissement du spectre de réponse, associé à un tremblement de terre, du site. Un spectre de réponse montre l'étendue de la réponse de structure à un seul degré de liberté, en assurant un niveau d'amortissement. De là on aboutit à des déplacements, vitesses et accélérations portant des informations sur l'intensité et le contenu fréquentiel du mouvement du sol. [6]

Il est clair que le mouvement vibratoire du sol ainsi défini est indépendant des caractéristiques géologiques, topographiques et autres, alors qu'en réalité il l'est. Il est de ce fait, dans la pratique établie de ne pas inclure les effets de ces caractéristiques et, dans le cas où ils sont intégrés, leur définition est basée sur des jugements seulement.

4.2.4. - Analyse probabiliste

L'approche décrite dans les paragraphes précédents est déterministe. Actuellement, il n'est pas encore possible de déterminer la magnitude et la situation géographique exactes pour de futurs tremblements de terre. En d'autres termes, leur prédiction est très rarement possible.

De là, il est d'usage de déterminer la limite supérieure de magnitude, la localisation, le mouvement de faille et donc de sol. Mais bien que chaque paramètre est vraisemblablement réalisable, l'occurrence simultanée de tous, tel qu'expectés de se réaliser, n'est pas vraisemblable.

L'essence même de l'approche probabiliste, est une tentative de quantification de la "vraisemblance" de l'occurrence individuelle et concomitante de ces paramètres. [6]

5. - Conclusion

Les méthodes pseudo-statiques sont certes faciles à élaborer d'une part, mais sont physiquement limitées d'autre part. La principale critique que l'on peut formuler à leur encontre est qu'elles masquent l'aspect dynamique de l'action.

Le tremblement de terre exerce sur l'ouvrage et sa fondation une action variable dans le temps, caractérisée par une action très intense appliquée pendant une durée très courte, relativement aux autres charges supportées par l'ouvrage. Or, l'intensité de l'action est le produit de l'intensité de l'action par sa durée. Cet aspect du problème n'est pas pris en compte par la méthode pseudo-statique.

Le deuxième point de réflexion concerne la valeur de l'accélération pseudo-statique à prendre en compte.

L'utilisation la plus simple et la plus répandue de la méthode pseudo-statique, consiste à choisir le coefficient sismique, rapport entre l'accélération maximale pendant le séisme et l'accélération de la pesanteur, en fonction de la plus ou moins forte sismicité de la région où se trouve l'ouvrage mais sans références à l'ouvrage lui-même et à ses conditions particulières de fondations.

Or, c'est là négliger un aspect fondamental qui est la réponse dynamique de l'ouvrage au séisme : suivant que le tremblement de terre transporte beaucoup ou peu d'énergie dans la bande de fréquence proche de fréquence fondamentale de vibration du barrage, il y aura ou non amplification de la réponse de l'ouvrage.

Une approche rationnelle de la méthode pseudo-statique consiste donc à évaluer le coefficient sismique en tenant compte de la réponse dynamique de l'ouvrage. Ainsi, par exemple, le coefficient sismique pourra être plus élevé en partie haute de l'ouvrage qu'en partie basse.

Il est, de ces faits, d'usage de n'utiliser ~~que~~ les méthodes pseudo-statiques qu'aux moments des avant-projets pour une analyse rapide des réponses et des conditions de sécurité. Alors que l'analyse dynamique raffinée et détaillée s'impose pour la détermination exacte de la réponse et de l'adéquation des normes de sécurité ainsi que de conceptions.

**NOTIONS D'ELEMENTS FINIS ET DE
DIFFERENCES FINIES**

NOTIONS D'ELEMENTS FINIS ET DE DIFFERENCES FINIES

I/ - INTRODUCTION

L'évolution actuelle de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères. Nous pensons, bien sûr, aux projets d'aéronautiques, spatiaux et nucléaires. D'autres types de projet d'ouvrage sont liés à notre environnement : contrôle de la pollution thermique, acoustique ou chimique, aménagement des cours d'eau, gestion des nappes souterraines et autres. Pour dominer ces projets, l'ingénieur a besoin de modèles qui lui permettent de simuler le comportement de systèmes physiques complexes. Il peut ainsi prévoir l'influence de ses décisions au moment de la conception. [5]

Les sciences de l'ingénieur (mécanique des solides et des fluides, thermique, ...) permettent de décrire le comportement de systèmes physiques grâce à des équations aux dérivées partielles. La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre effectivement ces équations.

II/ - METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.

Elle fait appel aux trois domaines suivants :

- sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles,
- méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques,
- programmation et informatique pour exécuter efficacement les calculs sur l'ordinateur.

2.1. - *Principe de la méthode*

La méthode des éléments finis permet de résoudre les problèmes physiques en discrétisant le milieu à étudier, c'est-à-dire, en le considérant composé d'un grand nombre de petites parties dites, "éléments finis", possédant chacune ses propres fonctions pour décrire déplacements, contraintes ou déformations, et dont l'assemblage représente au mieux le milieu étudié.

2.2 - *Notion d'approximation*

un modèle mathématique d'un système physique fait intervenir plusieurs variables ou fonctions dites exactes : $U_{ex}(x)$.

Celles-ci sont représentées par des fonctions approchées $U(x)$ telles que la différence : $e(x) = U(x) - U_{ex}(x)$ (1), soit assez "petite" pour l'objectif fixé.

Pour construire une fonction approchée, on peut :

- choisir un ensemble fini de fonctions dépendant de n paramètres a : $U = U(x, a_1, a_2, \dots, a_n)$
- déterminer les a_j pour satisfaire l'équation (1)

On peut alors choisir, selon le type de problème :

- une approximation non nodale :

$$U(x) = P_1(x)a_1 + P_2(x)a_2 + \dots + P_n(x)a_n = \langle P \rangle \{a\}$$

- une approximation nodale

$$U(x) = N_1(x)U_1 + N_2(x)U_2 + \dots + N_n(x)U_n = \langle N \rangle \{U\}$$

où :

a : paramètres généraux de l'approximation,

U : paramètres nodaux ou variables nodales,

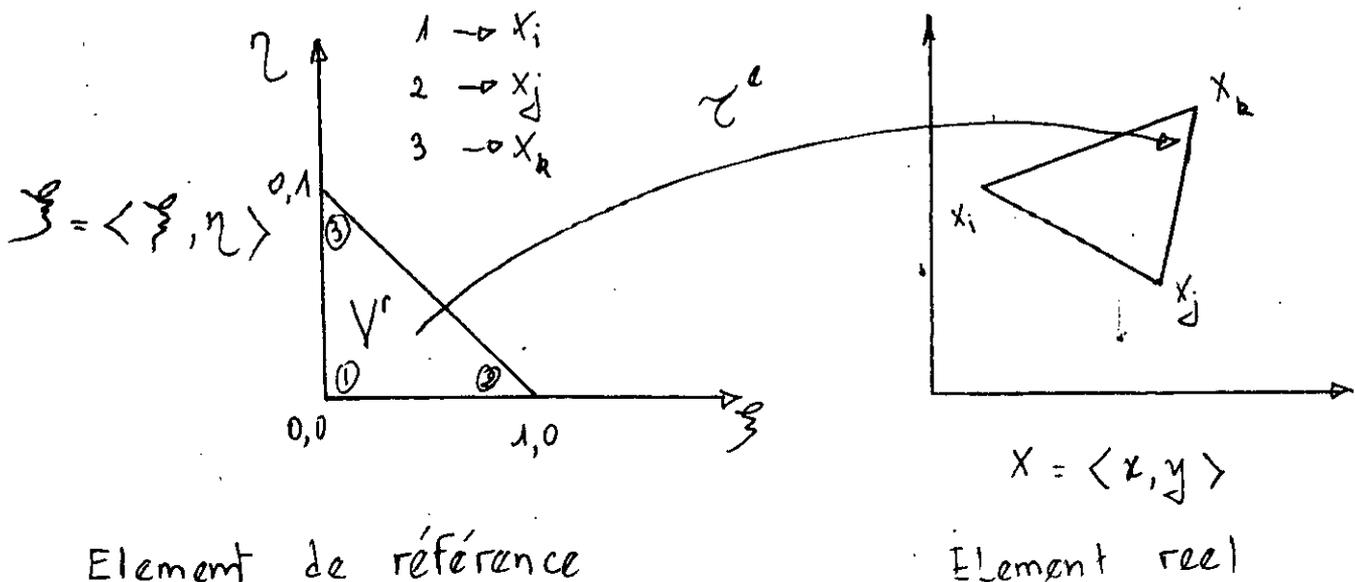
x : vecteur définissant un point géométrique,

$P(x)$: base polynomiale,

$N(x)$: fonction d'interpolation.

2.3. - Elément de référence

De manière à simplifier la définition analytique des éléments de formes complexes, on a recours à la notion "d'éléments de référence" : un élément de référence V^e est un élément de forme très simple, repéré dans un espace de référence, qui peut être transformé en chacun des éléments réels V^e par une transformation géométrique τ^e . Par exemple dans le cas d'un triangle :



La transformation τ^e définit les coordonnées X^e de chaque point de l'élément réel à partir des coordonnées ξ du point correspondant de l'élément de référence.

$$\tau^e : \xi \longrightarrow X^e = X^e(\xi)$$

τ^e dépend de la forme et de la position de l'élément réel, donc des coordonnées des noeuds géométriques qui le définissent.

$$\tau^e : \xi \longrightarrow X^e = X^e(\xi, X_i, X_j, X_k, \dots)$$

où : X_i, X_j, X_k, \dots sont les coordonnées des noeuds géométriques de l'élément réel e .

La bijection τ^e est en fait définie par :

$$\tau^e : \xi \longrightarrow X^e(\xi) = [\bar{N}(\xi)] \{ X_n \}$$

où : N sont les fonctions de forme et $\{X_n\}$ coordonnées des noeuds géométriques de l'élément réel.

Remarque : Les fonctions de forme sont identiquement égales aux fonctions d'interpolation dans le cas de discrétisation par éléments isoparamétriques (ie: Noeuds géométriques confondus avec les noeuds d'interpolation)

2.4. - Formes d'éléments classiques

Chaque élément est identifié par un nom décrivant sa forme et par le type de courbe ou de surface que sa frontière forme. De plus, on donne le nombre de noeuds géométriques nécessaires pour définir l'élément.

* Eléments à une dimension :



linéaire (2)



quadratique (3)

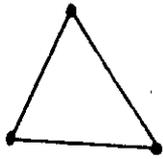


cubique (4)

* **Eléments à deux dimensions :**

Ce sont des triangles ou quadrilatères dont les côtés sont des courbes polynomiales du premier, deuxième ou troisième degré.

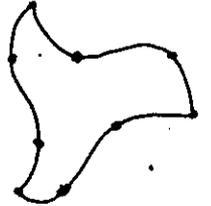
a) - Eléments triangulaires :



linéaire (3)

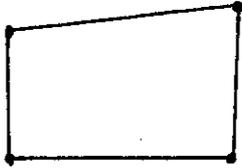


quadratique (6)



cubique (9)

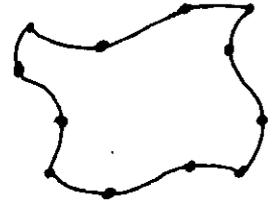
b) - Eléments quadrilatéraux :



linéaire (4)



quadratique (8)



cubique (12)

2.5. - Matrice Jacobienne

L'existence de deux repères différents, l'un de référence, l'autre réel, nécessite une matrice Jacobienne pour le passage de l'élément différentiel de l'un à celui de l'autre.

$$\{\partial_{\xi}\} = [J] \{\partial_x\} \quad [J] : \text{matrice Jacobienne}$$

$$\begin{Bmatrix} \partial/\partial \xi \\ \partial/\partial \eta \\ \partial/\partial \rho \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{Bmatrix}$$

$$\text{où } [J] = \begin{Bmatrix} \partial/\partial \xi \\ \partial/\partial \eta \\ \partial/\partial \rho \end{Bmatrix} \langle X, Y, Z \rangle = \begin{bmatrix} \langle N, \xi \rangle \\ \langle N, \eta \rangle \\ \langle N, \rho \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{X_n\} \{Y_n\} \{Z_n\} \end{bmatrix}$$

De la même manière, les dérivées en X d'une fonction, s'obtiennent à partir de celle des ξ par :

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial\xi/\partial x & \partial\xi/\partial y & \partial\xi/\partial z \\ \partial\eta/\partial x & \partial\eta/\partial y & \partial\eta/\partial z \\ \partial\rho/\partial x & \partial\rho/\partial y & \partial\rho/\partial z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial/\partial\xi \\ \partial/\partial\eta \\ \partial/\partial\rho \end{Bmatrix}$$

Donc : $\{x\} = [j]\{\xi\}$

où $[j] = [J]^{-1}$

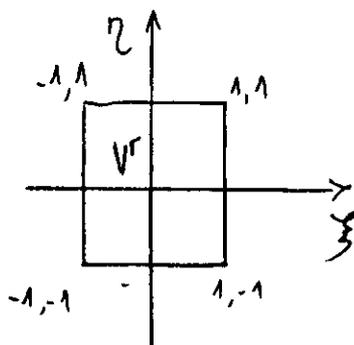
Dans la pratique $[j]$ est la plus utilisée car on travaille sur l'élément de référence, donc on doit exprimer les dérivées en X à partir de celles en ξ .

2.6. - Méthode de construction de fonctions d'interpolation et de formes.

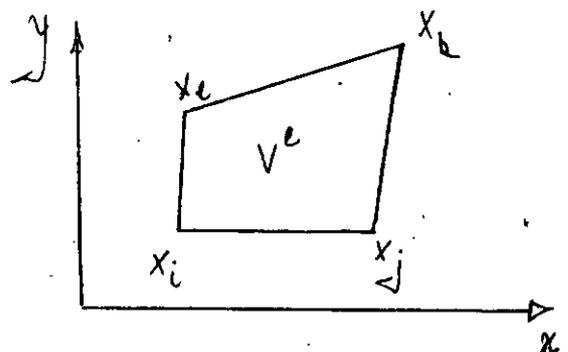
Dans le cas le plus général, les différentes opérations nécessaires pour construire $\langle N \rangle$ sont :

- choix de la base polynomiale $\langle P(\xi) \rangle$
- évaluation de matrice nodale $[P_n] = [P_j(\xi_j)] \quad i, j = 1, n_d$
- Inversion de $[P_n]$
- calcul de $\langle N \rangle$ aux points ξ désirés : $\langle N(\xi) \rangle = \langle P(\xi) \rangle [P_n]^{-1}$

Nous ne détaillerons pas cette méthode dans un cas général mais nous l'appliquerons au cas que nous avons choisi, à savoir, pour un élément quadrilatéral à quatre noeuds et isoparamétrique.



$$V^r \begin{cases} -1 < \xi < 1 \\ -1 < \eta < 1 \end{cases}$$



Élément réel $\{V^e\}$

a) - Choix de la base polynomiale

Nous avons quatre (04) variables nodales et nous ne pouvons donc utiliser un polynome complet. Le meilleur choix qui respecte la symetrie et la continuité de U entre les éléments, est une base bilinéaire entre ξ et η . Donc :

$$\langle P \rangle = \langle 1, \xi, \eta, \xi\eta \rangle$$

b) - Evaluation de $[P_n]$

Evaluons $\langle P(\zeta) \rangle$ en chacun des 4 noeuds de coordonnées ζ_i

$$[P_n] = \begin{bmatrix} \langle P(\zeta_1) \rangle \\ \langle P(\zeta_2) \rangle \\ \langle P(\zeta_3) \rangle \\ \langle P(\zeta_4) \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{car } \{ \xi_n \} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \text{ et } \{ \eta_n \} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

c) - Inversion de $[P_n]$

Dans ce cas la matrice $[P_n]$ est orthogonale puisque le produit scalaire de ses différentes colonnes est nul. Chaque vecteur colonne a pour norme 4. Donc :

$$[P_n]^{-1} = 1/4 [P_n]^T = 1/4 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

d) - Expression de $\langle N \rangle$

$$\langle N \rangle = \langle N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot N_4 \rangle = \langle P \rangle [P_n]^{-1}$$

on aboutit à :

$$\langle N \rangle = 1/4 \langle (1-\xi)(1-\eta) ; (1+\xi)(1-\eta) ; (1+\xi)(1+\eta) ; (1-\xi)(1+\eta) \rangle$$

L'élément étant isoparamétrique : $\langle N \rangle = \langle \bar{N} \rangle$

$$X(\xi, \eta) = \langle N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \rangle \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix}$$

$$Y(\xi, \eta) = \langle N \rangle \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix}$$

2.7. - Formation des matrices élémentaires

Tel que cité dans le appel du principe de la méthode des éléments finis, la structure est composée d'un ensemble d'éléments représentant sa structure et sa forme mais aussi son comportement qui, lui aussi, est soumis aux mêmes équations du mouvement établies pour toute la structure.

Les caractéristiques globales de la structure - indépendantes de l'état de sollicitation - sont obtenues par, en une première phase, la définition des caractéristiques de chaque élément puis en seconde phase, en faire l'assemblage. Il s'agit des caractéristiques de rigidité, d'amortissement masse.

2.7.1. - Matrice de rigidité : [k]

Tel que mentionné plus haut, nous utilisons un élément quadrilatéral à quatre noeuds pour l'approximation des déplacements u et v .

$$\begin{aligned} \{U\} &= \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{u_n\} \\ \{\delta U\} &= \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \end{Bmatrix} = [N] \{\delta U_n\} \end{aligned}$$

L'élément est composé de 4 noeuds, 2 degrés de liberté par noeud et donc 8 degrés de liberté au total.

Pour un matériau isotrope élastique en état de déformation plane, la loi du comportement s'écrit :

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}$$

où $\{\sigma\}$ et $\{\varepsilon\}$ sont respectivement les champs de contraintes et de déformations et $[D]$ la matrice les liant.

En milieu élastique :

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1-2\nu/2 \end{bmatrix}$$

La connaissance des fonctions d'interpolation $\langle N \rangle$ et leurs dérivées par rapport aux repères utilisés, de référence et réel, nous permet de définir les matrices notées $[N]$ et $[B]$ pour les fins fixées.

Soit donc la matrice $[B]$ définie par :

$$[B] = \begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & N_{3,x} & 0 & N_{4,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & 0 & N_{3,y} & 0 & N_{4,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & N_{3,y} & N_{3,x} & N_{4,y} & N_{4,x} \end{bmatrix}$$

(3×8)

$$\left. \begin{aligned} \text{où } N_{i,x} &= N_i / x = j_{11} N_{i,\xi} + j_{12} N_{i,\eta} \\ N_{i,y} &= N_i / y = j_{21} N_{i,\xi} + j_{22} N_{i,\eta} \end{aligned} \right\} i = 1, 4$$

De la même manière $N_{i,\eta} = \partial N_i / \partial \eta$ et $N_{i,\xi} = \partial N_i / \partial \xi$

De là, le calcul de la matrice de rigidité élémentaire se fait comme

suit :

$$[k] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det(J) d\xi d\eta$$

(8×8)

où $\det(J)$ est le déterminant de matrice Jacobienne.

2.7.2. - La matrice masse élémentaire [m]

De la même manière que pour la matrice de rigidité élémentaire, on définit la matrice [N] par :

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}$$

(2 x 8)

où les N_i sont les fonctions d'interpolation.

La matrice masse élémentaire sera donnée par l'intégrale suivante:

$$[m] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N]^T [N] \det (J) d\eta d\xi$$

(8x8)

Notons que les intégrations se feront par la méthode Gauss exposée plus loin.

2.7.3. - La matrice d'amortissement

Comme tous les matériaux, le béton a un degré d'amortissement critique qui n'est, en fait, rien d'autre que le taux maximum de dissipation d'énergie, de quelque nature qu'elle soit.

La formulation intégrale du terme stationnaire donne :

$$[C] = \int_{V^e} [N]^T [N] dV^e$$

De ce fait, pour former la matrice d'amortissement, on prendra une fraction - égale au degré d'amortissement critique du béton - de la matrice masse.

D'où :

$$[C] = \alpha [m]$$

où : α : degré d'amortissement critique du béton.

2.8. - Méthode d'intégration

2.8.1. - Méthode de Gauss

La méthode de Gauss est une méthode d'intégration numérique dans laquelle r coefficients W_i et r abscisses ξ_i sont déterminés de manière à intégrer exactement des polynômes d'ordre $m < 2r-1$

Elle consiste à remplacer l'intégrale d'une fonction polynomiale par une sommation de cette même fonction calculée au niveau des points d'intégration et pondérée par des poids de Gauss.

$$\int_{-1}^1 Y(\xi) d\xi = W_1 Y(\xi_1) + W_2 Y(\xi_2) + \dots + W_r Y(\xi_r)$$

$$\int_{-1}^1 Y(\xi) d\xi = \sum_{i=1}^r W_i Y(\xi_i) \quad (2)$$

On détermine $2r$ coefficients de telle sorte que l'équation (2) soit vérifiée exactement pour :

$$Y(\xi) = a_1 + a_2 \xi + \dots + a_{2r} \xi^{2r-1}$$

on aboutit à un système à $2r$ équations. qu'il faut résoudre sous les conditions :

$$\left. \begin{array}{l} W_i > 0 \\ -1 < \xi_i < 1 \end{array} \right\} i = 1, 2, \dots, r$$

le système auquel on aboutit s'écrit sous forme condensée :

$$2 / \alpha + 1 = \sum W_i x_i^\alpha \quad \alpha = 0, 2, 4, \dots, 2r-2.$$

$$0 = \sum W_i x_i^\alpha \quad \alpha = 1, 3, 5, \dots, 2r-1$$

On peut également déterminer les abscisses des points d'intégration, ξ_i , en tant que solution du polynôme de Legendre d'ordre r :

$$P_r(\xi_i) = 0 \quad (\text{voir Davis et Rabinovitz, [7], page 88})$$

où les $P_r(\xi)$ sont définis par :

$$\begin{cases} P_1(\xi) = 1 \\ P_2(\xi) = \xi \\ P_k(\xi) = (2k-1/k) * \xi P_{k-1}(\xi) - (k-1/k)P_{k-2}(\xi) \end{cases}$$

Les poids sont alors définis par : $W_i = 2(1-\xi_i^2) / [rP_{r-1}(\xi_i)]^2$

Donc, l'intégrale est calculée par la somme suivante :

$$Y(\xi)d\xi = \sum_{i=1}^r W_i Y(\xi_i)$$

2.8.2. - Intégration à deux dimensions

Dans le cas d'une intégration à deux dimensions, cela revient à faire une simple intégration dans chaque direction. Si r_1 et r_2 sont les nombres de points d'intégration dans les directions respectives ξ et η , l'intégrale est approximée par :

$$f(\xi,\eta)d\xi d\eta = \sum_i \sum_j W_i W_j f(\xi_i, \eta_j)$$

3. - METHODE DES DIFFERENCES FINIES

3.1 - Introduction

Vu la nature aléatoire de l'excitation provoquée par le séisme, l'étude de la réponse dynamique du barrage en fonction du temps exige une intégration des équations du mouvement qui sont présentées sous forme d'équations aux dérivées partielles. La résolution de ces équations ne peut être obtenue directement dans le cas où les conditions aux limites ne peuvent être représentées facilement. Cependant, les méthodes numériques sont en mesure de pallier à cette difficulté.

3.2. - Approximation par différences finies

les dérivées d'une fonction $f(x)$ sont définies comme étant la variation de f ou de ses dérivées par rapport à x et elles sont représentées de la façon suivante :

* première dérivée :

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right)$$

* dérivée seconde :

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta}{\Delta x} \left(\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \right) \quad (4.2)$$

Le processus de limite n'étant pas pris en compte par l'ordinateur, on peut cependant affecter à Δx une valeur très petite, on obtient ainsi l'approximation des dérivées par l'opérateur différence.

$$\text{Soit : } f(x) = F_n$$

$$f(x+\Delta x) = F_{n+1}$$

$$\Delta x = h$$

$$\left(\frac{df}{dx} \right)_n \cong \left(\frac{\Delta f}{\Delta x} \right)_n = (F_{n+1} - F_n)/h \quad (4.3)$$

$$\left(\frac{d^2f}{dx^2} \right)_n \cong \left(\frac{\Delta^2 f}{\Delta x^2} \right)_n = (F_{n+1} - 2F_n + F_{n-1})/h^2 \quad (4.4)$$

Ainsi donc, la méthode peut être décrite comme étant une substitution de la dérivée par une équation aux différences, et le membre droit de l'équation (4.3), par exemple, fournit une approximation algébrique de df/dx au point x .

3.3 Intégration d'un système de second ordre par différences finies centrales

Rappelons l'expression du système du second ordre

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F(t)\} \quad t > t_0 \quad (4.5)$$

pour $t = t_0$ $\{U\}$ et $\{\dot{U}\}$ sont connues.

La méthode des différences finies centrales est une méthode explicite qui utilise l'expression du système précédent à l'instant t , ainsi que les approximations des dérivées par différences finies centrées suivantes : [5]

$$\{\ddot{U}\} = 1/\Delta t^2 (\{U_{t+\Delta t}\} - 2\{U_t\} + \{U_{t-\Delta t}\}) \quad (4.6)$$

$$\{\dot{U}\} = 1/2\Delta t (\{U_{t+\Delta t}\} - \{U_{t-\Delta t}\}) \quad (4.7)$$

En remplaçant $\{\dot{U}\}$ et $\{\ddot{U}\}$ par les valeurs dans l'équation (4.5), nous obtenons :

$$[M] \frac{\{U_{t+\Delta t}\} - 2\{U_t\} + \{U_{t-\Delta t}\}}{\Delta t^2} + [C] \frac{\{U_{t+\Delta t}\} - \{U_{t-\Delta t}\}}{2\Delta t} + [K]\{U_t\} = \{F(t)\}$$

En développant, le système s'écrira :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} [M] & [C] \\ \Delta t^2 & 2\Delta t \end{bmatrix}}_{A1} \{U_{t+\Delta t}\} + \underbrace{\begin{bmatrix} [K] & -2[M] \\ & \Delta t^2 \end{bmatrix}}_{A2} \{U_t\} + \underbrace{\begin{bmatrix} [M] & [C] \\ \Delta t^2 & 2\Delta t \end{bmatrix}}_{A3} \{U_{t-\Delta t}\} = \{F(t)\}$$

$$\text{soit : } \boxed{A_1 \{U_{t+\Delta t}\} + A_2 \{U_t\} + A_3 \{U_{t-\Delta t}\} = \{F(t)\}} \quad (4.9)$$

Pour $t = t_0 + \Delta t$ (1er pas de temps), on a :

$$[A1] \{U_{t_0+\Delta t}\} + A_2 \{U_{t_0}\} + A_3 \{U_{t_0-\Delta t}\} = \{F(t_0+\Delta t)\} \quad (4.10)$$

Sous notation indicielle, on aura :

$$AU_1 + A_2U_0 + A_3U_{-1} = F(1) \quad (4.11)$$

U_0 est connue. En discutant les conditions initiales (pour $t=t_0$), et en utilisant le système (4.5), on détermine U_{-1} :

- les systèmes (4.6) et (4.7) nous donnent :

$$\{U_{t_0-\Delta t}\} = U_{-1} = \{U_{t_0}\} - \Delta t \{\dot{U}_{t_0}\} + (\Delta t^2/2)\{\ddot{U}_{t_0}\} \quad (4.12)$$

- le système (4.5) donne $\{U_{t_0}\}$:

$$[M]\{U_{t_0}\} = F(t_0) - [C]\{\dot{U}_{t_0}\} - [K]\{U_{t_0}\} \quad (4.13)$$

D'où la valeur de $\{U_{t_0-\Delta t}\} = U_0$

Tout ceci étant fait, pour chaque pas de temps on aura :

$$\text{pour } t = \Delta t + t_0 : \quad A_1 U_1 + A_2 U_0 + A_3 U_{-1} = F(1)$$

$$\text{pour } t = 2\Delta t + t_0 : \quad A_1 U_2 + A_2 U_1 + A_3 U_0 = F(t+2\Delta t)$$

$$\text{pour } t = 3\Delta t + t_0 : \quad A_1 U_3 + A_2 U_2 + A_3 U_1 = F(t+3\Delta t)$$

$$\text{pour } t = 4\Delta t + t_0 : \quad A_1 U_4 + A_2 U_3 + A_3 U_2 = F(t+4\Delta t)$$

Schématiquement, à chaque pas de temps, on aura une ligne de la matrice ci-dessous à résoudre :

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & A_1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & A_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & A_1 & 0 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} A_3 & A_2 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & A_3 & A_2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & A_3 & A_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & A_3 & A_2 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{-1} \\ U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F(1) \\ F(2) \\ F(3) \\ F(4) \end{bmatrix}$$

À chaque pas de temps on résout par la méthode de Gauss le système d'équations obtenu.

L'handicap majeur des méthodes explicites et des méthodes numériques en général, est qu'elles sont soumises à des conditions de stabilité, parfois sévères. Dans le cas de méthode aux différences finies, elle est à imposer sur le choix du pas de temps qui est lié à la période propre critique du système. Néanmoins, le pas de temps sera choisi très petit pour assurer une plus ou moins bonne convergence du processus.

CONCLUSION

La méthode des éléments finis est maintenant très répandue dans les industries, en particulier en construction aéronautique, aérospatiale, navale et nucléaire.

Elle se développe en ce moment dans les applications de la mécanique des fluides, étude des marées, de transports de sédiments, des interactions fluide - structure et bien d'autres.

Pour que la méthode des éléments finis soit efficace dans les applications de grande envergure (industrielle), il faut utiliser des programmes d'assistance à la préparation des données et à l'interprétation des résultats. On parle alors de pré - et de post-processeurs utilisant les techniques de l'informatique graphique et interactive.

Malgré les grandes difficultés que l'on peut rencontrer, tout ingénieur devrait s'investir à essayer de comprendre et maîtriser la méthode des éléments finis, ce qui lui confèrera un avantage certain lors de son activité de recherche ou professionnelle.

La méthode des éléments finis nous intéresse, nous hydrauliciens à plus d'un titre. Nous essayons de l'appliquer aux barrages poids pour analyser leurs comportements quand ils sont sujet à un séisme.

PRESENTATION DU PROGRAMME

PRESENTATION DU PROGRAMME

1. - INTRODUCTION

La programmation efficace de la méthode des éléments finis requiert une bonne expérience à la fois dans le domaine des éléments finis et dans le domaine de l'informatique; en effet : [5.12]

- les programmes sont compliqués car ils doivent exécuter des opérations très diverses : organisation des données, intégration numérique, résolution de systèmes, etc...
- le coût de développement des programmes est tel que l'on doit s'efforcer d'écrire des programmes qui peuvent s'appliquer à de nombreux types de problèmes.
- les quantités de données manipulées par un programme d'éléments finis peuvent être très importantes et il faut souvent avoir recours à des techniques informatiques peu répandues en calcul scientifique classique.

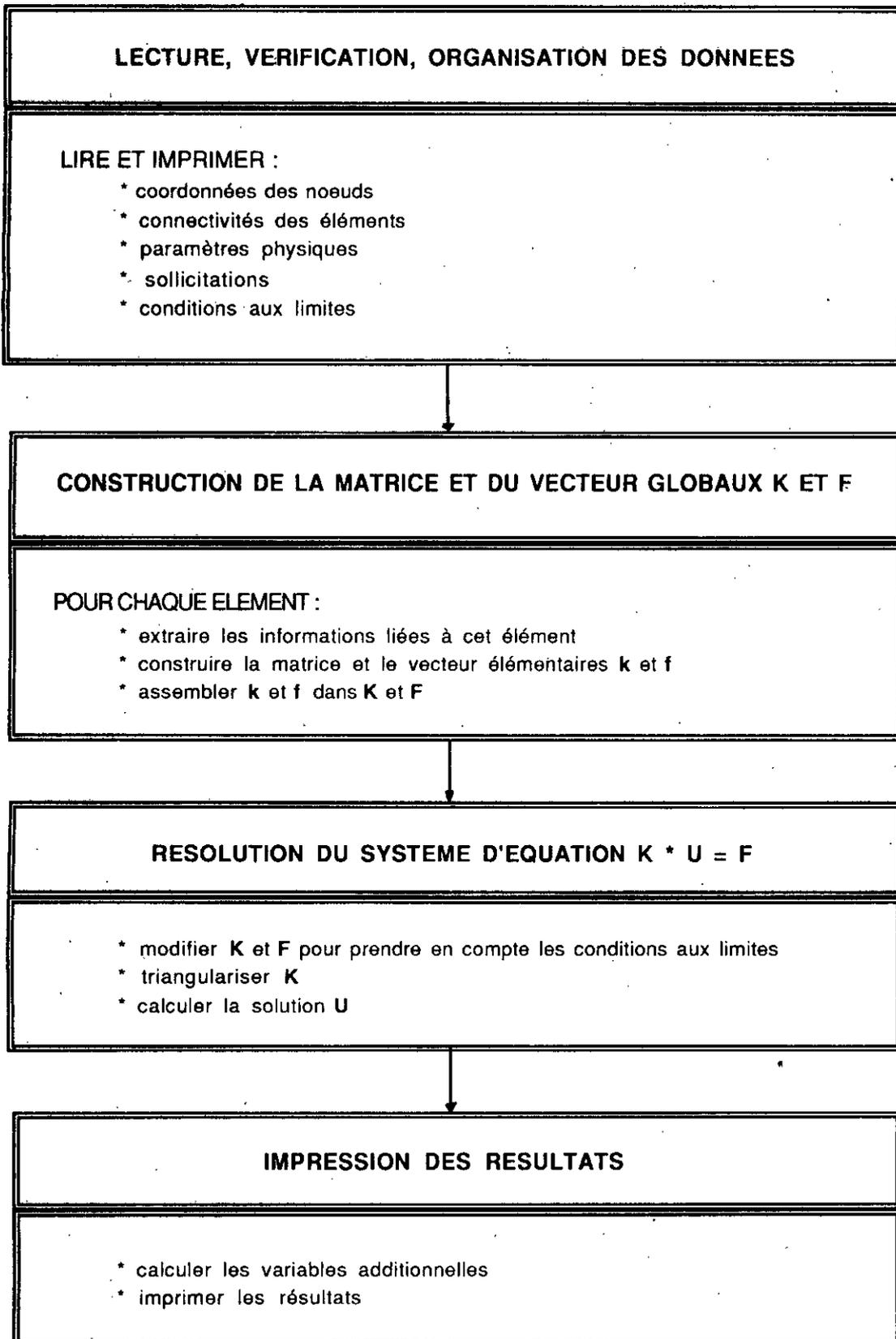
De ce fait, notre programme n'a pas la prétention de répondre à toutes les contraintes sus-citées, mais répond à un problème spécifique. Tout au moins, le propre des programmes d'éléments finis a été respecté : *"la modularité."*

2.- ETAPES CARACTERISTIQUES D'UN PROGRAMME D'ELEMENTS FINIS

Tout programme basé sur la méthode des éléments finis inclue quelques blocs fonctionnels caractéristiques :

- a) - lecture, vérification et organisation des données décrivant le maillage (noeuds et éléments), les paramètres physiques (conductivité, module d'élasticité, etc...), les sollicitations et conditions aux limites.
- b) - construction des matrices et vecteurs élémentaires, puis assemblage de ceux-ci pour former la matrice globale et le vecteur global des sollicitations.
- c) - résolution du système d'équations après prise en compte des conditions aux limites.
- d) - impression des résultats.

L'organigramme n° 1 montre l'enchaînement de ces différents blocs

**ORGANIGRAMME N°1 : ENCHAINEMENT DES BLOCS FONCTIONNELS**

3.- DESCRIPTION DU PROGRAMME

3.1. - *Définition des variables et tableaux du programme*

Pour une facile compréhension du programme par d'autres utilisateurs ou d'autres étudiants, en vue de modifications ou d'améliorations avenir, nous nous sommes forcés de garder dans la plupart des cas les mêmes notations des variables et des vecteurs. Un initié aux éléments finis s'y retrouvera sans difficulté.

Parmi les variables du programme, on trouve :

- nnt : nombre de noeuds total,
- nelt : nombre d'éléments total,
- ndln: nombre de degré de liberté par noeud,
- nnel: nombre de noeuds par élément,
- ndim : dimension du problème (égale à 2 dans notre cas)
- ipg : nombre de points de Gauss pour l'intégration numérique,
- ndlt : nombre de degré de liberté total,
- TF : durée de la sollicitation,
- dpas : pas de temps.

Parmi les vecteurs et matrices utilisés, il y a :

- VKG : matrice de rigidité globale,
- VKE : matrice de rigidité élémentaire,
- VM : matrice de masse globale,
- VC : matrice d'amortissement,
- VFG : vecteur global de sollicitations,
- VCORG : matrice de coordonnées des noeuds,
- KCONEC : matrice des connectivités des éléments,

- VNI : tableau des valeurs des fonctions d'interpolations aux points de Gauss.
- DN1, DN2 : tableaux des dérivées des fonctions d'interpolation par rapport à Ksi et Eta.
- DNX, DN2 : tableaux des dérivées par rapport à x et y.
- VJ : matrice jacobienne.
- KLOCE : vecteur de localisations élémentaires.

Il n'est pas nécessaire de définir les variables et vecteurs "intermédiaires". Seule la programmation nous oblige à en faire usage.

3.2.- Définition des SOUS - PROGRAMMES

En sa totalité, le programme est composé de plus de 15 sous-programmes. Parmi ceux que nous pensons nécessaires d'explicitier, il y a :

GRILLE : lecture des coordonnées des noeuds et connectivités des éléments.

NI : calcul des fonctions d'interpolation aux points de Gauss, ainsi que leurs dérivées par rapport à ξ et η .

JAB : calcul de la matrice Jacobienne et de son déterminant.

DELTA XY : calcul des dérivées des fonctions d'interpolations par rapport à x et à y.

DO2 : calcul de la matrice "D" liant les contraintes aux déformations

LOCE : extraction des numéros des noeuds d'un élément et formation du vecteur de localisation.

ASSEMB : exécute l'assemblage des vecteurs et matrices élémentaires.

RESIDU : calcul du Residu, lors de la résolution dans le temps.

3.3. - Programme principal et organigrammes

Le programme principal, de par sa fonction gère l'exécution des différents blocs et ce, en faisant appel aux différents sous programmes, en faisant des interruptions et autre. Tout ceci après avoir procédé au préalable aux allocations mémoires.

Notre programme principal est, pour les fins que nous nous sommes assignées, organisé tel qu'indiqué dans l'organigramme n°2.

Les organigrammes n° 3 , 4, 5 explicitent respectivement comment sont formées les différentes matrices, à savoir celles de rigidité et de masse ainsi que la méthode de résolution par différences finies centralisées .

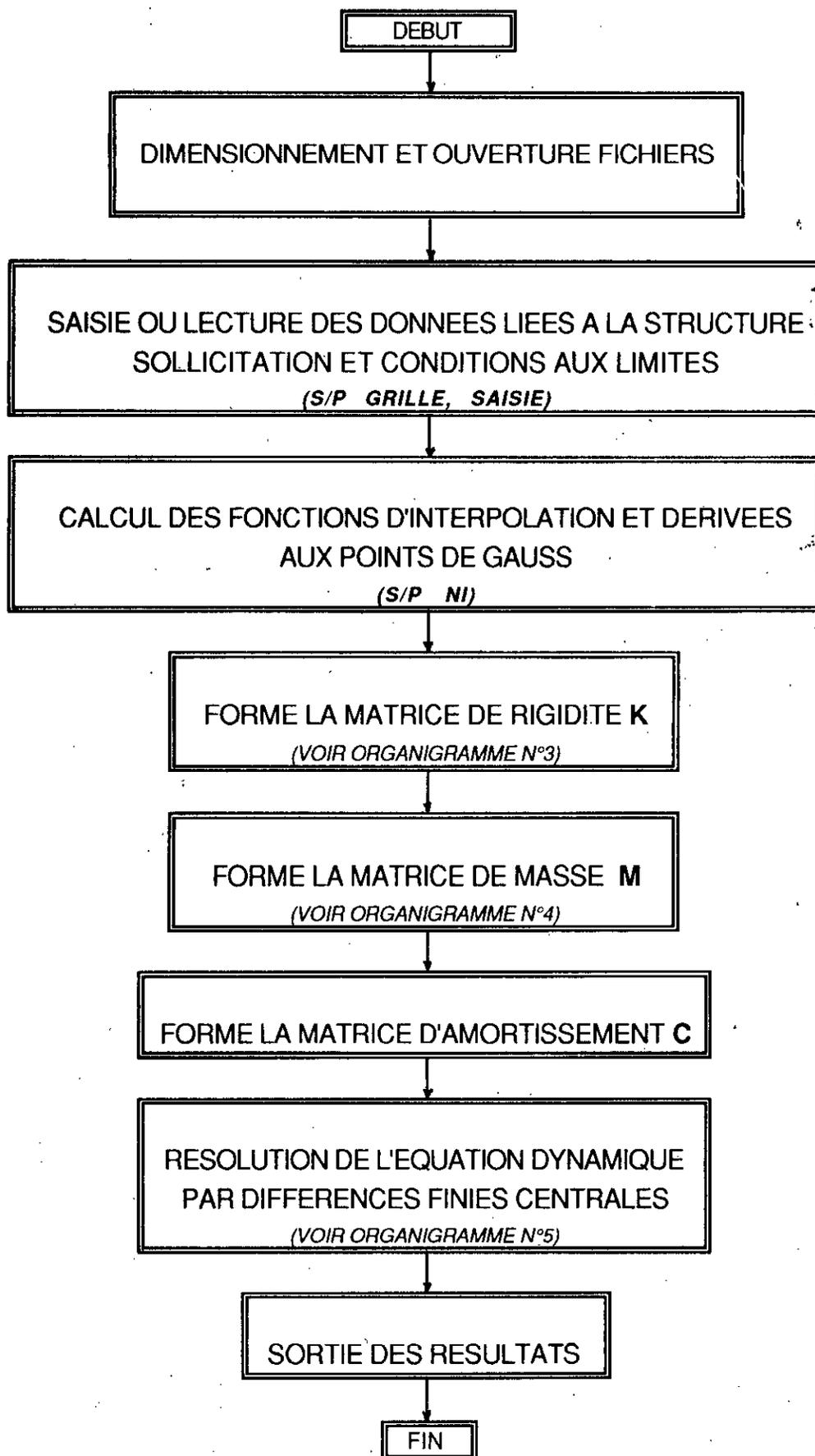
Pour ce qui est de la technique d'assemblage des différentes matrices, l'algorithme global effectue les deux étapes suivantes:

- _ initialisation des matrices de rigidité et de masse à zéro.
- _ pour chaque élément , ajouter à chaque terme de $K(i,j)$ de la matrice élémentaire au terme $K(I,J)$ de la matrice globale.

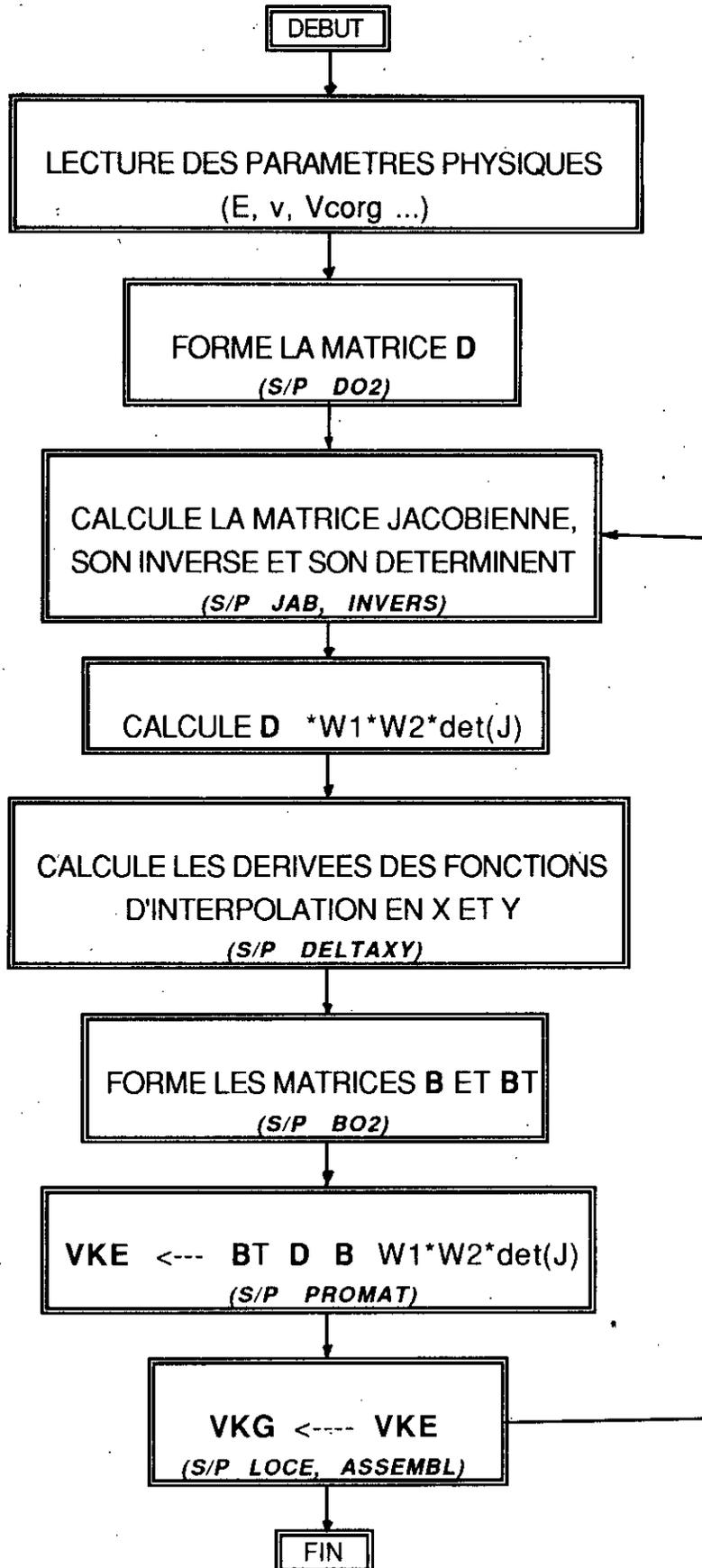
$$K(I,J) = K(I,J) + K(i,j) \quad i,j=1,Ndle$$

où : $I = LOCE (i)$ $J = LOCE (j)$

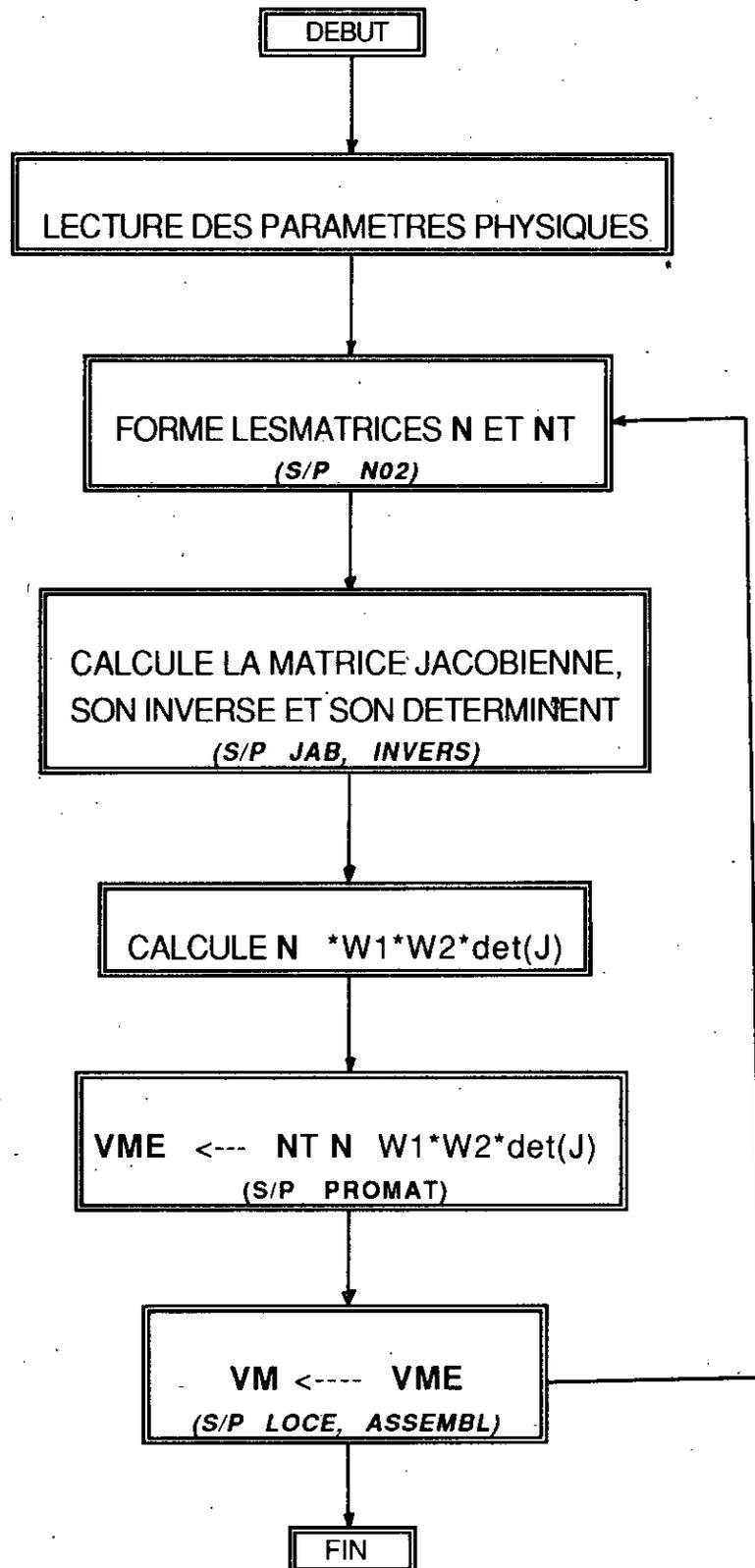
Les tables de localisation Elémentaire (LOCE) sont générées par la SUBROUTINE "LOCEF" pour standardiser les opérations d'assemblage. Les tables LOCE sont identiques aux tables KCONEC des connectivités si la structure est un seul degré de liberté par noeud.



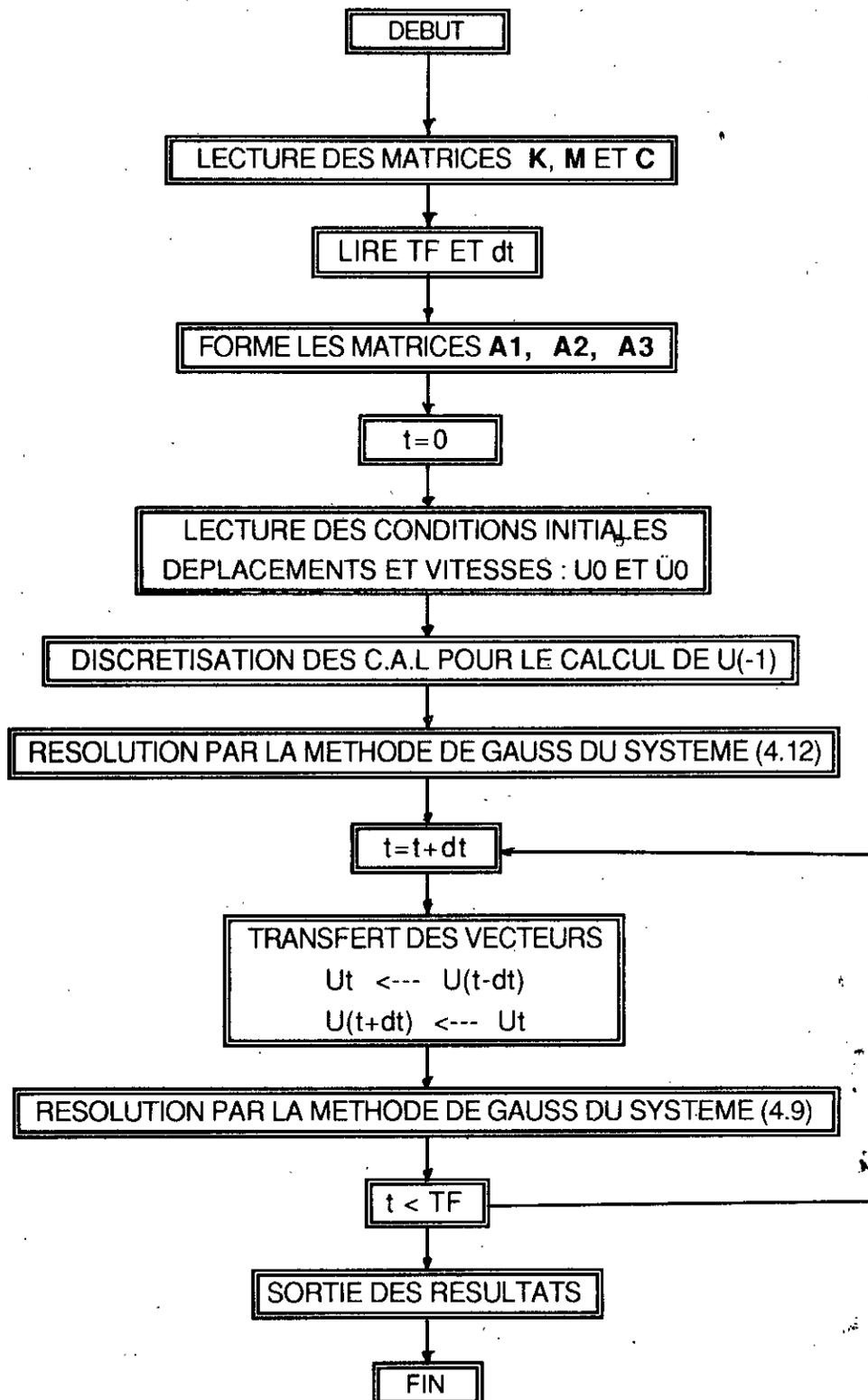
ORGANIGRAMME N°2 : PROGRAMME PRINCIPAL



ORGANIGRAMME N°3 : CALCUL DE LA MATRICE DE RIGIDITE



ORGANIGRAMME N°4 : FORMATION DE LA MATRICE MASSE



ORGANIGRAMME N°5 : RESOLUTION PAR DIFFERENCES FINIES CENTREES

APPLICATIONS ET DISCUSSION DES
RESULTATS

Le programme que nous avons implémenté, ne nous a pas permis de faire les applications que nous projetions de faire.

Néanmoins nous avons jugé utile de présenter un exemple qui a été traité par ALTINISK et SEVERN, dans "Earthquake and dams", étude faite sur le barrage de Baitings.

Baitings est un barrage poids, en béton, dont la hauteur est de 53.8m, légèrement courbé en plan et de section approximativement trapézoïdale.

Les déformées présentées en figures 6.1a et 6.1b montrent la réponse du barrage, supposé reposant sur une base rigide, plein et déformations planes, soumis à, respectivement, un mouvement horizontal de droite à gauche et un mouvement horizontal de gauche à droite.

Les points importants à noter que les déplacements les plus importants sont en crête et que, la réponse est plus importante dans le cas (b), c'est à dire dans le cas de mouvement du sol vers l'aval.

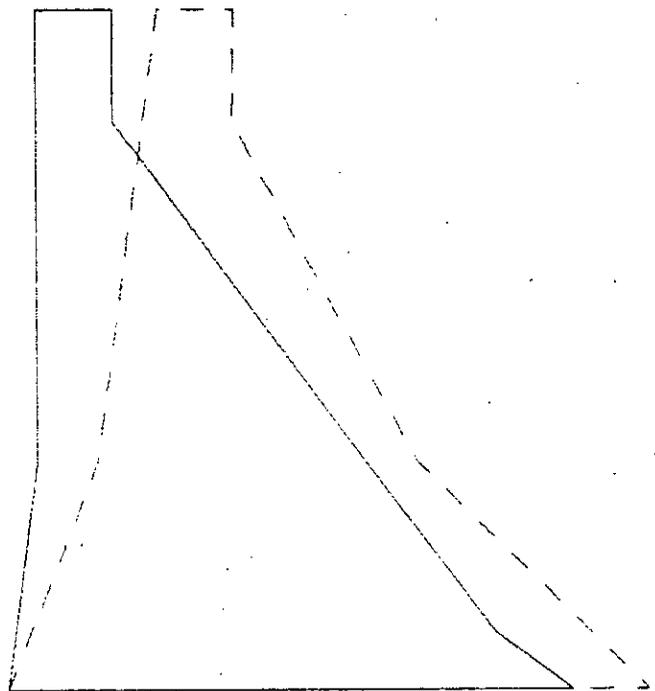


Fig : 6.1.b
▽

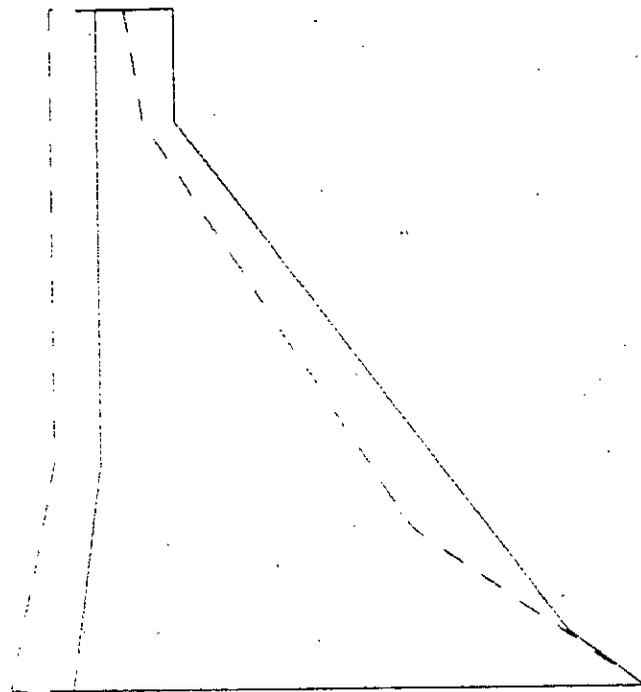


Fig : 6.1.a
▽

Déformées du "Baitings dam"

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Le programme en langage FORTRAN que nous avons implémenté reste à parfaire. Les insuffisances étant dues essentiellement aux erreurs numériques possibles, bien que des corrections furent pratiquées et aussi aux hypothèses émises pour la formulation du problème. Telle, par exemple, l'absence d'interaction sol - barrage (base rigide) alors qu'en réalité elle existe. L'hypothèse de bidimensionalité de la section du barrage veut dire qu'on néglige les effets des rives, ce qui est erroné.

En tout état de faits, nous recommandons, pour un meilleur traitement du problème de tenir compte des aspects suivants :

- La tridimensionalité du problème vis à vis de la structure, pour tenir compte de la non uniformité de la vallée (le relief), ainsi que vis à vis de l'onde sismique car elle à trois composantes (suivant x, y, z).

- Introduire une loi de comportement du béton tenant compte du fait qu'il n'est pas tout à fait linéaire (comportement élasto-plastique).

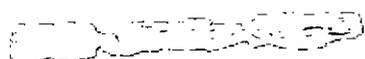
- Un meilleur traitement des différentes interactions existantes, éventuellement en incluant une partie de la fondation et de la retenue dans la discrétisation par élément finis .

Le programme source étant disponible auprès du département, ce qui nous rejouirait le plus est de voir ce travail poursuivi par d'autres étudiants .

○

BIBLIOGRAPHIE

- [1] - Ray . W. CLOUGH, J. PENZIEN
Structural dynamics, MC Graw-Hill, 1985
- [2] - Georges. R. DARBRE
Tremblement de terre : modèles de calcul, Eau-Energie-Air,
1/2-1993
- [3] - Victor DAVIDOVICCI
Génie parasismique, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts
et Chaussées (Paris), 1985
- [4] - V. DAVIDOVICCI
Calcul des structures en zones sismiques,
- [5] - Gouri DHATT, Gilbert TOUZOT
Une présentation de la méthode des éléments finis, Moloine
S.A., 1984
- [6] - K. J. DREHER (DENVER, USA)
Sismic analysis and considerations for concrete dams,
International Congress Of Large Dams, London, 1981
- [7] - DAVIS, RABINOVITZ
Methods of numerical integration, Academic Press, 1975
- [8] - Pierre FORAY
Comportement dynamique des barrages en terre et en
enrochement, Manuscrit du cours donné à l'ENPA, 1984
- [9] - International Water Power and Dam Construction,
Russian research on earthquake prediction in relation to dam
safety, Mars 1993
- [10] - S.S. SAINI, V.H. KULKARNI (India)
Behaviour of concrete gravity dams subjected to earthquakes,
International Congress Of Large Dams, 1973
- [11] - J.L. SERAFIM (Lisbonne)
Criteria for earthquake resistant design of concrete dams,
ICOLD, Londres, 1981
- [12] - O.C. ZEINKIEWICZ
La méthode des éléments finis : formulation de base et
problèmes linéaires, McGraw-Hill, 1991
- [13] - O.C. ZEINKIEWICZ
The Finite Element Method in Engeneering science, McGraw-
Hill, New-York, 1st edition
1967, 3rd edition 1977
- [14] - S.K. GUHA, P.D. GOSAVI, J.G. PADALE
Probable risk estimation due to reservoir induced sismicity,
ICOLD, London 1981



[15] - Bolton SEED

Session 3: Discussion. international congress of large
dams, London, 1981.

[16] - H. M. WESTERGAARD

Water pressure on dams during Earthquakes. Transactions of
the A.S.C.E, 98, 1933.