وزارة الجامعات والبحث العلمي Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT Hydraulique

الدرسة الوطنية المتعددة التنبسات المستشررة مس BIRLIGINEQUE المستشررة المستقدم Revis Reviews Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

I'Hydraulique de la sedimentation des retenues: Une approche par modèle mathématique de la formation de deltas

Proposé par :
U" M. BERKANÍ

Etudié par : M^{ette} Kabha MACHANE M^e Kewfik MAH Di Dirigé par : U" M. BERKANI M" O . BELHAUJ

promotion juillet 1993

الجمهورية الجزائرية الحديمة راطية الشعبيسة REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة الجامعات والبحث العلمي Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT Jydraulique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيسات المكستبية — BIBLIOTHEQUE المكستبية كالمكافقة Ecolo Mationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

L'Hydraulique de la sedimentation des rélenues:
Une approche par modèle mathématique de la formation de dellas

Proposé par :

U" NE" BERKANI

Etudié par :

Halle Rabba MACHANE

M* Zenfik M4H0i

Dirigé par :

U.M. BERKANI

M'O. BELHAUJ

FROMOTION Fullet 1993

المدرمة الوطنية المتعددة التفنيات BISLIOTHEQUE - المكتبة Eccic Nationale Polytechnique

«... L'eau ainsi est le regard de la terre, son appareil à regarder le temps...»

Paul Claudel

DEDICACES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيسات المحكستيسة — DIDLIOTHEQUE المحكستيسة — Eccle Rationale Polytechnique

A ma mère et mon père, à qui je dois tout.

A tout ceux qui me sont chers.

Rabha.

A celle qui a su me consoler durant les moments les plus difficiles de ma vie estudiantine ma mère;

A celui qui ma guidé par ses précieux conseils: mon père;

A mes maîtres, lumières de mes pensées;

A mes frères et soeurs;

A Hakim, Michelle et Christina;

En mémoire de ceux qui mont accompagné dans les chemins les plus étroits et mont encouragé dans les moments les plus difficiles: LAVGY.

Tewfik.

Remerciements

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيبات المكتبة — BIBLIOTHEQUE المكتبة كالمكافقة المحافقة المحافقة المحافقة المعافقة المعافق

Nous exprimons notre sincère reconnaissance à Monsieur M.BERKANI Docteur-Ingénieur et Maître de Conférence à l'E.N.P; pour nous avoir inspiré le sujet de notre travail et nous avoir guidé et orienté dans notre présente étude avec compétence et bienveillance. Qu'il veille trouver ici l'expression de notre profonde gratitude.

Nous remercions vivement Monsieur O.BELHADJ, enseignant à l'E.N.P, pour l'intérêt qu'il a toujours manifesté vis à vis de notre étude, ainsi que pour les conseils qu'il nous a prodigué tout au long de ce travail.

Qu'il nous soit permis de remercier, chaleureusement, tous ceux qui ont contribués à notre formation.

Nous ne saurions oublier, l'ensemble du personnel de l'E.N.P pour la serviabilité et la compréhension qu'il nous a toujours manifesté.

Que tous ceux qui nous chers, parents, familles et amis(es) qui nous ont soutenus par leur présence, leur aimable aide et leurs précieux conseils, voient dans ce travail notre humble hommage à leur affection.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيسات المكستسبة -- BIBLIOTHEQUE المحكستسبة -- Ecolo Nationalo Polytechnique

L'HYDRAULIQUE DE LA SEDIMENTATION DES RETENUES:

UNE APPROCHE PAR MODELE MATHEMATIQUE DE LA FORMATION DE DELTAS.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيبات المكستبية — BIBLIOTHEQUE Ecole Mationale Polytechnique

الكوضوع: دراسة الترسبات داخل خزانات: تقارب "الكوضوع: دراسة الترسبات داخل خزانات: تقارب الكوضوع: دراسة الترسبات داخل خزانات التعمال نهوج رياضي لتكوّن أشكال دلتا

الملحسس، يعتبر هذا العبل تراكم للمعارف المتحصل عليها في ميدان نقبل الجزيئات العبلبة.

تعليل تفاعل آلت رسبات يمكننا من جعة ، تسوير مختيف الضواهر التي تؤدي إلى نقل تم

ترسب هذه المواد ، من جهة أخرى ، يهكننا هذا التحليل من تقييم ،

من جهد الحرى المهدار المحليس من تعييم التقريبي لهختلف إمكانيات التنبؤ للروافد السلبة ومعاولة التحكم في تضريفها

لهذا الهدف أنتجزنا نهويج رياضي بسيط يصور تكون أشكال دلتا داخل ناام وادى ـ خزان

المفاتيح:

نقل المولو الصلبة، زحن ، علق ، ترسب ، شكل دلتا ، نمويع رياضي .

المدرسة الوطنية المتعددة التلنيبات BIBLIOTHEQUE | المكتب Ecolo Nationale Polyteci. nique

<u>Subject</u>: The hydraulics of reservoir sedimentation: an approach by numerical modeling of delta formation

Abstract:

This study is a synthesis of previous works about the sediment transport phenomenon. An analysis of behaviour of sediment, we allow to discribe the different phenomena converging in carrying, removel and settling of these sediment.

Besides, some possibilities in predicting sediment yields and alluvial deposits in reservoirs are summarily exposed. For this aim a one dimensional mathematical model is employed to simulate the mechanics of reservoir sedimentation and the prediction of delta formation.

Keys-words:

Sediment transport - bed load - suspended load - sedimentation - delta - prediction - mathematical model.



<u>Sujet</u>: L'hydraulique de la sédimentation des retenues: une approche par modèle mathématique de la formation de deltas.

<u>Résumé:</u>

Ce travail est une synthèse des connaissances acquises dans le domaine du transport solide.

Une analyse du comportement des sédiments, nous permet de décrire les différents phénomènes qui concourent à l'entraînement, au transport et au dépât de ces matériaux. Par ailleurs, cette étude nous permet d'évaluer sommairement les possibilités de moyens de prévision des apports solides et de maîtrise de l'alluvionnement des retenues. A cette fin, un modèle mathématique simple a été mis au point pour la simulation de la formation de delta dans un système rivière-réservoir.

<u>Mots-clés:</u>

Transport solide - charriage - suspension - sédimentation delta - prévision - modèle mathématique.

Table des matières

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيبات المكتب BIBLIOTHEQUE المكتب Eccle Mationale Polytechnique

| Introduction0 |
|--|
| l ^{ère} partie- Synthèse bibliographique sur le transport des sédiments dans les cours d'eau- envasement des retenues0 |
| Chapites I Propriétés fordonnésias de 177 |
| Chapitre I Propriétés fondamentales de l'écoulement turbulent sur fonds mobiles |
| I.1. Fonds mobiles |
| I.2. Ecoulement turbulent |
| I.2.1. Généralités |
| I.2.2. Concept de couche limite |
| I.2.3. La turbulence de paroi: notion de |
| "bouffées turbulentes" |
| I.2.4. Conclusion |
| Chapitre II Transport et accumulation des matériaux |
| en charriage08 |
| II.1. Généralités |
| II.2. Modes de transport |
| II.3. Théorie et évaluation du charriage |
| II.3.1. Séparation du charriage de la suspension1(|
| II.3.2. Théorie du charriage |

| المدرسة الوطنية المتعددة التقنيسات | |
|------------------------------------|--|
| المكتبة — BIBLIOTHEQUE | |
| Esèle Lationale Pelytecheique | |

| | المڪتب تـــــــــــــــــــــــــــــــــــ |
|--|---|
| II.3.3. Evaluation du charriage | |
| II.3.3.1. Concept déterministe | |
| <pre>II.3.3.2. Concept stochastique</pre> | 12 |
| | • |
| II.4. Pavage du lit | 12 |
| II.4.1. Problème physique du triage des | matériaux12 |
| II.4.2. Effet du pavage sur la rugosité | 9 |
| II.4.3. Conclusion | |
| | |
| , | |
| Chapitre III Transport et accumulation des s | |
| suspension | |
| | |
| III.1. Généralités | 15 |
| III.2. Mécanisme du maintien des particules | s en suspension16 |
| III.2.1. Description du phénomène | |
| III.2.2. Paramètres influençant la form | nation de la |
| suspension | |
| III.2.3. Quelques aspects de la turbule | ence- Théorie |
| énergétique | |
| III.3. Théorie de la diffusion | 20 |
| III.4. Conclusion | 21 |
| Chapitre IV Alluvionnement des retenues par | les sédiments22 |
| IV.1. Description de l'envasement | 22 |
| IV.1.1. Introduction | 22 |
| IV.1.2. Apports solides aux retenues | 22 |
| IV.1.3. Mécanisme de la sédimentation d | dans les retenues23 |
| IV.1.4. Influence des différentes carac | téristiques de la |
| retenues eur l'envasement | |

| DI | المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات المكتبية سـ BLIOTHEQUE المكتبية من المحافظة المدادة المعاددة التقنيات |
|--|---|
| IV.2. Effet de l'alluvionnement des retenues. | |
| IV.3. Maîtrise de l'alluvionnement des retenues | |
| IV.3.1. Prévention | |
| IV.3.2. Dévasement | |
| • | |
| Chapitre V Prévision des apports solides | |
| V.1. Introduction | |
| | |
| V.2. Des chiffres | 32 |
| V.3. Différentes approches de prédiction de l'e | nvasement des |
| retenues | 34 |
| V.3.1. Méthodes empiriques | 34 |
| V.3.2. Application des équations de transpo | rt solide35 |
| V.3.3. Méthodes par modélisation | 37 |
| V.4. Conclusion | 39 |
| | |
| | |
| 2 ^{ème} partie - Une approche par modèle mathématiq | ue de la |
| formation de deltas dans les retenues | |
| | |
| Chapitre I Problème physique et mise en équation | 4 41 |
| I.1. Position du problème | 41 |
| I.2. Hypothèses de base | 42 |
| I.3. Equations générales des écoulements non pe | rmanents sur |
| fonds mobiles | |

| Chapitre II Modélisation mathématique d'écoulements solide- |
|---|
| المدرسة الوطنية المتعددة التعنيات المساحدة التعنيات المدرسة الوطنية المتعددة التعنيات المساحدة المساح |
| BIBLIOTHEQUE - |
| II.1. Les différentes méthodes numériques Ecolo.Matienale Pelytechnique |
| II.1.1. Méthode des caractéristiques47 |
| II.1.2. Méthode des éléments finis |
| II.1.3. Méthodes des différences finies |
| II.2. Les différentes catégories de modèles49 |
| II.2.1. Critères de distinction |
| II.2.2. Modèles développés antérieurement |
| |
| |
| Chapitre III Eléments de base des modèles à débit constant51 |
| III.1. Définition des modèles à débit constant |
| III.1.1. Justification de l'hypothèse de débit constant51 |
| III.1.2. Système des équations étudiées |
| III.1.3. Directions caractéristiques, conditions aux |
| limites53 |
| |
| III.2. Schéma de discrétisation des équations aux dérivées |
| partielles: schéma de PREISSMANN généralisé54 |
| |
| III.3. Procédure de résolution numérique |
| III.3.1. Système d'équations linéaires aux différences |
| finies56 |
| III.3.2. Résolution du système par la méthode du double |
| balayage57 |
| III.4. Organisation générale du programme de calcul58 |
| III.4.1. Formulation du transport solide et des pertes de |
| charge59 |
| III.4.2. Une relation de transport solide - une expression |
| de la dissipation de l'énergie de l'écoulement60 |
| III.4.2.1. Transport solide60 |
| III A 2 2 Pente de frottement |

| | • |
|---|-----------------------------------|
| III.4.3. Condition initiale - données variat | oles avec le |
| temps | 62 |
| III.4.3.1. Données variables avec le temp | 35 62 |
| III.4.3.2. Condition initiale, calcul de | la ligne |
| d'eau | |
| III.4.4. Organigramme général | الله من الوطنية المتعددة التقنيات |
| · · · · · · · · · · · · · · · · · · · | لكتبة — BLHOTHEQUE |
| | Ecole Liationalo Polytechniqu |
| Chapitre IV Utilisation du modèle | |
| | |
| IV.1. Mise en oeuvre sur un exemple simple | |
| IV.1.1. Schématisation d'une rivière de test | |
| IV.1.2. Simulation d'un barrage à l'aval | |
| IV.1.2.1. Résultats | |
| IV.1.2.2. Interprétation des résultats | |
| | |
| IV.2. Travail futur | |
| | |
| | _ |
| Conclusion | 81 |
| | |
| | |
| Références bibliographiques | 84 |
| · | |
| Annexes | 87 |
| | |
| -Annexe I: Analyse mathématique des équations, | directions |
| caractéristiques | .,,88 |
| | |
| -Annexe II: Discrétisation du système différent | tiel non |
| linéaire (III.1.2) | 91 |
| | |
| -Annexe III: Résolution d'un système linéaire p | oar la méthode |
| du double balayage | |

المدرسة الوطنية المتمددة التقنيسات المكتبة — BIBLIGTHEQUE المكتبة — Eoole Mationale Polytechnique

<u>Liste des figures</u>

| Fig. 1 TT 2 to the sender of the |
|--|
| Fig.1.II.2.1: Les modes de transport |
| Fig.1.II.4.1: Lit pavé |
| Fig.1.III.2.3: Mécanisme de la suspension |
| Fig.1.IV.1.3.1: Profil d'un delta typique en réservoir25 |
| Fig.1.IV.1.3.2: Extrémité amont du réservoir indiquant la |
| formation du courant de densité26 |
| Fig. 2. I. 2: Ecoulement unidimensionnel, définition des |
| variables43 |
| Fig.2.III.1.3: Directions caractéristiques et conditions aux |
| limites dans le cas d'un écoulement fluvial54 |
| Fig.2.III.2: Schéma généralisé aux différences finies de |
| Preissmann56 |
| Fig.2.IV.4.3.2: Définition des paramètres de calcul de |
| la courbe de remous |
| Fig.2.III.4.4: Organigramme général |
| Fig.2.IV.1.1: Section typique de la vallée de la rivière réelle |
| et profil adopté pour le modèle de la rivière |
| fictive70 |
| Fig.2.IV.1.2: Hydrogrammes des débits liquide et solide à |
| l'amont du modèle71 |
| Fig. 2. IV. 1.3: Simulation d'un barrage à l'aval: profil longitu- |
| dinal initial du fond et de la surface libre72 |
| Fig. 2. IV. 1.4: Simulation d'un barrage à l'aval: profil longitu- |
| dinal à 30 jours du fond et de la surface libre74 |
| Fig.2.IV.1.5: Simulation d'un barrage à l'aval: profil longitu- |
| dinal à 45 jours du fond et de la surface libre. 75 |
| Fig. 2.IV.1.6: Simulation d'un barrage à l'aval: profil longitu- |
| |
| dinal à 75 jours du fond et de la surface libre76 |
| Fig.2.IV.1.7: Simulation d'un barrage à l'aval: profil longitu- |
| dinaux successifs du fond et de la surface libre. 77 |

Principales notations

المدرسة الوطنية المتمددة التقنيبات المكتبية — CIBLIOTHEQUE المكتبية — Ecole Lationale Polytechnique

- A, A(x,t): section mouillee,
- C: célérité de propagation des ondes liquides,
- Cz: célérité de propagation des perturbations du lit,
- C, Cs: concentration moyenne des matériaux en suspension (en masse par unité de volume),
- F,F: nombre de Froude de l'écoulement (F=v/√ gh),
- 6: débit solide volumique sur toute la largeur du chenal,
- J: perte de charge régulière de l'écoulement,
- \overline{K} : énergie cinétique turbulente, \cdot
- N: nombre de points de calcul,
- Q, Q(x,t): débit liquide volumique,
- R: rayon hydraulique,
- S: pente de la ligne de charge,
- S_i : contribution dynamique due à l'apport-latéral de débit,
- Wa: vitesse de chute des particules,
- b: largeur du chenal (en m),
- d: diamètre caractéristique des grains constituant le fond (en mm),
 dC/dz: gradient de concentration,
- dS: élément de surface horizontale dans l'écoulement,
- ē: énergie turbulente,
- g: accélération de la pesanteur (g=9.81 m/s²),
- g,: apport latéral de transport solide,
- h: profondeur (en m).
- j: numéro du point de calcul; (j-1)ème point à l'abscisse $j\Delta x$,
- k: rugosité du lit,
- k': rugosité de peau,
- k'': rugosité de forme (k=k'+k'')
- l: longueur de mélange,
- n: numéro de l'instant de calcul; (n-1)ème instant au temps n∆t,
- p: porosité du lit,
- q,: apport ou prélèvement latéral de débit,
- s: densité des sédiments (5=2.65),
- t: temps,
- u', v', w': fluctuations de la vitesse selon les directions: x,y,z,
- ⟨α'ω'⟩: corrélation de deux composantes des fluctuations en un même point.

- v: vitesse moyenne de l'écoulement (en m/s),
- x: abscisse,
- y, y(x,t): cote de la surface libre (en m),
- z, z(x,t): cote du fond (en m),
- ε: coefficient de diffusivité des sédiments,
- ρ: masse volumique du liquide,
- $ho_{_{
 m S}}$: masse volumique des grains solides transportés ($ho_{_{
 m S}}$ =5 ho),
- Δx : pas d'espace,
- Δt: pas de temps,
- $\tau = \rho \ g \ R \ J$: contrainte moyenne de paroi,
- $\tau_{\rm cr}$: contrainte hydrodynamique critique,
- θ : paramètre numérique (0.5 $\le \theta \le 1$), coefficient de pondération temporal (schéma aux différences finies de Preissmann),
- ϕ : paramètre numérique (0.5 $\leq \phi \leq$ 1), coefficient de pondération spacial (schéma aux différences finies de Preissmann).

INTRODUCTION

«...Pour avoir une première idée des choses, il faut voir ces choses; pour avoir une idée sur un phénomène de la nature, il faut d'abord l'observer...»

Claude Bernard.

Laissées à leurs cours naturel, les rivières transportent progressivement jusqu'à la mer, des quantités importantes de sédiments arrachés aux versants par le ruissellement des eaux de pluie.

Pour bénéficier de l'eau des rivières et réduire la force destructive des crues, l'Homme a construit des aménagements hydrauliques comme les digues et les barrages. Ces interventions humaines peuvent altérer radicalement l'équilibre dynamique atteint par l'évolution naturelle des cours d'eau et modifier par conséquent leurs profils.

Cela est du à une perturbation du transit naturel des sédiments qui se trouvent piégés dans les eaux profondes et calmes des retenues. En effet, la vitesse, et par conséquent la capacité de transport des sédiments, diminue alors que la profondeur du réservoir augmente.

Ainsi, par suite à la construction d'un barrage, un cours d'eau alluvial répond au nouveau régime hydraulique, qui voit sa pente du fond, les dimensions des matériaux du lit et sa section géométrique changer. Une prévision de cet état futur s'avère indispensable. La modélisation de ce phénomène a une importance primordiale dans beaucoup d'études environnementales et d'ingénierie.

Le degré de complexité du problème est très élevé, puisqu'au mouvement du liquide s'ajoute le déplacement de matériaux solides tant sur le fond par charriage qu'au coeur de l'écoulement par suspension. De plus, les mesures du transport solide sont, du moins dans la nature, longues, délicates et nécessairement peu précises.

D'autre part, le modèle physique, particulièrement convenable pour les problèmes tridimensionnels, reste coûteux et ne permet pas d'étudier des épisodes de longues durées. C'est la raison pour laquelle, nous avons eu recours à la modélisation mathématique.

Le principal but à atteindre, avec la présente thèse, est d'abord une synthèse bibliographique sur le transport des sédiments dans les cours d'eau puis d'établir une approche par modèle mathématique numérique filaire pour la simulation de la formation de deltas due au dépôt de sédiments au moment où une rivière débouche dans un réservoir. modèle Ce est capable de prédire le transport de sédiments, les changements du fond et reproduire l'évolution de la ligne d'eau en conditions d'écoulement quasi-stationnaire.

PREMIERE PARTIE:

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE
SUR LE TRANSPORT DES
SEDIMENTS DANS LES COURS
D'EAU.
ENVASEMENT DES RETENUES.

CHAPITRE I

PROPRIETES FONDAMENTALES DE L'ECOULEMENT TURBULENT SUR FONDS MOBILES

I.1.FONDS MOBILES

Que ce soit dans les océans, les estuaires ou les rivières un courant apte à éroder et transporter des sédiments est toujours turbulent.

L'écoulement sur un fond mobile comprend deux phases: une phase liquide et une phase solide qui se déplace aux frontières et au sein de l'écoulement. L'énergie dissipée par l'écoulement n'étant pas, en général, indépendante du transport solide; il faut décrire tout d'abord les caractères essentiels de ce dernier. La connaissance des processus sédimentaires passe d'abord par une connaissance approfondie du milieu liquide dans lequel se produisent ces phénomènes. Ce n'est qu'en comprenant les mouvements d'ensemble qu'il est possible de cerner les véritables modalités de transport et de dépôt des sédiments.

La question essentielle posée par le transport de sédiments est pourquoi et comment un grain dans un écoulement est-il en mouvement?

Pour tenter d'y répondre, nous avons besoin d'une description adéquate de l'écoulement (paramètres de l'écoulement et de la paroi qui régissent le mouvement).

PARTIE I CHAPITRE I

Dans le cadre de ce mémoire, nous ne pouvons que rappeler quelques notions fondamentales de l'étude de cet écoulement si complexe.

I.2.ECOULEMENT TURBULENT:

I.2.1.GENERALITES:

Un écoulement est turbulent lorsque les caractéristiques: vitesse, pression et température peuvent être décrites par des fonctions aléatoires du temps et de l'espace pour lesquelles on peut définir des valeurs moyennes. Il peut être modélisé par un courant moyen horizontal permanent et des fluctuations de vitesse tridimensionnelles:u', v', w'.

La turbulence de l'écoulement est le moteur du transport solide. Sur le fond du lit, elle est responsable du départ particules qui se produit lorsque les fluctuations de la force tractrice dépassent un certain seuil. Ces particules peuvent être charriées sous l'action des fluctuations turbulentes lesquelles, sont dans ce cas particulièrement complexes à décrire puisqu'à proximité d'une paroi poreuse, rugueuse et irrégulière. Ces fluctuations turbulentes sont également responsables du maintien des matières en suspension quand elles sont comparables effets gravité. Ainsi, du fait de 1a turbulence, l'interaction locale liquide-solide a un caractère aléatoire.

I.2.2.CONCEPT DE COUCHE LIMITE:

On a cherché à manifester d'éventuelles organisations de l'écoulement turbulent; et ce fut d'abord la couche limite comme limitante du désordre des fluctuations.

Une couche limite est caractérisée par de forts gradients de vitesse, jouant un rôle dominant dans la création de la turbulence. La présence d'une paroi se fait sentir sur une certaine hauteur égale à l'épaisseur de cette couche et c'est justement près de la paroi que commence le transport solide. C'est cette zone qui conditionne la quantité et la nature des particules mises en suspension dans l'écoulement. C'est là, en fait, où la concentration des particules est la plus forte et les modifications turbulentes dues à la présence des particules solidessont également les plus importantes.

Sur le plan théorique, cette couche limite se décompose en plusieurs zones de prépondérance des différents termes en jeu (inertie -gradient de pression -frottement turbulent et frottement moléculaire). Ainsi dans la couche limite turbulente, la corrélation (u'w') est de première importance puisqu'elle intervient directement dans l'équation de quantité de mouvement pour former la contrainte apparente (Tension de REYNOLDS).

I.2.3.LA TURBULENCE DE PAROI: NOTION DE BOUFFEES TURBULENTES OU BURST

Des études récentes sur la couche limite turbulente (NIHOUL (1977), SUMER (1978)) ont montré que l'écoulement d'un fluide est loin d'être purement aléatoire: des bouffées turbulentes, qui s'exercent sur l'interface eau-sédiment, génèrent des fluctuations de vitesse, de pression et de cisaillement qui obéissent à un

cycle dans le temps et dans l'espace bien déterminé et cohérent. La découverte de cette organisation dans un écoulement a ouvert une nouvelle voie d'étude du transport solide. En effet, ces bouffées turbulentes jouent un rôle important dans le démarrage et le maintien des particules solides; puisqu'elles entrent dans la production de l'énergie turbulente à la paroi et son transfert dans le coeur de l'écoulement.

Des mesures en laboratoire (OFFEN-KLINE 1975 et CANTWELL 1981) ont montré que lors du passage d'un burst près de la paroi, la tension de frottement peut atteindre 60 à 100 fois sa valeur moyenne, ce qui peut provoquer l'éjection de particules relativement lourdes du fond.

I.2.4 CONCLUSION

La modélisation des échanges qui ont lieu à l'interface entre le lit sédimentaire et le courant nécessite de connaître la structure de la couche limite qui se développe verticalement laquelle nécessite une connaissance du phénomène des bursts qui font actuellement l'objet de nombreuses recherches expérimentales et théoriques.

Ainsi la complexité des actions hydrodynamiques turbulentes rend toute approche théorique des processus de transport solide encore incertaine.

CHAPITRE II

TRANSPORT ET ACCUMULATION DES MATERIAUX EN CHARRIAGE

II.1. GENERALITES

Un grain isolé, au repos, sur un lit de matériaux sans cohésion, subit l'action des forces suivantes:

- Les forces dues a l'écoulement (traînée et portance) du coté des forces déstabilisatrices.
- Poids et frottement, du coté des forces stabilisatrices ou capacité de résistance à l'entraînement.

Lorsque la vitesse du courant croit au-dessus du lit, il arrive un moment où quelques grains sont délogés par l'écoulement et se déplacent près du fond dans le sens du courant. Ceci, bien que difficile à préciser, définit le seuil de mise en mouvement.

Il s'agit en fait d'évaluer la contrainte hydrodynamique τ_{c} , s'exerçant sur le grain susceptible d'être charrié, à partir des paramètres moyens de l'écoulement liquide.

La contrainte sur les fonds de la rivière s'exprime par au=
ho g R J

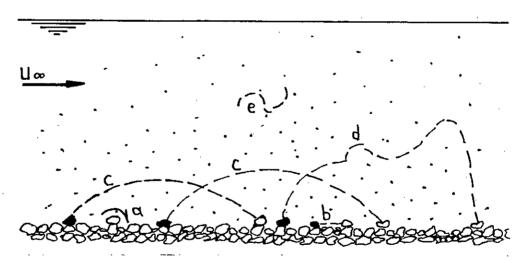
où J est la perte de charge régulière de l'écoulement et R représente le rayon hydraulique de la rivière

II.2.Modes de transport

Le charriage concerne les plus gros éléments du transport solide, qui contribuent à la formation et à l'équilibre du lit, principalement la pente.

Plusieurs modes de mouvement existent lors du charriage d'un sable et leur importance dépend en partie de la taille des grains et de la force tractrice. Les particules individualisées commencent à se déplacer le long du lit du cours d'eau en roulant, glissant ou éventuellement par saltation et aussi par suspension lorsque le débit solide est très important. La direction du mouvement est en gros parallèle au fond et les accélérations verticales sont faibles.

Lorsque le charriage est le mode de transport dominant et que le transport est assez intense, les particules se déplacent à l'intérieur d'une couche de faible épaisseur qui se distingue nettement du reste de l'écoulement.



a: roulement , b: glissement , c: saltationd: saltation prise par le fluide ambiant , e: suspension

Fig.1.II.2.1: Les modes de transport.

II.3. THEORIE ET EVALUATION DU CHARRIAGE

II.3.1.SEPARATION DU CHARRIAGE DE LA SUSPENSION

Une estimation précise de l'importance relative des phénomènes: saltation- roulement- suspension est difficile. En effet, ceux-ci ne sont pas découplés, ils coexistent fréquemment et la frontière de chacun n'est pas bien définie.

Hydrodynamiquement, le charriage est caractérisé par le fait que l'impulsion énergétique d'un grain est donnée par la collision avec les autres grains; tandis qu'en suspension, les grains sont maintenus au-dessus du fond par l'impulsion directe du liquide turbulent. La différence de mécanisme oblige à dissocier ces deux modes de transport au niveau de la modélisation numérique, ainsi d'ailleurs qu'au niveau de la mesure: le débit de charriage est mesuré par piégeage alors que la concentration en matière en suspension est obtenue par prélèvement d'eau.

La mise au point de méthodes pour l'évaluation du transport solide demeure l'objectif fondamental de la recherche en sédimentologie. Il faut admettre qu'actuellement, de telles méthodes n'existent qu'en théorie. En pratique, il existe un certain nombre de formules qui, toutes, apportent bien une réponse mais dont aucune n'est ni assez sure, ni ne précise l'ordre de grandeur de l'écart entre la réponse et la réalité. Ces formules constituent, par contre des guides intéressants pour l'ingénieur.

II.3.2. THEORIE DU CHARRIAGE

Un des aspects les plus importants et les plus complexes des études concernant le charriage consiste en la recherche des moyens de calcul du débit de charriage (très important pour l'aménageur) pour un sédiment donné soumis à un régime hydrodynamique particulier.

On dit que le charriage est un phénomène à seuil. La grandeur physique explicative de ce mode de transport est invariablement la contrainte de paroi. De nombreuses études ont été faites en laboratoire pour définir cette force critique de début de charriage. Compte tenu de l'extrême difficulté et du prix des études en vraie grandeur, on a alors considéré la théorie de similitude à fond mobile et des techniques d'essai sur modèles, dont on a tiré des lois, notamment les formules de charriage considérées comme applicables aux rivières.

II.3.3. EVALUATION DU CHARRIAGE

Le début du mouvement du lit, fréquemment appelé "condition critique" peut être expliqué selon une approche "déterministe" (type SHIELDS) ou "probabiliste" (type EINSTEIN). Ces deux approches existantes ne sont pas contradictoires mais se complètent.

II.3.3.1.CONCEPT DETERMINISTE DU TRANSPORT SOLIDE

C'est une approche basée sur les paramètres moyens de mise en mouvement. Le critère de début de mouvement est évalué en fonction de la contrainte de cisaillement qui s'exerce sur le fond.

De nombreuses recherches effectuées en laboratoire, ont permis de comprendre le lien entre la contrainte critique $\tau_{\rm cr}$ et l'arrachement puis l'entra Ω nement des grains: la mise en mouvement est donnée par la relation

d et ho sont respectivement le diamètre du grain et sa densité, représentée sous forme d'abaques (abaque de SHIELDS).

Ainsi les formules de DU BOYS, SHIELDS, MEYER PETER font dépendre le débit solide de la différence $(\tau - \tau_c)$ entre la contrainte de cisaillement au fond pour l'écoulement considéré et sa valeur critique; telle que si: $\tau < \tau_{cr}$ le mouvement du grain cesse et le transport solide est nul.

II.3.3.2. CONCEPT STOCHASTIQUE DU TRANSPORT SOLIDE

Comme il est difficile d'identifier tous les paramètres, les chercheurs ont fait appel à la notion du hasard d'où la conception de modèles dits "stochastiques" de déplacement des matériaux.

Cette approche est différente de l'approche déterministe, sachant que la notion de condition critique est remplacée par la probabilité de départ des particules. Les travaux les plus importants sont dus à EINSTEIN qui a justifié l'aspect aléatoire du début de transport par les fluctuations de vitesse dues à la turbulence qui engendre une certaine probabilité de mise en mouvement d'un grain.

II.4. PAVAGE DU FOND

II.4.1. PROBLEME PHYSIQUE DU TRIAGE DES MATERIAUX

Dans les chenaux où le matériau du fond se compose de particules de tailles très variées,il y a des mouvements différentiels selon la taille. L'évolution du fond présentera donc toujours un phénomène de tri des granulométries. Les grosses particules sont moins facilement emportées que les petites, ainsi la couche de surface devient plus grossière que le fond d'origine. Cette couche de surface du lit a un effet protecteur sur les couches sous-jacentes. On désigne ce phénomène par le terme de "pavage du lit" où, en cours d'érosion, les matériaux de grande dimension immobiles vont constituer une couche protectrice qui arrêtera prématurément l'érosion. Lorsque le pavage est terminé, le transport solide s'interrompt.



Fig.1.II.4.1: lit pavé

II.4.2. EFFET DU PAVAGE SUR LA RUGOSITE DU FOND

La rugosité du lit est caractérisée d'une part par la taille des grains (rugosité de peau: k') et d'autre part par la rugosité des formes du lit (rugosité de forme: k'') de sorte que l'on a: rugosité du lit k=k'+k''.

L'évaluation du coefficient de rugosité du lit est assez mal définie à cause des formes variables du fond avec les conditions d'écoulement. HARRISON (1950) a observé expérimentalement une augmentation de la rugosité du lit suite à l'apparition du pavage; par contre LITTLE et MEYER (1972) à travers des essais sur lits avec dunes et lits plats, n'ont mesuré aucune variation sensible de la rugosité. Par conséquent on ne peut affirmer de façon générale que la rugosité de peau va augmenter, celle-ci dépendant étroitement de la fraction granulométrique qui participera au pavage.

II.4.3. Conclusion

L'influence du pavage sur le coefficient de rugosité n'est pas évidente à prévoir et des résultats expérimentaux ont donné des variations de signes opposées.

Nous pensons qu'il ressort des études effectuées dans ce domaine, que chaque cas est un cas particulier (les quelques résultats obtenus sur canaux de laboratoire, restent limités); et qu'on ne peut, à priori, affirmer que le pavage soit responsable d'une diminution ou d'une augmentation de la rugosité du lit. Il s'agit en effet d'un phénomène complexe qui dépend aussi bien du débit et de la profondeur que de la forme du lit et de sa composition granulométrique.

CHAPITRE III

TRANSPORT ET ACCUMULATION DES SEDIMENTS EN SUSPENSION

III.1. GENERALITES

La suspension, c'est à dire le maintien d'une particule en mouvement à une certaine distance au-dessus du fond, est un phénomène dû uniquement à la turbulence de l'écoulement. Trois étapes composent ce mode de transport: la mise en suspension des particules, leur advection par le fluide et la déposition.

Le volume considérable de travaux concernant les phénomènes de suspension rend impossible un résumé, même sommaire, de toutes les particularités de la question.

L'étude de la suspension présente deux intérêts:

-Intérêt " fondamental ", sachant qu'elle contribue à une meilleure connaissance de la dynamique et de la sédimentation en retenue,

-Intérêt " pratique ", car elle pourra permettre de mieux connaître et peut être prévoir les phénomènes d'envasement qui se produisent dans les retenues.

En effet, dans la plupart des retenues. les vases sont déplacées en suspension alors que les sables en charriage.

III.2. MECANISME DU MAINTIEN DES PARTICULES EN SUSPENSION

III.2.1. DESCRIPTION DU PHENOMENE

Au fur et à mesure que la vitesse du courant s'accroît dans un cours d'eau, l'intensité de la turbulence et l'épaisseur de la couche turbulente s'accroissent également. On arrive finalement à un stade où les particules en saltation atteignent une hauteur au-dessus du fond où les forces ascensionnelles fluctuantes dûes à la turbulence dépassent le poids des particules. A partir de ce moment, les particules ne suivent plus une trajectoire bien définie: au lieu de cela, elles suivent des trajectoires aléatoires dans l'épaisseur du fluide et se maintiennent en suspension à une certaine distance au-dessus du fond.

III.2.2. PARAMETRES INFLUENÇANT LA FORMATION D'UNE SUSPENSION

De la littérature, nous pouvons extraire quatre principaux paramètres qui influencent la formation et les caractéristiques d'une suspension:

- -la turbulence,
 - -la vitesse moyenne de l'écoulement,
 - -le gradient de vitesse moyenne.
 - -les courants secondaires.

L'importance relative de chaque paramètre et son rôle dans le transport en suspension varient selon les conditions hydrauliques de l'écoulement, mais l'existence de fluctuations est indispensable pour expliquer le phénomène de maintien en suspension. Quant à la mise en mouvement, GRASS (1971), GYR (1983) et d'autres s'accordent à penser que les bouffées turbulentes en sont, en grande partie, responsables.

En effet, dans un écoulement laminaire à surface libre, la quantité de particules en suspension est nulle (GYR 1983).

La condition fondamentale de maintien des particules en suspension est par conséquent la production d'énergie turbulente dans le fluide. Les fluctuations transmettent cette énergie aux particules en empêchant ainsi leur mouvement vers le fond.

III.2.3. QUELQUES ASPECTS DE LA TURBULENCE-THEORIE ENERGETIQUE

Dans le cadre de ce mémoire, nous ne pouvons considérer tous les modèles de turbulence (ceux-ci sont résumés dans le tableau récapitulatif ci-après), mais seulement quelques aspects de la turbulence en particulier les analyses de la théorie énergétique qui relie l'énergie nécessaire au maintien des grains en suspension à l'énergie apportée par l'écoulement.

Considérons un écoulement homogène et isotrope transportant des particules solides en suspension dans lequel existe un gradient de concentration. Si les particules solides sont plus denses que l'eau, elles ont tendance à tomber à une vitesse moyenne proche de la vitesse de chute en eau calme. Il existe donc, (voir fig.1.III. 2.3), à travers une surface (ds) horizontale, un flux de gravité dirigé vers le bas, proportionnel à la concentration (C) et à la vitesse de chute (W_S) . De l'autre coté, les composantes verticales de turbulence ont pour effet de faire passer à travers (ds), une

certaine masse de particules, tantôt dans un sens tantôt dans l'autre ; la quantité de matériaux en suspension qui passe ainsi du bas vers le haut est supérieure à celle qui passe dans l'autre sens, la concentration étant plus élevée: $\mathcal{C}_2 > \mathcal{C}_1$.

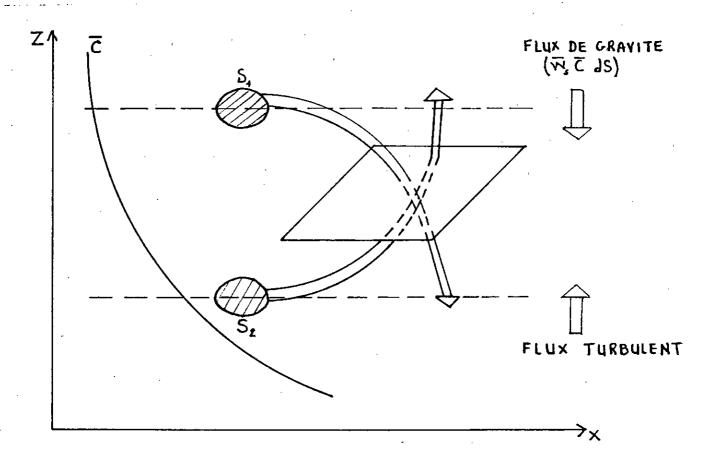


Fig.1.III.2.3: Mécanisme de la suspension.

| Revue des Principaux Modèles. | | | |
|--|--|--|--|
| Nb d'équations Nb complémen- d'incon- taires nues inter- médiaires | 0 | 1 | 2 |
| o , | .Boussinesq μ=Cte | .Nee et Kovasnay $(\mu_{	extbf{t}})$ | |
| 1.ECHELLE DE LONGUEUR | .PRANDTL $\mu_{\rm t} = \rho I_{\rm m}^2 \left \frac{\partial U}{\partial y} \right $.KARMAN $\mu_{\rm t} = \rho I^2 \left \frac{\partial U}{\partial y} \right $ avec: $I = \chi \left \frac{\partial U}{\partial y} \right \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$.TAYLOR $\mu_{\rm t} = \rho \frac{I^2 \omega}{\chi} \left \frac{\partial U}{\partial y} \right $ | .PRANDTL- KOLMOGOROFF (e),1 algébrique | |
| 1.ECHELLE DE LONG + 1.ECHELLE DE VITE SSE MOYENNE 2. ENERGIE TURBULEN TE e QUANTITE e ^m 1 ⁿ | PRANDTL- REICHARDT | | .KOLMOGOROFF (e) et√ e/l=f .CHOU,DAVIDOV HARLOW,NAKAYA— MA (e) et (ɛ) .ROTTA.SPALDI— NG (e) et (l) .RODI,SPALDING (e) et (el) .SPALDING (1969) (e) et (e/l²) |

Il en resulte un flux dirigé vers le haut proportionnel au gradient de la concentration dC/dz et à l'importance de la turbulence; cette dernière pouvant être caractériséepar le rapport entre les forces d'inertie et celle de viscosité.

Au cours de cette propagation au sein de l'écoulement, le niveau énergétique de la perturbation change. Son énergie cinétique se transforme en production de chaleur, en travail des forces de pression dynamique, en travail de déformation et en suspension des particules.

La présence de particules solides dans un écoulement turbulent a donc une grande influence sur la transformation et la répartition de l'énergie cinétique turbulente.

III.3. THEORIE DE LA DIFFUSION

La théorie de la diffusion compare le flux des matériaux dirigé vers le haut $(\varepsilon \ dC/dZ)$ à la tendance des matériaux à tomber $(C \ W_{_{\rm S}})$.

Cette théorie repose sur de nombreuses hypothèses simplificatrices sans lesquelles il est impossible d'estimer le coefficient de diffusion ε . Parmi ces hypothèses, citons:

- -caractère mono ou bidimensionnel et stationnaire de l'écoulement,
 - -les phases solide et liquide sont incompressibles,
- -les particules solides sont suffisamment petites pour qu'elles se comportent comme des molécules d'eau,

-la vitesse de chute des particules en suspension est prise égale à celle en eau calme et est considérée constante suivant la verticale,

-particules suffisamment fines et en nombre suffisant dans le volume considéré pour que la concentration soit assimilable à une variable continue.

III.4. CONCLUSION

Ces deux théories existantes (énergique et de diffusion) sont approximatives; elles offrent des solutions aux calculs de la distribution de la concentration mais encore avec un bon nombre de contraintes imposées.

théorie de diffusion avec toutes **5e**5 hypothèses simplificatrices, ne peut rendre compte exactement des phénomènes réels.En effet, admettre que les particules solides "suivent" mouvements des particules de l'eau, conduit à négliger l'influence des particules solides sur les caractéristiques de la liquide. Aussi, considérer la vitesse de chute des particules suspension constante suivant la verticale, sous entend que la structure turbulente doit @tre homogène verticalement, qui n'est pas le cas dans la couche limite.

Enfin, la vitesse de chute des particules en suspension est prise égale à celle en eau calme: dans quelle mesure peut-on admettre cette assimilation ?.

En résumé: la base physique de ce phénomène d'interaction entre liquide porteur et les particules solides en suspension n'est pas encore bien connue. En effet, la complexité des milieux turbulents et turbulents-diphasiques explique la diversité des théories et des modèles proposés.

CHAPITRE IV

ALLUVIONNEMENT DES RETENUES PAR LES SEDIMENTS

IV.1. DESCRIPTION DE L'ENVASEMENT

IV.1.1. INTRODUCTION

Tous les cours d'eau n'ont pas le même comportement en ce qui concerne le transport de sédiments: celui-ci dépend en particulier des matériaux disponibles (provenant de l'érosion des bassins versants et du lit), du régime hydrologique, de la pente du lit...

la teneur en sédiments s'accroît avec l'écoulement et en période de crue, il y a généralement de grandes quantités de matériaux mis en suspension.

IV.12. Apports solides aux retenues

les sédiments des cours d'eau sont transportés sous forme de charriage et en suspension.

A l'entrée d'une retenue, le transport de ces derniers diminue par suite de la chute brutale des vitesses du cours d'eau; les plus grossiers s'y déposent immédiatement, quant aux éléments fins, plus légers continuent leur trajet en suspension jusqu'à se déposer en eaux mortes où ils décantent lentement.

Cette décantation s'effectue là où en général les vitesses deviennent nulles, soit dans les sections mouillées les plus larges au pied amont du barrage. L'intensité de ces phénomènes varie beaucoup avec l'environnement général, géologie, degré d'altération des roches, le réseau hydrographique alimentant la retenue, l'hydrologie, le couvert végétal, le climat...

Aussi les caractéristiques des dépôts solides varient d'une retenue à l'autre. Les dépôts peuvent avoir un caractère permanent ou, dans certains cas, du fait de débits de crue élevés et un niveau bas de la retenue, ils peuvent progresser dans la retenue.

IV.1.3 MECANISME DE L'ENVASEMENT

La construction d'un barrage, modifie les conditions d'écoulement du débit solide, aussi bien pour le transport en charriage que pour le transport en suspension.

1.COMPORTEMENT DES SEDIMENTS GROSSIERS

Les eaux du cours d'eau arrivant dans les eaux claires de la retenue sont freinées dans la zone des remous en tête de la retenue (fig.1.IV.1.3.1).

Les matériaux grossiers s'y déposent en formant un delta qui s'érige à l'embouchure du réservoir, il présente une pente raide à sa limite aval; à l'amont il rehausse les lignes d'eau.Il progresse vers le barrage au fur et à mesure des apports.

2.COMPORTEMENT DES SEDIMENTS FINS

Ces matériaux sont transportés en suspension plus loin dans le réservoir pour se déposer au fond de la retenue en couches relativement planes. Le dépôt, a lieu, soit par décantation sur place soit après transport dans la retenue par les courants de densité.

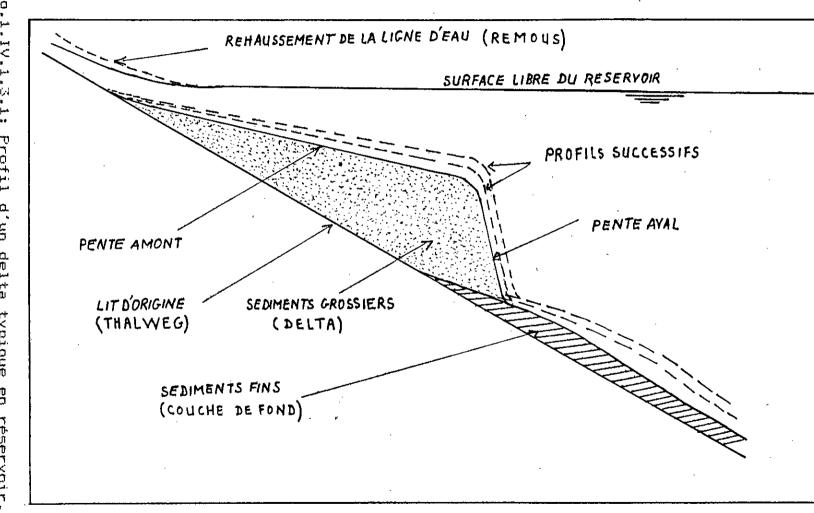
DUQUESNNOIS [11] distingue ces deux comportements fonction du régime de l'écoulement amont:

-S'il est torrentiel: les eaux chargées plongent au fond de la retenue et s'y écoulent sous la forme d'un courant de turbidité (fig.1.I.IV.1.3.2.), qui se présente comme un écoulement plus ou moins individualisé, de densité supérieure à celle des eaux claires qui l'entourent.

-5'il est fluvial (cas de la majorité des retenues algériennes):
il y a toujours une tendance à l'écoulement des eaux au pied du
front, avec un contre courant d'eau claire à la surface, dans ce
cas il ne se forme de courant de densité que pour des débits et
des concentrations suffisamment élevés. Si ces apports sont faibles
et en outre à des températures voisines à celles du lac, le front
est discontinu, sujet à des fluctuations. L'écoulement amont se
disperse alors plus ou moins dans la retenue.

Par la suite les sédiments peuvent se comporter de deux façons:

- * Si un courant de densité s'est formé: il peut, sous certaines conditions hydrauliques, s'écouler au fond de la retenue et transporter les vases jusqu'au pied du barrage. Elles s'y accumulent en l'absence de soutirage de fond, en formant un lac de vase qui peut être d'un volume très important.
- *Si le courant de densité ne s'est pas formé: les sédiments fins sont tributaires de la gravité, de la turbulence et des écoulements dans la retenue. La salinité des eaux lacustres de l'ordre de 0.5 g/l, suffit pour produire la floculation de ces particules très fines ce qui augmente leur vitesse de chute.



typique

Une fois déposées au fond, les vases forment généralement des coulées boueuses vers les parties les plus basses de la retenue. Lorsqu'elles sont stabilisées, et en l'absence de mouvements importants dans la retenue, ces dépôts se consolident en se débarrassant de leur eau interstitielle.

En résumé: les sédiments se déposent du fait d'une diminution de la vitesse de l'eau et de la variation des turbulences suivant la profondeur et la longueur de la retenue. Les sédiments se répartissent sur toute la profondeur de la retenue, les éléments les plus grossiers se déposent dans le delta et les particules les plus fines près du barrage. C'est cette répartition qui détermine la durée de vie prévue des différentes fonctions d'une retenue.

IV.1.4. Influence des differentes caracteristiques de la retenue sur l'envasement

En raison de la variété des types de retenues, il existe plusieurs facteurs qui modifient la présentation donnée par DUQUENNOIS, dont les principaux sont:

a) Taux de renouvellement de la retenue:

Le taux de renouvellement de la retenue (rapport: capacité du réservoir / apport liquide annuel) a une grande importance pour le mécanisme de l'envasement: il détermine le pourcentage des sédiments entrant dans la retenue et piégés " efficacité de piégeage ". G.BRUNE [4] a étudié cela sur 44 réservoirs Américains.

b) Topographie de la retenue:

La topographie de la retenue influence l'envasement en modifiant les conditions d'écoulement des courants. Effet peu

étudié et difficile à quantifier mais déterminant pour la localisation des dépôts, tels que:

-Une forme tortueuse de la retenue, pousse les sédiments vers l'amont.

-Un élargissement des vallées est le siège de dépôts et de disparition des courants de densité.

-Les méandres créent des zones d'eaux calmes qui favorisent les dépôts.

c) Mode d'exploitation du réservoir:

Un marnage important peut avoir deux effets:

-D'une part, la remise en mouvement de sédiments dans la partie découverte de la retenue, où la rivière va retrouver son lit d'origine et creuser son chenal parmi les sédiments précédemment déposés.

-D'autre part, dans la partie de la retenue restant immergée, la baisse des pressions interstitielles provoque des ruptures d'équilibre des sédiments déposés et leur déplacement vers l'aval.

Ainsi, l'exploitation de la retenue à niveau bas déplace l'alluvionnement vers l'aval. La distribution des dépôts dépend fortement de l'exploitation de la retenue et de la cadence d'arrivée des crues. Ceci explique que dans la pratique on n'observe pas un classement granulométrique régulier en fonction de la distance au barrage.

d) Présence d'affluents:

Des affluents se jetant dans le lac de retenue perturbent parfois le mécanisme classique d'envasement, notamment s'ils sont eux-même chargés en sédiments.

e) Présence de végétation:

La végétation existant en fond de retenue peut retenir une grande partie des sédiments.De plus elle accélère la consolidation des argiles par drainage naturel.Aussi elle empêche le maintien de tout courant de densité en raison de la rugosité ainsi créée.

IV.2. Effet de l'alluvionnement des retenues

Les principaux facteurs dont dépend l'alluvionnement des retenues, à savoir les apports solides, le temps de retention de ces apports, la densité des dépôts, le volume des sédiments déposés et la forme prévue de ces dépôts, réduisent la capacité de stockage disponible et affectent la durée de vie de la retenue. Ce qui pose un problème supplémentaire aux ingénieurs chargés des approvisionnements en eau, qui comptent sur la capacité des réservoirs pour la stocker pendant le cycle pluviométrique annuel.

Aussi ce problème a des effets appréciables sur la rentabilité des schémas d'aménagement proposés. En effet, des eaux très chargées en matériaux solides compromettent le bon fonctionnement des prises d'eau, des réseaux d'irrigation, des ouvrages hydro-électriques...

Ainsi, le phénomène d'envasement des retenues, est sans aucun doute, la conséquence la plus dramatique de l'érosion des bassins versants et c'est aussi la cause principale de la réduction de la capacité des réservoirs de notre pays, où l'eau, de part son insuffisance et sa mauvaise répartition, constitue un facteur limitant notre développement économique.

IV.3. MAITRISE DE L'ALLUVIONNEMENT DES RETENUES

Parmi les procédés de lutte contre l'alluvionnement des réservoirs, sont schématiquement préconisés deux aspects: prévention et dévasement.

IV.3.1. Prévention

La prévention de l'envasement peut prendre deux formes:

-Empêcher l'arrivée des sédiments dans la retenue. Cette solution relève du traitement du bassin versant et du lit majeur des cours d'eau:maîtrise de l'érosion. Il s'agit d'agir à la source même du débit, en diminuant l'action du ruissellement par le reboisement et la plantation de banquettes.

-Prendre des dispositions pour que les sédiments transitent dans la retenue sans y être piégés. Cela revient à agir sur les courants dans la retenue pour minimiser le dépât.

IV.3.2. DEVASEMENT

Le dévasement des retenues, rendu souvent nécessaire pour assurer le fonctionnement nominal d'un aménagement, est classiquement opéré de deux façons:

-Par moyens mécaniques: utilisés notamment lorsque les consignes d'exploitation interdisent toute perte d'eau et imposent par là l'emploi de la drague à siphon. Cependant le dragage des dépôts solides s'avère non économique. Ce type d'opération s'est limité aux petites retenues, pour lesquelles la capacité de stockage est primordiale ou à l'élimination de dépôts bien localisés dans la retenue.

PARTIE I CHAPITRE IV

-Par moyens naturels (chasses): procédures d'abaissement rapide du plan d'eau par ouverture à débits des vidanges de fond. Il y a ainsi augmentation des vitesses dans la retenue, remise en mouvement d'une partie des sédiments déposés au fond et enfin leur évacuation par les courants de chasse. Il est donc possible de chasser les sédiments accumulés dans les retenues si on peut créer une capacité de transport suffisante. Ceci implique, qu'on dispose d'un excédent d'eau suffisant pour cette opération d'évacuation et qu'on puisse créer des courants capables d'entraîner les sédiments déposés.

CHAPITRE V

PREVISION DES APPORTS SOLIDES

V.1. INTRODUCTION

Le transport solide est partout présent mais méconnu. Ses implications sont nombreuses. Le transport solide est responsable de phénomènes de très grande ampleur en milieu naturel et sur les interventions humaines que sont les constructions de tout aménagement hydraulique.

V.2. Des CHIFFRES [10]

Pour étayer ces assertions et fixer les ordres de grandeurs, citons quelques chiffres relatifs au transport solide associé aux activités bumaines:

-L'intensité du phénomène se manifeste essentiellement en période de crue. C'est ainsi que les fortes crues de Mars 1974 d'une durée de trois jours, ont drainé 30 millions de tonnes de sédiments dans la région Algéroise pour les bassins versants côtiers.

-La quantité moyenne annuelle du sol érodé en Algérie est environ de 180 millions de tonnes. Une quantité importante de ces sédiments est transportée progressivement à travers le réseau hydrographique jusqu'aux retenues. Ces matériaux sont piégés dans les eaux calmes de ces dernières qu'elles comblent avec le temps. A terme, cela pose de graves problèmes pour le maintien et la préservation du potentiel hydraulique mobilisé à un prix de revient élevé.

-La capacité des retenues algériennes est tombée durant la période de 1940 à 1980 de 1160 à 560 millions de m^3 . Par exemple, le barrage du GHRIB dont la capacité initiale était de 280 millions de m^3 en 1939 s'est retrouvée à 150 millions de m^3 en 1977 et seulement 120 millions de m^3 en 1980.

-Chaque année, l'infrastructure hydrotechnique Algérienne est amputée d'une capacité estimée à 20 millions de m³. Ce qui correspond à la capacité d'un barrage tel celui de FERGOUG (ouest Algérien).

En fait, la majorité des barrages Algériens ont une durée de vie de l'ordre d'une trentaine d'années. On note au passage que la durée de vie d'un barrage est la période durant laquelle sa capacité, est supérieur à 50%. de la capacité initiale.

Il est rare cependant, que l'on puisse admettre à l'issue d'une période aussi courte, l'abandon d'un aménagement hydraulique particulièrement lorsqu'il s'agit de réservoirs destinés à l'alimentation en eau potable ou à l'irrigation, dont les intérêts socio-économiques justifient une garantie de service illimitée.

Ainsi, une prévision de l'état futur des retenues s'avère indispensable

V.3. DIFFERENTES APPROCHES DE PREVISION DES APPORTS SOLIDES

Plusieurs méthodes sont utilisées pour prévoir les apports solides aux retenues. La plus part d'entre elles se fondent, soit directement, soit indirectement sur les résultats des mesures, par prélèvement d'échantillons ou sur les levés topographiques des retenues. Ces méthodes sont de trois types différents, parfois combinés:

- 1.Méthodes empiriques.
- 2.Application des équations du transport solide.
- 3.Méthodes par modélisation.

V.3.1. METHODES EMPIRIQUES

Une méthode très utilisée, fiable dans de nombreux cas, consiste à prévoir les apports de sédiments à partir de relations empiriques découlant de mesures directes, établies au sein du système rivière-réservoir.

On y procède:

-Soit, par la collecte des échantillons de débit solide en suspension et au fond nécessaires pour déterminer le transport solide total à une station de mesure.

-Soit, par des levés topographiques des retenues existantes, ceux qui par comparaison avec les levés initiaux, donnent le volume de sédiments accumulés.

Les résultats de ces mesures fournissent les éléments nécessaires au calcul d'une nouvelle courbe de remplissage de la retenue et au tracé du profil des dépôts de sédiments comme indiqué schématiquement sur la figure 1.v.3.1.1.

D'autre part, on peut estimer l'efficacité du piégeage des sédiments par la retenue à l'aide de méthodes empiriques.Les meilleures relations empiriques connues sur le taux de retention des réservoirs ont été établies par GUNNAR BRUNE (1953). La méthode de G. BRUNE adoptée pour la plus part des grandes retenues, repose sur un ensemble de courbes enveloppes reproduites en fig.1.v.3.1.2. Elle a été mise au point à partir de 44 levés topographiques de réservoirs Américains et elle fait intervenir le rapport entre la capacité de la retenue et les apports annuels moyens.

V.3.2. APPLICATION DES EQUATIONS DU TRANSPORT SOLIDE

Un certain nombre des équations de transport de fond peuvent être utilisées pour estimer approximativement le taux d'apports solides. Cette méthode ne s'applique que lorsque le débit de charriage du cours d'eau représente la partie la plus importante du débit solide total.

Les données de terrain sur l'hydraulique du chenal et les matériaux du lit sont des facteurs primordiaux pour la prévision à l'aide de formules de transport solide. Le type de données disponibles est très souvent déterminant pour choisir une équation convenable de calcul. Il est sage d'utiliser plusieurs formules et d'adopter la moyenne des résultats en écartant même certaines valeurs qui paraissent excessives.

Il est important de mentionner que les équations de transport solide fournissent la capacité potentielle de transport du cours d'eau ou compétence. Du fait de turbulences mal définies, de blocage ou de pavage des sédiments, le transport solide réel peut être inférieur au résultat théorique: l'ordre de grandeur de l'écart entre la réponse théorique et la réalité restant inconnu.

Beaucoup de chercheurs estiment que ces formules n'ont qu'un usage limité et quelqu'en soient leurs justifications physiques, elles restent imprécises.

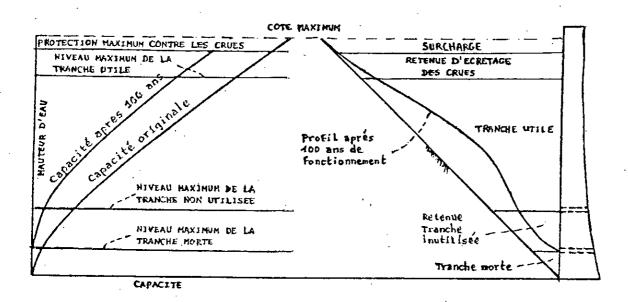


Fig.A-V-3-41Courbe de remplissage d'origine et après fonctionnement d'une retenue (Bureau of Reclamation, E.U.).

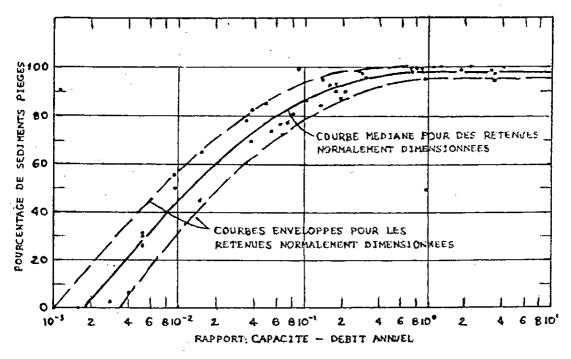


Fig.4-Y-3-4-28rune (1953). Efficacité du piégeage des sédiments. D'après Trap efficiency of reservoirs, par Brune (Transactions American Geophysical Union, Juin 1953).

V.3.3. METHODES PAR MODELISATION

La modélisation du transport solide a une importance primordiale dans beaucoup d'études environnementales et d'ingénierie.

La simulation de l'évolution du profil d'un système rivièreréservoir des points de vue physique et mathématique est une tache nécessaire, mais délicate. L'aspect principal auquel un modèle doit répondre est de représenter, avec le plus de précision possible, la physique des phénomènes intervenant dans l'écoulement diphasique.

Deux sortes de modèles peuvent être distingués: physique et mathématique. Ces deux types de modèles sont plus complémentaires que concurrents.

-Le modèle physique, qui en général est un modèle réduit, est des problèmes particulièrement convenable pour traiter tri-dimensionnels et pour calibrer des coefficients empiriques nécessaires dans les modèles mathématiques. Le modèle physique reste coûteux et ne permet la reproduction d'écoulements des tronçons de faible longueur pendant des périodes de relativement courtes. Par contre, si la distorsion est faible, est possible d'y reproduire des phénomènes réels même paraissent très complexes.

Cependant, la transposition des résultats à la nature passe par une étude quantitative qui nécessite le respect de règles de similitudes trés contraignantes qui peuvent limiter les possibilités d'études sur ces modèles.

-Grâce à la rapidité des calculs effectués sur les ordinateurs modernes, le modèle mathématique permet l'étude des écoulements pendant de longues périodes (plusieurs années) sur des chenaux de grandes longueurs (plusieurs dizaines de kilomètres). Les données définissant l'écoulement et le chenal (débit, géométrie) ainsi que les limites imposées aux extrémités du modèle peuvent être modifiées très facilement; il est donc possible de multiplier les essais sur un grand nombre de variantes du problème étudié.

Pour l'utilisation de modèles mathématiques dans le cadre de problèmes pratiques tel que l'alluvionnement des retenues, il faudrait se livrer tout d'abord à un important travail de collecte de données: topographies longitudinale et transversale du chenal, caractéristiques des matériaux transportés, hydrogrammes naturels...

Il convient également de vérifier les modèles par des mesures des apports solides, soit par prélèvements d'échantillons, soit par levés topographiques des retenues.

Un exemple de modélisation est le modèle hydrodynamique pour la localisation des courants de recirculation dans les retenues, qui apparaissent au moment de l'apport d'une crue et qui déterminent les zones de dépôts des sédiments. Ce phénomène a été étudié par expérimentation sur modèle réduit du barrage de BENI-AMRANE ; ainsi que par modélisation numérique en éléments finis (thèses de magistère de M^TREMINI et d'ingéniorat de M^TBERGHOUT).

De nombreux spécialistes en modélisation mathématiques mettent au point des modèles numériques plus complexes, plus complets et plus sophistiqués, basés sur le concept de la turbulence, faisant intervenir le coefficient de diffusion ε et la longueur de mélange I. Ces modèles sont effectués en tridimensionnel du type $(\overline{K}-I)$ ou $(\overline{K}-\varepsilon)$; leur mise au point est encore en cours.

Vu le grand nombre de données requises et le coût de tels modèles, cette méthode convient plus particulièrement aux problèmes d'apports solides les plus complexes.

V.4. CONCLUSION

Le choix de la méthode de prévision appropriée dépend du type de l'étude, des détails nécessaires, de la disponibilité des donnés, du coût de l'étude, de la fiabilité et de l'applicabilité de la méthode.

DEUXIEME PARTIE:

UNE APPROCHE PAR MODELE
MATHEMATIQUE DE LA
FORMATION DE DELTAS DANS
LES RETENUS.

CHAPITRE I

PROBLEME PHYSIQUE ET MISE EN EQUATION

I.1. Position DU PROBLEME

La construction d'un barrage sur un cours d'eau naturel, créant une retenue, peut conduire à des problèmes d'alluvionnement très complexes. Les matériaux transportés dans la retenue par réseau hydrographique amont, commencent par se déposer du fait la réduction des vitesses. Au fur et à mesure que les sédiments se déposent, la capacité de la retenue se réduit. L'accumulation continue des sédiments entraîne une modification distribution des dépôts. Les sédiments se repartissent sur la profondeur de la retenue, les éléments les plus grossiers forment un delta qui s'érige à l'embouchure du réservoir les particules les plus fines progressent lentement vers barrage. A mesure que le delta de la retenue s'agrandit, l'effet du remous s'intensifie et s'étend plus en amont.Pour analyser ces effets en amont, il est nécessaire de prévoir tout d'abord développement du delta lié au remplissage de la retenue.

Le principal but à atteindre avec la présente étude, est la simulation de l'évolution du fond due au dépât de sédiments au moment où une rivière débouche dans un réservoir. Pour cela, un modèle mathématique pour la prévision de la formation de deltas dans les retenues a été établi.

PARTIE II CHAPITRE 1

Il s'agit d'un modèle numérique uni-dimensionnel capable de prédire les changements de profils du fond et de reproduire l'évolution de la ligne d'eau en conditions d'écoulement quasi-stationnaire.

I.2. Hypotheses de base

Pour construire un modèle de simulation de l'évolution du fond avec une grande échelle du temps, il est nécessaire d'avoir à la fois une bonne formulation mathématique du processus physique et une bonne résolution numérique des équations.

Il n'est pas possible de formaliser complètement le comportement très complexe d'un cours d'eau se jetant dans une retenue; aussi faut-il poser des hypothèses pour définir — à partir de la nature — un modèle plus simple, qui lui peut être formalisé. Ces hypothèses concernent aussi bien la phase liquide que la phase solide.

Une première catégorie de simplifications correspond aux hypothèses classiques qui permettent de formaliser l'écoulement non permanent par les équations de BARRE DE SAINT VENANT:

-Le chenal est suffisamment rectiligne pour que l'écoulement soit considéré comme unidimensionnel dans la direction de l'axe des x: l'écoulement est filaire.

-Les vitesses u(x,t) sont uniformément réparties à travers toute la section de l'écoulement

-Les paramètres hydrauliques tels que la cote de la surface libre y(x,t), le débit liquide Q(x,t) et la section mouillée A(x,t) sont fonctions uniquement du temps t et de l'espace x le long de l'écoulement.

-La pente de la surface libre est faible.

-L'accélération verticale dans l'écoulement est négligeable ce qui entraîne une répartition hydrostatique de la pression sur une verticale.

-Les effets dus à la turbulence et aux frottements sur le fond et les berges sont assimilés à ceux rencontrés dans le cas d'un écoulement permanent et uniforme, et peuvent être représentés par une force globale de résistance à l'écoulement.

Une deuxième catégorie d'hypothèses se rapporte au mouvement des matériaux solides et à l'évolution du fond:

-Les effets tridimensionnels liés aux courants secondaires ne sont pas reproduits.

-Le phénomène de la séparation du transport par charriage et en suspension est trop complexe pour pouvoir être traité.

-Les alluvions qui constituent le lit sont homogènes: transport complet en granulométrie uniforme.

-Les masses volumiques de l'eau ho des sédiments $ho_{_{\mathbf{S}}}$ sont constantes.

-Les sections se déplacent verticalement par suite des dépôts.

-La forme d'une section mouillée est invariable: le dépôt est supposé uniforme sur toute la largeur.

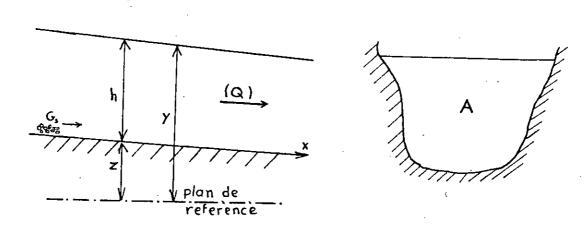


Fig.2.I.2: Ecoulement unidimensionnel, définition des variables

- I.3. Equations generales des ecoulements non permanent sur fonds mobiles.
 - I.3.1 Equation de continuité du liquide

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \neq \frac{\partial A}{\partial t} - q_1 = 0$$
 (I.3.1)

avec Q: débit liquide

A: section de l'écoulement

q: apport ou prélèvement latéral de débit

x: abscisse compté le long de l'écoulement

I.3.2. Equation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{d}{A} \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{d^2}{2A^2} + gy \right\} + gS + gS_1 = 0 \dots (I.3.2)$$

avec y: cote de la surface libre

S: pente de la ligne de charge

gS: contribution dynamique due aux apports ou prélèvements latéraux de débit.

I.3.3. Equation de continuité du matériau solide

$$(1-p)b\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ C_{S}A \right\} - g_{t} = 0 \qquad (I.3.3)$$

avec z: cote du fond

p: porosité du lit

G: débit volumique des matériaux solides

C: concentration moyenne des matériaux solides dans une section de l'écoulement

 g_i : apport latéral de transport solide

b: largeur du fond sur laquelle se font les dépôts ou érosion de matériaux solides Le terme: $\frac{\partial}{\partial t}$ (C_S A) représente le stockage des matériaux solides dans la phase transportée du fait de la variation de l'intensité de transport solide dans le temps.

I.3.4. Une formule de transport solide

$$G_{z} = G_{z}(\theta, y, z, S, \theta, ...)$$
(1.13.4)

qui permet le calcul du débit solide \mathcal{G}_5 en fonction des variables caractéristiques de l'écoulement et des matériaux transportés —comme le diamètre des grains: \mathcal{G}_5

I.3.5. Une expression de la dissipation de l'energie de l'ecoulement

Si les équations dynamiques et de continuité se déduisent de considérations physiques indiscutables dans le cadre d'un minimum d'hypothèses, il n'en est pas de même des expressions de la dissipation d'énergie et du transport solide qui sont des formulations empiriques.

I.4. Systeme d'equations fondamentales

Par la suite:

-Les apports latéraux solide ($g_{\rm l}$) et liquide ($g_{\rm l}$, $gS_{\rm l}$) seront supposés nuls.

Le terme $\frac{\partial}{\partial t}(\mathcal{E}_S A)$ ne sera pas pris en compte car: la variation de $\mathcal{E}_S A$ est essentiellement due à une variation de la profondeur (tirant d'eau) qui suit très rapidement les variations de débit (on supposera même en chapitre \prod que $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$) alors que l'évolution du fond est beaucoup plus lente. Ainsi le système d'équations qui représente l'écoulement s'écrit:

(I.4.)
$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (Q/A) + \frac{\partial}{\partial x} (Q^2/(2A^2) + gy) + gS = 0$$

$$(1-p) b \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Gs}{\partial x} = 0$$

$$G_S = G_S(Q, y, z, S, d, ...)$$

$$F(S, Q, y, z, d, ...) = 0$$

$$A = A(y, z, t) \quad \text{de definition de la section}$$

$$\text{mouillée}$$

Il s'agit donc d'un système de trois équations aux dérivées partielles, non linéaire, qui doit permettre le calcul des trois fonctions inconnues $\theta(x,t)$, y(x,t), z(x,t), où le temps t et l'espace x (une seule direction) sont les variables indépendantes.

CHAPITRE II

MODELISATION MATHEMATIQUE D'ECOULEMENT SOLIDE-LIQUIDE

Dans le cas général, le système (I.4) ne peut être résolu que par voie numérique.

II.1. LES DIFFERENTES METHODES NUMERIQUES

Trois types de méthodes numériques sont disponibles dans la littérature: caractéristiques, éléments finis, différences finies.

II.11 METHODE DES CARACTERISTIQUES

La méthode des caractéristiques est souvent utilisée pour résoudre les équations de BARRE DE SAINT VEN ANT dans le cas d'écoulements non permanents sur fond fixe. Cette méthode consiste à convertir le système original d'équations aux dérivées partielles en un système équivalent d'équations différentielles ordinaires. L'application de cette méthode à la modélisation de l'écoulement sur fonds mobiles est très complexe et nécessite beaucoup d'hypothèses restrictives (telle que écoul e ment permanent). De plus elle revient trop chère de point de vue ressources de programmation.

II.1.2. METHODES DES ELEMENTS FINIS

Ces méthodes sont particulièrement convenables pour traiter des problèmes pour lesquels un modèle bi ou tridimensionnel est recherché. Avec ces méthodes, il est relativement facile de s'adapter aux différentes formes complexes des limites.

Cependant, des instabilités numériques sont apparues dans les modèles développés pour les problèmes unidimensionnels sur fonds fixes.

Les applications des méthodes des éléments finis aux problèmes d'écoulement sur fonds mobiles sont à leur stade préliminaire.

II.1.3. METHODE DES DIFFERENCES FINIES

La méthode des différences finies a prouvé être la plus efficace pour résoudre le système d'équations gouvernant l'écoulement non permanent dans les cours d'eau naturels.

Dans cette méthode, les équations différentielles, qui décrivent l'évolution des fonctions continues représentant l'écoulement, sont remplacées par des équations algébriques de différences finies dans des points discrets du domaine de ces fonctions.

Sélon le schéma de discrétisation des équations aux dérivées partielles, on distingue les méthodes explicites des méthodes implicites:

-Les méthodes explicites de résolution des équations de base sont les plus simples, mais il faut satisfaire un critère de stabilité qui a pour effet de limiter la longueur du pas de temps. Ce qui les rend inutilisables pour l'étude de l'évolution à long terme des cours d'eau. PARTIE II CHAPITRE II

-Les méthodes implicites se sont développées essentiellement par le fait de la limitation du pas de temps Δt dans les méthodes explicites. Elles sont plus difficiles à formuler mais elles assurent la stabilité par leur nature quelque soit la valeur du pas de temps.

II.2. LES DIFFERENTES CATEGORIES DE MODELES

II.2.1. CRITERES DE DISTINCTION

Les distinctions à faire entre les modèles se situent:

-Au niveau du système d'équations à résoudre obtenu après simplification d'une ou plusieurs des équations du système général (1.4);

-Par la formulation choisie pour évaluer l'intensité du transport des matériaux solides;

-Par l'expression de la dissipation due aux frottements;

-Par le schéma de discrétisation des équations aux dérivées partielles.

II.2.2. Modeles developpes anterieurement

La plus part des modèles numériques, utilisant les différences finies, développés jusqu'à nos jours pour les écoulements sur fonds mobiles sont uni-dimensionnels.

Beaucoup de ces modèles ignorent l'interaction forte entre les phases solide et liquide. Ils résolvent d'une manière découplée les équations hydrauliques et l'équation de sédiments. Durant un pas de temps, les équations de la phase liquide sont résolues, le fond étant donné, puis les paramètres hydrauliques ainsi déterminés servent pour le calcul de l'évolution du fond et de la phase solide.

Cette approche dite " découplée " consiste en fait en un couplage explicite des deux phases. Il y a bien couplage numérique entre les deux phases mais les termes de couplage sont traités explicitement, c'est à dire donnés de l'étape précédente.

En revanche, l'approche " couplée " consiste en une discrétisation implicite du système complet d'équations ne distinguant en aucune façon les équations de l'une ou l'autre phase.

En fait, toute évolution des paramètres hydrauliques ,débit ou hauteur d'eau, modifie la contrainte que l'écoulement exerce sur le fond d'un cours d'eau, entraînant des évolutions des formes du lit. Inversement ces évolutions affectent la perte d'énergie d'une façon notable et réagissent sur la ligne d'eau: il y a donc un fort couplage des phases solide et liquide, et tous les modèles devront rendre compte de cette interaction.

PERDREAU et CUNGE (1971) ont développé un modèle résolvant le système complet (I.4) où le transport solide est calculé par la formule de MEYER-PETER et la dissipation par la formule de MANNING. CHOLLET (1977) a développé un modèle à débit constant. Le modèle proposé dans le cadre de notre étude appartient à cette catégorie.

CHAPITRE III

ELEMENTS DE BASE DES MODELES A DEBIT CONSTANT

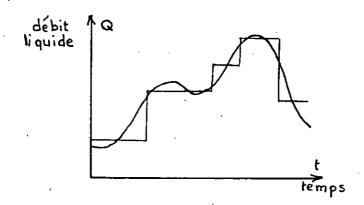
III.1. DEFINITION DES MODELES A DEBIT CONSTANT

III.11 JUSTIFICATION DE L'HYPOTHESE DE DEBIT CONSTANT

Le débit liquide Q est supposé garder une valeur constante le long du chenal considéré, c'est à dire: $\partial Q/\partial x = 0$. Cette hypothèse est justifiée par le fait que les perturbations du débit liquide – et de la profondeur – se propagent beaucoup plus vite que les perturbations du transport solide – et du fond . En effet, la célérité de propagation des ondes de débit liquide est beaucoup plus élevée que celle du débit solide.

Le débit liquide est supposé invariable dans le temps, c'est à dire $\partial \theta/\partial t=0$. En pratique, le débit peut subir des variations selon une succession de valeurs constantes.

Cette hypothèse de débit constant ($\partial \Omega/\partial x = 0$ et $\partial \Omega/\partial t = 0$) se justifie dans un grand nombre de problèmes pratiques où les variations de débit dans le temps ne sont pas trop rapides.



III.1.2. Systeme des equations etudiees

- .Equation de continuité du liquide: Du fait de $\partial G/\partial x=0$, elle se réduit à $\partial A/\partial t=0$.
- .Equation de conservation de quantité d'énergie: Du fait de $\partial G/\partial t=0$ et $\partial A/\partial t=0$, elle se ramène à l'équation de la surface libre d'un écoulement graduellement varié permanent.
 - .L'équation de continuité du matériau solide reste inchangée.

Le système obtenu dans le cadre de l'hypothèse du débit constant s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{g^2}{2 A^2} + gy \right\} + gS = 0 \qquad \text{equation de la}$$

$$(1-p) \ b \ \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G_5}{\partial x} = 0 \qquad \text{equation de l'évolution}$$

$$G_g = G_g(G, y, z, S, G, ...) = 0$$

$$F(S, G, y, z...) = 0$$

Dans ce système les fonctions inconnues sont: y(x,t) et z(x,t).

III.13 DIRECTIONS CARACTÉRISTIQUES, CONDITIONS AUX LIMITES

Le système (III.1) des deux équations aux dérivées partielles est de type hyperbolique car il existe deux directions caractéristiques réelles et distinctes.

.Une direction C telle que $C_1=(dx/dt)=\infty$ de valeur infinie, qui exprime que la célérité de propagation des ondes liquides est infinie, conformément à l'hypothèse énoncée qui a permis d'écrire $(\partial \mathcal{Q}/\partial x)=0$.

.Une deuxième direction C_2 de valeur finie qui correspond à la célérité de propagation des perturbations du lit:

$$C_{2} = \frac{v\frac{\partial G_{S}}{\partial v} - h}{h(1 - F^{2})} \frac{\partial G_{S}}{\partial h}$$

où: $v = \frac{Q}{A}$: vitesse moyenne de l'écoulement.

h=y−z: profondeur.

 $F = \frac{v}{\sqrt{ah}}$: nombre de froude de l'écoulement.

 ${\bf C}_2$ est donc bien plus faible que ${\bf C}_1$, du moins tant que le nombre de froude diffère nettement de 1 (voir annexe 1).

Tout point du domaine considéré dans le plan (x,t) est un point d'intersection de deux courbes caractéristiques: une direction C_1 parallèle à l'axe des abscisses x et la direction C_2 (fig.2.III.1.3.).

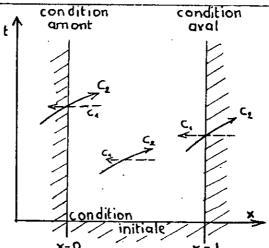


Fig.2.III.1.3: Directions caractéristiques et conditions aux limites dans le cas d'un écoulement fluvial.

Dans le cas d'un écoulement fluvial $(v^2 \leqslant gh)$, pour que le problème soit bien posé du point de vue mathématique, il faut donner:

-à l'instant initial, en tout point d'abscisse x les valeurs des fonctions: cote de la surface libre y(x,0) et cote du fond z(x,0)

-à la limite amont (x=0) une condition: CLAM(y,z,t)=0

-à la limite aval (x=L) une condition: CLAV(y,z,t)=0; où CLAM et CLAV sont deux fonctions d'expressions connues.

III.2. SCHEMA DE DISCRETISATION DES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES

Selon le schéma généralisé aux différences finies, linéaire et implicite de Preissmann, une fonction continue f(x,t)et ses dérivées $\partial f/\partial x$ et $\partial f/\partial t$ sont approximées par un modèle à quatre points comme suit:

(III.2)
$$f(x,t) \cong \theta \left[\phi \ f_{j+1}^{n+1} + (1-\phi) f_{j}^{n+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi \ f_{j+1}^{n} + (1-\phi) f_{j}^{n} \right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong \frac{1}{\Delta x} \left[\theta \left(f_{j+1}^{n+1} - f_{j}^{n+1} \right) + (1-\theta) \left(f_{j+1}^{n} - f_{j}^{n} \right) \right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \cong \frac{1}{\Delta t} \left[\phi \left(f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^{n} \right) + (1-\phi) \left(f_{j}^{n+1} + f_{j}^{n} \right) \right]$$

L'incrément de la variable f, au point j, entre les instants n et (n+1), est noté: $\Delta f = f_j^{n+1} - f_j^n$ où: $-f_i^n$ est la valeur de f au point $(x,t) = (j\Delta x, n\Delta t)$.

-f est une variable dépendante quelconque telle que: la cote du fond z, la cote de la surface libre y, la pente S, le transport $G_{_{\mathbf{S}}}\dots$

-Δt et Δx étant les pas de temps et d'espace respectivement.

- heta et ϕ sont des coefficients de pondération pour le temps et l'espace respectivement, qui prennent des valeurs de 0 à 1.

Le schéma classique de Preissmann est centré dans l'espace $(\phi=0.5)$. Les modèles à fond fixes sont inconditionnellement stables pour $\theta\geq 0.5$. Pour les modèles à fond mobile, il est souvent nécessaire d'augmenter la valeur du facteur de pondération d'espace $(\phi>0.5)$ pour éviter les oscillations parasites.

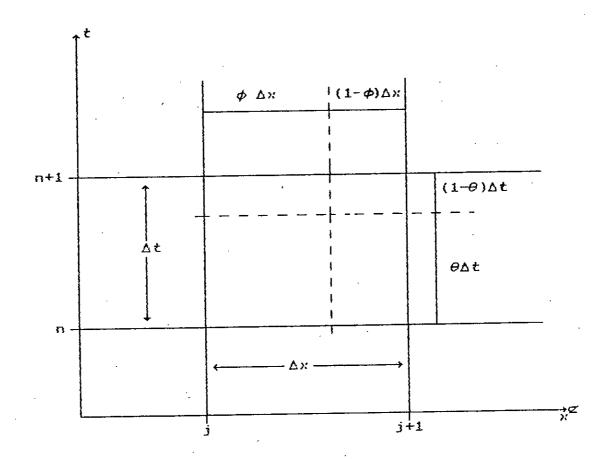


Fig.III.2: Schéma généralisé aux différences finies de Preissmann.

III.3. PROCEDURE DE RESOLUTION NUMERIQUE

III.3.1. Systeme d'equations lineaires aux differences finies

Après avoir reporter les approximations qui viennent d'être définies en (III.2.) dans les équations d'écoulement et de l'évolution du fond du système (III.1), on opère une linéarisation des termes des équations en négligeant les termes du second ordre et d'ordre supérieur, ce qui suppose que les incréments Δf de la

fonction continue f sont assez faibles tels que $\Delta f/f$ est inférieur Δ 1 (voir annexe II). On obtient ainsi un système d'équations algébriques linéaires qui lie les seuls incréments Δy de cote de surface libre et Δz de cote de fond.

Deux relations linéaires sont associées à chaque couple de points consécutifs du réseau (j,j+1):

(III.3.1)
$$\begin{vmatrix} A_1 \Delta y_i + B_1 \Delta z_j + C_1 \Delta y_{j+1} + D_1 \Delta z_{j+1} + H_1 = 0 \\ A_2 \Delta y_j + B_2 \Delta z_j + C_2 \Delta y_{j+1} + D_2 \Delta z_{j+1} + H_2 = 0 \end{vmatrix}$$

constituant ainsi des relations dites "d'impédance" dans lesquelles les incréments Δy_j , Δz_j , Δy_{j+1} , Δz_{j+1} sont quatre inconnues à calculer et les termes $A_1, B_1, C_1, D_1, H_1, A_2, B_2, C_2, D_2, H_2$ sont fonctions des valeurs des variables connues au temps $n\Delta t$.

Sur un tronçon filaire de rivière décrit par N points où il convient de déterminer à chaque pas de temps, cotes de surface et de fond, soit 2N inconnues, les équations du système algébrique (III.3.1.) établissent des relations entre deux points consécutifs, d'où 2(N-1) équations en Δy_j et Δz_j , le long du tronçon. Celles-ci complétées par les deux conditions limites en amont et en aval permettent de calculer les 2N valeurs inconnues au temps $(n+1)\Delta t$.

III-3-2-Resolution du système par la methode du "double balayage":

La résolution du système algébrique résultant de la discrétisation et de la linéarisation des équations, consacre la plus grosse part de tout le processus numérique.

La méthode du double balayage est utilisée.Cette procédure est efficace, elle permet un gain en temps de programmation appré-

ciable. Elle nécessite un nombre d'opérations arithmétiques proportionnel au nombre de points de calcul N, alors qu'une résolution du système par inversion matricielle utiliserait un nombre d'opérations proportionnel à N³. Cette méthode est numériquement stable quelque soit le pas de temps Δt à condition cependant que le coefficient de pondération pour le temps θ , soit supérieur ou égal à 1/2.

Signalons enfin que cette méthode relie entre eux des points directement voisins, ce qui permet de faire varier le tout le long d'un tronçon, et donc de calculer cotes de surface et de fond en chacun des profils en travers effectivement introduits dans le modèle.

La méthode du double balayage rappelée en Annexe III peut se résumer en l'exécution:

-d'un premier balayage de l'amont vers l'aval pour calculer en chacun des points j (j=1,2,...,N) les coefficients E_j et F_j , E_j et M tels que

 $\begin{cases} \Delta z_{j} = E_{j} \Delta y_{j} + F_{j} \\ \Delta y_{j} = L_{j} \Delta y_{j+1} + M_{j} \end{cases}$

ce qui suppose que l'on connaisse les inconnues au point amont (CLAM).

-d'un deuxième balayage de l'aval vers l'amont pour calculer en chacun des points j (j=N,N-1,...,1), les Δy_j et Δz_j et donc les nouvelles valeurs des cotes de surface libre y et de fond z_j ceci nécessite une condition limite aval (CLAV).

PARTIE II CHAPITRE III

III.4. ORGANISATION GENERALE DU PROGRAMME DE CALCUL

III.4.1. FORMULATION DU TRANSPORT SOLIDE ET DES PERTES DE CHARGE

Les incléments des variables, transport solide G_8 , et pente de la ligne de charge S doivent être exprimés en fonction des incréments de la cote de la surface libre Δy et de la cote du fond Δz , pour parvenir au système linéaire (III.3.1.) précédemment écrit.

L'intensité du transport des matériaux solides à travers une section est définie par la relation: $G_S = G_S(B, y, z, S, d...)$; les variables dont les valeurs déterminent G_S ne sont pas indépendantes; pour un débit liquide et un matériau solide donnés, le débit solide G_S peut être exprimé en fonction de la profondeur h et la pente de la ligne de charge S_S . La variation d'intensité du transport solide, au point j, entre les instants n et n+1, peut être approchée par:

$$\Delta G_{S} = \left[\frac{\partial G_{S}}{\partial S} \right]_{j}^{n} \Delta S_{j} + \left[\frac{\partial G_{S}}{\partial h} \right]_{j}^{n} \Delta h_{j}$$

où les dérivées $(\partial G_S/\partial S)_j^n$ et $(\partial G_S/\partial h)_j^n$ sont calculées à l'instant n.

La perte de charge par unité de longueur du chenal S est définie par une relation F(S, B, y, z, d...)=0. Aprés linéarisation des relations, l'incrément $\Delta S_j = S_j^{n+1} - S_j^n$ est mis sous la forme:

$$\Delta S_{\mathbf{j}} = \ \mathbf{U}_{\mathbf{i} \ \mathbf{j}}^{\mathbf{n}} \ - \ \mathbf{U}_{\mathbf{2} \ \mathbf{j}}^{\mathbf{n}} \ \Delta h$$

où U_{1j}^n et U_{2j}^n sont calculés au point j, à l'instant n, et l'incrément de profondeur est égal à: $\Delta h_i = \Delta y_j - \Delta z_j$.

Les valeurs de U et U peuvent être obtenues en écrivant la loi définissant la dissipation d'énergie F(S, G, y, z, d...)=0 à l'instant $(n+1)\Delta t$ c'est à dire pour $S+\Delta S$ et $h+\Delta h$.

III.4.2. Une relation de transport solide- une expression de la dissipation de l'energie de l'ecoulement

Les relations de dissipation de l'énergie de l'écoulement et l'intensité du transport solide doivent être explicitées.Les seules formulations connues ont été établies en écoulements uniformes sur des fonds en équilibre.Pour construire un modèle d'écoulement, il faudra se résoudre à utiliser les seules méthodes à notre disposition, à savoir ces formulations définies en écoulements uniformes.

III.4.2.1 TRANSPORT SOLIDE

La crédibilite d'un modèle mathématique dépend strictement de la précision des équations semi-empiriques utilisées pour évaluer le transport de sédiment. En effet l'évaluation des apports solides est probablement la source majeure des erreurs qui peuvent affecter les prévisions du modèle. La difficulté essentielle pour l'ingénieur sera donc la sélection d'un petit nombre de formules permettant des recoupements intéressants et couvrant le domaine le plus vaste possible. Toute sélection est subjective et nous ne prétendons pas y échapper dans cette étude.

Dans le modèle présenté, l'intensité du transport solide est évaluée par l'équation d'Engelund (1967). La formulation de ce dernier est beaucoup plus simple puisque le charriage n'est pas distingué de la suspension et la granulométrie du fond n'est pas décomposée en plusieurs fractions.

PARTIE II CHAPITRE III

Pour un canal rectangulaire de largeur b, on a:

$$G_{S} = \frac{G^{2}}{20 \ b \ \sqrt{g} \ d \ (s-1)^{2}} \ h^{-1/2} \ S^{3/2}$$

$$\begin{cases} -G_{S}: \ d\'{e}bit \ solide \ total \ en \ volume \\ -d: \ diam\`{e}tre \ moyen \ des \ mat\'{e}riaux \\ solides \\ -s: \ densit\'{e} \ des \ s\'{e}diments \\ -S: \ pente \ de \ frottement \end{cases}$$

III.4.2.2. PENTE DE FROTTEMENT

La loi de dissipation de l'énergie de l'écoulement dans une rivière alluvionnaire est très complexe. Il n'existe pas encore de formules universellement acceptées pour l'exprimer. Elle devrait s'exprimer en fonction des paramètres de l'écoulement et des caractéristiques des sédiments et du lit: F(S, G, h, g...)=0.

Le modèle envisagé doit supposer un ajustement instantané entre les formes du lit (et le transport solide) et l'écoulement; dans un cours d'eau alimentant une retenue: à l'amont le lit peut être plat, dans la retenue se forment des dunes, vers l'aval le transport solide est nul.

Ainsi la loi de dissipation d'énergie due aux frottements du liquide sur ses frontières doit couvrir une gamme de régimes d'écoulement suffisamment large.

Dans le modèle présenté, la résistance variable du fond est évaluée par la méthode d'Engelund.

La formulation d'Engelund a mis en évidence des lois de pertes de charge distinctes pour représenter cinq régimes d'écoulement:

-régime 0: domaine des dunes;

-régime 1: lit plat du régime supérieur;

. -régime 2: zone de transition supérieure;

-régime 3: zone de transition inférieure;

-régime 4: transport nul et lit plat;

pour lesquels la relation de dissipation d'énergie F(S,Q,h,d,...)=0 est explicite en S de la forme:

$$S=V. h^{-(1+q)/r} ; avec: V = \left(\frac{Q}{p \ b \ \sqrt{q} \ d}\right)^{1/r} d^{-q/r}$$

où q, r et p sont des paramètres qui prennent valeurs selon le régime d'écoulement:

| régime | q | + | þ | forme du fond |
|--------|--------|--------|-------|---------------------------|
| 0 | 1.2500 | 1.1250 | 3.476 | dunes |
| 1 | 0.6250 | 0.5000 | 8.427 | lit plat régime supérieur |
| 2 | 3.5450 | 3.4200 | 1.560 | transition supérieure |
| 3 | 0.1825 | 0.0575 | 3.029 | transition inférieure |
| 4 | 0.6250 | 0.5000 | 8.427 | lit plat transport nul |

III.4.3. CONDITION INITIALE, DONNEES VARIABLES AVEC LE TEMPS

III.4.3.1 Données variables avec le temps

Les valeurs de certaines grandeurs données évoluent dans le temps.

-Données relatives aux conditions limites: cote de la surface libre à l'extrémité aval (CLAV), débit de matériau solide à l'extrémité amont (CLAM)...

-Débit liquide et valeurs des pas de temps: dans le cadre des hypothèses énoncées, les variations du débit liquide & sont représentées par une succession de paliers de valeurs constantes. Lorsque la valeur du débit est modifiée, les conditions de

linéarisation qui supposent une variation assez faible des valeurs des différentes variables risquent de ne plus être respectées; il convient alors d'associer au changement de valeur du débit une réduction temporaire de la durée du pas de temps.

Lorsque le débit subit une variation brutale, on recalcule la ligne d'eau correspondant au nouveau débit, en supposant que le fond qui réagit beaucoup plus lentement aux variations de l'écoulement, n'a pas changé.

III.4.3.2. CONDITION INITIALE, CALCUL DE LA LIGNE D'EAU

Pour définir la condition initiale, le profil du fond doit être donné et la ligne d'eau est calculée ensuite en écoulement graduellement varié.Il s'agit du calcul d'une courbe de remous dans un chenal dont le fond présente une rugosité variable.

La surface libre est alors définie par:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + S = 0 & \text{avec } v = \frac{Q}{b \cdot h} \end{vmatrix}$$

$$F(S, v, h, d, \dots) = 0$$

Pour un écoulement fluvial, seul cas considéré ici, la courbe de remous se calcule de l'aval vers l'amont.

L'équation de la surface libre peut être approchée entre les sections j et j+1 par la relation:

(a)
$$h_j + z_j + \frac{y^2}{2g} = h_{j+1} + z_{j+1} + \frac{y^2}{2g} + \frac{\Delta x}{2} (S_j + S_{j+1})$$

avec h_j profondeur, z_j cote du fond, v vitesse moyenne et S_j pente de la ligne de charge en la section j; $h_{j+1}, z_{j+1}, v_{j+1}$ et S_{j+1} définies de la même façon en la section j+1.

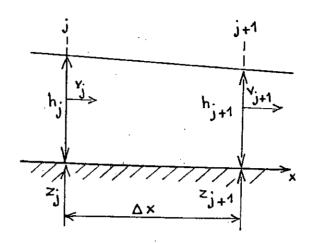


Fig.2.III.4.3.2: Définition des paramètres de calcul de la courbe de remous.

Les positions du fond: z_j et z_{j+1} sont connues. En écoulement fluvial: h_{j+1} , v_{j+1} , v_{j+1} sont connues soit par le calcul soit par la condition aval; h_j , v_j , h_j

$$S=\mathbb{E}_{1}(h+\frac{v^{2}}{2g}+\mathbb{E}_{2})$$

où C₁et C₂ sont des quantités connues.

La surface libre en la section j est donc définie par le système de relations:

$$S = \mathbb{C}_1 \left(h + \frac{v^2}{2g} + \mathbb{C}_2 \right)$$

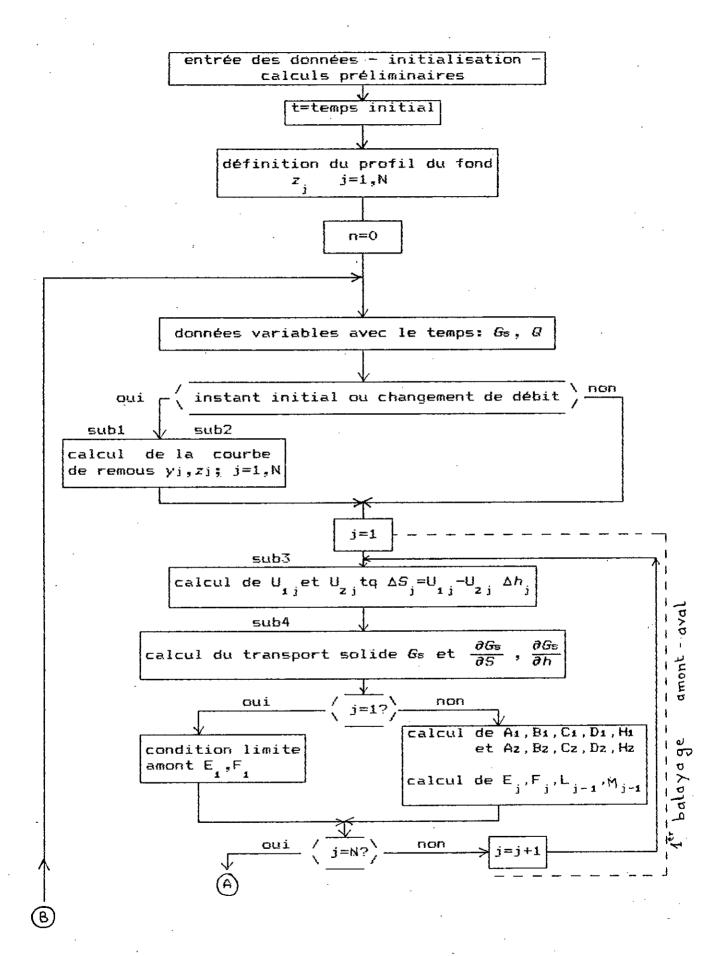
$$f(S, v, h, d...) = 0$$
une condition à l'aval

Ce système se réduit à une seule équation qui définie implicitement la profondeur h_{\star}

III.4.4. ORGANIGRAMME GENERAL

Les valeurs des cotes de la surface libre et du fond, du débit solide et de la pente de la ligne de charge sont calculées à chaque instant en chacun des points.

L'organigramme général du programme de calcul est présenté sur la fig.2.III.4.4.; il est utilisable quelque soit la méthode retenue pour décrire la dissipation d'énergie et le transport solide. Pour garder au programme son caractère de généralité, les calculs relatifs à la courbe de remous, à la dissipation d'énergie et au débit solide ont été groupés dans des sous-programmes; il en est de même des conditions aux limites.



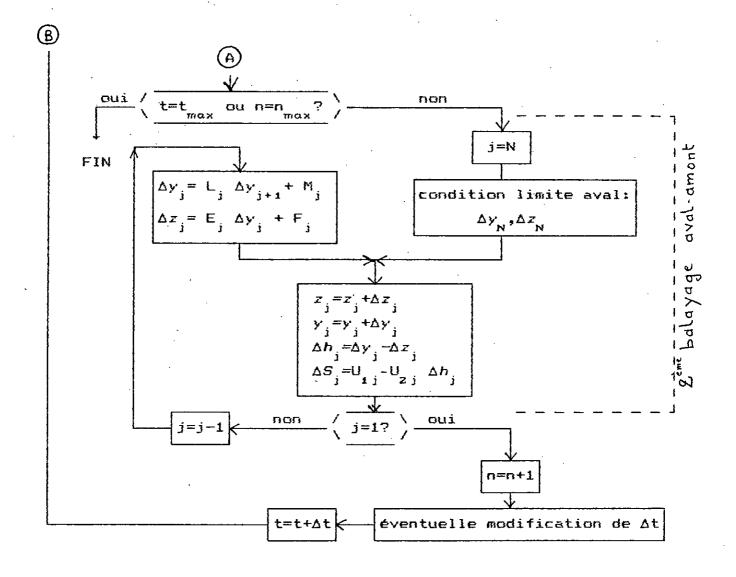


Fig.2.III.4.4. Organigramme général du calcul des écoulements sur fonds mobiles

CHAPITRE IV

UTILISATION DU MODELE

IV.1. MISE EN OEUVRE SUR UN EXEMPLE SIMPLE

La capacité du modèle mathématique a été testée sur un cas classique trouvé dans la littérature (CHOLLET et CUNGE, 1980 Grenoble). Il s'agit d'un cas schématique idéalisé et non réel. En effet pour mettre en évidence les propriétés de la modélisation, il est préférable de ne pas prendre en compte un cas complexe.

L'exemple choisi est celui d'une rivière fictive afin de rendre moins onéreuse la préparation des données; en prenant soin de s'approcher autant que possible d'un prototype réel. La rivière sélectionnée comme prototype a une section transversale assez régulière (voir fig.2.IV.1.1)

IV.11 SCHEMATISATION D'UNE RIVIERE DE TEST

Le test a été réalisé sur une rivière "schématisée" définie par les caractéristiques suivantes:

- (A) Caractéristiques géométriques:
 - -lonqueur totale du tronçon simulé: 80 km,
 - -section schématisée rectangulaire avec largeur constante de 150 m,
 - -pente longitudinale constante du fond initial: $S_0 = 0.00053$.

(B) Caractéristiques des sédiments:

Le transport dans cette rivière est naturellement dominé par le charriage. En général, les grains sont assez gros et l'écoulement n'est pas assez fort pour qu'ils soient en suspension. Une composition uniforme imaginaire est considérée, de diamètre représentatif: d=0.2 mm.

(C) Caractéristiques hydrologiques et apports solides:

Les hydrogrammes des débits liquide et solide à l'amont du modèle sont déduits des hydrogrammes moyens naturels de la rivière réelle avec une augmentation de la durée des crues (voir fig. 2.IV.1.2).

L'allongement de la durée des pointes des hydrogrammes permet d'obtenir, sur le modèle fictif, des variations plus rapides de la cote du fond et, par conséquent, de limiter les temps de calcul, ce qui ne peut rien changer quant à la validité des conclusions.

La rivière fictive ainsi définie est décrite par un modèle de 41 points de calcul éloignés les uns des autres de 2000 m.

IV.12. SIMULATION D'UN BARRAGE A L'AVAL

On suppose qu'un barrage est construit à l'aval du tronçon considéré. Pour simplifier l'étude, on admet que ce barrage maintient constante la cote de la surface libre à l'extrémité aval du tronçon: y_b =20m (c'est la condition limite aval du modèle: CLAV). A l'extrémité amont du modèle (CLAM), les hydrogrammes des débits liquide et solide sont maintenus inchangés par rapport au cas naturel (fig.2.IV.1.2.). L'état initial est représenté sur la figure 2.IV.1.3.

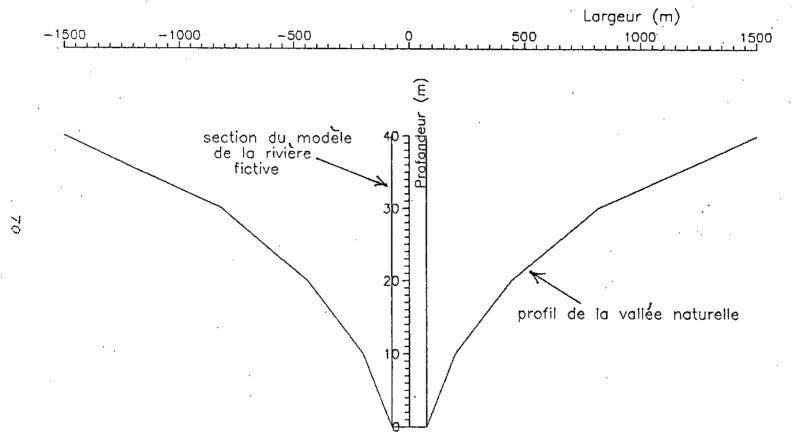


Fig-2-IV-1-1 : Section typique de la vallée de la rivière réelle et profil adopté pour le modèle de la rivière fictive .

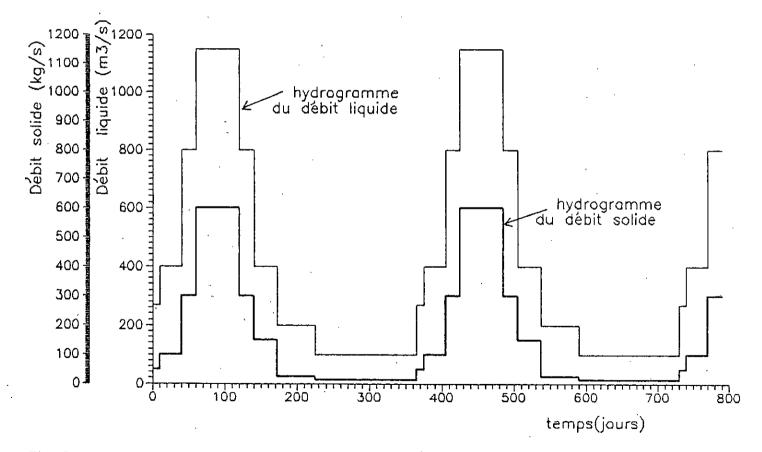


Fig.2-IV-1-2: Hydrogrammes des débits liquide et solide a l'amont du modèle

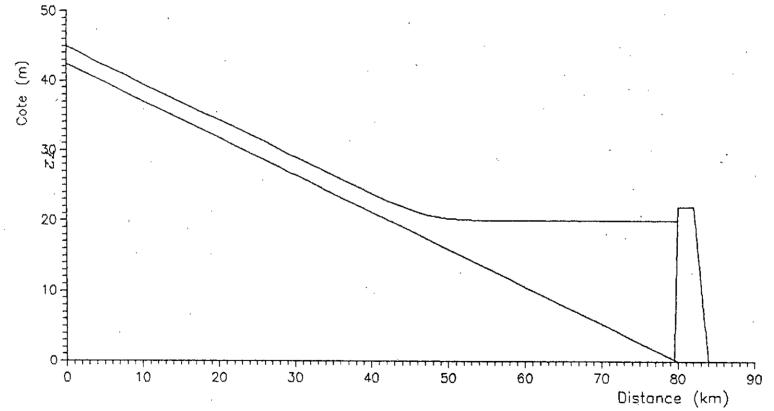


Fig.2-IV-1-3 : Simulation d'un barrage a l'aval : profil longitudinal initial du fond et de la surface libre .

IV.12.1. RESULTATS

Les profils successifs du fond et de la surface libre après 30, 45, 75 et 150 jours sont portés sur les figures: 2.IV.1.4 , 2.IV.1.5 , 2.IV.4.1.6 , 2.IV.4.1.7.

On observe un remplissage progressif de la retenue par le sable est la formation d'un delta qui s'érige à l'embouchure de la retenue, il constitue une discontinuité du fond qui progresse vers l'aval. En amont, le profil de la zone de remous est affecté par cette répartition des dépôts. A proximité du barrage, le transport solide est nul.

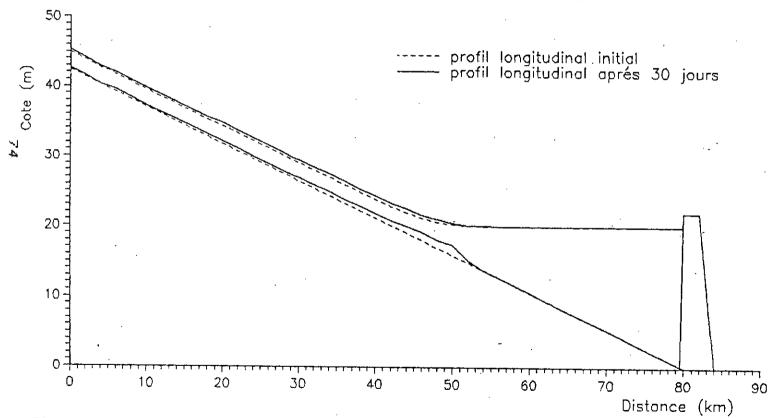


Fig.2—IV—1—4 : Simulation d'un barrage a l'aval : profils longitudinaux du fond et de la surface libre .

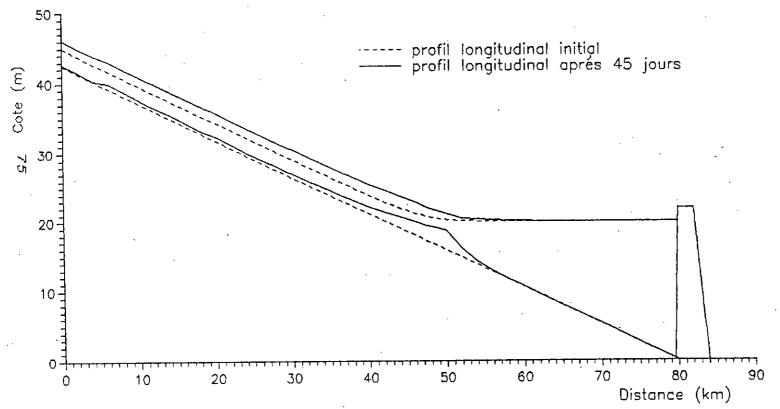


Fig.2-IV-1-5 : Simulation d'un barrage a l'aval : profils longitudinaux du fond et de la surface libre .

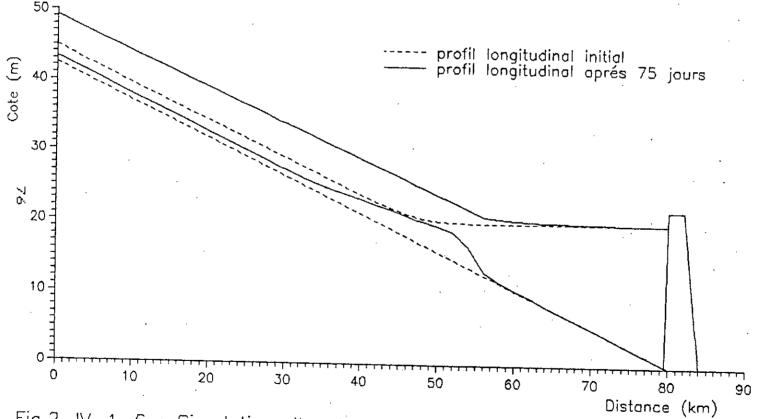


Fig.2-IV-1-6 : Simulation d'un barrage a l'aval : profils longitudinaux du fond et de la surface libre .

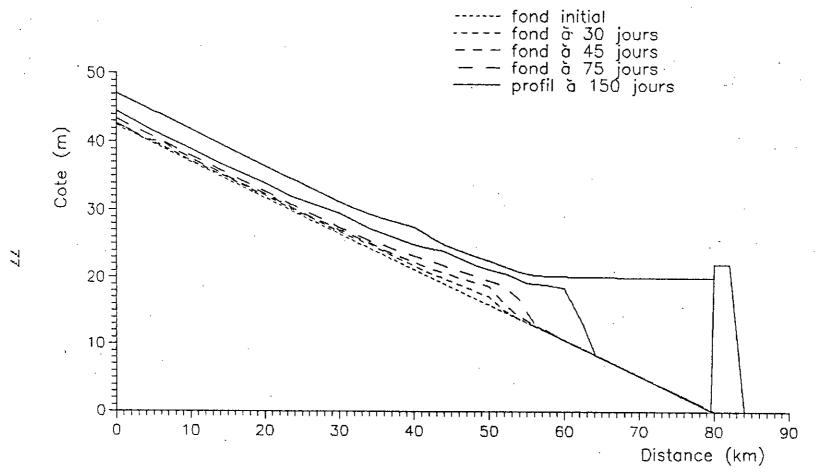


Fig.2-IV-1-7 : Simulation d'un barrage a l'aval : profils longitudinaux successifs du fond et de la surrface libre .

IV.1.2.2. Interpretation des resultats

<u>REMARQUE</u>:Le phénomène de dépôt prévu par le présent modèle mathématique peut être discuté à la fois sur le plan qualitatif et quantitatif. Toutefois, par le fait de plusieurs hypothèses limitatives, on considère les résultats qualitatifs comme les plus importants.

<u>La formation de delta</u>: Le résultat le plus intéressant a été la formation d'un delta:

Le dépôt commence par la formation de couches plutôt planes dans les régions amont de la retenue. En prolongeant les itérations de calcul, l'épaisseur de ces couches augmente graduellement jusqu'à ce qu'une section soit atteinte, où le taux de dépôt arrive au maximum. En aval de cette section, l'épaisseur des couches tend à diminuer de nouveau. La répétition de ce processus de dépôt crée une forme triangulaire typique de dépôt, c'est à dire un delta.

-Ensuite, la tête de ce delta se met à progresser en direction de l'aval et la face aval du delta devient plus courte et plus raide, tandis que la face amont devient plus longue et plane.

De cette façon, le delta commence à avancer dans la retenue, tout en conservant sa forme triangulaire typique.

-A proximité du barrage où la profondeur du réservoir augmente, la vitesse de l'écoulement est trop faible pour assurer un transport solide. En fait, ce sont les particules en suspensions qui progressent formant un lac de vase au pied du barrage. Mais puisque la suspension a été ignorée dans cette simulation, l'évolution du fond est donc dominée par le mode principal de transport (charriage).

Avec ce modèle mathématique relativement simple, il est remarquable de constater que les particularités de formation d'un

delta typique, discutées plus haut, correspondent bien aux formations de deltas dans les réservoirs naturels.

En effet, des levés topographiques des retenues existantes révèlent une répartition du dépôt de sédiments qui peut y être considérée comme toute à fait semblable à celle décrite par le présent modèle. Il faut rappeler de suite que cette observation est entièrement qualitative et absolument pas quantitative.

IV.2. TRAVAIL FUTUR

Dans cette étude, un modèle mathématique pour prévoir la répartition des sédiments dans les retenues a été appliqué à un système unidimensionnel de rivière-réservoir où le charriage seul a été pris en considération. Les résultats obtenus sur les formations de deltas sont très encourageants, mais il est évident qu'une étude plus poussée doit être envisagée.

Les points suivants sont intéressants pour apporter amélioration et généralisation de ce modèle mathématique en vue de son utilisation pour des systèmes rivières-réservoirs plus compliqués et plus proche de la réalité.

- a) Le modèle dans son état actuel devrait être testé avec d'autres formules d'évaluation de transport solide.
- b) Le modèle pourrait être amélioré par la suite en considérant l'influence de l'étendu granulométrique sur le transport.
- c) Ce modèle pourrait aussi rendre compte des phénomènes de consolidation des sédiments déposés et d'éventuels tassements du fond.

PARTIE II

- d) Le présent modèle mathématique est conçu pour un écoulement unidirectionnel. Les courants secondaires pourraient être pris en considération. Aussi il devrait être tenu compte ultérieurement des distributions de la vitesse dans les plans verticaux et horizontaux.
- e) Le modèle devrait ensuite être agrandi, afin de couvrir le transport en suspension aussi bien des sédiments cohésifs que non cohésifs.

IL est claire que les hypothèses faites pour le modèle mathématique deviendraient moins rigides à chaque étape d'amélioration apportée au modèle selon ce qui précède.

Ainsi, les résultats estimés par le modèle pourront être considérés comme plus réalistes et comparables aux données recueillies in situ. Par conséquent, on devrait aussi concentrer les efforts concernant la récolte de données in situ liées à des informations correctes sur les caractéristiques des sédiments et du système rivière-réservoir. Alors seulement, le modèle mathématique deviendrait réellement valable, pour l'estimation des phénomènes de sédimentation dans les retenues.

CONCLUSION

L'objectif principal de cette thèse est d'une part de présenter une synthèse synthèse bibliographique de travaux théoriques, expérimentaux et numériques sur les différents mécanismes courants au transport solide; d'autre part, d'établir une approche par modèle mathématique pour la prévision de la répartition des apports solides dans les retenues.

Le travail effectué, ne prétend pas recouvrir l'ensemble des problèmes présents dans le vaste domaine de l'hydraulique de la sédimentation des retenues. Le modèle mathématique que nous avons présenté ici, a plus modestemet l'ambition de fournir un outil de prévision de la répartition des apports solides transportés par les cours d'eau jusqu'aux retenues; pouvant ainsi permettre une étude plus fine de certains phénomènes encore remous, accroissement cernés: profils de la zone de l'inondation des terres en amont, perte en capacité de stockage des réservoirs....

De notre étude, nous relevons les points suivants:

-Si la technologie des ouvrages de dérivation, d'accumulation, de captage, de mise en oeuvre d'équipements hydromécanique etc..., progresse, les problèmes posés par le transport solide restent toujours complexes.

-La mise au point de méthodes pour l'évaluation des apports solides demeure l'objectif fondamental de la recherche en sédimentologie. -Le transport solide est sans doute le domaine de l'hydraulique le plus mal connu à ce jour; si De Saint-Venant a pu il y a un siècle, établir les fameuses équations qui font toujours autorité dans la modélisation hydraulique, il n'existe encore rien d'équivalent en transport solide.

-Les modèles mathématiques existant actuellement sont souvent inapplicables aux cours d'eau autre que ceux sur lesquels ils ont été calés.

Nous pouvons dire que jusqu'à présent les méthodes d'étude du transport des sédiments étaient coincées en quelque sorte entre:

-D'une part, les études analytiques, d'où de très sévères contraintes. Les formules ne pouvaient être que relativement pauvres vis à vis de la complexité des paramètres.

-D'autre part, les contraintes également profondes des modèles physiques, et notamment celles découlant des lois de similitude. En outre leur réalisation se heurte souvent à des contraintes technologiques qui ne permettent pas toujours de conduire les expériences comme on le voudrait ou qui coûtent très chers pour être montées.

Au contraire, le modèle numérique semble présenter plusieurs avantages importants: une grande souplesse dans le traitement des relations physiques, dans la juxtaposition de celles-ci et le traitement des discontinuités. Mais aussi perfectionné que soit l'ordinateur, un effort parallèle très important doit être entrepris pour étudier puis modéliser la physique des phénomènes élémentaires à parametrer; il faudrait se livrer à un important travail de collecte de données in situ: topographies longitudinale et transversale du chenal, caractéristiques des matériaux transportés, hydrogrammes naturels...

Enfin, l'adéquation d'un tel modèle à la nature nécessite un calage; les valeurs des paramètres intervenants dans les expressions de transport solide ou de perte de charge seront ajustées de façon à parvenir à une reproduction satisfaisante de la réalité.

-Références bibliographiques-

- [1] AKRAM GILL.M (1987): "Nonlinear solution of aggradation and degradation in channels" Jour. of the Hyd.Resarch, vol.25,1987, N^o5, p.537-547.
- [2] BERGHOUT.A (1991): "Etude hydrodynamique de l'envasement des barrages sur modèle mathématique". Thèse d'ingéniorat, E.N.S.H de Blida, 1991.
- [3] BOUVARD.M (1984): "Barrages mobiles et ouvrages de dérivation à partir de rivières transportant des matériaux solides" Edition Eyrolles. PARIS, 1984.
- [4] BRUNE G.M (1953): "Trape efficiency of reservoirs" Transactions of the American Geophysical Union, vol.34, 1953, N^o3, p.407-418.
- [5] CHOLLET J.P (1977): "Ecoulement non permanent sur fond mobile de rugosité instationnaire. Modèle mathématique". Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Grenoble, 1977.
- [6] CHOW V.T (1980): "Open-channel hydraulics" Edition Mc Graw-Hill. NEW YORK, 1980.
- [7] CORREIA L.P (1992): "Numerical modeling of unsteady channel flow over a mobil boundary" Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1992.
- [8] CUNGE A.J HOLLY F.M et VERWEY A. (1980): "Practical aspects of compitational river hydraulics" Pitman Publishing CO-LONDON, 1980
- [9] CUNGE A.J et PERDREAU N.(1973): "Mobile bed fluvial mathematical models" Houille blanche, 1973, N^o7, p.561-580.
- [10] DEMMAK A. (1982): "Etude sur l'érosion et la transport solide"

 Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Paris , 1982

- [11] DUQUENNOIS (1969): "Sédimentation dans les barrages-réservoirs et moyens de lutte" Colloque international, Université de Liège 4 et 5 Mai 1969.
- [12] GRAF W.H.(1984): "Hydraulicz of sediment transport" Water Ressources Publications, 3rd edition, COLORADO, 1984.
- [13] GRAF W.H.(1984): "Hydraulics of reservoir sedimentation" Communication du labo. d'Hyd, N⁰51, Mai 1984, E.P.F.Lausanne.
- [14] JIAHUA FAN et MORRIS G.L.(1992): "Reservoir sedimentation I: Delta and Density Current Deposits. II: Reservoir Desiltation and Long-Term Storage Capacity" Jour. of Hyd. Engin. ASCE, vol.118, 1992, N^o3, p.354-384.
- [15] JOHNS B.— CHESHER T.J. et SOULSBY R.L. (1990): "The modelling of sandwave evolution resulting from suspended and bed load transport of sediment" Jour. of the Hyd.Resarch, vol.28,1990, N⁰3, p.355-372.
- [16] LEGUENNEC B.(1991/1992): "Transport solide et morphologie fluviale" Institut de Mécanique des fluides de Toulouse, version 91/92. Polycopic.
- [17] LYN D.A.(1987): "Unsteady sediment transport modelling" Jour. of Hyd. Engin. ASCE, vol.113, 1987, N⁰1, p.1-15.
- [18] LYN D.A. et GOODWIN P. (1987): "Stability of a general PREISS-MANN scheme" Jour. of Hyd. Engin. ASCE, vol.113, 1987, Nº1, p.16-28.
- [19] NOUGIER J.P. (1991): " Méthodes de calcul numérique " Edition Masson, PARIS , 1991.
- [20] REMINI B. (1990): "Etude hydrodynamique du mécanisme d'envasement" Thèse de Magistere, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 1990.

- [21] YANG G.(1989): "Modèle de transport complet en rivière avec granulomètrie étendue" Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Joseph Fourier Grenoble I, 1989.
- [22] YUCEL O. et GRAF W.H. (1976): "Un modèle mathématique de la formation de deltas due au dépot de sédiments dans les réservoirs" Bul.Tech.de la Suisse Romande, N⁰8, 15 Avril 1976.
- [23] ZHANG H. et KAHAWITA R.(1988): "Nonlinear hyperbolic system and its solutions for aggraded channels" Jour. of the Hyd. Resarch, vol.26, 1988, N^o3, p.323-341.

ANNEXES

ANNEXE I

ANALYSE MATHEMATIQUE DES EQUATIONS - DIRECTIONS CARACTERISTIQUES

Les équations gouvernant un problème unidimensionnel de transport solide sont:

* équation de continuité de l'écoulement liquide:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \qquad (1)$$

* équation dynamique de l'écoulement liquide:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + gS = 0 \qquad (2)$$

* équation de continuité du débit solide:

$$b\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G_0}{\partial x} = 0 \tag{3}$$

* loi de transport solide:

$$G_{0} = G_{0}(v,h) \tag{4}$$

L'hypothèse de débit constant signifie que le débit liquide G est considéré constant dans le temps et le long du chenal. On obtient alors, des simplifications:

Ayant:
$$\frac{\partial (vh)}{\partial x} = 0$$
; on obtient: $\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{v}{h} \frac{\partial h}{\partial x}$ puis, via (1): $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$

.En posant: h=y-z et en substituant ces résultats dans les équations (2) et (3), le système suivant est obtenu:

$$\left(1 - \mathbb{F}^{2}\right) \frac{\partial y}{\partial x} + \mathbb{F}^{2} \frac{\partial z}{\partial x} + S = 0$$

$$\left(\frac{\partial G_{5}}{\partial h} - \frac{v}{h} \frac{\partial G_{5}}{\partial v}\right) \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} - \left(\frac{\partial G_{5}}{\partial h} - \frac{v}{h} \frac{\partial G_{5}}{\partial v}\right) \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$(5)$$

avec: $F = \frac{V}{\sqrt{ah}}$: nombre de Froude

y: élévation de la surface de l'eau

z: élévation de la cote du fond

Dans ce système les fonctions inconnues sont y(x,t) et x(x,t).

En ajoutant les expressions des différentielles totales de ces fonctions:

$$\frac{\partial y}{\partial t} dt + \frac{\partial y}{\partial x} dx - dy = 0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} dt + \frac{\partial z}{\partial x} dx - dz = 0 \qquad (8)$$

Une condition permettant la détermination des directions caractéristiques est que le déterminant du système, formé par les équations: (5), (6), (7) et (8), soit nul:

$$0 1 - F^2 0 F^2$$

$$0 \left(\frac{\partial G_S}{\partial h} - \frac{v}{h} \frac{\partial G_S}{\partial v}\right) 1 - \left(\frac{\partial G_S}{\partial h} - \frac{v}{h} \frac{\partial G_S}{\partial v}\right)$$

$$0 dx 0 0$$

$$0 dt dx$$

Ainsi l'équation des directions caractéristiques $C=rac{dx}{dt}$ est obtenue:

$$(1-\mathbb{F}^2) dx dt + \left(\frac{\partial G_S}{\partial h} - \frac{v}{h}\frac{\partial G_S}{\partial v}\right) dt^2 = 0$$

- La première solution correspondant à: dt=0 est

$$C_1 = \left(\frac{dx}{dt}\right)_1 = \infty$$

qui exprime que la caractéristique C est parallèle à l'axe des x, c'est à dire la vitesse de l'onde de surface est infinie.

-La deuxième direction caractéristique est:

$$C_{2} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dx}{dt} \end{pmatrix}_{2} = \frac{v \frac{\partial G_{s}}{\partial v} - h \frac{\partial G_{s}}{\partial h}}{h(1 - \mathbb{F}^{2})}$$

où C exprimée en mètre par seconde représente la célérité des petites ondes du fond.

ANNEXE II

DISCRETISATION DU SYSTEME DIFFERENTIEL NON LINEAIRE (III.1.2)

Comme déjà vu (chapitre 2.III), l'hypothèse de débit liquide constant permet de réduire le système d'équations gouvernant le problème aux deux équations aux dérivées partielles suivantes:

* Equation de conservation de l'énergie:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{g^2}{2 A^2} + gy \right\} + gS = 0 \qquad (1)$$

* Equation de continuité du matériau solide:

$$b\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G_S}{\partial x} = 0 \qquad (2)$$

D'après le schéma numérique de Preissmann généralisé, toute fonction f(x,t) et ses dérivées $\partial f/\partial x$ et $\partial f/\partial t$ sont remplacées dans les équations (1) et (2) par les approximations suivantes:

$$f(x,t) \cong \theta \left[\phi \ f_{j+1}^{n+1} + (1-\phi) f_{j}^{n+1} \right] + (1-\theta) \left[\phi \ f_{j+1}^{n} + (1-\phi) f_{j}^{n} \right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong \frac{1}{\Delta x} \left[\theta \left(f_{j+1}^{n+1} - f_{j}^{n+1} \right) + (1-\theta) \left(f_{j+1}^{n} - f_{j}^{n} \right) \right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \cong \frac{1}{\Delta t} \left[\phi \left(f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^{n} \right) + (1-\phi) \left(f_{j}^{n+1} + f_{j}^{n} \right) \right]$$

où $f_j^n = f(j\Delta x, n\Delta t)$ et $f_j^{n+1} = f_j + \Delta f_j$ avec Δf_j est l'incrément inconnu de la fonction f entre les temps $n\Delta t$ et $(n+1)\Delta t$.

Le système (3) peut être réécrit, en fonction des incréments de la fonction f, on obtient:

$$f(x,t) \cong \phi \left[\theta \left(\Delta f_{j+1} - \Delta f_{j}\right) + f_{j+1} - f_{j}\right] + \theta \Delta f_{j} + f_{j}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong \frac{1}{\Delta x} \left[\theta \left(\Delta f_{j+1} - \Delta f_{j}\right) + f_{j+1} - f_{j}\right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \cong \frac{1}{\Delta t} \left[\phi \Delta f_{j+1} + (1-\phi) \Delta f_{j}\right]$$

où l'indice supérieur pour f est omis lorsque toutes les valeurs de f correspondent au même temps.

Sachant que A=b h, l'équation (1) s'écrit:

$$\frac{-g^2}{b^2h^2}\frac{\partial h}{\partial x} + gh\frac{\partial y}{\partial x} + ghS = 0.$$

La substitution des équations (4) dans l'équation (1) donne:

$$\frac{-g^{2}}{\Delta x b^{2}} \left\{ \theta \left[\theta \left(h_{j+1} + \Delta h_{j+1} \right)^{-2} + (1-\phi) \left(h_{j} + \Delta h_{j} \right)^{-2} \right] + \left(1-\theta \right) \left[\phi \left(h_{j+1}^{-2} + (1-\phi) \left(h_{j} + \Delta h_{j} \right) + h_{j+1} - h_{j} \right] + \left(1-\theta \right) \left[\phi \left(h_{j+1}^{-2} - \Delta h_{j} \right) + h_{j+1} - h_{j} \right] + \left(h_{j+1} - h_{j} \right) \left[\theta \left(h_{j+1} - h_{j} \right) + h_{j} \right] \left\{ \theta \left(h_{j+1} - h_{j} \right) + \left(h_{j+1} - h_{j} \right) \right\} + \left(h_{j+1} - h_{j} \right) \left\{ \theta \left(h_{j+1} - h_{j} \right) + h_{j+1} \right\} + \left(h_{j+1} - h_{j} \right) \left\{ h_{j+1} - h_{j+1} \right\} + \left(h_{j+1} - h_{j+1} \right) \left(h_{j} + h_{j} - h_{j} \right) + \left(h_{j} + h_{j} - h_{j} \right) \left(h_{j} + h_{j} - h_{j} \right) + \left(h_{j} + h_{j} - h_{j} \right) \left(h_{j} + h_{j} - h_{j} \right) + \left(h_{j} - h_{j}$$

De même on obtient pour l'équation (2):

$$\frac{b}{\Delta t} \left[\phi \ \Delta z_{j+1} + (1-\phi) \Delta z_{j} \right] + \frac{1}{\Delta x} \left[\theta \ (\Delta G_{s_{j+1}} - \Delta G_{s_{j}}) + G_{s_{j+1}} - G_{s_{j}} \right] = 0...(6)$$

Les incréments du débit solide et de la perte de charge unitaire, entre les instants n et n+1 sont exprimés par les incréments des fonctions inconnues y et z par:

$$\Delta G_{s_{j}} = \left(\frac{\partial G_{s}}{\partial S}\right)_{j}^{n} \Delta S_{j} + \left(\frac{\partial G_{s}}{\partial h}\right)_{j}^{n} \Delta h_{j}$$

$$\Delta S_{j} = U_{1,j}^{n} - U_{2,j}^{n} \Delta h_{j}$$

$$\Delta h_{j} = \Delta y_{j} - \Delta z_{j}$$

De la formulation d'Engelund pour le débit solide:

$$G_{5} = \frac{g^{2}}{20 \ b \ \sqrt{g} \ d \ (s-1)^{2}} \ h^{-1/2} \ S^{3/2}$$

on déduit immédiatement:

$$\frac{\partial G_{\rm S}}{\partial h} = -\frac{1}{2} \quad G_{\rm S} \quad \frac{1}{h}$$

et

$$\frac{\partial G_{\rm S}}{\partial S} = \frac{3}{2} G_{\rm S} \frac{1}{S}$$

Les expressions de U_1 et U_2 sont obtenues en écrivant la loi de dissipation d'énergie à l'instant $(n+1)\Delta t$ c'est à dire pour $S+\Delta S$ et $h+\Delta h$. L'expression de dissipation d'énergie selon Engelund dépend du régime d'écoulement (voir chapitre III.4.2.2.), donc

| selon | ce | dernier | les | valeurs | de | U | et | ปุ | varient. |
|-------|----|---------|-----|---------|----|---|----|----|----------|

| régime | forme du fond | U | · U | |
|--------|----------------------------|----------------|-------------|--|
| 0 | dunes | -16 S | -2 S/h | |
| 1 | lit plat, régime supérieur | 45 | -3.25 S/h | |
| 2 | transition supérieure | .0.061 S | -20.565 S/h | |
| 3 | transition inférieure | -4.84 <i>5</i> | -7.78 S/h | |
| 4 | lit plat, transport nul | 45 | -3.25 S/h | |

La substitution de (7) dans les équations (5) et (6), donne un système algébrique non linéaire avec Δy et Δz comme inconnues. En procédant à une linéarisation de ce système, où les termes du second ordre et d'ordre supérieur sont négligés, un système algébrique de deux équations linéaires est obtenu pour chaque paire de points (j,j+1) reliant les inconnues Δy_j , Δz_j , Δy_{j+1} , et Δz_{j+1} .

(8)
$$\begin{vmatrix} A_{1} \Delta y_{j} + B_{1} \Delta z_{j} + C_{1} \Delta y_{j+1} + D_{1} \Delta z_{j+1} + H_{1} = 0 \\ A_{2} \Delta y_{j} + B_{2} \Delta z_{j} + C_{2} \Delta y_{j+1} + D_{2} \Delta z_{j+1} + H_{2} = 0 \end{vmatrix}$$

où A_1 , B_1 ,...etc sont fonctions de valeurs connues au temps t et aux points j et j+1.

ANNEXE III

RESOLUTION D'UN SYSTEME LINEAIRE PAR DOUBLE BALAYAGE

Pour chaque couple de points (j,j+1), les inconnues Δy_j , Δz_j , Δy_{j+1} , Δz_{j+1} sont liées par deux relations linéaires:

(1)
$$\begin{vmatrix} A_1 \Delta y_j + B_1 \Delta z_j + C_1 \Delta y_{j+1} + D_1 \Delta z_{j+1} + H_1 = 0 \\ A_2 \Delta y_j + B_2 \Delta z_j + C_2 \Delta y_{j+1} + D_2 \Delta z_{j+1} + H_2 = 0 \end{vmatrix}$$

Si le calcul porte sur N points, les deux conditions limites, portent à 2N le nombre d'équations en vue du calcul de 2N inconnues.

Si, par hypothèse, il existe une relation linéaire en tout point j, telle que:

(2)
$$\Delta z_j = E_j \Delta y_j + F_j$$

il existe alors une relation du même type au point j+1:

(3)
$$\Delta_{Z} = E_{j+1} \Delta y_{j+1} + F_{j+1}$$

où E_i , F_i , E_{j+1} , F_{j+1} sont des coefficients.

Cette propriété se démontre aisément en introduisant (2) dans le système (1) et en éliminant Δz_j et Δy_j entre ces trois équations. Ainsi une relation entre Δz_{j+1} et Δy_{j+1} est trouvée:

$$\Delta z_{j+1} = \frac{C_{2}(A_{1}+B_{1}E_{j}) - C_{1}(A_{2}+B_{2}E_{j})}{D_{1}(A_{2}+B_{2}E_{j}) - D_{2}(A_{1}+B_{1}E_{j})} \Delta y_{j+1} + \frac{(H_{2}+B_{2}F_{j})(A_{1}+B_{1}E_{j}) - (H_{1}+B_{1}F_{j})(A_{2}+B_{2}E_{j})}{D_{1}(A_{2}+B_{2}E_{j}) - D_{2}(A_{1}+B_{1}E_{j})}$$

L'équation (4) est similaire à l'équation (3), avec:

(5)
$$E_{j+1} = E_{j+1}(E_j, A_1, B_1, \dots, A_2, B_2, \dots)$$
$$F_{j+1} = F_{j+1}(E_j, F_j, A_1, B_1, \dots, A_2, B_2, \dots)$$

Introduisant la relation (2) dans le système (1) et éliminant cette fois-ci Δz et Δz entre ces trois équations, on est conduit à:

(6)
$$\Delta y_{j} = \frac{C_{2}D_{1} - C_{1}D_{2}}{D_{2}(A_{1} + B_{1}E_{j}) - D_{1}(A_{2} + B_{2}E_{j})} \Delta y_{j+1} + \frac{D_{1}(A_{2} + B_{2}E_{j}) - D_{2}(A_{1} + B_{1}F_{j})}{D_{2}(A_{1} + B_{1}E_{j}) - D_{1}(A_{2} + B_{2}E_{j})}$$

ou encore à une relation de la forme:

(7)
$$\Delta y_j = L_j \Delta y_{j+1} + M_j$$
avec:

(8)
$$\begin{bmatrix} L_{j} = L_{j}(E_{j}, A_{1}, B_{1}, \dots, A_{2}, B_{2}, \dots) \\ M_{j} = M_{j}(E_{j}, F_{j}, A_{1}, B_{1}, \dots, A_{2}, B_{2}, \dots) \end{bmatrix}$$

Par conséquent, si une condition limite à l'extrémité amont peut être exprimée sous la forme linéaire: $\Delta z_1 = E_1 \Delta y_1 + F_1$, les valeurs de E_1 et F_2 , puis plus généralement celles de E_1 et F_2 en tout point j , $j=1,2,\ldots,N$; peuvent être calculées par (5). De même pour E_1 et E_2

L'autre condition limite, à l'extrémité aval, détermine la valeur de Δy_N ou de Δz_N . D'ailleurs l'une se déduit de l'autre par la relation $\Delta z_N = E_N \Delta y_N + F_N$; alors $y_N^{n+1} = y_N^n + \Delta y_N$ et $z_N^{n+1} = z_N^n + \Delta z_N$ sont déterminées.

Les valeurs de $\Delta y_{N-1},\ldots,\Delta y_j,\ldots$ jusqu'à Δy_j sont calculées par (7) et Δz_j s'en déduit via (2).

Ainsi y_j^{n+1} et z_j^{n+1} pour tout point j=N-1, N-2, ..., 2, 1 peuvent être déterminées.