

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT:

*Hydraulique*

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Optimisation des réseaux maille  
par la notion de l'arbre minimal  
(Salze)*

Proposé par :

**T. MERABTENE**

Etudié par :

**A. HELIS  
A. H. YAHIAOUI**

Dirigé par :

**T. MERABTENE**

PROMOTION

*Juillet 1993*

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية  
MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : *Hydraulique*

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Optimisation des réseaux maillés  
par la notion de l'arbre minimal  
(calcul)*

Proposé par :

**T. MERABTENE**

Etudié par :

**A. HELIS**

**A. H. YAHIAOUI**

Dirigé par :

**T. MERABTENE**

PROMOTION

*Juillet 1993*

الموضوع: تجويد شبكة دائرة باستعمال مفهوم أصغر شجرة قنوات (لاي)

الملخص:

يتمثل هذا العمل في كيفية إيجاد الأقطار الجيدة لقنوات شبكة توزيع المياه مع مراعاة في نفس الوقت عوامل الضغط في العقد، وعوامل السرعة في القنوات، وتقديم بعض الأبحاث التي أجريت في هذا الميدان، باستعمالنا بالنسبة لهذا العمل طريقة لايبيرستمر لإيجاد الأقطار الجيدة لأصغر طول شجرة قنوات يمكن أخذها من الشبكة بعد ذلك نبحث عن أقطار القنوات الباقية باستعمال موازنة الشبكة حيث تكون السرعة في هذه القنوات مقبولة. إن الفائدة من هذا العمل تتمثل في النتائج العديدة المتحصل عليها وماهدي تطبيق هذا النموذج ميدانياً أم لا.

SUJET: OPTIMISATION DES RESEAUX MAILLES PAR LA NOTION DE L'ARBRE MINIMAL (LABYE).

Resumé:

Ce travail consiste à trouver les diamètres optimaux dans le but de minimiser le prix du réseau en respectant les contraintes de pressions et de vitesse

Après avoir présenté les modèles d'optimisations, nous avons appliqué la méthode de Labye sur l'arbre de longueur minimal

L'intérêt pratique de cette méthode est illustré par des résultats numériques obtenus et est ce que cette étude est applicable ou non pour un projet réel de réalisation.

SUBJECT: OPTIMISATION OF THE LOOPED NETWORK BY THE NOTION OF MINIMUM TREE (LABYE).

Abstract:

This works deals with the study of water distribution looped network optimisation, we have to determine the optimal conduit diameters so that the total cost of the network is minimum by imposing certain constraints on the node pressures and the flow rates in the conduits.

After the presentation of different methods of optimisation, we choose an optimisation based on Labye method and the minimum tree length.

The numerical results relating to real and academic networks illustrate the practical advantage of this method.

SOMMAIRE:

INTRODUCTION	2
Présentation du problème	3
<b>CHAPITRE 1</b>	<b>5</b>
POSITION ET FORMULATION DU PROBLEME D'OPTIMISATION	5
1. Le problème d'optimisation	5
2. Formulation du problème d'optimisation des réseaux maillés sous pression	12
3. Discussion du problème	17
<b>CHAPITRE 2</b>	<b>21</b>
ETUDE THEORIQUE DES METHODES D'EQUILIBRAGE DES RESEAUX MAILLES	21
1. Introduction	21
2. Methode de HARDY-CROSS	22
3. Methode de linearisation de l'équation de pertes de charge	24
4. Methode de Newton Raphson	26
5. Methode de Newton-Séante	28
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>35</b>
PRESENTATION DE QUELQUES METHODES D'OPTIMISATION DES RESEAUX MAILLES	35
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>60</b>
METHODE D'OPTIMISATION	60
1. Introduction	60
2. Détermination des débits du point	60
3. Ossature d'un réseau maillés	66
4. Organigramme de la méthode	67
5. Arbre de longueur minimale	68
6. Numérotation de l'arbre	69
7. Optimisation de l'arbre	70
8. Optimisation du réseau maillé	74
9. Description de logiciel de calcul	76
<b>APPLICATION, DISCUSSION DES RESULTATS</b>	<b>80</b>
<b>CONCLUSION et RECOMMANDATION</b>	<b>80</b>
<i>Bibliographie</i>	111

INTRODUCTION :

L'optimisation des réseaux maillés de distribution d'eau sous pression, est un problème de grande importance, le problème d'une façon ou d'une autre consiste à trouver une solution qui permet d'avoir un réseau le plus économique possible sous certaines contraintes de pressions et de vitesses.

L'objet de ce projet est l'élaboration d'un modèle d'optimisation basé sur le concept de l'arbre minimal et l'utilisation de la méthode discontinue de LABYE, pour optimiser et dimensionner les réseaux d'irrigations.

Pour cela on a adopté la démarche suivante :

- Une présentation du problème ou on voit comment déterminer le diamètre économique d'une conduite isolée.

- Le premier chapitre est une présentation général de la programmation mathématique, et la formulation du problème d'optimisation des réseaux maillés, ainsi la discussion des difficultés de résolution.

- Le deuxième chapitre est une présentation des modèles d'équilibrage et d'amélioration de la convergence dite NEWTON-SECANTE.

-Le troisième chapitre est consacré à l'étude bibliographique des travaux antérieurs dans le domaine de l'optimisation des réseaux maillés.

-Le dernier chapitre est l'objet essentiel de ce travail. il traite l'étude et l'élaboration de la méthode d'optimisation qui est basé sur le concept de l'arbre de longueur minimal, et la méthode discontinue de LABYE.

- Une conclusion général et recommandation dans le but d'évoluer ce modèle d'optimisation.

**PRESENTATION DU PROBLEME**

Soit une conduite horizontale (1-2) de longueur L(m) et de section circulaire de diamètre D(m), véhiculant un débit Q(m<sup>3</sup> / S) on veut chercher la valeur du diamètre optimale de cette conduite de façon à assurer un bon fonctionnement de celui-ci. Pour assurer un bon fonctionnement de la conduite, alors il faut que la vitesse d'écoulement et les pressions aux noeuds (1) et (2) vérifient les conditions suivantes :

$$\begin{aligned}
 V_{min} &\leq V &\leq V_{max} &\dots\dots\dots(1) \\
 H_{min} &\leq H_1 &\leq H_{max} &\dots\dots\dots(2) \\
 H_{min} &\leq H_2 &\leq H_{max} &\dots\dots\dots(3)
 \end{aligned}$$

D'après l'équation de Bernoulli on a :

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + DH_{12} \dots\dots(4)$$

Dans notre cas V<sub>1</sub> = V<sub>2</sub> et Z<sub>1</sub> = Z<sub>2</sub>

Soit donc (4) <==>  $\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + DH_{12} \dots\dots\dots(5)$

Où : H<sub>1</sub> = H<sub>2</sub> + DH<sub>12</sub> .....(6)

D'autre part :  $V = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi D^2} \dots\dots\dots(7)$

de (1) <==>  $V_{min} \leq \frac{4Q}{\pi D^2} \leq V_{max} \dots\dots\dots(8)$

Où :  $2 \left( \frac{Q}{\pi V_{max}} \right)^{1/2} \leq D \leq 2 \left( \frac{Q}{\pi V_{min}} \right)^{1/2} \dots\dots\dots(9)$

D'après l'inégalité (9) on voit que le plus petit diamètre commerciale existant dans cette gamme est conduit à avoir des pressions dans les extrémités qui vérifient les deux conditions (2) et (3) est un diamètre optimal de cette conduite.

La question qui se pose est comment déterminer les diamètres optimales de chaque tronçon dans un réseau complexe (maillé ou ramifié) ?

Avec des solutions hydrauliques fiables, c'est l'objet de cette étude.



CHAPITRE: 1

POSITION ET FORMULATION DU PROBLEME D'OPTIMISATION

## Position et formulation du problème d'optimisation

### (1) Le Problème d'optimisation.

Un problème d'optimisation consiste à :

$$(P_0) \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(x) \\ \text{Sous les conditions} \\ g_i(x) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \\ x \in \text{SER}^n \end{array} \right.$$

Où;

$x = (x_1, \dots, x_n)^t$  sont les inconnues du problème.

La fonction  $f$  est appelée fonction objectif (Ou coût)  
l'ensemble des conditions  $g_i(x) \leq 0$  ( $i=1, \dots, m$ ) sont les contraintes du problème.

On appelle solution du Problème ( $P_0$ ), tout vecteur  $x$  vérifiant les contraintes  $g_i(x) \leq 0$  ( $i=1, \dots, m$ ), et  $x \in S$

Une solution est dite optimal de ( $P_0$ ) lorsqu'elle minimise la fonction  $f(x)$ .

On appelle  $x_0$  un optimum local de ( $P_0$ ) si et seulement si il existe un voisinage  $V_0$  de  $x_0$  de manière que soit un optimum global du problème ( $P_1$ ) :

$$(P_1) \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(x) \\ \text{Sous les contraintes} \\ g_i(x) \leq 0 \quad (i=1, \dots, m) \\ x \in S \cap V_0 \end{array} \right.$$

Il est souvent possible de caractériser les optima locaux, mais il est généralement impossible de caractériser les optima globaux d'un problème d'optimisation sauf dans le cas très particulier des programmes mathématiques connexes.

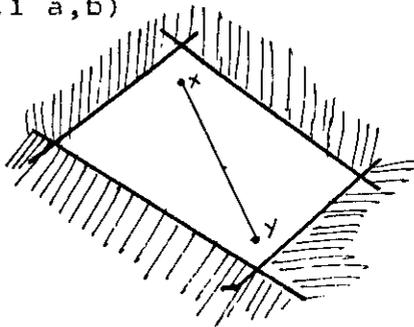
### 1 - 1 Ensembles convexes :

On dit que  $S \subset \mathbb{R}^n$  est un ensemble convexe si et seulement si  $\forall x, y \in S, \lambda \in [0, 1] \implies \lambda x + (1 - \lambda)y \in S$

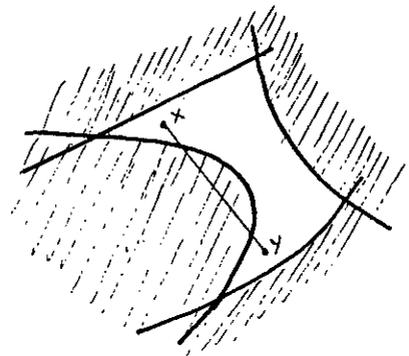
d'une autre façon S est convexe si et seulement si :

$\forall x, y \in S$  le segment  $[xy]$  tout entier est contenu dans S

(FIG 1.1 a,b)



(a) Convexe



(b) non Convexe

Etant donnés p points de  $\mathbb{R}^n$   $x_1, \dots, x_p$ , on dit que  $x \in \mathbb{R}^n$  est une combinaison convexe de ces p points, s'ils existent  $u_1, \dots, u_p$  avec  $(u_i), i=1, \dots, p \geq 0$  tel que :

$$\sum_{i=1}^p u_i = 1 \quad ; \quad \text{et} \quad x = \sum_{i=1}^p u_i x_i$$

alors  $\forall x \in S$  on dit que S est convexe

### 1 - 2 FONCTION CONVEXES :

Une fonction  $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$  définie sur S convexe est convexe, si la condition suivante est satisfaite :

$$\forall x, y \in S, \forall \lambda \in [0, 1] \implies f(\lambda \cdot x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda) f(y).$$

il résulte que  $f$  est convexe sur  $S \subset \mathbb{R}^n$  convexe si et seulement si  $\forall x, y \in S, g(\theta) = f(x + \theta(y - x))$  est convexe de  $\theta; 0 \leq \theta \leq 1$

### 1 - 3 PROGRAMME CONVEXE :

Le programme (Po) est convexe si et seulement si :

$$\left\{ \begin{array}{l} f \text{ est convexe} \\ g_i \text{ (} i=1, \dots, m \text{) convexes} \\ S \subset \mathbb{R}^n \text{ convexe} \end{array} \right.$$

on démontre que pour un programme convexe, tout optimum local est optimum global.

### 1-4 Programmation linéaire

Un Problème de programmation linéaire, consiste à minimiser une fonction linéaire  $f(x)$  sous les contraintes  $g_i(x) \leq 0$  ( $i = 1, \dots, m$ ) il s'agit donc d'un programme mathématique de la forme:

$$(P2) \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(x) \\ \text{sous les contraintes:} \\ g_i(x) \leq 0 \text{ (} i = 1, \dots, m \text{)} \\ x \geq 0 \\ f, g_i \text{ sont linéaires ou affines.} \end{array} \right.$$

#### 1.4.1 Formulation diverse :

##### (a) Forme standard d'un PROGRAMME linéaire.

Un programme Linéaire se présente sous la forme de  $m$  équation linéaires à  $n$  inconnues et d'une fonction objectif linéaire à minimiser.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j = b_i \quad (i=1, \dots, m)$$

$$X_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$\text{Minimiser } f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

(C<sub>j</sub>): j=1, ..., n sont des coefficients associés à (x<sub>j</sub>)

Soit sous forme matricielle : contraintes :  $AX = B \quad X \geq 0$

Minimiser :  $f(x) = (C_1 \dots C_n) (x_1 \dots x_n)^t = CX$ .

A : La matrice (m x n) de composante générale a<sub>ij</sub>

X = (x<sub>1</sub>, ..., x<sub>n</sub>)<sup>t</sup> le vecteur colonne à n de R<sup>n</sup>

B = (b<sub>1</sub>, ..., b<sub>m</sub>)<sup>t</sup> le vecteur colonne à m composantes.

C = (c<sub>1</sub>, ..., c<sub>n</sub>) le vecteur ligne à n composantes.

#### (b) Forme canonique d'un programme linéaire :

C'est la forme :

$$\text{Contrainte } Ax \geq B, \quad \text{avec } x \geq 0, \quad B \geq 0$$

$$\text{Minimiser } f(x) = CX.$$

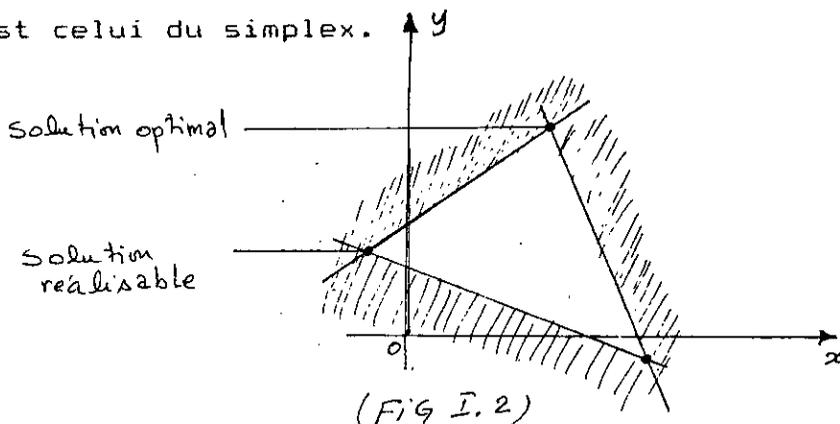
La forme canonique se ramène à la forme standard en introduisant des variables supplémentaires, dits variable d'écartelle que :

$$AX + X_e = B \quad \text{avec: } X \geq 0 \quad \text{et } X_e \geq 0$$

$$\text{Minimisé } f(x) = CX$$

#### 1.4.2 Algorithme de résolution :

L'algorithme de résolution d'un programme linéaire le plus fréquemment employé est celui du simplexe.



Géométriquement cette algorithmme s'interprète comme un cheminement de points extrêmes en points extrêmes adjacent le long de la frontière de l'ensemble des solutions réalisables (FIG 1.2) .

Algébriquement cette algorithmme s'interprète comme la détermination d'une suite de bases adjacents  $B^0, B^1, \dots, B^k, \dots$  et de solution de base  $x^0, x^1, \dots, x^k, \dots$  telle que :

$$f(x^0) > f(x^1) > f(x^2) > \dots > f(x^k) > \dots$$

**1-5 Programmation non linéaire :**

**1-5-1 Définition**

Un problème de programmation non linéaires consiste à minimiser une fonction  $f(x)$  linéaire ou non linéaire, sous les contraintes  $g_i(x) \leq 0$  ( $i=1, \dots, m$ ) non linéaire il s'agit donc d'un programme mathématique de la forme :

$$(P3) \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(x) \\ \text{Sous les contraintes.} \\ g_i(x) \leq 0 \text{ (non linéaire), } (i=1, \dots, m) \\ x \geq 0 \end{array} \right.$$

**1-5-2 Existence de la solution.**

Pour un programme linéaire, l'existence d'une solution optimale acquise, sauf dans des cas particuliers.

Tandis que pour un programme non linéaire ce n'est pas toujours le cas, En fait, en dehors de quelques cas continus, il est très difficile de pouvoir affirmer l'existence voir même l'unicité d'une solution du problème ci-dessus (P3).

### 1-5-3 Algorithmes de résolution :

De très nombreux algorithmes numériques permettent la résolution du problème (P3). Ce sont généralement des processus itératifs. On cherche généralement un algorithme permettant d'approcher l'optimum (s'il existe) avec le moins du temps possible et une espace mémoire d'ordinateur le plus petit possible.

Pour chercher les valeurs  $\bar{X} = (\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_n)$  qui rendent  $f(X_1, \dots, X_n)$  optimum on peut :

\* Soit chercher la ou les solutions du système de n équations grad  $f(X, \dots, X_n) = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) a = 0$

\* Soit recourir à des méthodes de descente pour la recherche d'un minimum, Il s'agit alors de construire une suite de points.

$(x^i)_{i=0,1,\dots,n}$  tels que :

$(i=0,1,\dots,n)$

$f(x^0) > f(x^1) > f(x^2) > \dots > f(x^n)$  et convergent vers un optimum local de f.

Avec  $x^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)^t \quad i = 0,1,\dots,n$

A chaque étape  $k$  le vecteur  $x^{k+1} \doteq x^k + \lambda_k d^k$

Où :  $d^k$  : est une direction de déplacement qui peut être soit le gradient de  $f$  en  $x^k$ , soit calculée à partir du gradient, soit choisie de façon plus ou moins arbitraire à condition que ce soit une direction de descente. On a alors ce qu'on appelle la méthode du gradient qui est la plus connue dans ce domaine. (cf : CHAPITRE 3 Méthode de Jacoby)

Tableau Les principales classes de problèmes en programmation mathématique.

Fonction $f$	Fonctions $g_i$	Ensemble $S$	Terminologie employée
Continues, non linéaires quelconques		continu, compact $\subset \mathbb{R}^n$	programmation mathématique continue
Non linéaires quelconques (pas nécessairement continues)		discret (exemple : ensemble des points à coordonnées entières contenu dans un compact)	programmation mathématique discrète (si $S \subset \mathbb{Z}^n$ , programmation non linéaire en nombres entiers)
Continue, non linéaire quelconque	$m=0$	$S = \mathbb{R}^n$	optimisation (non linéaire) continue sans contraintes
Non linéaire quelconque (pas nécessairement continue)	$m=0$	$S = \mathbb{Z}^n$	optimisation (non linéaire) en nombres entiers sans contraintes
Non linéaires quelconques et convexes		$S \subset \mathbb{R}^n$ convexe	programmation mathématique non linéaire convexe
Linéaires		$S$ pavé de $\mathbb{R}^n$ (exemple : $\mathbb{R}^{n+}$ )	programmation linéaire
Linéaires		$S \subset \mathbb{Z}^n$	programmation linéaire en nombres entiers

## 2 - FORMULATION DU PROBLEME D'OPTIMISATION DES RESEAUX

### MAILLES SOUS PRESSION

#### 2-1 DEFINITION.

Un réseau maillé est un graphe connexe qui est constitué d'une série de tronçons disposés de telle manière qu'il soit possible de décrire une ou plusieurs boucles fermées en suivant son tracé; une telle boucle s'appelle une maille.

Contrairement aux réseaux ramifiés (ou arbres ramifiés). Un réseau maillé présente une indétermination sur les grandeurs et les signes (sans) des débits et des pertes de charge dans chaque tronçon, ce dernier est caractérisé par son diamètre, sa longueur, coût, et sa nature constitutif.

#### 2-2 FORMULATION DU PROBLEME :

##### 2-2-1 INTRODUCTION :

L'optimisation des réseaux maillés peut se faire soit :

##### \*de manière implicite :

c'est-à-dire un tracé du réseau le plus économique possible avec aussi les côtes et la consommation aux noeuds (cas des appels aléatoires); les diamètres et la rugosité des conduites sont alors connus.

##### \* de manière explicite :

il s'agit de déterminer dans une gamme commerciale les diamètres optimaux des conduites de façon à minimiser ou, réduire le coût total du réseau.

### 2-2-2 NOTATION :

On note par :

- \*  $D_{ik}$  : le diamètre de numéro k, sur le tronçon i
- \*  $Z_R$  : côte de la surface libre du réservoir R
- \*  $Q_i$  : Débit de consommation au noeud i
- \*  $Z_i$  : La côte du noeud i ( par rapport au niveau de la mer)
- \*  $P_i$  : La pression au noeud i
- \*  $H_i$  : La côte piézométrique au noeuds i ( $H_i = P_i + Z_i$ )
- \*  $Q_i$  : Le débit dans le tronçon i.
- \*  $Q_{ij}$  : le débit dans le tronçon i entrant ou sortant du noeud j
- \*  $J_k(Q)$  : Perte de charge par unité de longueur, sur un tronçon i portant le diamètre  $D_{ik}$ , et , ou transite un débit  $Q_i$
- \*  $L_{ik}$  : Longueur de diamètre  $D_{ik}$  , sur le tronçon i,
- \*  $\Delta H_{ik}$  : perte de charge =  $J_k(Q_i) \cdot L_{ik}$
- \*  $P_{ik}$  : Prix unitaire de la canalisation de diamètre  $D_{ik}$
- \*  $P_i = \sum_k p_{ik}$  le prix total du tronçon i

### 2-2-3 La mise en équations :

Dans ce qui suit on va considérer un réseaux maillé R de n noeuds, t tronçons, m mailles, nr réservoirs.

$$t = m + n - 1$$

(a) Principe d'équilibrage des débits :

En chaque noeud du réseau, la somme algébrique des débits entrants et sortant est égale au débit de consommation.

ie: 
$$\sum E_j Q_j = q \dots\dots\dots (1,1)$$

ou:

$E_j = +1$  si  $Q_j$  est entrant dans le noeud  $j$

$E_j = -1$  si  $Q_j$  est sortant du noeud  $j$

$E_j = 0$  si  $Q_j$  n'appartient pas au noeud  $j$

Pour un réseau R on a n équations du type (1,1).

(b) Principe d'équilibre des pertes de charges :

Le long de chaque maille du réseau la somme algébrique des pertes de charge est nulle en convenant d'un sens de parcours le long de la maille considérée.

ie: 
$$\sum E_i \Delta H_i = 0$$

Où: 
$$\Delta H_i = \sum E_i \sum_k Q_k L_{ik} = 0 \dots\dots\dots (1,2)$$

$E_i = +1$  si le sens de l'écoulement dans le tronçon  $i$  est le même que le sens de la maille.

$E_i = -1$  si dans le cas contraire.

$E_i = 0$  dans le cas où le tronçon n'appartient pas à cette maille.

Pour le réseau R de m maille on a m équation du type (1,2).

### C - Cas de plusieurs réservoirs :

Soit deux points  $M_1$  et  $M_2$ , dont les charges fixées sont respectivement  $Z_1$  et  $Z_2$ , les tronçons  $i$  forment le chemin  $L$  reliant  $M_1$  et  $M_2$ . On a :

$$\sum_{i \in L} E''_{ik} \sum_j (Q_j) L_{ik} = \Delta Z = Z_1 - Z_2, \dots (1,3)$$

$E''_{ik} = +1$  selon que le sens permettant d'aller sur  $L$  de  $M_1$  à  $M_2$  est identique ou non au sens positif adopté pour le tronçon  $i$ .  
Ayant  $(nr)$  réservoirs on a  $(nr - 1)$  équation du type (1,3).

### D - Contraintes imposées :

#### 1 - Contrainte sur les vitesses :

Elles sont imposées par des conditions de sécurité. La vitesse moyenne de l'écoulement doit être limitée supérieurement à une valeur maximale afin de réduire les risques de détérioration par coups de bélier ou par cavitation et inférieurement par une valeur minimale afin de réduire les risques de dépôt.

$$V_{min} \leq V_{ik} \leq V_{max}$$

sachant que  $|Q_i| = V_{ik} \cdot S_{ik} = V_{ik} \pi \frac{D^2_{ik}}{4} \quad (1,4)$

#### 2 - Contrainte sur les pressions

En chaque noeud du réseau et pour satisfaire un meilleur service; On se fixe une charge minimale au dessous de laquelle on considère que le réseau est défaillant, la valeur de cette pression est fixée de façon à éviter la détérioration de la conduite par de pression et d'assurer l'alimentation des points les plus défavorisés.

Une pression maximale doit être aussi imposée afin de réduire le risque d'éclatement de la conduite par suppression

$$P_{\max} \leq P_j \leq P_{\min} \quad (j=1, \dots, m) \dots\dots\dots (1,5)$$

E-Expression de la perte de charge :

Pour un tronçon i portant les longueurs  $L_{ik}$  de diamètre respectivement  $D_{ik}$ , la perte de charge linéaire dans chaque longueur partielle  $L_{ik}$  est exprimée par :

$$\Delta H_{ik} = J_k (Q_i) \cdot L_{ik} \dots\dots\dots (1,6)$$

Dans le cas on utilise la formule de Hazen-Williams.

On a :

$$\Delta H_{ik} = f_{ik} |Q_i|^{a-1} Q_i D_{ik}^{-\gamma} \dots\dots\dots (1,7)$$

$$\text{avec } f_{ik} = \frac{10,69}{C_{ik}^a}, \quad a = 1,852, \quad \gamma = 4,865$$

$C_{ik}$  : Coefficient de Hazen-Williams dépend de la rugosité E

(Voir tableau ci-dessous)

E(mm)	2,0	1,0	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025	0
C	95	106	116	130	136	141	145	140,5

f - La fonction objectif (coût) :

Le coût d'un tronçon  $i$ , portant les diamètres  $D_{ik}$  sur des longueurs  $L_{ik}$  est :  $P_i = \sum_k P_{ik} L_{ik}$

alors le coût total du réseau est :

$$P = \sum_{i=1}^t P_i = \sum_k \sum_{i=1}^t P_{ik} L_{ik} \dots \dots \dots (1,8)$$

On obtient le programme mathématique suivant :

(P4) {

$$\text{Minimiser } P = \sum_{i=1}^t \sum_k P_{ik} L_{ik}$$

$$\sum_j E_i Q^j = q_j \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$\sum_{i \in M} E_i \sum_k J_k(Q_i) L_{ik} = 0 \quad (M = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{i \in I} E_i \sum_k J_k(Q_i) \cdot L_{ik} = DZ_i \quad (i = 1, \dots, n-1)$$

$$\frac{\pi V_{\min}}{4} \leq |Q_i| D_{ik}^{-2} \leq \frac{\pi V_{\max}}{4} \quad (i = 1, \dots, t)$$

$$P_{\min} \leq P_j \leq P_{\max} \quad (j = 1, \dots, n)$$

Ce problème est en fait un programme non linéaire que la majorité des auteurs évitent de résoudre sous cette forme.

3- Discussion du Problème :

3-1 1<sup>er</sup> cas : Les Débits sont fixes :

Si la distribution des débits  $Q_i$  sur le tronçons  $i$  est fixes, le programme (P1) se ramène au programme (P5).

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimiser } P = \sum_{i=1}^t \sum_k P_{ik} L_{ik} \\
 & \text{Sous les contraintes :} \\
 & \sum_{i \in M} E'_{ik} \sum_k J_k(Q_i) L_{ik} = 0 \quad (M=1, \dots, m) \\
 (P5) \quad & \sum_{i \in L} E'_{ik} \sum_k J_k(Q_i) L_{ik} = \Delta Z_k \quad (i=1, \dots, nr-1) \\
 & \pi \frac{V_{\min}}{4} \leq |Q_i| \leq \pi \frac{V_{\max}}{4} \quad (i=1, \dots, t). \\
 & P_{\min} \leq P_j \leq P_{\max} \quad (j=1, \dots, t)
 \end{aligned}$$

On a donc affaire à un programme linéaire; dont les variables principales sont le tronçon  $L_{ik}$ . Le sous ensemble des diamètres  $D_{ik}$  qui peuvent être portés par le tronçon  $i$  sont sélectionnés à partir des conditions de vitesse.

### 3-2 2ème cas : Les débits $Q_i$ sont inconnues :

#### 3-2-1 1ère difficulté

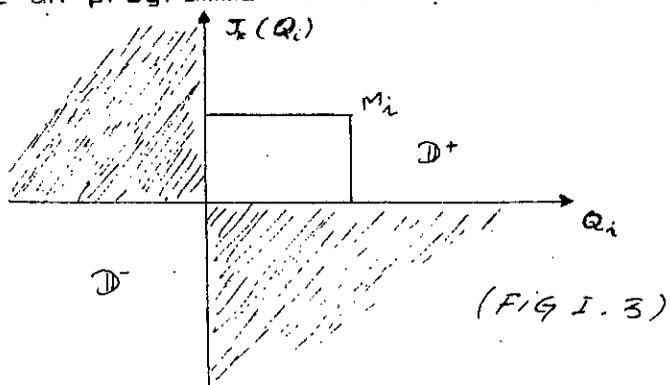
Les débits  $Q_i$  sont des variables et leurs signe est inconnu tant que le sens de circulation est aussi inconnu,  $J_k(Q_i)$  prendre le même signe de  $Q_i$ .

$$i.e. : \forall Q_i : J_k(Q_i) \cdot Q_i \geq 0$$

On déduit que pour un point  $M_i(Q_i; J(Q_i))$  se trouve dans un domaine  $D$  constitué par la réunion du 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> quadrant. Le domaine  $D$  n'est pas convexe, et dans ce cas provient la difficulté de résoudre un programme non convexe. (Fig I.3).

$$D = D^+ \cup D^-$$

non convexe



### 3-2-2 deuxième difficulté :

Pour la résolution du problème (P4) il faut que l'on respecté l'égalité:

$$\frac{\pi V_{\min}}{4} \leq |Q_i| D_{ik}^{-2} \leq \frac{\pi V_{\max}}{4}$$

sachant que  $|J_k(Q_i)| = f_{ik} \frac{|Q_i^\alpha|}{D_{ik}}$

et en posant :  $V'_{\min} = f_{ik} \frac{\pi V_{\min}}{4}$

et :  $V'_{\max} = f_{ik} \frac{\pi V_{\max}}{4}$

On obtient :

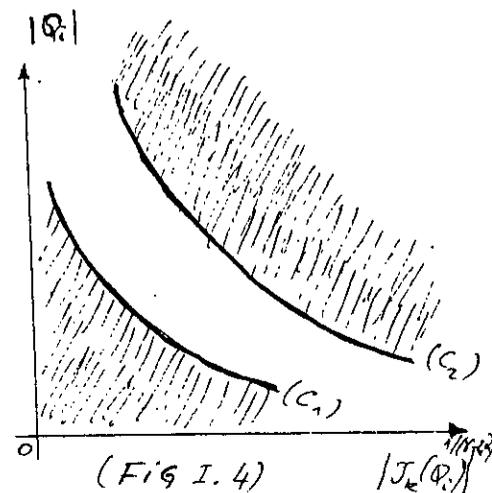
$$V'_{\min} \leq |Q_i|^{-\frac{2\alpha+\gamma}{\gamma}} |J_k(Q_i)|^{\frac{2}{\gamma}} \leq V'_{\max}$$

Par suite, si on représente cette contrainte dans le système d'axe  $(|J_k(Q_i)|, 0)$  et  $(0, |Q_i|)$

Le domaine  $D'$  des Solution réalisables est compris entre (C1) et (C2) (Fig I.4) d'équations.

$$|Q_i| = \left( \frac{V'^{\gamma}_{\min}}{|J_k(Q_i)|^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-2\alpha}} \text{ pour (C1)}$$

$$|Q_i| = \left( \frac{V'^{\gamma}_{\max}}{|J_k(Q_i)|^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-2\alpha}} \text{ pour (C2)}$$



Le domaine  $D'$  n'étant pas convexe donc il est très difficile de trouver une solution du (P4) dans le cas non convexe alors on ne peut exprimer ces contraintes par des relations linéaire.

### 3-2-3 Troisième difficulté :

La fonction à minimiser (1.8) prend des valeurs discrètes en un nombre fini de points, donc elle est non dérivable.

D'où la difficulté de trouver une solution du programme (P4), si on exprime le prix du tronçon par une fonction continue lissée sur les points de la série commerciale par :

$$P_i = \sum_k P_{ik} L_{ik}$$

$$\text{Avec : } P_{ik} = C_0 + C_1 D_{ik}^{\delta}$$

$$\text{Soit : } P_i = \sum_k (C_0 + C_1 D_{ik}^{\delta}) L_{ik}$$

$$\text{Ou : } P_i = C_0 \sum_k L_{ik} + C_1 \sum_k D_{ik}^{\delta} L_{ik}$$

$$P_i = C_0 \sum_k L_{ik} + C_1 \sum_k \left( f_{ik}^{\frac{1}{\delta}} \frac{|Q_i|^{\frac{\alpha}{\delta}}}{|J_k(Q_i)|^{\frac{1}{\delta}}} \right) L_{ik}$$

Minimiser  $P_i$  revient à minimiser :

$$P'_i = C_1 \sum_k \left( \frac{f_{ik}^{\frac{1}{\delta}} |Q_i|^{\frac{\alpha}{\delta}}}{|J_k(Q_i)|^{\frac{1}{\delta}}} \right) L_{ik}$$

La fonction  $P'_i$  n'est pas convexe ni de  $Q_i$  ni de  $J_k(Q_i)$  d'où la difficulté de résolution du problème on a donc affaire à un problème où le domaine des solutions réalisables n'est pas convexe, et la fonction  $P'_i$  soit non convexe, qui conduit à un problème pratiquement insoluble.

CHAPITRE:2

ETUDE THEORIQUE DES METHODES D'EQUILIBRAGE DES RESEAUX MAILLES.

# ETUDE THEORIQUE DES METHODES D'EQUILIBRAGES DES RESEAUX MAILLES.

## 1 - INTRODUCTION.

Connaissant les caractéristiques du réseau, les débits prélevés aux noeuds et la charge à au moins un noeud réservoir, il est demandé de déterminer la répartition des débits, et des cotes piézométriques sur l'ensemble du réseau, en respectant les contraintes de pression, et de vitesse, en fonction des valeurs initiales à attribuer aux variables. Pour cela on va présenter au cours de ce chapitre les méthodes suivantes :

- Méthode de Hardy-Cross
- Méthode de linéarisation de l'équation du perte de charge.
- Méthode de Newton-Raphson
- Méthode d'amélioration Newton-Sécaute

- o o -

Dans ce qui suit on va considérer un réseau maillé de  $n$  noeuds,  $m$  mailles,  $t$  tronçons, et  $m_r$  réservoirs.

## 2 - Méthode de Hardy - cross

### 2 - 1 Méthode des mailles :

Le principe de cette méthode est de choisir au préalable une distribution des débits dans les différents tronçons de manière à satisfaire la lois des noeuds :

$$\sum Q_{ij} + q_i = 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

On calcul pour chaque maille (M) du réseau la somme algébrique :

$$S_M = \sum_{i,j \in M} \Delta H_{ij} = \sum_{i,j \in M} R_{ij} Q_{ij}^2 \quad (M = 1, \dots, m)$$

Si  $S_M = 0$  Le réseau est équilibré, sinon on doit apporter une correction  $\Delta Q_M$  sur les débits de cette maille.

$$\Delta Q_M = - \frac{S_M}{2 \sum_{i,j \in M} \frac{|\Delta H_{ij}|}{|Q_{ij}|}} \quad (M = 1, \dots, m)$$

et on refait la même procédure jusqu'à l'obtention :

$$S_M = 0 \quad (M = 1, \dots, m)$$

## 2.2 - METHODE DES NOEUDS.

On se fixe les valeurs des charges  $H_j$  en chaque noeud  $j$  du réseau de façon à respecter la loi des mailles.

$$\sum_{i,j \in M} \Delta H_{ij} = 0 \quad (M = 1, \dots, m)$$

On calcule les débits dans chaque conduite d'après l'équation :  $\Delta H_{ij} = R_{ij} Q_{ij}^2$  résolue en  $Q_{ij}$ ,

$$\text{ie : } Q_{ij} = R_{ij}^{-1/2} H_{ij}^{1/2} = R_{ij}^{-1/2} (H_i - H_j)^{1/2}$$

et on calcule en chaque noeud  $j$  la somme algébrique :

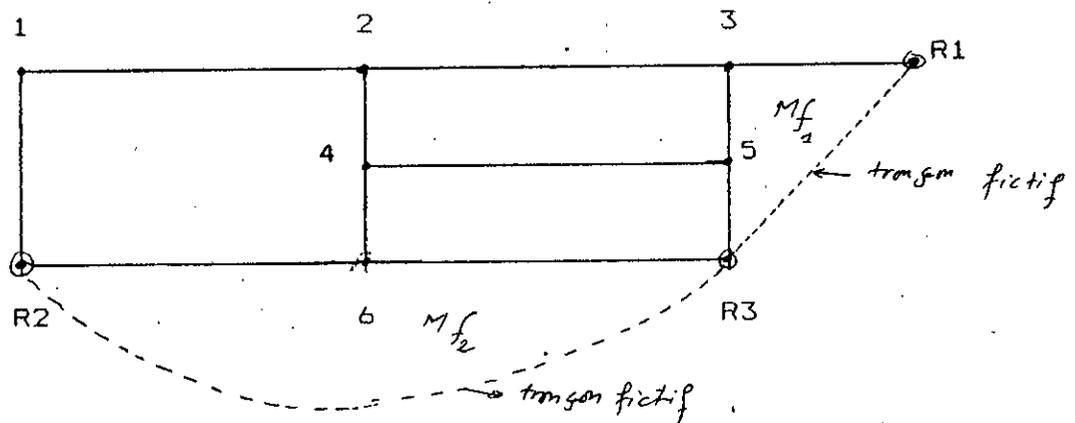
$$S'_j = \sum_i Q_{ij} + q_j \quad (j = 1, \dots, n)$$

Si  $S'_j = 0$  la solution initiale choisie est maintenue si non on apporte à  $H_j$  une correction  $\Delta H_j$  données par :

$$\Delta H_j = \frac{2 S_j}{\sum_i \frac{Q_{i,j}}{\Delta H_{i,j}}} \quad (j = 1, \dots, n)$$

### 2.3 - CAS DE PLUSIEURS RESERVOIRS.

lorsque le réseau comporte plus d'un réservoir on procède comme suit :



Ayant  $(n_r)$  réservoirs, on est amené à créer  $(n_r - 1)$  conduites fictives et donc  $(n_r - 1)$  mailles fictives reliant les réservoirs entre eux (deux par deux). Pour chacune des  $(n_r - 1)$  nouvelles mailles fictives, la somme des pertes de charges le long des conduites qui les constituent ne sera pas nulle mais égale à la différence entre les charges (connues) aux deux noeuds réservoirs.

$$\sum_{i,j \in L} R_{i,j} Q_{i,j}^2 = \Delta Z_R$$

### 3 - METHODE DE LINEAIRISATION DE L'EQUATION DE PERTE DE CHARGE

Cette méthode est basée sur la linéairisation de la loi de la perte de charge qui traduit en quelque sorte un régime laminaire à la loi :

$$\Delta H_{ij} = H_i - H_j = R_{ij} Q_j^2$$

On substitue :

$$\Delta H_{ij} = H_i - H_j = R_{ij} Q_j$$

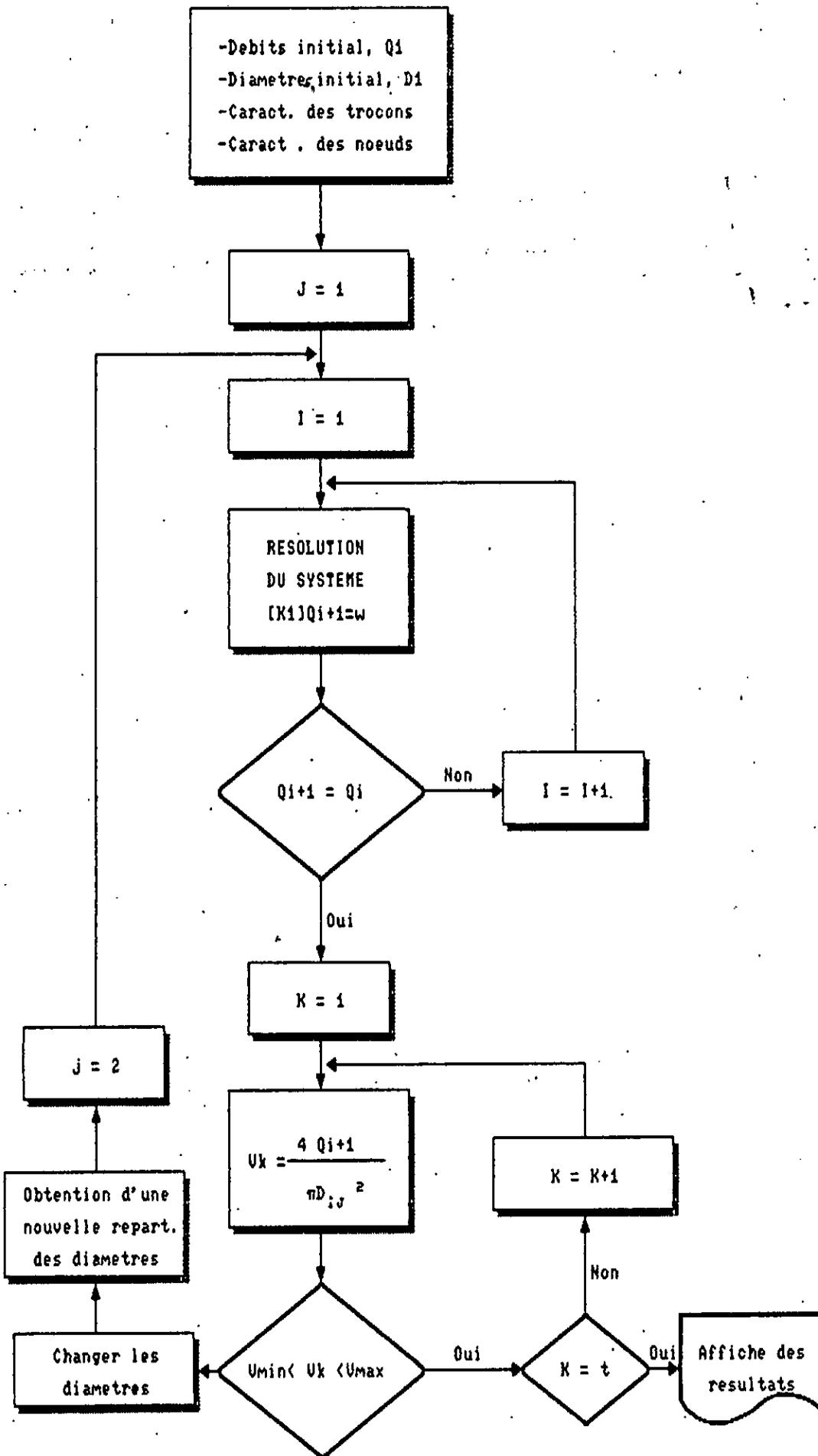
Le procédé général de résolution est constitué des étapes suivantes :

- Détermination d'une répartition initiale des débits et des diamètres  $Q_0 = (Q_{01}, Q_{02}, \dots, Q_{0t})^t$
- Résolution du système d'équation linéaire à  $t$  inconnue  $[K_0] Q_1 = W$  avec:  $[K_0]$ : est la matrice des données avec  $m$  rangées relatives aux équations de mailles, elles renseignent sur les coefficients  $R_{ij}$ , et  $(t-m)$  lignes relatives aux équations de continuité aux noeuds, les éléments de ces lignes ont pour valeur  $+1$  ou  $-1$ , suivant le sens du débit.

$W$  : Vecteur dont les composantes valent zéro, s'il s'agit d'une équation de maille, qui correspondent aux valeurs  $q_j$ ; s'il s'agit d'une équation aux noeuds,  $\Delta H_r$  différence de charge entre deux noeuds réservoirs.

$Q_1$  : Le vecteur solution

- En résolvant le système d'équation on aura une nouvelle répartition de débit  $Q_1$ , en forme de nouvelle matrice  $K_1$  et on répète le processus avec  $[K_1] Q_2 = W$  jusqu'à la convergence. (voir l'organigramme de cette méthode)



#### 4 - METHODE DE NEWTON - RAPHSON.

##### 4 - 1 FORMULATION DES EQUATIONS.

Soit  $(Q_j)$  le débit dans le tronçon  $j$  ( $j = 1, \dots, t$ ),  
et  $(R_j)$  sa résistance hydraulique, on propose la formulation  
suivante :

- Pour l'équation de continuité aux noeuds.

$$\sum_{j=1}^t E_{ij} Q_j = q_i \quad (i = 1, \dots, n)$$

avec  $q_i$  : le débit de consommation au noeud  $i$

$E_{ij} = 0$  Si le débit  $Q_j$  n'a aucune connexion avec le  
noeud  $i$ .

$E_{ij} = -1$  ( resp :  $+1$  ) le débit  $Q_j$  est sortant  
( resp : entrant ) du noeud  $i$ .

- Pour l'équation de la maille :

$$\sum_{j=1}^t E'_{ij} R_j Q_j^2 = 0 \quad (i = 1, \dots, m)$$

$E'_{ij} = 0$  si le débit  $Q_j$  n'appartient pas à la maille  $i$

$E'_{ij} = 1$  ( resp :  $-1$  ) le sens du débit  $Q_j$  est le  
même ( resp : le contraire ) au sens de la maille  $i$ .

On a donc  $m+n$  équations et  $m+n-1$  inconnues donc il y'a une  
équation redondante.

Alors le modèle mathématique adopté à la résolution par la  
méthode de Newton - Raphson est ainsi formulé.

$$F(Q) = \begin{cases} f_1(Q_1, \dots, Q_t) = \sum_{j=1}^t E_{ij} Q_j - q_i = 0 \quad (i=1, \dots, n-1) \\ f_k(Q_1, \dots, Q_t) = \sum_{j=1}^t E'_{kj} R_j Q_j^2 = 0 \quad (k=n, \dots, t) \end{cases}$$

La procédure de résolution consiste à :

- Choisir une répartition initiale des débits

$$Q_{it} = ( Q_1, Q_2 \dots , Q_t )$$

- la valeur de  $Q_{it+1} = Q_{it} + \Delta Q_t$

Le vecteur de correction  $\Delta Q_{it}$  est obtenu en résolvant le système d'équations linéaires.

$$J(Q_{it}) \cdot \Delta Q_{it} = -F(Q_{it})$$

avec  $J(Q_{it})$  : est la matrice jacadienne du système

$F(Q) = 0$ , calculée à l'itération  $it$

$$J(Q_{it}) = \left[ \frac{\partial f_i}{\partial Q_j} \right] \quad (i, j = 1, \dots, t)$$

$$\text{Si } i = 1, \dots, m - 1 \text{ et } j = 1, \dots, t) \quad \frac{\partial f_i}{\partial Q_i} = E_{ij}$$

$$\text{si } i = n, \dots, t \text{ et } j = 1, \dots, t \quad \frac{\partial f_i}{\partial Q_j} = 2E'_{ij} R_j Q_j$$

ce procédés de résolution se répète jusqu'à la convergence.

#### REMARQUE

Si la matrice  $[J(Q)]^{-1}$  est continue dans le voisinage de la solution cherché, et la répartition des débit est suffisamment proche de la solution, On peut poser approximativement.

$$J(Q_{it}) \approx J(Q_0)$$

et on retombe ainsi sur un processus de Newton - Raphson modifier:

$$Q_{it+1} = Q_{it} - [J(Q_0)]^{-1} F(Q_t)$$

## 5 - Méthode de Newton - Sécante

### 5 - 1 Introduction :

Le processus itératif de Newton - Raphson pour la résolution de l'équation  $f(x) = 0$  est donnée par :

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Lorsque les premiers estimés sont proche de la solution on peut faire l'approximation suivante :

$$f'(x_i) = \frac{df}{dx}(x_i) = \lim_{x_i \rightarrow x_{i-1}} \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} \approx \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}$$

et on obtient un nouveau processus itératif :

$$x_{i+1} = x_i - \frac{(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} f(x_i)$$

défini de Newton - Sécante

### 5 - 2 Généralisation au cas vectorielle :

Soit  $(e_i)_{i=1, \dots, t}$  la base canonique dans  $\mathbb{R}^t$

$$\frac{\partial f_i}{\partial Q_j} \approx \frac{1}{Q_j^k - Q_j^{k-1}} [f_i(Q_j) - f_i(Q_j^{k-1})] = S_{ij}$$

$$\text{et } Q_k = \sum_{i=1}^t Q_i^k \cdot e_i$$

$$\text{Où } T_k = \sum_{i=1}^t (Q_i^k + \delta_{ij} (Q_i^{k-1} - Q_i^k)) e_i$$

$$\text{Où } \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad \text{symbole de Kronecker}$$

$$Q_{it+1} = Q_{it} - [S] F(Q_{it})$$

où  $[S]$  : est dite la matrice " secante " formée par les éléments  $S_{ij}$ .

Pour le cas des réseaux maillés :

$$S_{ij} = E_{ij} \quad ( i = 1, \dots, n-1, j = 1, \dots, t )$$

$$\text{et } S_{ij} = \frac{1}{Q_j^k - Q_j^{k-1}} ( f_i(Q_k) - f_i(T_k) ) \quad \begin{matrix} (i=n, \dots, t) \\ (j=1, \dots, t) \end{matrix}$$

REMARQUE.

Lorsque le nombre d'itération augmente, cette méthode se caractérise par un « aplatissement » du simplexe  $t$ -dimensionnelle, de sommets aux point  $Q_{k-1}, \dots, Q_k$ ; la conséquence en est une détérioration rapide du conditionnement du système  $F(Q) = 0$ , l'algorithme de calcul devient sensible à l'erreur de calcul et ne converge plus.



CHAPITRE: 3

PRESENTATION DE QUELQUES METHODES D'OPTIMISATION DES RESEAUX MAILLES

## PRESENTATION DE QUELQUES METHODES D'OPTIMISATION DES RESEAUX MAILLES

### INTRODUCTION:

Le cout d'un réseau d'alimentation en eau potable est toujours fort élevé, ceci a pleinement justifié la recherche et la mise en oeuvre des méthodes ayant pour objectif de minimiser l'ensemble des dépenses d'investissements, de fonctionnement, et de la maintenance du réseau.

Le problème a été abordé a la fin du dixneuvième siècle par l'ingénieur français BRESSE(1900) qui a proposé une formule simple pour le calcul du diamètre économique d'une conduite de refoulement. Plus tard en 1948 KOCH et VIBERT ont proposé de substituer a la formule de BRESSE une formulation qui tient compte notamment de l'utilisation journalière de la station de pompage.

Pendant les années 50 les études sont orientées vers une généralisation du problème. Elles tendent à obtenir une solution économique de l'ensemble du réseau. Ces études sont axés en premier lieu sur l'optimisation *des* réseaux ramifiés ou la détermination des diamètres optimaux est déterminé par la méthode de LABYE (1966).

## 1-Methode des longueurs equivalentes:

Tong et AL (1961).

### 1.1 INTRODUCTION:

En 1961 TONG ET AL commencent par introduire la notion des longueurs equivalentes d'une conduite, ils posent un postulat non demonstrable deduit de leur experience.

Par un raisonnement analogue a celui de la methode de Hardy-Cross ils imposent une condition de boucle qui leur permettra une fois verifie de trouver les longueurs equivalentes du reseau puis les diametres optimaux qui seront remplace par les diametres par les diametres commerciaux les plus proches. a la fin un equilibrage du reseau doit etre fait.

### 1.2 Definition du la longueur equivalente:

La longueur equivalente d'une conduite est definie comme etant celle d'une conduite de diametre egale 200mm, et de coefficient de Hazen-Williams egale a 100 qui, donne la meme perte de charge pou un meme debit

$$L_e = L \left( \frac{100}{C} \right)^\alpha \left( \frac{0.2}{D} \right)^\delta \quad (1.1)$$

ou:  $L_e$ : Longueur equivalente (m)

$L$ : Longueur de la conduite consideres (m)

$C$ : Le coefficient de Hazen-Williams

$D$ : Le diametre de conduite consideres (m)

de la formule (1.1) on peut deduire l'expression de  $L_e$  en fonction du debit, et de la perte de charge DH

$$L_e = \frac{DH}{\beta Q^\alpha} \quad \text{ou} \quad \beta = \frac{10.69}{(100)^\alpha (0.2)^\delta} \quad (1.2)$$

### 1.3 POSTULAT:

La solution economique est obtenue lorsque la somme algebrique des longueurs equivalentes pour une maille est nulles

$$\sum_i L_i \neq 0 \quad (1.3)$$

Ce postulat n'est pas demonstrable mathematiquement, il est deduit de l'experience et de l'observation.

**1.4 Procédure de résolution:**

On commence tout d'abord d'imposer une répartition initial des debit, de sorte que l'équation de continuité aux noeuds soit verifié, puis en calcul les longueurs equivalentes de chaque tronçon en utilisant la formule (1.2) puis la somme (1.3)

Si la condition (1.3) est verifiée pour toutes les mailles du reseau, dans ce cas on utilise la formule :

$$D = 200 \left( \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^t \Delta H_i \left( \frac{100}{C_i} \right)^{\frac{5}{4}} \right)^{\frac{4}{5}} \dots \dots \dots (1.4).$$

Pour déterminer les diamètres optimaux pour chaque tronçon on associe à ces diamètres les diamètres commerciaux les plus proches. En fin un équilibrage du reseau doit être fait, si (1.3) n'est pas verifiée on fait une correction des debits et reprendre les memes procédure de calcul jusqu'à l'obtention de (1.3).

**1.5 Expression du facteur de correction :**

Soit par exemple  $Q_1, Q_2, \dots, Q_t$  les debits initiaux dans les t tronçons qui forment la maille M, on a:

$$f(Q_1, \dots, Q_t) = \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^t \Delta H_i Q_i^{-\alpha} = \sum_{i=1}^t L_{e_i}$$

si  $f(Q_1, \dots, Q_t) \neq 0$ , et pour avoir l'équation de continuité aux noeuds toujours verifiée, les debits initiaux doivent être corrigés par un meme facteur de correction, on aura donc :

$$f(Q_1 + \Delta Q, \dots, Q_t + \Delta Q) = 0$$

En utilisant les premiers termes de la serie de Taylor, on a:

$$f(Q_1 + \Delta Q, \dots, Q_t + \Delta Q) = f(Q_1, \dots, Q_t) + \left( \sum_{i=1}^t \frac{\partial f}{\partial Q_i} \right) \Delta Q = 0$$

sachant que :

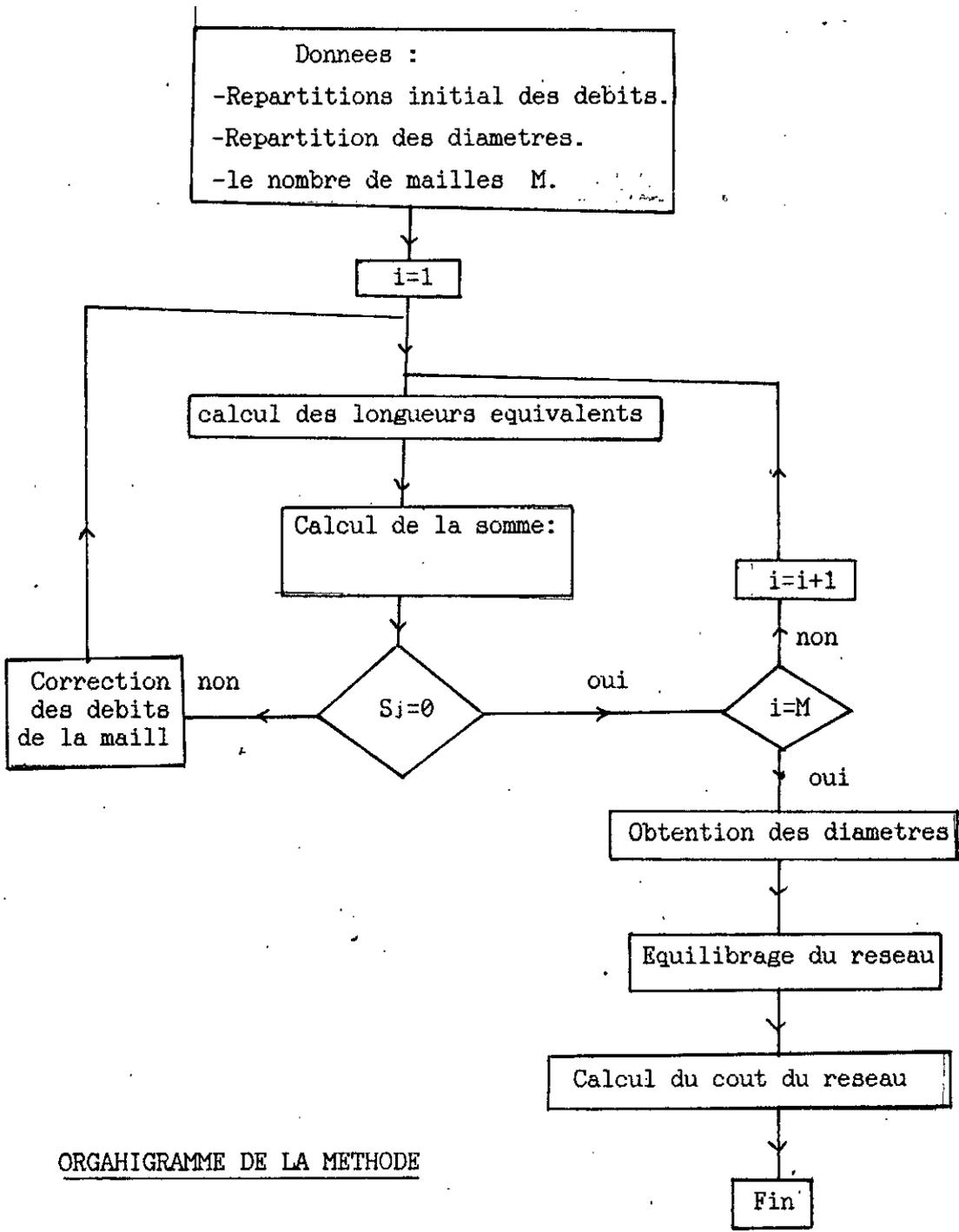
$$\frac{\partial f}{\partial Q_i} = - \frac{\alpha}{\beta} \Delta H_i Q_i^{-(\alpha+1)} = - \alpha \frac{L_{e_i}}{Q_i}$$

$$\text{d'où : } f(Q_1, \dots, Q_t) - \alpha \sum_{i=1}^t \frac{L_{e_i}}{Q_i} \Delta Q = 0$$

Soit : 
$$\Delta Q = \frac{\sum_{i=1}^t L e_i}{\alpha \sum_{i=1}^t \left| \frac{L e_i}{\Phi_i} \right|}$$

la methode de HARDY-CROSS necessite que le denominateur soit toujours positif, contrairement a la valeur de  $f(Q_1, \dots, Q_t)$ .

Soit :



ORGANIGRAMME DE LA METHODE

## 2 - METHODE DES LONGUEURS EQUIVALENTS RAMAN - V ET RAMANS (1966)

### 2 - 1 INTRODUCTION :

Cette méthode est fort semblable à celle de TONG et AL (1964), la seule différence est dans le postulat, au lieu que se soit  $\sum Le_i = 0$  le long de la maille pour avoir un réseau de coûts minimal, alors l'utilisation de cette dernière expression conduit à une expression de facteur de correction différent à celle trouvée dans la méthode de TONG et AL.

### 2 - 2 Expression de facteur de correction :

A partir de la condition de boucle  $\sum Le_i / Q_i = 0$  en démontre que l'expression du facteur de correction est donnée par la formulation suivante :

$$\Delta Q = \frac{\sum_{i \in m} \frac{Le_i}{Q_i}}{(\alpha + 1) \sum_{i=1}^n \frac{|Le_i|}{Q_i^2}}$$

## 3 - OPTIMISATION DES RESEAUX DE DISTRIBUTION D'EAU JACOBY (1968)

### 3 - 1 Introduction :

Le modèle mathématique de Jacoby donne une approche continue de la fonction objectif  $f$  du programme (P4) (cf : chapitre I).

Il pose le problème à pression bornées, et montre qu'il est discret et non linéaire en nombre entier.

Il applique à cette approche continue la méthode de gradient à pas prédéterminé dite "aléatoire", les valeurs théoriques obtenues sont arrondies aux valeurs commerciales les plus proches ce qui l'éloigne de l'optimum.

### 3 - 2 Présentation de la méthode de gradient à pas prédéterminé

Soit le programme mathématique non linéaire :

$$(P) \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f(x) \quad (3.1) \\ \text{sous les contraintes} \\ g_i(x) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (3.2) \\ x \in \text{SCR}^n \end{array} \right.$$

On part d'un point  $x^i$  qui vérifie les contraintes du problème (3.2), et on calcule le gradient de la fonction  $f$  en ce point ( $\text{grad } f(x^i)$ ). Comme  $\text{grad } f(x)$  indique la direction de plus grande augmentation de  $f$ , on se déplace d'une quantité  $i$  dans la direction opposée au gradient, et on définit le point :

$$x^{i+1} = x^i - \lambda_i \frac{\text{grad } f(x^i)}{\|\text{grad } f(x^i)\|} \quad (3.3)$$

avec :  $i > 0$  ( $i=1, \dots$ )

et  $\|\text{grad } f(x^i)\|$  est la norme euclidienne du vecteur  $\text{grad } f(x^i)$ .

Ce processus itératif converge si les conditions suivantes sont satisfaites  $i \longrightarrow 0$  quand  $i \longrightarrow \infty$

$$\sum_{i \geq 0} i = + \infty$$

L'inconvénient de cette procédure est que la convergence peut être très lente, le principal intérêt des méthodes de gradient à pas prédéterminé est de se généraliser au cas des fonctions non partout différentielles.

### 3 - 3 Les équations de base :

Le problème d'optimisation des réseaux maillés contenant  $n$  noeuds,  $m$  mailles et  $t$  tronçon est formulé par le système suivant :

$$\begin{array}{l}
 \text{Minimiser } P \\
 \text{Sous les contraintes :} \\
 \sum_{j=1}^n E_j Q_j = q_j \quad (j = 1, \dots, n) \quad (3.4) \\
 \sum_{i \in M} E_i' \Delta H_i = 0 \quad (M = 1, \dots, m) \quad (3.5) \\
 \frac{\pi V_{\min}}{4} \leq |Q_i| D_i^{-2} \leq \frac{\pi V_{\min}}{4} \quad (3.6) \\
 P_{\min} \leq P_j \leq P_{\max} \quad (j = 1, \dots, n) \quad (3.7)
 \end{array}$$

La relation liant la perte de charge, le débit, et le diamètre est :

$$(*) \text{ pour une conduite } \Delta H_i = \frac{K_i Q_i^2}{D_i^5} \quad (i=1, \dots, t) \quad (3.8)$$

$$(*) \text{ pour une pompe (radiale) } \Delta H_p = A Q_p^2 + B Q_p + C$$

où  $Q_p$  : débit traversant la pompe

$A, B, C$  : constantes caractéristiques de la pompe

La fonction objectif (ou coût)  $P$  à minimiser comprend le coût total de l'ensemble des contraintes et celui des opérations de pompage.

$$\begin{aligned}
 P = & \sum_{i=1}^t (K_1 D_i^3 + K_2 D_i^2 + K_3 D_i + K_4) L_i + \frac{1}{\eta} C_{gg} Q_p \Delta H_p T + \\
 & + \sum_{j=1}^n A_j \left( \sum_{i \in M_j} E_i Q_i - q_j \right) + \sum_{k=1}^n B_k \left( \sum_{i \in M_k} E_i' \Delta H_i \right) \quad (3.10)
 \end{aligned}$$

avec :

$K_1, K_2, K_3, K_4$  : constante à déterminer par ajustement

C : coût de kwh

$\rho$  : la densité de l'eau

g : l'accélération de la pesanteur

$\Delta H_P$  : l'augmentation de la charge

T : la durée de vie de pompe

m : le rendement globale de la pompe

$A_j, B_k$  : sont des constantes choisit arbitrairement

(\*) La fonction P peuvent être exprimée en fonction des débits et des diamètres, on a :

$$P(Q, D) = \sum_{i=1}^t (K_1 D_i^3 + K_2 D_i^2 + K_3 D_i + K_4 D_i^0) L_i + \frac{1}{\eta} C_P g Q_P \Delta H_P + \\ + \sum_{j=1}^n A_j \left( \sum_{i=1}^t E_i Q_i^j - q_j \right) + \sum_{k=1}^m B_k \left( \sum_{i \in K} E'_i K_i \frac{Q_i^2}{D_i^5} \right)$$

$$\text{ou } Q = (Q_1, \dots, Q_t)$$

$$D = (D_1, \dots, D_t)$$

(\*) La fonction P peuvent être exprimer en fonction des pertes de charge et des diamètres on a :

$$P(\Delta H, D) = \sum_{i=1}^t (K_1 D_i^3 + K_2 D_i^2 + K_3 D_i + K_4) L_i + \frac{1}{\eta} C_P g Q_P \Delta H_P T + \sum_{j=1}^n A_j \left( \sum_{i=1}^t E_i \frac{\Delta H_i D_i^5}{K_i} - q_j \right) + \\ \text{ou } \Delta H = (\Delta H_1, \dots, \Delta H_P) \text{ et } + \sum_{k=1}^m B_k \left( \sum_{i \in K} E'_i \Delta H_i \right)$$

### 3-4 Discussion du probleme :

Le probleme ainsi formulé est un programme non linéaire et discret et ceci à cause de la gamme commerciale des diamètres, jacobly à donc proposé une approche continue des diamètres qu'il resolt par une méthode itérative

### 3 - 5 Procédure de résolution

Pour résoudre ce probleme on utilise la méthode de gradient à pas prédéterminé, pour cela en choisit un point arbitraire  $P^0$  dans l'espace à  $2t$ -dimension

$((Q_1, \dots, Q_n, D_1, \dots, D_t)$  ou  $(\Delta H_1, \dots, \Delta H_t, D_1, \dots, D_t)$

tel que les contraintes soient satisfaites en ce point.

On progressera ensuite de point en point dans l'espace 2t-dimension.

Si au point donné la fonction P n'est pas minimale on recherche une direction et un pas pour se mouvoir dans l'espace de telle sorte que la valeur prise au point suivant soit que celle prise au point considéré.

Si la fonction P est convexe il suffit de se balader dans cette direction pour avoir le minimum absolu.

Il est très difficile d'apprécier la convexité de la fonction P, il faudra donc essayer d'autres direction pour éviter de confondre le minimum locale et le minimum absolue, la longueur du pas choisi dans la direction peut varier également, elle peut être réduite au augmentée suivant la, réduction de P obtenue, On peut recommencé le processus en portant d'un autre point initial.

Lorsqu'on arrive à minimiser la fonction P et annuler les termes contenant les constantes  $A_j$  et  $B_k$ , on arrondi les diamètres obtenues aux diamètres commerciaux les plus proches possible puis en rééquilibré le réseau.

#### 4 - METHODE DES DIAMETRES EQUIVALENT DEB ET SARKAR (1971).

##### 4 - 1 Introduction

La méthode des diamètres équivalents développée par DEB et SARKAR (1971) définit les fonctions coûts pour les conduites du réseau. Par l'introduction du concept du diamètre équivalent d'une conduite, Cette méthode permet de trouver les diamètre optimaux.

##### 4 - 2 Concept du diamètre équivalent

Le diamètre équivalent  $D_e$  d'une conduite est définie comme étant celui d'une conduite de longueur de 100 m et coefficient de HAZEN - WILIAMS égale à 100 qui donne la même perte de charge pour un même débit on démontre que :

$$D_e = \left( \frac{100}{4} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left( \frac{C}{100} \right)^{\frac{\alpha}{\delta}} D \quad (4.1)$$

avec:  $D_e$  : diamètre équivalent (m)

$C$  : le coefficient de HAZEN - WILLIAMS de la conduite origine.

$D$  : le diamètre de conduite origine (m)

à partir de (4.1) on peut déduire l'expression de la perte de charge  $\Delta H$  en fonction du diamètre équivalent  $D_e$  et le débit  $Q$ .

$$\Delta H = 10,69 (100)^{1-\alpha} Q^\alpha \cdot D_e^{-\delta} \quad (4.2)$$

soit alors:

$$D_e = (10,69)^{\frac{1}{\delta}} (100)^{\frac{1-\alpha}{\delta}} Q^{\frac{\alpha}{\delta}} \cdot \Delta H^{-\frac{1}{\delta}} \quad (4.3)$$

#### 4 - 3 Principe et procédure de résolution :

##### (a) Fonction coût :

DEB et SARKAR ont défini la fonction coût d'une conduite du diamètre  $D(m)$  et de longueur  $L(m)$  par la formule suivant.

$$Pc = K' L D^m \quad (4.4)$$

Où  $K', m$  des constantes.

Alors le coût d'une conduite de longueur fixe  $L=100$  m est de diamètre équivalent  $D_e$  est donné par :

$$Ct = K' 100 D_e^m \quad (4.5)$$

On remplaçant  $D_e$  par son expression (4.3) on obtient :

$$Ct = 100 K' (10,69)^{\frac{m}{\delta}} (100)^{\frac{1-\alpha}{\delta} m} \Delta H^{-\frac{m}{\delta}} Q^{\frac{\alpha m}{\delta}} \quad (5.6)$$

on pose :  $M = (10,69 \cdot (100)^{1-\alpha})^{\frac{m}{\delta}}$

et  $K = 100K'$

$$\text{on a donc } Ct = K M Q^{\frac{\alpha m}{\delta}} \cdot \Delta H^{-\frac{m}{\delta}} \quad (4.7)$$

(b) Procédure de résolution :

Pour une maille quelconque M d'un réseaux de distribution, on cherche à minimiser le coût total des conduites équivalentes, pour cela on essayera de minimiser le coût des conduites équivalentes, une fois les diamètres équivalents sont obtenus sur l'ensemble de toutes les mailles, on déduit les valeurs optimales réelles.

On calcule le diamètre équivalent de chaque conduite et on démontre que la condition du coût minimum de la maille M est que :

$$\sum_{i \in M} \left( \frac{D e_i^m}{Q_i} \right) = A' \quad (4.8)$$

avec  $A' = \frac{A}{0,381mK}$

A est la valeur de la pente  $dCt/dQ$  associée au coût minimum.

La valeur de  $A'$  n'est pas connue, dans ce cas on résoudra le problème avec des valeurs croissantes de A jusqu'à atteindre le  $A'$  qui fera changer le sens des débits. On prendra alors la valeur de  $A'$  maximale qui ne perturbe pas le sens de l'écoulement imposé par le choix des valeurs initiales de charges.

Une fois  $A'$  est déterminée on impose la condition (4.8) et on utilise pour avoir l'équilibrage en ce sens, la méthode de HARDY-CROSS, ou dans ce cas les facteurs de correction des débits sont de la forme :

$$\Delta Q = \frac{A' - \sum_{i \in M} \left( \frac{De_i^m}{Q_i} \right)}{(0,381m - 1) \sum_{i \in M} \left| \frac{De_i^m}{Q_i^2} \right|}$$

Si la condition (4.8) est satisfaite pour chaque maille on détermine les diamètres optimaux réels, en utilisant la formule inverse de (4.1) pour avoir les diamètres  $D_i$  et on fait un équilibrage du réseau.

## 5 - OPTIMISATION D'UN SYSTEME DE DISTRIBUTION D'EAU ALPEROVITS ET SHAMIR (1977)

### 5 - 1 Introduction

Cette méthode est basé sur la résolution d'un programme linéaire pour une répartition des débits données aux départ. On doit donc avoir la répartition des débits, qui nous permet d'avoir le coût le plus petit possible.

### 5 - 2 Formulation du problème :

On considère un réseau maillé alimenté par gravité à chaque noeuds  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) on doit satisfaire une demande:  $q_j$  ( $j=1, \dots, n$ ) la trace du réseau et les longueurs des conduites sont donnés, chaque conduite du réseau est constitué d'un ensemble de segments de conduites :

$L_{ijk}$  associé à un diamètre  $D_{ijk}$ .

$$\text{soit : } L_{ij} = \sum_k L_{ijk} \dots \dots \dots (5.1)$$

avec :  $i, j$  : indices des extrémités de la conduite.

$k$  : indice ou numéro du diamètre.

- \* Le groupe de diamètres peut être différent d'une conduite à une autre.
- \* La connaissance des débits aux noeuds permet de trouver une répartition des débit  $Q_j$  dans chaque conduite.

\* La perte de charge dans une conduite  $L_{ijk}$  est donnée par :

$$\Delta H_{ijk} = J_{ijk} \cdot L_{ijk} \dots \dots \dots (5.2)$$

ou  $J_{ijk}$  : est la perte de charge unitaire est peut être donnée par ~~la~~ la formule de HAZEN - WILLIAMS

$$J_{ijk} = f_{ij} Q_{ij}^2 \cdot D_{ijk}^{-5} \dots \dots \dots (5.3)$$

\* En commence par n'importe quel noeuds dans le système dont lequel la charge est connue pour chaque noeud n.

On a :

$$H_{min_n} \leq H_s + \sum_{i,j} \sum_k \Delta H_{ijk} \leq H_{max_n} \dots (5.4)$$

Le signe de la sommation dépend de la direction du débit, on peut écrire pour éviter toute confusion :

$$H_{min_n} \leq H_s + \sum_{ijk} \sum_k |\Delta H_{ijk}| \leq H_{max_n} \dots (5.4) \text{bis}$$

\* Le coût d'une condition est proportionnel à sa longueur

$$P = \sum_{i,j} P_{ij} = \sum_{i,j} \sum_k C_{ijk} L_{ijk} \dots (5.5)$$

\* Le coût total du réseau est donc :

$$P = \sum_{i,j} P_{ij} = \sum_{i,j} \sum_k C_{ijk} L_{ijk} \dots (5.5)$$

à Minimiser

\* Lors de la réalisation on tenir compte de la contrainte

$$\forall i, j, k ; L_{ijk} \geq 0 \dots \dots \dots (5.6)$$

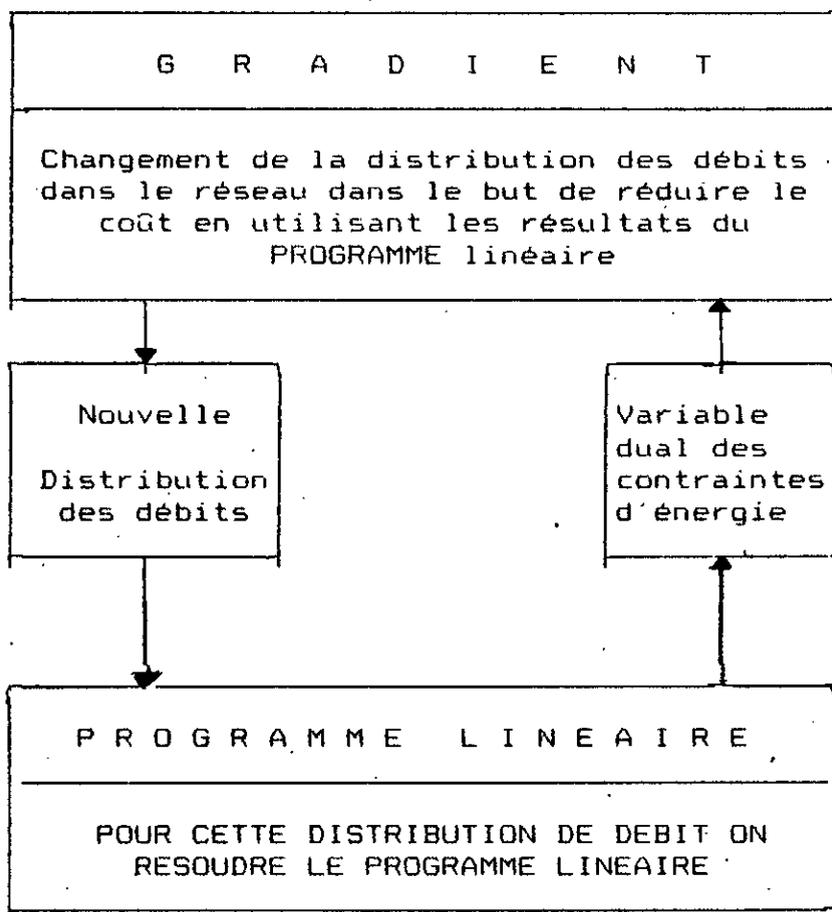
REMARQUE :

Notons que la présélection des diamètres pour une telle conduite introduit les contraintes dans le problème d'optimisation, la restriction du nombre possible de diamètre dans chaque conduite, permet de réduire le nombre de variables de décision ( $L_{ijk}$ ).

On peut montrer qu'à la solution optimale, correspond au plus deux segments de diamètres adjacents par conduites.

Présentation de la méthode :

La méthode de programmation linéaire du gradient PLG décompose le problème d'optimisation en deux étapes représenté par le schéma ci-dessous.



(\*) ETAPE 1

On considère l'optimisation du réseau lorsque la distribution des débits est supposée connue, on adopte la formulation donnée par les équations (5.1), (5.2), (5.4), et (5.5).

Si les débits sont donc connus dans les conditions et les charges dans les noeuds, l'équation (5.4) peut être rapidement formulé,

Les contraintes (5.1), (5.4), (5.6) ne suffisent pas de donner une solution faisable, donc il faut ajouter une contrainte qui exprime la perte de charge le long de certains chemins P.

$$\sum_{i,j} \sum_k J_{ijk} L_{ijk} = b_p \quad (5.7)$$

avec  $b_p$  : est la différence de charge connue entre les deux noeuds extrémités du chemin p, pour une boucle  $b_p = 0$ . Alors l'ensemble des contraintes (5.1), (5.4), (5.6), (5.7) plus la fonction objective (5.5) forment le programme linéaire qui doit être résolu.

Si on note  $Q = (Q_1, \dots, Q_t)^t$  le vecteur débit qui satisfait au principe d'équilibre des débits dans chaque noeud, le coût optimal du réseau peut être écrit :

$$\text{Coût} = PL(Q)$$

### (\*) ETAPE 2

Cette étape consiste à développer une méthode qui permet de changer le vecteur débit Q pour avoir le coût le plus petit possible, cette méthode est basée sur l'utilisation des variables duales de la contraintes (5.7) qui aide à définir la direction du gradient.

$\Delta Q$  le vecteur de changement de débit doit être choisie de façon que  $PL(Q + \Delta Q) < PL(Q)$ .

La direction suivant laquelle on ajoute  $\Delta Q$  et la meilleur possible est celle du gradient négatif de la fonction coût. si on note par  $\Delta Q_p$  le changement du débit selon le chemin p alors

$$\frac{\partial(\text{coût})}{\partial(\Delta Q_p)} = \frac{\partial(\text{coût})}{\partial b_p} \cdot \frac{\partial b_p}{\partial(\Delta Q_p)} = \frac{\partial(\text{coût})}{\partial b_p} \left( \sum_{i,j,k} \alpha_{ijk} \Delta H_{ijk} / Q_{ij} \right)$$

$\frac{\partial(\text{coût})}{\partial b_p}$  : est la variable duale de la contrainte (7).

Les composantes du vecteur  $\Delta Q$  étant proportionnelles au gradient. On doit aussi optimiser la valeur  $\Delta Q$ , on doit trouver donc un Coefficient  $\beta$  de façon à minimiser l'expression.

$$PL ( Q + \beta \Delta Q )$$

Il n'existe pas de méthode pour trouver  $\beta$ , on adopte donc une approche heuristique, et la valeur du pas  $\Delta Q$  est choisie pour le chemin ayant la plus grande valeur du gradient (en valeur absolue), sur les autres chemins, la valeur de  $\Delta Q$  est choisie proportionnellement du rapport du gradient source ce chemin par la plus grande valeur de gradient. Le processus s'arrête lorsqu'il n'y a plus d'amélioration possible du coût, après un nombre donné d'itérations.

6 - DETERMINATION DES DIAMETRES OPTIMAUX DANS LES RESEAUX DE DISTRIBUTION D'EAU  
KARIM. K. EL JUMAILY ET R. Z. FENTHERSTONE (1983)

6.1 - INTRODUCTION

Cette méthode est basée sur un processus itérative qui consiste à modifier les diamètres à chaque étape d'itération dans le but de minimiser le coût total du réseau. qui comprend le coût des conduites des pompes, des réservoirs et de l'entretien du réseau.

6.2 - MISE EN EQUATIONS.

(2.1) - LES FONCTIONS COUT.

Le coût total d'un réseau comprend le coût de l'investissement c'est à dire le coût des conduites, des pompes et du réservoir, et le coût de l'exploitation qui comprend le coût du pompage intégré sur la durée de vie estimée des installations, et le coût de l'entretien du réseau.

Les fonctions coût sont définit pour chacun de ces éléments, les coefficients et les exposants qui apparaissent dans ces équations sont déterminés suivant le pays dans lequel on veut réaliser le projet.

(2.1.1) - COUT D'UNE CONDUITE.

$$C_c = a_1 L^{a_2} D^{a_3}$$

L : La longueur en (m)

D : Le diamètre en (cm)

$a_1, a_2, a_3$  : Constantes

Ce coût comprend le coût du matériau, du transport et de l'installation.

(2.1.2) - COUT D'UNE POMPE D'ADUCTION :

(a) COUT DE L'INSTALLATION :

$$C_{pi} = b_1 Q_p^{b_2} \Delta H_p^{b_3}$$

où  $Q_p$  : le débit de la pompe en ( $m^3 \cdot s^{-1}$ )

$\Delta H_p$  : l'augmentation de la charge (m)

$b_1, b_2, b_3$  : constantes

Si on ignore la valeur de  $\Delta H_p$  on déduit :

$$C_{pi} = C_1 Q_p^{C_2} \quad C_1, C_2 : \text{constantes}$$

(b) - COUT DE L'UTILISATION :

$$C_{p2} = \frac{\rho g Q_p T F Y}{1000 \eta}$$

Où  $\rho$  : masse volumique de l'eau ( $kg/m^3$ )

$g$  : l'accélération de la pesanteur ( $m \cdot s^{-2}$ )

$T$  : le nombre d'heures de travail par an (h/an)

$\eta$  : le rendement total de la pompe

$Y$  : durée de vie de l'installation (ans)

$F$  : le coût de Kwh.

2 - 1 - 3 Coût d'un réservoir :

$$C_R = d_1 V_r^{d_2}$$

Où  $V_r$  : est le volume du réservoir ( $m^3$ )

$d_1, d_2$  : des constantes.

## 2 - 1 - 4 Coût de l'entretien, des traitements et du travail sur le réseau :

$$C_e = 1,0j \cdot C_e = e_1 Q_j^{e_2}$$

$Q_j$  : le débit journalier ( $m^3$ /jours)

$e_1, e_2$  : des constantes.

## 2 - 2 Formule de la perte de charge :

Pour la calcul de la perte de charge en utilisant l'équation de DAREY - WEINBACH :

$$\Delta H = \lambda \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gA^2} = 0,08 \frac{\lambda L}{D^5} Q^2$$

avec :  $\Delta H$  : La perte de charge linéaire (m)

$L$  : La longueur de la conduite (m)

$Q$  : Le débit ( $m^3 \cdot s^{-1}$ )

$A$  : Section de la conduite ( $m^2$ )

$D$  : Diamètre de la conduite (m).

et  $\lambda$  est le coefficient de perte de charge linéaire est définie par l'ensemble de colebrook-white

$$\frac{1}{\lambda^{1/2}} = -2 \log_{10} \left( \frac{k}{3,7D} + \frac{2,5}{Re \lambda^{1/2}} \right)$$

avec :  $k$  : la rugosité absolue.

$Re$  : Le nombre de Reynolds.

Soit  $J = \frac{\Delta H}{L}$  la perte de charge unitaire pour

une conduite alors D'après l'équation de DARCY - WEISBACH on déduit l'expression du diamètre :

$$D = \frac{(0,08)^{0,2} Q^{0,4}}{J^{0,2}} = K_1 \frac{Q^{0,4}}{J^{0,2}}$$

avec :  $K_1 = (0,08)^{0,2}$

donc le coût d'une conduite :

$$C_c = L^{0,2} D^{0,3} = a_1 L^{0,2} \left( \frac{K_1 Q^{0,4}}{J^{0,2}} \right)^{0,3}$$

### 2 - 3 La fonction du coût totale :

Le coût total du réseau est exprimé par la fonction.

$$C_t = \sum_{i=1}^t C_{c,i} + C_p + C_e + C_r$$

ou bien 
$$C_t = \sum_{i=1}^t a_i L_i^{0,2} \left( K_1 \frac{Q_i^{0,4}}{J^{0,2}} \right)^{0,3} + b_i Q_i^{0,2} \Delta H_p^{0,3} + d_i V^{0,2} +$$

$$\frac{f g Q_p \Delta H_p T F Y}{1000 \text{ m}}$$

#### REMARQUE :

On remarque que les auteurs ne tiennent plus compte dans cette équation du terme relatif à l'entretien du réseau.

$$\Delta H_p = S_d \cdot d + R_p + Z_g + h_f$$

Où

$d$  : la longueur du plus court chemin entre le réservoir et le noeud de charge minimum (m).

$S_d$  : la perte de charge unitaire sur se chemin

$R_p$  : Pression minimum exigée au noeuds (m).

$Z_g$  : Profondeur de la nappe est donc des pompe par rapport au niveau du sol (m).

$h_{rp}$  : perte de charge dans la conduite d'adduction et dans la pompe (m).

### 6 - 3 Méthode de résolution :

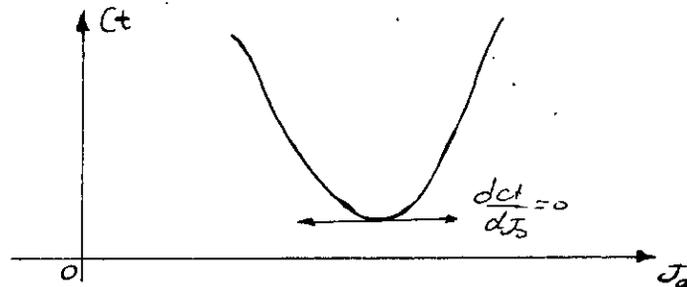
L'optimisation du réseau est obtenue lorsque la perte de charge par unité de longueur est égale à une valeur  $J_0$ , constante et unique pour toutes les conduites,

alors l'équation de coût total du réseau s'écrit :

$$C_t = C_t(J_0) = a_1 \sum_{i=1}^t K_1 \frac{a_3 L_i^{0.2} Q_i^{0.4+2.4}}{J_0^{0.2+3} 0,2 a} + b_1 Q_p^{0.2} \Delta H p^3 + d \gamma^{0.2} + \frac{\rho g Q_p (J_0 d + R_p + Z_0 + h_{rp}) T F Y}{1000 \eta}$$

Les termes (autres que  $J_0$ ) sont obtenues par un calcul hydraulique.

La variable de  $C_t = C_t(J_0)$  donne la courbe représentée ci-dessous



$$\frac{dC_t}{dJ_0} = -0,2 \sum_{i=1}^t [a_3 K_1 \frac{a_3 L_i^{0.2} Q_i^{0.4+2.4}}{J_0^{0.2+3+1}} + \frac{g \rho Q_p d T F Y}{1000 \eta}] = 0$$

On pose :  $K_2 = a_1 K_1^{0.2}$  et  $K_3 = \frac{g Q_p d T F Y}{1000 \eta}$

En résolvant l'équation  $\frac{dC_t}{dj_0} = 0$  on obtint la solution.

$$j_0 = \left( \frac{0,2 a_3 \sum_{i=1} (K_2 L_i^{0,42} Q_i^{0,443})}{K_3} \right)^{\frac{1}{0,243+1}}$$

En utilisant l'équation de DARCY - WEISBACH on peut évaluer les diamètres correspondant à  $j_0$  trouvé.

Connaissant donc les nouvelles valeurs des diamètres on peut recommencer le calcul hydraulique avec ces diamètres, est évaluer un nouveau  $J_0$ .

On a donc formuler un processus itératifs ne s'arrête que lorsque le coût total obtenu est le minimum possible.

7 - OPTIMISATION DES RESEAUX URBAINS DE DISTRIBUTION D'EAU  
MORGAN ET GOUTER (1985)

7 - 1 INTRODUCTION.

Le modèle mathématique de l'optimisation est basée sur la résolution d'un programme linéaire à partir des débits et des diamètres initiaux, la solution optimale est obtenue lorsque l'on obtient un coût minimal.

7 - 2 DEVELOPPEMENT DU MODELE.

Ce modèle est un programme linéaire formulé par les fonctions suivantes :

(1) Fonction Objective (Coût) :

Cette fonction est donnée par l'expression :

$$P = \sum_{j=1}^t (K_{jdr} \cdot L_{jdr} + K_{jds} \cdot L_{jds}) \dots\dots\dots(1)$$

à minimiser

Où

$K_{jdr}$  (resp :  $K_{jds}$ ) : coût unitaire de changement dans le tronçon j de la conduite de diamètre de numéro d à une conduite de grand (resp : petit) diamètre de numéro r (resp:S)

$$K_{jdr} > 0 \text{ (resp : } K_{jds} < 0 \text{)}$$

$L_{jdr}$  (resp :  $L_{jds}$ ) : sont les variables de décision; sont des longueurs de la conduite de diamètre de numéro d dans le tronçon j remplacé par une conduite de diamètre de numéro r (resp : ) (en mètres).

t : nombre de tronçon dans le réseau

Soit  $C_j^t$  : le coût par unité de longueur de la contrainte diamètre numéro j.

$$\text{On a } K_{jdr} = C_r - C_d \dots (2) \quad K_{jds} = C_s - C_d \dots (3)$$

7 - 2 - 2 Les contraintes du problème :

(a) contrainte de pression :

Il faut que la pression en chaque points du réseau soit adéquate.

On a :

$$\forall i : \sum_{j \in P_i} (E_{jdr} L_{jdr} + Q_{jds} l_{jds}) \leq H_i - h_i \dots (4)$$

$$\text{Où : } G_{drj} = J_{jv} - J_{jd} \dots (5)$$

$$G_{jds} = j_{js} - J_{jd} \dots (6)$$

Avec :

J<sub>jd</sub> : gradient hydraulique dans la conduite de diamètre de numéro d(m/m).

H<sub>i</sub> : charge minimale à admettre au noeud i

h<sub>i</sub> : la charge au noeud i

P<sub>i</sub> : la série des conduites.

Les auteurs évitent d'introduire cette ~~contrainte~~ dans le programme et propose d'autre formulation de (4) et utiliser au lieu de ça la contrainte suivante :

$$\forall i : \sum_{j \in P_i} (W_{ij} G_{jdr} L_{jdr} + W_{ij} G_{jds} l_{jds}) \leq H_i - h_i \dots (7)$$

Où W<sub>ij</sub> : Exprime le pourcentage de débit qui arrive du tronçon j vers le noeuds i de l'ensemble de débit qui arrive à ce noeud.

(b) Contraintes de longueur :

$$L_{jdr} \leq L_j \dots (8)$$

$$L_{jds} \leq L_j \dots (9)$$

Où : L<sub>j</sub> est la longueur du tronçon j (j=1,.....,t)

Si le tronçon L<sub>j</sub> est formés par deux type de conduites l'une pour les petits diamètres (l<sub>1j</sub>) et l'autre pour les grandes diamètres (l<sub>2j</sub>) on a :

$$L_{jdr} \leq L_{1j} \dots\dots\dots(10)$$

(j=1,...,t)

$$L_{jdr} \leq L_{2j} \dots\dots\dots(11)$$

et  $l_{1j} + l_{2j} = L_j \dots\dots\dots(12)$  (j=1,...,t)

**7 - 3 Procédure de résolution :**

On a une répartition initiale des débits et diamètres développé par la méthode de Hardy-Cross, en utilisant ces résultats et on résout le programme linéaire, puis en fait un rééquilibrage du réseau en tenant comptes les valeurs des dimensions obtenus et on refait le même procédés pour les nouvelles valeurs des débits.

Ce processus doit être répété itérativement jusqu'à la convergence, en fin on compare les résultats à chaque étapes d'itérations et on prend les résultats qui correspond à un coût minimale.

**8 - MODELE D'OPTIMISATION DES RESEAUX DE DISTRIBUTION D'EAU LANSEY ET MAYS (1990)**

**8 - 1 INTRODUCTION :**

Le modèle utiliser pour résoudre le problème d'optimisation des réseaux maillés est basé sur la méthode de gradient réduite généraliser, et l'utilisation le concepts des multiplicateurs de Lagrange dans la résolution. La résolution consiste à réduire la complexité du problème par la résolution implicite des équations de conservation de masse et d'énergie.

**8 - 2 Formulation du problème :**

Le problème d'optimisation est formulé ainsi :

La fonction du coût à minimiser  $f(H,D)$  (1)

sous les contraintes :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Equation de conservation de masse} \\ \text{Equation de conservation d'énergie} \end{array} \right\} G(H,D) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Les charges aux noeuds } H_{\min} \leq H \leq H_{\max} \quad (3)$$

$$\text{Les pertes de charges } j_{\min}(D) \leq j(D) \leq j_{\max}(D) \quad (4)$$

$$\text{Contraintes générales } W_{\min}(H,D) \leq W(H,D) \leq W_{\max}(H,D) \quad (5)$$

Le vecteur D constitue les variables de décision.

### B - 3 Discussion du problème :

Le nombre élevé de contraintes dans ce problème sont celles des équations non linéaires de conservation de masse ou équations aux noeuds et celles des équations de conservation des pertes de charge ou équation des mailles, se sont celles qui rendent le problème difficile pour le résoudre, pour cela on réduit le nombre de contraintes en résolvant ces équations pour avoir la charge au noeud en fonction des diamètres D ie :  $H = H(D)$  dans ce cas on obtient le problème suivant :

$$\text{Minimiser } f(H(D), D) = F(D) \quad (6)$$

Sans les contraintes :

$$H_{\min} \leq H(D) \leq H_{\max} \quad (7)$$

$$j_{\min}(D) \leq j(D) \leq j_{\max}(D) \quad (8)$$

$$W_{\min}\{H(D), D\} \leq W\{H(D), D\} \leq W_{\max}\{H(D), D\} \quad (9)$$

### B - 4 La méthode de résolution :

La technique utilisée pour résoudre ce problème est la méthode des lagrangiens augmentés de pénalités. Le problème devient à minimiser :

$$AL(H,D,\sigma) = f(H,D) + \frac{1}{2} \sum \sigma_i \min \left( 0, q_i - \frac{\mu_i}{\sigma_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum \frac{\mu_i^2}{\sigma_i} \quad (10)$$

où  $\sigma_i$  et  $\mu_i$  sont les coefficients de pénalité et les multiplicateurs de Largage.

i : Indice qui représente le numéro de la contrainte.

et soit :

$$q_i = H_i - H_{\min} \quad \bar{q}_i = H_{\max} - H_i$$

$$q_i = \min ( q_i , \bar{q}_i ) \text{ quelque soit } i$$

On peut réduire le problème originale (Eq(1), ... , (5))  
où on obtient le problème d'optimisation constitué par :

Minimiser  $RAL(D, \mu, \sigma) = AL(H(D), D, \mu, \sigma)$  sous les  
contraintes (8) et (9).

Ce dernier problème peut être résolu par la méthode de  
gradient réduit généralisé.

#### 8 - 5 Procédure de résolution :

- 1- Introduire les données initiales : ( Q, D, q )
- 2- Equilibrage du réseau.
- 3- Application de la méthode d'optimisation.
- 4- Obtention des nouvelles valeurs : ( Q, D, q )
- 5- Si la convergence est atteinte aller à 6 si non à 2
- 6- Rééquilibrage et calcul du coût du réseau.
- 7- Fin

CHAPITRE: 4

METHODE D'OPTIMISATION

## METHODE D'OPTIMISATION.

### 1- Introduction :

Après la présentation de quelques méthodes d'optimisation dans le chapitre précédent, dans ce chapitre le modèle d'optimisation est basé sur la méthode de LEBDI (1985) dite LABELB.

Deux nouvelles notions sont introduites :

- La notion d'ossature d'un réseau maillé.
- et - La notion d'appelles aléatoires au prises.

Ces deux critères constituent la base de fondation de cette méthode.

### 2- Détermination des débits du pointe :

La réalisation d'un réseau de façon qu'il puisse satisfaire la demande en chaque prise et simultanément conduit à le surdimensionner. Or dans la réalité cette supposition est une action très rare et presque irréalisable, car l'ouverture des prises est un phénomène aléatoire, pour résoudre ce problème. On a deux approches mathématiques :

#### 2.1 - Approches expérimentales :

##### (a) - Formule des plombiers.

Cette formule est utilisée pour le réseau neuf.

$$q = ab \frac{N^2}{\sqrt{b(N-1)}} \quad (1)$$

Où : q : Débit en (l/s)

a : Débit maximum d'un robinet en (l/s)

b : Nombre de robinets par foyer

N : Le nombre de foyers ( prises )

(b) - Formule de l'Aveyron :

$$q = aN \frac{N + b}{N + c} \quad (2)$$

q : Débit (l/s) ; a,b,c : constantes à déterminer

N : Nombre de foyers.

Pour le réseau de l'Aveyron ( sud de la France )

a = 0,05 ; b = 23 ; c = 2

Cette formule est applicable pour des réseaux où la période de pointe est très courte, où qui nécessite une marge de sécurité élevée.

2 -2 Approche probabiliste :

Dans ce cas on considère que les besoins pourraient ne pas être satisfaits par le réseau, si la probabilité d'apparition de ces dernier est exceptionnelle et faible, la défaillance étant aléatoire de courte durée, et localisée dans le temps et dans l'espace. On admet que cette défaillance est acceptable car elle permet une diminution notable du gabarit du réseau, donc son coût.

(a) - Formule de la demande de clément :

Soit un ensemble de foyers, répondant aux critères suivants :

- 1- Les foyers sont tous identiques.
- 2- Les foyers sont indépendants entres eux.
- 3- La consommation de chaque foyer est aléatoire.
- 4- Critère de confort et de précision d'avenir :

c'est à dire que chaque foyer ouvre son robinet pour tout ou rien au débit instantané D.

Soit d le débit fictif continu correspondant leur dotation journalière, donc la probabilité d'ouverture des robinets ( d'un seul foyers ) est :

$$p = \frac{d}{D} \quad (3)$$

Donc le nombre probable de ceux dont le robinet est ouvert s'écrit :

$$m = NP = N \frac{d}{D} \quad (4)$$

N : Est le nombre de foyers à l'aval du tronçon considéré.

Les contraintes de vie en collectivité sont telle que P peut prendre les valeurs différentes selon qu'on soit aux heures <sup>de pointe</sup> ou non, donc la consommation moyenne de ces N foyers sera :

$$q_{\text{moy}} = N P D$$

Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre d'abonnés ou de foyers tirant de l'eau à un instant donné parmi les N abonnés qui ouvrent leurs robinets, soit i abonnés.

La variable X suit une loi binomiale de paramètre  $P = \frac{d}{D}$  et N

$$\text{Où : } P(X = i) = P(i) = \binom{N}{i} p^i (1 - p)^{N-i} \quad (6)$$

$$\text{Où : } \binom{N}{i} = \frac{N!}{i! (N-i)!}$$

a - 1 Approximation de la loi Binomiale par la loi Normale.

$X \approx B(N,P)$  L'espérance mathématique de X est :

$$E(X) = \mu = N P$$

et la variance  $V(X) = \sigma^2 = NP(1 - P)$

Si N est suffisamment grand et p n'est pas trop petit dans ce cas :

$$X \approx N(\mu, \sigma^2)$$

Alors 
$$U = \frac{X - \mu}{\sigma} \approx N(0,1)$$

Donc : 
$$X = \sigma U + \mu = NP + U \sqrt{NP(1 - P)}$$
 (7)

Le débit prélevé dans ces conditions est donc :

$$q = NPD + UD \sqrt{NP(1 - P)}$$
 (8)

Où U est obtenu à partir de l'équation :

$$\int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx = 1 - \frac{H}{2}$$

u : est déterminé en utilisant le tableau de <sup>la</sup> fonction de répartition de la loi Normal.

H : Taux d'homogénéité.

a - 2 Approximation de la loi Binomiale par la loi de Poisson.

Dans le cas où le produit  $N.P < 10$  et N de l'ordre de 25 on peut approximer la loi Binomiale par la loi de Poisson du paramètre  $= NP$

Le débit du pointe est compris entre  $q_1$  et  $q_2$  tel que :

$$q_1 = n_1 D ; q_2 = n_2 D$$

Où  $n_1$  et  $n_2$  sont obtenus directement par les équations suivantes :

$$\sum_{i=1}^{n_1} \frac{(NP)^i}{i!} e^{-NP} = 1 - \frac{H}{+2} \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^{n_2} \frac{(NP)^i}{i!} e^{-NP} = \frac{H}{+2} \quad (10)$$

$n_1$  et  $n_2$  est déterminé en utilisant le tableau de la fonction de distribution de la loi de Poisson.

(b)- Formule de TRIBUT (1969).

Soit N foyers doués des caractéristiques décrit plus haut.

Soit :

$d$  : Le débit fictif continu.

$D$  : Le débit instantané.

TRIBUT propre pour la détermination de débit de pointe consommé au noeud la formulation suivante :

$$q = d(NK_{\infty} + \lambda \cdot \sqrt{NK_{\infty} \left( \frac{1}{P} - 2K_{\infty} \right) + T}) \quad (11)$$

Où :  $\lambda = \frac{X}{\sqrt{2N P (1-P)}}$  est l'écart réduit conditionnant la fiabilité du réseau.  $\lambda \in [1.5, 2]$

Avec:  $X$  : Le nombre de foyers tirant de l'eau à un instant donné, parmi N foyers.

$T$  : Constante d'ajustement pour  $N = 1$ .

$K_{\infty}$  : La valeur asymptotique vers laquelle tend le coefficient de pointe pour un très grand nombre de foyers.

$dNK_{\infty}$  : le débit de pointe probable aux heures de pointes pour utiliser cette formule il faut ajuster les paramètres :

$T; K_{\infty}; d; D$  pour le réseau étudié.

### 3 Ossature d'un réseau maille :

#### 3 - 1 Définition :

L'ossature d'un réseau maillé, c'est un ensemble de tronçons dont les diamètres sont fixés, et/ou pour des appelles aléatoires, le débit est stable.

#### 3 - 2 Détermination de l'ossature :

On fait un tirage au hasard de M régimes de débit en ouvrant et en fermant des prises dont le débit nominal est important ( $> 10$  l/s) ont la probabilité d'ouverture égale à 1. Pour les prises qui ont un débit faible ou moyen, la probabilité d'ouverture égale 0,5.

A chaque distribution de débits de prise ( $q_p$ ) ( $j=1, \dots, M$ ) au noeud p et pour le régime j ( $j=1, \dots, M$ ), on équilibre le réseau et on a une distribution  $Q^j$  de débits dans les tronçons i ( $i=1, \dots, t$ ).

On définit par :

$$Q^{**}_i = \text{Sup.} (Q^j_i)$$

$$\text{et } Q^{*i}_i = \text{inf} (Q^j_i)$$

$$\bar{Q}_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M Q^j_i \quad \text{la moyenne arithmétique des débits du tronçon } i$$

On note que  $Q^{**}_i$  et  $Q^{*i}_i$  sont des valeurs algébriques, le tronçon i appartient à l'ossature si seulement si les conditions suivantes sont satisfaites

$$Q^{*i}_i \cdot Q^{**}_i > 0 \dots\dots\dots (12)$$

et

$$\frac{Q^{**}_i - Q^{*i}_i}{\bar{Q}_i} \leq \alpha - \beta$$

$\bar{Q}_i$

On a pris différentes valeurs de  $(\alpha - \beta)$  : 0,2; 0,4; 0.

En fait, ce choix de  $(\alpha - \beta)$  est sévère si l'on compare à l'ajustement, pour un tronçon  $i$ , des valeurs de débits  $Q$  selon une loi gaussienne, soit  $(\alpha - \beta) = 0,4$  on a :

$$Q^{**}_i - Q^{***}_i \leq 0,4 Q_i, \text{ si } \alpha = 1,2 \text{ et } \beta = 0,8.$$

tout débit  $Q_i$  circulant dans le tronçon  $i$  vérifié la relation.

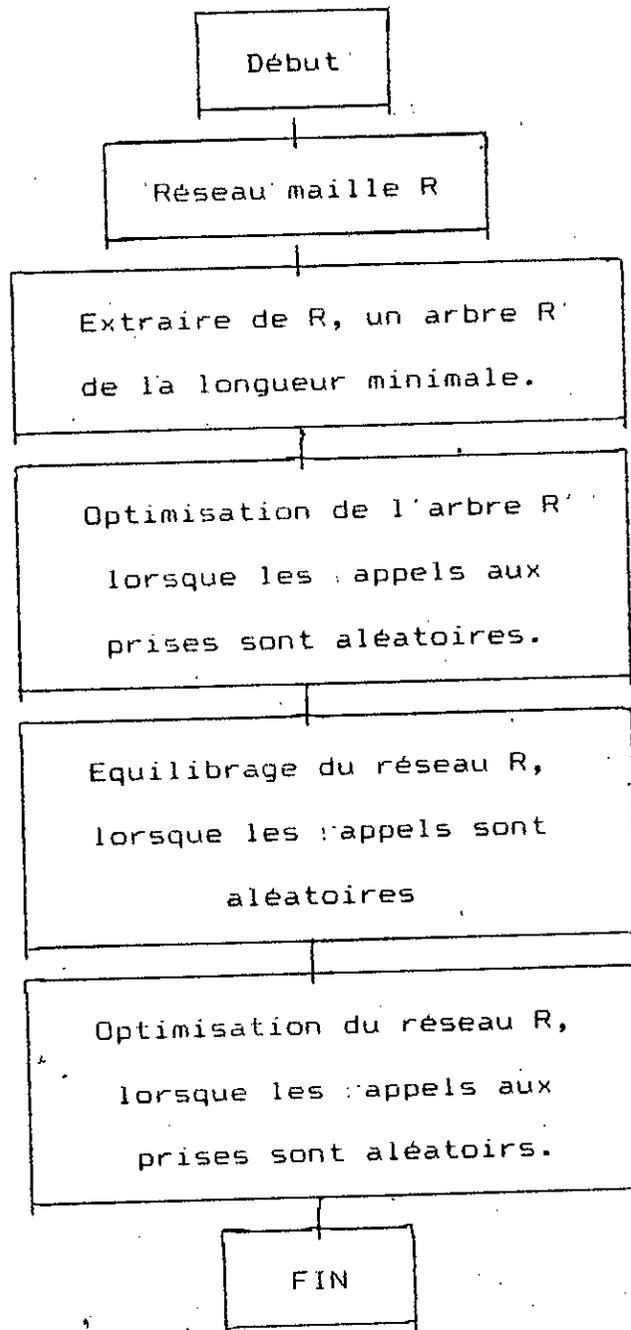
$$0,8 \overline{Q}_i \leq Q \leq 1,2 \overline{Q}_i$$

on a nécessairement  $Q^{**}_i = 0,8 \overline{Q}_i$  et  $Q^{***}_i = 1,2 \overline{Q}_i$ .

Les résultats de ces testes ont montré qu'il peut toujours y ressortir une ossature ramifiée, celle-ci peut être maille et on peut en extraire une ramifiée, en enlevant les tronçons maillants de plus faible débit, le réseau  $R'$  qui forme l'ossature ramifiée, et un ensemble de tronçons liaisons de maille qu'on appelle  $m$ , on a  $R = R' \cup \{m\}$ .

Pour un réseau neuf, pour lequel on ne connaît pas encore les diamètres, et vu l'importance de la longueur sur le prix, nous posons à priori comme définition de l'ossature du réseau à construire : c'est l'arbre de longueur minimale, extrait du réseau maillé initial.

4 - Organigramme de la méthode :



## 5 - ARBRE DE LONGUEUR MINIMALE :

### 5 - 1 Notations et définition :

Un réseau maille  $R = [N, T]$  est un graphe connexe dont  
 $T = \{ t_1, t_2, \dots, t_m \}$  l'ensemble des tronçons de  $R$  et  
 $N = \{ n_1, n_2, \dots, n_n \}$  l'ensemble des noeuds

On a aussi  $\text{Card } T = m$  et  $\text{Card } N = n$

On peut extraire de  $R$  un arbre  $R' = [N, T'] \in R$  de longueur minimal avec  $T' \subseteq T$  et  $\text{card } T' = n - 1$

### 5 - 1 Algorithmes de KRUSKAL (1956) :

#### 5 - 2 - 1 Algorithme 1 :

Le réseau est donné par la liste de ses tronçons dans l'ordre des longueurs croissantes (on donne pour chaque tronçon les numéros du noeud amont et aval).

La méthode : consiste à lire la liste des tronçons au départ  $T' = \{ t_1 \}$ . A l'étape  $k$  le tronçon  $t_k$  est lu, si  $t_k$  ne forme pas de maille avec les tronçons de l'ensemble  $T'$  alors ce tronçon est retenu :

$$T' = T' \cup \{ t_k \}$$

On passe au tronçon suivant.

et on continue jusqu'à la sélection de tous les tronçons du réseau.

L'ensemble  $T'$  obtenu à la fin définissent l'ensemble des tronçons qui forment l'arbre de longueur minimal.

#### 5 - 2 - 2 Algorithme 2 :

La liste des tronçons du réseau  $R$  ordonnées dans l'ordre des longueurs décroissantes.

On suppose au début que  $T' = \{ t_1, \dots, t_k \} = T$

On lit la liste des tronçons. A l'étape  $k$ , le tronçon  $t_k$  est lu, si  $R'_k = [N, T' - \{ t_k \}]$  a un nombre de connexité supérieur à celui de  $R$ , on passe au tronçon suivant.

Sinon, on supprime le tronçon  $t_k$  de  $T'$  en faisant :

$$T' = T' - \{ t_k \}$$

et on passe au tronçon suivant

On refait la même procédure jusqu'à la sélection de tous les tronçons du réseau.

$T'$  obtenus à la fin constitue l'ensemble des tronçons qui forment l'arbre de longueur minimal.

#### 6 - Numérotation de l'arbre :

Dans un arbre ramifié, un tronçon peut présenter plusieurs successeurs, pour numéroté l'arbre en limite le nombre de successeurs à deux, On peut en effet toujours se ramener à un schéma comportant au plus deux successeurs en créant, chaque fois que cela est nécessaire, un tronçon fictif de longueur nulle.

(Fig IV. 1,b)

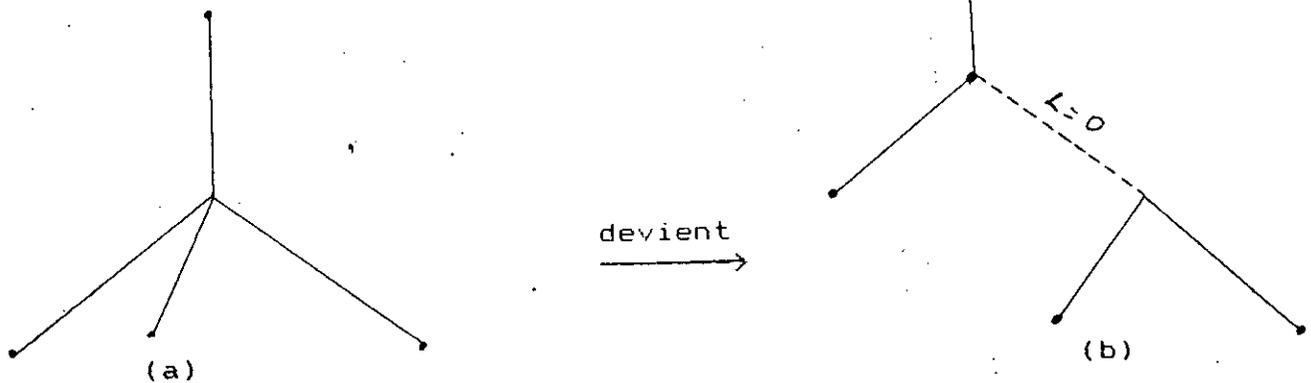


Fig IV.1

6 - 1 Méthode de parcours et jonction :

On numérote en partant d'un noeud quelconque d'extrémité et l'on accroit d'une unité en remontant vers l'amont, dès qu'on arrive à une jonction, on repart d'une extrémité du sous réseau adjacent, et ainsi de suite (Fig IV.2)

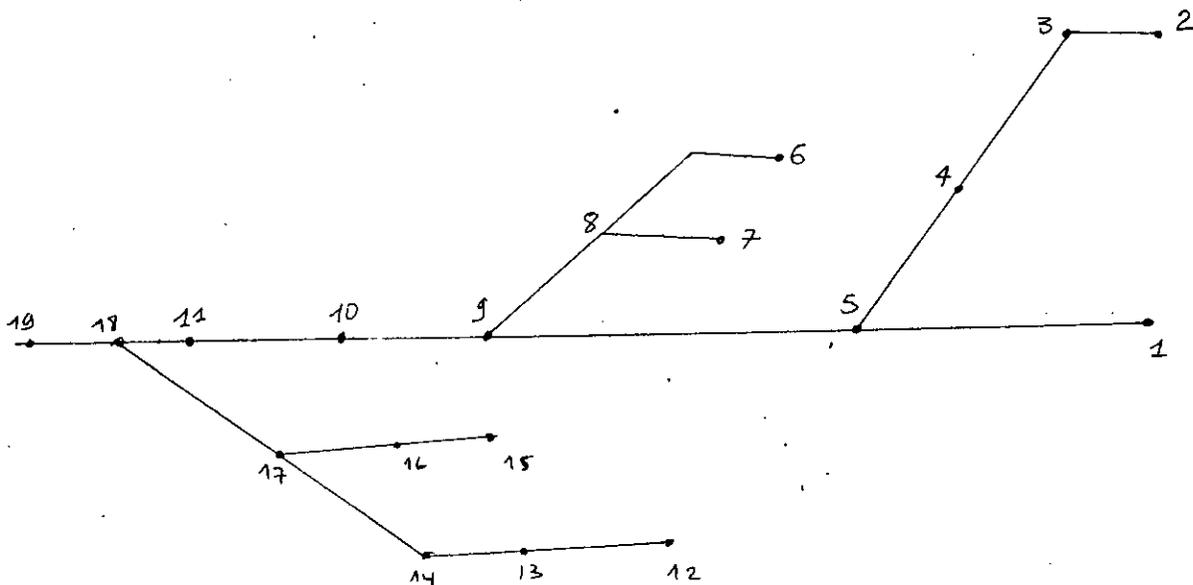


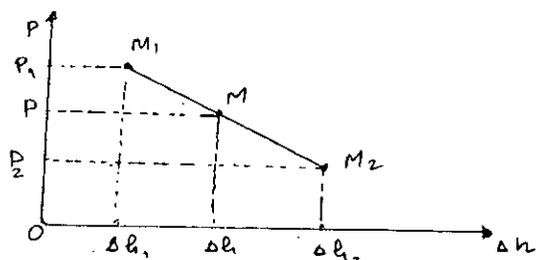
Fig IV.2

7 - Optimisation de l'arbre

7 - 1 Etude de prix d'un tronçon

Soit un tronçon  $i$  du réseau devant transiter le débit  $Q_i$ , les conditions de vitesse minimum et maximum admises permettant de sélectionner dans le bordereau des diamètres commerciaux ceux à mettre effectivement en compétition, car compatible avec ces conditions.

Au plus gros de ces diamètres, Soit  $D_1$  correspond à une perte de charge  $\Delta h_1$ , et un coût  $P_1$ , pour le diamètre  $D_2$  immédiatement inférieur de la série on a une perte de charge  $\Delta h_2$ , qui sera plus importante et un coût  $P_2$  sera plus faible.



On peut envisager une solution de «panachage» pour ce tronçon, qui porterait le diamètre D1 sur  $x$  ( ) de Li (  $0 < x < 1$  ) et diamètre D2 sur  $(1-x)$  Li.

On a le point figuratif M (Fig IV.3) de coordonnées.

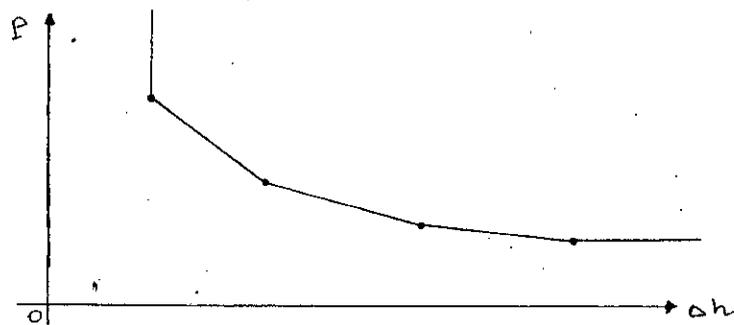
$$\Delta h = x\Delta h_1 + (1 - x) \Delta h_2 \dots\dots\dots (14)$$

$$P = xP_1 + (1 - x) P_2$$

Soit en éliminant  $x = \frac{P - P_2}{P_1 - P_2} = \frac{\Delta h - \Delta h_2}{\Delta h_1 - \Delta h_2}$  (16)

On continuant ce raisonnement pour tous les diamètres en compétition. L'ensemble des combinaisons de deux diamètres sur le tronçon peut donc être représenté par les segments liant les points  $(P_i, \Delta h_i)$  entre eux.

De tous ces segments on retiendra l'enveloppe inférieure qui exprime le prix minimal du tronçon en fonction de la perte de charge admise sur celui-ci (Fig IV.4).



On prolonge cette courbe par deux demi-droites

- la première est verticale qui exprime qu'on ne peut véhiculer le débit sous une perte de charge inférieure.
- La deuxième est horizontale ou on ne peut pas réduire le prix du tronçon même si l'on dispose d'un excédent de charge.

7 - 2 Courbe , Prix - Côte piézométrique P(Z) :

Le prix minimal d'un tronçon en fonction de la côte piézométrique est obtenu par la translation de la courbe  $P(\Delta h)$  de  $Z_m$  le long de l'axe  $\Delta h$ .

### 7 - 3 L'optimisation :

-1- On construit pour chaque tronçon de l'arbre sa courbe  $P_i (\Delta h_i)$  le problème d'optimisation peut alors être ainsi formulé :

On cherche la répartition des  $\Delta h_i$

- qui rend  $P = \sum_{i=1}^t P_i (\Delta h_i)$  minimal Sans les contraintes

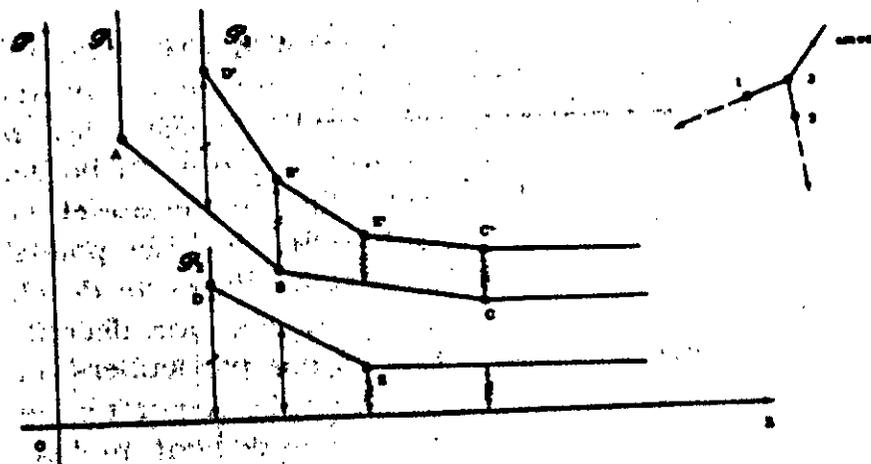
$$\sum \Delta h_i \leq Z_0 - Z_j \quad (j = 1, \dots, n).$$

#### 7 - 3 - 1 Addition en parallèle :

Soit une jonction (noeud 3) nous connaissons les deux courbes  $P_1(Z)$  et  $P_2(Z)$  à l'aval immédiat de celui-ci.

Si l'on dispose de la cote piézométrique  $Z$  au noeud 3, on a aussi cette charge au noeuds 1 et 2. Le minimal du sous-réseau situé à l'aval de 3 est donc :

$$P_3 (Z) = P_1 (Z) + P_2 (Z) \quad (\text{Fig IV.5})$$



- Courbes de prix : addition en parallèle

Fig IV . 5

### 7 - 3 - 2 Addition en série

soit un tronçon dont on connaît la courbe  $P_1(\Delta h)$  et la courbe  $P_1(Z)$  de son noeud aval. Cherchons à déterminer la courbe  $P_2(Z)$  de son noeud amont (Fig IV.6).

La cote piézométrique minimale nécessaire au noeud 2..  $Z_{A++}$  : correspond à celle du noeud 1.  $Z_A$  augmentée de la perte de charge minimale possible sur le tronçon  $\Delta h_2$ . A cette solution correspond le coût  $P_1(Z_A) + P_1(\Delta h)$ .

si l'on dispose au noeud 2 d'une cote piézométrique  $Z$  un peu supérieure à  $Z_{A++}$ . On devra dissiper le supplément de charge  $Z - Z_{A++}$  sur la portion ou la diminution correspondante du coût sera la plus grande.

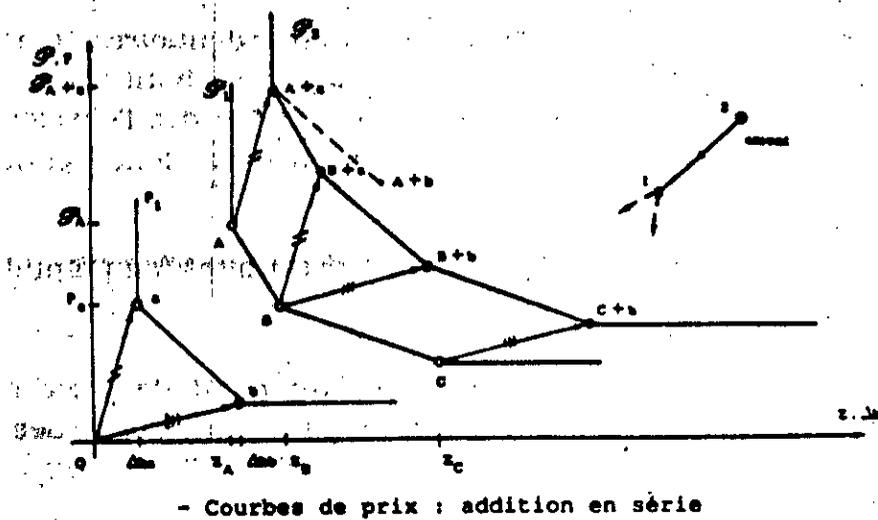


Fig. IV.6

### 7 - 4 Etapes de calcul :

#### 7 - 4 - 1 Montée :

Par les procédés présentés ci-dessus, on obtient de proche en proche la courbe  $P(Z)$  du réseau total exprimant le prix minimal du réseau en fonction de la charge en tête de celui-ci.

#### 7 - 4 - 2 Descente :

Une fois la cote piézométrique en tête du réseau, déterminée les courbes  $P_i(Z)$ , ( $i=1, \dots, N-1$ ) de chaque tronçon, permettant de proche en proche de déterminer les diamètres et les côtes piézométriques sur chaque tronçon.

#### 7 - 4 - 3 La procédure de calcul :

Dans le premier temps on « remonte » l'arbre par une suite d'opérations du type « addition en parallèle » ou « addition en série » pour déterminer la courbe  $P(Z)$  en tête de l'arbre. Puis dans un deuxième temps et pour une cote piézométrique en tête donnée, on « redescend » l'arbre en déterminant à chaque pas du calcul le ou les diamètres optima (Fig IV.7).

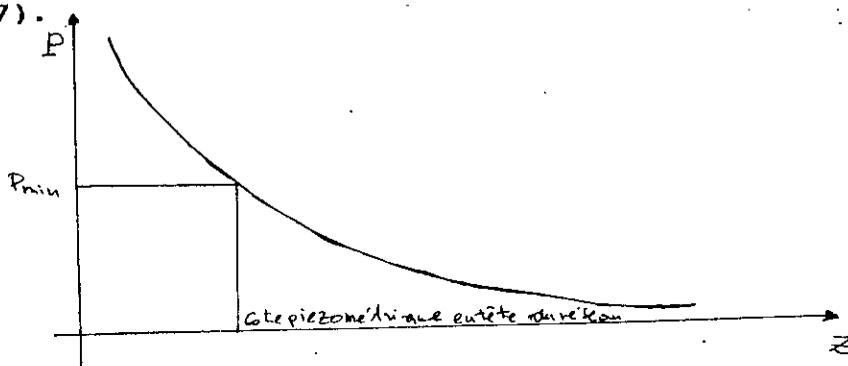


FIG IV - 7

### 8 - Optimisation du réseau maillé :

Après avoir optimiser l'arbre minimal par la méthode de LABYE (1966). On reconstitue le réseau maillé en ajoutant

On suppose une répartition initiale des diamètres pour les tronçons maillants, et on vérifie pour chacun de ces tronçons les contraintes de vitesse imposée. On distingue les trois cas :

-1- Si la vitesse moyenne est comprise entre la vitesse minimale, le diamètre initial est maintenu.

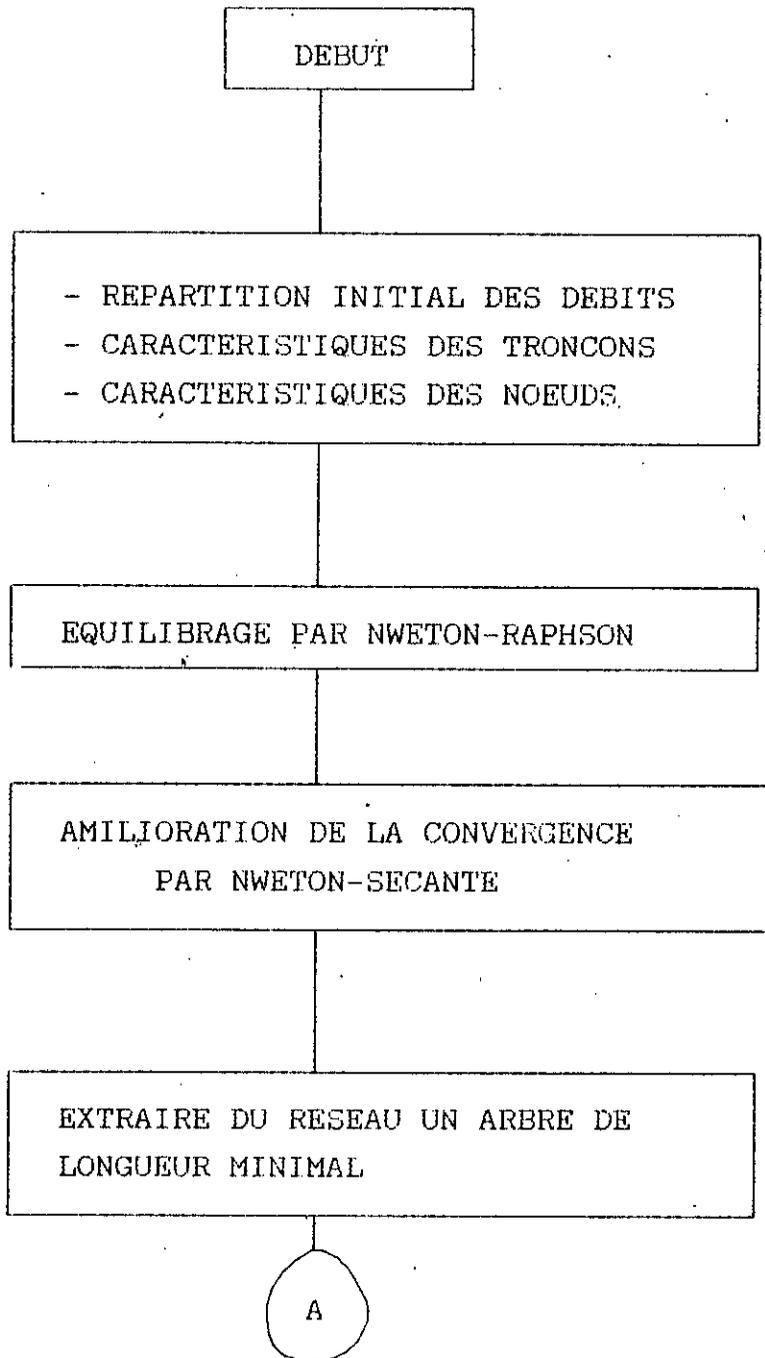
-2- Si la vitesse moyenne est supérieure à la vitesse maximale, le diamètre initial est remplacé par le diamètre qui lui est directement supérieur dans le bordereau de canalisation.

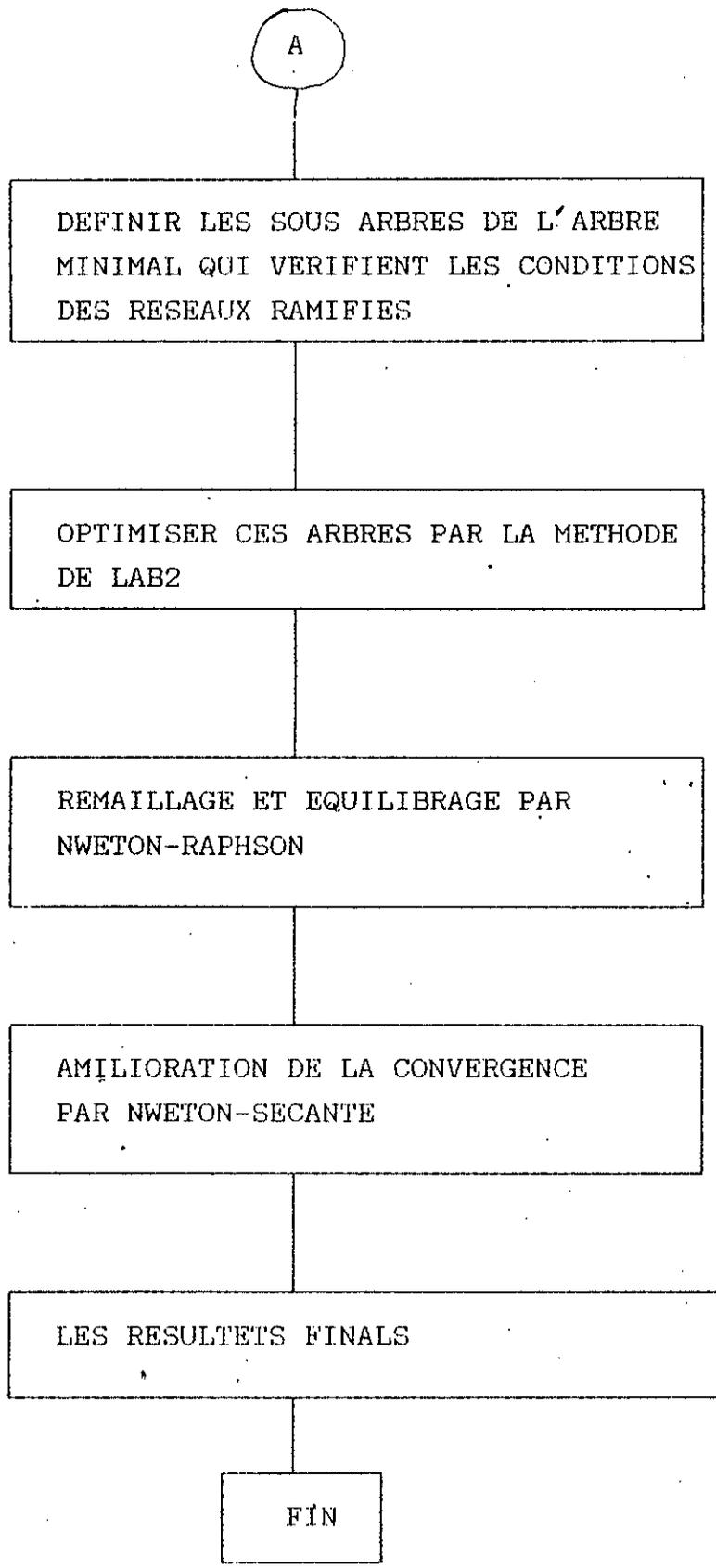
- Revérifier si la vitesse  $V < V_{max}$  alors on maintient ce diamètre si non on refait.

-3- Si la vitesse moyenne est inférieure à la vitesse minimale, le diamètre sera remplacé par le diamètre qui lui est directement inférieur dans le bordereau de canalisation, tout en vérifiant les contraintes des vitesses.

## 9. DESCRIPTION DU LOGICIEL DE CALCUL

Le logiciel de calcul "NETWORK" qu'on a essayé de le programmé est constitué de trois programmes, et un logiciel d'optimisation, les étapes de calcul sont présentées par l'organigramme suivant:







## 9.2 PROGRAMME DE RECHERCHE DE L'ARBRE MINIMAL :

Les données sont introduites à partir d'un seul fichier, qui est un tableau de trois colonnes. Il possède autant de lignes que de tronçons:

Noeud amont	Noeud aval	Longueur

## 9.3 PROGRAMME D'OPTIMISATION :

Après avoir obtenues les sous arbres ramifiés, on fait le calcul d'optimisation à l'aide du logiciel XERXES-RENFORS de CEMAGREFF appliquée sur les réseaux d'irrigations, ou on introduit les données à partir des fichiers suivantes:

### BORDEREAU DES TRONÇONS

NŒUD AVAL	NŒUD AMONT	TYPE des PRISES				COTE NGF.	COTE PIEZO MIN	DÉBIT (l/s)	LONG. (m)	N° du BORD.	DIAM. (mm)	N° de BORD. DE RENF.	DIAM de RENF.
		1	2	3	4								

### BORDEREAU DES CANALISATIONS

RUGOSI- TÉ	DIAM. (mm)	PRESS. NOMI. (bar)	PRESS. ADMIS. (bar)	VITESSE MINI (m/s)	VITESSE MAXI (m/s)	COEFF. de double- ment	N° de BORD.

## 9.4 PROGRAMME D'AMÉLIORATION DE LA CONVERGENCE:

Ce programme est basé sur la méthode de NEWTON-SECANTE, où les données du réseau sont introduites à partir de 3 fichiers:

- Le 1er fichier caractérise la répartition des débits par rapport aux nœuds, c'est un tableau de n colonnes et t+1 lignes. Les éléments de ce tableau sont les  $E1(i,j)$  ( $i=1, \dots, t+1, j=1, \dots, n$ )

Si le débit du tronçon i est entrant dans le nœud j,  $E1(i,j)=-1$  sinon,  $E1(i,j)=1$ . si ce tronçon n'a aucune relation avec le nœud j  $E1(i,j)=0$ . quand  $j=t+1$   $E1(i,j)=q_j$  (débits de consommations au nœud j)

- Le 2ème fichier caractérise la répartition des débits /t au maille c'est un tableau de m colonnes et t lignes. Les éléments de ce tableau  $E2(i,j)$ , si le débit  $Q_i$  n'a aucune relation avec la maille j  $E2(i,j)=0$  si  $Q_i$  est de même sens que le sens de la maille  $E2(i,j)=-1$ .

- Le 3ème fichier caractérise les tronçons du réseau (longueur, diamètres, débits et coefficient de Hazen-Williams)

APPLICATIONS:

DISCUSSION DES RESULTATS

CONCLUSION et RECOMENDATION

## APPLICATIONS:

L'ensemble du calcul numériques a été effectué appartir des cas réel et académique .

On a testé les trois reseaux suivants :

- Un réseau académique de deux mailles.
- réseau reel de testour (tunisie).
- réseau reel de boumahra (w.guelma).

L'intéret de cette étude numérique est d'avoir matérialisé dans quelle mesure , cette approche peut être d'un apport efficace dans la pratique

Les diamètres et les prix commerciaux (données en DA), d'après les renseignements de l'AGID en 1990

N°	DIAMETRE (MM)	PRIX (DA/mlinaire)
1	80	315.08
2	100	344.32
3	125	423.61
4	150	540.54
5	175	680.56
6	200	841.39
7	250	927.24
8	300	1298.33
9	400	1594.20
10	500	1912.08
11	600	2490.24
12	700	2794.66

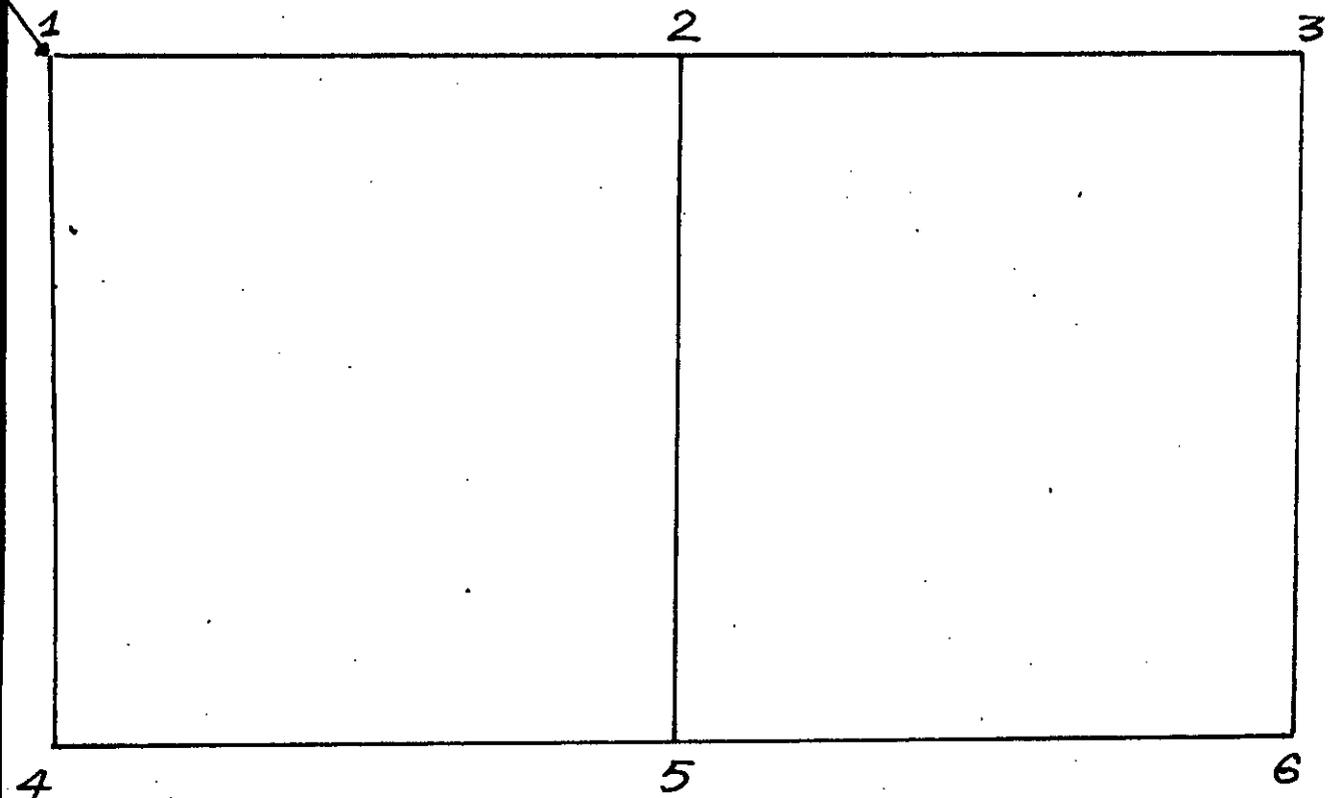
REMARQUE :Il s'agit des prix des conduites en fonte

Chaque application contient les étapes suivantes :

- le tracé du réseau.
- les caractéristiques des tronçons et des noeuds .
- le schéma de l'arbre de longueur minimal.
- résultats de l'équilibrage par NWETON-RAPHSON du solution existant et calcul du prix du réseau .
- définition des sous arbres ramifiés répondants aux conditions des réseaux ramifiés .
- résultat d'optimisation de ces réseaux par la méthode de LABYE .
- remaillage du réseau apres optimisation .
- rééquilibrage du réseau et calcul du nouveau prix du réseau .
- Calcul du gain .

Reseau : 1 Académique

Le Tracé



\*\*\* TABLEAU DES CONDUITES

	Noeud I	Noeud J	DIAM. (mm)	CHW	LONG. (m)
1	1	2	200	110	300
2	2	3	100	110	430
3	1	4	200	110	230
4	2	5	100	110	350
5	5	6	100	110	230
6	3	6	80	110	340
7	4	5	100	110	200

\*\*\* TABLEAU DES NOEUDS \*\*\*

NOEUD	CONSUMMATION (l/s)	ELEVATION (m)
1	-57	100.00
2	11	77.96
3	9	61.13
4	10	79.30
5	12	53.59
6	15	54.74

Resultats de l'equilibrage par Newton-Raphson.

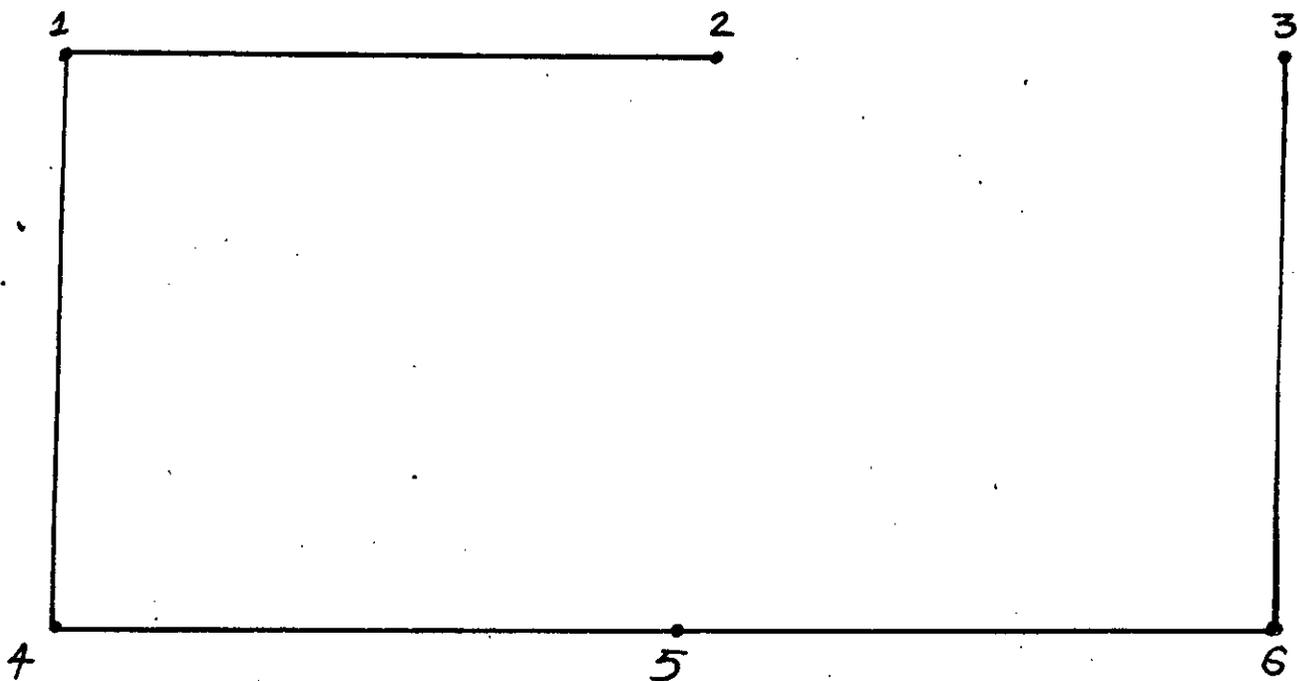
\*\*\* RESULTATS DES DEBITS \*\*\*

Liens	DIAM.	CHW	LONG.	DEBIT	PERTE	VITESSE
Noeud I    Noeud J	(mm)		(m)	(l/s)	(m)	(m/s)
1    1    2	200	110	300	32.22	2.32	1.03
2    2    3	100	110	430	10.67	12.59	1.36
3    1    4	175	110	230	24.78	2.10	1.03
4    2    5	125	110	350	10.55	3.38	0.86
5    5    6	100	110	230	13.33	10.16	1.70
6    3    6	80	110	340	1.67	0.95	0.33
7    4    5	125	110	200	14.78	3.61	1.20

\*\*\* RESULTATS DES PRESSIONS \*\*\*

NOEUD	CONSUMMATION (l/s)	ELEVATION (m)	HAUTEUR PIEZOMETRIQUE (m)	PRESSION (m)
1	-57	100.00	100.00	0.00
2	11	77.96	97.68	19.72
3	9	61.13	85.08	23.95
4	10	79.30	97.90	18.60
5	12	53.59	94.29	40.70
6	15	54.74	84.13	29.39

Le prix du reseaux : 976309.80 D.A



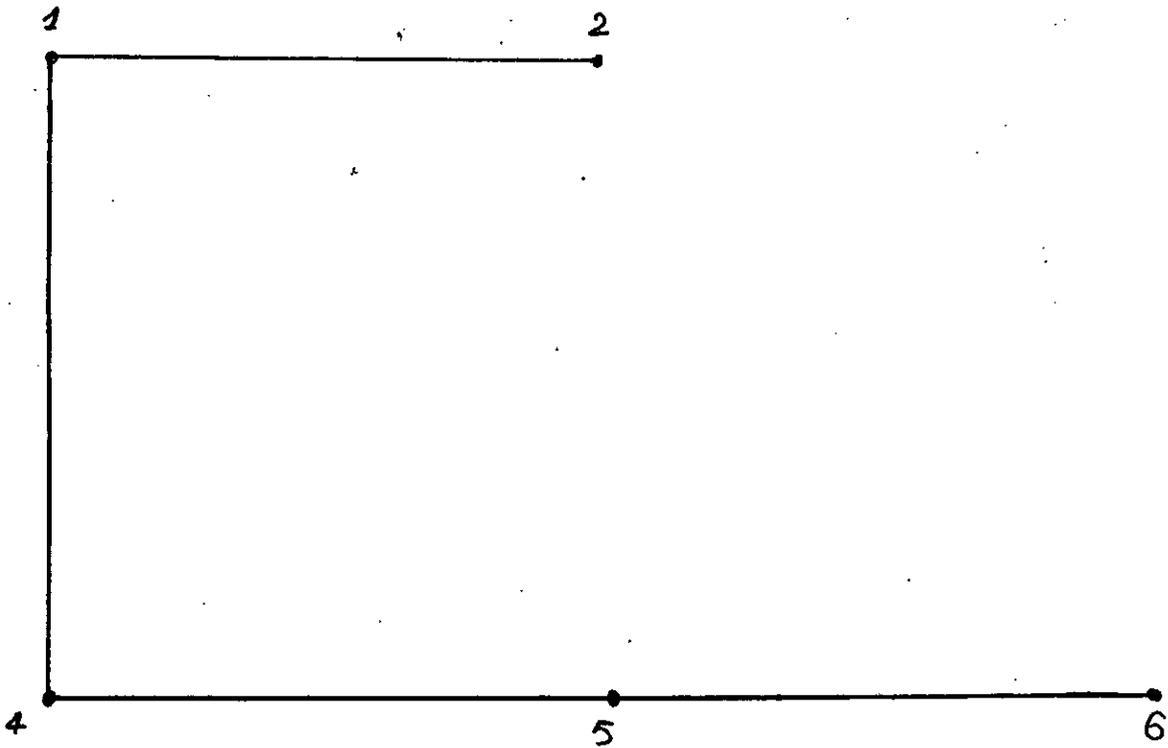
Arbre de longueur minimal

Donnees de l'arbre ramifier

Noeud I	Noeud J	L(m)	Debit(l/s)
1	2	300	32.22
1	4	230	24.78
4	5	200	14.78
5	6	230	13.33

Resultat d'optimisation par la methode de Labye

Noeud I	Noeud J	Diametre (mm)
1	2	200
1	4	200
4	5	100
5	6	100



Sous-arbre ramifie

Resultats de l'equilibrage apres optimisation

\*\*\* RESULTATS DES DEBIT \*\*\*

----- Liens -----		DIAM.	CHW	LONG.	DEBIT	PERTE	VITESSE
Noeud I	Noeud J	(mm)		(m)	(l/s)	(m)	(m/s)
1	2	200	110	300	32.63	2.38	1.04
2	3	100	110	430	11.77	15.09	1.50
3	4	200	110	230	24.37	1.06	0.78
4	5	100	110	350	9.86	8.85	1.26
5	6	100	110	230	12.23	8.67	1.56
6	6	80	110	340	2.77	2.43	0.55
7	5	100	110	200	14.37	10.16	1.83

\*\*\* RESULTATS DES PRESSIONS \*\*\*

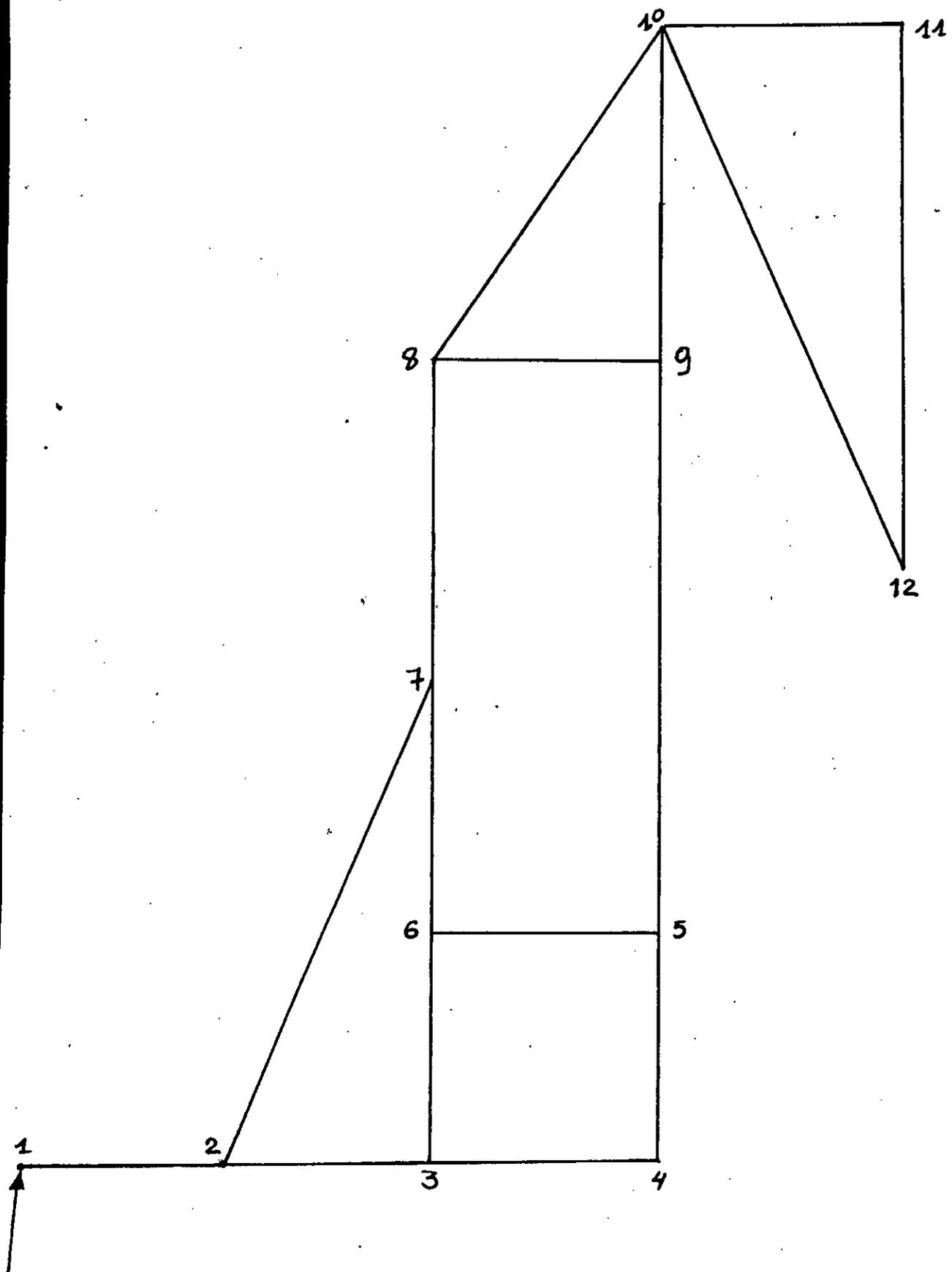
Noeud	CONSUMMATION	ELEVATION	HAUTEUR	PRESSION
	(l/s)	(m)	PIEZOMETRIQUE (m)	(m)
1	57	100.00	100.00	0.00
2	11	77.96	97.62	19.66
3	9	61.13	82.53	21.40
4	10	79.30	98.94	19.64
5	12	53.59	88.77	35.18
6	15	54.74	80.10	25.36

Le prix du reseau : 969691.00 D.A

Le Gain: 1 %

Reseau: 2 Testour (Tunisie)

Le Tracé



Reseau:2

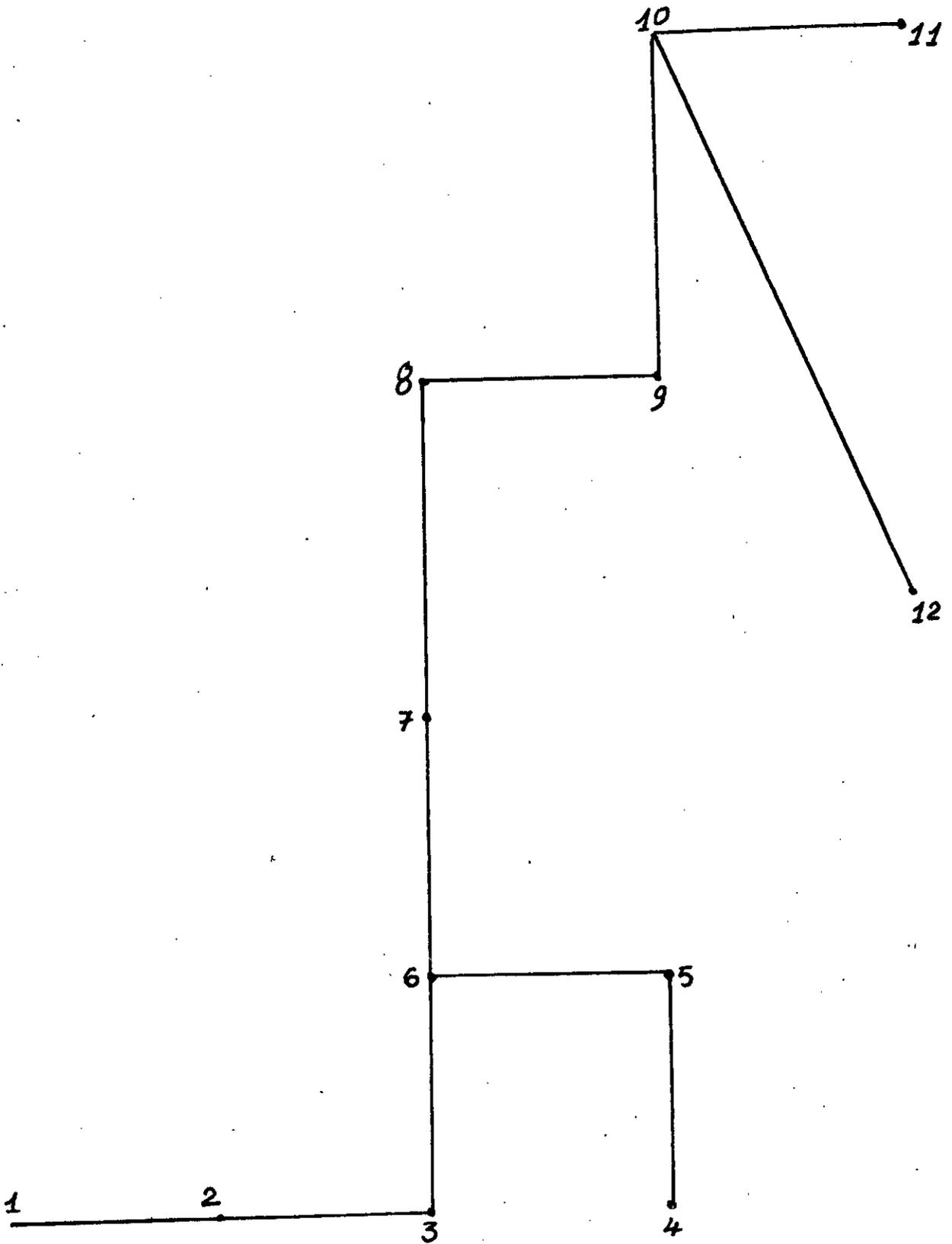
Testour (Tunisie)

\*\*\* TABLEAU DES CONDUITES \*\*\*

	du Noeud I	au Noeud J	DIAM. (mm)	CHW	LONG. (m)
1	1	2	300	100	200
2	2	3	200	100	350
3	2	7	200	100	610
4	3	6	200	100	100
5	3	4	100	100	400
6	6	7	80	100	230
7	5	9	150	100	400
8	6	5	150	100	280
9	7	8	200	100	260
10	4	5	80	100	400
11	8	9	80	100	390
12	8	10	200	100	480
13	9	10	80	100	300
14	10	12	150	100	420
15	10	11	80	100	660
16	11	12	80	100	770

\*\*\* TABLEAU DES NOEUDS \*\*\*

	NOEUD	CONSOMMATION (l/s)	ELEVATION (m)
1	1	-66.46	141.00
2	2	8.16	127.00
3	3	6.02	115.00
4	4	3.81	89.30
5	5	6.74	96.20
6	6	5.17	109.00
7	7	6.56	102.50
8	8	4.56	95.00
9	9	6.74	96.20
10	10	7.89	88.50
11	11	5.74	78.00
12	12	5.07	80.00



Arbre de longueur minimal

Resultats de l'equilibrage par Newton-Raphson.

\*\*\* RESULTATS DES DEBITS \*\*\*

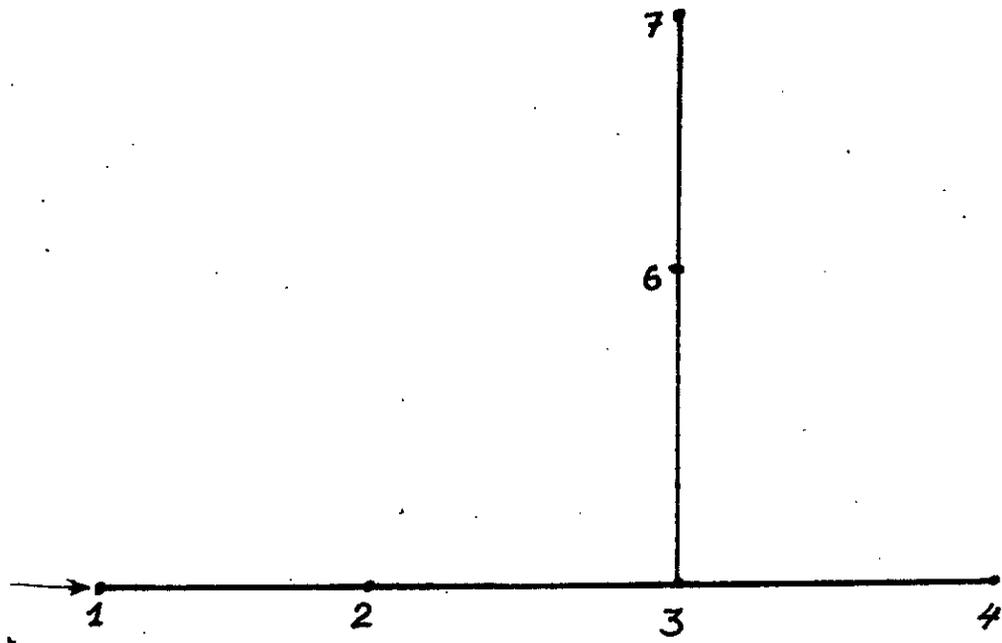
	---- LIENS ----		DIAM.	CHW	LONG.	DEBIT	PERTE	VITESSE
	NOEUD I	NOEUD J	(mm)		(m)	(l/s)	(m)	(m/s)
1	1	2	300	100	200	66.46	0.98	0.94
2	2	3	200	100	350	30.55	2.93	0.97
3	2	7	200	100	610	27.75	4.28	0.88
4	3	6	200	100	100	20.41	0.40	0.65
5	3	4	100	100	400	4.12	2.40	0.52
6	6	7	80	100	230	1.87	0.95	0.37
7	5	9	150	100	400	6.94	0.87	0.39
8	6	5	150	100	280	13.37	2.06	0.76
9	7	8	200	100	260	23.06	1.29	0.73
10	4	5	80	100	400	0.31	0.06	0.06
11	8	9	80	100	390	1.19	0.69	0.24
12	8	10	200	100	480	17.31	1.40	0.55
13	9	10	80	100	300	1.39	0.71	0.28
14	10	12	150	100	420	7.69	1.11	0.44
15	10	11	80	100	660	3.12	7.02	0.62
16	12	11	80	100	770	2.62	5.91	0.52

\*\*\* RESULTATS DES PRESSIONS \*\*\*

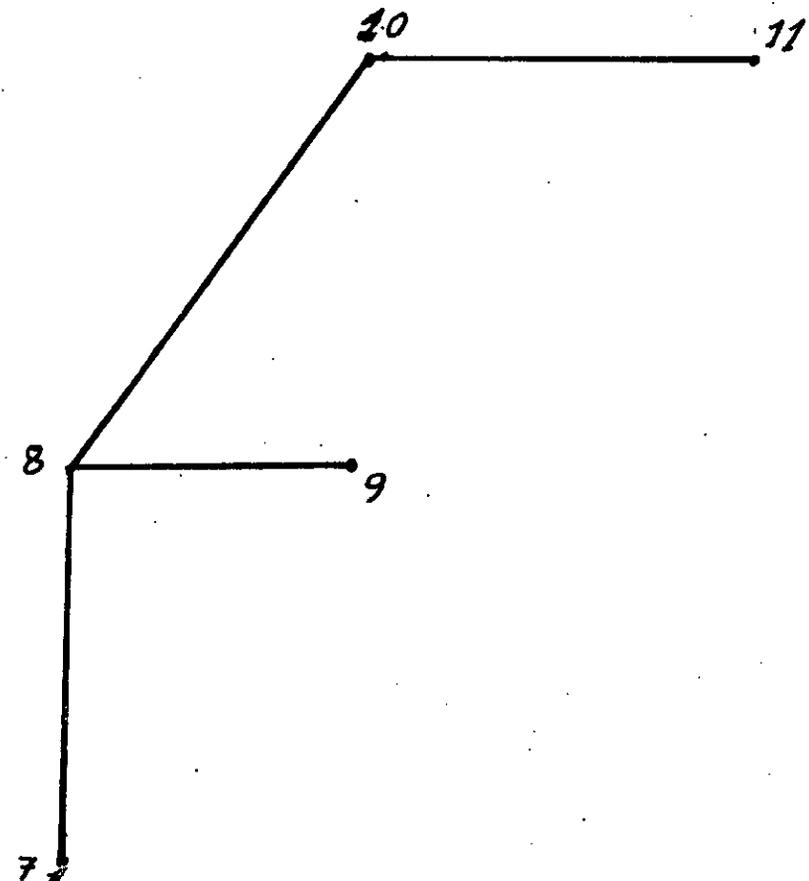
NOEUD	CONSUMMATION	ELEVATION	HAUTEUR	PRESSION
	(l/s)	(m)	PIEZOMETRIQUE (m)	(m)
1	-66.46	141.00	141.00	0.00
2	8.16	127.00	140.02	13.02
3	6.02	115.00	137.09	22.09
4	3.81	89.30	134.69	45.39
5	6.74	96.20	134.63	38.43
6	5.17	109.00	136.69	27.69
7	6.56	102.50	135.74	33.24
8	4.56	95.00	134.45	39.45
9	6.74	96.20	133.76	37.56
10	7.89	88.50	133.05	44.55
11	5.74	78.00	126.03	48.03
12	5.07	80.00	131.94	51.94

Le cout total du reseau: 3372960.00 D.A

Définition des sous-arbres ramifiés



1<sup>ère</sup> Arbre



2<sup>ème</sup> Arbre

Donnees du premiere arbre ramifie

Noeud I	Noeud J	L(m)	Debit(l/s)
1	2	200	66.46
2	3	350	30.55
3	4	400	4.12
3	6	100	20.41
6	7	230	1.87

Donnees du seconde arbre ramifie

Noeud I	Noeud J	L(m)	Debit(l/s)
7	8	260	23.06
8	10	480	17.31
8	9	390	1.19
10	11	660	3.12

Resultat d'optimisation par la methode de Labye

premiere arbre ramifie

Noeud I	Noeud J	Diametre (mm)
1	2	200
2	3	200
3	4	100
3	6	125
6	7	125

seconde arbre ramifie

Noeud I	Noeud J	Diametre (mm)
7	8	100
8	10	100
8	9	100
10	11	100

Resultats de l'equilibrage apres optimisation

\*\*\* RESULTATS DES DEBITS \*\*\*

Liens		DIAM.	CHW	LONG.	DEBIT	PERTE	VITESSE	
Noeud I	Noeud J	(mm)		(m)	(l/s)	(m)	(m/s)	
1	1	2	200	100	200	66.46	7.06	2.12
2	2	3	200	100	350	38.13	4.42	1.21
3	2	7	150	100	610	20.17	9.61	1.14
4	3	6	125	100	100	22.20	4.57	1.81
5	3	4	100	100	400	9.91	12.18	1.26
6	6	7	125	100	230	4.81	0.62	0.39
7	5	9	100	100	400	11.51	16.25	1.47
8	6	5	100	100	280	12.22	12.57	1.56
9	7	8	100	100	260	18.42	24.96	2.35
10	4	5	100	100	400	6.10	4.96	0.78
11	8	9	100	100	390	4.91	3.24	0.63
12	8	10	100	100	480	8.95	12.10	1.14
13	9	10	100	100	300	9.75	8.87	1.24
14	10	12	100	100	420	5.98	5.02	0.76
15	10	11	100	100	660	4.83	5.31	0.61
16	12	11	100	100	770	0.91	0.28	0.12

\*\*\* RESULTATS DES PRESSIONS \*\*\*

NOEUD	CONSUMMATION	ELEVATION	HAUTEUR	PRESSION
	(l/s)	(m)	PIEZOMETRIQUE (m)	(m)
1	-66.46	141.00	141.00	0.00
2	8.16	127.00	133.94	6.94
3	6.02	115.00	129.52	14.52
4	3.81	89.30	117.34	28.04
5	6.74	96.20	112.38	16.18
6	5.17	109.00	124.94	15.94
7	6.56	102.50	124.32	21.82
8	4.56	95.00	99.36	4.36
9	6.74	96.20	96.13	-0.07
10	7.89	88.50	87.26	-1.24
11	5.74	78.00	81.95	3.95
12	5.07	80.00	82.24	2.24

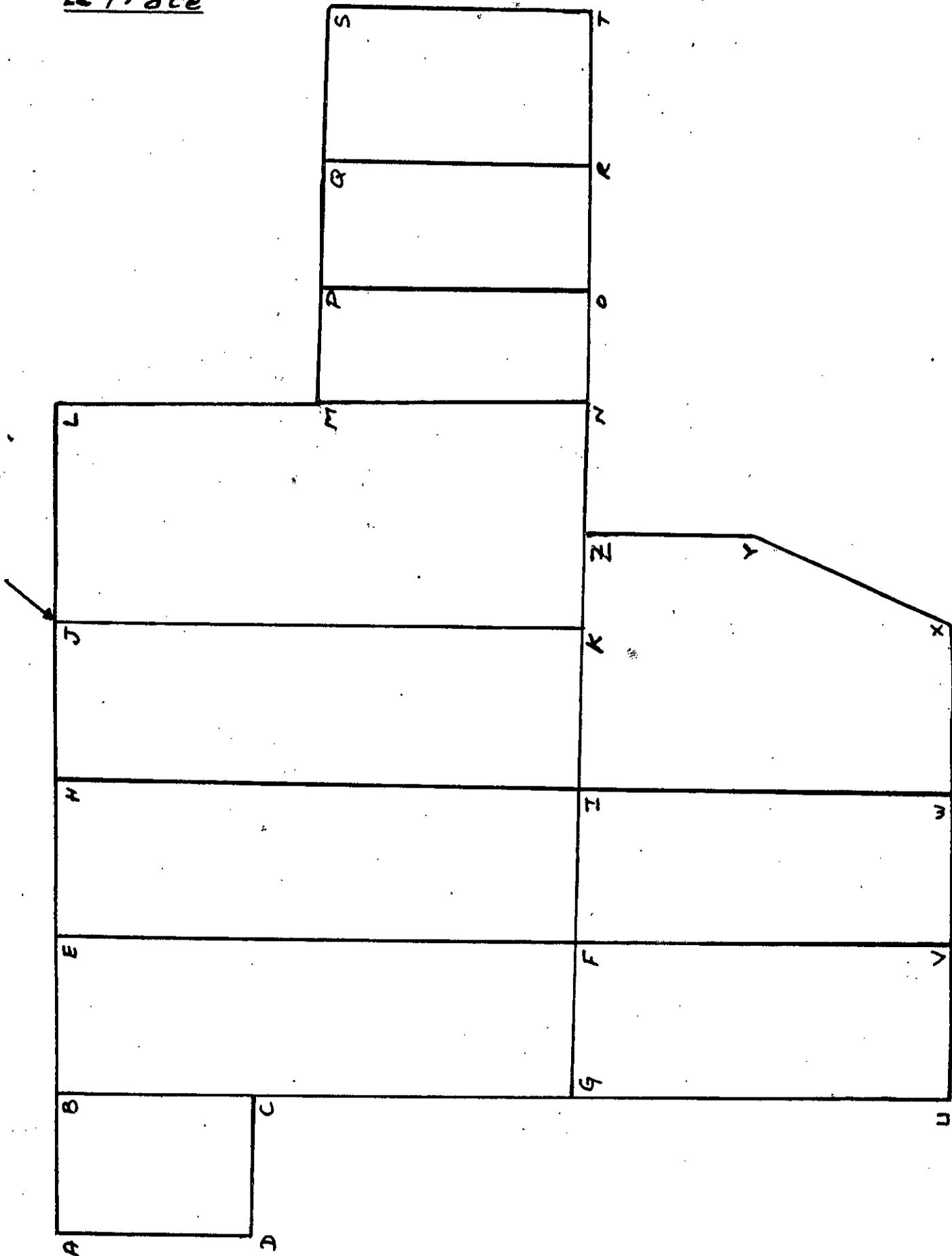
Le prix du reseau : 2571249.00 D.A

Le Gain : 24 %

Réseau: 3

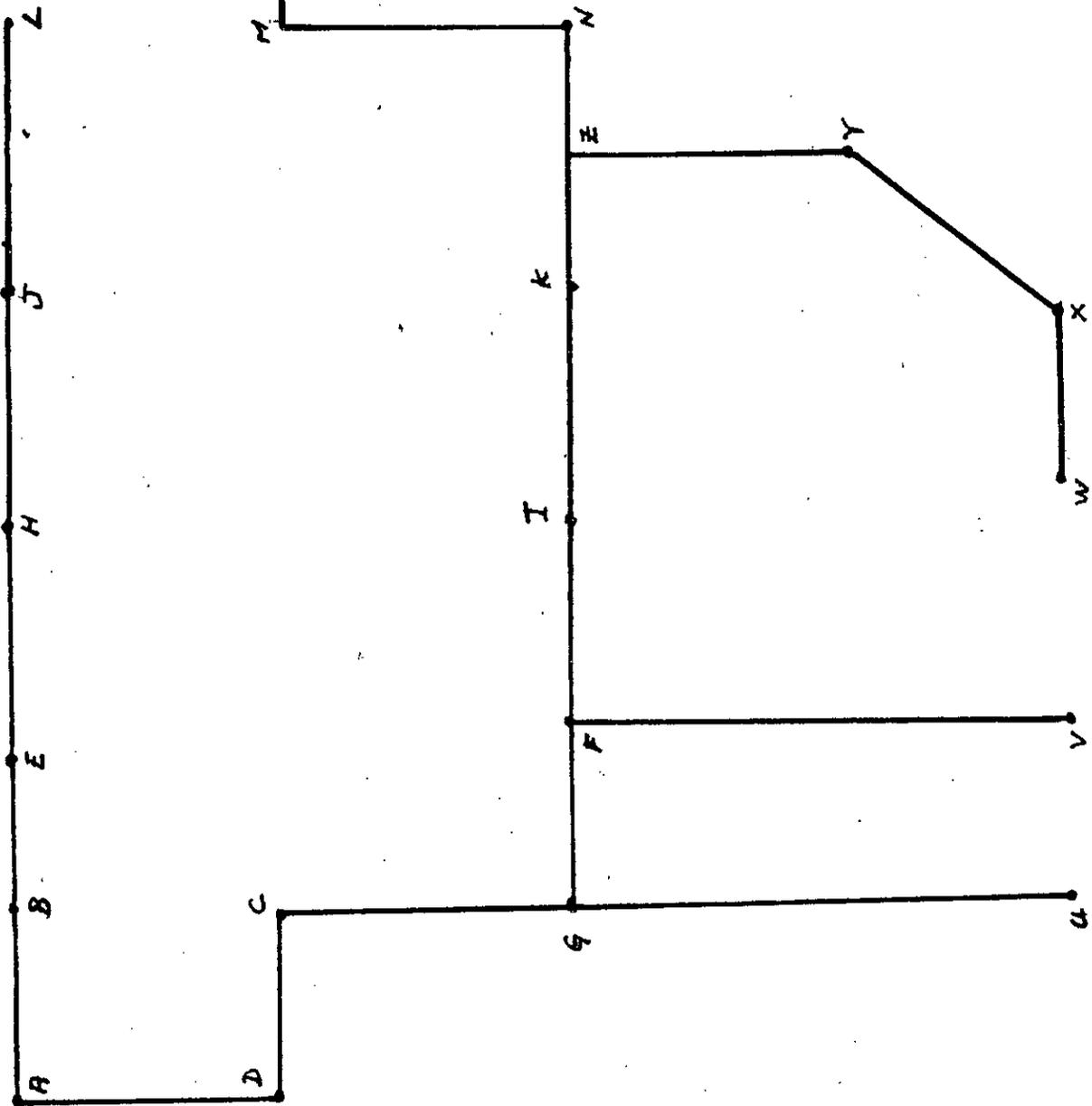
Boumahra (Guelma)

Le Tracé



\*\*\* TABLEAU DES CONDUITES \*\*\*

	du Noeud I	au Noeud J	COEF H.W	DIAMETRE (mm)	LONGUEUR (m)
1	Res	J	110	400	105
2	A	D	110	125	195
3	B	A	110	125	190
4	B	C	110	150	238
5	C	D	110	100	185
6	E	B	110	200	197
7	E	F	110	150	369
8	F	G	110	80	266
9	C	G	110	150	150
10	H	E	110	250	237
11	H	I	110	150	447
12	I	F	110	100	220
13	J	H	110	300	130
14	J	K	110	200	423
15	K	I	110	150	129
16	J	L	110	100	88
17	L	M	110	80	281
18	M	N	110	200	142
19	Z	N	110	100	42
20	K	Z	110	100	46
21	M	P	110	200	247
22	P	O	110	80	173
23	N	O	110	250	252
24	P	Q	110	200	176
25	Q	R	110	200	244
26	Q	R	110	250	275
27	Q	S	110	80	190
28	T	S	110	200	255
29	R	T	110	150	130
30	F	V	110	150	222
31	V	U	110	125	270
32	G	U	110	150	231
33	W	V	110	150	241
34	I	W	110	125	216
35	X	W	110	100	95
36	Y	X	110	100	65
37	Z	Y	110	125	152



Arbre de Longueur minimal

\*\*\* TABLEAU DES NOEUDS \*\*\*

	NOEUDS	CONSOMMATION (l/s)	ELEVATION (m)
1	Res	0.00	141.79
2	A	1.72	88.21
3	B	1.82	94.55
4	C	4.51	94.11
5	D	4.82	88.51
6	E	4.28	107.60
7	F	11.45	101.30
8	G	6.35	93.61
9	H	8.20	125.30
10	I	4.28	100.60
11	J	2.11	122.90
12	K	8.10	101.00
13	L	4.80	117.50
14	M	0.00	104.00
15	N	9.38	100.10
16	O	2.47	97.42
17	P	2.29	97.70
18	Q	2.75	109.90
19	R	2.81	104.40
20	S	2.00	101.31
21	T	4.63	107.60
22	U	5.44	94.50
23	V	5.43	94.50
24	W	3.88	96.36
25	X	4.26	94.12
26	Y	2.70	96.18
27	Z	7.57	101.00

Resultats de l'equilibrage par Newton-Raphson

\*\*\* RESULTATS DES DEBITS \*\*\*

----- LIENS -----		DIAM.	CHW	LONG.	DEBIT	PERTE	VITESSE	
NOEUD I	NOEUD J	(mm)		(m)	(l/s)	(m)	(m/s)	
1	Res	J	400	110	105	118.65	0.31	0.94
2	A	D	125	110	195	6.17	0.70	0.50
3	B	A	125	110	190	7.89	1.07	0.64
4	C	B	150	110	238	15.31	1.89	0.87
5	D	C	100	110	185	1.35	0.12	0.17
6	E	B	200	110	197	25.02	0.96	0.80
7	E	F	150	110	369	16.68	3.43	0.94
8	F	G	80	110	266	0.80	0.19	0.16
9	C	G	150	110	150	12.15	0.78	0.69
10	H	E	250	110	237	45.98	1.20	0.94
11	H	I	150	110	447	15.08	3.44	0.85
12	I	F	100	110	220	4.27	1.18	0.54
13	J	H	300	110	130	69.26	0.58	0.98
14	J	K	200	110	423	35.62	3.95	1.13
15	K	I	150	110	129	3.76	0.08	0.21
16	J	L	100	110	88	11.67	3.04	1.49
17	L	M	80	110	281	6.87	10.79	1.37
18	M	N	200	110	142	0.06	0.00	0.00
19	Z	N	100	110	42	20.06	3.96	2.55
20	K	Z	100	110	46	23.76	5.93	3.03
21	M	P	200	110	247	6.81	0.11	0.22
22	O	P	80	110	173	0.31	0.02	0.06

23	N	O	250	110	252	10.75	0.09	0.22
24	P	Q	200	110	176	4.23	0.03	0.13
25	Q	R	200	110	244	0.57	0.00	0.02
26	O	R	250	110	275	7.97	0.05	0.16
27	Q	S	80	110	190	0.91	0.17	0.18
28	T	S	200	110	255	1.09	0.00	0.03
29	R	T	150	110	130	5.72	0.17	0.32
30	F	V	150	110	222	8.70	0.62	0.49
31	U	V	125	110	270	1.16	0.04	0.09
32	G	U	150	110	231	6.60	0.39	0.37
33	V	W	150	110	241	4.43	0.19	0.25
34	I	W	125	110	216	10.28	1.99	0.84
35	W	X	100	110	95	10.83	2.86	1.38
36	X	Y	100	110	65	6.57	0.78	0.84
37	Y	Z	125	110	152	3.87	0.23	0.32

---

Donnees du premiere arbre ramifie

Noeud I	Noeud J	L(m)	Debit(l/s)
Res	J	105	118.65
J	H	130	69.26
H	E	237	45.98
E	B	197	25.02
B	A	190	7.89
A	D	195	6.17
B	C	238	15.31
C	G	150	12.15
G	I	231	6.06
U	V	270	1.16
J	K	423	35.62
K	I	127	3.75
I	F	220	4.27
K	Z	46	23.76
Z	N	42	20.06

Donnees du seconde arbre ramifie

Noeud I	Noeud J	L(m)	Debit(l/s)
M	<b>P</b>	247	6.81
P	Q	176	4.22
Q	R	244	0.57
Q	S	190	0.91
M	N	142	0.06

Resultat d'optimisation par la methode de Labye

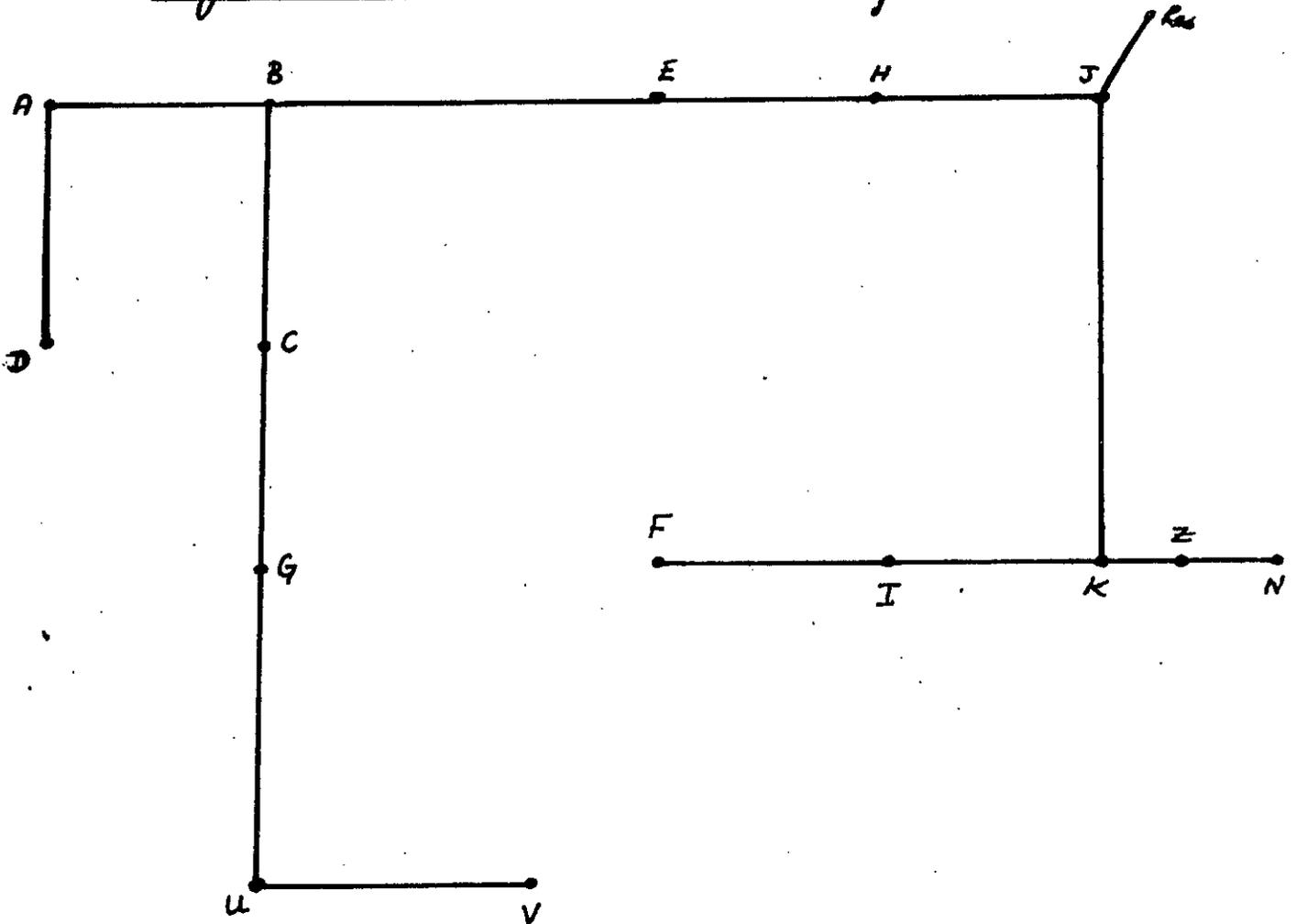
.....  
 premiere arbre ramifie  
 .....

Noeud I	Noeud J	Diametre (mm)
Res	J	300
J	H	300
H	E	250
E	B	200
B	A	100
A	D	100
B	C	150
C	G	125
G	I	100
U	V	80
J	K	175
K	I	100
I	F	100
K	Z	175
Z	N	150

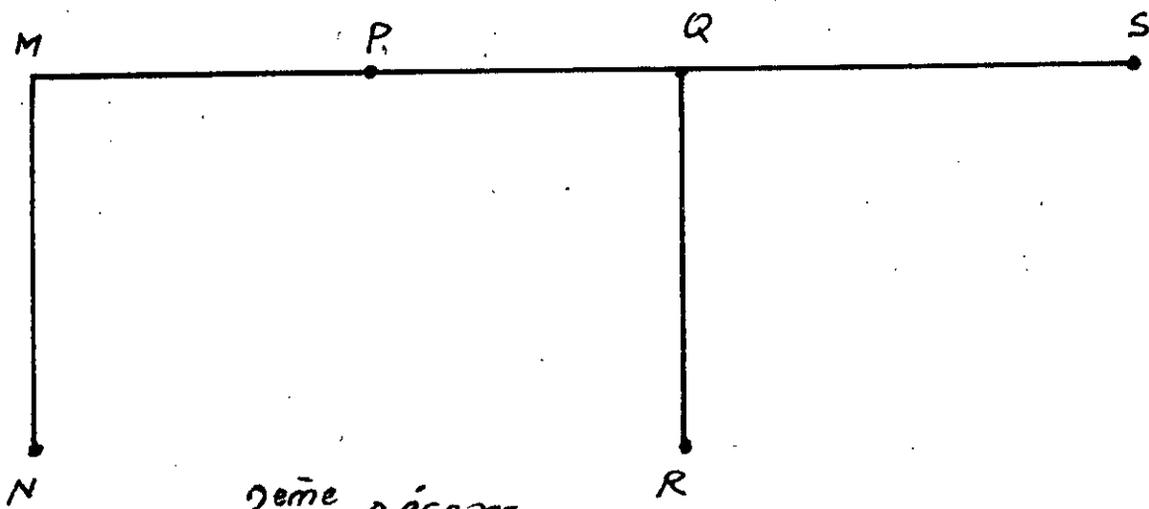
.....  
 seconde arbre ramifie  
 .....

Noeud I	Noeud J	Diametre (mm)
M	P	100
P	Q	100
Q	R	80
Q	S	80
M	N	100

Définition des sous-arbres ramifiés



1<sup>er</sup> réseau



2<sup>ème</sup> réseau

\*\*\* RESULTATS DES PRESSIONS \*\*\*

NOEUD	CONSUMMATION (l/s)	ELEVATION (m)	HAUTEUR PIEZOMETRIQUE (m)	PRESSION (m)
Res	-118.69	141.79	141.79	0.00
A	1.72	88.21	137.68	49.47
B	1.82	94.55	138.75	44.20
C	4.51	94.11	136.86	42.75
D	4.82	88.51	136.98	48.47
E	4.28	107.60	139.71	32.11
F	11.45	101.30	136.28	34.98
G	6.35	93.61	136.09	42.48
H	8.20	125.30	140.90	15.60
I	4.28	100.60	137.46	36.86
J	2.11	122.90	141.48	18.58
K	8.10	101.00	137.53	36.53
L	4.80	117.50	138.44	20.94
M	0.00	104.00	127.65	23.65
N	9.38	100.10	127.65	27.55
O	2.47	97.42	127.56	30.14
P	2.89	97.70	127.54	29.84
Q	2.75	109.90	127.51	17.61
R	2.81	104.40	127.51	23.10
S	2.00	101.31	127.33	26.02
T	4.63	107.60	127.34	19.74
U	5.44	94.50	135.70	41.20
V	5.43	94.50	135.66	41.16
W	3.87	96.36	135.47	39.11
X	4.26	94.12	132.61	38.49
Y	2.70	96.18	131.83	35.65
Z	7.57	101.00	131.60	30.60

Le prix du reseau : 4602649.00 D.A

Resultats de 1ere equilibrage apres optimisation

\*\*\* RESULTATS DES DEBITS \*\*\*

--- Liens ---		DIAM.	CHW	LONG.	DEBIT	PERTE	VITESSE	
Noeud I	Noeud J	(mm)		(m)	(l/s)	(m)	(m/s)	
1	Res	J	300	110	105	-118.650	1.26	1.68
2	A	D	100	110	195	3.47	0.71	0.44
3	B	A	100	110	190	5.19	1.47	0.66
4	B	C	150	110	238	16.06	2.06	0.91
5	C	D	100	110	185	1.35	0.12	0.17
6	E	B	200	110	197	23.08	0.82	0.73
7	E	F	150	110	369	18.68	4.23	1.06
8	F	G	80	110	266	0.23	0.02	0.05
9	C	G	125	110	150	10.21	1.36	0.83
10	H	E	250	110	237	46.04	1.20	0.94
11	H	I	150	110	447	18.73	5.15	1.06
12	I	F	100	110	220	1.96	0.28	0.25
13	J	H	300	110	130	72.98	0.64	1.03
14	J	K	175	110	423	33.85	6.88	1.41
15	I	K	100	110	129	5.46	1.09	0.70
16	J	L	100	110	88	9.72	2.17	1.24
17	L	M	80	110	281	4.92	5.81	0.98
18	M	N	100	110	142	2.03	0.19	0.26
19	Z	N	150	110	42	22.01	0.65	1.25
20	K	Z	175	110	46	31.21	0.64	1.30
21	M	P	100	110	247	2.89	0.64	0.37
22	O	P	80	110	173	1.28	0.30	0.25
23	N	O	250	110	252	14.67	0.15	0.30
24	P	Q	100	110	176	1.27	0.10	0.16
25	R	Q	80	110	244	1.07	0.30	0.21
26	O	R	250	110	275	10.92	0.10	0.22
27	S	Q	80	110	190	0.41	0.04	0.08
28	T	S	200	110	255	2.41	0.02	0.08
29	R	T	150	110	130	7.04	0.24	0.40
30	F	V	150	110	222	8.97	0.65	0.51
31	V	U	80	110	270	1.35	0.51	0.27
32	G	U	100	110	231	4.09	1.14	0.52
33	V	W	150	110	241	2.18	0.05	0.12
34	I	W	125	110	216	7.03	0.98	0.57
35	W	X	100	110	95	5.34	0.77	0.68
36	X	Y	100	110	65	1.08	0.03	0.14
37	Z	Y	125	110	152	1.63	0.05	0.13

\*\*\* RESULTATS DES PRESSIONS \*\*\*

NOEUD	CONSUMMATION (l/s)	ELEVATION (m)	HAUTEUR PIEZOMETRIQUE (m)	PRESSION (m)
Res	-118.65	141.79	141.79	0.00
A	1.72	88.21	136.40	48.19
B	1.82	94.55	137.87	43.32
C	4.51	94.11	135.81	41.70
D	4.82	88.51	135.69	47.18
E	4.28	107.60	138.69	31.09
F	11.45	101.30	134.46	33.16
G	6.35	93.61	134.44	40.83
H	8.20	125.30	139.89	14.59
I	4.28	100.60	134.74	34.14
J	2.11	122.90	140.53	17.63
K	8.10	101.00	133.65	32.65
L	4.80	117.50	138.36	20.86
M	0.00	104.00	132.55	28.55
N	9.38	100.10	132.35	32.25
O	2.47	97.42	132.20	34.78
P	2.89	97.70	131.90	34.20
Q	2.75	109.90	131.80	21.90
R	2.81	104.40	132.10	27.70
S	2.00	101.31	131.84	30.53
T	4.63	107.60	131.86	24.26
U	5.44	94.50	133.30	38.80
V	5.43	94.50	133.81	39.31
W	3.88	96.36	133.76	37.40
X	4.26	94.12	132.99	38.87
Y	2.70	96.18	132.96	36.78
Z	7.57	101.00	133.01	32.01

Le prix du reseau : 3969986.00 D.A

Le Gain : 14 %

TABLEAU DES DIAMETRES (mm)

Nº	Nam	Nav	1 <sup>ere</sup> Equi.	2 <sup>eme</sup> Equi.	3 <sup>eme</sup> Equi.	4 <sup>eme</sup> Equi.
1	Res	J	300	300	300	300
2	A	D	100	100	100	100
3	B	A	100	100	100	100
4	B	C	150	150	150	150
5	D	C	100	80	80	80
6	E	B	200	200	200	200
7	E	F	150	150	150	150
8	F	G	80	80	80	80
9	F	G	125	125	125	125
10	H	E	250	250	250	250
11	H	I	150	150	150	150
12	I	F	100	100	100	100
13	J	H	300	300	300	300
14	J	K	175	175	175	175
15	K	I	100	100	100	100
16	J	L	100	100	100	100
17	L	M	80	80	80	80
18	N	M	100	100	100	100
19	N	N	150	150	150	200
20	K	N	175	175	175	200
21	M	P	100	100	100	100
22	P	O	80	80	80	80
23	P	O	250	250	250	250
24	P	Q	100	100	100	100
25	Q	R	80	80	80	80
26	Q	R	250	100	80	80
27	Q	S	80	80	80	80
28	S	T	200	200	200	200
29	R	T	150	100	100	100
30	P	V	150	150	150	150
31	U	V	80	80	80	80
32	G	U	100	150	150	150
33	V	W	150	100	80	80
34	I	W	125	125	125	125
35	W	X	100	100	100	100
36	X	Y	100	100	100	100
37	Y	Z	125	100	80	80

TABLEAU DES VITESSES (m/s)

N°	Nam	Nav	ère		ème		ème		ème	
			1	Equi	2	Equi	3	equi	4	Equi
1	Res	J	1.68		0.94		0.94		0.94	
2	A	D	0.44		0.48		0.47		0.47	
3	B	A	0.60		0.62		0.61		0.61	
4	B	C	0.91		0.85		0.84		0.84	
5	C	D	0.17		0.21		0.19		0.19	
6	E	B	0.73		0.78		0.77		0.77	
7	E	F	1.06		0.93		0.91		0.92	
8	F	G	0.05		0.15		0.14		0.11	
9	C	G	0.83		0.60		0.64		0.64	
10	H	E	0.94		0.92		0.91		0.91	
11	H	I	1.06		0.87		0.87		0.93	
12	I	F	0.25		0.48		0.43		0.29	
13	G	H	1.03		0.97		0.97		0.98	
14	G	K	1.41		1.15		1.15		1.24	
15	I	K	0.70		0.21		0.20		0.16	
16	G	L	1.24		1.50		1.51		1.09	
17	L	M	0.98		1.38		1.40		0.76	
18	M	N	0.26		0.17		0.25		0.35	
19	Z	N	1.25		2.58		2.53		0.74	
20	K	Z	1.30		3.00		3.15		1.06	
21	M	P	0.37		0.40		0.17		0.47	
22	O	P	0.25		0.15		0.11		0.10	
23	N	O	0.30		0.29		0.35		0.36	
24	P	Q	0.16		0.33		0.36		0.36	
25	R	Q	0.21		0.15		0.20		0.20	
26	O	R	0.22		0.22		0.17		0.18	
27	S	Q	0.08		0.43		0.43		0.43	
28	T	S	0.08		0.07		0.03		0.03	
29	R	T	0.40		0.55		0.57		0.57	
30	F	V	0.51		0.45		0.42		0.37	
31	V	U	0.27		0.06		0.02		0.00	
32	G	U	0.52		0.35		0.32		0.31	
33	V	W	0.12		0.41		0.45		0.20	
34	I	W	0.57		0.89		0.92		0.58	
35	W	X	0.68		1.37		1.23		0.54	
36	X	Y	0.14		0.77		0.69		0.01	
37	Z	Y	0.13		0.48		0.54		0.55	

TABLEAU DES PERTES DE CHARGE (m):

N°	Nam	Nav	1 <sup>ère</sup> Equi	2 <sup>ème</sup> Equi	3 <sup>ème</sup> Equi	4 <sup>ème</sup> Equi
1	Res	J	1.26	0.31	0.31	0.31
2	A	D	0.71	0.64	0.62	0.62
3	B	A	1.47	1.00	0.98	0.97
4	B	C	2.06	1.85	1.80	1.77
5	D	C	0.12	0.22	0.19	0.18
6	E	B	0.82	0.92	0.90	0.89
7	E	F	4.23	3.32	3.23	3.24
8	F	G	0.02	0.18	0.15	0.09
9	C	G	1.36	0.72	0.69	0.67
10	H	E	1.20	1.16	1.13	1.13
11	H	I	5.15	3.54	3.60	4.01
12	I	F	0.28	0.95	0.76	0.37
13	J	H	0.64	0.57	0.56	0.57
14	J	K	6.88	4.03	4.10	4.62
15	I	K	1.09	0.08	0.07	0.04
16	J	L	2.17	3.08	3.13	1.73
17	L	M	5.81	11.04	11.32	3.60
18	N	M	0.19	0.04	0.08	0.15
19	Z	N	0.65	3.93	3.89	0.18
20	K	Z	0.64	6.13	6.38	0.38
21	M	P	0.64	0.33	0.45	0.45
22	P	O	0.30	0.11	0.07	0.05
23	N	O	0.15	0.26	0.60	0.65
24	P	Q	0.10	0.16	0.20	0.20
25	Q	R	0.30	0.07	0.10	0.09
26	O	R	0.10	0.34	0.22	0.24
27	Q	S	0.04	0.83	0.85	0.85
28	S	T	0.02	0.01	0.01	0.01
29	R	T	0.24	0.77	0.76	0.76
30	F	V	0.65	0.53	0.45	0.36
31	V	U	0.51	0.02	0.00	0.00
32	G	U	1.14	0.33	0.30	0.27
33	V	W	0.05	0.77	1.16	0.27
34	I	W	0.98	2.25	2.38	1.00
35	W	X	0.77	2.61	2.33	0.50
36	Y	X	0.03	0.67	0.54	0.00
37	Z	Y	0.05	0.52	1.06	1.07

TABLEAU DES PRESSIONS AUX NOEUDS (cm):

noeud	1 <sup>ère</sup> Equi	2 <sup>ème</sup> Equi	3 <sup>ème</sup> Equi	4 <sup>ème</sup> Equi
Res	0.00	0.00	0.00	0.00
A	48.19	49.62	49.69	49.70
B	43.32	44.27	44.33	44.33
C	41.70	42.86	42.97	43.00
D	47.18	48.68	48.77	48.78
E	31.09	32.15	32.18	32.18
F	33.16	35.12	35.25	35.23
G	40.83	42.64	42.79	42.83
H	14.59	15.61	15.62	15.60
I	34.14	36.77	36.72	36.30
J	17.63	18.58	18.58	18.58
K	32.65	36.45	36.38	35.85
L	20.86	20.90	20.85	22.25
M	28.55	23.35	23.03	32.15
N	32.25	27.29	27.01	36.20
O	34.78	29.71	29.09	38.23
P	34.20	29.32	28.88	38.00
Q	21.90	16.96	16.48	25.61
R	27.70	22.39	21.88	31.01
S	30.53	24.72	24.22	33.35
T	24.26	18.42	17.92	27.05
U	38.80	41.41	41.60	41.67
V	39.31	41.40	41.59	41.67
W	37.40	38.77	38.57	39.54
X	38.87	38.39	38.48	41.28
Y	36.78	35.66	35.88	39.22
Z	32.01	30.32	30.00	35.47

TABLEAU DE DEFFERENTS PRIX

	1 <sup>ère</sup> Equi.	2 <sup>ème</sup> Equi.	3 <sup>ème</sup> Equi.	4 <sup>ème</sup> Equi.
prix(DA)	3969986.00	4120429.00	4051449.00	4095192.00
Gain	14 %	10 %	12 %	11 %

## DISCUSSION DES RESULTATS:

~~~~~

L'examen des résultats et des gains obtenus permet de voir assez clairement l'apport de l'optimisation dans le calcul des réseaux maillés

On a noté des gains allant de 1 % pour le réseau académique à 24 % pour le réseau de TESTOUR, soit un gain absolu de 801711 D.A, et 14 % pour le réseau de BOUMAHRA, ce qui correspond à un gain absolu de 632663 D.A, ces résultats sont obtenus sans aucune violation des contraintes de pression et seule canalisation sur chaque tronçon.

Pour le réseau de Testour, les résultats obtenus après optimisation sont acceptables du point de vue vitesse, mais les contraintes de pressions aux noeuds ne sont pas vérifiées. Le problème dans ce cas peut être résolu soit en ajoutant des pompes ou surpresseur, ou d'introduire certaines modifications sur les diamètres de quelques tronçons de manière à vérifier les contraintes de vitesse et de pression (relativement), à condition que le gain ne change pas beaucoup (solution économique).

Pour le réseau de Boumahra on fait plusieurs équilibrages en diminuant les diamètres des tronçons maillants ou la vitesse est faible sinon en augmentant les diamètres dans le cas contraire, on remarque que à chaque variation du diamètre le prix du réseau est diminué par rapport au prix initial, mais dans ce cas le réseau le plus économique et celle où les contraintes de vitesse est acceptable, par cela on voit bien que lors du 1er équilibrage on obtient des vitesses mieux que d'autres, plus des gains mieux, alors on accepte les résultats de cette première équilibrage.

On peut dire que la diminution ou l'augmentation des diamètres des tronçons maillants n'est pas toujours la bonne solution pour avoir l'optimum global, mais la méthode que on a utilisée nous permet de connaître au moins l'optimum local, et on voit que la solution première (gain de 14%) est une solution acceptable de point de vue économique.

## CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

~~~~~

Le problème d'optimisation des réseaux maillés est un problème de grand intérêt de nos jours à cause des prix élevés de ceux-ci.

Les recherches faites dans ce domaine montrent la complexité du problème, or ce problème est non convexe et non résolvable jusqu'à maintenant.

D'où la nécessité d'introduire un modèle d'optimisation, rapide et utilisable comme on a traité dans notre étude.

On extrait du réseau maillé un arbre de longueur minimale qu'on a suppose vérifier les conditions d'ossature cet arbre est optimisé par la méthode de LABYE ou bien on extrait de cet arbre des sous-arbres qui vérifient les conditions des réseaux ramifiés et qu'on optimise par la même méthode. Le problème d'optimisation des réseaux ramifiés est un problème convexe donc il y'a une solution optimale globale, ce problème ne tient compte que des contraintes de pression.

Le remmaillage du réseau obtenu puis l'équilibrage se fait de telle sorte qu'on tient compte des contraintes de vitesse de chaque tronçon du réseau.

Puisque le nombre de tronçons qui forme l'arbre minimal est : nombre de noeuds - 1, on a donc une grande partie du réseau qui est optimisée, on peut conclure qu'on a 50% de tronçons du réseau optimisée, pour le reste des tronçons maillants avec les tronçons de l'arbre de longueur minimale on propose un autre modèle d'optimisation basé sur la méthode du gradient-conjugué et on ne traite que les tronçons maillants du réseau.

~~~~~

BIBLIOGRAPHIE :

- (1) ALPEROVITZ.E ,SHAMIR.U  
Design of optimal water distribution  
systems-water Reserch.VOL 13,N°6.(1977)
- (2) BAKHVALOV.N  
Méthodes Numérique Ed:Mir ,MOSCOU (1984)
- (3) BETHERY.J  
Réseaux collectifs d'irrigation ramifiés  
sous pression, calcul et fonctionnement  
CEMAGREF (1990)
- (4) CARLIER.M  
Hydraulique général et appliqué  
ED : EYROOLES (1980)
- (5) CLEMENT.R  
Calcul des débits dans les réseaux d'irrigation  
fonctionnant à la demande  
5,553-575 (1966)
- (6) CLEMENT-GALAND  
Irrigation par aspersion et réseaux collectif de  
distribution sous pression ED :EYROLLES (1979)
- (7) DROSEBEKE J.J  
Element de statistique OPU (1988)
- (8) FEATHERSTONE-EL JUMAILY  
Optimal diamètre sélection for pipe network  
Jr.Hyd.Div- Fevrier (1983)

- (9) GHARBI.T :  
Contribution à l'optimisation des réseaux maillés  
de distribution d'eaux PFE ENP ALGER (1992)
- (10) JACOBY S.L.S  
Design of optimal hydraulic network Jr Hyd  
Div-Vol 94 , N°3 , MAY (1968), pp641-666
- (11) LABYE.Y.(1966)  
Procédé de calcul ayant pour but de rendre minimal  
le cout d'un réseau de distribution d'eau sous  
pression LA HOUILLE BLANCHE (5) pp-97 119 (1966)
- (12) LEBDI.F  
Recherche d'une méthode d'optimisation des réseaux  
maillés sous pression thèse de doctorat  
INP TOULOUSE (1985)
- (13) MAHDJOUB.Z  
Contribution à l'étude de l'optimisation des réseaux  
maillés sous pression Thèse de doctorat  
INP TOULOUSE , 300P.(1983)
- (14) MERABTENE.T  
Contribution à l'étude du dimensionnement des réseaux  
maillés de distribution d'eaux potable  
Thèse de majistèr ENP (1990)
- (15) MINOUX.M  
Programmation mathématique tome 1  
DUNOD (1983)

(16) MORGAN, D.R , et I.C GOULTER

Optimal urban water distribution design-water  
RESOUR-RES-, 21 (5), 642-652, (1985)

(17) RAMAN.V - RAMAN.S

New méthode of solving distribution système networks  
hased on équivalent pipe lenglits  
Jr Americain water works association,  
Vol 58 N°5 -MAY(1966). pp 615-626

(18) TONG et AL

Analyse of distribution networks by balancing équivalent  
Pipe lengts-Jr American water works association -VOL 53 N°2  
FEB (1961), pp 192-210

(19) TRIBUT J

Detérminant du débit de pointe à prendre en compte pour la  
déserte en eau potable de petits groupments de foyers  
TECH et SCIENC-municipale;64(10) pp 305-316 (1969)

(20) DEB.A.K-SARKER-A.K

Optimisation in désign of hydraulic network Jr SANIT ENG  
DIV .VOL 97, N°2 APR(1971) , pp. 141-159

(21) GONDERAN , M-MINOUX

Graphes et algorithmes ED :EYROOLES (1979)