

MINISTRE AUX UNIVERSITES  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUES

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
المكتبة —  
BIBLIOTHEQUE —  
Ecole Nationale Polytechnique

## Projet de Fin d'Etudes

### SUJET

ETUDE D'UN RESSAUT  
HYDRAULIQUE  
DANS UN DIVERGENT

Proposé par :

Mr. B. ACHOUR

Etudié par :

Mr. M. BOUKEZZATA

Mr. M. LEBGAA

Dir gé par :

Mlle. S. BENMAMAR

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Sujet

**Etude d'un Ressaut Hydraulique  
dans un divergent**

*Propose par*

Mr.B. ACHOUR

*Etudie par*

Mr. M. BOUKEZZATA  
Mr. M. LEBGAA

*Dirige par*

Melle. S. BENMAMAR

*Promotion : 1992*

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

هُوَ الَّذِي أَنْزَلَ مِنَ السَّمَاءِ مَاءً  
لَكُمْ مِنْهُ شَرَابٌ وَمِنْهُ شَجَرٌ

صدق الله العظيم

الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHÈQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

ملخص:

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة - BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

الدراسة مختصة بظهور القفزة النزحة في منشأة  
مجهزة بمنبور التعديل لقناة منفرجة تنهين  
بعبة.

المسألة تتمحور ذات ثلاثة أبعاد بسبب الاتساع المفاجئ  
للقناة مع حضور العبة. ديناميكية القفزة تصبح مؤثرة بهذا  
الاتساع وهذا التأثير يجب أن يؤخذ بعينه الاعتبار في  
إيجاد أبعاد الجهاز على النحو المحدد وليكن والدراسة النظرية للظاهرة  
SUMMARY

The occurrence of unsubmerged hydraulic jump in a regulating gated structure of a canal ended with a sill is treated.

The problem is three-dimensional because of the sudden lateral expansion, and the sill.

The jump dynamics is affected by this expansion, and this should be taken into consideration in calculating the hydraulics for the structure, and in the theoretical study of the phenomenon.

#### RESUME

L'étude est consacrée à l'apparition d'un ressaut dénoyé dans un ouvrage vanné de régulation d'un canal divergent se terminant par un seuil.

Le problème est tridimensionnel en raison de l'élargissement brusque et de la présence du seuil. La dynamique d'un ressaut est influencée par cet élargissement et son effet doit être pris en compte dans le dimensionnement de la structure sur le plan hydraulique et dans l'étude théorique du phénomène.

DEDICACES



Je dédie ce modeste travail :

A

Ma mère et mon père, pour leurs énormes sacrifices durant les  
longues années d'études

Mes frères et mes soeurs, pour leur soutien moral

Mes beaux frères Noredine, Abdelkader

Ma grande famille

Mes collègues Abdenacer, Zitouni

Mes cousins(es), mes amis(es)

Et tous les handicapés de mon pays.

MOUSSA SALAH

DEDICACES



Je dédie cet humble travail :

A

Ma mère et mon père, pour leurs efforts qu'ils n'ont jamais cessé  
de fournir pour ma formation et mon bien être.

A

Mes frères Rachid, Yahia et mes soeurs Farida et Faïza

A

Tous mes amis et surtout NAMOUCHI Ali

MADJID (DAHMANE)

## REMERCIEMENTS



Nous tenons à exprimer nos plus vifs remerciements à notre promotrice melle BENMAMAR S. pour l'aide constante, les conseils et les connaissances qu'elle n'a cessé de nous procurer tout au long de ce travail.

Nous remercions vivement Mr ACHOUR B. pour la proposition du sujet et l'aide qu'il nous a donné au cours de ce projet.

Nous remercions également tous les membres de jury qui nous ont fait l'honneur de juger notre travail.

Nous saisissons l'occasion pour étendre nos remerciements à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation, Particulièrement :

- MEHDI Bachir,
- BENZIADA Salim,
- BERMAD Abdelmalek.

Nous remercions également Mr MESSALKA, Ingénieur de laboratoire et Melle BOUABBAS N., la secrétaire du département d'hydraulique pour leur aide durant notre travail.

DEDICACES

REMERCIEMENTS

INTRODUCTION

1. HISTORIQUE SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL UNIFORME HORIZONTAL

2. ETAT DES CONNAISSANCES SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE ET UN CANAL NON PRISMATIQUE

2.1 Généralités sur le ressaut hydraulique dans un canal prismatique

2.1.1 Définition d'un canal prismatique

2.1.2 Le ressaut hydraulique

2.1.2.1 Définition du ressaut hydraulique

2.1.2.2 Différents types de ressaut

2.1.3 Ecoulement sous vanne

2.1.3.1 Définition d'une vanne

2.1.3.2 Ecoulement dénoyé et noyé

2.1.4 Caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire horizontal

2.1.4.1 Détermination des profondeurs conjuguées

2.1.4.2 Détermination de la longueur du ressaut

2.1.4.3 Détermination des pertes de charge dues au ressaut

2.1.5 Ecoulement interne du ressaut hydraulique

2.1.5.1 Profil de la surface libre

2.1.5.2 Vitesse de la surface libre

2.1.5.3 Vitesse du fond

2.1.5.4 Répartition de la vitesse

2.1.5.5 Répartition de la masse volumique

2.1.5.6 Répartition de la pression

## 2.1.6 Présence d'un seuil à l'aval du ressaut

### 2.1.6.1 Ressaut hydraulique sur marche positive

### 2.1.6.2 Formation du ressaut hydraulique par seuil transversal

## 2.2 Généralités sur le ressaut hydraulique dans un canal non prismatique

### 2.2.1 Définition des canaux non prismatiques

### 2.2.2 Types d'écoulement dans un canal non prismatique

#### 2.2.2.1 Le premier type d'écoulement

#### 2.2.2.2 Deuxième type d'écoulement

#### 2.2.2.3 Troisième type d'écoulement

#### 2.2.2.4 Quatrième type d'écoulement

## Positionnement du problème

## 3. ANALYSE THEORIQUE

### 3.1 Généralités

### 3.2 Hypothèses de base

### 3.3 Equations de base

#### 3.3.1 Equation caractéristique du fluide

#### 3.3.2 Equation de continuité

#### 3.3.3 Equation de quantité de mouvement

### 3.4 Hypothèses supplémentaires

#### 3.4.1 Première proposition

#### 3.4.2 Deuxième proposition

#### 3.4.3 Troisième proposition

### 3.5 Analyse théorique

## 4. EXPERIENCES - ETUDE EXPERIMENTALE

### 4.1 Modèle physique

#### 4.1.1 Tête du modèle

#### 4.1.2 Bassin de réception

#### 4.1.3 Divergent

## 4.2 Appareillage de mesures

### 4.2.1 Mesure de débit (Etalonnage)

### 4.2.2 Mesure de niveau

## 4.3 Mesure effectuée

## 4.4 Description d'une mesure

## 4.5 Difficultés de mesure

## 4.6 Résultats

## 4.7 Analyse et commentaire des résultats

## CONCLUSION

## ANNEXES

## BIBLIOGRAPHIE

L'étude du ressaut hydraulique stationnaire ou mobile revêt depuis longtemps et surtout depuis quelques années un nouvel intérêt du fait de deux de ses caractéristiques : d'une part, par son caractère brusquement varié, il se distingue du point de vue hydraulique, des études classiques du type écoulement filaires (réseaux d'adduction ou de distribution, canaux). Les méthodes globales relevant des équations intégrales (BERNOULLI et EULER) qui ont servi à déterminer ces caractéristiques (hauteurs perte de charge et longueur) ne sont plus suffisantes lorsqu'on s'intéresse à l'évolution de l'écoulement interne, on doit alors revenir à la représentation de l'écoulement en un point matériel (équation de REYNOLDS). D'autre part, une telle étude devient indispensable quant à l'optimisation du processus relevant d'autres techniques (génie-mécanique) [1].

Le souci permanent d'amélioration du rendement et des économies sur la dissipation d'énergie, nécessite d'abord une meilleure connaissance de l'écoulement, puis la recherche de l'écoulement optimal et les moyens technologiques à le réaliser. [1].

Après avoir retracé l'historique de l'évolution de la recherche dans ce domaine et avoir rappelé certaines définitions, on a donné les caractéristiques du ressaut dans un canal rectangulaire.

On a défini par la suite les canaux non prismatiques et les différents types d'écoulement dans ces derniers, puis on a positionné le problème qui est l'étude d'un ressaut hydraulique dans un divergent avec seuil.

- des hypothèses de base ont été prises en comptes.

Les propositions suivantes ont été données pour le profil de la surface libre :

- profil elliptique
- profil linéaire
- profil hyperbolique

Nous avons abordé la partie théorique de notre travail qui traite le ressaut hydraulique dans un canal non prismatique (divergent) en présence d'un seuil. Cette partie a été subdivisée en quatre :

- En premier lieu, nous avons défini les différents paramètres du ressaut.
- Examiner les formes particulières prises par les équations suivantes :
  - l'équation de la quantité de mouvement,
  - l'équation de continuité,
  - et l'équation générale de BERNOULLI.

A partir de là, nous avons élaboré :

- l'équation générale du ressaut,
- l'équation de la longueur du ressaut,
- l'équation de la perte d'énergie du ressaut,
- et l'équation de la localisation du ressaut.

Les résultats expérimentaux obtenus ont servi à définir le profil de la surface libre du ressaut et de le localiser.

## 1 . HISTORIQUE SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL UNIFORME HORIZONTAL

Dans ce chapitre, nous allons faire un rappel historique évoquant toutes les études qui ont été faites sur le ressaut hydraulique depuis LEONARD de VINCI (1452-1519) jusqu'à nos jours.

### Rappel historique jusqu'à 1900

Plusieurs auteurs ont traité le ressaut hydraulique [12]. LEONARD de VINCI (1459-1519) est le premier à avoir observé et décrit le ressaut hydraulique, sans faire une étude théorique du phénomène. Trois siècles plus tard, un autre Italien, VENTURI (1746-1822) parle du ressaut en tant que moyen de l'irrigation. BIDONE (1781-1839) est le premier à s'être occupé systématiquement et avoir analysé le ressaut [12] dont il est considéré comme le père.

Ses expériences datant de 1818 concernent des écoulements dans des conditions proches de celles critiques avec des nombres de FROUDE autour de 2. BIDONE a supposé la charge constante dans le ressaut hydraulique, ce qui n'est admissible que pour des valeurs de FROUDE proche de 2.

Toujours d'après ROUSSE et INCE [12], BELANGER (1789-1874) est le premier à utiliser correctement le théorème de la quantité de mouvement, c'est ainsi d'ailleurs qu'il obtient la formule bien connue qui porte son nom:

$$Y = \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - \frac{1}{2}$$

dans laquelle  $h_1$  et  $h_2$  désignent les hauteurs initiale et finale du ressau t,  $F_r$ , le nombre de FROUDE à l'amant du ressau t.

BELANGER est le premier à utiliser la quantité adimensionnelle  $V^2/2gh$ , où  $V$  la vitesse,  $h$  la hauteur de charge et  $g$  l'accélération gravitationnelle.

BRESSE, d'autre part, est le premier à établir l'expression de la dissipation d'énergie dûe au ressau t en termes de hauteurs.

$$n = \frac{H}{H_1} = \frac{(h_2 - h_1)^2}{4h_1 h_2}, \quad 0 < n < 1$$

où  $H$  désigne la perte de charge,  $H_1$  la charge au niveau de la section 1. Cette expression n'a pas attiré l'attention des chercheurs. A l'aube du 20ème siècle, les chercheurs abandonnent l'idée de la dissipation d'énergie par le ressau t tout comme l'application du théorème de la quantité de mouvement semble s'oublier au profit de celui de l'énergie (BERNOULLI).

#### Développement jusqu'à la deuxième guerre mondiale

En Grande Bretagne, GIBSON [1] réalisa des essais avec des écoulements dont le nombre de FROUDE atteint 8,6 et confirme la validité de l'équation de BELANGER et partant de l'application du théorème de la quantité de mouvement pour la détermination des hauteurs conjuguées.

Aux U.S.A, KENNISON [1] analyse le ressau t avec l'équation d'énergie. Cette approche est critiquée par plusieurs chercheurs et par la suite KENNISON reconnaît son erreur; toute fois KENNISON présenta sur un diagramme pour la première fois en termes adimensionnels le rapport des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de FROUDE.

$$F = V / \sqrt{gH}$$

L'approche de BELANGER et son équation sont définitivement acquises par les hydrauliciens. La dissipation d'énergie en termes de hauteurs est remise à jours par STEVENS [14] en 1925, mais n'est pas vérifiée par des essais. En Europe, SAFRANEZ [13] et [11] effectuera plusieurs études grâce auxquelles il confirme la validité de l'équation de BELANGER.

CITRINI [7] a fait le point sur les connaissances de son époque sur le ressaut. Il a déduit les trois points principaux suivants

- le principe de la quantité de mouvement étant définitivement acquit pour déterminer les hauteurs conjuguées.
- aucune solution analytique ne se vérifie pour calculer la longueur du ressaut (préférée à la longueur du ressaut car plus facilement déterminable); des formules empiriques basées sur des expériences comblent cette lacune.
- le concept de dissipation d'énergie fait péniblement son apparition et une solution théorique pour la quantifier existe mais ne semble pas être exploitée.

## Travaux récents

Depuis la deuxième guerre mondiale, plusieurs études ont été faites sur le ressaut hydraulique. Les principales caractéristiques sont acquises (hauteurs conjuguées, énergie dissipée). Plusieurs chercheurs ont essayé de mieux comprendre ce phénomène et d'améliorer ses performances. Dans les études récentes, plusieurs chercheurs se sont distingués par la qualité de leurs recherches. Nous citerons à titre d'exemple quelques uns comme :

- 1 ) CHOW en 1937
- 2 ) RAJORATNAM en 1937
- 3 ) BRADLEY et PETERKA en 1957
- 4 ) BERRYHIL en 1957
- 5 ) SHARP en 1974
- 6 ) HAGER en 1974
- 7 ) HAGER et SINNIGER en 1985

Le sujet du ressaut hydraulique ne semble pas être épuisé et il fera certainement l'objet d'autres travaux ces prochaines années.

## 2. ETAT DES CONNAISSANCES SUR LE RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE ET UN CANAL NON PRISMATIQUE

Un canal constitue un élément de transport d'eau à surface libre. Il existe des canaux prismatiques et non prismatiques.

### 2.1 Généralités sur le ressaut hydraulique dans un canal prismatique

#### 2.1.1 Définition d'un canal prismatique

On dit qu'un canal est prismatique si :

- les génératrices du canal sont des droites parallèles entre elles.
- la forme du canal ne varie pas le long du courant.

Les écoulements dans les canaux peuvent varier graduellement ou rapidement en fonction du lieu.

Une variation de l'écoulement est considérée comme graduelle si tous les paramètres qui l'influencent subissent des petits changements locaux, tandis que dans le cas des écoulements à variation rapide, la hauteur d'eau par exemple peut changer brusquement (ressaut hydraulique).

Pour l'écoulement graduellement varié, on admet que :

- la vitesse est constante et est égale à  $V = Q/S$ ,
- la loi de distribution de pression est hydraulique.

Pour l'écoulement brusquement varié, ces hypothèses ne sont plus valables.

L'écoulement dans des canaux rectangulaires à ciel ouvert peut être caractérisé par le nombre de FROUDE

$$Fv = \sqrt{Q^2 / g(bh)^3}$$

où Q est le débit, g l'accélération, b la largeur du canal et h la hauteur d'eau dans le canal.

## 2.1.2 Le ressaut hydraulique

### 2.1.2.1 Définition du ressaut hydraulique

Le ressaut hydraulique stationnaire est une brusque surélévation de la surface libre du courant permanent occupant une position fixe dans un lit uniforme. Ce phénomène se produit lorsque un régime torrentiel devient fluvial sur une courte distance. [5].

Le ressaut hydraulique stationnaire est l'un des phénomènes le plus complexe.

L'écoulement à l'intérieur du ressaut est fortement non stationnaire, celui-ci est caractérisé par les effets de turbulences importants, de plus le phénomène d'entraînement d'air peut introduire l'écoulement diphasique, ce qui complique la description du ressaut.

Ce phénomène est observable dans plusieurs ouvrages hydrotechniques en particulier : dans les écoulements sous vannes.

Il existe plusieurs types de ressaut et leur classification est fonction du nombre adimensionnel  $F$ .

### 2.1.2.2 Différents type de ressaut

La classification des ressauts est fonction du nombre de FROUDE amont  $F_{r1}$ .

Il existe :

- des ressauts ondulés  $1 < F_{r1} < 1,7$
- des ressauts faibles  $1,7 < F_{r1} < 2,5$
- des ressauts oscillants  $2,5 < F_{r1} < 4,5$
- des ressauts stationnaires  $4,5 < F_{r1} < 9$

Dans cette catégorie, il y a des ressauts dénoyés et des ressauts noyés, et enfin des ressauts forts  $F_{r1} > 9$

### 2.1.3 Ecoulement sous vanne

Le ressaut est observable dans les écoulements sous vanne.

#### 2.1.3.1 Définition d'une vanne

Une vanne est un organe mobile permettant de modifier localement la section d'écoulement de la fermeture à l'ouverture complète. Un tel organe permet de régler la hauteur d'eau amont à un niveau désiré.

A proximité de la vanne, l'écoulement peut être considéré comme un phénomène local. La charge  $H$  reste donc localement constante. A un débit  $Q$  correspond une hauteur d'eau amont  $h_1$ . La vanne constitue une discontinuité dans le canal (figure(1))

L'écoulement ne suit pas le contour de la vanne mais s'en sépare. Il existe donc une zone d'écoulement principal et, à l'amont de la vanne, une zone de séparation. Les vitesses dans la première zone sont beaucoup plus faibles que dans la deuxième.

Par conséquent, la surface située au dessus de la zone de séparation monte en direction de la vanne, la hauteur maximale étant égale à la charge  $H$  (point de stagnation)

A l'aval de la vanne, l'écoulement se contracte depuis la hauteur d'ouverture de la vanne ( $a$ ) jusqu'à la hauteur aval  $h_2 = C_c a$   $C_c$  étant le coefficient de contraction.

A l'amont et à l'aval de la vanne, les lignes de courant sont parallèles, mais elles sont considérablement inclinées et courbées près de la vanne (figure(1)).

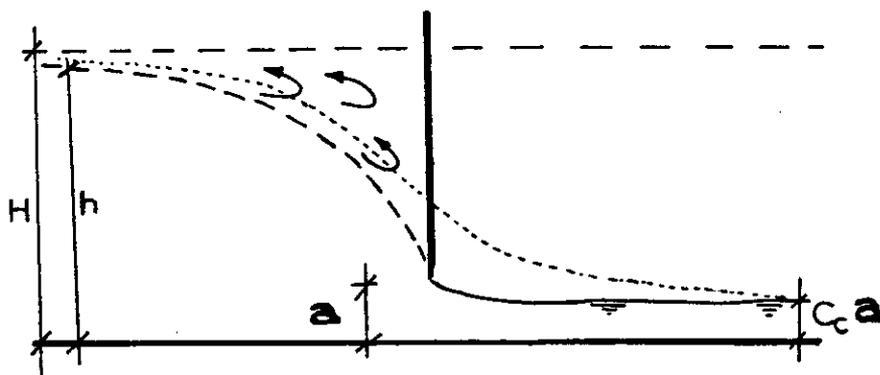


Figure (1) : représentation schématique d'un écoulement sous vanne.

- ( ————— ) surface libre
- ( - - - - - ) pression au fond
- ( - - - - - ) zone de séparation

### 2.1.3.2 Ecoulement dénoyé et noyé

Une singularité (vanne) précédée d'un courant en régime fluvial provoque souvent à son aval immédiat la formation d'un courant de profondeur inférieure à la profondeur critique, c'est-à-dire, une lame torentielle avec apparition d'une section critique, une telle lame est dite dénoyée.

Lorsque la profondeur à l'aval de la singularité reste supérieure à la profondeur critique, le courant est noyé. Les propriétés hydrauliques des écoulements dénoyés et noyés sont différentes.

Dans le cas de l'écoulement dénoyé (figure 2a), le débit ne dépend que des conditions à l'amont en raison de l'existence d'une section critique qui constitue une coupure hydraulique.

Dans le cas de l'écoulement noyé (figure 2b), le débit dépend simultanément des niveaux amont et aval.

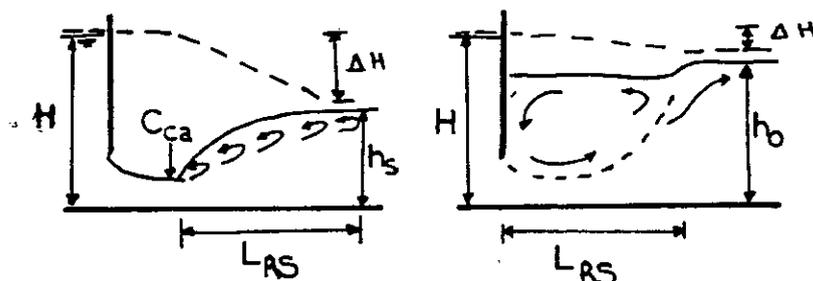


Figure ( 2 ) a) Ecoulement dénoyé

b) Ecoulement noyé

Soit :

$h_0$  : la hauteur d'eau aval dans un écoulement noyé.

$h_{s.}$  : la hauteur de submerssion aval limite dans un écoulement dénoyé.

pour  $h_0 < h_{s.a.}$ , l'écoulement au dessous de la vanne est dénoyé (ressaut dénoyé)

si  $h_0 > h_{s.a.}$  la hauteur d'eau aval et  $h_{s.a.}$  la hauteur de submerssion aval limite est atteinte si le pied du ressaut se trouve à l'endroit de la section contractée.

La hauteur d'eau aval  $h_{s.a.}$  se calcule selon l'équation :

$$\frac{h_{s.a.}}{Cca} = \frac{\left[ (1 + 8 F_{r,2})^{0.5} - 1 \right]}{2}$$

$Cc$  : coefficient de contraction

$a$  : l'ouverture de la vanne

$F_{r,2}$  : nombre de FROUDE Aval

## 2.1.4 Caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire horizontal

### 2.1.4.1 Détermination des profondeurs conjuguées

Le problème classique posé par le ressaut hydraulique est de calculer l'une des profondeurs conjuguées en fonction de l'autre pour un débit donné (figure (a)). Considérons un tronçon de canal compris entre (O2) deux sections transversales ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) le régime est permanent et brusquement varié entre ces deux sections. Par contre, de part et d'autre de celle-ci, le régime est uniforme ou graduellement varié, donc il nous suffira de choisir les sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) suffisamment éloignées de la zone perturbée, en appliquant à la masse liquide comprise entre ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) le théorème d'EULER, on obtient :

$$\frac{\gamma}{g} Q \beta_2 \overline{V_2} - \frac{\gamma}{g} Q \beta_1 \overline{V_1} = \overline{F}$$

$V_1$  et  $V_2$  Vitesses moyennes dans les sections  $S_1$  et  $S_2$

Elles sont affectées des coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  pour tenir compte de l'inégalité de la répartition des vitesses dans chacune de ces sections.

$F$  est la résultante des forces extérieures appliquées à la masse liquide comprise entre ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ).

Ces forces comprennent :

- le poids de la masse liquide considérée
- les pressions totales sur les sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ )
- les réactions des parois et le fond du canal entre des deux sections.
- la résistance de l'air sur la surface libre est généralement négligeable.

### Cas d'un canal de direction générale horizontale

Projetons l'équation précédente sur l'axe longitudinal supposé horizontal sur la distance séparant les sections (S<sub>1</sub>) et (S<sub>2</sub>).

En faisant l'approximation  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ ,

$$\frac{\gamma}{g} (V_1 - V_2) = F$$

$$\text{On pose : } M_1 = \frac{\gamma}{g} Q V_1$$

$$M_2 = \frac{\gamma}{g} Q V_2$$

$$M = \frac{\gamma}{g} Q V$$

M : représente la quantité de mouvement de la masse liquide écoulee par unité de temps.

$$\text{donc, } M_2 - M_1 = P_1 - P_2 + R'$$

$$R' = (P_2 + M_2) - (P_1 + M_1)$$

Soit R'' la projection de l'action du liquide sur les parois et le fond du canal, elle est égale et opposée à R'

$$R'' = (M_1 + P_1) - (M_2 + P_2)$$

$$F = \frac{M + P}{\gamma}$$

La fonction F ainsi définie s'appelle l'impulsion totale du courant.

avec :

$$M = \frac{\gamma}{g} Q V = \frac{\gamma}{g} \frac{Q^2}{s}$$

$$P = \gamma es$$

donc :

$$F = \left( \frac{\gamma}{g} \frac{Q^2}{s} + \gamma es \right) / \gamma$$

$$= \frac{Q^2}{gs} + es$$

avec  $e$  : la profondeur du centre de gravité de section ( $s$ ) par rapport à la surface libre.

L'équation de l'impulsion totale entre les sections amont ( $s_1$ ) et aval ( $s_2$ ) du ressaut est donnée par la relation :

$$\frac{Q^2}{gs_1} + e_1 s_1 = \frac{Q^2}{gs_2} + e_2 s_2$$

avec :

$e_1$  : la profondeur du centre de gravité de la section  $s_1$

$e_2$  : la profondeur du centre de gravité de la section  $s_2$

En introduisant le débit par unité de largeur

(le débit unitaire)  $q = \frac{Q}{l}$  et les profondeurs  $h_1$  et  $h_2$ , on aura

$$\frac{(q_1 l_1)^2}{gh_1 l_1} + \frac{h_1}{2} h_1 l_1 = \frac{(q_2 l_2)^2}{gh_2 l_2} + \frac{h_2}{2} h_2 l_2$$

$$\frac{q^2 l_1}{gh_1} + \frac{h_1^2}{2} l_1 = \frac{q^2 l_2}{gh_2} + \frac{h_2^2}{2} l_2$$

Pour  $l_1 = l_2$

$$\frac{q^2}{gh_1} + \frac{h_1^2}{2} = \frac{q^2}{gh_2} + \frac{h_2^2}{2} = \text{Cte}$$

Celle-ci exprime que l'impulsion par unité de largeur du canal est constante entre deux sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) considérées.

$$\frac{q^2}{g} \left( \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) = \frac{1}{2} (h_2^2 - h_1^2)$$

$$\frac{q^2}{g} \left( \frac{h_2 - h_1}{h_1 h_2} \right) = \frac{1}{2} (h_2 - h_1) (h_2 + h_1)$$

$$\frac{2q^2}{gh_1 h_2} = h_2 + h_1$$

$$h_2^2 + h_1 h_2 = \frac{2q^2}{gh_1}$$

$$h_2^2 + h_1 h_2 - \frac{2q^2}{gh_1} = 0$$

La résolution de cette équation donne deux racines, l'une positive et l'autre négative.

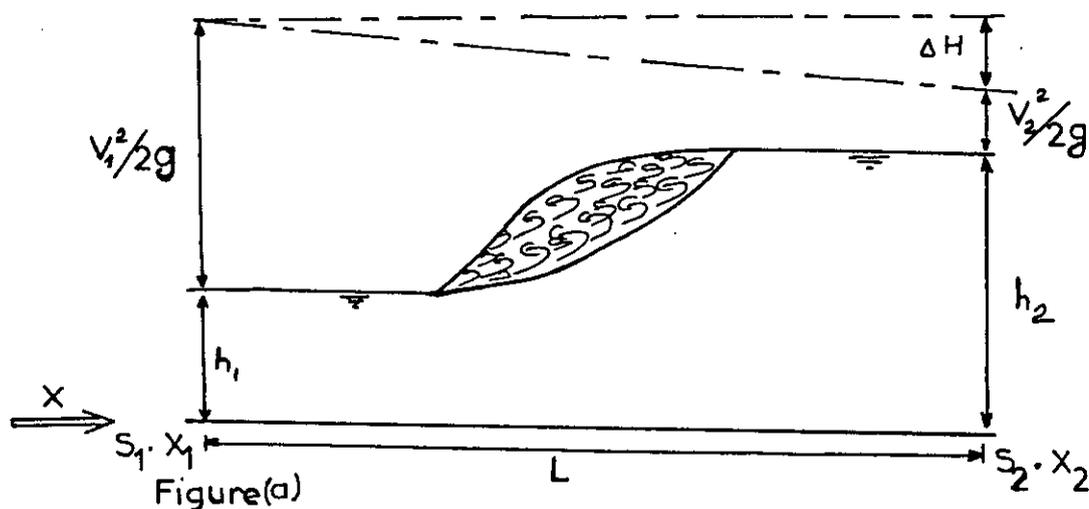
La racine négative n'a pas de sens physiques, elle est rejetée.

La racine positive est :

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8 q^2 / gh_1^3} - 1 \right]$$

Cette relation permet de calculer l'une des profondeurs conjuguées  $h_2$  ou  $h_1$  en connaissant l'une ou l'autre et le débit unitaire  $q$ .

## 2.1.4.2 Détermination de la longueur du ressaut



Choisissons deux sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) situées respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut,  $h_1$  et  $h_2$  les hauteurs conjuguées dans les sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) respectivement.

La distance  $L = (x_2 - x_1)$  des sections  $S_1$  et  $S_2$  est la longueur du ressaut.

Il y a plusieurs formules empiriques donnant la valeur de  $L$  en fonction des autres éléments hydrauliques du ressaut.

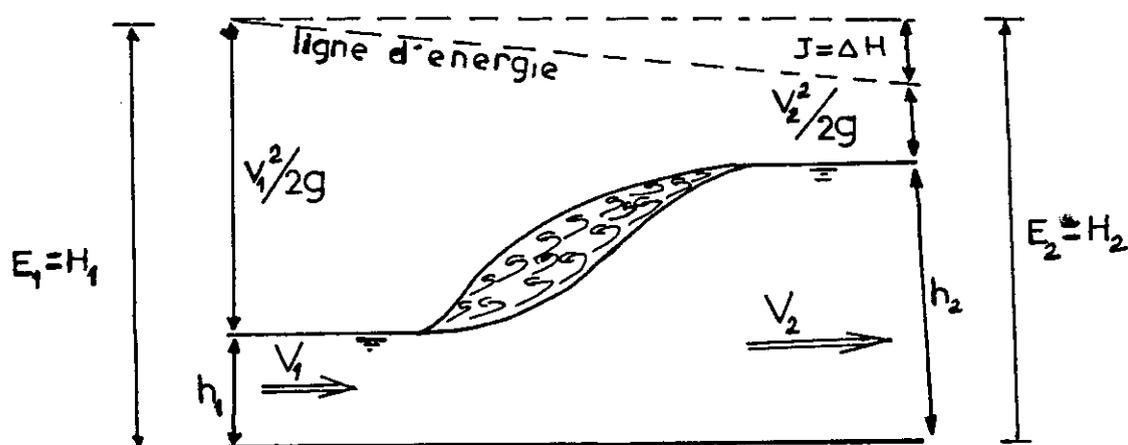
Pour une section rectangulaire :

$L = 5 h_2$ $L = g h_1 \left( \frac{v_1}{\sqrt{g h_1}} - 1,57 \right)$ $L = 6 ( h_2 - h_1 )$
--

### 2.1.4.3 Détermination des pertes de charge dues au ressaut

L'intérêt technique du ressaut hydraulique est particulièrement dû à la dissipation d'énergie mécanique qu'il permet de réaliser.

Elle est mesurée par l'abaissement de la ligne d'énergie entre les sections ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ).



L'équation généralisée de BERNOULLI impose :

$$h_1 + \frac{P_1}{g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{P_2}{g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + J$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1 \quad P_1 = P_2 = P_{atm} \dots$$

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + J$$

$$J = H_1 - H_2 = \left( h_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left( h_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right)$$

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = E_1$$

$$h_2 + \frac{V_2^2}{2g} = E_2$$

$$\Rightarrow J = E_1 - E_2$$

Pour un canal horizontal de section rectangulaire :

$$V^2 = \frac{q^2 l^2}{S^2} = \frac{q^2 l^2}{h^2 l^2} = \frac{q^2}{h^2}$$

$$\Rightarrow J = \left( h_1 + \frac{q^2}{2g h_1^2} \right) - \left( h_2 + \frac{q^2}{2g h_2^2} \right)$$

de l'équation  $\frac{q^2}{g h_1} + \frac{h_1^2}{2} = \frac{q^2}{g h_2} + \frac{h_2^2}{2}$

$$\frac{q^2}{g h_1} - \frac{q^2}{g h_2} = \frac{h_2^2}{2} - \frac{h_1^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{g} \left( \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) = (h_1 - h_2) \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right)$$

$$\frac{q^2}{g} (h_2 - h_1) \cdot \frac{1}{h_1 h_2} = (h_1 - h_2) \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right)$$

$$\frac{q^2}{g} \cdot \frac{1}{h_1 h_2} = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{q^2}{2g} = \frac{h_2 h_1^2}{4} + \frac{h_2^2 h_1}{4}$$

$$\Rightarrow J = \left[ h_1 + \frac{1}{h_1^2} \left( \frac{h_1^2 h_2}{4} + \frac{h_2^2 h_1}{4} \right) \right] - \left[ h_2 + \frac{1}{h_2^2} \left( \frac{h_1^2 h_2}{4} + \frac{h_2^2 h_1}{4} \right) \right]$$

$$J = \left[ h_1 + \frac{h_2^2}{4 h_1} + \frac{h_2}{4} \right] - \left[ h_2 + \frac{h_1^2}{4 h_2} + \frac{h_1}{4} \right]$$

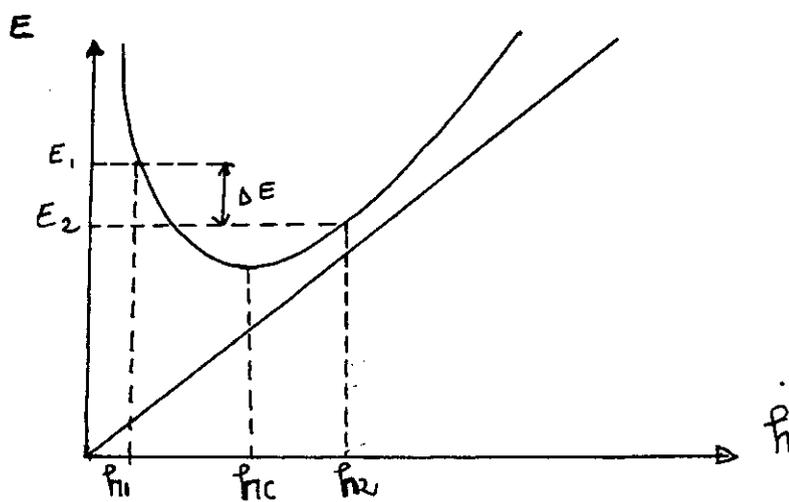
$$J = \left[ \frac{3 h_1}{4} - \frac{h_1^2}{4 h_2} - \frac{3 h_2}{4} + \frac{h_2^2}{4 h_1} \right]$$

$$J = \frac{3 h_1^2 h_2}{4 h_1 h_2} - \frac{h_1^3}{4 h_2 h_1} + \frac{h_2^3}{4 h_1 h_2} - \frac{3 h_2^2 h_1}{4 h_1 h_2}$$

$$J = \frac{h_2^3 - 3 h_2^2 h_1 + 3 h_2 h_1^2 - h_1^3}{4 h_1 h_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{J = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 h_2}}$$

C'est l'expression de la perte de charge due au ressaut dans un canal rectangulaire de pente négligeable.



variation de l'énergie mécanique en fonction de la hauteur.

### 2.1.5 Ecoulement interne du ressaut hydraulique

Ce paragraphe traite des répartitions de vitesses, de la concentration de l'air et de la densité du mélange eau-air pour un ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire horizontal.

C'est en effet ce type de ressaut qui a été étudié le plus en détail.

### 2.1.5.1 Profil de la surface libre

A cause des ondes de surface et de la forte turbulence, la surface réelle du ressaut n'est pas une ligne précise et unique. Des fluctuations temporelles caractérisent la surface sur toute la longueur du ressaut.

Selon les essais de RAJARATNAM et SUBRAMA-NYA et SCHRODER [8], la répartition adimensionnelle du profil de surface est possible, si le nombre de FROUDE  $F_1$  et la hauteur  $h_1$  à l'amont vérifient les conditions suivantes :

$$3,5 < F_1 < 10 \quad \text{et} \quad h_1 > 0,05\text{m}$$

On pose  $X = x/Lr$  ,  $f = \frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$

$x$  : la coordonnée longitudinale avec origine au pied amont du ressaut.

$h_1$  : la hauteur amont

$h_2$  : la hauteur aval

$Lr$  : la longueur du rouleau

La figure ( 3 ) permet de déterminer le profil de la surface  $h(x)$  en supposant que  $h_1$ ,  $h_2$  et  $Lr$  connus.

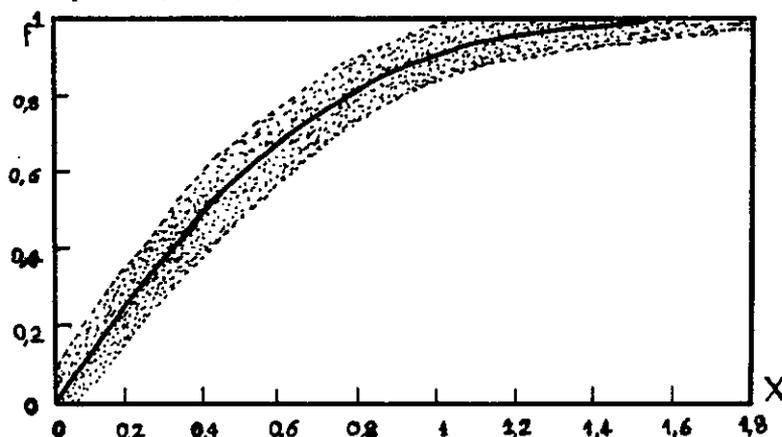


Figure ( 3 ) : Profil de la surface d'un ressaut plan.

La figure ( 4 ) permet d'évaluer la vitesse de surface [  $V_s(x)$  ].

$X = 0$ , correspond au pied amont du ressaut

$X = 1$ , correspond à l'extrémité aval du ressaut.

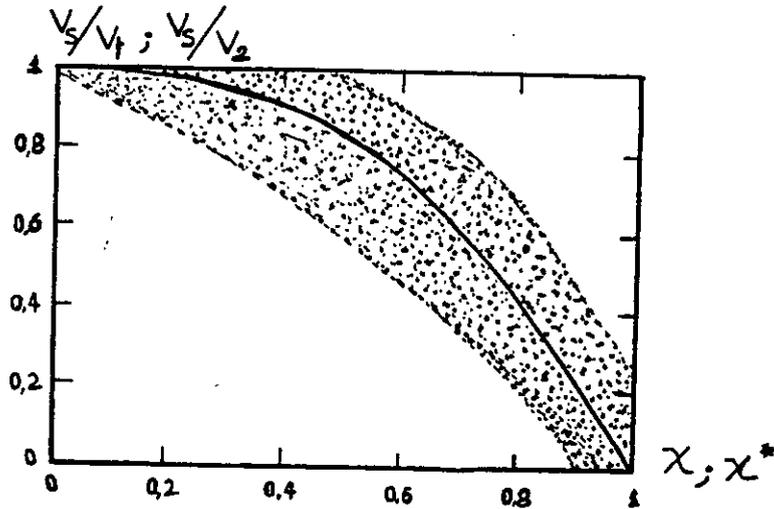


Figure ( 4 ) : Vitesse (relative  $f$ ) de surface adimensionnelle  
pour  $0 < x < L_r$  et  $x > L_r$

#### 2.1.5.2 Vitesse de la surface libre

Les vitesses de surface sont opposées à la direction principale de l'écoulement le long de la longueur du rouleau. Il convient de distinguer entre la zone du rouleau et la zone à l'aval du rouleau. La présentation adimensionnelle des vitesses est donnée par les paramètres adimensionnels suivants :

pour  $0 < x < x_1$ ,

$$X = \frac{x}{L_r} ; f = \frac{V_s}{V_t}$$

où  $V_t = - (3/8) (y-1)^* V_2$  est une vitesse de référence, elle dépend de la vitesse moyenne avale

$$V_2 = \frac{Q}{bh_2}$$

et du rapport des hauteurs conjuguées

$$y = \frac{h_2}{h_1}$$

La coordonnée longitudinale est définie par :

$$X = 1 - \frac{3}{8} \sqrt{h - 1} (x - 1) , \quad f = \frac{V_1}{V_2}$$

### 2.1.5.3 Vitesse du fond

La figure (4.1) reflète les observations de SCHRODER pour la variation de  $X = (x/Lr)$  en fonction de  $(V_f - V_2) / (V_1 - V_2)$  où :  $V_1, V_2$  sont les vitesses à l'amont et à l'aval du ressaut [8]  
 $V_f$  : vitesse de l'eau près du fond dans un ressaut.

On constate que  $f(x) = 0,2$  pour  $x = 1$

$$\text{donc } V_f = 0,2 V_1 + 0,8 V_2$$

et pour  $x = 1,5$ , la figure (4.1) donne  $f = 0,04$

$$\text{donc } V_f = 0,04 V_1 + 0,96 V_2$$

avec  $x = 1,5$  correspond à peu près à l'extrémité aval du ressaut, et d'après l'équation des hauteurs conjuguées en fonction du nombre de FROUDE, on a :

$$Y = \frac{h_1}{h_2} = \sqrt{2} F_1 - \frac{1}{2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\text{et } V_2 = \frac{Q}{bh_2} = \frac{V_1 h_1}{h_2}$$

On déduit :

$$\frac{V_f}{V_2} \approx 1 + 0,06 F_1 \text{ pour } x = 1,5$$

### 2.1.5.4 Répartition de la vitesse

La répartition longitudinale et transversale de la vitesse avale du fond et en surface permettent de préciser le profil universel de la vitesse dans un ressaut hydraulique. Il apparait que la répartition verticale près du fond reste presque uniforme non perturbée de hauteur  $z_1$ , (figure ( 6 )).

D'après SCHRODER :

$$z_1 = h_1 \left[ \frac{h_2 - h}{h_2 - h_1} \right]$$

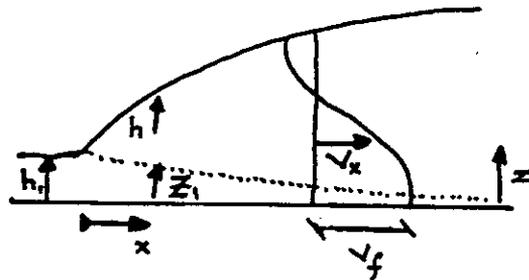


Figure ( 6 )

Écoulement interne  
du ressaut

La figure ( 7 ) permet d'évaluer  $V_x(z,x)$ , une fois  $V_f(x)$ ,  $V_s(x)$  et  $h(x)$  et à partir de la fonction suivante :

$$\bar{V} = f(Z)$$

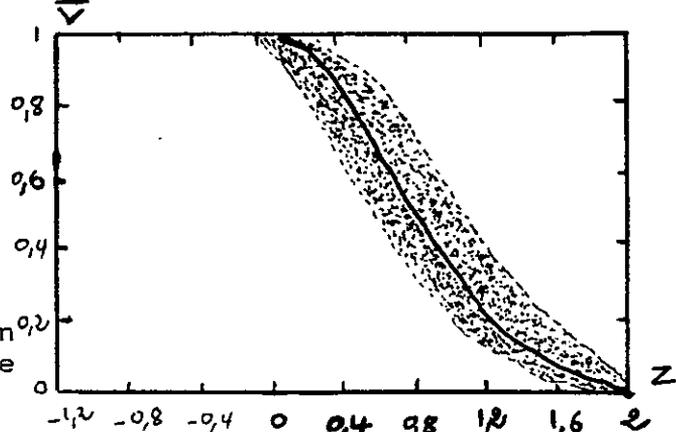
d'où

$\bar{V} = (V_x - V_s)/(V_f - V_s)$  : la composante longitudinale de la vitesse

Z : la coordonnée verticale adimensionnelle

$$Z = 2 \left( \frac{z - z_1}{h - z_1} \right)$$

Figure ( 7 ) : Répartition adimensionnelle de vitesse V en fonction de Z



### 2.1.5.5 Répartition de la masse volumique

La masse volumique de l'eau ( $\rho = 1 \text{ tm}^{-3}$ ) presque reste inchangée près du fond auprès du pied du ressaut et à l'aval du rouleau, mais elle est soumise à un changement à cause de l'entraînement d'air (figure (8)) le long de la zone perturbée.

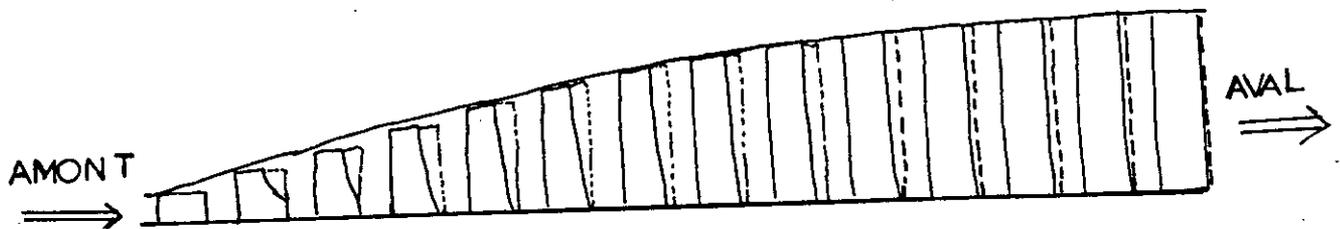


Figure (8) la répartition de la masse volumique dans un ressaut hydraulique

( - - - - - ) valeur uniforme ( $\rho = 1 \text{ tm}^{-3}$ )

### 2.1.5.6 Répartition de la pression

La figure (9) représente la répartition des pressions dans un ressaut, on constate que la répartition est hydrostatique à l'amont du ressaut, et elle n'apparaît à nouveau en aval que pour une longueur d'écoulement importante.

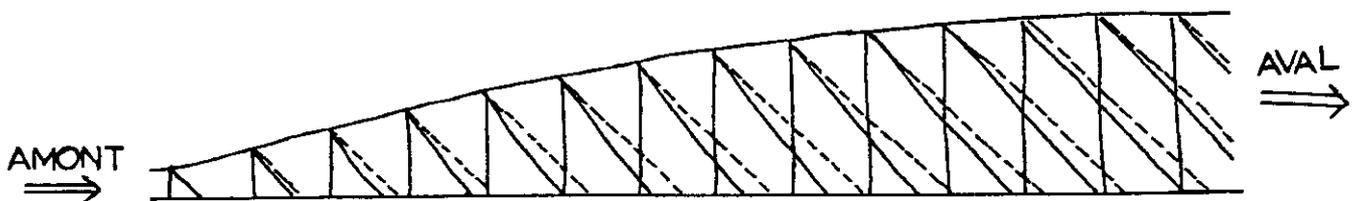


Figure (9) : Répartition de la pression dans un ressaut hydraulique

( - - - - - ) répartition hydrostatique

### 2.1.6 Présence d'un seuil à l'aval du ressaut

La formation d'un ressaut en un endroit bien défini, exige de placer des seuils dissipateurs à l'aval de l'endroit considéré. Ce type de ressaut est connu sous le nom de ressaut forcé, qui est caractérisé par une efficacité maximale et une longueur minimale.

Les types de seuils les plus fréquents, utilisables, sont les suivants :

- Seuil à marche positive
- Seuil noyé
- Seuil dénoyé

#### 2.1.6.1 Ressaut hydraulique sur marche positive

Les marches positives constituent le moyen le plus simple de réaliser la transition de l'écoulement torrentiel à l'écoulement fluvial par un changement local du radier. Par comparaison avec le ressaut hydraulique dans un canal sans marche, on distingue divers types de ressauts. La transition d'un type à l'autre est normalement continue, du point de vue du dimensionnement, les types limites révèlent un intérêt particulier.

Concernant la position limite amont, le ressaut hydraulique apparaît de manière comparable avec ou sans marche. Cette limite est donc caractérisée par un ressaut pour lequel l'extrémité aval du rouleau se trouve au droit de la marche.

La répartition des pressions est alors évidemment hydrostatique et les vitesses sont réparties presque uniformément dans les deux sections limitant le volume de contrôle. Ce type de ressaut est appelé ressaut type A, figure (10)

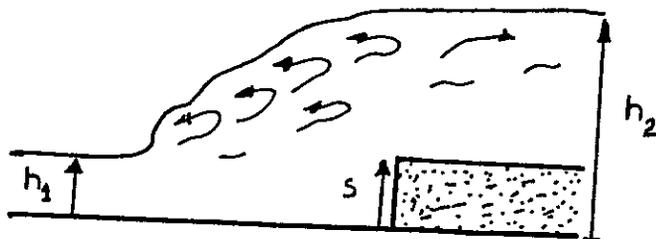


Figure (10) : ressaut hydraulique type A sur marche positive

Le rapport des hauteurs conjuguées pour le ressaut hydraulique type A, s'écrit donc :

$$F_1^2 = \frac{h_0 [(h_0 + S)^2 - 1]}{2 (h_0 - 1)}$$

Avec :

$F_1$  : nombre de FROUDE amont;

$$F_1 = \frac{q}{\sqrt{g h_1^3}}$$

$q = Q/b$  : le débit par unité de largeur

$S = s/h_1$ ,  $s$  : la hauteur de la marche

$h_0 = h_1/h_2$  : rapport des hauteurs conjuguées.

Pour la marche positive, le ressaut type A se transforme en un ressaut type B. Il correspond à la position stable du ressaut situé le plus loin possible à l'aval voir la figure (11). [8].

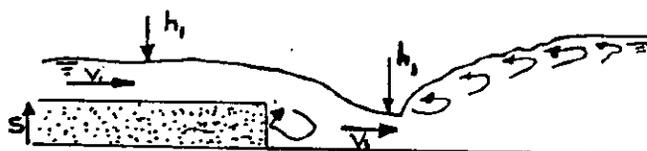


Figure (11) : ressaut hydraulique type B sur marche positive

Le rapport des hauteurs conjuguées pour le ressaut hydraulique type B, s'écrit donc :

$$F_1^2 = \frac{\left[ (h_0 + S)^2 + S^2 - 1 \right]}{2 (h_0 - 1)} ; S \geq 0$$

### 2.1.6.2 Formation du ressaut hydraulique par seuil transversal

Alors qu'une marche correspond à un changement abrupt du fond du canal, le seuil est posé sur un fond horizontal, représentant ainsi une irrégularité locale.

On distingue deux types des seuils, dénoyé et noyé.

#### 2.1.6.2.1 Seuil dénoyé

Le ressaut hydraulique provoqué par un seuil dénoyé est caractérisé par les paramètres adimensionnels suivants :

- $L_r/h_2 = 5$  d'après FORSTER et SKRINDE  
avec  $h_2 = h_s$  (voir la figure (12))  
 $L_r$  : longueur du ressaut
- $S = s/h_1$  : rapport concernant la hauteur du seuil
- $S_1 = s_1/h_1$  : hauteur du seuil nécessaire à l'amont du seuil

pour  $S > S_1$ , le ressaut hydraulique est de type A

pour  $S < S_1$ , le ressaut hydraulique est de type C

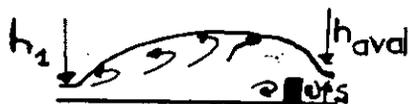


Figure (12): ressaut hydraulique à seuil dénoyé.

si la hauteur d'eau  $h_1$  après du seuil est supérieure à la hauteur conjuguée  $h_2$  calculée d'après la formule de BELANGER, le ressaut hydraulique est situé entièrement à l'amont du seuil [8].

La figure (13) présente la hauteur du seuil nécessaire  $S_e = s/h_1$  en fonction du nombre de FROUDE amont  $F_1$ .

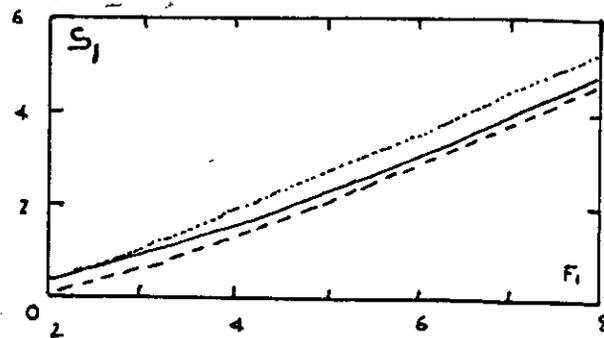


Figure (13) : hauteur de seuil nécessaire  $S_1$  en fonction du nombre de FROUDE

( - - - - - ) calcul pour  $L \rightarrow \infty$

( — — — ) seuils à crête épaisse pour  $L = 5 h_2$

( ——— ) seuils à crête mince pour  $L = 5 h_2$

Les calculs des deversoirs libres en mince paroi et à crête épaisse préconisent que la hauteur d'eau aval  $h_2$  n'influence pas l'écoulement par dessus le seuil.

avec  $h_1 < \left( h_2 - \frac{3}{4} s \right)$  ; mince paroi

$h_1 < \frac{2}{3} \left( h_2 + \frac{s}{2} \right)$  ; crête épaisse.

Ces conditions sont obtenues par RAJARATNAM et MURAHARI.

#### 2.1.6.2.2 Seuil noyé

Le ressaut hydraulique provoqué par un seuil noyé est caractérisé par un paramètre adimensionnel  $K_s$  en fonction d'autres paramètres adimensionnels.

Selon RAND

$$K_s = \frac{L - L_{\min}}{L_{\max} - L_{\min}} ; 0 \leq K_s \leq 1$$

avec :

$K_s$  : indice de la longueur

$L = 5 h_1$  (d'après RAND)

$L_{\max}$  : la longueur maximale du ressaut due au seuil et caractérise un extrême par le pied, le seuil constitue la limite aval du ressaut.

$L_{\min}$  : La longueur minimale qui conduit à un ressaut hydraulique à stabilité acceptable, caractérisé par une submersion aval  $h_2 > h_c$ , voir figure (14).

Les conditions aux limites des  $K_s$  sont les suivantes :

$$K_s = 0 \Rightarrow L = L_{\min}$$

$$K_s = 1 \Rightarrow L = L_{\max}$$

RAND recommande le choix d'une valeur moyenne pour  $K_s = 0,7$  pour un canal facilement érodable.

La figure (15) donne la variation des hauteurs conjuguées  $y = h_2/h_1$  en fonction (des hauteurs conjuguées) de  $F_1 = q/(gh_1^3)^{1/2}$  et  $S = s/h_1$  pour  $K_s = 0,7$ .

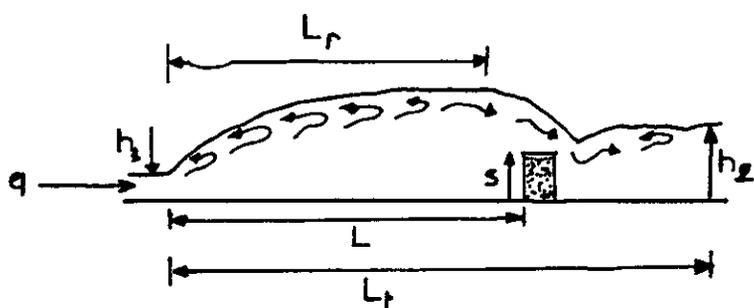


Figure (14) :

Ressaut à seuil noyé

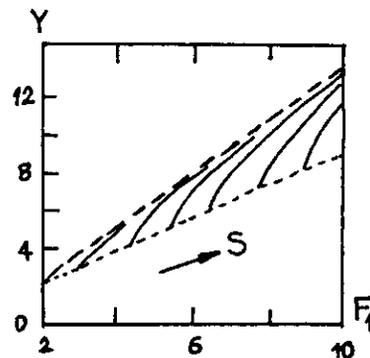


Figure (15) : Le rapport des hauteurs conjuguées  $y$  en fonction de  $F_1$  et  $S$

## 2.2 Généralités sur le ressaut hydraulique dans un canal non prismatique

### 2.2.1 Définition des canaux non prismatiques

On dit que les canaux naturels et artificiels sont non prismatiques si :

- les génératrices des canaux ne sont plus parallèles entre elles
- la forme du canal soumise à des changements locaux le long du courant liquide.

Les changements locaux des sections peuvent être :

- des retrécissements brusques ou graduels (convergent)
- des élargissements brusques ou graduels (divergent)

### 2.2.2 Types d'écoulements dans un canal non prismatique

Soient deux canaux non prismatiques

- le premier canal convergent consiste à un changement de la section, passant d'une largeur constante (L) à une autre largeur constante aval (l)  
figure (16.a).
- le deuxième canal divergent consiste à un changement de la section passant d'une largeur constante amont (l) à une autre largeur constante aval (L).  
figure (16.b)

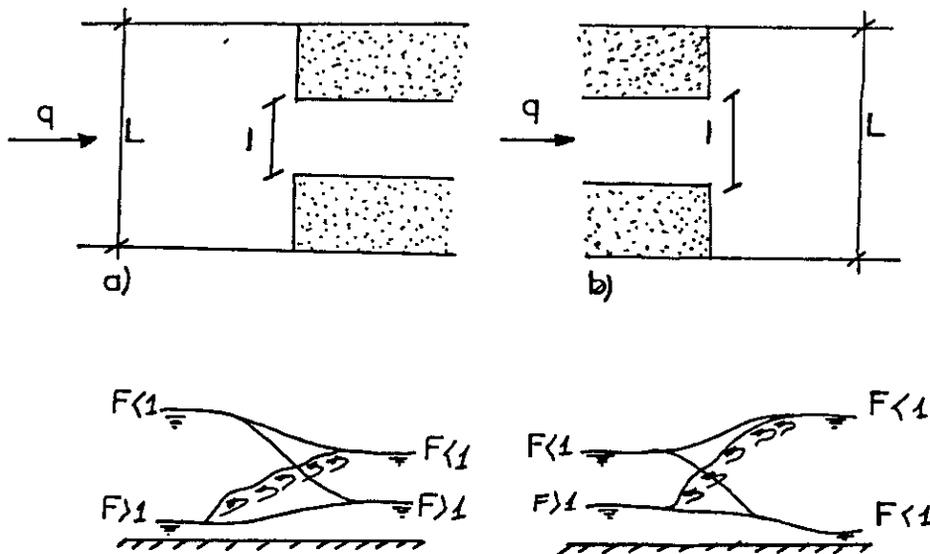


Figure (16) : Plans des canaux avec changement brusque de la section

- retrécissement
- élargissement

- Profils de surface types en fonction des nombres de FROUSE Amont et Aval

- retrécissement
- élargissement

Soient :

$h_1$  : hauteur d'eau Amont

$h_2$  : hauteur d'eau Aval

$hc_1, hc_2$  : hauteurs d'eau critiques d'amont et aval respectivement

Donc, les types d'écoulements possibles sont :

- $F_1 < 1$  à  $F_2 < 1$  : condition fluviale,  $h_1$  et  $h_2$  sont donc plus grandes que les hauteurs critiques  $hc$  correspondantes
- $F_1 < 1$  à  $F_2 > 1$  : transition continue des conditions fluviales aux conditions torrentielles
- $F_1 > 1$  à  $F_2 < 1$  : transition discontinue des conditions torrentielles aux conditions fluviales avec la formation d'un ressaut hydraulique

- $F_1 > 1$  à  $F_2 > 1$  : conditions purement torrentielles, les hauteurs d'eau amont et aval sont plus petites que les hauteurs critiques correspondantes [8].

$F_1$  : Nombre de FROUDE Amont

$F_2$  : Nombre de FROUDE Aval

### 2.2.2.1 Le premier type d'écoulement : écoulement partout fluvial

$$F_1 < 1 \text{ à } F_2 < 1$$

#### 2.2.2.1.1 L'écoulement dans un élargissement

La figure (17) présente un élargissement qui se définit par les sections amont ( $S_1$ ), aval ( $S_2$ ) et l'angle d'ouverture ( $\delta$ ), la transition entre les deux sections provoque une répartition transversale des vitesses non uniforme le long de  $L_s$ , cette non uniformité est à l'origine des pertes de charge importantes [6]

Théoriquement, le coefficient de perte de charge ne peut se calculer que pour le cas où  $\delta = 90^\circ$ , donc il convient d'appliquer le théorème de la quantité de mouvement dans la direction longitudinale que dans le cas général  $\delta \neq 90^\circ$ , c'est-à-dire  $\delta < 90^\circ$

L'équation de la quantité de mouvement s'écrit:

$$P_1 S_1 + V_1 Q + P_x = P_2 S_2 + V_2 Q$$

Où :

$P$  : la pression hydraulique

$P_x$  : la composante longitudinale de la force de pression sur les parois divergentes.

$\rho$  : la masse volumique

$V$  : la vitesse de l'écoulement

D'après Borda Carnot :

$$P_x = P_1 (A_2 - A_1)$$

d'où :

$$(P_1 - P_2) = \rho Q (V_2 - V_1) \dots\dots (1)$$

l'application du théorème de BERN OULLI généralisé donne :

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + H \dots\dots\dots (2)$$

avec H : la perte de charge locale due à l'élargissement.

Si on pose

$$H = \left( \frac{V_1^2}{2} \right) \dots\dots\dots (3)$$

et des équations (1) et (2), on élimine  $(P_1 - P_2)$ , on obtient à l'aide de l'équation (3) :

$$\xi = (1 - (S_1/S_2))^2 \quad \text{avec } 0 \leq \xi \leq 1$$

Le maximum de l'énergie dissipée localement est :

$$H = \frac{V_1^2}{2} \Rightarrow \xi = 1$$

et correspond à un élargissement infini et brusque.

Pour un changement graduel de section, en introduisant un coefficient de corrélation  $\Phi = \Phi(\delta)$ , on obtient :

$$\xi = \Phi (1 - (A_1/A_2))^2$$

D'après HAGER, le coefficient de corrélation est obtenu à partir des expériences sur modèle

$$\Phi = E \left[ \frac{2 \delta}{\pi} - \sin (2 \delta) \right] ; \text{ pour } \delta \leq 30^\circ$$

$$\Phi = E \left[ \frac{4}{5} - \frac{\delta}{2\pi} \right] ; \text{ pour } 30^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$$

avec  $E = 0,75$  pour les canaux non prismatiques

donc on peut conclure que les pertes de charge augmentent rapidement pour des petits angles ( $\delta$ ), mais reste sensiblement constante pour des grands angles ( $\delta$ ), figure (18).

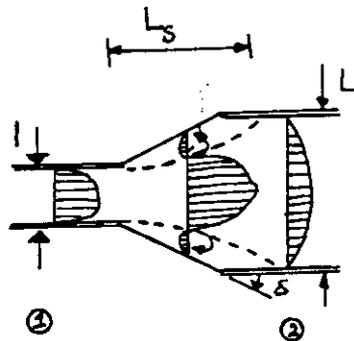


Figure (17) : la répartition des vitesses transversales dans un élargissement.

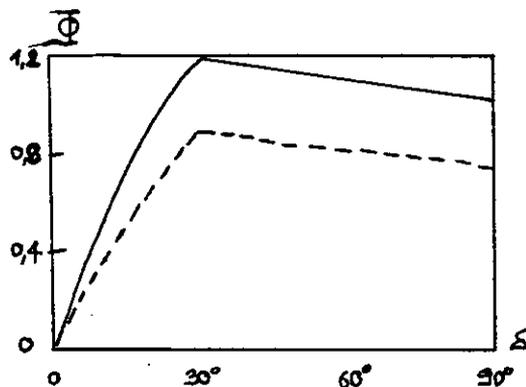


Figure (18) : Coefficient de corrélation en fonction de l'angle d'ouverture.

### 2.2.2.1.2 Ecoulement dans un rétrécissement

La figure (19) montre que, la répartition transversale des vitesses est différente par rapport au cas de l'élargissement.

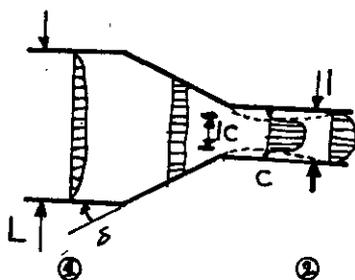


Figure (19) : la répartition transversale des vitesses dans un convergent

Le long de la zone convergente, la répartition transversale des vitesses reste uniforme, par conséquent, la dissipation d'énergie devient négligeable, selon l'équation :

$$dH_{L\text{convergent}} = \frac{V^2}{2g} d\alpha$$

$$\text{On a : } J_{L\text{convergent}} = \frac{V^2}{2g} \frac{d\alpha}{dx}$$

avec :  $J_{L\text{convergent}}$  : perte de charge due à la convergence.

L'écoulement principale se sépare des parois à l'aval de rétrécissement, figure (19), il en résulte une contraction de l'écoulement.

Les pertes de charge proprement dites sont ainsi à l'origine de l'élargissement ultérieur des lignes de courant juste à la section contractée.

En appliquant le théorème de la quantité de mouvement entre la section contractée (indice c) sur la figure (19). et  $S_2$ , on a :

$$P_c A_c + Q V_c = P_2 A_2 + Q V_2$$

Le coefficient de perte de charge locale dû au retrécissement devient selon l'équation de BERNOULLI :

$$\xi = \frac{H}{V^2/2g} = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)^2$$

$$\text{avec } \mu = \frac{A_c}{A_2}$$

GARDEL trouve par expérience :

$$\mu = \frac{1 - (1 - a) (1,032 D + 1,38 a^{1,48} D^{0,7} (1,495 - D^{0,42}))}{1,03 - 0,03 D}$$

avec :

$$a = S_2/S_1$$

$$D = \frac{\delta^\circ}{180^\circ}$$

On constate que  $\xi$  augmente en même temps que  $(1/a)$  et  $\delta$ . La valeur maximale est atteinte pour un retrécissement brusque ( $a = 0, D = \frac{1}{2}$ )

et vaut ( $\xi_{max} = \frac{1}{4}$ ), (figure(20))

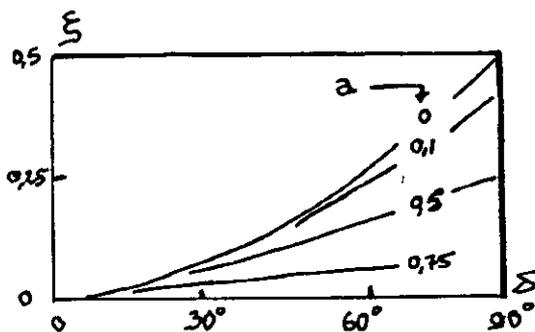


Figure (20) : le coefficient de perte de charge en fonction de  $a$  et de  $\delta$

2.2.2.2 Deuxième type d'écoulement : écoulement comportant des changements des conditions de  $F_1 < 1$  à  $F_2 > 1$   
 où  $F_2 < 1$

2.2.2.2.1 Retrécissement local de la section

Soit la figure (21) ci-dessous caractérisée par une largeur  $L$  constante à l'amont et à l'aval, avec une diminution locale de la largeur  $l$  constante sur une longueur ( $L$ ), les angles formés par les tronçons de transition sont  $\alpha$  et  $\beta$ , mesurés par rapport à l'axe du canal.

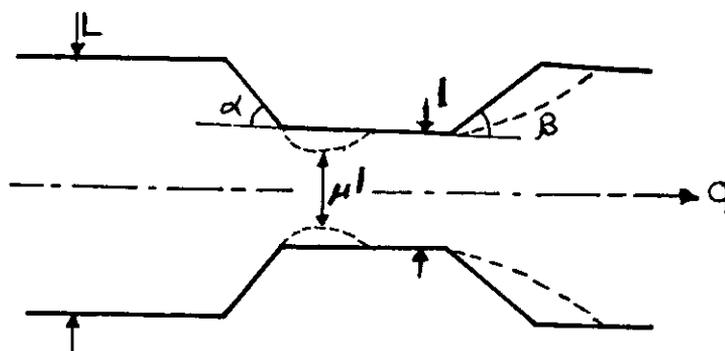


Figure (21) : l'écoulement dans un retrécissement local.

soit  $h_1$  : hauteur d'eau amont

$h_2$  : hauteur d'eau aval

$h_u$  : hauteur d'eau uniforme

$h_{1u}$  : hauteur d'eau uniforme amont

$h_{2u}$  : hauteur d'eau uniforme aval

Donc, les profils de surface possibles sont tracés dans la figure (22).

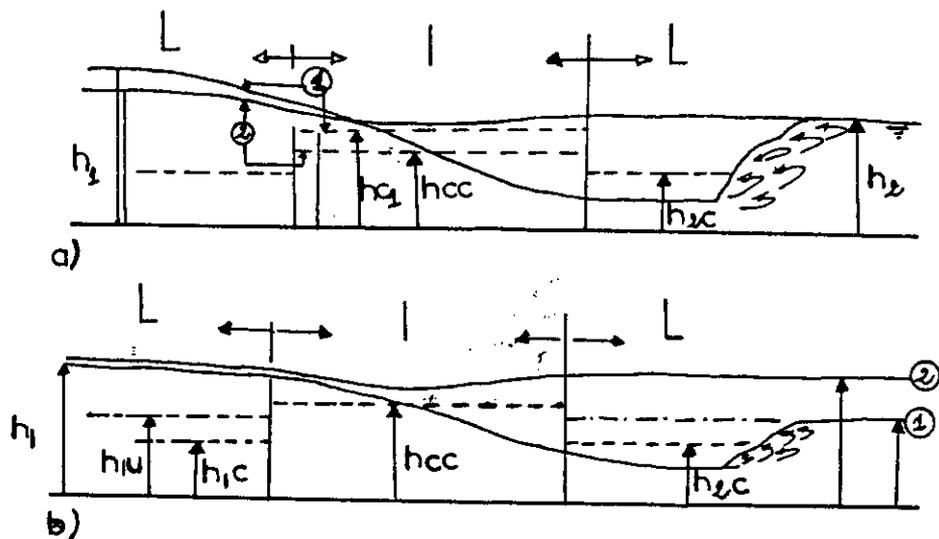


Figure (22) : possibilité de l'écoulement à travers une contraction locale.

- a )  $l/L$  variable à débit fixé et  $h_2 = h_{2u}$   
 b )  $l/L$  fixé et  $h_2$  variable

On constate que :

- pour le profil de surface (1), les conditions à l'aval de la section critique n'ont pas d'influence sur l'écoulement amont.
- pour le profil de surface (2), les conditions à l'aval influencent sur l'écoulement amont de la submerssion aval.

Donc, l'écoulement à travers un rétrécissement n'est pas contrôlé par ce dernier que s'il y a une transition de l'écoulement fluvial à l'écoulement torrentiel, le cas du profil (1) figure (22b).

La section de contrôle (section critique) apparait à l'endroit où l'écoulement est le plus contracté, présente donc une largeur  $\mu l$   
 La hauteur critique (pour le canal rectangulaire  $h_c$ ) s'écrit :

$$hc = \left[ \frac{Q^2}{g \mu^2 l^2} \right]^{1/3} \dots \dots \dots (4)$$

où  $\mu l$  est la largeur effective de l'écoulement.

Le coefficient de contraction  $\mu$  est influencé par l'angle d'entrée  $\alpha$ , la rapport  $\lambda = l/L$  et la largeur relative de la contraction.

$$\lambda = A_1$$

A partir de la proposition de MATTHEW, le coefficient de contraction peut s'écrire :

$$\mu = \hat{\mu} + (1 - \hat{\mu}) \left( \frac{+ 2}{3} \right)$$

$$\text{avec } \hat{\mu} = \frac{1}{1 + \lambda} \left[ \frac{1 + 2 \sin(\alpha/2)}{1 + \sin(\alpha/2)} + \left( 1 - \frac{3}{8} \sin^{0.8}(\alpha/2) \right) \right] \dots \dots \dots (5)$$

L'application de l'équation (4) et (5) permet une estimation simple de la surélévation du plan d'eau amont due à un rétrécissement [6],[8].

2.2.2.3 Troisième type d'écoulement : transition discontinue des conditions torrentielles aux conditions fluviales avec la formation d'un ressaut hydraulique (transition de  $F_1 > 1$  à  $F_2 < 1$ ) c'est le cas d'un écoulement dans un élargissement.

Par comparaison au ressaut dans un canal prismatique, l'interface de l'écoulement à haute vitesse auprès du fond du canal et du rouleau situé au dessus présente l'origine unique des pertes de charge considérables. Cet effet peut être amplifié en cas du ressaut dans un canal non prismatique (élargissement) si deux interfaces sont créées aux côtés du jet entrant dans l'élargissement.

La figure (23) présente un canal non prismatique à fond horizontal de largeur amont  $l$  et de largeur aval  $L$ . En raison de la discontinuité de la largeur du canal, l'écoulement torrentiel entrant dans l'élargissement se sépare des parois de la largeur  $L$  sous un angle  $w$  sur une largeur  $L_0$ . [8].

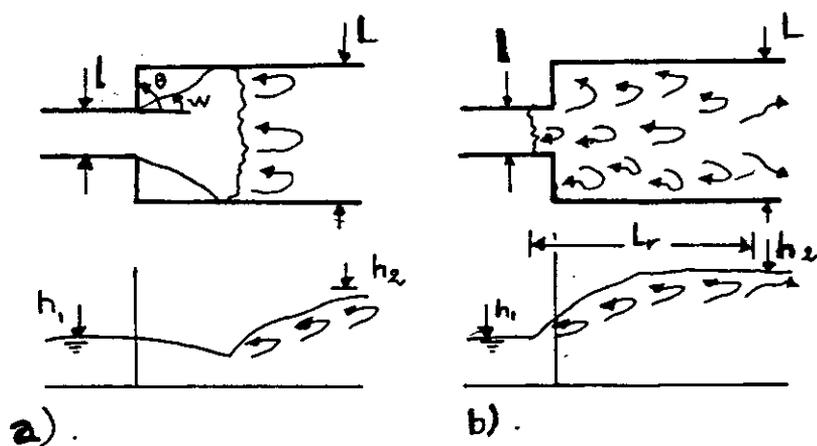


Figure (23)

Ressaut hydraulique dans un élargissement

- a ) : ressaut hydraulique repoussé.
- b ) : ressaut hydraulique spatial.

RAJARATNAM et SUBRAMANYA démontrent que,  $w$  dépend uniquement du nombre de FROUDE Amont  $F_1$ .

$$\tan w = \frac{\beta - 1}{2L_0 - 1} = 3/(2F_1)$$

Si le pied du ressaut où ce jet torrentiel s'est complètement étendu, on appelle ce phénomène un ressaut repoussé voir figure (23.a).

Le rapport des hauteurs conjuguées  $h = h_2/h_1$  dans un ressaut repoussé se calcul à l'aide du théorème de la quantité de mouvement et s'écrit sous l'équation suivante :

$$h_0 = \frac{1}{\sqrt{\beta}} (\sqrt{2} F_1 - \frac{1}{2})$$

L'équation de la perte de charge relative  $\eta = \Delta H/H_1$  s'écrit en fonction de nombre de FROUDE Amont

$$\eta = \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{F_1} \right)^2$$

La longueur du rouleau peut être estimée à

$$L_r/h_2 \approx 3,5$$

et la longueur du rouleau à  $L_j/h_2 \approx 6$

Le Volume  $V$  occupé par le ressaut dépend uniquement du nombre de FROUDE Amont

$$V_j/1h_1^2 = 8 F_1^2$$

Si le pied du ressaut se trouve à l'amont du changement de la section, et la fin du rouleau se trouve légèrement à l'aval, le ressaut ne reste pas plan mais l'expansion latérale le rend tridimensionnel, ce phénomène est appelé ressaut spacial; voir figure (23.b)

Le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut spatial est :

$$h = \frac{1}{\beta^{3/8}} (\sqrt{2} F_1 - \frac{1}{2}) ; 1 \leq \beta \leq 3$$

Concernant la longueur du rouleau de surface,  
les relations suivantes peuvent être recommandées.

$$Lr(\beta) = Lr(\beta=1)/\sqrt{\beta} ; 1 \leq \beta \leq 1,56$$

$$Lr(\beta) = 0,8 Lr(\beta=1) ; 1,5 \leq \beta \leq 3$$

$Lr(\beta=1)$  correspond à la longueur du rouleau d'un ressaut plan.

#### 2.2.2.4 Quatrième type d'écoulement :

Conditions purement torrentielles correspondent aux conditions :

$$F_1 > 1 \text{ et } F_2 > 1$$

Pour l'écoulement purement torrentiel dans un élargissement, la vitesse moyenne de l'écoulement augmente et la hauteur d'eau décroît. [6].

ROUSSE et al. ont présenté des résultats permettant le dimensionnement des élargissements dans des conditions d'écoulement torrentielles.

La figure (24) montre la géométrie d'un élargissement où  $l_1$  et  $l_2$  sont les largeurs à l'amont et à l'aval du canal rectangulaire.

La fonction de largeur  $L = L(x)$  dans la transition est : [8].

$$L/l = \frac{1}{2} \left( \left[ \frac{x}{l_1 F_1} \right]^{3/2} + 1 \right)$$

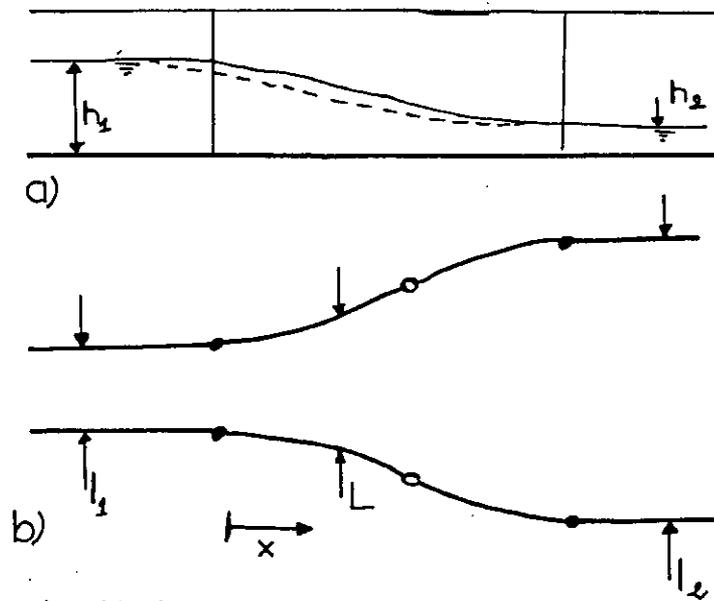


Figure (24) : géométrie d'un élargissement dans des conditions torrentielles

a ) Coupe longitudinale

( ——— ) profil de surface libre

( - - - - ) le profil le long des parois

b ) Coupe plan

(o) points d'inflexions

(•) début et fin de la transition.

Pour  $0 < l_1/l_2 < 1$ , ROUSSE et al. proposent les courbes de transition indiquées à la figure (25) sous l'équation :

$$L/l = \frac{1}{2} \left[ \left[ \frac{x}{l_1 F_1} \right]^{3/2} + 1 \right]$$

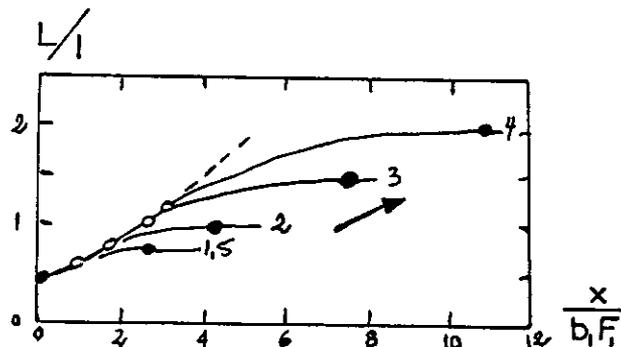


Figure (25) : courbes de transitions pour les élargissements dans des conditions torrentielles

(o) point d'inflexion

(•) début et fin de la transition.

## Positionnement du problème

Nous avons donné, en premier lieu les connaissances générales concernant le ressaut hydraulique dans un canal prismatique avec seuil. Puis des généralités de l'écoulement dans un canal non prismatique sans seuil, de là nous avons étudié le ressaut hydraulique dans un divergent à travers un traitement de quatre types d'écoulement possibles. Notre étude est limitée au troisième type qui est la transition d'un régime torrentiel ( $F_1 > 1$ ) à un autre qui est fluvial ( $F_2 < 1$ ) avec l'apparition du ressaut repoussé.

Le problème posé est l'étude du ressaut hydraulique dans un canal non prismatique en présence d'un seuil, ce qui nous a permis de faire une étude expérimentale pour répondre aux quelques problématiques qui se posent et qui se résument :

- une étude théorique
- une étude expérimentale dans le but d'une conclusion abordable traitant le problème qui a été tracé.

### 3 . ETUDE THEORIQUE : RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN DIVERGENT

#### 3.1 Généralités

Le but de cette étude est d'analyser les caractéristiques du ressaut hydraulique dans un canal divergent.

Les observations de l'écoulement supercritique dans un divergent révèlent que les filets liquides sont approximativement radiaux et le ressaut hydraulique formé s'approche d'un ressaut dans une section circulaire.

A cause de cette similitude, le ressaut hydraulique formé dans un divergent est traité analogiquement comme un ressaut dans une section circulaire.

#### 3.2 Hypothèses de base

- Liquide incompressible
- Ecoulement uniforme à l'amont et à l'aval du ressaut
- Les forces de frottement sont considérées négligeables
- La répartition des pressions d'un bout à l'autre du ressaut est hydrostatique.
- La répartition des vitesses transversales est uniforme
- Canal horizontal (les forces des volumes gravitaires sont nulles)
- Création du ressaut à l'intérieur du divergent
- Ecoulement permanent en moyenne
- Les effets des fronts d'ondes produits par le changement de la section, où le canal commence à diverger sont négligeables

### 3.3 Equations de base

#### 3.3.1 Equation caractéristique du liquide

Le liquide considéré est incompressible, donc :

$$\rho = \text{Cte}(1) \quad , \quad d\rho = 0$$

avec  $\rho$  : La masse volumique

#### 3.3.2 Equation de continuité

La masse liquide se conserve au cours de l'écoulement, ce qui est traduit par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{(\partial U)}{\partial x} + \frac{(\partial V)}{\partial y} + \frac{(\partial W)}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

Compte tenu de l'équation caractéristique ( $\rho = \text{Cte}$ ), l'équation (2) devient :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

Avec :

U : Composante de la vitesse suivant l'axe des x

V : Composante de la vitesse suivant l'axe de y

W : Composante de la vitesse suivant l'axe des z

$\text{div } \vec{V} = 0$ , ceci implique que le débit est constant :

$$Q = V_1 S_1 = V_2 S_2 = V_i S_i$$

$V_i$  : Vitesse dans les différentes sections  $S_i$

### 3.3.3 Equation de la quantité de mouvement

Le théorème des quantités de mouvements appliqué à la masse liquide exprime que la dérivée par rapport au temps de la somme des quantités de mouvements de cette masse liquide est égale à la somme des forces extérieures qui lui sont appliquées.

$$\Sigma \bar{F}_{ext} = \rho Q (\bar{V}_2 \beta_2 - \bar{V}_1 \beta_1)$$

Avec :

$\rho$  : la masse volumique de l'eau (kg/m<sup>3</sup>)

Q : le débit (m<sup>3</sup>/s)

V<sub>2</sub> : la vitesse finale (m/s)

V<sub>1</sub> : la vitesse initiale (m/s)

Le diagramme schématique de la surface libre, de la géométrie du canal et de l'action des forces de surface du ressaut sont indiquées sur la figure (26).

La projection de l'équation de la quantité de mouvements appliquée au volume de contrôle sur l'axe des x comme indiqué dans la figure (26) peut être écrite comme suit :

$$P_{sx} + P_{1x} - P_{2x} = \rho Q (V_{2x} - V_{1x})$$

Où :

P<sub>sx</sub> : est la composante de la force de pression latérale dans la direction des x

P<sub>1x</sub>, P<sub>2x</sub> : Les composantes des forces hydrostatiques

respectivement dans les sections (1) et (2) dans la direction des x

$\rho Q (V_{2x} - V_{1x})$  : est la variation de la quantité de mouvements à travers le volume de contrôle dans la direction des x

\* La composante de la force hydrostatique selon l'axe des x dans la section (1) (figure (26)) peut être exprimée par :

$$P_{1x} = \int_0^\theta \frac{\gamma h_1}{2} h_1 r_1 \cos\theta \, d\theta$$

Avec :

$h_1$  : hauteur conjuguée à l'amont du ressaut

$r_1$  : rayon du débit du ressaut

$\gamma$  : le poids volumique de l'eau

$\theta$  : l'angle de l'ouverture du ressaut circulaire

donc :

$$P_{1x} = \int_0^\theta \frac{\gamma h_1}{2} h_1 r_1 \cos\theta \, d\theta$$

$$P_{1x} = \frac{\gamma (h_1)^2}{2} r_1 \sin\theta$$

de même :

$$P_{2x} = \frac{\gamma (h_2)^2}{2} r_2 \sin\theta$$

Avec :

$h_2$  : hauteur conjuguée à l'aval du ressaut

$r_2$  : rayon de la fin du ressaut

$\theta$  : l'angle d'ouverture du ressaut

\* La force de pression latérale est exprimée par l'équation :

$$P_s = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\gamma h^2}{2} \, dr$$

L'équation générale :

$$\int_0^\theta \frac{\gamma h_1}{2} h_1 r_1 \cos\theta d\theta - \int_0^\theta \frac{\gamma h_2}{2} h_2 r_2 \cos\theta d\theta + \int_{r_1}^{r_2} \frac{\gamma h^2}{2} dr = \rho Q (\beta_2 V_2 x - \beta_1 V_1 x)$$

### 3.4 Les hypothèses supplémentaires

#### Introduction

Le ressaut est présenté par ces hauteurs conjuguées et sa longueur qui sont elles-même utilisées pour déterminer les coefficients du profil de sa surface:

On suppose que le profil est soit linéaire, soit quadratique, soit elliptique et que les filets liquides dans les sections extrêmes du ressaut sont parallèles ou radiales.

Une combinaison possible entre ces hypothèses nous permet de considérer les trois (3) propositions suivantes :

#### 3.4.1 Première Proposition

Supposons que :

- 1 . Les filets liquides sont parallèles plutôt que radiaux
- 2 . Le profil de la surface libre est linéaire

#### Equation de la quantité de mouvement

$$\Sigma F_{ext}/x = \rho Q (\beta_2 V_2 x - \beta_1 V_1 x)$$

$$\Sigma F_{ext}/x = 2P_{sx} + P_1 x - P_2 x$$

Avec :

$P_{sx}$  : force de pression latérale dans la direction des  $x$

$P_1 x, P_2 x$  : les composantes des forces hydrostatiques

respectivement dans les sections (1) et (2) dans la direction des  $x$ , figure (26).

Ps : la force de pression latérale exprimée par :

$$P_s = \int_0^L \frac{\gamma h^2}{2} dx \dots\dots\dots (1)$$

D'après l'hypothèse de la linéarité du profil de la surface libre du ressaut, on a :

$$h = ax + c \dots\dots\dots (2)$$

Et en respectant les conditions aux limites suivantes :

$$x = 0 \Leftrightarrow h = h_1 \text{ ceci donne } c = h_1$$

$$x = L_j \Leftrightarrow h = h_2 \text{ ceci donne } h_2 = aL_j + h_1$$

On a :

$$a = \frac{h_2 - h_1}{L_j}$$

L'équation du profil du ressaut est

$$h = \frac{h_2 - h_1}{L_j} x + h_1$$

La substitution de cette expression dans l'équation (1) donne :

$$P_s = \int_0^L \frac{\gamma}{2} \left[ \frac{h_2 - h_1}{L_j} x + h_1 \right]^2 dx$$

$$P_s = \int_0^L \frac{\gamma}{2} \left[ \left[ \frac{h_2 - h_1}{L_j} \right]^2 x^2 + h_1^2 + 2h_1 \left[ \frac{h_2 - h_1}{L_j} \right] x \right] dx$$

$$P_s = \frac{\gamma}{2} \left[ \frac{(h_2 - h_1)^2}{Lj^2} \cdot \frac{Lj^3}{3} + h_1^2 Lj + 2 \left[ \frac{h_2 - h_1}{Lj} \right] h_1 \frac{Lj^2}{2} \right]$$

$$P_s = \frac{\gamma}{2} Lj \left[ (h_2 - h_1)^2 \frac{1}{3} + h_1^2 + (h_2 - h_1) h_1 \right]$$

$$P_s = \frac{\gamma}{2} Lj \left[ \frac{h_2^2}{3} + \frac{h_1^2}{3} - \frac{2}{3} h_1 h_2 + h_1^2 + h_2 h_1 - h_1^2 \right]$$

$$P_s = \frac{\gamma}{2} Lj \left[ \frac{h_2^2}{3} + \frac{h_1^2}{3} + \frac{h_1 h_2}{3} \right]$$

$$P_s = \frac{\gamma Lj}{6} \left[ h_2^2 + h_1^2 + h_1 h_2 \right]$$

En posant  $m = \frac{Lj}{h_2 - h_1}$ ,  $h_0 = \frac{h_2}{h_1}$  et  $\theta = \text{mtg} \theta \left( \frac{h_1}{b} \right)$

$P_s$  devient :

$$P_s = \frac{\gamma Lj}{6} h_1^2 \left[ \left[ \frac{h_2}{h_1} \right]^2 + \left[ \frac{h_2}{h_1} \right] + 1 \right]$$

Finalement :

$$P_s = \frac{\gamma Lj}{6} h_1^2 \left[ h_0^2 + h_0 + 1 \right] \dots \dots \dots (II)$$

Sachant que  $m = \frac{Lj}{h_2 - h_1} \Leftrightarrow h_2 - h_1 = \frac{Lj}{m}$

$$\Leftrightarrow \frac{h_2 - h_1}{h_1} = \frac{Lj}{m h_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{h_2}{h_1} - 1 = \frac{L_j}{m h_1}$$

$$\Rightarrow h_0 - 1 = \frac{L_j}{m h_1}$$

$$h_1 = \frac{L_j}{(h_0 - 1) m}$$

En substituant  $h_1$  dans l'expression de  $\lambda$ , on obtient :

$$\lambda = m \operatorname{tg} \theta \cdot \frac{L_j}{(h_0 - 1) m} \cdot \frac{1}{b}$$

$$\lambda = \operatorname{tg} \theta \cdot \frac{L_j}{b (h_0 - 1)}$$

$$L_j = (h_0 - 1) \cdot \frac{\lambda b}{\operatorname{tg} \theta} \dots \dots \dots \text{(III)}$$

De l'équation (II) et (III), il en résulte :

$$P_s = \frac{\gamma}{6} \frac{(h_0 - 1)}{\operatorname{tg} \theta} b h_1^2 \left[ h_0^2 + h_0 + 1 \right]$$

Soit  $P_{sx}$  = la composante de la surface de pression latérale dans le direction des  $x$ .

Elle est donnée par :

$$P_{sx} = P_s \sin \theta$$

d'où :

$$P_{sx} = \frac{\gamma}{6} (h_0 - 1) \frac{b h_1^2}{\operatorname{tg} \theta} \left[ h_0^2 + h_0 + 1 \right] \sin \theta$$

## Conclusion

$$\int_0^{\theta} \frac{\gamma h_1}{2} r_1 \cos\theta \, d\theta + \frac{\gamma}{6} (h_0 - 1) \frac{b h_1^2}{\operatorname{tg}\theta} \left[ h_0^2 + h_0 + 1 \sin\theta \right] -$$

$$\int_0^{\theta} \frac{\gamma}{2} h_2^2 r_2 \cos\theta \, d\theta = \rho Q (\beta_2 V_2 x - \beta_1 V_1 x)$$

Pour déterminer le deuxième terme de cette équation, on a de l'équation de continuité :

$$Q = S_1 V_1 x = S_2 V_2 x \dots\dots\dots (IV)$$

Avec :

$V_1 x, V_2 x$  : les vitesses dans la direction des  $x$

$S_1, S_2$  : les sections à l'amont et à l'aval du ressaut

De l'équation (IV), il en résulte :

$$V_2 x = \frac{S_1 V_1 x}{S_2}$$

Sachant que :

$$S_1 = 2bh_1$$

$$S_2 = 2Bh_2$$

On a :

$$V_2 x = \frac{2bh_1}{2Bh_2} V_1 x = \frac{b}{B} \frac{h_1}{h_2} V_1 x$$

et on a :

$$\frac{h_2}{h_1} = h_0$$

$$V_2 x = \frac{b}{B h_0} V_1 x$$

D'où :

$$\rho Q(V_2 x - V_1 x) = \frac{\rho (V_1 x)^2 b^2}{B^2 h_0^2} \cdot 2Bh_2 - \rho V_1 x 2bh_1$$

$$= 2\rho (V_1 x)^2 \left[ \left[ \frac{b}{Bh_0} \right]^2 Bh_2 - bh_1 \right]$$

Soit :  $F^2 = \frac{V^2}{gh}$  ,  $F_1^2 = \frac{(V_1 x)^2}{gh_1} \Rightarrow (V_1 x)^2 = F_1^2 gh_1$

On remplace  $V_1 x$  par sa valeur :

$$= 2\rho gh_1 F_1^2 \left[ \left[ \frac{b}{Bh_0} \right]^2 Bh_2 - bh_1 \right]$$

$$= 2\rho gh_1^2 F_1^2 \left[ \left[ \frac{b}{Bh_0} \right]^2 Bh_0 - b \right]$$

$$= 2\rho gh_1 F_1^2 b \left[ \frac{b}{Bh_0} - 1 \right]$$

$$\text{Or } \text{tg}\theta = \frac{b}{r_1} = \frac{B}{r_2} = \frac{B - b}{r_2 - r_1} = \frac{B - b}{Lj}$$

$$\text{tg}\theta = \frac{B - b}{Lj} \Leftrightarrow \boxed{B = Lj \text{tg}\theta + b}$$

On remplace  $Lj$  par sa valeur

$$B = (h_0 - 1) \lambda \frac{b}{\text{tg}\theta} \cdot \text{tg}\theta + b$$

$$B = (h_0 - 1) \lambda b + b$$

$$B = \left[ (h_0 - 1) \lambda + 1 \right] \dots \dots \dots (V)$$

Donc, le deuxième terme de l'équation de la quantité de mouvement peut s'écrire sous la forme :

$$\rho_Q (V_2^2 x - V_1^2 x) = 2 \gamma F_1^2 h_1^2 b \left[ \frac{b}{B h_0} - 1 \right]$$

$$= 2 \gamma F_1^2 h_1^2 b \left[ \frac{b}{h_0 b [1 + \lambda(h_0 - 1)]} - 1 \right]$$

$$\rho_Q (V_2^2 x - V_1^2 x) = 2 \gamma F_1^2 h_1^2 b \left[ \frac{b}{h_0 b [1 + \lambda(h_0 - 1)]} - 1 \right] \quad \text{VI}$$

$$2 \frac{\gamma}{6} (h_0 - 1) b \frac{\lambda h_1^2}{\operatorname{tg} \theta} [h_0^2 + h_0 + 1] \sin \theta + \gamma h_1^2 b - \gamma h_2^2 B$$

$$= 2 \gamma F_1^2 b h_1^2 \left[ \frac{1}{h_0 [1 + \lambda(h_0 - 1)]} - 1 \right]$$

$$\frac{\lambda \gamma}{3} (h_0 - 1) b h_1^2 [h_0^2 + h_0 + 1] \cos \theta + \gamma h_1^2 b - \gamma h_2^2 B$$

$$= 2 \gamma F_1^2 b h_1^2 \left[ \frac{1}{h_0 [1 + \lambda(h_0 - 1)]} - 1 \right]$$

$$\frac{\gamma}{3} (h_0 - 1) b h_1^2 [h_0^2 + h_0 + 1] \cos \theta + \gamma h_1^2 b \left[ 1 - \frac{B}{b} \left[ \frac{h_2}{h_1} \right]^2 \right]$$

$$= 2 \gamma F_1^2 b h_1^2 \left[ \frac{1}{h_0 [1 + \lambda(h_0 - 1)]} - 1 \right]$$

On remplace B de l'équation (V) par sa valeur

$$\frac{\lambda}{3} (ho - 1) [ho^2 + ho + 1] \cos\theta + 1 - \frac{b}{b} [1 + \lambda(ho - 1)] ho^2$$

$$= 2F_1^2 \left[ \frac{1}{ho[1 + \lambda(ho - 1)]} - 1 \right]$$

$$1 + \frac{\lambda}{3} (ho - 1) [ho^2 + ho + 1] \cos\theta - [1 + \lambda(ho - 1)] ho^2$$

$$= 2F_1^2 \left[ \frac{1}{ho[1 + \lambda(ho - 1)]} - 1 \right]$$

L'angle  $\theta$  étant petit, donc  $\cos\theta = 1$

Finalement :

$$1 + \frac{\lambda}{3} (ho - 1) [ho^2 + ho + 1] - ho^2 [1 + \lambda(ho - 1)]$$

$$= 2F_1^2 \left[ \frac{1}{ho[1 + \lambda(ho - 1)]} - 1 \right]$$

Cette expression est la première proposition de l'équation générale du ressaut dans un divergent.

### 3.4.2 Deuxième Proposition

Supposons que :

- 1) Les filets liquides sont radiaux
- 2) le profil de la surface du ressaut est assimilé à \* d'un profil elliptique
- 3) Les effets d'entraînement d'air sont négligeables.

#### 3.4.2.1 L'équation générale du ressaut

La projection de l'équation de quantité de mouvement par rapport à l'axe  $ox$  donne.

$$\Sigma F_{ext/x} = \int Q (V_{2x} - V_{1x})$$

Le premier terme de cette équation est :

$$\Sigma F_{ext/x} = P_{sx} + P_{1x} - P_{2x}$$

Avec :

$P_{1x}$ ,  $P_{2x}$  : les composantes des forces hydrostatiques respectivement dans la section (1) et (2) dans la direction des  $x$  fig( )

$P_{sx}$  : composante de la force de pression latérale

$$P_{1x} = \int_0^\circ \frac{\sigma h_1}{2} h_1 r_1 \cos\theta d\theta$$

$$P_{2x} = \int_0^\circ \frac{\sigma h_2}{2} h_2 r_2 \cos\theta d\theta$$

$h_1$  : hauteur conjuguée à l'amont du ressaut

$r_1$  : rayon du débit du ressaut

$h_2$  : hauteur conjuguée à l'aval du ressaut

$r_2$  : rayon de la fin du ressaut

$\sigma$  : le poids volumique de l'eau

Par intégration, on obtient :

$$P_{1x} = \frac{\sigma h_1^2}{2} r_1 \sin\theta$$

de même :

$$P_{2x} = \frac{\sigma h_2}{2} r_2 \sin\theta$$

$P_s$  : la force de pression latérale est donnée par la relation :

$$P_s = \int_0^L \frac{\sigma h_2}{2} dx$$

Déterminons l'expression de  $h$

D'après la deuxième hypothèse, on peut écrire :

$$\frac{(h - h_1)^2}{h_2 - h_1} + \frac{(x - Lj)^2}{Lj^2} = 1$$

$$(h - h_1)^2 = (h_2 - h_1)^2 \left[ 1 - \frac{(x - Lj)^2}{L^2} \right]$$

$$h = (h_2 - h_1) \sqrt{1 - \left[ \frac{x - Lj}{Lj} \right]^2} + h_1$$

Donc :

$$P_s = \int_0^L \frac{\sigma}{2} h^2 dx$$

$$P_s = \int_0^L \left[ (h_2 - h_1) \sqrt{1 - \left[ \frac{x - Lj}{Lj} \right]^2} + h_1 \right]^2 \frac{\sigma}{2} dx$$

$$P_s = \int_0^L \left[ (h_2 - h_1) \left[ 1 - \left[ \frac{x - L_j}{L_j} \right]^2 \right] + h_1^2 + 2h_1 (h_2 - h_1) \sqrt{1 - \left[ \frac{x - L_j}{L_j} \right]^2} \right] \frac{\delta}{2} dx$$

Pour calculer cette intégrale, on la partage en trois parties :

$$P_s = \frac{\delta}{2} [A_1 + A_2 + A_3]$$

$$A_1 = \int_0^L (h_2 - h_1)^2 \left[ 1 - \left[ \frac{x - L_j}{L_j} \right]^2 \right] dx$$

$$A_1 = (h_2 - h_1)^2 \left[ x - \frac{L_j}{3} \left[ \frac{x - L_j}{L_j} \right]^3 \right]_0^L$$

$$A_1 = (h_2 - h_1)^2 \left[ L_j - \frac{L_j}{3} \right]$$

$$\boxed{A_1 = \frac{2}{3} (h_2 - h_1)^2 L} \dots \dots \dots (1)$$

$$A_2 = \int_0^L h_1^2 dx = h_1^2 L$$

$$\boxed{A_2 = h_1^2 L} \dots \dots \dots (2)$$

$$A_3 = 2h_1 (h_2 - h_1) \int_0^L \sqrt{1 - \left[ \frac{x - L_j}{L_j} \right]^2} dx$$

On pose :  $\frac{x - L_j}{L_j} = \sin z$  ,  $dx = L_j \cos z dz$

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$x = 0 \Rightarrow \sin z = -1 \Leftrightarrow z = -\frac{\pi}{2}$$

$$x = Lj \Rightarrow \sin z = 0 \Leftrightarrow z = 0$$

Ceci donne :

$$A_3 = 2Lh_1 (h_2 - h_1) \int_{-\pi/2}^0 \sqrt{1 - \sin^2 z} \cos z \, dz$$

$$A_3 = 2Lh_1 (h_2 - h_1) \int_{-\pi/2}^0 \cos^2 z \, dz$$

D'autre part,

$$\cos^2 z = \frac{1 + \cos 2z}{2}$$

$$A_3 = 2Lh_1 (h_2 - h_1) \int_{-\pi/2}^0 \frac{1 + \cos 2z}{2} \, dz$$

$$A_3 = 2Lh_1 (h_2 - h_1) \left[ \frac{1}{2} z + \frac{1}{4} \sin 2z \right]_{-\pi/2}^0$$

$$A_3 = \frac{\pi}{4} Lj \cdot 2h_1 (h_2 - h_1) = \frac{\pi}{2} Lj h_1 (h_2 - h_1)$$

9

$A_3 = \frac{\pi}{2} Lj h_1 (h_2 - h_1)$
--

$$P_s = (A_1 + A_2 + A_3) \frac{\sigma}{2}$$

$$P_s = \left[ (h_2 - h_1)^2 \frac{2}{3} L_j + h_1^2 L h_1 (h_2 - h_1) \right] \frac{\sigma}{2}$$

$$P_s = \left[ (h_2 - h_1)^2 \frac{L_j}{3} h_1^2 - \frac{\pi}{4} L_j h_1 (h_2 - h_1) \right] \gamma$$

$$P_s = L_j \left[ \frac{h_2^2}{3} - \frac{2}{3} h_1 h_2 + \frac{h_1^2}{3} + \frac{h_1^2}{2} + \frac{\pi}{4} h_1 h_2 - \frac{\pi}{4} h_1^2 \right] \gamma$$

$$P_s = L_j \left[ \frac{h_2^2}{3} + 0,118 h_2 h_1 + 0,048 h_1^2 \right] \gamma$$

Avec :  $r_2 - r_1 = L_j$

$$P_s = \sigma (r_2 - r_1) \left[ \frac{h_2^2}{3} + 0,118 h_1 h_2 + 0,048 h_1^2 \right]$$

Et on a :

$P_{sx} = P_s \sin\theta$  : la composante horizontale de la force de pression latérale

$$P_s = \sigma (r_2 - r_1) \left[ \frac{h_2^2}{3} + 0,118 h_2 h_1 + 0,048 h_1^2 \right]^2 \sin\theta$$

$$P_1 x + P_{sx} - P_2 x = \rho Q (V_2 \sin\theta - V_1 \sin\theta)$$

Pour déterminer le deuxième terme de cette équation, on a de l'équation de continuité :

$$Q = V_1 S_1 = V_2 S_2 = \text{Cte}$$

$S_1 = r_1 h_1 \sin\theta$  : Section transversale à l'amont du ressaut

$S_2 = r_2 h_2 \sin\theta$  : Section transversale à l'aval du ressaut

Donc,  $Q = r_1 h_1 V_1 \sin\theta = r_2 h_2 V_2 \sin\theta$

$$V_2 = \frac{r_1 h_1 \sin\theta}{r_2 h_2 \sin\theta} V_1$$

$$V_2 = \frac{r_1 h_1}{r_2 h_2} V_1$$

$$\begin{aligned}
 \int Q(V_2 \sin\theta - V_1 \sin\theta) &= Q(V_2 - V_1) \sin\theta \\
 &= Q(V_2 S_2 - V_1 S_1) \sin\theta \\
 &= \int \left[ \frac{V_1^2 r_1^2 h_1^2}{h_2 r_2} r_2 h_2 - V_1^2 r_1 h_1 \right] \sin\theta \\
 &= \int \left[ V_1^2 \frac{r_1^2 h_1^2}{h_2 r_2} - V_1^2 r_1 h_1 \right] \sin\theta \\
 &= \int V_1^2 r_1 h_1 \left[ \frac{r_1 h_1}{r_2 h_2} - 1 \right] \sin\theta
 \end{aligned}$$

On pose  $r_0 = \frac{r_2}{r_1}$ ,  $h_0 = \frac{h_2}{h_1}$ ,  $F_1^2 = \frac{V_1^2}{gh_1}$

Donc le deuxième terme de l'équation de quantité de mouvement est égal à :

$$\begin{aligned}
 \int Q(V_2 - V_1) \sin\theta &= \int V_1^2 r_1 h_1 \left( \frac{1}{r_0 h_0} - 1 \right) \sin\theta \\
 &= \int g \frac{V_1^2}{gh_1} r_1 h_1 h_1 \left( \frac{1}{r_0 h_0} - 1 \right) \sin\theta \\
 &= \int g \left( \frac{V_1^2}{gh_1} \right) r_1 h_1^2 \left( \frac{1}{r_0 h_0} - 1 \right) \sin\theta \\
 &= \int g F_1^2 r_1 h_1^2 \left( \frac{1}{r_0 h_0} - 1 \right) \sin\theta
 \end{aligned}$$

$$\int Q(V_2 - V_1) \sin\theta = \int g F_1^2 r_1 h_1^2 \left( \frac{1}{r_0 h_0} - 1 \right) \sin\theta \dots\dots\dots (VI)$$

$$P_{1x} = \frac{\sigma h_1^2}{2} r_1 \sin\theta \dots\dots\dots (VII)$$

$$P_{2x} = \frac{\sigma h_2^2}{2} r_2 \sin\theta = \frac{\sigma h_0^2}{2} h_1^2 r_0 r_1 \sin\theta \dots\dots\dots (VIII)$$

$$P_{sx} = \sigma (r_2 - r_1) \left[ \frac{h_2^2}{3} + 0,118 h_2 h_1 + 0,048 h_1^2 \right] \sin \theta$$

$$P_{sx} = \sigma (r_1 r_0 - r_1) \left[ \frac{h_1^2 h_0^2}{3} + 0,118 h_0 h_1 h_1 + 0,048 h_1^2 \right] \sin \theta$$

$$P_{sx} = \sigma r_1 h_1^2 (r_0 - 1) \left[ \frac{h_0^2}{3} + 0,118 h_0 + 0,048 \right] \sin \theta \dots (IX)$$

L'Equation Générale du Ressaut

$$\begin{aligned} & \sigma r_1^2 h_1^2 (r_0 - 1) \left[ \frac{h_0^2}{3} + 0,118 h_0 + 0,048 \right] \sin \theta + \frac{h_1^2 \sigma}{2} r_1 \sin \theta - \frac{\sigma h_0^2 h_1^2}{2} r_0 r_1 \sin \theta \\ & = \sigma h_1^2 r_1 F_1^2 \left( \frac{1}{r_0 h_0} - 1 \right) \sin \theta \end{aligned}$$

En simplifiant  $r_1$ ,  $h_1^2$  et  $\sin \theta$  dans les deux membres, il en résulte :

$$(r_0 - 1) \left( \frac{h_0^2}{3} + 0,118 h_0 + 0,048 \right) + \frac{1}{2} - \frac{r_0 h_0^2}{2} = F_1^2 \left( \frac{1 - r_0 h_0}{r_0 h_0} \right)$$

Finalement :

$$2(r_0 - 1) \left( \frac{h_0^2}{3} + 0,118 h_0 + 0,048 \right) + 1 - r_0 h_0^2 = 2F_1^2 \left( \frac{1 - r_0 h_0}{r_0 h_0} \right)$$

- (X) -

En divisant les deux membres de cette équation par  $\frac{1 - r_0 h_0}{r_0 h_0}$ ,

il en découle :

$$\frac{2(r_0 - 1)(r_0 h_0)}{1 - r_0 h_0} \left[ \frac{h_0^2}{3} + 0,118 h_0 + 0,048 \right] + \frac{r_0 h_0}{1 - r_0 h_0} (1 - r_0 h_0^2) = 2F_1^2$$

- XI -

$$\text{On pose } A = \frac{r_0 ho}{1 - r_0 ho} (1 - r_0 ho^2)$$

$$A = \frac{r_0 ho}{1 - r_0 ho} (1 - r_0^2 ho^2 + r_0^2 ho^2 - r_0 ho^2)$$

$$A = \frac{r_0 ho}{1 - r_0 ho} (1 - r_0^2 ho^2) + \frac{r_0 ho}{1 - r_0 ho} (r_0^2 ho^2 - r_0 ho^2)$$

$$A = \frac{r_0 ho}{1 - r_0 ho} (1 - r_0 ho)(1 + r_0 ho) + \frac{r_0 ho}{1 - r_0 ho} r_0 ho^2 (r_0 - 1)$$

$$A = r_0 ho (1 + r_0 ho) + \frac{r_0 ho^2}{2} \left[ \frac{2r_0 ho}{1 - r_0 ho} (r_0 - 1) \right]$$

Donc, l'équation XI peut être écrite sous la forme :

---


$$\frac{2(r_0 - 1)(r_0 ho)}{1 - r_0 ho} \left[ \frac{ho^2}{3} + 0,118ho + 0,048 \right] + \frac{r_0 ho^2}{2} + r_0 ho(1 + r_0 ho) = 2F_1^2$$


---

$$\text{On pose } Cp = \frac{(r_0 - 1)(r_0 ho)}{r_0 ho - 1} \left[ \frac{ho^2}{3} + 0,118 ho + 0,048 + \frac{r_0 ho^2}{2} \right]$$

$Cp$  = coefficient de correction de la pression latérale

$$2Cp + r_0 ho (1 + r_0 ho) = 2F_1^2$$

$$2(Cp + F_1^2) = r_0 ho (1 + r_0 ho)$$

$$\text{On pose } Cp + F_1^2 = Fe^2$$

Avec  $Fe$  : le nombre de FROUDE effectif

$$r_0 ho (1 + r_0 ho) = 2Fe^2$$

$$(r_0 ho)^2 + r_0 ho - 2Fe^2 = 0$$

On pose  $X = r_0 h_0$

$$X^2 + X - 2Fe^2 = 0$$

$$(X + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - 2Fe^2 = 0$$

$$(X + \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} + 8/4 Fe^2$$

$$(X + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 8Fe^2}$$

$$X = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 8Fe^2} - \frac{1}{2}$$

$$X = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8Fe^2} - 1)$$

Donc :

$$r_0 h_0 = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8Fe^2} - 1) \dots\dots\dots (XIII)$$

C'est l'équation générale du ressaut de la deuxième proposition qui est une expression simple, similaire à celle du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire.

Quand  $r_1$  et  $r_2$  s'approchent de l'infini ( $r_0 = 1$ ), dans ce cas  $r_0 h_0$  devient la première hauteur conjuguée et  $C_p$  disparaît donnant un nombre de FROUDE effectif égal à  $F_1$ .

### 3.4.2.2 Perte de charge dans un ressaut divergent

Dans le ressaut hydraulique, à cause de l'existence de la zone tourbillonnaire, des grandes pertes d'énergie se produisent.

Les expériences montrent que les pertes d'énergie dans le ressaut hydraulique peuvent atteindre 65% de la réserve initiale d'énergie.

L'équation d'énergie appliquée dans les section (1) et (2) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + (DE)_{1,2}$$

Où  $(DE)_{1,2} = E_1 - E_2$ , la perte d'énergie dissipée dans le ressaut.

$$\text{Donc, } (DE)_{1,2} = \frac{V_1^2}{2g} + h_1 - \frac{V_2^2}{2g} - h_2$$

Et à partir de l'équation de continuité :

$$V_2 = \frac{V_1 h_1 r_1 \sin\theta}{h_2 r_2 \sin\theta} = V_1 \frac{h_1 r_1}{h_2 r_2}$$

$$r_0 = \frac{r_2}{r_1}, \quad h_0 = \frac{h_2}{h_1}, \quad F_1^2 = \frac{V_1^2}{gh_1}$$

$$(DE)_{1,2} = \frac{V_1^2}{2g} + h_1 - \frac{V_1^2 h_1^2 r_1^2}{h_2^2 r_2^2} \cdot \frac{1}{2g} - h_2$$

$$(DE)_{1,2} = \frac{V_1^2}{2g} + h_1 - \frac{V_1^2}{2g} \frac{h_1^2}{h_2^2} \frac{r_1^2}{r_2^2} - h_2$$

$$(D_{12}) = h_1 \left( \frac{V_1^2}{2gh_1} + 1 - \frac{V_1^2}{2gh_1} \cdot \frac{h_1^2}{h_2^2} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} - \frac{h_2}{h_1} \right)$$

$$\frac{(DE)_{12}}{h_1} = \left[ \frac{V_1^2}{2gh_1} + 1 - \frac{V_1^2}{2gh_1} \cdot \frac{h_1^2}{h_2^2} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} - \frac{h_1}{h_2} \right]$$

$$\frac{(DE)_{12}}{h_1} = \frac{F_1^2}{2} \left[ 1 - \frac{1}{ho^2 r_0^2} \right] + 1 - ho$$

$$\boxed{\frac{(DE)_{12}}{h_1} = \frac{F_1^2}{2} \left[ \frac{ho^2 r_0^2 - 1}{ho^2 r_0^2} \right] + 1 - ho \dots\dots\dots (XIV)}$$

Cette équation donne la perte de charge du ressaut dans un canal divergent en fonction des termes  $F_1$ ,  $ho$  et  $r_0$ .

Notons que quand  $r_0 = 1$  et après substitution de  $F_1$  dans l'équation (X), l'équation (XIV) est réduite à :

$$\frac{(DE)_{12}}{h_1} = \frac{(ho - 1)^3}{4ho}$$

Cette équation décrit la perte de charge du ressaut dans un canal rectangulaire.

\* Une autre expression courante de l'énergie de dissipation et la perte d'énergie relative, et elle est donnée par :

$$\frac{(DE)_{12}}{E_1} = \frac{\frac{V_1^2}{2g} + h_1 - \frac{V_2^2}{2g} - h_2}{\frac{V_1^2}{2g} + h_1}$$

$$\frac{(DE)_{12}}{E_1} = \frac{\frac{V_1^2}{2g} + h_1 - \frac{V_2^2 r_1^2 h_1^2}{2g r_2^2 h_2^2} - h_2}{\frac{V_1^2}{2g} + h_1}$$

$$\frac{(DE)_{12}}{E_1} = \frac{h_1 \left[ \frac{V_1^2}{2gh_1} + 1 - \frac{V_1^2}{2gh_1} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \frac{h_1^2}{h_2^2} - \frac{h_2}{h_1} \right]}{h_1 \left[ \frac{V_1^2}{2gh_1} + 1 \right]}$$

$$\frac{(DE)_{12}}{E_1} = \frac{\frac{F_1^2}{2} + 1 - F_1^2 \frac{1}{r_0^2 ho^2} - ho}{\frac{F_1^2}{2} + 1}$$

$$\frac{(DE)_{12}}{E_1} = \frac{\frac{F_1^2}{2} \left[ 1 - \frac{1}{r_0^2 ho^2} \right] + 1 - ho}{\frac{F_1^2}{2} + 1}$$

$\frac{(DE)_{12}}{E_1} = \frac{F_1^2 \left[ 1 - \frac{1}{r_0^2 ho^2} \right] + 2 - 2ho}{F_1^2 + 2} \dots\dots\dots (XV)$
--

### 3.4.2.3 Détermination de la longueur du ressaut

D'après l'équation générale du ressaut :

$$r_0 h_0 = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right]$$

$$r_0 = \frac{1}{2h_0} \left[ \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right]$$

Avec :  $r_0 = \frac{r_2}{r_1}$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2h_0} \left[ \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right]$$

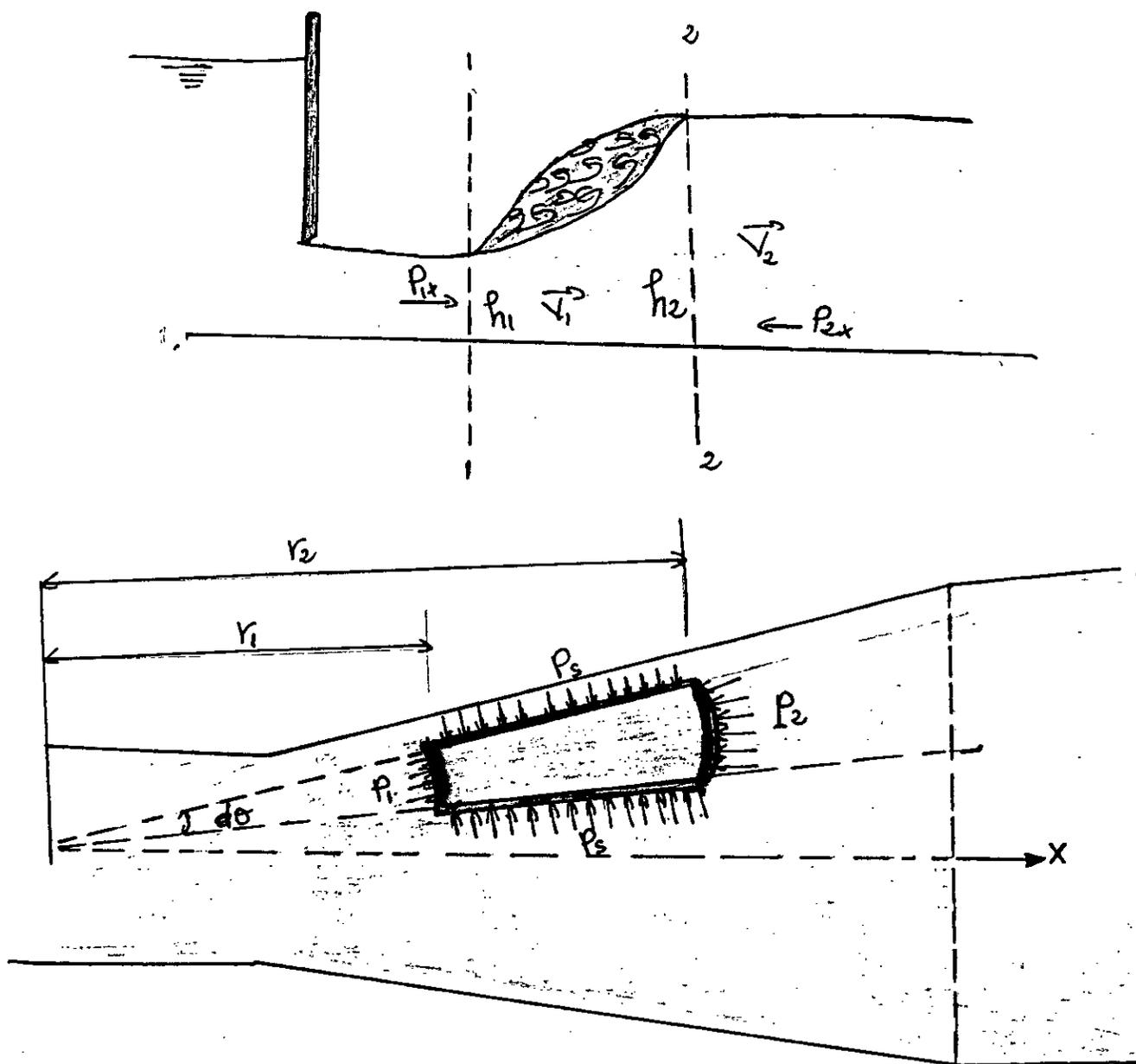
$$\frac{r_2}{r_1} - 1 = \frac{1}{2h_0} \left[ \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right] - 1$$

$$\frac{r_2 - r_1}{r_1} = \frac{1}{2h_0} \left[ \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right] - 1$$

Et on a  $r_2 - r_1 = Lj$

D'où :

$$\boxed{\frac{Lj}{r_1} = \frac{1}{2h_0} \left[ \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right] - 1}$$



Figure(26) Schéma general du ressaut hydraulique dans un divergent

### 3.4.3 Troisième Proposition

Supposons que :

- 1) Les filets liquides sont radiaux
  - 2) Le facteur de correction d'énergie initiale  
 $\alpha_1 = 1$  ,  $\alpha_2 \neq 1$
  - 3) Le facteur de correction de la quantité de mouvement  
 $\beta_1 = 1$  ,  $\beta_2 \neq 1$
- La hauteur d'eau le long du divergent ne dépend pas de  $\theta$
  - Le profil de surface libre est quadratique

#### 3.4.3.1 L'équation générale du ressaut

La projection de l'équation de quantité de mouvement sur l'axe  $ox$  donne :

$$\Sigma F_{ext}/x = 2P_{sx} + P_{1x} - P_{2x} = \rho Q (\beta_2 V_{2x} - \beta_1 V_{1x})$$

$P_{sx}$  : composante horizontale de la force de pression latérale

$P_{1x}$ ,  $P_{2x}$  : les composantes des forces hydrostatiques respectivement dans les section (1) et (2) dans la direction des  $x$  fig (26)

Avec :

$$P_{1x} = \rho h_1 r_1 \sin\theta$$

$$P_{2x} = \rho h_2 r_2 \sin\theta$$

$$P_{sx} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho h^2}{2} dr$$

L'équation du profil de la surface libre du ressaut est de la forme :

$$h = AR^2 + BR$$

Avec une supposition :

$$R = \frac{r - r_1}{r_2 - r_1}, \quad h = \frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$$

$$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{(r - r_1)^2}{(r_2 - r_1)^2} A + B \frac{r - r_1}{r_2 - r_1}$$

$$(h - h_1) = (h_2 - h_1) \left[ \frac{(r - r_1)^2}{(r_2 - r_1)^2} A + B \frac{(r - r_1)}{(r_2 - r_1)} \right]$$

$$h = (h_2 - h_1) \left[ \frac{(r - r_1)^2}{(r_2 - r_1)^2} A + B \frac{(r - r_1)}{(r_2 - r_1)} \right] + h_1$$

On remplace h par sa valeur dans l'équation de la pression latérale

$$P_s = \frac{\gamma}{2} \int_{r_1}^{r_2} h^2 dr = \frac{\gamma}{2} \int_{r_1}^{r_2} \left[ (h_2 - h_1) \left[ \frac{(r - r_1)^2}{(r_2 - r_1)^2} A + B \frac{(r - r_1)}{(r_2 - r_1)} \right] + h_1 \right]^2 dr$$

$$I = \int_{r_1}^{r_2} \left[ (h_2 - h_1) \left[ \left[ \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} \right]^2 A + B \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} \right] + h_1 \right]^2 dr +$$

$$h_1 \int_{r_1}^{r_2} dr + \int_{r_1}^{r_2} 2h_1 (h_2 - h_1) \left[ \left[ \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} \right]^2 A + B \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} \right] dr$$

$$I = (h_2 - h_1)^2 \left[ \frac{(r - r_1)^5}{(r_2 - r_1)^4} \frac{A^2}{5} + \frac{B^2 (r - r_1)^3}{3 (r_2 - r_1)^2} + \frac{2AB (r - r_1)^4}{4 (r_2 - r_1)^3} \right]_{r_1}^{r_2}$$

$$+ 2h_1 (h_2 - h_1) \left[ \frac{(r - r_1)^3}{(r_2 - r_1)^2} \frac{A}{3} + \frac{B (r - r_1)^2}{2 (r_2 - r_1)} \right]_{r_1}^{r_2} + h_1 \left[ r \right]_{r_1}^{r_2}$$

$$I = (h_2 - h_1)^2 \left[ \frac{(r_2 - r_1)^5}{(r_2 - r_1)^4} \frac{A^2}{5} + \frac{B^2 (r_2 - r_1)^3}{3 (r_2 - r_1)^2} + \frac{2AB (r_2 - r_1)^4}{4 (r_2 - r_1)^3} \right]$$

$$+ 2h_1 (h_2 - h_1) \left[ \frac{(r_2 - r_1)^3}{(r_2 - r_1)^2} \frac{A}{3} + \frac{B (r_2 - r_1)^2}{2 (r_2 - r_1)} \right] + h_1^2 (r_2 - r_1)$$

$$I = h_1^2 \left[ \frac{h_2}{h_1} - 1 \right]^2 \left[ \frac{r_1^5 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^5}{r_1^4 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^4} \frac{A^2}{5} + \frac{B^2 r_1^3 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^3}{r_1^2 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^2} + 2AB \frac{r_1^4 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^4}{r_1^3 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^3} \right] +$$

$$r_1 h_1^2 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right] + 2h_1^2 \left[ \frac{h_2}{h_1} - 1 \right] \left[ \frac{r_1^3 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^3}{r_1^2 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^2} \frac{A}{3} + \frac{B r_1^2 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]^2}{r_1 \left[ \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]} \right]$$

On pose  $\frac{h_2}{h_1} = h_0$  ,  $\frac{r_2}{r_1} = r_0$

$$I = h_1^2 (h_0 - 1) r_1 \left[ \frac{(r_0 - 1)^5}{(r_0 - 1)^4} \frac{A^2}{5} + \frac{B (r_0 - 1)^3}{2 (r_0 - 1)^2} + 2AB \frac{(r_0 - 1)^4}{(r_0 - 1)^3} \right]$$

$$+ h_1^2 (r_0 - 1) + 2h_1^2 (h_0 - 1) \left[ \frac{(r_0 - 1)^3}{(r_0 - 1)^2} \frac{A}{3} + \frac{B (r_0 - 1)^2}{2 (r_0 - 1)} \right]$$

$$I = h_1^2 r_1 \left[ \frac{(h_0 - 1)^2}{(h_0 - 1)^4} \left[ (r_0 - 1)^5 \frac{A^2}{5} + \frac{B^2}{3} (r_0 - 1)^5 + \frac{2AB}{4} (r_0 - 1)^5 \right] \right. \\ \left. + \frac{(h_0 - 1)}{(r_0 - 1)^2} \left[ (r_0 - 1)^3 \frac{2A}{3} + \frac{2B}{2} (r_0 - 1)^3 \right] + (r_0 - 1) \right] \\ P_s = \frac{\gamma}{2} h_1^2 r_1 \left[ \frac{(h_0 - 1)^2}{(r_0 - 1)^4} \left[ (r_0 - 1)^5 \frac{A^2}{5} + \frac{B^2}{3} (r_0 - 1)^5 + \frac{2AB}{5} (r_0 - 1)^5 \right] \right. \\ \left. + \frac{h_0 - 1}{(r_0 - 1)^2} \left[ (r_0 - 1)^3 \frac{2A}{3} + \frac{2B}{2} (r_0 - 1)^3 \right] + (r_0 - 1) \right]$$

$$\text{On pose } \frac{1}{(r_0 - 1)^4} \left[ (r_0 - 1)^5 \frac{A^2}{5} + \frac{B^2}{3} (r_0 - 1)^5 + \frac{2AB}{4} (r_0 - 1)^5 \right] = C$$

et après développement, on trouve :

$$C = \frac{1}{(r_0 - 1)^4} \left[ \frac{r_0^5 - 1}{5} A^2 + \frac{r_0^4 - 1}{4} (r_0 - 1) (2AB - \frac{4A^2}{r_0 - 1}) \right. \\ \left. + \frac{r_0^3 - 1}{3} \left[ 6A^2 + B^2 (r_0^2 - 2r_0 + 1) + 2AB (3 - 3r_0) \right] + \right. \\ \left. \frac{r_0^2 - 1}{2} \left[ -4A^2 + 2AB (3r_0 - 3) + B^2 (-2r_0 + 4r_0 - 2) \right] + r_0 - \right. \\ \left. \left[ A^2 + 2AB (1 - r_0) + B^2 (r_0^2 - 2r_0 + 1) \right] \right] \\ D = \frac{1}{r_0^2 - 1} \left[ (r_0 - 1)^3 \frac{A}{3} + \frac{2B}{2} (r_0 - 1)^3 \right]$$

Après développement, on trouve :

$$D = \frac{1}{(r_0^2 - 1)^2} \left[ \frac{2A (r_0^3 - 1)}{3} + \frac{r_0^2 - 1}{2} \left[ -4A + 2B (r_0 - 1) \right] + r_0 - \left[ 2A + 2B (1 - r_0) \right] \right]$$

Donc :

$$P_s = \frac{\gamma}{2} h_1^2 r_1 \left[ (h_0 - 1)C + (h_0 - 1)D + r_0 - 1 \right]$$

Soit  $P_{sx} = P_s \sin\theta/2$  : composante horizontale de la force latérale

$$P_{sx} = \frac{\gamma}{2} h_1^2 r_1 \left[ (h_0 - 1)^2 C + (h_0 - 1)D + (r_0 - 1) \right] \sin\theta$$

$$P_{1x} = \gamma h_1 r_1 \sin\theta$$

$$P_{2x} = \gamma h_2 r_2 \sin\theta$$

D'où :

$$\begin{aligned} & \gamma h_1 r_1 \sin\theta - \gamma h_2 r_2 \sin\theta + \frac{\gamma}{2} 2h_1^2 r_1 \left[ (h_0 - 1)^2 C + (h_0 - 1)D + (r_0 - 1) \right] \sin\theta \\ & = \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) \end{aligned}$$

Finalement :

$$\text{sachant } Q = V_1 S_1 = V_2 S_2$$

$$\rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) = \rho (\beta_2 V_2^2 S_2 - \beta_1 V_1 S_1)$$

$$V_2 = \frac{S_1}{S_2} V_1 = V_1 \frac{2h_1 r_1 \sin\theta}{2h_2 r_2 \sin\theta}$$

$$V_2 = V_1 \frac{h_1 r_1}{h_2 r_2}$$

$$\rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) = \rho \left[ \beta_2 V_1^2 \left[ \frac{h_1}{h_2} \right]^2 \left[ \frac{r_1}{r_2} \right]^2 2h_2 r_2 \sin\theta - \beta_1 V_1^2 2r_1 h_1 \sin\theta / 2 \right]$$

$$= \rho g h_1^2 r_1 \left[ 2\beta_2 \frac{V_1^2}{g} \frac{1}{h_2} \frac{r_1}{r_2} - 2\beta_1 \frac{V_1^2}{g h_1} \right] \sin\theta$$

$$= \rho g h_1^2 r_1 \left[ 2\beta_2 \frac{V_1^2}{g h_1} \frac{h_1}{h_2} \frac{r_1}{r_2} - 2\beta_1 \frac{V_1^2}{g h_1} \right] \sin\theta$$

$$= \gamma h_1^2 r_1 \left[ 2\beta_2 F_1^2 \frac{1}{r_0 h_0} - 2\beta_1 F_1^2 \right] \sin\theta$$

$$P_1 x - P_2 x + 2P_s \sin\theta = \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

$$(\gamma h_1^2 r_1 - \gamma h_1^2 h_0^2 r_1 r_0) \sin\theta + \frac{\gamma}{2} 2h_1^2 r_1 \left[ (h_0 - 1)^2 C + (h_0 - 1)D + (r_0 - 1) \right] \sin\theta$$

$$= \gamma h_1^2 r_1 \left( 2\beta_2 F_1^2 \frac{1}{h_0 r_0} - 2\beta_1 F_1^2 \right) \sin\theta$$

En simplifiant, il en résulte :

$$1 - h_0^2 r_0 + \left[ (h_0 - 1)^2 C + (h_0 - 1)D + r_0 - 1 \right]$$

$$= \left[ 2\beta_2 F_1^2 \frac{1}{r_0 h_0} - 2\beta_1 F_1^2 \right]$$

$$1 - h_0^2 r_0 + h_0^2 C - 2h_0 C + C + h_0 D - D + r_0 - 1$$

$$= h_0 r_0 - h_0^2 C + 2h_0 C - C - h_0 D + D - r_0 + 2\beta_2 F_1^2 \frac{1}{r_0 h_0} - 2\beta_1 F_1^2 = 0$$

$$ho^2(r_0 - C) + ho(2C - D) + (D - r_0 - C - 2\beta_1 F_1^2 + 2\beta_2 F_1^2) \frac{1}{r_0 ho}$$

$$r_0 ho(r_0 - C) + r_0 ho^2(2C - D) + r_0 ho(D - r_0 - C - 2\beta_1 F_1^2) + 2\beta_2 F_1^2 = 0$$

$$ho^3(r_0^2 - Cr_0) + ho^2(2Cr_0 - Dr_0) + ho(Dr_0 - r_0^2 - Cr_0 - 2\beta_1 F_1^2 r_0) + 2\beta_2 F_1^2 = 0$$

Cette expression est la troisième proposition de l'équation générale du ressaut dans un canal divergent

### 3.4.3.2 L'équation de perte de charge relative

L'équation généralisée de BERNOULLI entre les deux sections (1) et (2), fig( ).

$$h_1 - \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + (DE)_{1,2}$$

$$(DE)_{1,2} = h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - \left( \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_2 \right)$$

et d'après l'équation de continuité :

$$V_2 = V_1 \frac{h_1}{h_2} - \frac{r_1}{r_2}$$

$$(DE)_{1,2} = h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - \left[ \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \left[ \frac{h_1}{h_2} \right]^2 \left[ \frac{r_1}{r_2} \right]^2 + h_2 \right]$$

$$\frac{(DE)_{1,2}}{E_1} = \frac{h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - \left[ \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \left[ \frac{h_1}{h_2} \right]^2 \left[ \frac{r_1}{r_2} \right]^2 + h_2 \right]}{h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g}}$$

$$\frac{(DE)_{1,2}}{E_1} = 1 - \frac{h_1 \left[ \alpha_2 \frac{V_1^2}{2gh_1} \left[ \frac{h_1}{h_2} \right]^2 \left[ \frac{r_1}{r_2} \right]^2 + \frac{h_1}{h_2} \right]}{h_1 \left[ 1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2gh_1} \right]}$$

$$\text{Avec } \frac{h_1}{h_2} = h_0, \quad \frac{r_2}{r_1} = r_0, \quad F_1^2 = \frac{V_1^2}{gh_1}$$

$$\frac{(DE)_{1,2}}{E_1} = 1 - \frac{\alpha_2 \frac{F_1^2}{2} \frac{1}{r_0^2 h_0^2} + h_0}{1 + \alpha_1 \frac{F_1^2}{2}}$$

$\frac{(DE)_{1,2}}{E_1} = 1 - \frac{\alpha_2 F_1^2 + 2h_0^3 r_0^2}{r_0^2 h_0^2 (2 + \alpha_1 F_1^2)}$
---

C'est l'équation d'énergie relative

### 3.5 Analyse théorique

L'analyse théorique a donné les résultats suivants :

- Le coefficient de correction de la pression latérale qui correspond au profil elliptique est supérieur à celui du profil linéaire
- La dissipation d'énergie dans un divergent est plus importante que celle dans un canal rectangulaire
- La longueur du ressaut dans un divergent dont le cas où le profil de la surface libre est elliptique est supérieure à celle du profil hyperbolique et linéaire

Il est impossible d'étudier l'écoulement dans un divergent dans le cas où le profil est hyperbolique sans passer par l'expérience parcequ'on a une équation avec deux inconnues (A et B)

Les conditions de l'écoulement à l'amont ont une influence sur la structure cinématique.

- Les frottement sont négligeables
- Le volume occupé par le rouleau augmente avec la vitesse à l'amont.

## 4 . ETUDE EXPERIMENTALE

Un modèle en plexiglas a été réalisé afin de confirmer ou de désaffirmer les résultats théoriques obtenus.

### 4.1 Modèle physique

Le modèle est composé de trois parties essentielles, voir le schéma général du modèle physique :

#### 4.1.1 La tête du modèle

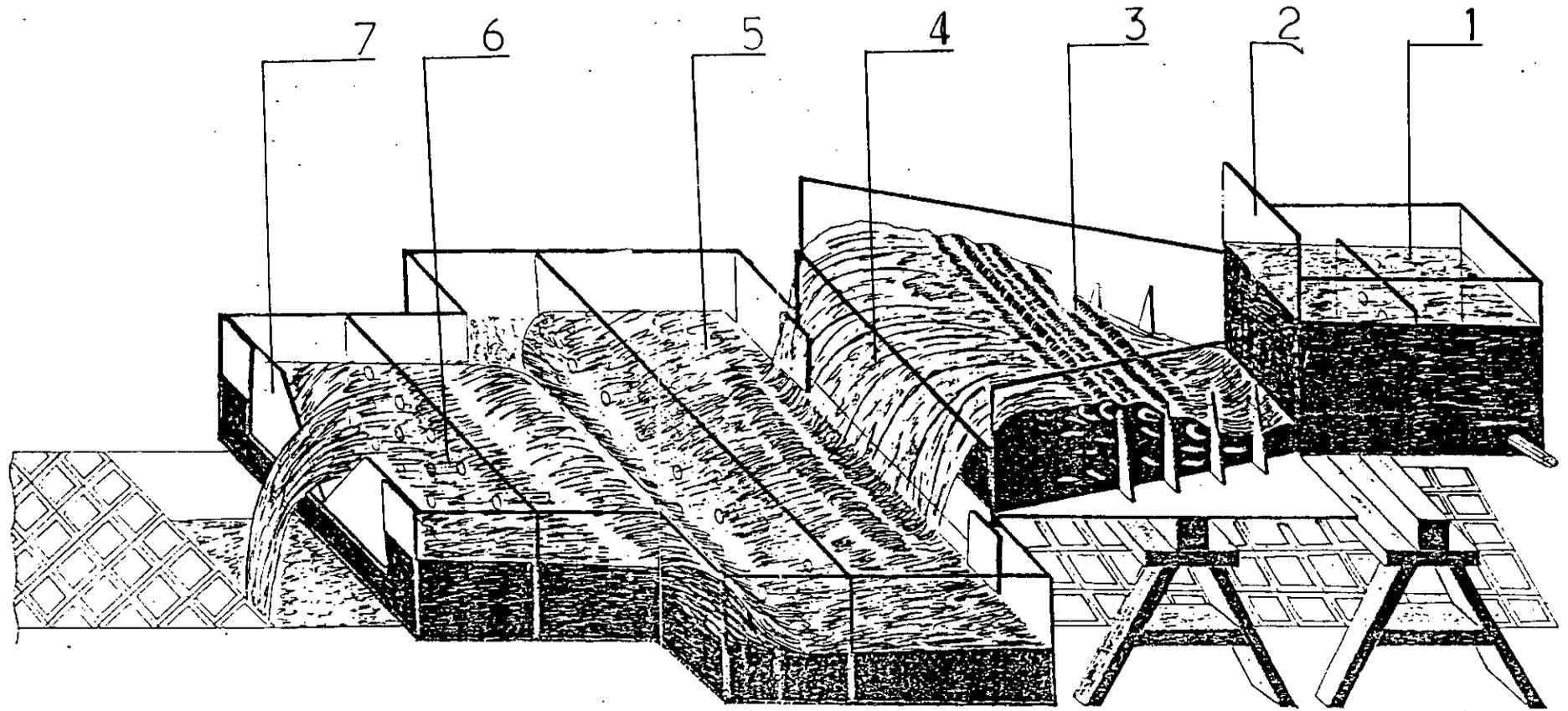
Elle est composée d'un réservoir ajusté à son extrémité amont à un tuyau permettant son alimentation en eau à partir d'une conduite se raccordant au château d'eau.

- A l'intérieur du réservoir sont placées deux plaques tranquillisatrices de l'écoulement.
- A son extrémité aval, est installée une vanne glissante plate verticale permettant la régularisation du débit.

#### 4.1.2 Le bassin de réception

Il s'agit d'un bassin de grande capacité comportant deux plaques verticales perforées assurant la tranquillisation d'écoulement. Ce bassin se termine à l'aval par un deversoir triangulaire jouant le rôle de débitmètre.

# Schema generale du modele physique



1: Reservoir d'alimentation

3: Le divergent

5: Le bassin de reception

2: La vanne (Regularisation de debit)

4: Le seuil

6: Plaque tranquilisateur

7: Le diversoir (mesure de debit)

### 4.1.3 Divergent

C'est un canal non prismatique et dont les caractéristiques sont les suivantes : (figure(27))

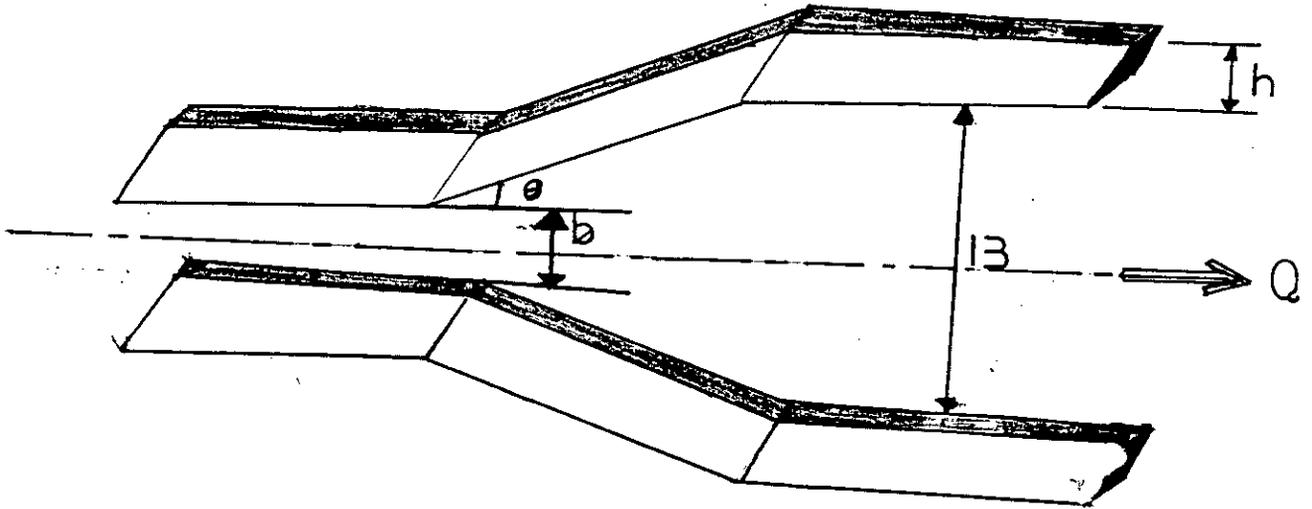


Figure (27) : les caractéristiques dimensionnelles du divergent

- la largeur amont  $b = 0,20 \text{ m}$
- la largeur aval  $B = 0,40 \text{ m}$
- la longueur du divergent  $L = 0,95 \text{ m}$
- l'angle d'ouverture  $\theta = 7^\circ$
- la hauteur des parois  $h = 0,30 \text{ m}$

A la fin du divergent, est placé un seuil glissant à mince parois jouant le rôle de bassin d'amortissement.

## 4.2 Appareillage de mesures

### 4.2.1 Etalonnage du deversoir

L'étalonnage a été fait expérimentalement et à chaque débit  $Q$  passant par l'appareil correspond une charge ( $h$ ), et ainsi, nous disposons d'une série de valeurs ( $Q, h$ ). Cette série nous a permis d'établir la loi  $Q = f(h)$  moyennement un ajustement de régression de simple puissance :

$$Q = 0,0172611 H^{2,35}$$

$h$  cm  $Q$  l/s avec un coefficient de corrélation  $r = 0,9972$

### 4.2.2 Mesure de niveau

- Un tracé sous forme de grillage sur les parois latérales du divergent permet de mesurer la hauteur d'eau le long du divergent.
- Une règle est placée sur la paroi du réservoir d'alimentation pour mesurer la hauteur d'eau.
- Une deuxième règle est placée sur la vanne glissante pour mesurer l'ouverture de la vanne.
- Une troisième règle est placée sur la paroi du divergent juste au niveau du seuil permettant de mesurer la hauteur du seuil.

### 4.3 Mesures effectuées

Les grandeurs mesurables dans nos manipulations sont :

- le débit d'écoulement
- la hauteur d'eau à l'amont du ressaut
- la hauteur d'eau à l'aval du ressaut
- la hauteur d'eau dans le réservoir
- l'ouverture de la vanne
- et la hauteur du seuil

### 4.4 Description d'une mesure

- On note la hauteur d'eau dans le bassin de réception juste à la crête du déversoir pour la prendre comme niveau de référence.
- On règle l'ouverture de la vanne

Pour une hauteur du seuil ( $h_s$ )

- On alimente le système avec un débit ( $Q$ )
- On crée le ressaut
- On le positionne
- On lit sur le grillage normé en centimètres
  - les hauteurs conjuguées
  - toutes les coordonnées  $(x, h)$  du profil de la surface à partir de  $(x_1, h_1)$  jusqu'à  $(x_2, h_2)$ , figure (28).

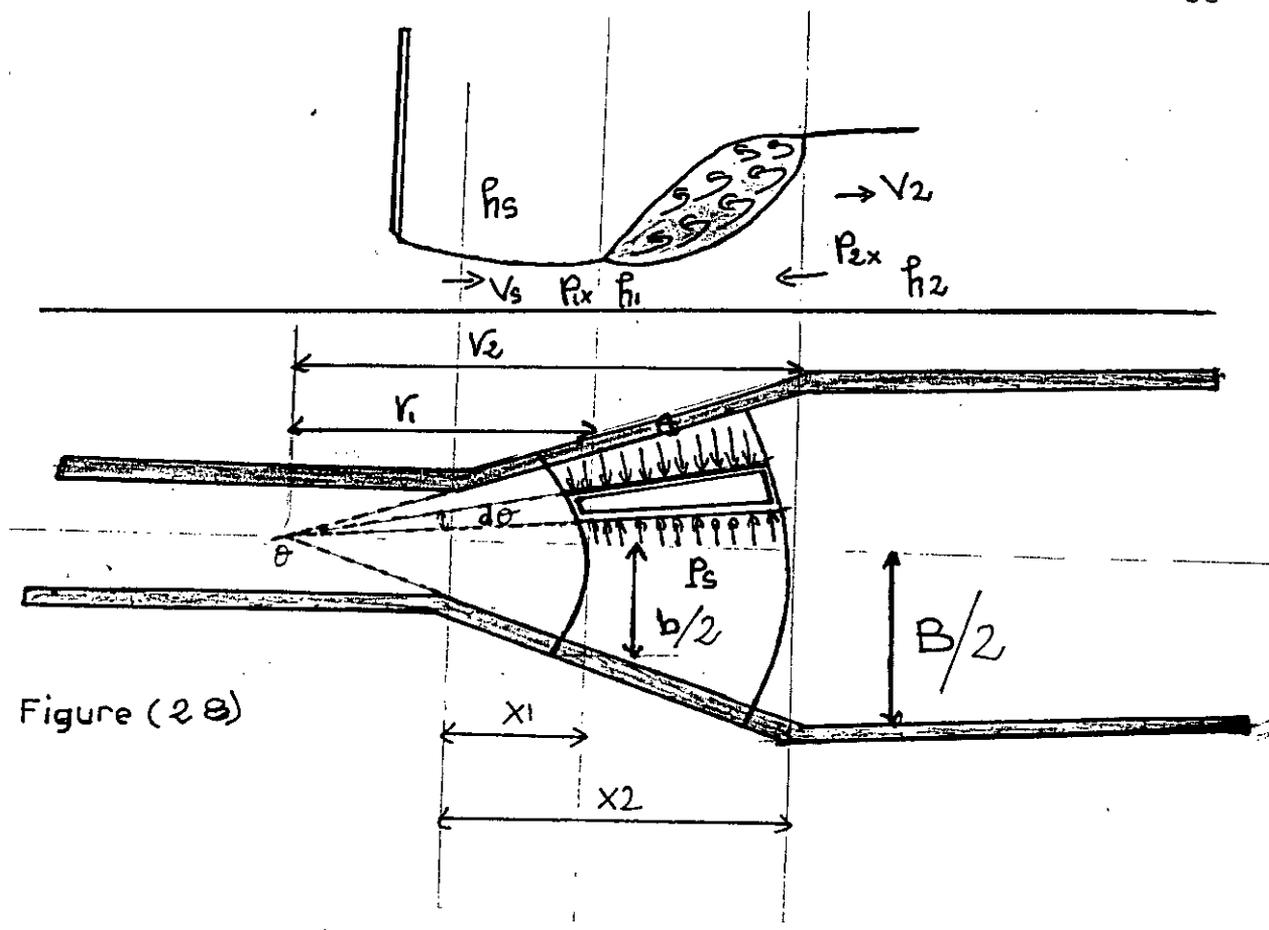


Figure (28)

Avec

- $x$  : la distance entre le début du divergent et un point quelconque dans le ressaut.
- $h$  : la hauteur d'eau dans le point  $x$
- $x_1$  : la distance entre le début du divergent et  $h_1$
- $h_1$  : la hauteur conjuguée amont
- $x_2$  : la distance entre le début du divergent et  $h_2$
- $h_2$  : la hauteur conjuguée aval.

- On lit la hauteur d'eau au dessus de la crête du deversoir pour mesurer le débit deversé.
- En suite, on fait varier le débit avec la présence du ressaut à l'intérieur du divergent et on refait les mêmes mesures.
- On augmente le débit jusqu'à ce que le ressaut aura tendance à disparaître, de là on notera l'épaisseur de la lame deversante (débit max)
- En suite, on diminue le débit jusqu'au moment où le ressaut apparaitra, et puis on notera la hauteur de la lame deversante (débit min).

Pour une autre hauteur  $h_s$  du seuil, on suivra le même canevas de mesures.

Puis on change l'ouverture de la vanne ( $a$ ) et on refait les mêmes procédures de mesures avec différentes hauteurs du seuil.

- On augmentera l'ouverture de la vanne jusqu'au moment où les dimensions du réservoir d'alimentation seront insuffisantes.

#### 4.5 Difficultés de mesures

Les difficultés de mesures que nous avons rencontré au cours des expériences sont :

- la mesure de  $h_1$  en petite ouverture de la vanne
- la mesure de  $h_1$  en cas de forts débits et petites hauteurs du seuils.
- la mesure des coordonnées  $(x, h)$  le long du profil à cause des fluctuations de l'eau.

#### 4.6 Analyse et commentaire des résultats

Les hypothèses de base d'un ressaut hydraulique dans un divergent stipulent que les lignes de courant peuvent être radiales ou horizontales

La forme donnée au profil de la surface libre du ressaut suppose par ailleurs que celui-ci est linéaire, hyperbolique ou elliptique.

Ces facteurs peuvent agir en combinaison sur les caractéristiques de ressaut.

A partir de ceux-ci, on pourra distinguer les cas suivants :

##### Premier Cas

- Les lignes de courants sont radiales
- Le profil de la surface libre du ressaut représente le  $\ast$  d'un profil elliptique

##### Deuxième Cas

- Les lignes de courants sont horizontales
- Le profil de la surface libre du ressaut est hyperbolique

##### Troisième Cas

- Les lignes de courants sont linéaires
- Le profil de la surface libre du ressaut est linéaire

Nous allons essayer d'adopter nos résultats expérimentaux à l'un de ces cas considérés.

- Le schéma général du schéma observé au cours des expériences dans le divergent est donné par la figure (28)

En traitant le ressaut comme un ressaut hydraulique circulaire et en assurant à la surface libre de l'eau la forme d'un quart elliptique, l'approximation apparaît satisfaisante.

- La variation de la hauteur adimensionnelle  $(h-h_1)/(h_2-h_1)$  en fonction de la longueur adimensionnelle  $x/Lj$  est donnée dans la figure(29).

La courbe représente le profil de la surface libre dans un divergent.

L'équation théorique de cette courbe est donnée :

$$\frac{(h - h_1)^2}{(h_2 - h_1)^2} + \frac{(x - Lj)^2}{Lj^2} = 1$$

Cette expression indique que le profil de la surface libre est elliptique. Ce qui indique qu'il existe une bonne concordance entre l'expérience et la théorie basée sur l'hypothèse d'un quart du profil elliptique.

- La variation du produit adimensionnel  $(r_0, h_0)$  en fonction du nombre de FROUDE effectif  $(Fe)$  est représentée dans les figures ( 30 a. b ).

Ces courbes représentent l'équation générale du ressaut dans un divergent.

La figure (30a) correspond au profil elliptique dont

l'équation théorique est donnée par la relation :

$$r_0 h_0 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right)$$

Avec Fe le nombre de FROUDE effectif  $Fe = F_1 + C_p$

Où  $C_p$  : coefficient de correction de la pression latérale.

La figure 30b) correspond au profil linéaire dont l'équation théorique est donnée par l'expression :

$$r_0 h_0 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right)$$

Avec changement du coefficient de correction ( $C_p$ ).

On constate que le ( $C_p$ ) elliptique est supérieur à celui du profil linéaire.

Les points expérimentaux se trouvent au niveau de la courbe théorique du profil elliptique est assez loin de celle du profil linéaire.

Ceci signifie que le profil elliptique est beaucoup plus proche de la réalité que le profil linéaire.

La courbe de figure 30b) montre l'importance de la pression latérale.

- Les figures 31a) et 31b) montrent la variation du rapport de la longueur théorique sur la longueur expérimentale :  $(L_j/r_1, \text{ théor} / L_j/r_1, \text{ exp})$  en fonction du nombre de FROUDE effectif ( $Fe$ ) et la hauteur adimensionnelle ( $h_0 = h_2/h_1$ ) Elles représentent la validité de l'expression théorique de la longueur du ressaut par rapport à celle mesurée expérimentalement.

L'expression théorique de la longueur est :

$$L_j/r_1 = \frac{1}{2h_0} \left( \sqrt{1 + 8Fe^2} - 1 \right)$$

La longueur expérimentale a été mesurée par la localisation du bout amont du ressaut.

En utilisant ce critère, on constate que la longueur du ressaut mesurée est plus petite que celle donnée par la théorie.

- La variation de l'énergie relative  $((DE)_{1,2}/h_1)$  en fonction du nombre de FROUDE amont  $(F_1)$  et du rayon adimensionnel  $(r_0=r_2/r_1)$  est montrée sur la figure (32).

Les courbes théoriques de la variation de l'énergie relative en fonction de  $F_1$  et  $r_0$  dans le cas d'un canal divergent (courbe (1)) et dans le cas d'un canal rectangulaire (courbe (2)) ont été tracées dans la figure (32).

L'équation théorique dans le cas d'un divergent est :

$$\frac{(DE)_{1,2}}{h_1} = \frac{F_1^2}{2} \left[ \frac{r_0^2 h_0^2 - 1}{r_0^2 h_0^2} \right] + 1 - h_0$$

L'équation théorique dans le cas d'un rectangulaire est :

$$\frac{(DE)_{1,2}}{h_1} = \left[ 1 + \frac{F_1^2}{2} \right] \left[ 1 - \frac{\sqrt{2}}{F_1} \right]^2$$

On constate à travers ces résultats que la perte d'énergie relative diminue avec la diminution de  $r_0$  et atteint son max pour  $r_0 = 1$  on se retrouvera dans le cas du canal rectangulaire.

On peut dire que la dissipation d'énergie dans un canal divergent (non prismatique) est beaucoup plus importante que dans un canal rectangulaire (prismatique).

- La Figure (33) représente la localisation du ressaut dans un divergent

Afin de bien localiser le ressaut, il est important de déterminer la distance  $r_1$  du bout amont du ressaut figure(26). Cette distance est exprimée en fonction de l'angle d'ouverture du divergent ( $\theta$ ), de la hauteur de la section contractée ( $h_c$ ), de la vitesse d'écoulement ( $v_c$ ) et de la hauteur conjuguée ( $h_2$ ).

A partir de l'analyse adimensionnelle, on a :

$$r_1/h_c = f ( h_2/h_c , F_c , \theta )$$

et on a :

$$\frac{F_c h_c}{h_2} = f \left( \frac{r_1 \theta}{h_c} \right)$$

La variation de  $\frac{F_c h_c}{h_2}$  en fonction de  $\frac{r_1 \theta}{h_c}$  est donnée dans la

la figure (33).

L'équation empirique relative aux deux paramètres <sup>est</sup> décrit par l'équation :

$$\frac{F_c h_c}{h_2} = 0,131555 \frac{r_1 \theta}{h_c} + 0,762647$$

avec un coefficient de corrélation ( $r = 0,991357$ ), est déterminé, en utilisant la méthode des moindres carrés.

- La Figure (34) représente la variation de hauteur adimensionnelle ( $h_1 = h_s/h_c$ ) en fonction du nombre de FROUDE amont ( $F_1$ ), ( $h_s$  étant la hauteur du seuil).

La courbe montre l'influence du seuil sur :

la formation, la localisation et la disposition du ressaut.

On peut dire que :

- La hauteur du seuil augmente avec l'augmentation du nombre de FROUDE amont ( $F_1$ )
- La dissipation d'énergie augmente avec l'augmentation de la hauteur du seuil.

## CONCLUSION GENERALE

Plusieurs études ont été consacrées au ressaut hydraulique dans un divergent sous ses différents aspects afin de mieux le connaître et de bien le cerner, à cause de sa complexité et sa maniabilité.

Malgré toutes ces études effectuées, bien des questions restent sans réponses.

Notre travail fait partie de toutes ces études, il a pour but de mieux comprendre le phénomène du ressaut dans un divergent en présence d'un seuil.

A partir de notre travail, on peut tirer les conclusions suivantes:

- Les équations décrivant la longueur et les profondeurs conjuguées d'un ressaut dans un canal non prismatique (divergent) peuvent être exprimées en traitant le ressaut comme une partie d'un ressaut hydraulique circulaire et en assurant que le profil est un quart elliptique dans sa forme.
- Les hauteurs respectives et la longueur du ressaut déterminées expérimentalement ont été prévues par la théorie.
- Le rendement d'un ressaut est déterminé par rapport à l'énergie de dissipation dû au ressaut et la charge amont ( $h_1$ ).
- Le rendement d'un ressaut dans un divergent est plus important que dans un canal rectangulaire, cette augmentation peut atteindre 20%
- Une autre équation a été développée de manière empirique, elle décrivait la position du ressaut. La localisation de ce dernier est un excellent avantage et permet au manipulateur

d'adopter au mieux le ressaut hydraulique et de respecter surtout la distance entre l'ouverture de la vanne et la première hauteur conjuguée torrentielle  $h_r$  (dans la section contractée :

- Nous remarquons aussi que si on connaît le rendement  $\eta = (DE)_{1,2}/E_1 = (E_1 - E_2)/E_1$ , on peut localiser facilement le ressaut hydraulique.
- Il y a lieu de signaler que les tests ont été conduits avec un angle de  $7^\circ$  par rapport à l'horizontale des parois du divergent.

Enfin, on peut conclure par le fait que Le sujet du ressaut hydraulique ne semble pas être épuisé, et il fera certainement l'objet d'autres travaux ces prochaines années.

---

ANNEXES



---

ANNEXE 'I' : Tableau 1

Ouverture de la vanne $a = 0,5 \text{ cm}$											
Hauteur du seuil $h_s = 1 \text{ cm}$ Hauteur conjuguée $h_1 = 0,4 \text{ cm}$ Hauteur conjuguée $h_2 = 1,6 \text{ cm}$ Longueur du ressaut $L_j = 73 \text{ cm}$ Débit ..... $Q =$				$h_s = 2 \text{ cm}$ $h_1 = 0,9 \text{ cm}$ $h_2 = 3,8 \text{ cm}$ $L_j = 87 \text{ cm}$ $Q =$				$h_s = 5 \text{ cm}$ $h_1 = 0,9 \text{ cm}$ $h_2 = 4,5 \text{ cm}$ $L_j = 85 \text{ cm}$ $Q =$			
X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$
0	0.400	0.000	0.00000	0	0.900	0.000	0.00000	0	0.900	0.000	0.00000
1	0.600	0.013	0.16000	2	1.300	0.022	0.13700	5	0.920	0.050	0.30000
3	0.700	0.040	0.25000	4	2.500	0.045	0.55100	7	2.600	0.080	0.47000
8	0.800	0.109	0.33000	7	2.600	0.080	0.58600	10	2.900	0.117	0.55000
13	0.900	0.170	0.41000	12	2.800	0.137	0.65500	15	3.100	0.176	0.61000
18	0.910	0.246	0.42500	17	2.900	0.195	0.68900	20	3.200	0.235	0.63800
23	0.922	0.315	0.43500	22	2.950	0.252	0.70600	25	3.333	0.294	0.66000
28	1.000	0.383	0.50000	27	3.000	0.310	0.72400	30	3.500	0.352	0.72200
33	1.100	0.452	0.58300	37	3.100	0.425	0.75800	35	3.560	0.410	0.73800
38	1.200	0.520	0.66666	42	3.200	0.482	0.79300	40	3.700	0.450	0.77000
43	1.220	0.589	0.68300	47	3.200	0.540	0.79300	45	3.800	0.529	0.80000
48	1.230	0.657	0.69100	52	3.250	0.590	0.81000	50	3.810	0.588	0.80800
53	1.235	0.726	0.69500	57	3.300	0.655	0.82700	55	3.900	0.647	0.83333
58	1.240	0.790	0.70000	62	3.310	0.712	0.83100	60	3.920	0.705	0.83800
63	1.300	0.860	0.75000	67	3.320	0.770	0.83400	65	3.930	0.764	0.84100
68	1.500	0.930	0.91000	72	3.350	0.827	0.84000	70	3.950	0.823	0.84700
73	1.600	1.000	1.00000	77	3.400	0.885	0.86200	75	4.000	0.882	0.86100
				82	3.500	0.940	0.96000	80	4.400	0.940	0.97000
				87	3.800	1.000	1.00000	85	4.500	1.000	1.00000

ANNEXE 'I' : Tableau 2

a = 0,5 cm								a = 1 cm			
Hauteur du seuil $h_s=1\text{cm}$				$h_s = 2 \text{ cm}$				$h_s = 5 \text{ cm}$			
Hauteur conjuguée $h_1=0,4\text{cm}$				$h_1 = 0,9 \text{ cm}$				$h_1 = 0,9 \text{ cm}$			
Hauteur conjuguée $h_2=1,6\text{cm}$				$h_2 = 3,8 \text{ cm}$				$h_2 = 4,5 \text{ cm}$			
Longueur du ressaut $L_j=73\text{cm}$				$L_j = 87 \text{ cm}$				$L_j = 85 \text{ cm}$			
Débit ..... Q=				Q =				Q =			
X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$
0	0.600	0.000	0.00000	0	0.400	0.0000	0.00000	0	0.400	0.000	0.00000
3	1.400	0.036	0.16000	1	0.600	0.0125	0.03100	1	0.450	0.016	0.04100
4	2.000	0.048	0.28500	2	0.800	0.0250	0.06300	3	0.500	0.050	0.08300
8	3.333	0.096	0.55000	3	0.900	0.0375	0.07800	5	0.600	0.083	0.16000
13	3.500	0.156	0.59000	4	1.000	0.0500	0.09300	9	0.700	0.150	0.25000
18	3.600	0.216	0.61200	5	1.500	0.0625	0.17100	10	0.990	0.160	0.40000
23	3.800	0.277	0.65300	6	2.000	0.0750	0.25000	15	1.000	0.250	0.50000
28	3.850	0.337	0.66300	7	2.500	0.0875	0.32800	20	1.010	0.333	0.50000
33	3.900	0.397	0.67300	10	4.600	0.1250	0.65000	25	1.100	0.410	0.58300
38	3.910	0.457	0.67500	15	4.700	0.1875	0.67000	30	1.300	0.500	0.75000
43	3.950	0.518	0.68300	20	4.750	0.2500	0.67900	35	1.333	0.583	0.77500
48	4.000	0.758	0.69300	25	5.000	0.3125	0.71800	40	1.340	0.660	0.78300
52	4.200	0.638	0.73400	30	5.100	0.3750	0.73400	45	1.400	0.750	0.83000
58	4.220	0.698	0.73800	35	5.300	0.4370	0.76500	50	1.450	0.830	0.87500
62	4.400	0.759	0.77500	40	5.400	0.5000	0.78100	55	1.500	0.916	0.91000
68	4.450	0.819	0.78500	45	5.700	0.5620	0.82800	60	1.600	1.000	1.00000
73	4.800	0.879	0.85700	50	5.800	0.6250	0.84300				
78	5.300	0.930	0.95900	60	5.850	0.6870	0.85100				
83	5.500	1.000	1.00000	65	5.900	0.7500	0.85900				
				70	6.300	0.8120	0.87500				
				75	6.400	0.8750	0.92100				
				80	6.800	1.0000	1.00000				

ANNEXE 'I' : Tableau 3

Ouverture de la vanne $a = 1 \text{ cm}$											
Hauteur du seuil $h_s=1\text{cm}$ Hauteur conjuguée $h_1=0,4\text{cm}$ Hauteur conjuguée $h_2=1,6\text{cm}$ Longueur du ressaut $L_j=73\text{cm}$ Débit ..... $Q=$				$h_s = 2 \text{ cm}$ $h_1 = 0,9 \text{ cm}$ $h_2 = 3,8 \text{ cm}$ $L_j = 87 \text{ cm}$ $Q =$				$h_s = 5 \text{ cm}$ $h_1 = 0,9 \text{ cm}$ $h_2 = 4,5 \text{ cm}$ $L_j = 85 \text{ cm}$ $Q =$			
X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$
0	0.700	0.0000	0.00000	0	0.800	0.000	0.00000	0	2.300	0.0000	0.00000
1	0.900	0.0128	0.07400	1	1.000	0.013	0.05400	1	2.600	0.0150	0.07890
2	0.910	0.0256	0.07700	2	1.500	0.026	0.18900	6	3.300	0.0909	0.26300
3	1.000	0.0380	0.11000	3	2.100	0.039	0.35100	11	3.600	0.1660	0.34200
4	1.200	0.0510	0.18500	4	2.400	0.052	0.43200	16	3.800	0.2420	0.39500
7	1.600	0.0897	0.33333	5	2.600	0.066	0.48600	21	3.900	0.3180	0.42100
8	1.900	0.1020	0.44000	6	2.800	0.079	0.54000	26	4.100	0.3939	0.47400
13	2.000	0.1660	0.48000	11	3.100	0.145	0.62100	31	4.500	0.4690	0.57890
18	2.400	0.2300	0.63000	16	3.200	0.210	0.64800	36	4.800	0.5450	0.65780
23	2.500	0.2900	0.67000	21	3.300	0.276	0.67600	41	4.900	0.6210	0.68400
28	2.560	0.3580	0.69000	26	3.350	0.342	0.68600	46	4.950	0.6970	0.69700
33	2.000	0.4230	0.70000	31	3.380	0.408	0.69700	51	5.200	0.7730	0.76300
38	2.900	0.4870	0.81000	36	3.400	0.470	0.70300	56	5.300	0.8480	0.78900
43	2.930	0.5510	0.83000	41	3.500	0.539	0.72900	61	5.800	0.9240	0.92100
48	2.950	0.6150	0.83300	46	3.550	0.605	0.74300	66	6.100	1.0000	1.00000
53	2.980	0.6790	0.84400	51	3.600	0.670	0.75600				
58	3.000	0.7430	0.85000	56	3.700	0.737	0.78400				
63	3.100	0.8076	0.88800	61	3.720	0.802	0.78900				
68	3.200	0.8710	0.93000	66	3.730	0.868	0.79200				
73	3.300	0.9350	0.96000	71	4.000	0.934	0.86000				
78	3.400	1.0000	1.00000	76	4.500	1.000	1.00000				

ANNEXE 'I' : Tableau 4

Ouverture de la vanne a = 1,5 cm											
Hauteur du seuil $h_s=1\text{cm}$ Hauteur conjuguée $h_1=0,4\text{cm}$ Hauteur conjuguée $h_2=1,6\text{cm}$ Longueur du ressaut $L_j=73\text{cm}$ Débit ..... $Q=$				$h_s = 2\text{ cm}$ $h_1 = 0,9\text{ cm}$ $h_2 = 3,8\text{ cm}$ $L_j = 87\text{ cm}$ $Q =$				$h_s = 5\text{ cm}$ $h_1 = 0,9\text{ cm}$ $h_2 = 4,5\text{ cm}$ $L_j = 85\text{ cm}$ $Q =$			
X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$
0	0.700	0.0000	0.00000	0	0.900	0.0000	0.00000	0	1.800	0.0000	0.00000
1	1.300	0.0130	0.15380	1	1.100	0.0128	0.07800	1	1.900	0.0125	0.02320
2	1.500	0.0260	0.20500	2	1.300	0.0256	0.15700	2	1.990	0.0250	0.04400
3	1.800	0.0390	0.28200	3	1.600	0.0384	0.27400	5	2.000	0.0625	0.04650
4	2.400	0.0520	0.43600	4	1.800	0.0513	0.35300	10	2.100	0.1250	0.06970
5	2.600	0.0660	0.48700	5	1.890	0.0640	0.38800	15	2.800	0.1875	0.23250
6	3.000	0.0789	0.58900	8	2.000	0.1025	0.43100	20	3.000	0.2500	0.27900
9	3.100	0.1180	0.61500	13	2.100	0.1666	0.47000	25	3.400	0.3125	0.37200
16	3.300	0.2100	0.67000	18	2.300	0.2300	0.54900	30	3.800	0.3750	0.46500
21	3.400	0.2760	0.69200	23	2.400	0.2940	0.58800	35	4.000	0.4375	0.51100
26	3.600	0.3420	0.74400	28	2.700	0.3580	0.70600	40	4.400	0.5000	0.60500
31	3.660	0.4070	0.75800	33	2.800	0.4230	0.74500	45	4.700	0.5625	0.67440
36	3.700	0.4740	0.76900	38	2.850	0.4870	0.76500	50	5.000	0.6250	0.74400
41	3.800	0.5390	0.79500	43	2.900	0.5510	0.78400	55	5.200	0.6875	0.79060
46	3.900	0.6050	0.82100	48	2.950	0.6150	0.80400	60	5.400	0.7500	0.73800
51	3.920	0.6710	0.82500	53	2.960	0.6790	0.80700	65	5.500	0.8125	0.86000
56	3.980	0.7370	0.84100	58	3.000	0.7430	0.82300	70	5.800	0.8750	0.93000
61	3.990	0.8030	0.84300	63	3.100	0.8070	0.86200	75	6.000	0.9375	0.97600
66	4.000	0.8680	0.84600	68	3.200	0.8720	0.90200	80	6.100	1.0000	1.00000
71	4.400	0.9340	0.94900	73	3.300	0.9358	0.94100				
76	4.600	1.0000	1.00000	78	3.450	1.0000	1.00000				

ANNEXE 'I' : Tableau 5

a = 2 cm				a = 2,5 cm			
Hauteur du seuil $h_s=1\text{cm}$				$h_s = 2 \text{ cm}$			
Hauteur conjuguée $h_1=0,4\text{cm}$				$h_1 = 0,9 \text{ cm}$			
Hauteur conjuguée $h_2=1,6\text{cm}$				$h_2 = 3,8 \text{ cm}$			
Longueur du ressaut $L_j=73\text{cm}$				$L_j = 87 \text{ cm}$			
Débit ..... Q=				Q =			
X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$
0	3.000	0.0000	0.00000	0	2.000	0.000	0.000
1	3.500	0.0100	0.06000	1	2.500	0.010	0.078
2	5.000	0.0300	0.25000	2	3.000	0.020	0.150
7	6.000	0.1000	0.37000	3	3.500	0.040	0.230
12	6.500	0.1800	0.43700	4	4.000	0.050	0.310
17	8.500	0.2500	0.68700	9	5.800	0.120	0.590
22	8.500	0.3200	0.68700	14	6.000	0.180	0.620
27	8.900	0.4030	0.73700	19	6.500	0.250	0.700
32	9.000	0.4800	0.75000	24	6.800	0.320	0.750
37	9.500	0.5520	0.81200	29	7.000	0.390	0.780
42	10.00	0.6270	0.87500	34	7.100	0.450	0.790
47	10.10	0.7010	0.88700	39	7.200	0.520	0.810
52	10.30	0.7760	0.91200	44	7.500	0.590	0.850
57	10.50	0.8500	0.93700	49	7.550	0.660	0.860
62	10.80	0.9250	0.97500	54	7.800	0.720	0.900
67	11.00	1.0000	1.00000	59	7.900	0.790	0.920
				64	8.000	0.860	0.930
				69	8.100	0.930	0.950
				74	8.400	1.000	1.000

ANNEXE '1' : Tableau 6

Ouverture de la vanne a = 2,5 cm											
Hauteur du seuil $h_s=1\text{cm}$ Hauteur conjuguée $h_1=0,4\text{cm}$ Hauteur conjuguée $h_2=1,6\text{cm}$ Longueur du ressaut $L_j=73\text{cm}$ Débit ..... Q=				$h_s = 2\text{ cm}$ $h_1 = 0,9\text{ cm}$ $h_2 = 3,8\text{ cm}$ $L_j = 87\text{ cm}$ Q =				$h_s = 5\text{ cm}$ $h_1 = 0,9\text{ cm}$ $h_2 = 4,5\text{ cm}$ $L_j = 85\text{ cm}$ Q =			
X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$	X	Y	$\frac{X}{L_j}$	$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1}$
0	1.500	0.0000	0.00000	0	1.200	0.0000	0.00000	0	1.800	0.0000	0.00000
1	1.600	0.0120	0.04760	1	1.500	0.0133	0.07300	1	2.500	0.0140	0.13460
2	1.800	0.0235	0.14300	2	2.000	0.0260	0.19500	2	3.000	0.0273	0.23100
3	2.000	0.0352	0.23800	3	2.200	0.0400	0.24300	3	3.500	0.0410	0.32600
5	2.300	0.0588	0.38000	4	2.500	0.0530	0.31700	8	4.200	0.1090	0.46100
10	2.500	0.01176	0.47600	5	3.000	0.0660	0.43900	13	5.000	0.1780	0.61500
15	2.600	0.1760	0.52400	10	3.500	0.1330	0.56000	18	5.200	0.2460	0.65300
20	2.700	0.2350	0.57140	15	4.000	0.2000	0.68200	23	5.300	0.3150	0.67300
25	2.900	0.2940	0.66600	20	4.200	0.2600	0.73100	28	5.500	0.3830	0.71100
30	3.000	0.3530	0.71400	25	4.300	0.3300	0.75600	33	5.800	0.4520	0.76900
35	3.100	0.4110	0.76200	30	4.500	0.4000	0.80400	38	5.900	0.5200	0.78800
40	3.200	0.4700	0.80900	35	4.600	0.4600	0.82900	43	6.000	0.5890	0.80700
45	3.220	0.5290	0.81900	40	4.700	0.5300	0.85300	48	6.100	0.6570	0.82690
50	3.300	0.5880	0.85700	45	4.800	0.6000	0.87800	53	6.200	0.7260	0.84600
55	3.350	0.6470	0.88000	50	4.900	0.6600	0.90200	58	6.600	0.7940	0.92300
65	3.390	0.7647	0.90000	55	4.950	0.7300	0.90400	63	6.900	0.8630	0.98070
70	3.400	0.8230	0.90500	60	5.000	0.8000	0.92600	68	6.990	0.9320	0.99800
75	3.500	0.8820	0.95200	65	5.100	0.8600	0.95000	73	7.000	1.0000	1.00000
80	3.550	0.9410	0.97600	70	5.200	0.9300	0.97500				
85	3.600	1.0000	1.00000	75	5.300	1.0000	1.00000				

ANNEXE 'II' : Tableau 1

Ouverture de la vanne a = 0,5 cm					a = 1 cm			
Hauteur du seuil hs (cm)	1	2	3	4	1	2	3	4
Hauteur conjuguée amont h <sub>1</sub> (cm)	0.400	0.900	0.900	0.600	0.400	0.700	0.800	2.300
Hauteur conjuguée aval h <sub>2</sub> (cm)	1.600	3.800	4.500	5.500	2.200	3.400	4.500	6.100
Rayon du début du ressaut r <sub>1</sub> (cm)	97	83	85	87	110	92	94	104
Rayon de la fin du ressaut r <sub>2</sub> (cm)	170	170	170	170	170	170	170	170
$h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	4	4.220	5	9.160	5.510	4.850	5.620	2.650
$r_0 = \frac{r_1}{r_2}$	1.750	2.040	2	1.950	1.540	1.840	1.800	1.630
Débit Q <sub>i</sub> (l/s)	0.948	2.220	2.630	2.820	1.965	2.860	3.770	5.360
Coefficient de correction de la pression C <sub>p</sub>	17.37	29.00	37.74	11.60	20.93	28.47	35.21	6.900
FROUDE F <sub>1</sub>	5.060	4.100	4.740	9.130	9.240	7.190	7.340	1.930
FROUDE Effectif F <sub>e</sub>	6.550	6.770	7.760	13.96	10.31	8.950	9.440	3.260
r <sub>0</sub> h <sub>0</sub>	7	8.600	10	11.86	8.500	8.924	10.40	4.310

ANNEXE 'II' : Tableau 2

Ouverture de la vanne	a = 2 cm					a = 1,5 cm			
	2	3	4	5	6	2	3	4	5
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)	2	3	4	5	6	2	3	4	5
Hauteur conjuguée amont $h_1$ (cm)	1.200	1.500	2	2	3	0.900	0.700	1.800	1.500
Hauteur conjuguée aval $h_2$ (cm)	2.900	5.100	6.800	8.400	11	3.400	4.600	6.100	8.200
Rayon du début du ressaut $r_1$ (cm)	97	92	95	95	103	92	94	90	97
Rayon de la fin du ressaut $r_2$ (cm)	170	170	170	170	170	170	170	170	170
$h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	2.410	3.400	3.400	4.200	3.660	3.770	6.570	3.380	5.460
$r_0 = \frac{r_1}{r_2}$	1.750	1.840	1.780	1.780	1.050	1.840	1.800	1.880	1.750
Débit Q (l/s)	2.630	5.360	7.820	8.800	11.66	2.860	5.930	5.470	7.420
Coefficient de correction de la pression $C_p$	7.220	14.93	13.63	19.92	0.800	17.96	47.24	15.65	30.75
FROUDE $F_1$	2.700	4.150	3.810	4.280	2.850	4.760	14.40	3.290	5.450
FROUDE Effectif $F_e$	3.810	5.670	5.300	6.190	2.990	6.380	15.69	5.150	7.770
$r_0 h_0$	4.210	6.250	6.052	7.470	3.840	6.930	11.82	6.350	7.800

ANNEXE 'II' Tableau 3

Ouverture de la vanne a = 2,5 cm				
Hauteur du seuil hs (cm)	2	3	4	5
Hauteur conjuguée amont h <sub>1</sub> (cm)	1.500	1.200	1.800	2
Hauteur conjuguée aval h <sub>2</sub> (cm)	3.600	5.300	7	8.400
Rayon du début du ressaut r <sub>1</sub> (cm)	85	95	97	96
Rayon de la fin du ressaut r <sub>2</sub> (cm)	170	170	170	170
$h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	2.400	4.410	3.880	4.200
$r_0 = \frac{r_1}{r_2}$	2	1.780	1.750	1.770
Débit Qi (l/s)	4.330	6.520	9.100	10.82
Coefficient de correction de la pression Cp	10.11	21.77	16.44	19.60
FROUDE F <sub>1</sub>	3.630	6.830	5.080	5.200
FROUDE Effectif Fe	4.820	8.270	6.500	6.840
r <sub>0</sub> h <sub>0</sub>	4.800	7.840	6.990	7.430

ANNEXE 'III' Tableau 1

Ouverture de la vanne	a = 0,5 cm				a = 1 cm			
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)	1	2	3	4	1	2	3	4
Hauteur conjuguée amont $h_1$ (cm)	0.400	0.900	0.900	0.600	0.400	0.700	0.800	2.300
Hauteur conjuguée aval $h_2$ (cm)	1.600	3.800	4.500	5.500	1.600	3.400	4.500	2.300
Rayon du début du ressaut $r_1$ (cm)	97	83	85	87	110	92	94	104
Rayon de la fin du ressaut $r_2$ (cm)	170	170	170	170	170	170	170	170
$h_2$ $h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	4	4.200	5	9.160	4	4.850	5.620	2.650
$r_1$ $r_0 = \frac{r_1}{r_2}$	1.750	2.040	2	1.950	1.540	1.840	1.800	1.630
Débit $Q_i$ (cm <sup>3</sup> /s)	948	2220	2638	2820	1965	2860	3770	5360
$F_1^2$	25.60	16.81	22.46	83.75	85.37	51.69	5.570	3.720
$DE/h_1$	9.540	5.070	7.120	33.38	38.56	21.67	22.05	0.110

ANNEXE 'III' Tableau 2

Ouverture de la vanne	a = 1,5 cm				a = 2 cm				
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)	2	3	4	5	2	3	4	5	6
Hauteur conjuguée amont $h_1$ (cm)	0.900	0.700	1.800	1.500	1.200	1.500	2	2	6
Hauteur conjuguée aval $h_2$ (cm)	3.400	4.600	6.100	8.200	2.900	5.100	6.800	8.400	11
Rayon du début du ressaut $r_1$ (cm)	92	94	90	97	97	92	95	95	103
Rayon de la fin du ressaut $r_2$ (cm)	170	170	170	170	170	170	170	170	170
$h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	3.770	6.570	3.380	5.460	2.410	3.400	3.400	4.200	3.660
$r_0 = \frac{r_1}{r_2}$	1.840	1.800	1.880	1.750	1.750	1.840	1.780	1.780	1.050
Débit $Q_i$ (cm <sup>3</sup> /s)	2800	5930	5470	7420	2630	5360	8800	8800	11660
$F_1^2$	22.65	19.88	10.82	29.70	7.290	17.22	14.51	18.31	8.120
$DE/h_1$	8.320	9.312	2.890	10.22	0.810	5.990	4.650	5.790	1.120

ANNEXE 'III' Tableau 3

Ouverture de la vanne	a = 2,5 cm			
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)	2	3	4	5
Hauteur conjuguée amont $h_1$ (cm)	1.500	1.200	1.800	2
Hauteur conjuguée aval $h_2$ (cm)	3.600	5.300	7	8.400
Rayon du début du ressaut $r_1$ (cm)	85	95	97	96
Rayon de la fin du ressaut $r_2$ (cm)	170	170	170	170
$h_2$ $h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	2.400	4.410	3.880	4.200
$r_1$ $r_0 = \frac{r_1}{r_2}$	2	1.780	1.750	1.770
Débit $Q_i$ (cm <sup>3</sup> /s)	4330	6520	9100	10820
$F_1^2$	13.17	46.64	25.80	25.04
$DE/h_1$	4.900	19.53	9.780	10.07

ANNEXE 'IV' Tableau 1

Ouverture de la vanne	a = 0,5 cm				a = 1 cm			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)								
Longueur expérimentale $L_{exp}$ (cm)	72	87	85	83	60	78	76	66
Le rayon expérimental $r_1$ (cm)	97	83	85	87	110	92	94	104
$L_{exp}/r_{1exp}$	0.740	1.040	1	0.950	0.540	0.840	0.800	0.630
Rayon de la fin du ressaut $r_2$ (cm)	1.220	1.150	1.090	0.990	0.660	1.900	1.280	0.560
$h_2$ $h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	4	4.220	5	9.660	5.510	4.850	5.620	2.650
$F_1^2$	6.550	6.770	7.760	13.96	6.950	10.31	9.440	3.260
$\frac{(L/r_1)_{théor}}{(L/r_1)_{exp}}$	1.560	1.090	1.090	1.040	1.220	2.240	1.590	0.880

ANNEXE 'IV' Tableau 2

Ouverture de la vanne	a = 1,5 cm				a = 2 cm					
	2	3	4	5	2	3	4	5	6	
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)										
Longueur expérimentale $L_{exp}$ (cm)	78	76	80	73	83	78	75	75	67	
Le rayon expérimental $r_1$ (cm)	92	94	90	97	97	97	95	95	103	
$L_{exp}/r_{1exp}$	0.840	0.800	0.880	0.750	0.850	0.850	0.780	0.780	0.650	
Rayon de la fin du ressaut $r_2$ (cm)	0.160	2.300	1.010	0.920	1.030	1.030	1.060	0.960	0.020	
$h_2$ $h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	3.770	6.570	3.380	5.460	2.410	2.410	3.400	4.200	3.660	
$F_1^2$	6.380	15.69	5.150	7.770	3.810	3.810	5.300	6.190	2.990	
$\frac{(L/r_1)_{théor}}{(L/r_1)_{exp}}$	0.190	2.840	1.130	1.200	1.210	1.210	1.340	1.220	0.040	

Tableau 3

Ouverture de la vanne	a = 1,5 cm			
	2	3	4	5
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)				
Longueur expérimentale $L_{exp}$ (cm)	85	75	73	74
Le rayon expérimental $r_1$ (cm)	85	95	97	96
$L_{exp}/r_{1exp}$	1	0.780	0.750	0.770
Rayon de la fin du ressaut $r_2$ (cm)	1.630	1.540	1.240	1.180
$h_2$ $h_0 = \frac{h_2}{h_1}$	2.400	4.410	3.880	4.200
$F_1^2$	4.820	8.270	6.500	6.840
$\frac{(L/r_1)_{théor}}{(L/r_1)_{exp}}$	1.630	1.950	1.650	1.500

ANNEXE 'V' Tableau 1

Ouverture de la vanne	a = 0,5 cm				a = 1 cm				
	1	2	3	4	1	2	3	4	
hs (cm)									
h <sub>i</sub> (cm)	0.400	0.900	0.900	0.600	0.400	0.700	0.800	2.300	
L (cm)	72	87	85	83	60	78	76	66	
Q <sub>i</sub> (l/s)	0.948	2.220	2.630	2.820	1.965	2.860	3.770	5.360	
F <sub>i</sub>	5.060	4.100	4.740	9.130	9.240	7.190	7.340	1.930	
L/h <sub>i</sub>	180	96.66	94.44	138.3	150	111.4	95	28.69	

Tableau 2

Ouverture de la vanne	a = 1,5 cm				a = 2 cm					
	2	3	4	5	2	3	4	5	6	
hs (cm)										
h <sub>i</sub> (cm)	0.900	0.700	1.800	1.500	1.200	1.500	2	2	3	
L (cm)	92	94	90	97	97	92	95	95	103	
Q <sub>i</sub> (l/s)	2.860	5.930	5.470	7.420	2.630	5.360	7.820	8.800	11.66	
F <sub>i</sub>	4.760	14.40	3.290	5.450	2.700	4.150	3.810	4.280	2.850	
L/h <sub>i</sub>	102.2	137.3	50	64.67	80.83	61.33	47.50	47.50	34.33	

ANNEXE 'VI' Tableau 1

	a=0,5 ; Cc=0,71 ; $\theta=7^\circ=0,12RA$					a=1 Cc=0,71 $\theta=0,12 RA$			
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)	1	2	3	4	5	1	2	3	4
Hauteur $h_2$ (aval) (cm)	1.600	3.800	4.500	5.500	6.800	1.600	3.400	4.500	6.100
Hauteur contractée $h_c = a$ (cm)	0.355	0.355	0.355	0.355	0.355	0.710	0.710	0.710	0.710
Rayon $r_1$ (cm)	97	83	85	78	90	110	92	94	104
Nombre de FROUDE $F_c$	23.24	48.49	58.56	72.97	85.81	7.390	13.79	18.50	26.97
$r_1 \theta / h_c$	32.78	28.05	28.73	29.40	30.42	18.59	15.50	15.88	17.57
$F_{hc} / h_2$	5.157	4.530	4.620	4.710	4.840	3.280	2.880	2.920	3.140

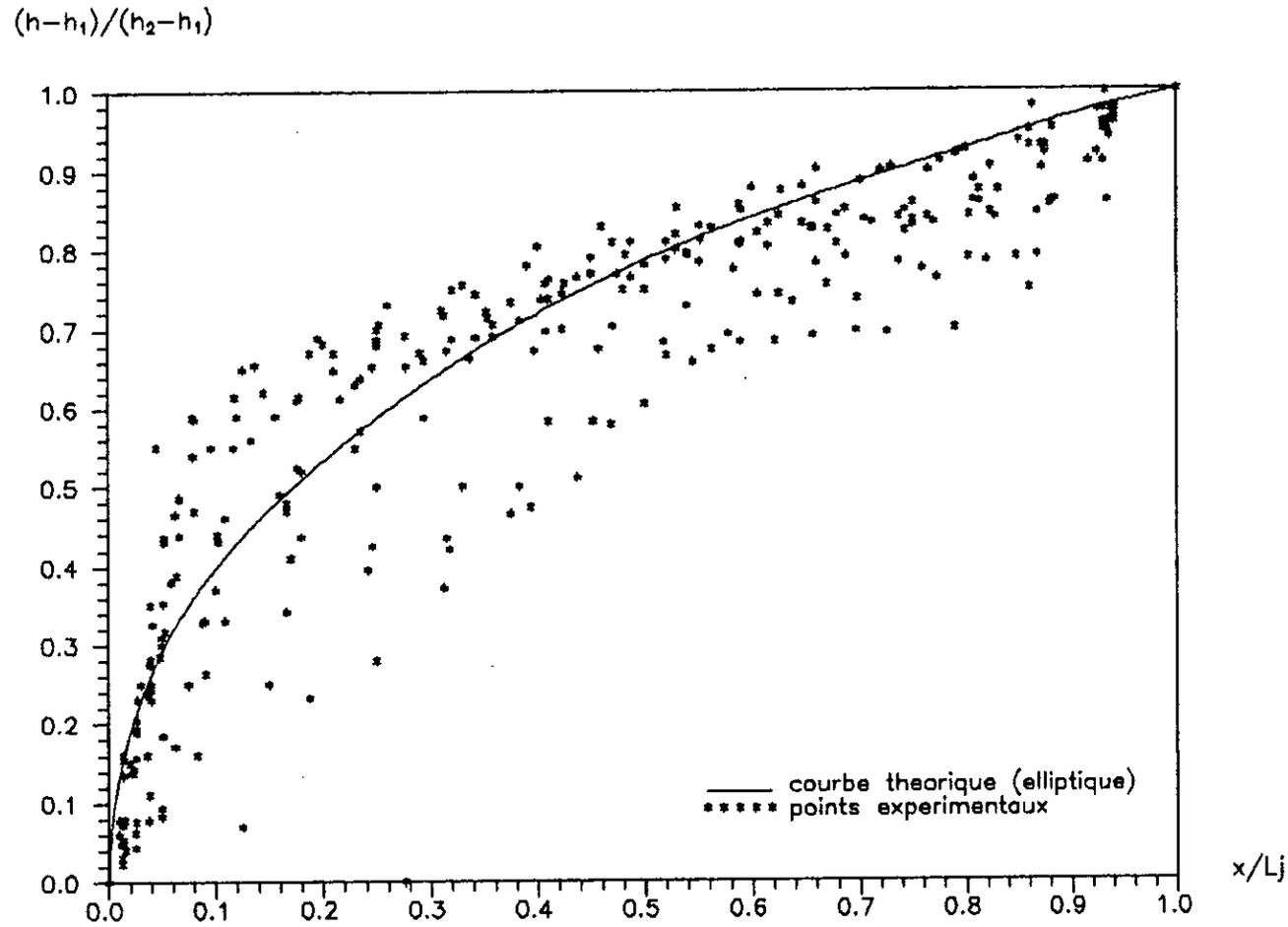
Tableau 2

	a=1,5 Cc=0,71 $\theta=0,12R$				a=2cm Cc=0,71 $\theta=0,12 RA$				
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)	2	3	4	5	2	3	4	5	6
Hauteur $h_2$ (aval) (cm)	3.400	4.600	6.100	8.200	2.900	5.100	6.800	8.400	11
Hauteur contractée $h_c = a$ (cm)	1.065	1.065	1.065	1.065	1.420	1.420	1.420	1.420	1.420
Rayon $r_1$ (cm)	92	94	90	97	87	92	95	95	103
Nombre de FROUDE $F_c$	6.990	9.580	12.37	17.47	3.650	6.640	8.850	11.12	15.26
$r_1 \theta / h_c$	10.36	10.59	10.14	10.92	7.350	7.770	8.020	8.020	8.700
$F_{hc} / h_2$	2.190	2.220	2.160	2.270	1.790	1.850	1.880	1.880	1.970

Tableau 3

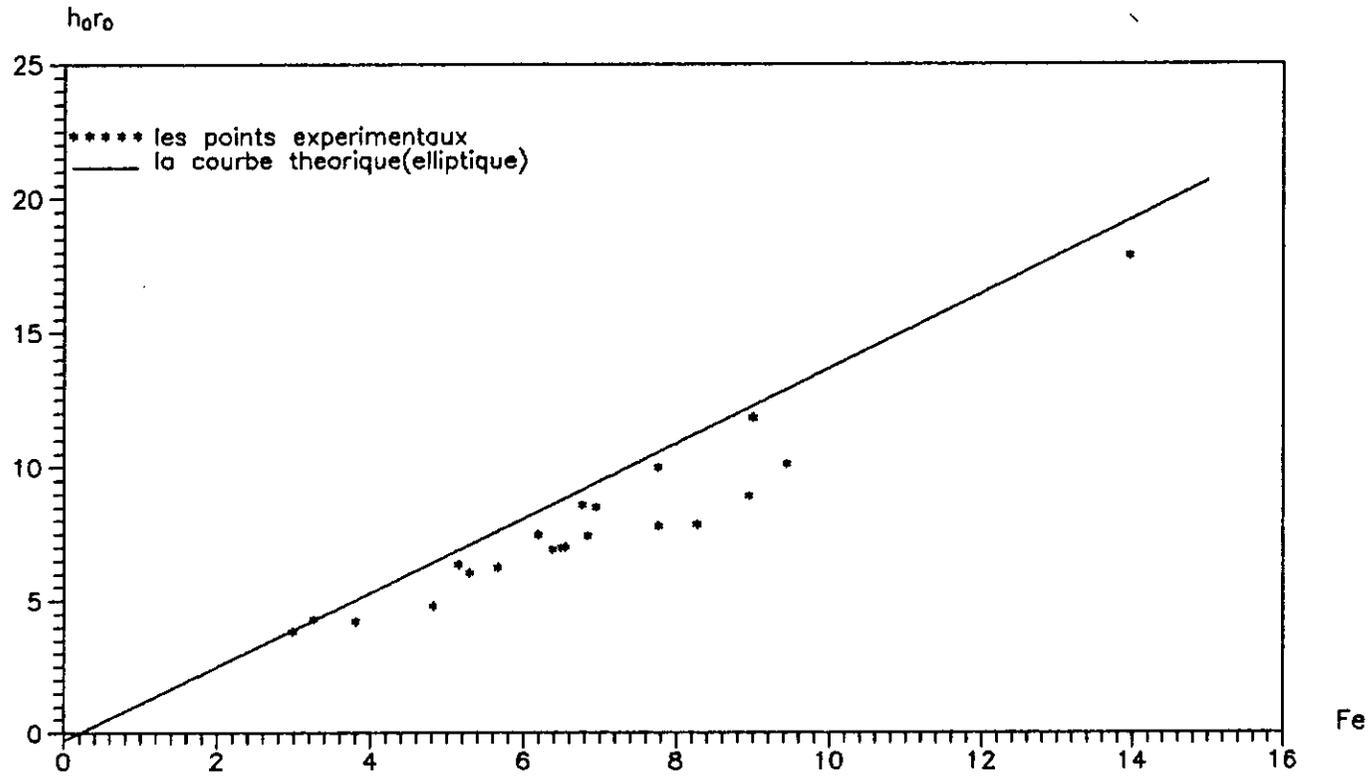
	a=2,5 Cc=0,71 $\theta=0,12R$			
Hauteur du seuil $h_s$ (cm)	2	3	4	5
Hauteur $h_2$ (aval) (cm)	3.600	5.200	7	8.400
Hauteur contractée $h_c = a$ (cm)	1.770	1.770	1.770	1.770
Rayon $r_1$ (cm)	85	95	97	96
Nombre de FROUDE $F_c$	3.210	4.900	6.680	7.970
$r_1 \theta / h_c$	5.760	6.440	6.570	6.500
$F_{hc} / h_2$	1.580	1.670	1.690	1.680

ANNEXE 'VII' Graphe 1



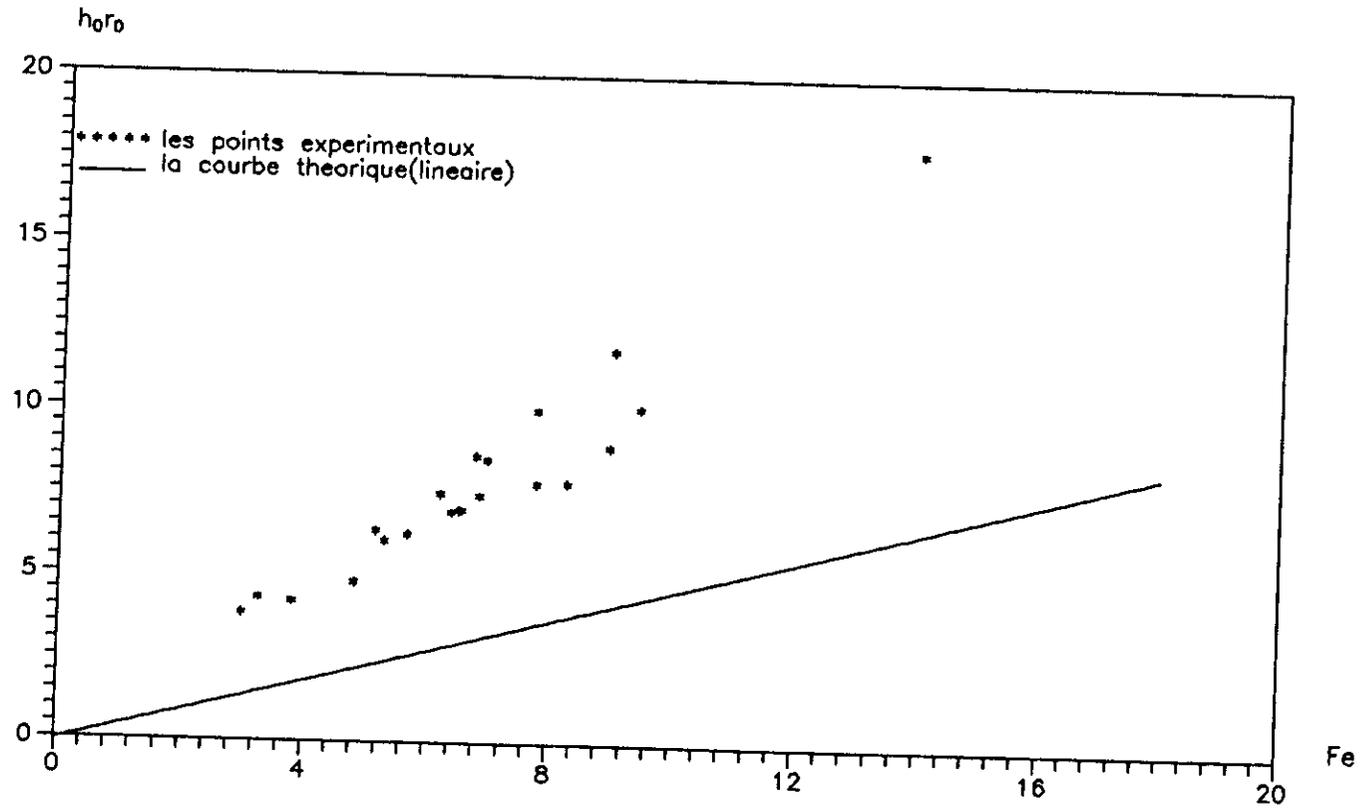
Figure(29) Profil de la surface libre du ressaut hydraulique dans un divergent

Graphe 2



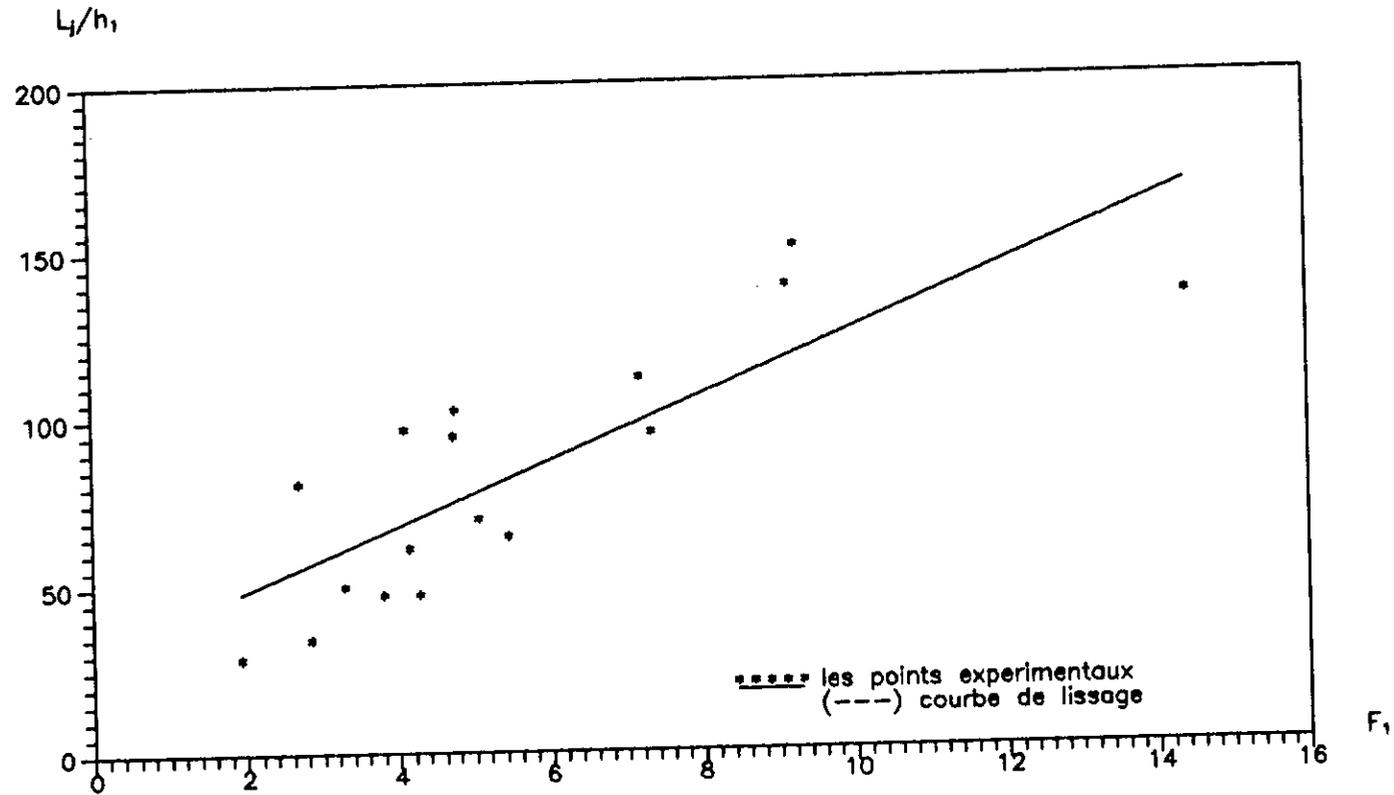
Figure(30a) Assimilation de la courbe  $h_0r_0=(Fe)$  par rapport a la courbe theorique ( $h_0r_0=1/2((1+Fe^2)^{1/2}-1)$ )

Grphe 3



Figure(30.b) Assimilation de la courbe  $h_0r_0=(Fe)$  par rapport a la courbe theorique ( $h_0r_0=1/2((1+Fe^2)^{1/2}-1)$ )

Graphe 4



Figure(31) Variation de  $L_i/h_1$  en fonction de  $F_1$

Grphe 5

$(L_j/r_1)_{theo}/(L_j/r_1)_{exp}$

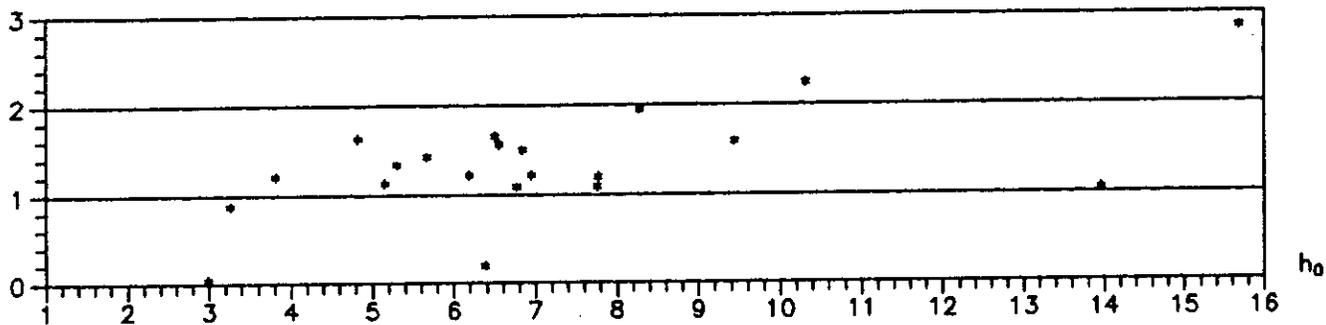


Figure (31) Graphe(a): Variation de  $(L_j/r_1)_{theo}/(L_j/r_1)_{exp}$  en fonction de  $h_0$

$(L_j/r_1)_{theo}/(L_j/r_1)_{exp}$

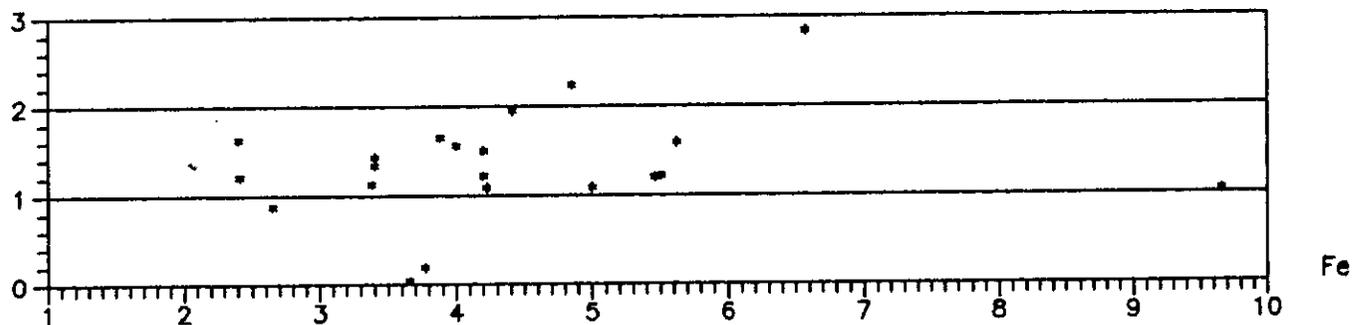
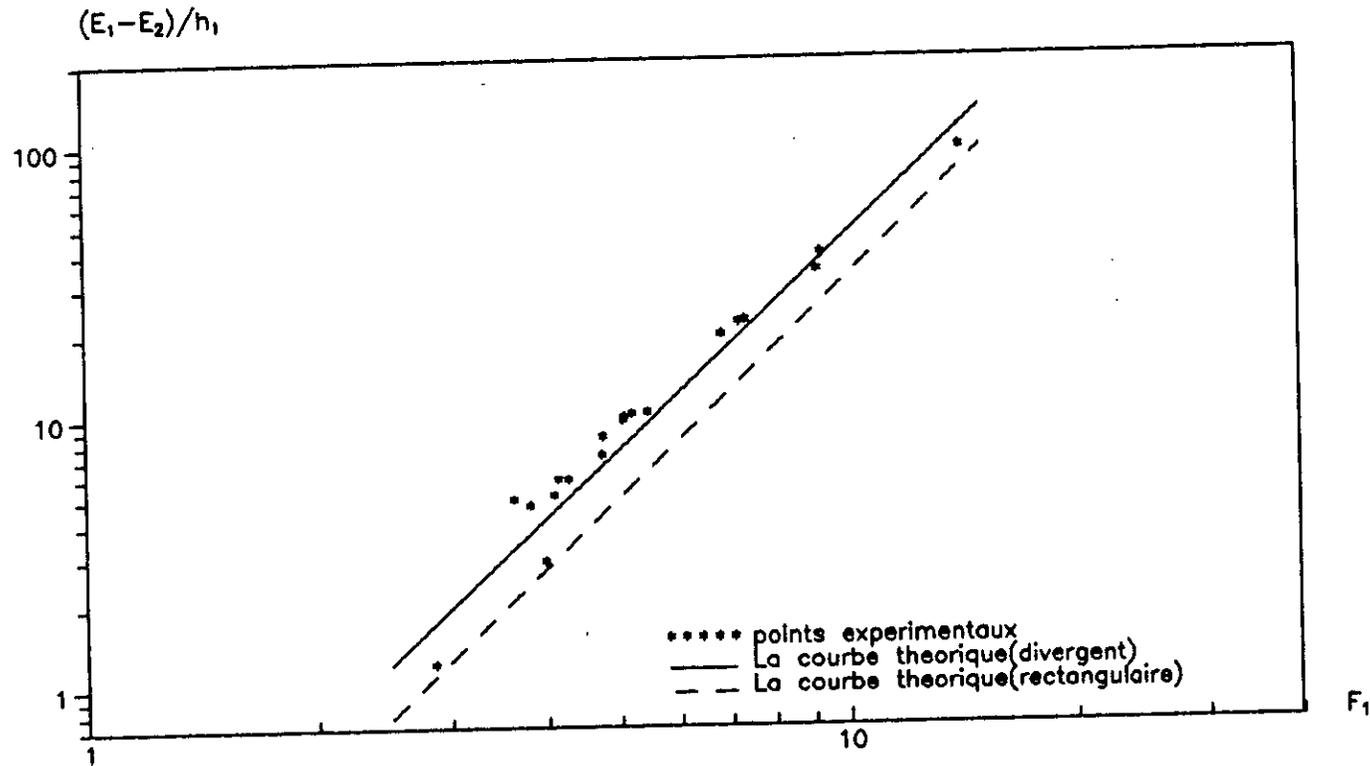


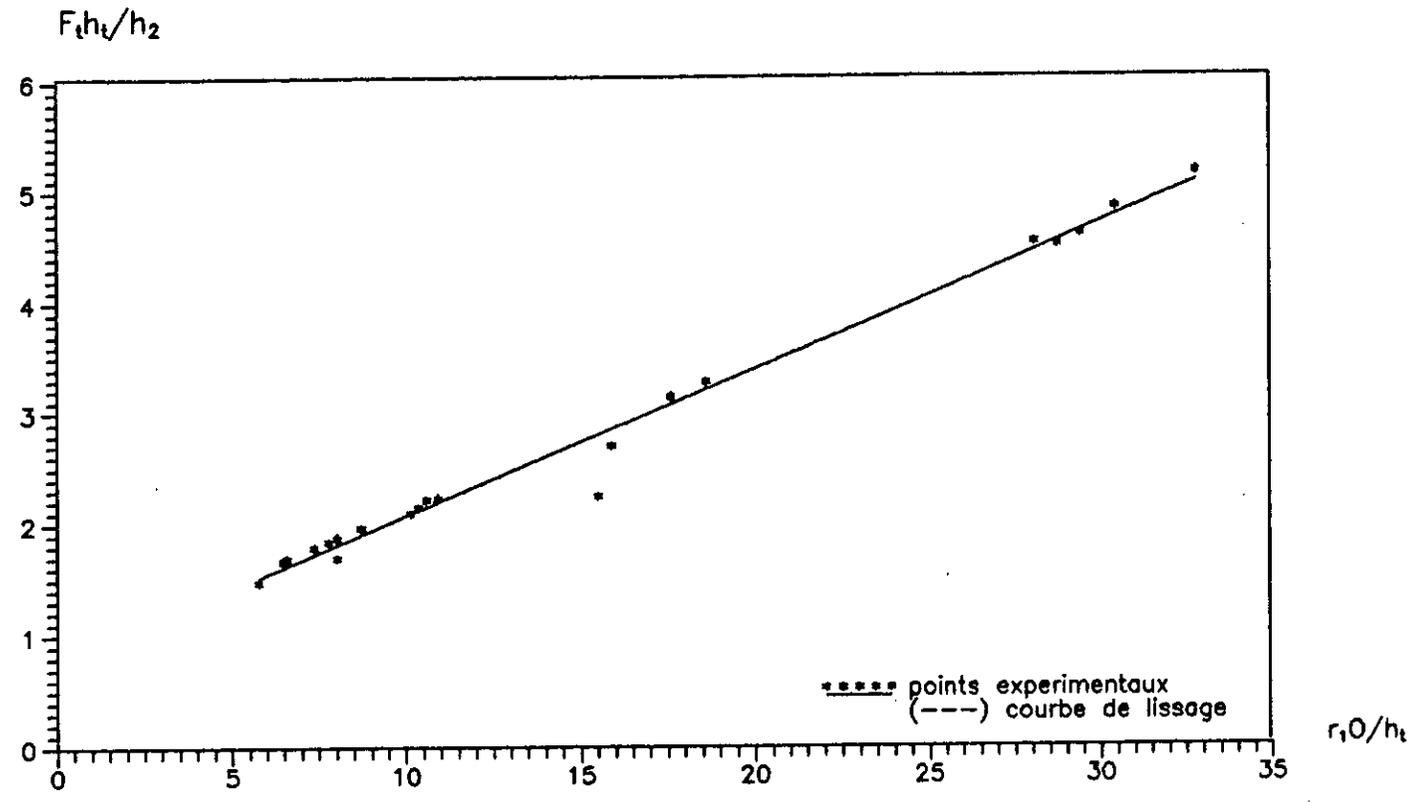
Figure (31) Graphe(b): Variation de  $(L_j/r_1)_{theo}/(L_j/r_1)_{exp}$  en fonction Fe

Graphe 6



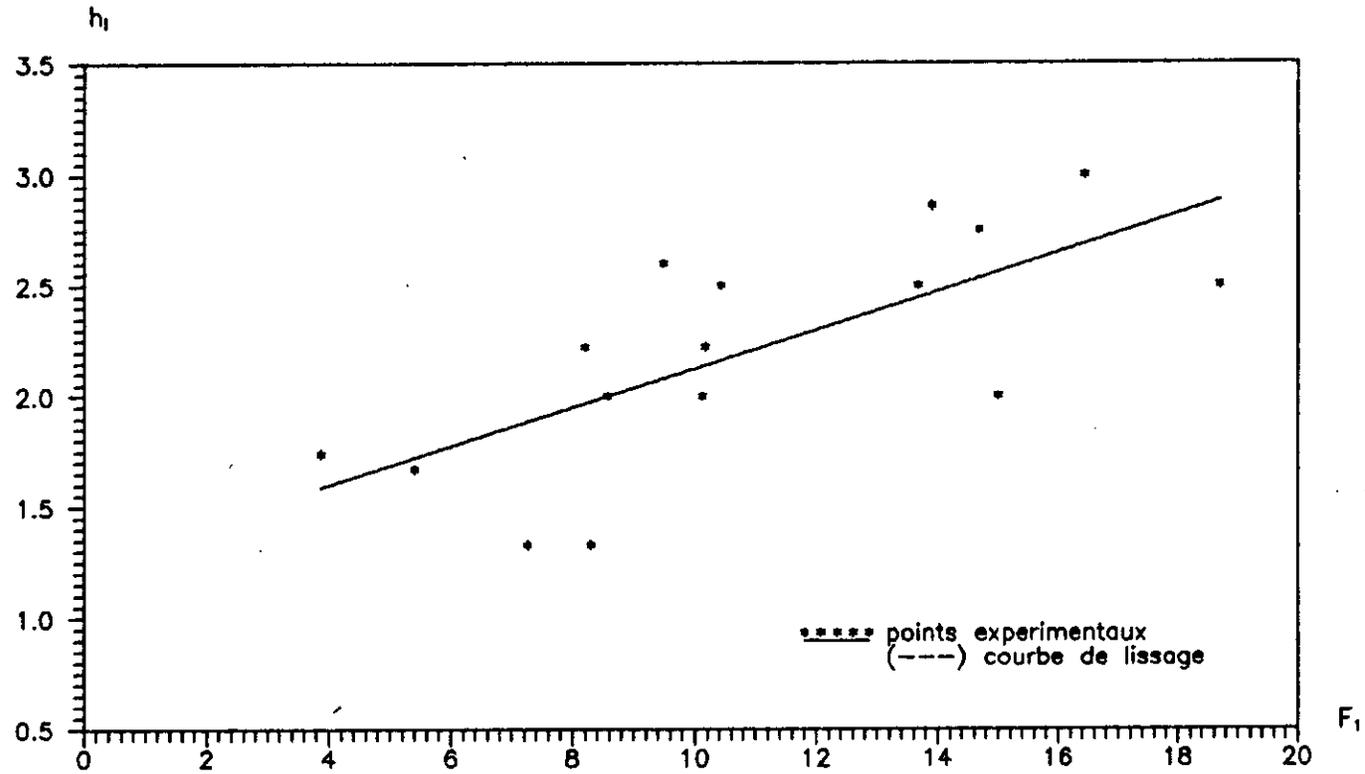
Figure(32) La variation de l'énergie relative  $(E_1 - E_2)/h_1$  en fonction du nombre de froude amont  $F_1$  pour différentes ouvertures de la vanne (a) et différentes hauteurs du seuil ( $h_s$ )

Grappe 7



Figure(33) Localisation du ressaut hydraulique dans un canal divergent  
(la courbe  $F_1 h_1 / h_2 = f(r_{10} / h_1)$ )

Graphe 8



Figure(34) Hauteur de seuil nécessaire  $h_1=h_s/h_1$  en fonction du nombre de froude  $F_1$

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] S. BENMAMAR  
"Etude de la distribution de la vitesse d'écoulement d'un fluide dans un ressaut hydraulique noyé"  
E.N.P. (1990)
- [2] BERRYHIL R.H.  
"Stilling basin experiences of the corps of engineers"  
Proc, ASCE J. Hydr. Div. Vol.83, 1957, 1264/1-36
- [3] BRADLEY J.N. PETERKA A.J.  
"The hydraulic design of silling basins :  
Hydraulic jumps on a horizontal opron proc.  
ASCE J. Hydr. Div. Vol. 83, 1957
- [4] RESSE J.A.C.  
"Cours de mécanique appliquée, Seconde partie: Hydraulique"  
Mallet - Bachelier, Paris, 1860
- [5] CARLIER  
"Hydraulique générale et appliquée"  
Ed. EYROLLES (1980)
- [6] CHOW VT.  
"Open channel hydraulics"  
MC GRAW-HILL, New York, 1959
- [7] CITRINI D.  
"Il Salto di bidone"  
L'energia elettrica, 1939
- [8] HAGER W.H. RICHARD O. SINNIGER  
"Construction hydraulique"
- [9] Journal of hydraulics division,  
Volume (97). ND HY1. Jan 1979

[10] Journal of hydraulics division

Volume (105) NO HY9, Sept 1979

[11] KENNISON, KR.,

"The hydraulic jump in open channel flow at high velocity".

Trans, ASCE, Vol.42, 1916, 338-420

[12] ROUSSE H. INCE S.

"History of hydraulics"

IOWA Inst. of Hydr. res. the university of IOWA, IOWA City,

IOWA 1957

[13] SAFRANEZ K.

"Wechse LSPRUNG UND, die energie vernichtung des Wassers:

Der Bauingenieur, Helf 49, 1927 898-905

[14] STEVENS

"Determining the energy load in the hydraulic jump"

Eng News - Record Vol.94, 1925