

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

7/90

وزارة التعليم و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

200

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT

GENIE HYDRAULIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Etude Et Application
De Différentes Méthodes
Pour Le Calcul Des
Remoues

Proposé par :

Y.MOULOUDI

Etudié par :

N.KOUACHE
F.MACHOU

Dirigé par :

Y.MOULOUDI

PROMOTION

JUIN 1990

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



وَقُلْ لِي
بِرَبِّكُمْ
شُكْرًا
صِدْقًا لِلَّهِ الْعَظِيمِ

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

Promoteur : Mr MOULOUDI.Y
Elève Ingénieur : KOUACHI Nora
MACHOU Fatiha

المدرسة الوطنية لتقنيات

مصلحة : الري

الموجه : مولودي

التميزة المهندسة : كواشي نورة
ماشو فتيحة

الموضوع : دراسة و تطبيق طرق مختلفة لحساب المنحنيات، لراجعة،
لملخص : لقد تم إعداد طرق مختلفة من أجل مكاملة المعادلة التفاضلية
للجريان، الغير منتظم داخل الأفقية، الموسورية بشكل .
من خلال هذه الأطروحة استطعنا أن نقارن وننقد هذه الطرق
ولقد سمحت لنا نتائج التحارب العملية لتعمل عليها من أجل قناة
مستطيلة بشكل أن نجد تلك الطرق التي تقترب أكثر فأكثر من الواقع.

Sujet : ETUDE ET APPLICATION DES DIFERENTES METHODES POUR LE
CALCUL DES REMOUS.

Résumé : Différentes méthodes ont été élaborées pour
l'intégration de l'équation différentielle de
l'écoulement non uniforme dans les canaux
prismatiques.
A travers cette thèse de fin d'étude, une
comparaison et une critique de ces méthodes et les
résultats expérimentaux obtenus pour un canal
rectangulaire permettront de déterminer celle qui
approche beaucoup plus la réalité.

Subject : STUDY AND APPLICATION OF THE CALCULS METHODS OF
GRADUALLY VARIED FLOWS

Abstract: Several methods have been elaborated for the
integration of differential equation describing
non steady flow in prismatic channels.
In this thesis we have done a comparaison and
critic of each method, the results of the
experiments made in a rectangular cannel with allow
the determination of the best ant the reality.

**** REMERCIEMENT ****

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à MR MOULOUDI , notre promoteur pour le suivi et le conseil a prodigué tout au long de notre travail afin de mener bien cette thèse.

Toute notre reconnaissance pour les enseignants qui ont participé à notre formation ...

Comme nous tenons à remercier Melle BENMAMAR pour son aide précieuse .

*** D E D I C A C E S ***

En signe de reconnaissance et respect, je tiens à dédier
ce modeste travail :

- A mes très chers parents pour leur sacrifices
- A ma très chère soeur Leïla, qui m'a toujours soutenu dans les moments difficiles
- A mes oncles et tantes, cousins et cousines
- A toute mes amies .

Nora

Je dédie ce modeste mémoire en signe de reconnaissance
et de respect:

- A mes chers parents, oncle et tantes
- A ma chère grand-mère
- A mes frères et soeurs, cousins et cousines .
- A toutes mes amies .

Fatiha

PLAN DU TRAVAIL

	(Pages)
*** <u>PREMIERE PARTIE :</u> " <u>ETUDE THEORIQUE</u> "	
* Avant propos .	.1
* Introduction.	.3
* GENERALITES .	4
1- Régime permanent et uniforme dans les canaux .	4
* 2- Principales formules de calcul de l'écoulement uniforme .	5
3- Coefficient de chezy ,	5
* ECOULEMENT STATIONNAIRE NON UNIFORME DANS LES CANAUX & CIEL OUVERT .	7.
(1)- Equation générale de l'écoulement non uniforme .	.
2- Energie spécifique de la section droite .	.
3- Détermination de la profondeur critique et la pente critique .	.
4- Classification des profils en long des écoulement graduellement variés .	.
* INTEGRATION DE L'EQUATION DIFFERANTIELLE DE L'ECOULEMENT NON UNIFORME DANS LES CANAUX PRISMATIQUES.	<u>23</u>
* DIFFERENTES METHODES DE CALCUL DES COURBES DE REMOUS .	.
1- Méthode de pavlovsky .	23
2- Méthode graphique (1979)	26
3- Méthode de hager (1988)	36
4- Méthode analytique (par application du procédé d'intégration de runge- kutta)	43
*** <u>DEUXIEME PARTIE :</u> " <u>ETUDE EXPERIMENTALE</u> "	49
1-Description de l'instalation .	50
2-Mode d'emploi .	50
3-Representation des resultats .	51
4-Calcul d'erreur .	63
*** <u>TROISIEME PARTIE :</u> " <u>INTERPRETATION DES RESULTATS</u> "	66
* Conclusion . page (68)	

*** AVANT PROFOS ***

L'étude des écoulements à surface libre constitue une importante partie de l'hydraulique, sur laquelle les ouvrages classiques s'étendent en général relativement peu.

Le canal découvert possède, par rapport à la conduite fermée et entièrement remplie, une caractéristique qui rend son étude beaucoup plus compliquée, parce que la présence d'une surface libre entraîne des variations de sections liquides suivant la longueur du courant, donc une variable supplémentaire s'ajoute au problème.

Ce problème apparaît comme particulièrement complexe et délicat à résoudre, car l'équation du mouvement comporte des paramètres, qui, même dans le cas le plus simple (cas d'un canal prismatique, où les formes et dimensions des sections restent les mêmes en toute abscisse) sont des fonctions non analytiques de la profondeur d'eau.

Depuis un siècle et demi, les chercheurs se sont efforcés de trouver une méthode d'intégration de cette équation, et de nombreuses méthodes ont été développées, ce qui prouve que le problème est loin d'avoir reçu une solution définitive et satisfaisante.

Les paramètres de cette équation seraient des fonctions analytiques de la profondeur, dans le seul cas du canal infiniment large à coefficient de CHEZY supposé constant. Ce fût ce cas simple qui a permis d'établir les premières courbes théoriques de remous, compte tenu du frottement et de la variation de l'énergie cinétique de l'eau.

Des auteurs ont proposé de remplacer les paramètres de cette équation par des fonctions analytiques empiriques. Ainsi, MONONOBE a supposé que l'aire et le périmètre mouillé étaient des fonctions monomes de la profondeur, et a donné des tables pour effectuer l'intégration - BAKHMETTEF, a introduit la notion de débitance, et a constaté que cette dernière est représentée, pour des canaux prismatiques, de façon satisfaisante, par une puissance constante de la profondeur d'eau, et il a donc établi des tables d'intégration.

..../...

Ces méthodes de calcul de remous se basent sur des hypothèses simplificatrices, et les résultats obtenus ne sont ni fiables, ni conformes aux résultats expérimentaux .

C'est pourquoi, actuellement on préconise, pour des cours d'eau naturels, la méthode tronçon par tronçon et approximations successives. Cette méthode est rigoureuse dans la mesure où les hypothèses conduisant à l'équation sont justifiées, elle est d'autant plus précise que les tronçon sont plus courts, donc plus nombreux.

*** INTRODUCTION ***

Pour le dimensionnement technico-économique des canaux d'irrigation, des ouvrages hydrauliques et aussi pour l'étude de régularisation et de recalibrage dans les aménagements hydrauliques, on utilise la théorie des remous.

Le remous est la détermination de la surface libre de l'eau en fonction de la longueur. Dans ce but plusieurs méthodes ont été élaborées, ces méthodes se basent sur l'intégration de l'équation fondamentale des écoulements non uniformes.

La différence entre ces méthodes réside dans la méthode numérique choisie afin d'approcher et d'estimer au mieux cette intégrale, et aussi dans le calcul du coefficient de CHEZY adopté.

Le but de notre thèse, consiste à mettre en relief les dernières méthodes, de faire une étude comparative et critique sur ces dernières, et de vérifier expérimentalement les courbes de remous théoriques.

** GENERALITES **

Dans les canaux découverts, l'eau circule en présentant une surface libre en contact avec l'atmosphère, ce qui conduit à la déformation de la surface libre, qui donne naissance à des phénomènes tels que; le ressaut, le remous, chute brusque,...

Les écoulements à surface libre en régime permanent peuvent présenter deux aspects:

- Dans le cas où, la pente longitudinale dans la direction de l'écoulement et la section transversale, sont constantes tout le long de la masse liquide, le régime est dit uniforme.
- Dans le cas contraire, le régime est varié.

REGIME PERMANENT ET UNIFORME DANS LES CANAUX.

Dans un canal à surface libre, l'écoulement est dit permanent s'il est invariable, à la fois dans le temps et le long du canal.

L'uniformité de l'écoulement impose donc le fait que le canal soit de forme prismatique, c'est-à-dire que les sections droites successives soient identiques et superposables.

Le profil de la surface libre est donc parallèle au fond.

La pente I du fond est égale à celle de la ligne d'eau.

Les conditions dans lesquelles, l'écoulement uniforme peut avoir lieu dans les canaux à surface libre sont les suivantes:

- 1 - Le débit est constant
- 2 - La forme des sections droites ne varie pas le long du canal
- 3 - La pente du fond du canal est constante.
- 4 - La rugosité de la paroi du canal est constante le long du canal
- 5 - Le canal est rectiligne, sans résistances locales.

PRINCIPALES FORMULES DE CALCUL DE L'ÉCOULEMENT UNIFORME.

La formule générale de l'écoulement uniforme dans les canaux prismatiques est la formule de CHEZY

$$V = c \sqrt{R I} \quad [m/s]$$

et comme

$$Q = \omega \cdot V \quad \Rightarrow \quad Q = \omega c \sqrt{R I} \quad [m^3/s]$$

$$I = i \quad \text{pour l'écoulement uniforme}$$

on pourra écrire

$$Q = \omega c \sqrt{R i} \quad [m^3/s] \quad (1)$$

avec

i : pente du fond du canal.

C : Coefficient de CHEZY, qui est une fonction du rayon hydraulique et de la rugosité.

ω : surface de la section droite

R : Rayon hydraulique

ρ : périmètre mouillé.

- COEFFICIENT DE CHEZY

Le coefficient C dépend des paramètres géométriques et hydrauliques de l'écoulement, notamment de la forme de la section et de la nature des parois du canal.

Il existe un nombre de formules empiriques et semi-empiriques pour la détermination du coefficient de CHEZY, parmi lesquelles on a :

- FORMULE DE PAVLOVSKY:

$$C = \frac{1}{n} R^y \quad (2)$$

$$\text{où : } y = 2,5 \sqrt{n} - 0,13 - 0,75 \sqrt{R} (\sqrt{n} - 0,1)$$

2 - FORMULE D'AGROSKINE :

$$C = \frac{1}{n} + 17,72 \log R \quad (3)$$

3- FORMULE DE MANNING

Pour $R \geq 0,3m$ (4)

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

4- FORMULE DE GANGUILLET - KUTTER

$$C = \frac{25 + 1/n}{1 + 23 \frac{n}{\sqrt{R}}} \quad (5)$$

avec R : Rayon hydraulique donné en (M).

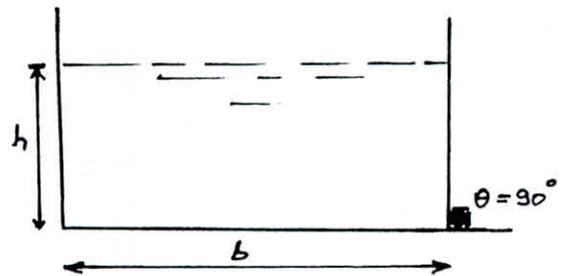
n : Coefficient de rugosité des parois du canal.

ELEMENTS HYDRAULIQUES DE LA SECTION DROITE DU CANAL

Etant donné que la partie expérimentale de ce travail, sera réalisée sur un canal rectangulaire, alors les formules donnant les éléments hydrauliques de ce canal sont:

La surface de la section droite :

$$w = b \cdot h$$



- Le périmètre mouillé:

$$P = b + 2h$$

avec : b : Largeur du fond du canal.

h : Profondeur du liquide dans le canal.

ÉCOULEMENT STATIONNAIRE NON UNIFORME A CIEL OUVERT

Nous considérons ici l'écoulement non uniforme pour lequel la variation des éléments hydrauliques (la vitesse et la profondeur du liquide) le long du courant sont graduels, et sans discontinuité.

Ce phénomène se rencontre souvent devant ou derrière les ouvrages hydrotechniques construits sur les rivières que : barrage; chute d'eau, une vanne un coursier d'eau, ... (Voir figure (1))

La courbe représentant la ligne d'eau d'un tel mouvement est appelée courbe de remous.

Le remous en un point est la différence entre la profondeur de ce courant et la profondeur normale du régime uniforme pour le débit considéré

Le passage de l'écoulement uniforme à l'écoulement non uniforme entraîne la variation des profondeurs du courant, d'où les vitesses, varient aussi ($q = \text{constante}$)

Dans ce cas une partie du courant peut être affouillée ou envasée d'où le calcul des courants quand l'écoulement est non uniforme revient à la détermination des profondeurs du courant.

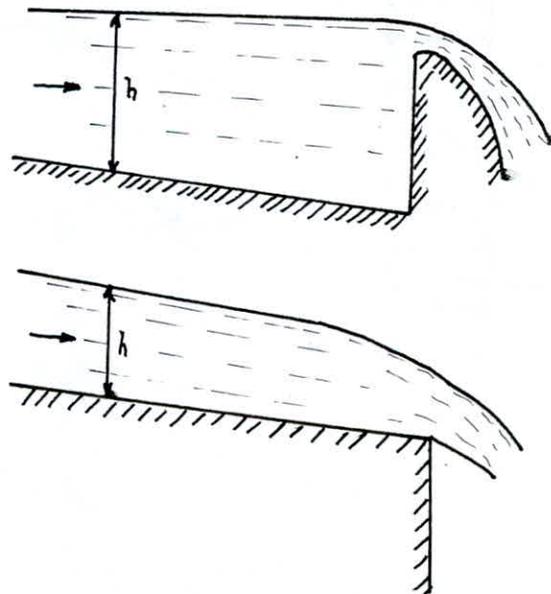
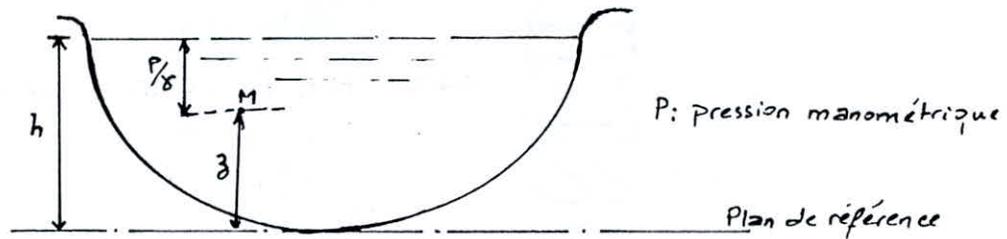


Figure (1)

ENERGIE SPECIFIQUE DE LA SECTION DROITE



Examinons une section transversale du lit ouvert, cette section est parcourue par le débit Q à la profondeur de remplissage h , l'énergie spécifique par unité de poids du courant circulant est définie par le trinôme de l'équation de Bernoulli

$$E = z + \frac{\alpha v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma}$$

Passons le plan de lecture à travers le point intérieur de la section, pour cela tout point de la section liquide du courant on a :

$$z + \frac{P}{\gamma} = \text{const} = h \quad \text{et} : \quad E = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2g w^2}$$

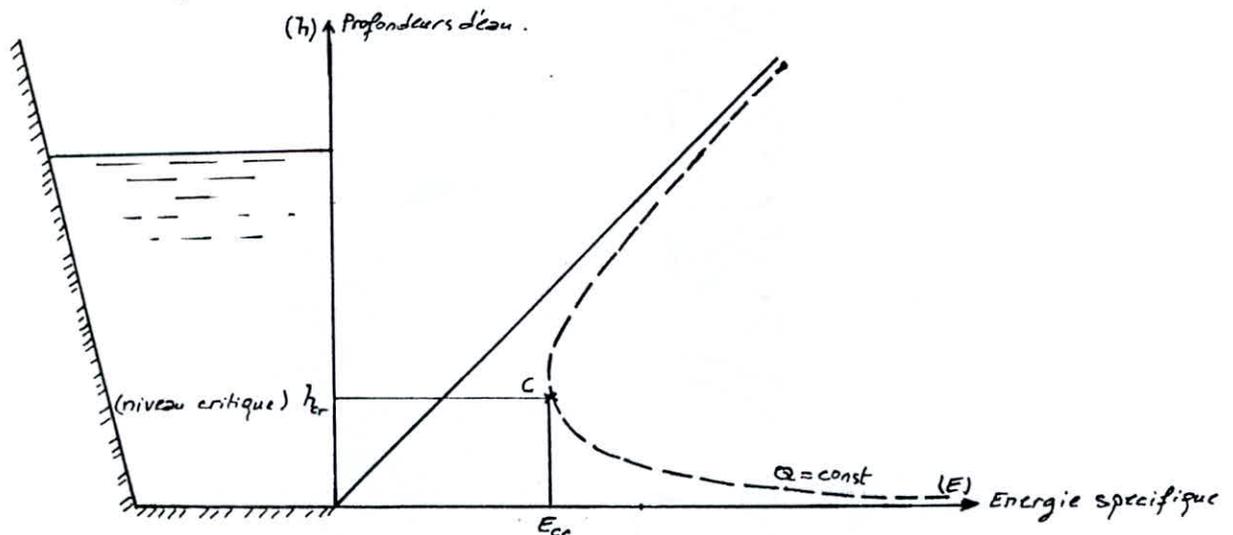
De cette équation on remarque que $E = f(Q, h)$ entre les trois grandeurs E, Q, h , elle nous permettra d'étudier l'effet sur la profondeur, des variations de débit ou d'énergie spécifique.

traçons la courbe $h(E)$ pour $Q = \text{const}$

$$\text{Si } h \rightarrow 0 \Rightarrow E \rightarrow \infty$$

$$\text{Si } h \rightarrow \infty \Rightarrow E \rightarrow \infty$$

En représentant la fonction $E = f(h)$ nous obtenons une courbe possédant deux branches qui tendent vers l'infini et deux asymptotes : l'axe des abscisses et la bissectrice de l'angle droit.



Ce diagramme montre que pour chaque énergie, il ya deux profondeurs qui correspondent au même débit, ces deux profondeurs seront appelées profondeurs correspondantes

si l'énergie décroît, elle tendra l'une vers l'autre pour devenir égales lorsque $E = E_{cr}$

la profondeur critique $h = h_{cr}$

La profondeur du courant correspondant à l'énergie minimale de la section est appelée profondeur critique h_{cr} au régime critique, la différentielle de l'énergie spécifique est nulle puisque cette énergie est minimum, il vient donc que

$$dE = dh + d\frac{V^2}{2g} = 0$$

ce qui montre qu'au voisinage du niveau critique la variation d'énergie égale en valeur absolue la variation de profondeur qui est souvent instable et que le passage d'un courant à travers cet état se traduit par des fluctuations de la surface libre et qu'une petite variation d'énergie au voisinage du point (c) entraîne des variations de profondeurs h de part et d'autre du niveau critique

on ne doit pas confondre ce régime critique avec le nombre de Reynolds qui marque la transition entre le régime laminaire et le régime turbulent du courant le régime critique peut exister dans l'un ou dans l'autre de ces deux modes d'écoulement.

REGIME FLUVIAL OU TRANQUILLE

Quand $h > h_{cr}$, pour ce régime de courant l'accroissement de l'énergie de section est dû à l'accroissement de sa partie potentielle accompagnée de sa partie cinétique

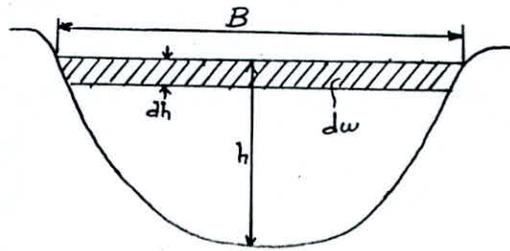
REGIME TORRENTIEL ($h < h_{cr}$)

L'accroissement de l'énergie cinétique qui s'accompagne d'une diminution ou d'un accroissement de l'énergie.

DETERMINATION DE LA PROFONDEUR CRITIQUE

Pour obtenir une relation analytique définissant la valeur de h_{cr} pour la section de forme quelconque, il faut trouver le minimum de la fonction $E_s = f(h)$, c'est-à-dire la dérivée de E_s en h et on la rend égale à zéro :

$$\frac{dE_s}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g w^3} \frac{dw}{dh} = 0$$



$$\frac{dw}{dh} = B : \text{largeur de la section superieur.}$$

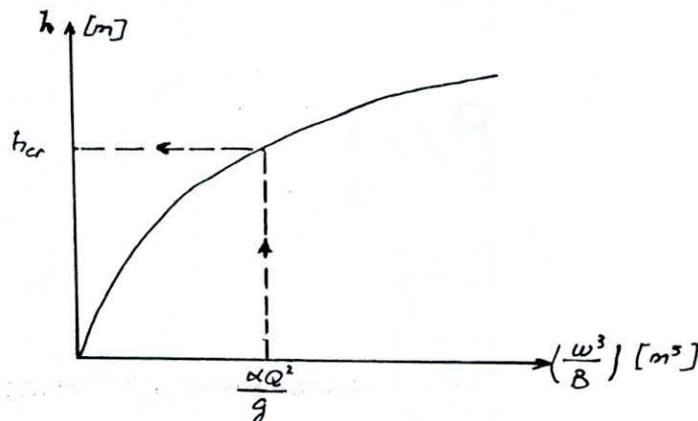
$$1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g w^3} = 0$$

Cette équation est vérifiée lorsque : $h = h_{cr} \Rightarrow \frac{\alpha Q^2 B_{cr}}{g w_{cr}^3} = 1$

$$\text{d'où } \left\{ \frac{\alpha Q^2}{g} = \left(\frac{w^3}{B} \right)_{cr} = f(h) \right\} \quad (6)$$

Cette équation nous permet de trouver la valeur de h graphiquement et pour une section de forme arbitraire pour une série de h on calcule $\frac{w^3}{B}$ après on construit le graphique $h = f\left(\frac{w^3}{B}\right)$.

Puisque pour une profondeur critique on a l'égalité suivante de : $\frac{\alpha Q^2}{g} = \left(\frac{w^3}{B} \right)_{cr}$ et pour Q : donné (débit) on calcule $\frac{\alpha Q^2}{g}$ à l'aide de ce graphique on détermine



PENTE CRITIQUE

Soit h_0 la profondeur normale qui correspond à l'écoulement uniforme et soit $Q = w_c \sqrt{R_c i}$, de là on peut conclure que, pour le même débit Q et les mêmes dimensions du canal, la profondeur normale h_0 dépend de la pente i (pente du fond) en particulier, il est évident qu'on peut choisir un tel i que la profondeur normale correspondante sera égale à celle critique, la pente à laquelle nous avons $h_0 = h_{cr}$ est appelée pente critique (i_{cr})

on a :

$$Q = w_{cr} \cdot C_{cr} \cdot \sqrt{R_{cr} \cdot i_{cr}}$$

c'est le débit correspondant à l'état critique.

$$\text{et on a : } \frac{w_{cr}^3}{B_{cr}} = \frac{\alpha Q^2}{g}$$

On remplace ce Q par la formule, et on aura :

$$\frac{w_{cr}^3}{B_{cr}} = \frac{\alpha (w_{cr} C_{cr} \sqrt{R_{cr} i_{cr}})^2}{g} \Rightarrow \frac{w_{cr}}{B_{cr}} = \frac{\alpha (C_{cr}^2 \cdot R_{cr} \cdot i_{cr})}{g}$$

$$i_{cr} = \frac{g w_{cr}}{\alpha C_{cr}^2 R_{cr} B_{cr}}$$

$$\Rightarrow \left\{ i_{cr} = \frac{g \cdot P_{cr}}{\alpha \cdot C_{cr}^2 \cdot B_{cr}} \right\} \quad (7)$$

L'écoulement du courant peut être définie en comparant la valeur de i avec la valeur de i_{cr} , or on sait que la profondeur h_0 diminue avec l'augmentation de i et vice versa donc.

$$\begin{array}{llll} h_{cr} < h_0 & \Rightarrow & i_{cr} > i & \rightarrow \text{écoulement Fluvial} \\ h_{cr} > h_0 & \Rightarrow & i_{cr} < i & \rightarrow \text{écoulement Torrentiel} \\ h_{cr} = h_0 & \Rightarrow & i_{cr} = i & \rightarrow \text{écoulement critique} \end{array}$$

PARAMETRE CINETIQUE

au cas ou $h = h_{cr}$

$$\text{on aura : } \frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{\omega^3}{B} \Rightarrow \frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3} = 1$$

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3} = \frac{\alpha Q^2}{g \omega^2} \cdot \frac{B}{\omega} = \frac{\alpha V^2}{g h_m} = Fr^2 \quad (8)$$

$h_m = \frac{\omega}{B}$: profondeur du courant

Fr : nombre de Froude caractérise l'état énergétique du courant

Le rapport $\frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3}$ sera appelé paramètre cinétique P_{cin} qui sera analogue

au nombre de Froude $Fr = \frac{\alpha V^2}{g h_m}$.

$h > h_{cr} \Rightarrow Fr < 1 \rightarrow$ Fluvial

$h < h_{cr} \Rightarrow Fr > 1 \rightarrow$ Torrentiel

$h = h_{cr} \Rightarrow Fr = 1 \rightarrow$ Critique

La valeur de la cote Z en un point quelconque de la surface libre dans une section donnée (soit la section (2 - 2)) située à une distance de la section (1 - 1) de référence, sera donnée par:

$$Z = a - i\ell + h \quad (11)$$

avec: $i = \sin \theta$ (pente géométrique du fond du canal)

a: la cote du fond du canal dans la section (1 - 1)

La pression .P. étant celle qui régné sur la surface libre du liquide, elle est constante le long du courant.

La hauteur dynamique exprimée par le débit Q est:

$$\frac{\alpha v^2}{2g} = \frac{\alpha Q^2}{2g w^2} \quad (12)$$

La pente hydraulique sera alors:

$$J = \frac{-d(a - i\ell + h + P/\gamma + (\alpha V^3)/(2g))}{d\ell}$$

$P = \text{constante} \Rightarrow dP/d\ell = 0$

de même pour 'a' $\Rightarrow da/d\ell = 0$

d'où: $J = \frac{-d(-i\ell + h + (\alpha Q^2)/(2g\omega^2))}{d\ell}$

En dérivant l'équation précédente; nous obtenons:

$$J = -(-i + dh/d\ell + \frac{d}{d\ell}(\alpha Q^2/(2g\omega^2))) \quad (13)$$

En général: $\omega = f(h, \ell)$.

Supposons que le coefficient de l'énergie cinétique ne varie pas le long du courant. donc $\alpha = \text{constant}$.

Alors: $\frac{d}{d\ell}(\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}) = \frac{\alpha Q^2}{2g}(\frac{d}{d\ell}(\frac{1}{\omega^2})) \Rightarrow \frac{d}{d\ell}(\frac{1}{\omega^2}) = -\frac{2}{\omega^3} \frac{d\omega}{d\ell} = -\frac{2}{\omega^2}(\frac{\partial\omega}{\partial\ell} + \frac{\partial\omega}{\partial h} \frac{dh}{d\ell})$.

avec $B = \partial\omega/\partial h$ (14) : la largeur de la surface libre du courant

d'où finalement $\frac{d}{d\ell}(\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}) = -\frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{1}{\omega^3}(\frac{\partial\omega}{\partial\ell} + B \frac{dh}{d\ell})$

Si on suppose que la loi de frottement hydraulique pour l'écoulement non uniforme est la même que pour l'écoulement uniforme, alors

$$J = \frac{Q^2}{\omega^2 c^2 R} \quad (15)$$

D'où l'équation (13) s'écrira comme suit:

$$\frac{Q^2}{\omega^2 c^2 R} = i - \frac{dh}{d\ell} + \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{1}{\omega^3}(\frac{\partial\omega}{\partial\ell} + B \frac{dh}{d\ell}) \quad (16)$$

de l'équation (16), on détermine: $dh/d\ell$:

$$\frac{dh}{d\ell} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 c^2 R} \left(1 - \frac{\alpha c^2 R}{g\omega} \cdot \frac{\partial\omega}{\partial\ell}\right)}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}} \quad (17)$$

(17) est l'équation générale de l'écoulement non uniforme, graduellement varié, dans les canaux "non prismatiques".

L'équation générale de l'écoulement non uniforme graduellement varié dans les canaux prismatiques :

Dans ce cas : $w = f(h)$
et $\partial w / \partial l = 0$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{w^2 c^2 R}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B}{w^3}} \quad (18)$$

Remarque: la formule de chezy est un cas particulier de l'équation générale. (18) de l'écoulement non uniforme.

Ces dans le cas où $(dh/dl = 0 ; \partial w / \partial l = 0)$

On obtient :

$$Q = w \cdot c \cdot \sqrt{RI}$$

CLASSIFICATION DES PROFILS EN LONG DES ECOULEMENTS GRADUELLEMENT VARIES

Considérons l'écoulement non uniforme dans les canaux prismatiques.
Trois cas se présentent, et cela suivant la pente du fond du canal,

1er cas: $i > 0$ (Canal descendant) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Classe F pour } i < i_{cr} \text{ (écoulement Fluvial)} \\ \text{Classe T pour } i > i_{cr} \text{ (écoulement Torrentiel)} \\ \text{Classe C pour } i = i_{cr} \text{ (écoulement critique)} \end{array} \right.$

2ème cas: $i = 0$ (canal Horizontal) (Classe II)

3ème cas: $i < 0$ (Canal ascendant) (classe A)

Pour déterminer la forme de la surface libre dans un canal prismatique, on utilisera l'équation fondamentale (18).

Etudions chacun des cas précédents:

1er cas

Tout d'abord faisons la transformation de l'équation (18)

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{w^2 c^2 R}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{w^3}} \quad \text{on a : } Q = w \cdot v \Rightarrow (v)^2 = \left(\frac{Q}{w}\right)^2$$

$$\frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B}{w^3} = \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{w^2} \frac{1}{w} = \frac{\alpha v^2}{g} \cdot \frac{B}{w}$$

Comme $B/w = h_m$: qui est la profondeur moyenne du courant

$$\Rightarrow \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B}{w^3} = \frac{\alpha v^2}{g h_m} = Fr^2$$

avec: Fr : (nombre de Froude)

(Fr : caractérise l'état énergétique du courant puisque il est égale au rapport de l'énergie cinétique spécifique à l'énergie potentielle du liquide).

On a aussi: $K_0 = w_0 c_0 \sqrt{R_0}$: module de débit correspondant à la profondeur normale.
d'où: $\frac{Q^2}{w^2 c^2 R} = \frac{w_0^2 c_0^2 R_0 i}{K^2} = \frac{K_0^2 i}{K^2}$: K : module du débit pour une profondeur quelconque.

D'où la formule (18) sera:

$$\frac{dh}{d\ell} = \frac{i - (K_0^2/K^2)i}{1 - Fr} = i \frac{1 - (K_0^2/K^2)}{1 - Fr}$$

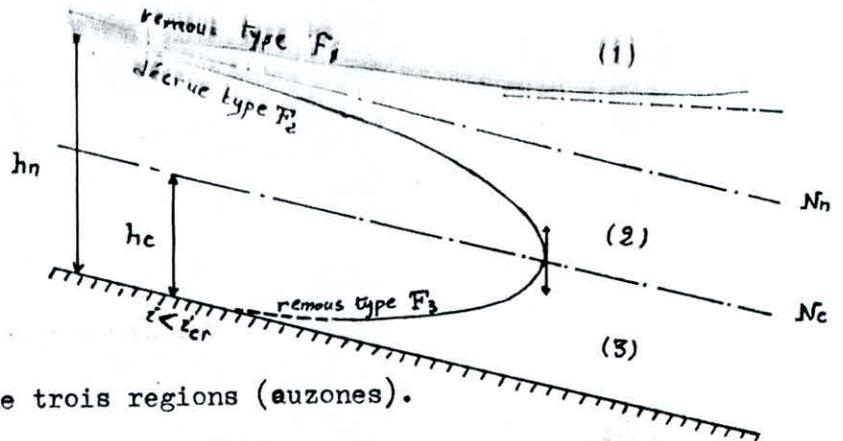
Pour le cas (1) on a (03) classes de courbes

1) classe F: $i < i_{cr}$

→ Ecoulement Fluvial

$(N_n > N_{cr})$

(Faible pente)



On remarque l'existence de trois régions (auzones).

Zone (1) : pour laquelle : $(h_c < h_n < h)$

on a dans ce cas le remous type F2, qu'on peut observer dans le cas de la présence d'un obstacle (exp: un barrage)

On remarque que:

$$h_n < h \Rightarrow K_0 < K \Rightarrow (K_0^2/K^2) < 1 \Rightarrow (1 - (K_0^2/K^2)) > 0$$

$$\text{et comme } h_c < h_n \Rightarrow Fr < 1 \Rightarrow (1 - Fr) > 0$$

d'où $\frac{dh}{d\ell} > 0$, ce qui signifie que la profondeur du courant s'accroît le long de l'écoulement.

On remarque aussi que:

$$\text{quand } h \rightarrow \infty \Rightarrow K \rightarrow \infty \Rightarrow Fr \rightarrow 0$$

$$\text{d'où : } \left(i \frac{1 - (K_0^2/K^2)}{1 - Fr} \right) \xrightarrow[\left. \begin{matrix} Fr \rightarrow 0 \\ K \rightarrow \infty \end{matrix} \right\}]{} i \Rightarrow \left\{ \left(\frac{dh}{d\ell} \right)_{h \rightarrow \infty} = i \right\}$$

ce qui signifie que la surface libre se rapproche du plan horizontal.

Alors que si $h \rightarrow h_0 \Rightarrow k \rightarrow k_0 \Rightarrow \left\{ (dh/dl)_{h \rightarrow h_0} = 0 \right\}$

c'est-à-dire que la partie supérieure de la courbe F_1 se rapproche asymptotiquement de la surface (N_n) du plan uniforme.

Zone (2) pour laquelle $h_{cr} < h < h_n$

Dans ce cas apparaît une courbe de décrue type F_2 , qui peut être causée par une chute des côtes du fond du canal.

Quand: $h < h_n \Rightarrow k < k_0 \Rightarrow (1 - (k_0^2/k^2)) < 0$.

$$h_{cr} < h \Rightarrow Fr < 1 \Rightarrow (1 - Fr^2) > 0$$

Donc la dérivée: $(dh/dl) < 0$.

Ce qui explique la courbe de décrue (les profondeurs du courant diminuent dans le sens de l'écoulement).

Lorsque $h \rightarrow h_{cr} \Rightarrow Fr \rightarrow 1 \Rightarrow \left\{ (dh/dl)_{h \rightarrow h_{cr}} = \infty \right\}$

Ce qui signifie que la courbe F_2 s'approche perpendiculairement du plan des profondeurs critiques (N_{cr}).

Lorsque $h \rightarrow h_0 \Rightarrow k \rightarrow k_0 \Rightarrow \left\{ (dh/dl)_{h \rightarrow h_0} = 0 \right\}$

Donc la partie supérieure de la courbe F_2 est asymptotique au plan des profondeurs normales (N_n).

Zone (3) pour laquelle $h < h_{cr} < h_n$

On a alors le remous type F_3 qui peut apparaître à l'aval d'un barrage.

Quand $h < h_n \Rightarrow k < k_0 \Rightarrow (1 - (k_0^2/k^2)) < 0$ d'où: $(dh/dl) > 0$

$$h < h_{cr} \Rightarrow Fr > 1 \Rightarrow (1 - Fr^2) < 0$$

On remarque que les profondeurs augmentent le long de l'écoulement.

Lorsque $h \rightarrow h_{cr} \Rightarrow Fr \rightarrow 1 \Rightarrow \left\{ (dh/dl)_{h \rightarrow h_{cr}} = \infty \right\}$ c.à.d. que la courbe F_3 devient perpendiculaire au niveau critique (N_{cr}), quand $h \rightarrow h_{cr}$, seulement en pratique, il y a une rupture de continuité qui s'accompagne du ressaut hydraulique.

2) Classe T : $i > i_{cr} \rightarrow$ Ecoulement torrentiel ($N_n < N_{cr}$)

Zone (1) : Pour laquelle $h_n < h_{cr} < h$

On a la courbe de remous type T_1 dû à un obstacle.

On a : $h_n < h \Rightarrow k_0 < k \Rightarrow (1 - (k_0^3/k^3)) > 0 \Rightarrow \frac{dh}{dl} > 0$. donc, les
 $h_{cr} < h \Rightarrow Fr < 1 \Rightarrow (1 - Fr) > 0 \Rightarrow \frac{dh}{dl} > 0$
 profondeurs augmentent le long de l'écoulement.

Quand $h \rightarrow \infty \Rightarrow k \rightarrow \infty$ et $Fr \rightarrow 0 \Rightarrow \left\{ \left(\frac{dh}{dl} \right)_{h \rightarrow \infty} = i \right\}$ ce qui signifie que dans la direction de l'écoulement la surface libre se rapproche du plan horizontal.

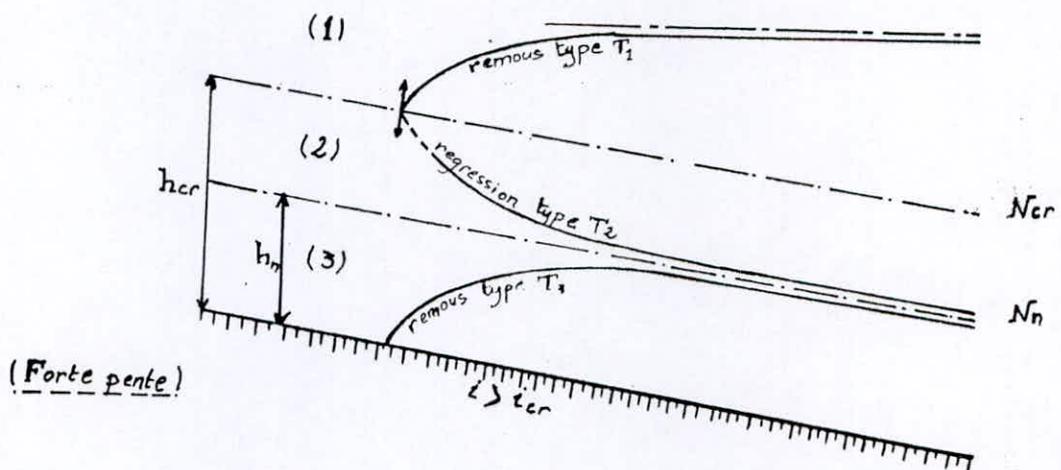
Quand $h \rightarrow h_{cr} \Rightarrow Fr \rightarrow 1 \Rightarrow \left\{ \left(\frac{dh}{dl} \right)_{h \rightarrow h_{cr}} = \infty \right\}$ ce qui signifie que la partie supérieure de cette courbe coupe perpendiculairement le N_{cr} (niveau critique).

Zone (2) pour laquelle $h_n < h < h_{cr}$

Comme exp on peut citer la variation de la pente du fond du canal que peut provoquer un écoulement non uniforme et par conséquent une courbe de regression de type T_2 .

$h_n < h \Rightarrow k_0 < k \Rightarrow (1 - (k_0^3/k^3)) > 0 \Rightarrow \left(\frac{dh}{dl} \right) < 0$, ce qui signifie que la
 $h < h_{cr} \Rightarrow Fr > 1 \Rightarrow (1 - Fr) < 0 \Rightarrow \left(\frac{dh}{dl} \right) < 0$
 profondeur diminue le long de l'écoulement.

quand $h \rightarrow h_n \Rightarrow k \rightarrow k_0 \Rightarrow \left\{ \left(\frac{dh}{dl} \right)_{h \rightarrow h_n} = 0 \right\}$ c.à.d que la partie inférieure de la courbe se rapproche asymptotiquement de la ligne
 quand $h \rightarrow h_{cr} \Rightarrow Fr \rightarrow 1 \Rightarrow \left\{ \left(\frac{dh}{dl} \right)_{h \rightarrow h_{cr}} = \infty \right\}$ Alors T_2 est perpendiculaire à (N_{cr})



Zone (3) pour laquelle $\underline{h < h_n < h_{cr}}$

on a le type T_3 , pour lequel : $h < h_n \Rightarrow k < k_0 \Rightarrow (1 - (k_0^2/k^2)) < 0$

$$h < h_{cr} \Rightarrow Fr > 1 \Rightarrow (1 - Fr) < 0$$

d'où $\left(\frac{dh}{dl}\right)_{h \rightarrow} > 0$ ce qui signifie que les profondeurs augmentent le long de l'écoulement

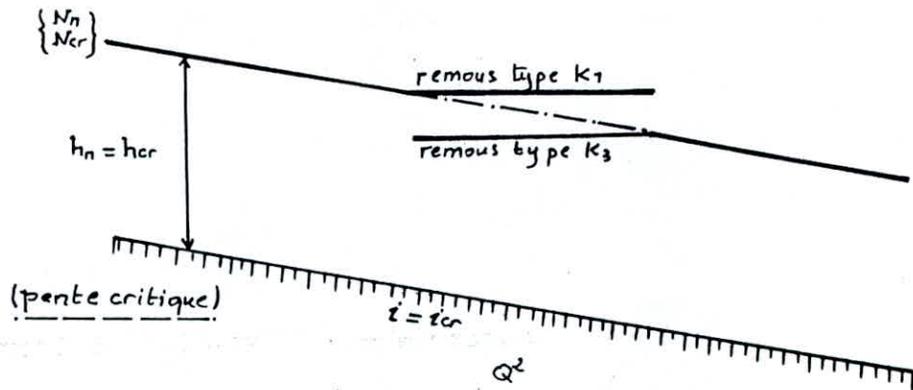
On a : $h \rightarrow h_n \Rightarrow k \rightarrow k_0 \Rightarrow \left\{ \left(\frac{dh}{dl}\right)_{h \rightarrow h_n} = 0 \right\}$ donc la partie inférieure

de la courbe se rapproche asymptotiquement de la ligne N_{cr} .

39 Classe C:

$$i = i_{cr}$$

Écoulement critique $\rightarrow N_n = N_{cr}$



Soit l'équation
$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \frac{Q^2}{w^2 C^2 R}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{B}{w^3}}$$

Supposons que le coefficient de la Chézy $C_{cr} = C$ avec C : coefficient de Chézy dans le cas d'écoulement non uniforme.

et comme $(w_{cr}^3 / B_{cr}) = (\alpha Q^2 / g)$

on aura :
$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_{cr} \left(1 - \frac{w_{cr}^3}{X_{cr}} \cdot \frac{X}{w^3} \right)}{1 - \frac{w_{cr}^3}{B_{cr}} \cdot \frac{B}{w^3}}$$

avec : $X_{cr} = \frac{w_{cr}}{R_{cr}}$; $X = \frac{w}{B}$:

étant les périmètres mouillés de la section droite

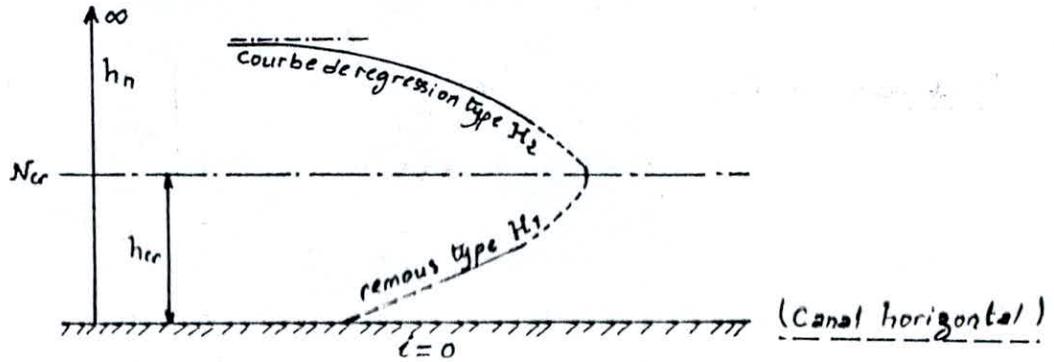
respectivement avec h_{cr} et $h \neq h_{cr}$

Si le canal est large $\Rightarrow X = B$

on aura :
$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_{cr} \left(1 - \frac{w_{cr}^3}{B_{cr}} \cdot \frac{B}{w^3} \right)}{\left(1 - \frac{w_{cr}^3}{B_{cr}} \cdot \frac{B}{w^3} \right)} = i_{cr} \quad (19)$$

Ce qui signifie que dans tous les cas c'est qu'on ait $h > h_{cr}$ ou $h < h_{cr}$ les surfaces libres du liquide restent toujours horizontales.

2ème Cas: $i = 0$ (Canal Horizontal) (classe : H)



De l'équation (18) Quand $i = 0 \Rightarrow \frac{dh}{dl} = \frac{Q^2/k^3}{Fr - 1}$

* Si $h > h_{cr} \Rightarrow Fr < 1 \Rightarrow (dh/dl) < 0$ courbe de regression Type H 2

Quand $h \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{Q^2}{k^3} \rightarrow 0 \Rightarrow \left\{ \left(\frac{dh}{dl} \right)_{h \rightarrow \infty} = 0 \right\}$

Ce qui signifie que (H₂) a à l'amont de l'écoulement une asymptote horizontale et à l'aval elle approche perpendiculairement N_{cr} , car:

Quand $h \rightarrow h_{cr} \Rightarrow Fr \rightarrow 1 \Rightarrow \left\{ \left(\frac{dh}{dl} \right)_{h \rightarrow h_{cr}} = \infty \right\}$

* Si $h < h_{cr}$

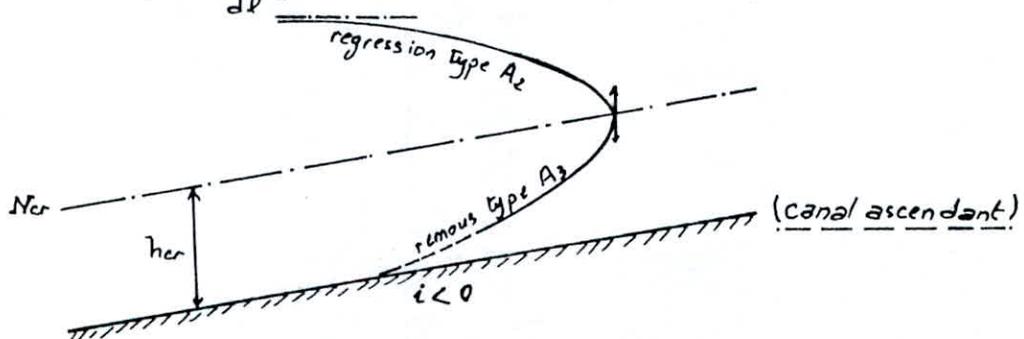
$\Rightarrow Fr > 1 \Rightarrow \frac{dh}{dl} > 0$ on a une courbe de remous type

3ème cas : $i < 0$ (canal ascendant) (Classe:A)

De l'équation (18) quand ($i < 0$) on aura : $\frac{dh}{dl} = - \frac{i + (Q^2/k^3)}{1 - Fr^2}$

* Si $h > h_{cr} \Rightarrow Fr < 1 \rightarrow \frac{dh}{dl} < 0 \rightarrow$ courbe de regression type A₂

* Si $h < h_{cr} \Rightarrow Fr > 1 \rightarrow \frac{dh}{dl} > 0 \rightarrow$ courbe de remous Type A₃



Intégration de l'équation différentielle de l'écoulement non uniforme dans les canaux prismatiques.

Le but essentiel de l'intégration de cette équation, est de rechercher les formules permettant l'établissement des courbes de la surface libre du liquide dans les canaux, c'est à dire l'établissement d'une relation entre h et l .

Pour cela, il existe plusieurs méthodes, dont celle de N. PAVLOVSKY qu'on étudiera en premier.

METHODE DE N. PAVLOVSKY

1) Cas où la pente du fond du canal est positive ($i > 0$)

On peut écrire l'équation (18) sous la forme suivante:

$$\frac{dh}{dl} = i \frac{1 - (K_0^4/K^4)}{1 - J(K_0^4/K^4)} \quad (20)$$

avec :

$$J = \frac{\alpha \cdot i \cdot c^2}{g} \cdot \frac{B}{X}$$

en posant $Z = K_0/K \Rightarrow \frac{dh}{dl} = i \frac{1 - (1/Z^4)}{1 - J(1/Z^4)} \Rightarrow \frac{dh}{dl} = i \frac{Z^4 - 1}{Z^4 + 1} \quad (21)$

PAVLOVSKY a considéré h comme fonction de la longueur l , et de Z :

$$h = f(Z, l)$$

En dérivant h par rapport à l :

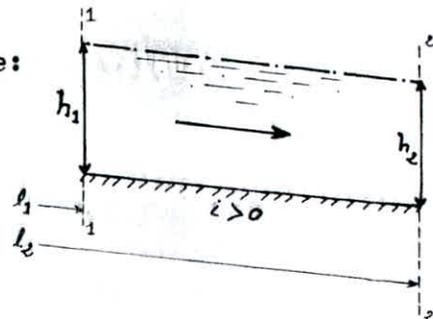
$$\frac{dh}{dl} = \frac{dh}{dZ} \cdot \frac{dZ}{dl} = \frac{dZ}{dl} \cdot \frac{1}{dZ/dh}$$

On remplace (dZ/dh) par une constante (a) égale à la valeur moyenne dans les limites entre deux section (1-1) et (2-2)

Autrement dit : $\frac{dZ}{dh} = \frac{Z_2 - Z_1}{h_2 - h_1} = a \Rightarrow \frac{dh}{dl} = \frac{dZ}{dl} \cdot \frac{1}{a} \quad (22)$

de l'équation (20), on peut écrire (2) sous la forme:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{dZ}{a \cdot dl} = i \cdot \frac{Z^4 - 1}{Z^4 + 1}$$



$$a.i. dl = \frac{z^2 - J}{z^2 - 1} dz = \left(1 - 1 + \frac{z^2 - J}{z^2 - 1}\right) dz = 1 + \frac{-(z^2 - 1) + z^2 - J}{z^2 - 1} dz$$

$$\Rightarrow a.i. dl = dz - \frac{1 - J}{1 - z^2} dz \quad (23)$$

On remplace J par : $J_{moy} = \frac{J_1 + J_2}{2}$

Puis on intègre (23) entre les sections (1 - 1) et (2 - 2)

On obtient:

$$\left\{ a.i. L = z_2 - z_1 - (1 - J_{moy}) (\phi(z_2) - \phi(z_1)) \right\} \quad (24)$$

Ou encore:

$$a.i. L = z_2 - z_1 - \frac{1 - J_{moy}}{2} \cdot \ln \left(\frac{(1 + z_2)(1 - z_1)}{(1 - z_2)(1 + z_1)} \right)$$

$$\text{avec : } z_1 = \frac{K_1}{K_0} ; z_2 = \frac{K_2}{K_0}$$

Quand ($i > 0$) l'équation de la surface libre de l'écoulement non uniforme sera:

$$\left\{ L = \frac{1}{a.i} \left((z_2 - z_1) - \frac{1 - J_{moy}}{2} \cdot \ln \left(\frac{(1 + z_2)(1 - z_1)}{(1 - z_2)(1 + z_1)} \right) \right) \right\}$$

2) cas où la pente est nulle : ($i = 0$)

soit : $z_{cr} = K/K_{cr}$; Comme $dh/dl = dz/(a \cdot dl)$

$$\text{Alors : } \frac{dz_{cr}}{a_{cr} \cdot dl} = -i_{cr} \cdot \frac{(1/z_{cr})^2}{1 - J_{cr} (1/z_{cr})^2} = \frac{i_{cr}}{J_{cr} - z_{cr}^2}$$

En séparant les variables et faisant l'intégration entre (1 - 1) et

(2 - 2) on obtient:

$$\left\{ a_{cr} \cdot i_{cr} \cdot L = J_{cr, moy} (z_{cr2} - z_{cr1}) - \frac{1}{3} (z_{cr2}^3 - z_{cr1}^3) \right\} \quad (25)$$

avec : i_{cr} : pente critique

$$J_{cr, moy} = \frac{\alpha \cdot i_{cr} \cdot c_{cr}^2}{g} \frac{B_{cr}}{\alpha}$$

3) ($i < 0$):

soit $z' = K/K_0$ avec K_0 : module du débit correspondant à la profondeur normale fictive h'_n calculée, pour la valeur absolue de la pente du canal.

L'équation obtenue dans ce cas sera:

$$\left\{ a' \cdot c' \cdot L = -(z_2' - z_1') + (1 + J_{moy}') (\text{Arctg } z_2' - \text{Arctg } z_1') \right\}$$

ou encore :

$$\left\{ a' \cdot c' \cdot L = -(z_2' - z_1') + (1 + J_{moy}') (F(z_2') - F(z_1')) \right\} \quad (26)$$

avec c' : valeur absolue de la pente du fond.

$$\left\{ c' = |c| \right\}$$

Rem: Pour les calculs un programme sera utilisé (voir page 45).

****METHODE DE CALCULE D'HYDRAULIQUE A SURFACE LIBRE ****

**** REGIME PERMANENT ****

*** ((1979)) ***

Les hypothèses adoptées par cette méthode sont:

* la forme géométrique du canal : rectangulaire, trapézoïdale, circulaire ou parabolique

* L'estimation des frottements est faible par la formule de Manning-Strickler.

$$J = \frac{v^2}{K^2 \cdot R^{4/3}} \quad (27)$$

Le choix du coefficient de rugosité dépend de la nature de la paroi. Il se calcule à partir de la formule suivante:

$$K = \frac{26}{S^{1/6}} \quad (28)$$

avec S: hauteur moyenne des aspérités des parois.

CHANGEMENT DE VARIABLES GENERAL:

cette méthode consiste à poser :

$$Y = L^* \cdot U \quad ; \quad (29)$$

$$S = L^{*2} \cdot S(u) \quad ; \quad (30)$$

$$P = L^* \cdot P(u) \quad ; \quad (31)$$

$$\mathcal{L} = L^* \cdot \mathcal{L}(u) \quad ; \quad (32)$$

avec Y: tirant d'eau

L : largeur de référence caractéristique de la section géométrique.

U : variable réduite.

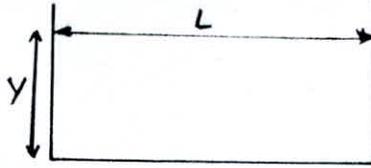
P : périmètre mouillé.

S : section mouillée.

/ \mathcal{L} : largeur au miroir.

$S(u); P(u); \mathcal{L}(u)$: ne dépendent que d'un seul paramètre "u", ce sont des grandeurs adimensionnelles qui permettent d'étudier la plupart des problèmes qui sont tous exprimés en fonction de L

APPLICATION AUX CANAUX RECTANGULAIRES



$$S = Ly ;$$

$$\mathcal{L} = L ;$$

$$R = \frac{Ly}{L+2y}$$

Le canal étant rectangulaire $L^* = L$

En passant aux variables réduites, les éléments géométriques deviennent :

$$y = L^* u = Lu$$

$$S = L \cdot y = L^* \cdot L^* u = L^{*2} u = L^2 u$$

$$P = L + 2y = L + 2Lu = L(1+2u)$$

$$\mathcal{L} = L = L^*$$

CALCUL DE LA HAUTEUR NORMALE EN REGIME UNIFORME

La formule de Manning Strickler étant $Q = k \cdot S \cdot R^{2/3} \sqrt{I}$ (33)

soit le changement de variable :

$$\frac{Q}{k\sqrt{I}} = S \cdot R^{2/3} = \frac{S \cdot S^{2/3}}{R^{2/3}} = \frac{S^{5/3}}{P^{2/3}}$$

En passant aux variables réduites, on obtient :

$$\frac{Q}{k\sqrt{I}} = \frac{(L^{*2} \cdot S(u))^{5/3}}{(L^* \cdot p(u))^{2/3}} = \frac{L^{*10/3} \cdot (S(u))^{5/3}}{L^{*2/3} (p(u))^{2/3}} = L^{*8/3} \cdot \frac{(S(u))^{5/3}}{(p(u))^{2/3}}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{k\sqrt{I} \cdot L^{*8/3}} = \frac{(S(u))^{5/3}}{(p(u))^{2/3}}$$

En posant :

$$D_0 = \frac{Q}{k\sqrt{I} \cdot L^{*8/3}} = \frac{(S(u))^{5/3}}{(p(u))^{2/3}} \quad (34)$$

$\frac{(S(u))^{5/3}}{(p(u))^{2/3}}$ peut s'écrire comme le produit d'une constante C et d'une fonction $f(u)$.

d'où $D_0 = C \cdot f(u)$ nous aurons à résoudre cette équation en fonction de u .

Connaissant $D = \frac{D_0}{C} = f(u)$; (35)

D : étant une constante pour le calcul de u_n et y_n

Les courbes $D = f(u)$ sont représentées sur des abaques, à partir desquelles on peut connaître la valeur de u (en abscisse) si on refere sur l'axe des ordonnées la valeur correspondant à:

$$D = \frac{Q}{k \cdot \sqrt{I'} \cdot L^{*2/3} \cdot c} = f(u) \quad (\text{voir abaque N}^\circ (\text{III}-1))$$

Dans le cas d'un canal rectangulaire, la constante $c = 1$.

La hauteur normale sera alors donnée par:

$$y_n = u_n \cdot L^*$$

Cette formule utilisée pour la détermination de y_n donne l'erreur inférieure à 1% sur y_n .

Calcul de la hauteur critique et du nombre de Froude:

Ce calcul se fait en utilisant la condition suivante:

$$\sqrt{\frac{Q^2 \mathcal{Z}'}{g S^3}} = 1 \Rightarrow F'^2 = \frac{Q}{S \sqrt{g \frac{S}{\mathcal{Z}'}}} \quad (36) \quad F': (\text{Nombre de Froude})$$

En écrivant dans le second membre les paramètres qui s'expriment en fonction de u , c'est à dire (S et \mathcal{Z}')

$$\begin{aligned} \frac{Q}{\sqrt{g \frac{S}{\mathcal{Z}'}}} &= \sqrt{\frac{S^3}{\mathcal{Z}'}} = \sqrt{\frac{(L^{*2} \cdot S(u))^3}{(L^* \cdot \mathcal{Z}'(u))}} = \sqrt{\frac{L^{*6} (S(u))^3}{L^* \cdot \mathcal{Z}'(u)}} = L^{*5/2} \frac{(S(u))^{3/2}}{(\mathcal{Z}'(u))^{1/2}} \\ \frac{Q}{\sqrt{g \cdot L^{*5}}} &= \frac{(S(u))^{3/2}}{(\mathcal{Z}'(u))^{1/2}} = d \cdot F(u) \end{aligned}$$

Le second membre peut s'écrire comme le produit d'une constante d et une fonction de u .

$$\text{En posant} \quad F'_0 = \frac{Q}{\sqrt{g \cdot L^{*5} \cdot d}} = F(u) \quad (37)$$

avec: $d = 1$: pour un canal rectangulaire.

Le nombre de froude se calcule en portant la valeur de $u = \frac{Y}{L}$ en abscisse; la valeur de F^* sera lue en ordonné, le nombre de froude sera $F = \frac{F^*}{F_0}$ avec F^*, F_0 : constantes pour le calcul de F . voir abaque (III - 1)

$$\text{Avec : } F_0 = \frac{Q}{\sqrt{g L^{*5}} \cdot d} = F^*(u).$$

a partir du nombre de froude, on peut déterminer le régime de l'écoulement à l'aide des abaques :

Si $F > 1$ le régime est torrentiel.

$F < 1$ le régime est fluvial ;

CALCUL DU TIRANT D'EAU CRITIQUE

Dans le cas où $F^* = F$, le calcul de Y_c (la hauteur critique) se fait inversement, en portant la valeur de $F^* = F_0 = \frac{Q}{\sqrt{g L^{*5}} \cdot d}$ en ordonné, la valeur

la valeur de u_c sera lue en abscisse. voir abaque (III - 1)

$$\text{d'où : } Y_c = u_c \cdot L^* \quad (38)$$

L'énergie spécifique critique dans le cas d'un canal rectangulaire s'obtient à partir de l'expression suivante :

$$H_c = 1,5 Y_c \quad (39)$$

CALCUL DES COURBES DE REMOUS

Méthode par intégration

L'équation différentielle de la ligne d'eau étant :

$$\frac{dH_s}{dx} = I - J$$

H_s : charge spécifique $H_s = Y + \frac{\alpha V^2}{2g}$

Y : tirant d'eau

$\frac{V^2}{2g}$: hauteur dynamique, exprimée par le débit elle devient égale à : $\frac{Q^2}{2g S^3}$

la perte de charge d'après Manning Strickler .

$$J = \frac{V^2}{K^2 \cdot R^{4/3}} = \frac{Q^2}{K^2 S^2 R^{4/3}}$$

$$\text{D'où : } \frac{dH_s}{dx} = \frac{d(Y + V^2/(2g))}{dx} = \frac{dY}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{2g S^2} \right) = I - J \quad (40)$$

$$\frac{dY}{dx} - \frac{Q^2}{g S^3} \left(\frac{dY}{dx} \frac{\partial \omega}{\partial Y} + \frac{\partial \omega}{\partial \ell} \right) = I - J \quad ()$$

Dans le cas d'un canal prismatique $\omega = f(h) \rightarrow \frac{\partial \omega}{\partial \ell} = 0$

$\frac{\partial \omega}{\partial Y} = \mathcal{L}$: largeur au miroir

L'équation (40) s'écrira alors: $\frac{dY}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 \mathcal{L}}{g S^3}} \quad (41)$

Par un changement de variable, on peut intégrer ces équations.

CE qui permet de résoudre les problèmes non pas par petites variations ce qui limite les variations de côté et d'abscisse, mais par intégration, ce que ne limite pas les variations de côté et d'abscisse.

CAS DES CANAUX A FOND PLAT:

Ces abaques ont été établies d'après les calculs de M. LABYE dans le cas des canaux à pente nulle, elles ne sont applicables que dans le cas où

la vitesse moyenne est inférieure à 1 m/s.

(l'erreur commise reste alors inférieurs à 5 Cm sur Y).

D'où l'équation $\frac{dY}{dx} = I - J$ pour $I=0$ sera : $\frac{dY}{dx} = -J$

et ceci en négligeant l'énergie cinétique

Si on oriente le sens des abscisses vers l'amont on aura :

$$\frac{dY}{dx} = J$$

$$\text{d'où : } x = \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{dY}{J} = \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{K^2 \cdot S^{10/3}}{Q^2 \cdot P^{4/3}} dY$$

or ; S et P sont fonctions de u .

$$Y = U \cdot L^* \Rightarrow dy = L^* du$$

$$\Rightarrow x = \frac{k^2}{Q^2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{L^{*10/3} (S(u))^{10/3}}{L^{*4/3} (P(u))^{4/3}} L^* du$$

d'où :

$$x = \frac{k^2 L^{*10/3}}{Q^2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{(S(u))^{10/3}}{(P(u))^{4/3}} du$$

En posant $c(u) = \frac{1}{e} \int_0^u \frac{(S(u))^{10/3}}{(P(u))^{4/3}} du$

d'où : $\frac{Q^2 x}{k^2 \cdot L^{*10/3} \cdot e} = c(u_2) - c(u_1) = \Delta c$

e : constante, e = 1 dans le cas des canaux rectangulaires.

Les courbes $\Delta c = f(u)$ permettent la détermination des différents problèmes rencontrés dans le cas d'écoulement non uniforme, ceci en portant en ordonnées la valeur de Δc pour $m = 0$.

(canaux rectangulaire) on repère la valeur correspondante de U.

CAS DES CANAUX DE PENTE NON NULLE

Les variables nécessaires pour le calcul des courbes de remous sont le carré du nombre de Froude du régime uniforme (F_n^2), son calcul est simple, en utilisant l'abaque (IV-7).

On a pour le cas du canal rectangulaire, deux paramètres de forme :

$$\lambda = 0 ; \mu = \frac{e \gamma_n}{L + e \gamma_n}$$

En considérant l'énergie cinétique on a :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 z^0}{g S^3}} \rightarrow dx = dy \cdot \frac{1 - F^2}{I - J} \rightarrow dx = \frac{dy}{I} \left(\frac{1}{1 - \frac{J}{I}} - \frac{F^2}{1 - \frac{J}{I}} \right)$$

avec I : perte de charge dans le cas du régime uniforme.

C'est-à-dire que $I = \frac{Q^2}{k^2 S_n^2 R_n^{4/3}}$

$S_n ; R_n$ = correspondant au régime normal.

$$\frac{I}{J} = \frac{Q^2}{k^2 S^e R^{4/3}} \cdot \frac{k^2 S_n^e R_n^{4/3}}{Q^2} = \frac{S_n^e R_n^{4/3}}{S^e R^{4/3}} = \frac{S_n^{10/3} / P_n^{4/3}}{S^{10/3} / P^{4/3}} = \left(\frac{S_n}{S} \right)^{10/3} \left(\frac{P}{P_n} \right)^{4/3}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{J} = \left(\frac{S_n}{S} \right)^{10/3} \left(\frac{P}{P_n} \right)^{4/3}$$

Puisque la variable nécessaire au calcul des courbes de remous est F_n^2 ; donc (le produit nous ferons le produit de $\frac{Q^2 Z}{g S^3}$ par $\frac{Z_n^3}{Z_n \cdot S_n^3}$

$$\text{d'où : } \frac{Q^2 Z \cdot Z_n^3 \cdot S_n^3}{g \cdot S^3 \cdot Z_n \cdot S_n^3} = \frac{Q^2 Z_n}{g S_n^3} \cdot \left(\frac{Z}{Z_n}\right) \left(\frac{S_n}{S}\right)^3$$

En passant aux variables réduites, on obtient :

$$\frac{I}{J} = \left(\frac{S}{S_n}\right)^{10/3} \left(\frac{P_n}{P}\right)^{4/3} = \left(\frac{S(u)}{S(u_n)}\right)^{10/3} \left(\frac{P(u_n)}{P(u)}\right)^{4/3} = F_2(u)$$

$$\frac{Q^2 Z}{g S^3} = F_n^2 \frac{Z}{Z_n} \left(\frac{S_n}{S}\right)^3 = F_n^2 \frac{Z(u)}{Z(u_n)} \left(\frac{S(u_n)}{S(u)}\right)^3 = F_n^2 \cdot F_1(u)$$

Ainsi on peut écrire en modifiant un peu la forme pour des questions de convergence à l'infini;

$$dx = \frac{L^* dx}{I} \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{F_2(u)}} - \frac{F_n^2 F_1(u)}{1 - \frac{1}{F_2(u)}} \right)$$

$$\Rightarrow dx = \frac{L^* du}{I} \left(1 + \frac{1}{F_2(u) - 1} - \frac{F_n^2 \cdot F_1(u) \cdot F_2(u)}{F_2(u) - 1} \right)$$

ou $F_1(u)$ et $F_2(u)$ sont des fonctions de variables de u_n et de u .

Soit le changement de variable $v = \frac{u}{u_n}$, il en résulte que $F_1(u) = \varphi_1(v)$; $F_2(u) = \varphi_2(v)$.

on aura alors :

$$dx = \frac{Y_n}{I} \left(1 + \frac{1}{\varphi_2(v) - 1} - \frac{F_n^2 \varphi_1(v) \cdot \varphi_2(v)}{\varphi_2(v) - 1} \right) dv$$

$$A = \Delta v + \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{1}{\varphi_2(v) - 1} - 1 \right) dv$$

$$B = \int_{v_1}^{v_2} \frac{\varphi_1(v) \cdot \varphi_2(v)}{\varphi_2(v) - 1} dv$$

$$\Rightarrow \left\{ \Delta x = \frac{Y_n}{I} (\Delta A - F_n^2 \Delta B) \right\} \quad (42)$$

Etape a suivre pour le calcul des courbes de remous

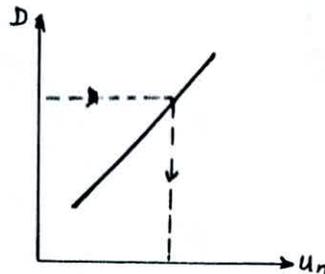
1) Calcul de la hauteur normale y_n :

Tout d'abord on doit calculer D :

$$D = \frac{Q}{K\sqrt{I} b^{2/3} C}$$

Par rappel sur l'abaque (III-1) on trouve u_n

donc $y_n = u_n \cdot b$



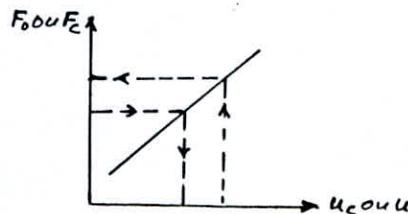
2) Calcul du nombre de Froude et de la hauteur critique:

on calcule

$$F_0 = \frac{Q}{\sqrt{g} b^{5/2}}$$

par rappel sur l'abaque (IV-1) en porte F_0 en ordonnée on lira en abscisse d'où la valeur de u_c ;

Alors : $y_c = b \cdot u_c$



Pour le calcul du nombre de Froude on doit porter sur la même abaque la valeur de u_n correspondant à la profondeur normale en abscisse

et on lira ordonnée F^* d'où $F_n = \frac{F_0}{F^*}$

Calcul de la courbe de remous

Le problème est de déterminer les différentes profondeurs correspondant à différentes abscisses en long du canal, et par suite la détermination de la forme de la ligne d'eau en se donnant des valeurs à y correspondant à la position x , où x représente la distance entre les sections où les tirants d'eau sont y_1 et y_2

avec y_1 , tirant d'eau à l'abscisse x_1 , et y_2 : tirant d'eau compris entre y_1 et y_2 , et que y_1 et y_2 ne devront pas être de part et d'autre du tirant d'eau critique y_c .

Les différentes abscisses en long du canal Δx se calculent d'après la formule

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{y_2}{I} (\Delta A - F_2^2 \Delta B)$$
 connaissant y_1 , A_1 et B_1 seront déterminés des abaques (V.2) et (V.3) et serviront de référence pour

tous les calculs de la même manière on calcule A et B correspondant à y_2

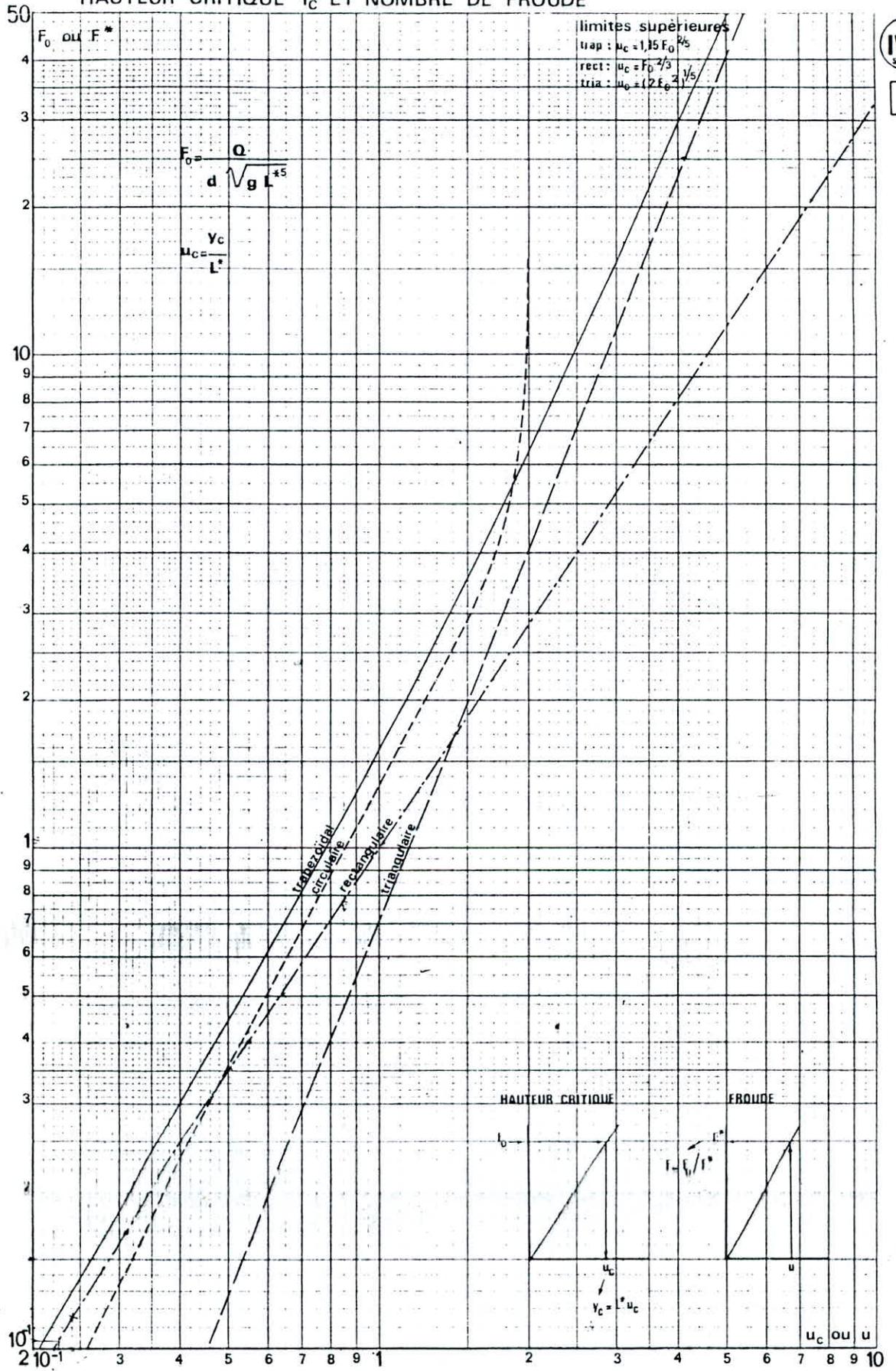
Le choix de la courbe utilisée se fait en se basant sur 2 paramètres essentiels : λ et μ .

pour le cas d'un canal rectangulaire :

$$\lambda = 0$$

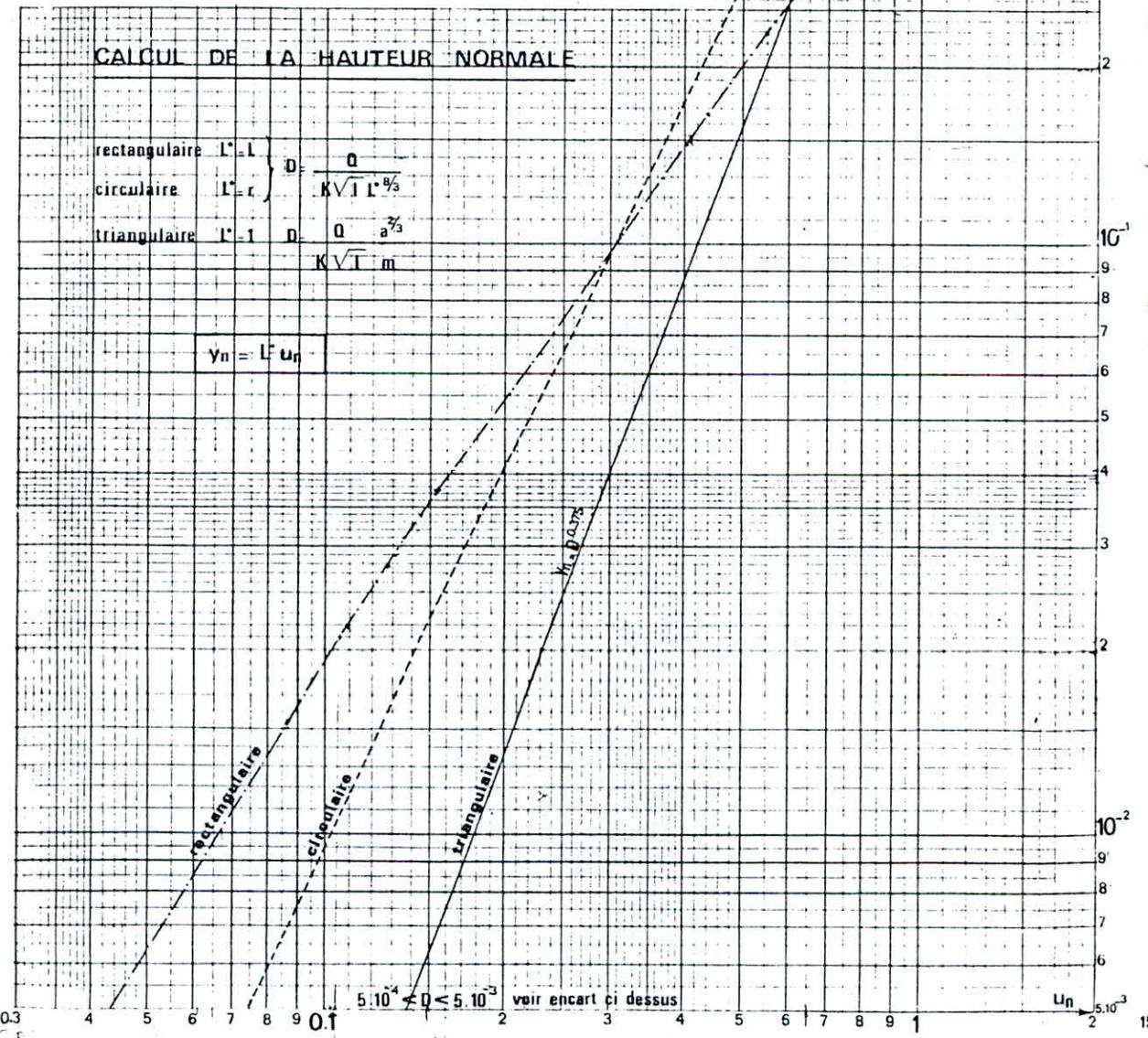
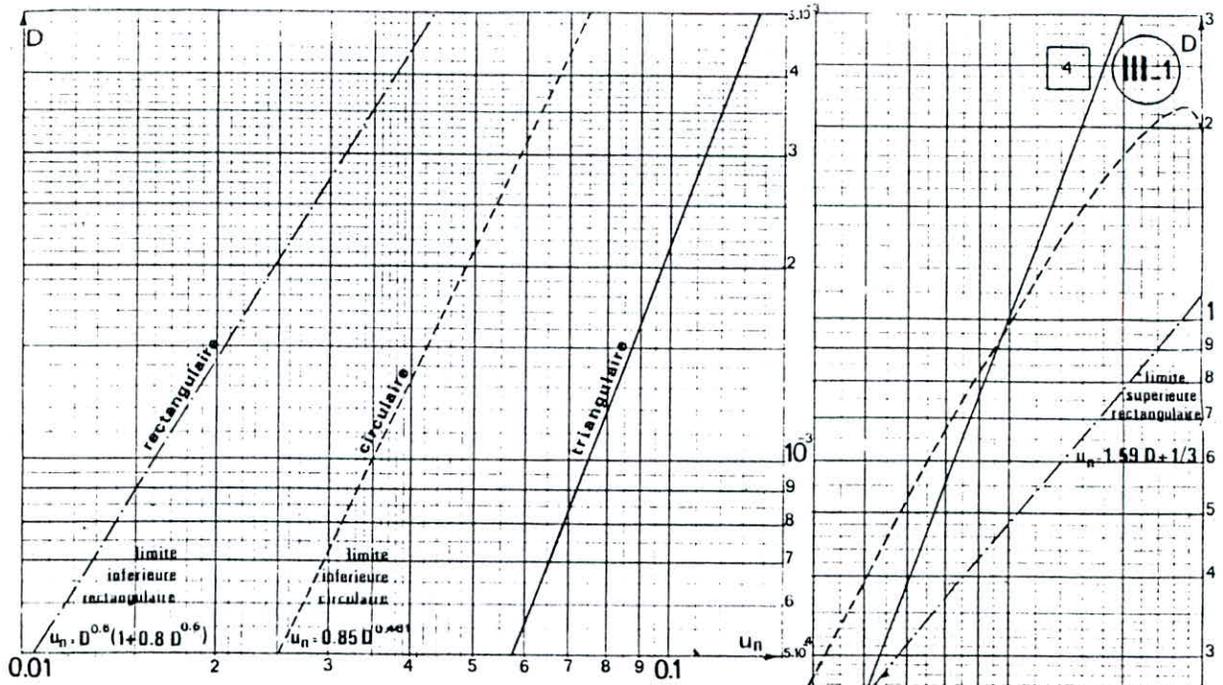
$$\mu = \frac{2y_2}{1 + 2y_2}$$

HAUTEUR CRITIQUE y_c ET NOMBRE DE FROUDE



IV.1
suite

9

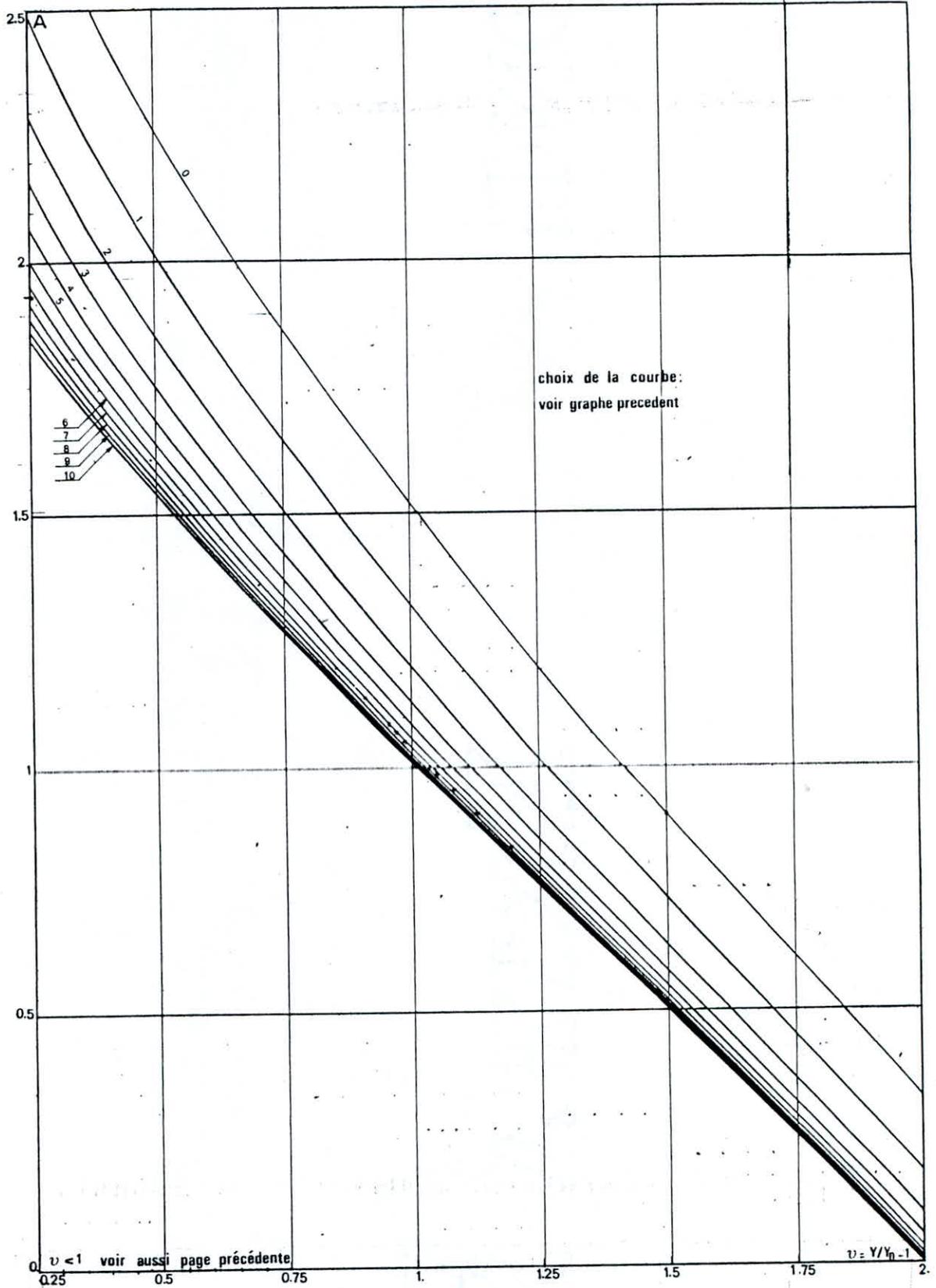


Abaque (III-1)

COURBES A ~ VALEURS APPROCHEES $Y > Y_m$

13

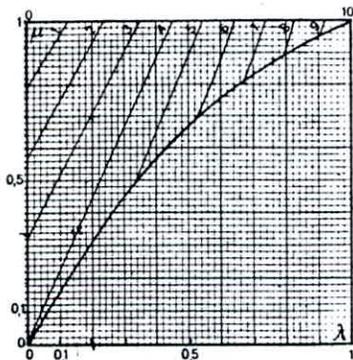
V-2



Abaque (V-2)

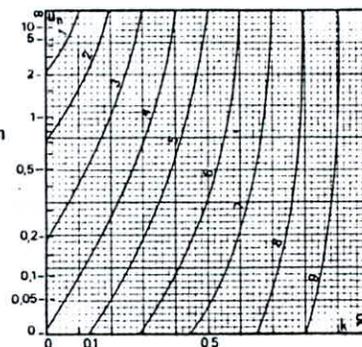
COURBES A ~ VALEURS APPROCHEES $Y < Y_n$ 13 V-2

trapézoïdal



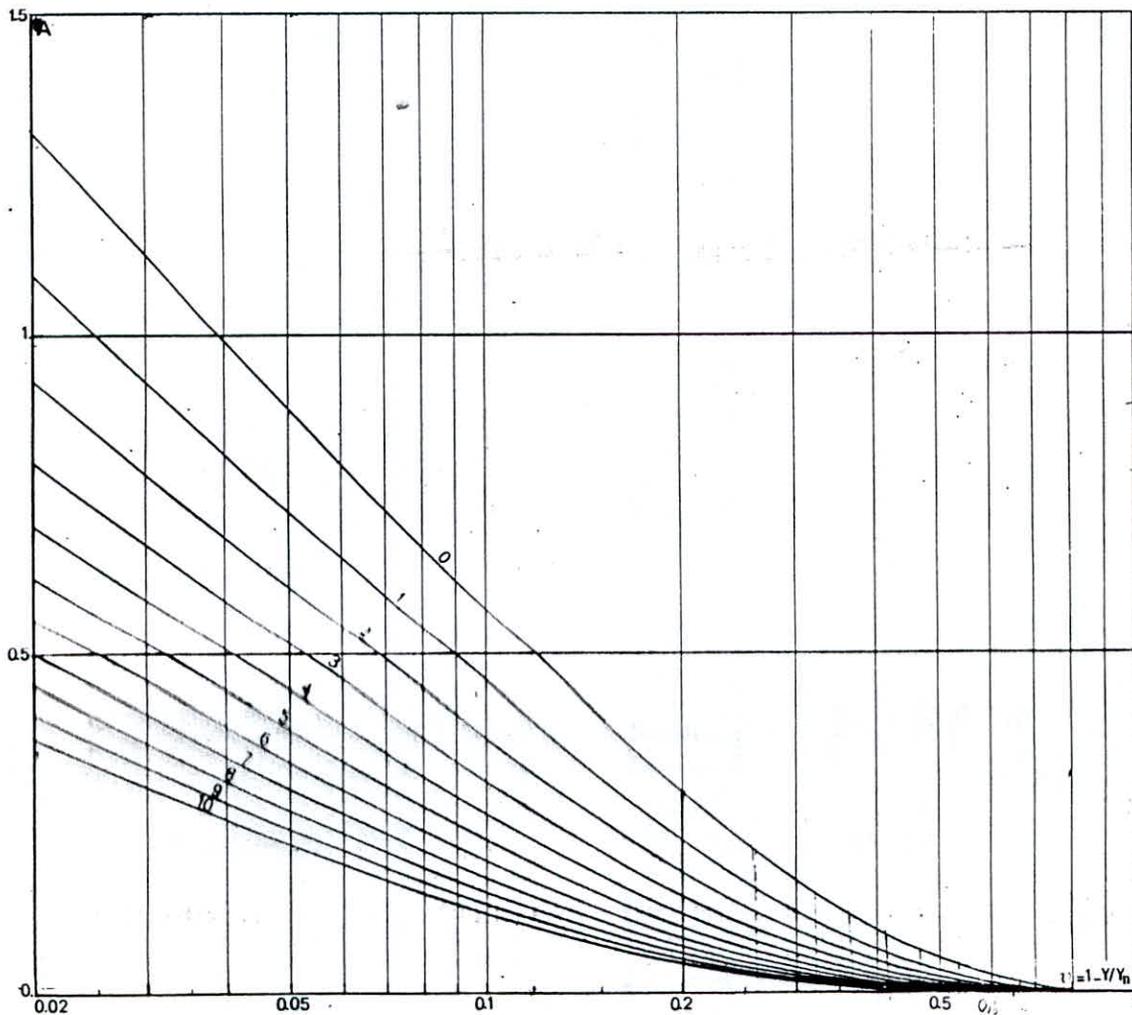
ex: $\lambda = 0.2$ et $\mu = 0.7 \rightarrow$ courbe 3

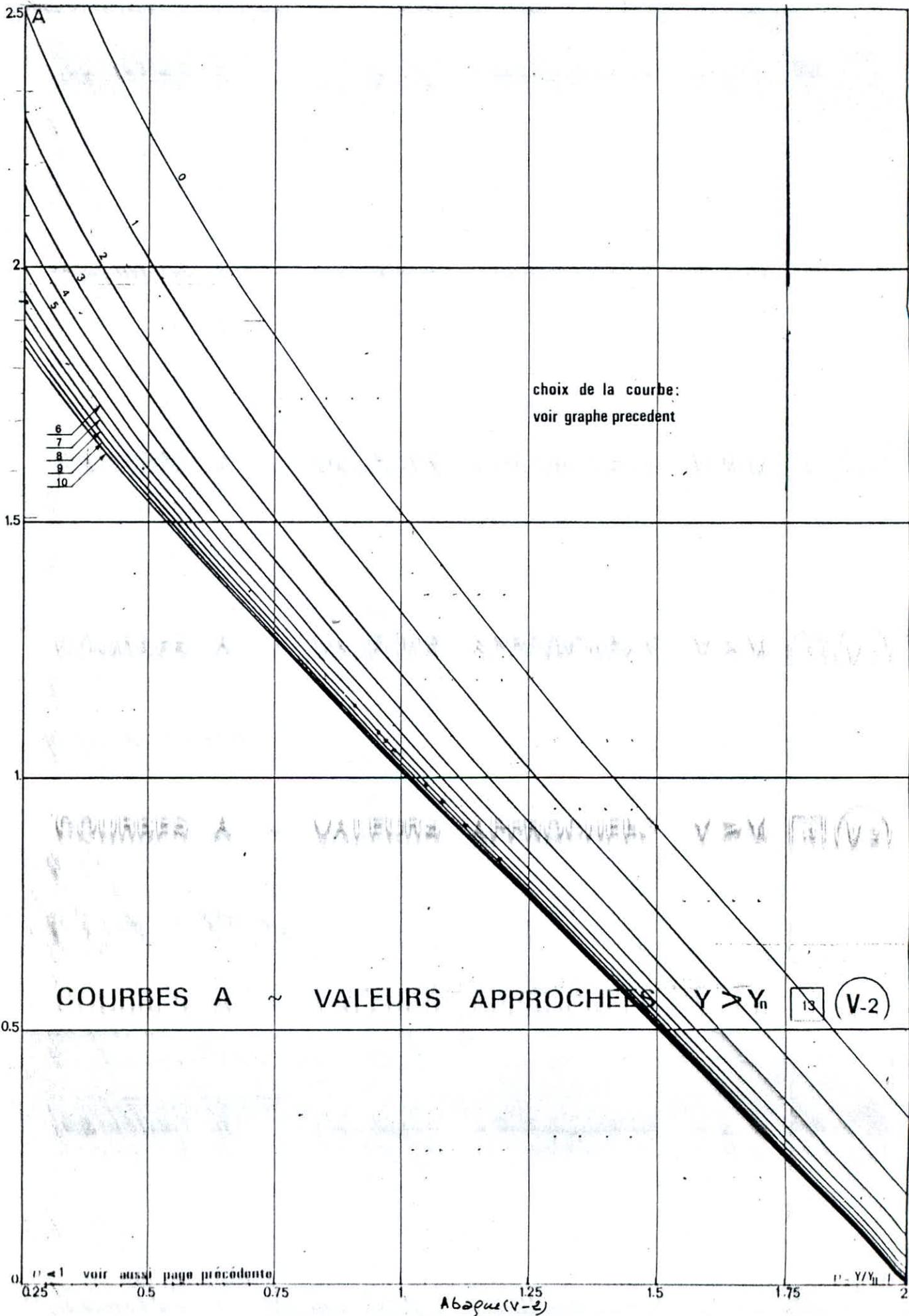
parabolique



ex: $k = 0.6$ et $u_n = 0.2 \rightarrow$ courbe 7

choisir la courbe en fonction
du couple $\begin{cases} \lambda, \mu \text{ (trapézoïdal)} \\ k, u_n \text{ (parabolique)} \end{cases}$

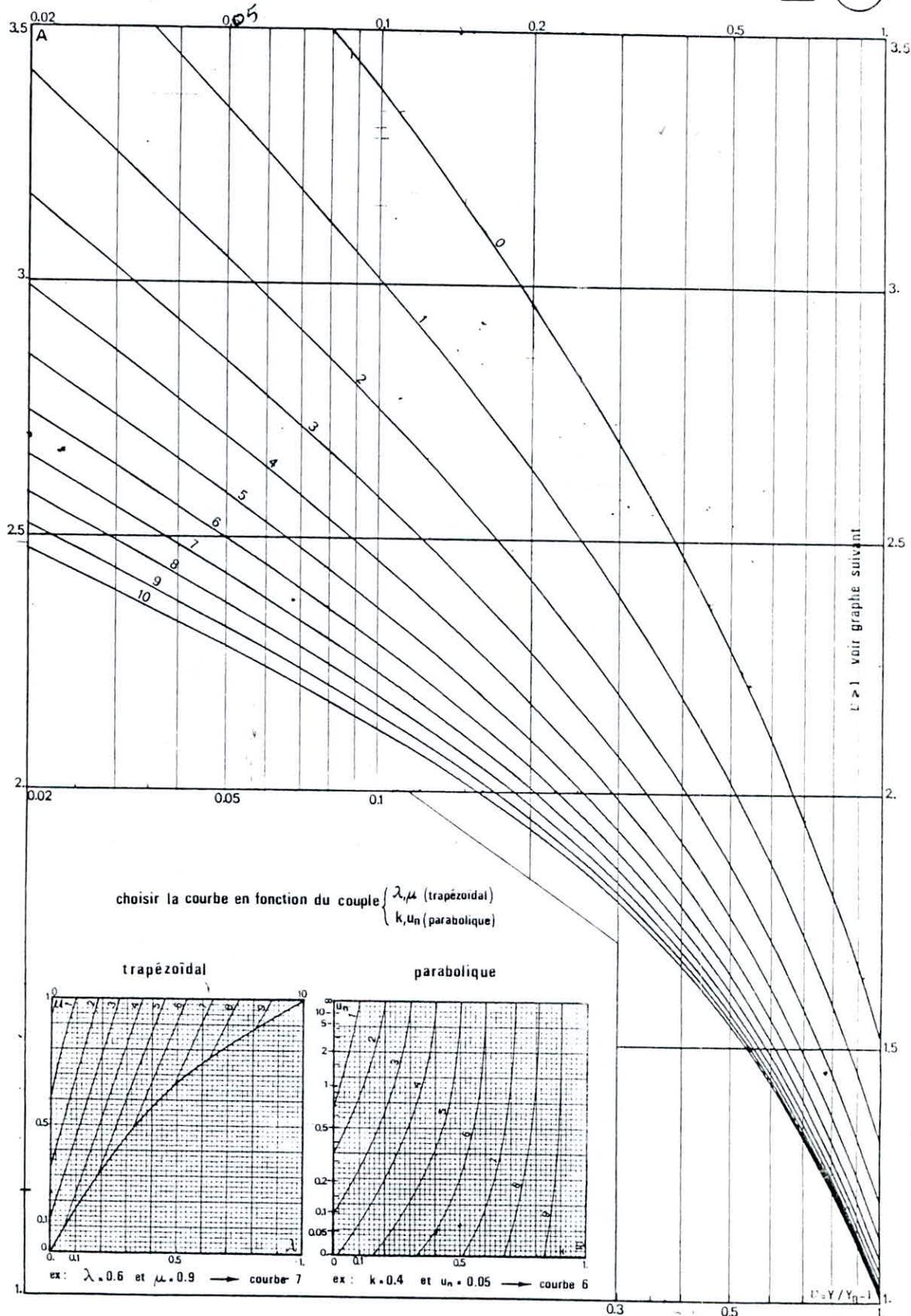


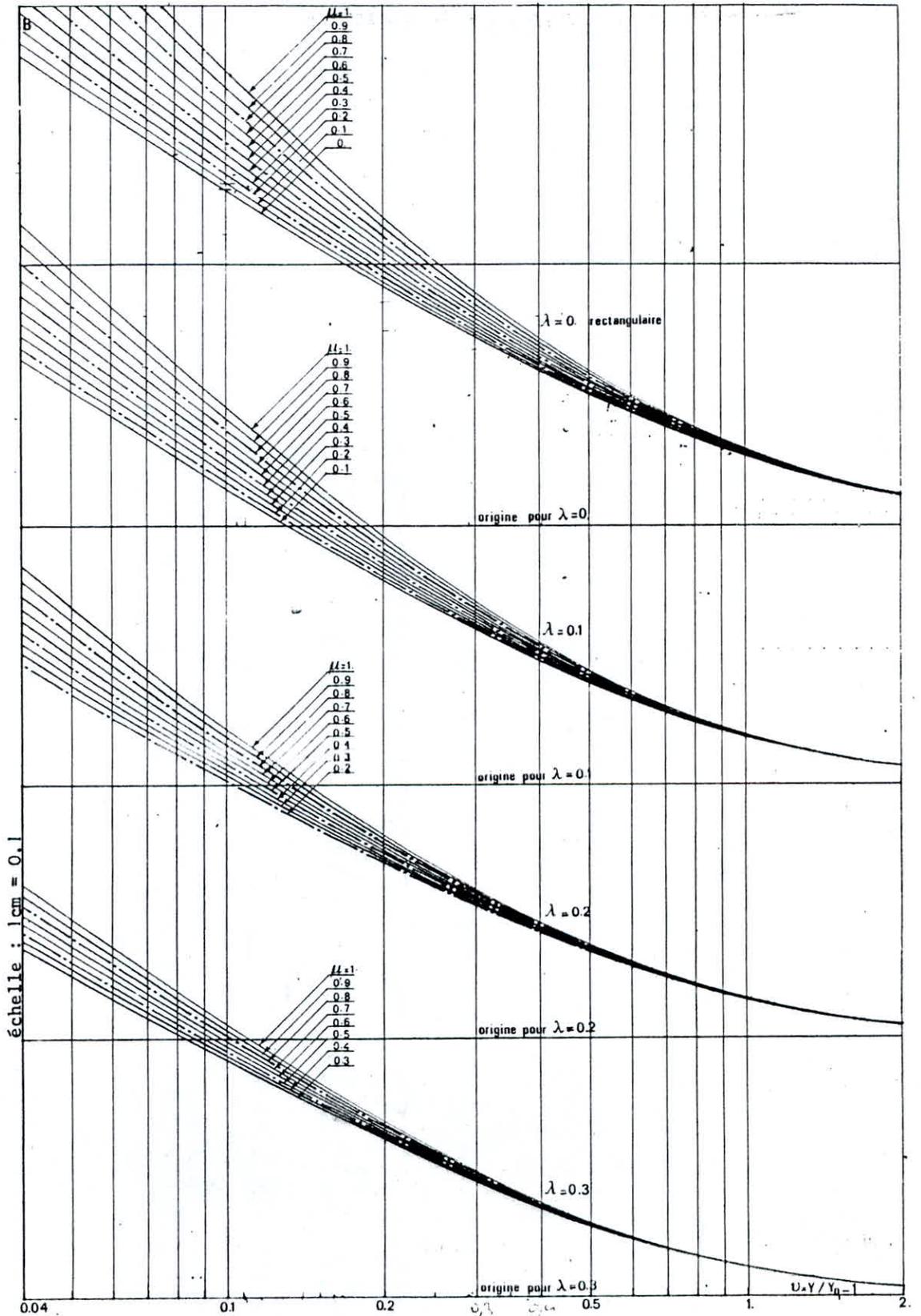


COURBES A ~ VALEURS APPROCHÉES $Y > Y_n$

13

V-2

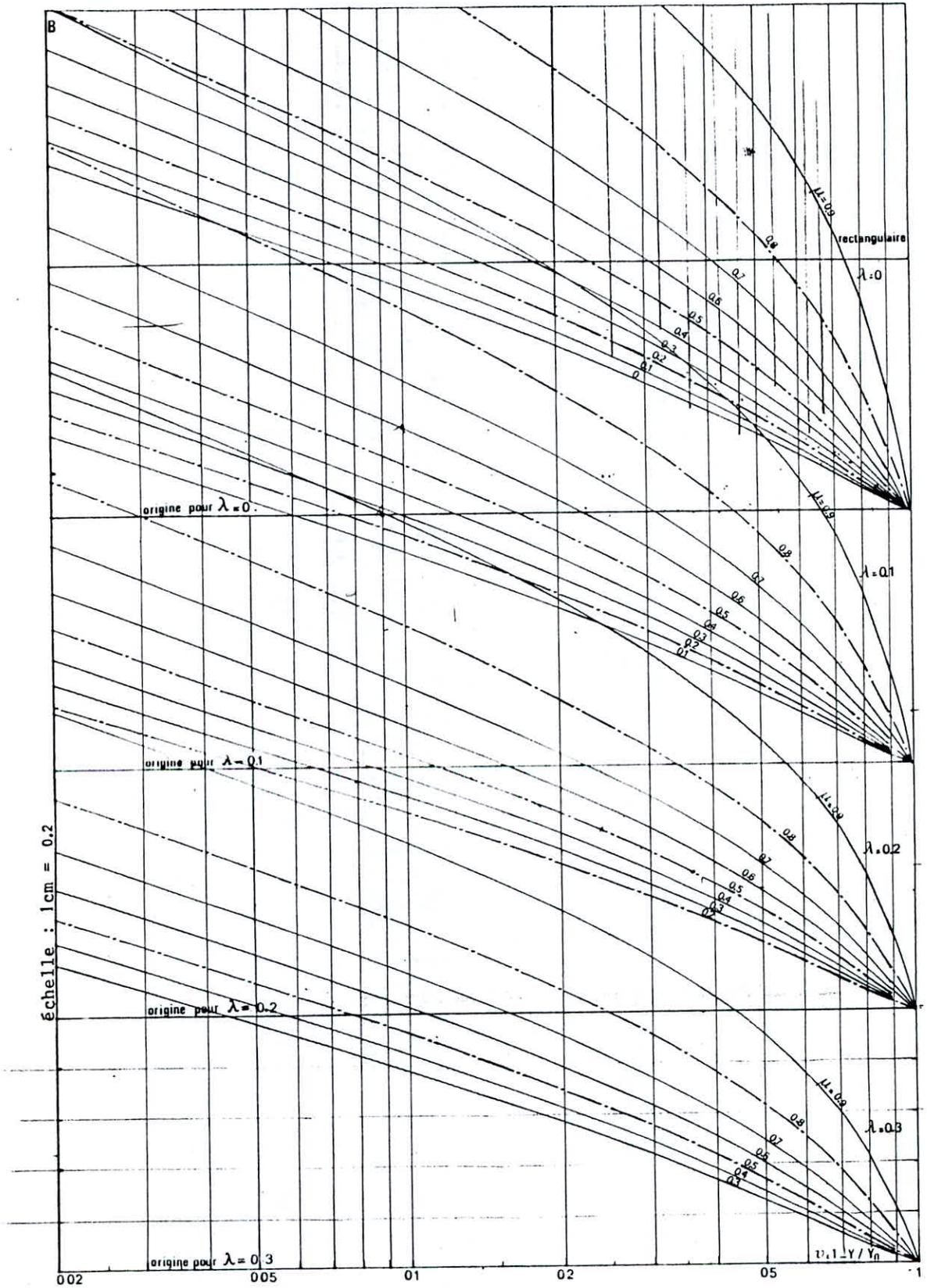




CANAUX TRAPEZOIDAUX COURBES B

$Y < Y_n$

13 V-3



Αβάρης (V-3)

((1 9 8 8))

La méthode de HAGER est une nouvelle méthode de calcul, basée essentiellement sur l'emploi de plusieurs abaques, bien spécifiées pour la détermination des grandeurs typiques nécessaires au calcul des courbes de remous. Elle utilise des grandeurs adimensionnelles.

* Hauteur uniforme :

Le calcul se fait en utilisant la formule de MANNING STRICKLER.

Alors, pour un canal:

- A écoulement stationnaire, à débit invariable localement.
- A écoulement unidirectionnel.
- A axe rectiligne.
- A géométrie de section prismatique, c'est à dire que $A = A(h)$
- A Pente constante, $J_s < 10\%$
- A caractéristique de rugosité constante.

Il peut exister un écoulement de hauteur constante, dite hauteur uniforme ou normale symbolisée par h_N . Dans ce cas les pertes de charge sont dues seulement aux frottements. on obtient alors:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d}{dx} \left(z + h + \frac{Q^2}{2gA^3} \right) = -J_s + h' - \frac{Q^2}{gA^3} A' = -J_f$$

Avec: $* (-J_f)$: pente du frottement (perte de charge, due aux frottements, par unité de longueur).

Le signe négatif explique la diminution de la charge en direction de l'écoulement.

* A' : dérivée de A par rapport à X, on a:

$$A' = \left(\frac{dA}{dh} \right) h' = \frac{dA}{dh} \frac{dh}{dx}$$

* J_s : pente du fond du canal:

$$J_s = -z' = -\frac{dz}{dx}$$

Comme $F^2 = \frac{Q^2}{gA^3} \cdot \frac{dA}{dh}$

On obtient alors : $h' = \frac{dh}{dx} = \frac{J_s - J_f}{1 - F^2}$

Pour les canaux rugueux, la formule de Manning-Strickler donnera :

$$J_f = \frac{v^2}{K^2 R_h^{4/3}}$$

Le coefficient de rugosité étant K , avec : $v = Q/A$; $R_h = A/P$

On aura : $J_f = \frac{Q^2 P^{4/3}}{K^2 A^{7/3}}$

La rugosité relative étant $\epsilon_r = \frac{K_s}{D} = \frac{1050}{R}$

Avec : $R = \frac{vD}{\nu}$: Nombre de Reynolds,

K_s : Coefficient de rugosité du sable,

$$v = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

D'où : $\frac{K_s}{D} = \frac{1050}{\frac{vD}{\nu}} \Rightarrow K_s > \frac{1050\nu}{v}$ on a alors l'égalité : $\frac{K \cdot K_s^{1/6}}{\sqrt{g}} = 8,2 \Rightarrow K = \frac{8,2\sqrt{g}}{K_s^{1/6}}$

En remplaçant K_s par $\frac{1050\nu}{v}$, on obtient : $K = \frac{8,2\sqrt{g} v^{1/6}}{(1050\nu)^{1/6}}$

$\Rightarrow \left\{ K = 2,57\sqrt{g} (v/\nu)^{1/6} \right\}$
 Pour une température $T = 15^\circ \text{C}$ environ on a :

$$\nu = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

d'où la valeur maximale de K sera : $\left\{ K < 78 \cdot v^{1/6} \right\}$

En éliminant V de l'équation de Manning-Strickler on obtient finalement:

$$\left\{ K < 185 (\delta_s^{1/2} R_h^{2/3})^{1/5} \right\}$$

Le rayon hydraulique $R_h [m]$.

En utilisant les grandeurs adimensionnelles, et en considérant b une grandeur de référence du canal (soit dans ce cas un canal rectangulaire) on obtient:

$$P = b \cdot P_0 \text{ avec } P_0 = 1 + 2h/b \quad (\text{grandeur adimensionnelle})$$

$$A = b^2 \cdot A_0 \quad " \quad A_0 = b^2 h / b^2 \quad (\quad " \quad " \quad)$$

En posant

$$Y = \frac{h}{b} \Rightarrow P_0 = 1 + 2Y ; A_0 = b^2 Y$$

En remplaçant dans la formule : $J_f = \frac{Q^2 P^{4/3}}{K^2 A^{10/3}} = J_s$

On aura: $J_s = \frac{Q^2 P^{4/3}}{K^2 A^{10/3}} \Leftrightarrow \frac{A^{10/3}}{P^{4/3}} = \frac{Q^2}{J_s \cdot K^2}$

$$\Rightarrow \frac{b^{20/3} \cdot A_0^{10/3}}{b^{4/3} \cdot P_0^{4/3}} = \frac{Q^2}{J_s K^2} \Rightarrow b^{16/3} \cdot \frac{A_0^{10/3}}{P_0^{4/3}} = \frac{Q^2}{J_s \cdot K^2}$$

$$\frac{A_0^{10/3}}{P_0^{4/3}} = \frac{Q^2}{J_s K^2 b^{16/3}} = \text{const.} \Rightarrow \frac{A_0^{5/3}}{P_0^{2/3}} = \frac{Q}{J_s^{1/2} \cdot K \cdot b^{8/3}}$$

$$\text{d'où : } \left\{ \frac{Q}{J_s^{1/2} \cdot K \cdot b^{8/3}} = \left(\frac{A_0^5}{P_0^2} \right)^{1/3} \right\}$$

On remarquera que les valeurs : Q, J_s, K, b : sont des grandeurs constantes, et $(A_0, P_0) = f(Y)$

$$\text{et } Y = f(h_N / b).$$

On en déduit, alors que le rapport du deuxième nombre est fonction de la profondeur normale h_N .

D'où la détermination de la profondeur normale dans le cas d'un canal rectangulaire se fera en utilisant l'abaque Fig (4-13a)

et en posant ($m = 0$), sur cette abaque sont données, en abscisse, les valeurs, correspondant à: $\left(\frac{Q}{K J_s^{1/2} b^{8/3}} \right)$

et en ordonnée, les valeurs de (h_N / b) .

Alors en reperant la valeur, correspondante au cas étudié, sur les abscisse, et pour $m = 0$ on déterminera la profondeur normale, connaissant la largeur du canal b .

** Hauteur critique

Pour les écoulements unidirectionnels et stationnaires, la charge H dépend de la coordonnée longitudinale et de la hauteur d'eau $H = H(X, h)$ selon l'équation: $H = Z + h + \frac{v^2}{2g}$.

Pour une section donnée où $x = x_*$, on a :

$$H_* = H(Z=0) \quad \text{qui s'exprime par:} \quad H_* = h + \frac{Q^2}{2gA^3}$$

avec: H_* : La charge relative par rapport au fond du canal:

$$\text{d'où : } \frac{dH_*}{dx} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dh} = 1 - F^2 = 0$$

Les solutions de cette équation varient, selon que F

Soit supérieur, inférieur, ou égal à 1

Le cas critique est vérifié pour $F = 1$, alors

$$\frac{Q^2}{gA^3} \cdot \frac{dA}{dh} = 1$$

Donc le débit critique dépend seulement de la section A et de $\frac{dA}{dh}$.

Pour le cas d'un canal rectangulaire, la profondeur critique est donnée par :

$$h_{cr} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^3}}$$

La détermination de cette profondeur peut être faite graphiquement, en utilisant l'abaque fig (4-1) et cela pour un profil trapézoïdal symétrique (le profil rectangulaire étant obtenu en posant $m = 0$)

** CALCUL DES REMOUS

La figure (5-5) représente l'ensemble des solutions pour les courbes de remous généralisées.

Il est nécessaire de déterminer le point de départ relatif à la hauteur d'eau en ce point.

On distingue deux cas:

- Conditions d'écoulement prescrite à l'amont ou à l'aval du tronçon considéré.
- Conditions d'écoulement critique.

Il est bien connu que des intumescences peuvent se propager dans les directions amont et aval pour les écoulements fluviaux, et seulement à l'aval pour les conditions torrentielles de l'écoulement.

Il faut tenir compte aussi du fait que:

- Pour l'écoulement fluvial ($h > h_c$) le calcul se fait dans la direction inverse de celle de l'écoulement.
- Pour l'écoulement torrentiel ($h < h_c$) le calcul se fait dans la direction de l'écoulement.

Les différents cas qui peuvent se présenter sont représentés sur la figure (5-5)

** APPLICATION DE LA METHODE DE HAGER

Soit un canal rectangulaire de largeur de base donnée "b", le débit circulant dans le canal étant donné "Q".

Sont données aussi, le coefficient de rugosité "K" (d'après Manning-Strickler), et les pentes du radier " J_s " .

En ayant ces données, les étapes de calcul se feront comme suit:

- Détermination de la hauteur normale

- On calcule
$$\left(\frac{A_0^5}{P_0^2} \right)^{1/3} = \frac{Q}{K J_s^{1/2} b^{8/3}}$$

en repère cette valeur sur l'axe des abscisses fig ().

Puis la projection verticale de ce point sur la courbe correspondante à ($m = 0$) nous donnera un point, à partir duquel une projection horizontal sur l'axe des ordonnées donnera la valeur:

$$h_N/b = \alpha \quad (\alpha : \text{la valeur lue})$$

d'où, connaissant b, α on aura

$$(h_N = \alpha \cdot b)$$

- Détermination de la hauteur critique:

Dans le cas d'un canal rectangulaire, il est préférable de calculer cette valeur, sachant que:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}}$$

- Détermination de l'influence des courbes de remous:

selon le cas étudié (voir fig (5-5)), en ayant le rapport $\frac{h_c}{h_N} = \text{connu}$

On repère la valeur $J_s X_0/h_N$ sur l'abaque fig (5-10)

selon le cas étudié, et finalement, connaissant J_s et h_N on calculera X_0 .

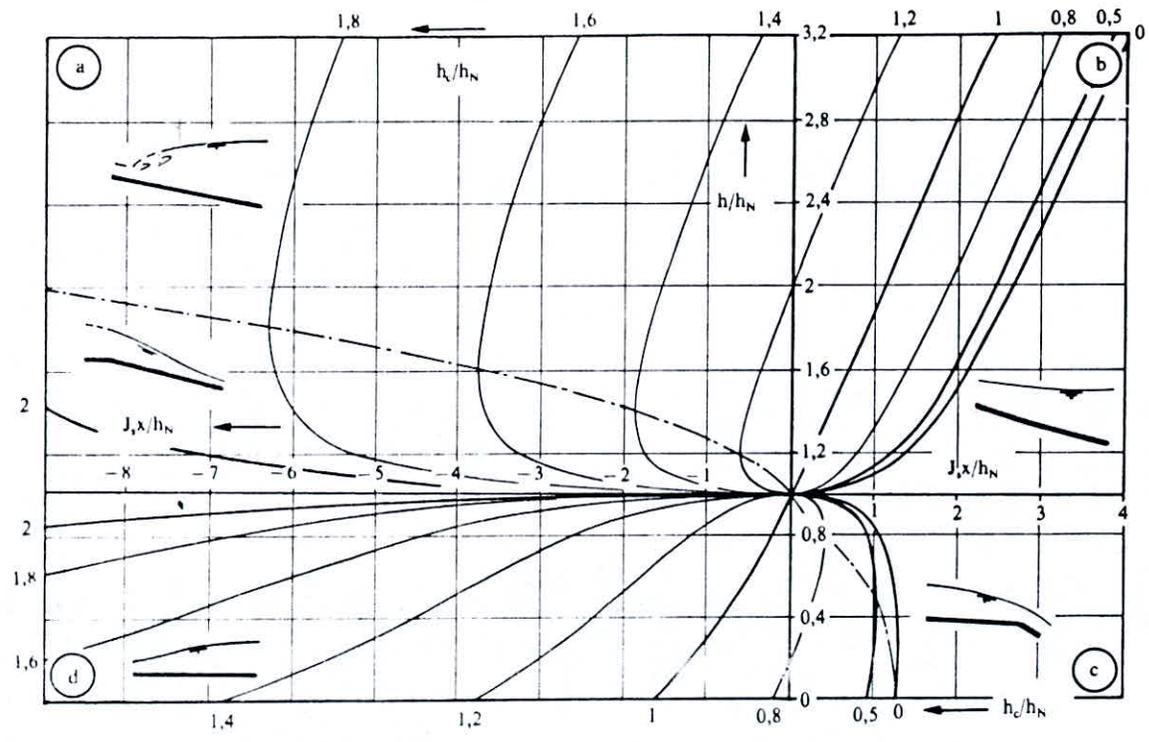


Fig. 5.5 Ensemble des solutions pour les courbes de remous généralisées, (---) $h = h_c$.

-48-

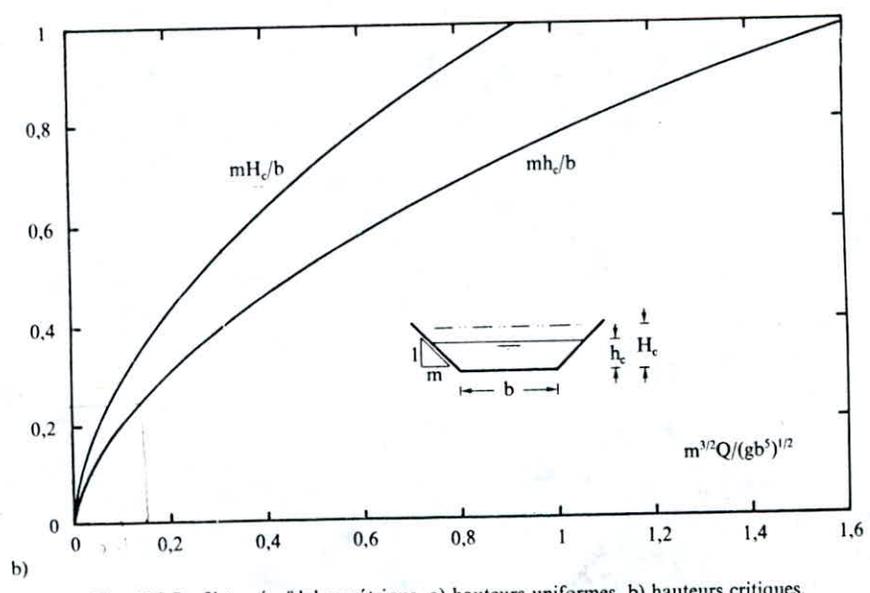
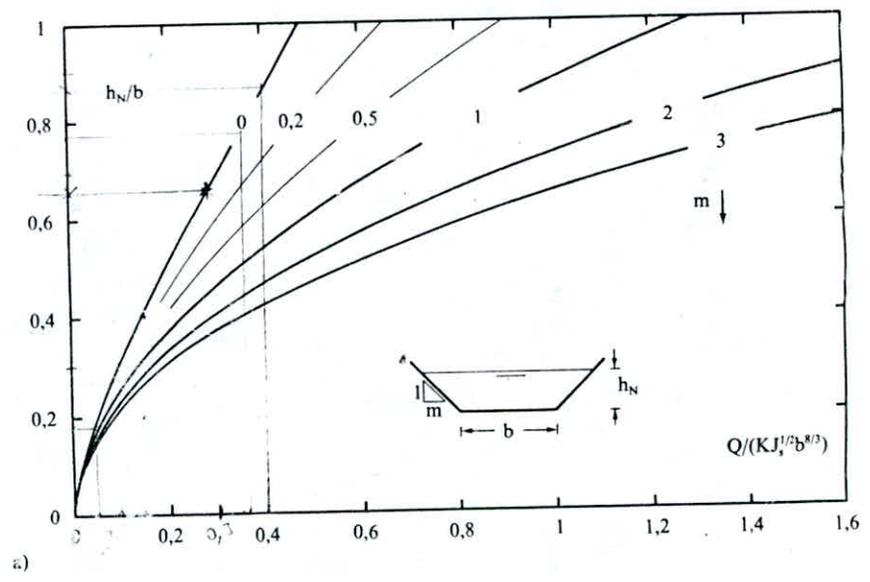


Fig. 4.13 Profil trapézoïdal symétrique, a) hauteurs uniformes, b) hauteurs critiques.

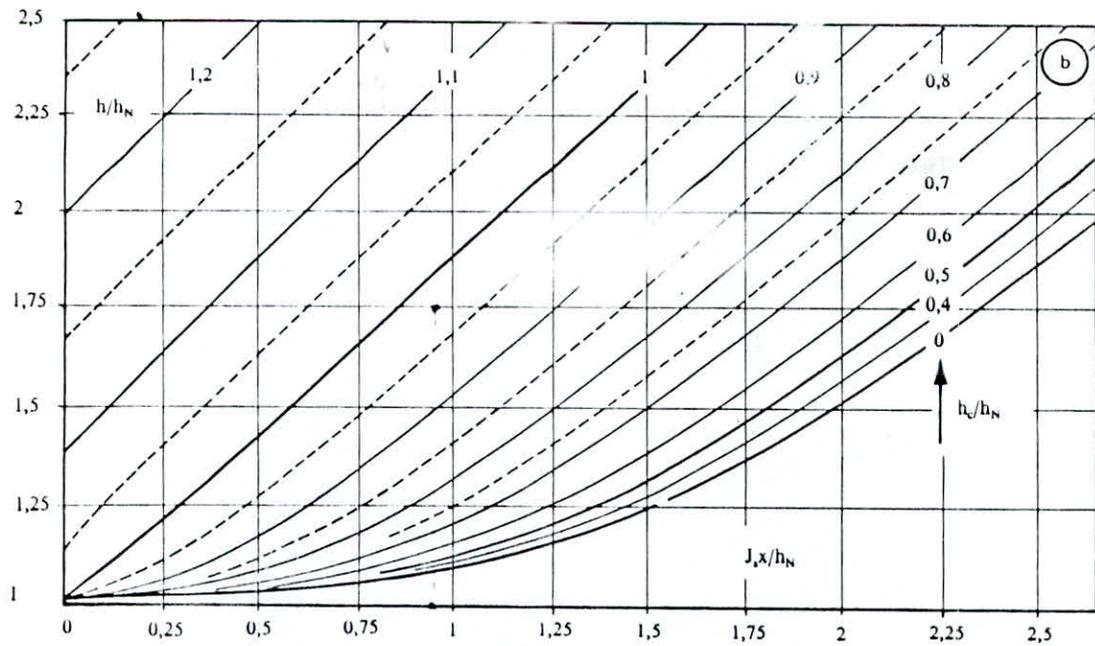
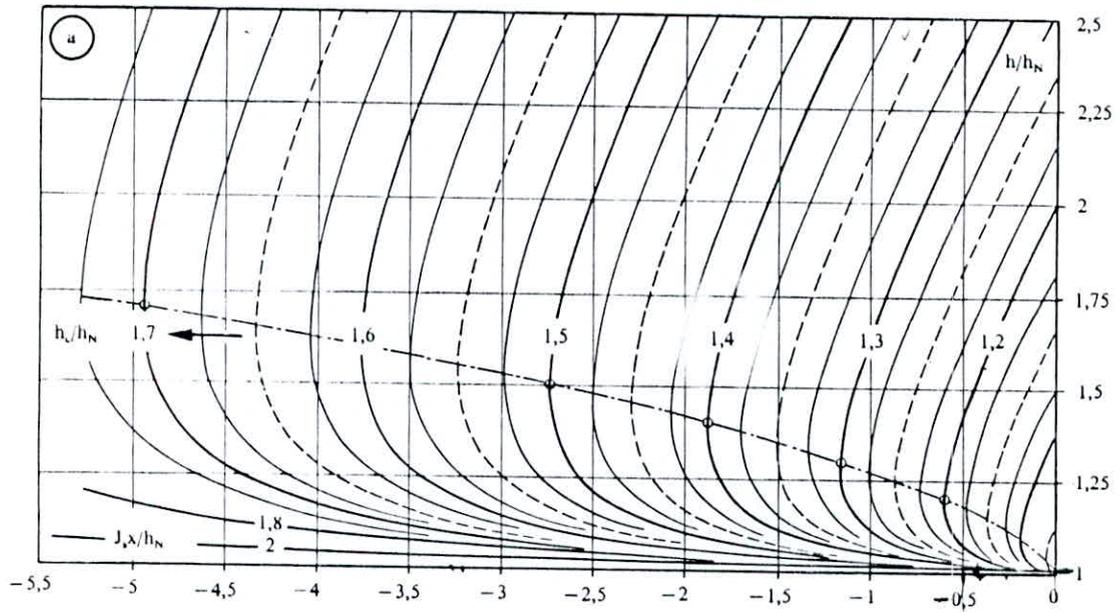


Fig. 5.10 Courbes de remous généralisées, a) secteur (a), b) secteur (b) de la figure 5.5.

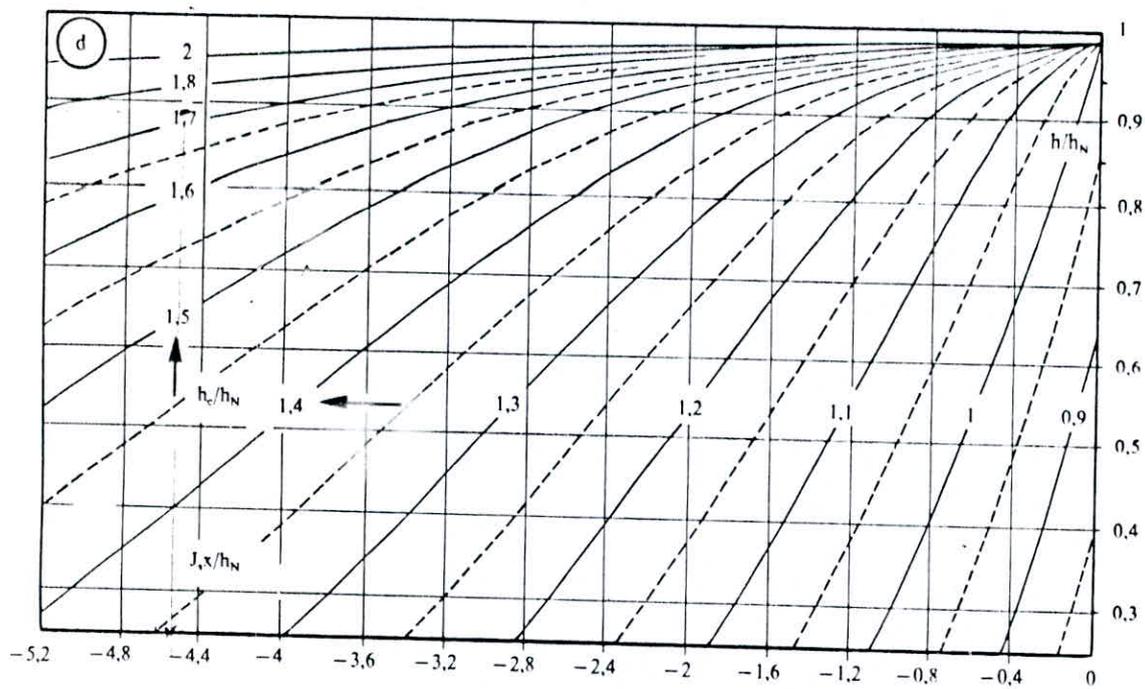
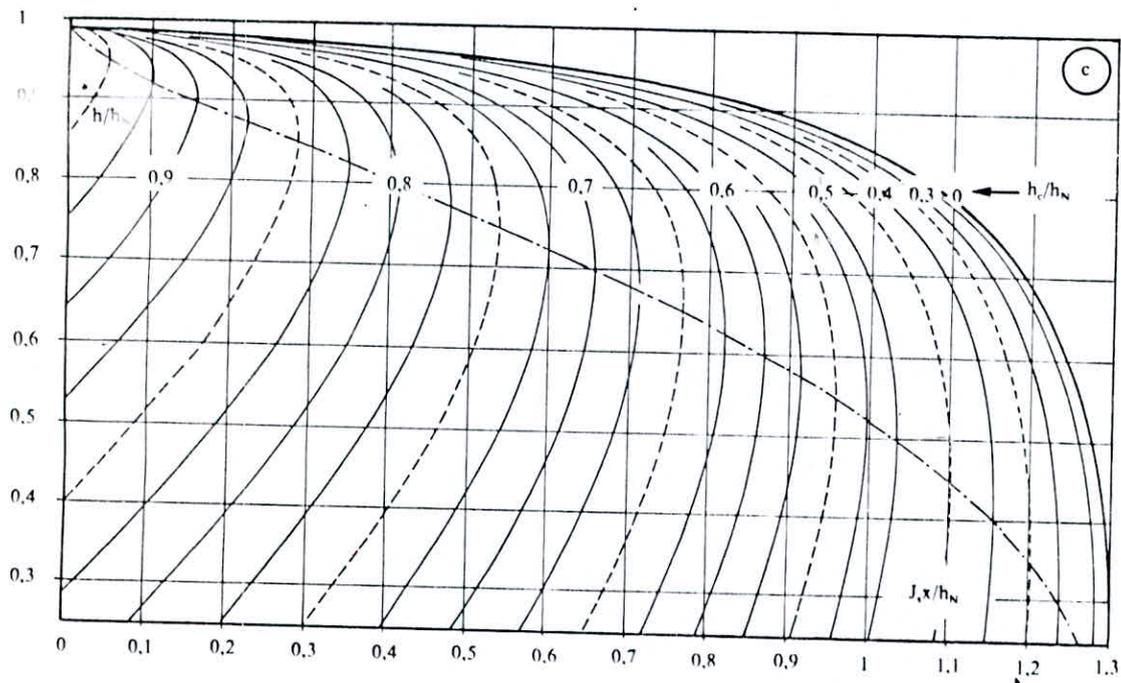


Fig. 5.10 Courbes de remous généralisées. c) secteur (c), d) secteur (d) de la figure 5.5.

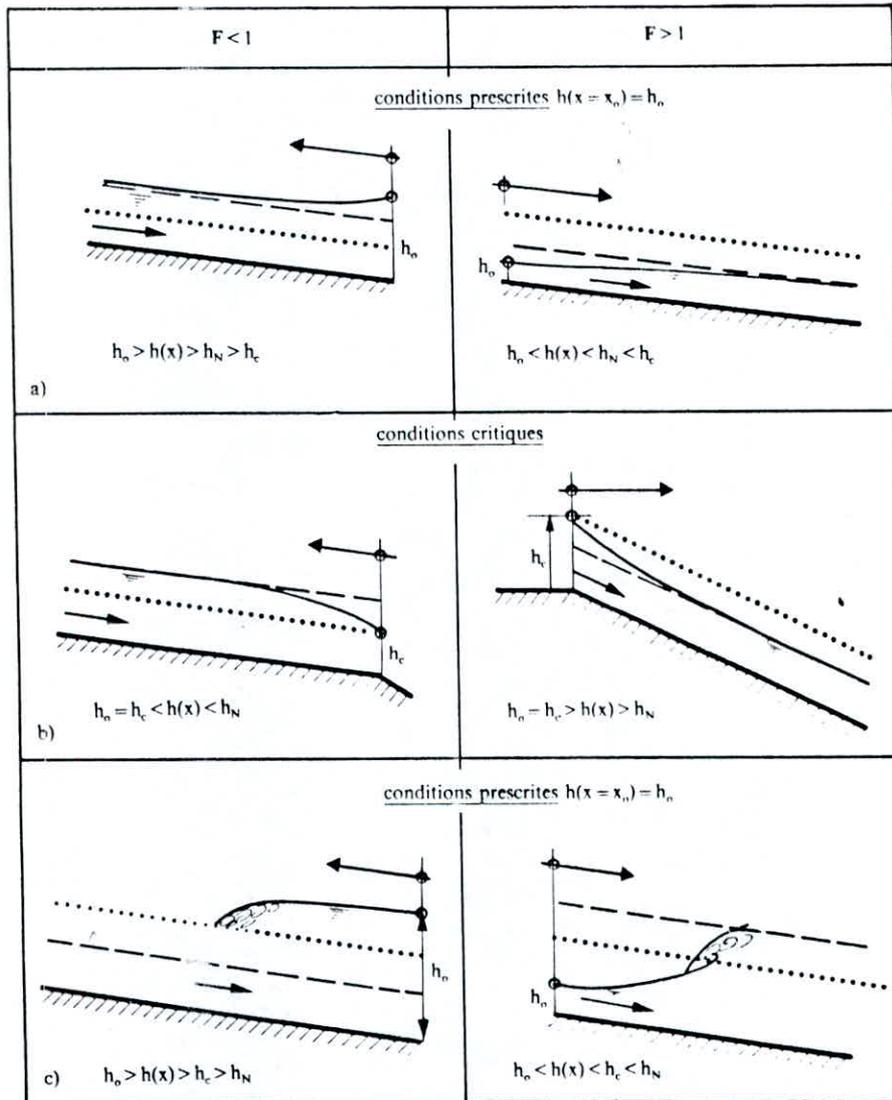


Fig. 5.8 Types de profils de surface d'eau dans des canaux prismatiques pour $F < 1$ (gauche) et $F > 1$ (droite). (---) et (...) caractérisent la hauteur uniforme et la hauteur critique, \rightarrow direction de l'écoulement et $\ominus \rightarrow$ direction du calcul. h_0 correspond à la hauteur d'eau au point de départ. a) conditions d'écoulement non-variable, b) conditions initiales d'écoulement critique, c) conditions d'écoulement avec ressaut hydraulique.

METHODE ANALYTIQUE

- On doit fixer la profondeur initiale
- On fait rentrer les valeurs de :
 - largeur de base b
 - la pente du talus m
 - la pente du radier i
 - la rugosité relative $\epsilon = 5 \cdot 10^{-5}$ (Noté ϵ dans le programme)

CALCUL DES ELEMENTS HYDRAULIQUES

$$S = b \cdot h$$

$$P = b + 2h$$

$$R = S/P$$

$$c = \sqrt{8g/\lambda} \quad \text{avec} \quad \lambda = \left(1,14 - 0,86 \ln \frac{\epsilon}{D_h}\right)^{-2}$$

$$\text{avec} \quad D_h = 4 \cdot (S/P)$$

Dans cette méthode, on tient compte de l'influence sur le nombre de Reynolds et de la rugosité relative en utilisant la formule de Colbrook White

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + 0,283 \frac{\epsilon}{D_h} \right)$$

si $|\lambda - \lambda_c| \leq 0,0001$ dans ce cas on calcul $c = \sqrt{8g/\lambda}$.

si la condition n'est pas vérifiée, on recalcule λ_c jusqu'à ce que la condition soit vérifiée.

Pour le calcul de la courbe de remous on a utilisé la méthode de Runge-Kutta

$$F_y = \frac{J_0 - J_p}{1 - Fr^2} ; \quad D_y : \text{le pas} ; \quad P_0 : \text{le signe.}$$

$$K_1 = F_y \cdot D_y ; \quad H = y + P_0 \cdot \frac{D_y}{2} \quad (\text{avec} : y = H : \text{valeur initiale,} \\ \text{si } H = H_{cr} \text{ on met } y = 0 = H)$$

$$K_2 = F_y \cdot D_y ; \quad H = y ; \quad (F_y \text{ se calcule avec } H \text{ précédente})$$

$$K_3 = F_y \cdot D_y ; \quad (H = y + P_0 \cdot \frac{D_y}{2})$$

$$K_4 = F_y \cdot D_y \quad (\quad " \quad)$$

$$D_x = (K_1 + 2(K_2 + K_3) + K_4) / 6 \quad \text{et} \quad \{ L = L + D_x \}$$

```

PROGRAM PENTE(INPUT,OUTPUT);

USES CRT;
CONST
  B=0.3;
  NN=0.009;
  G=9.01;
TYPE
  T=ARRAY[1..20]OF REAL;
VAR
  J:INTEGER;
  Q,Hn,Wn,U,IS,JS:REAL;
  W,P,Fr,Fn,R,C,Jf,Jm,H,X:T;
  FDN:TEXT;
PROCEDURE FAT;
  BEGIN
  (* BEGIN
  Wn:=B*Hn;

  Fn:=(SQR(Q)*B)/(G*(SQR(Wn)*Wn));WRITELN('Fn= ',Fn);READLN;
  END;*)
  FOR J:=1 TO 9 DO
  BEGIN
    W[J]:=B*H[J];WRITELN('W[ ',J,' ]= ',W[J]);READLN;
    P[J]:=B+2*H[J];WRITELN('P[ ',J,' ]= ',P[J]);READLN;
    R[J]:=W[J]/P[J];
    C[J]:=(1/NN)*EXP((1/6)*LN(R[J]));WRITELN('C[ ',J,' ]= ',C[J]);F
    Jf[J]:=SQR(Q)/(SQR(W[J])*SQR(C[J])*R[J]);WRITELN('Jf[ ',J,' ]= ',J
    Fn[J]:=(SQR(Q)*B)/(G*(SQR(W[J])*W[J]));WRITELN('Fn[ ',J,' ]= ',Fn
  END;
  FOR J:=1 TO 8 DO
  BEGIN
    Fr[J]:=(Fn[J+1]+Fn[J])/2;WRITELN('Fr[ ',J,' ]= ',Fr[J]);READLN;
    Jm[J]:=(Jf[J+1]+Jf[J])/2;WRITELN('Jm[ ',J,' ]= ',Jm[J]);READLN;
  END;
  END;
  BEGIN(*PP*);
  ASSIGN(FDN,'RON.DAT');RESET(FDN);
  FOR J:=1 TO 9 DO
  BEGIN
    READ(FDN,H[J]);WRITELN('H[ ',J,' ]= ',H[J]);READLN;
    READ(FDN,X[J]);WRITELN('X[ ',J,' ]= ',X[J]);READLN;
  END;
  READ(FDN,Q);
  (* READ(FDN,Hn); *)
  FAT;
  J:=0;
  IS:=0;
  FOR J:=1 TO 8 DO
  BEGIN
    IS:=((H[J+1]-H[J])/(X[J+1]-X[J]))*(1-SQR(Fr[J]))+Jm[J]+IS;
    WRITELN('IS= ',IS);READLN;READLN;
  end;
  JS:=is/O;
  WRITELN('JS= ',JS);READLN;
  END.

```

```

PROGRAM PAV(INPUT,OUTPUT); * Programme PAVLOUSLEY *
USES CRT, DOS, PRINTER;
CONST
  B=0.3;
  G=9.81;
  NN=0.009;
TYPE
  T=ARRAY[1..90] OF REAL;
VAR
  IO,KO,Q,I,XS,h1:REAL;
  H,W,P,R,C,Z,X,K,JN,JM,A,PH,F2:T;
  N,J:INTEGER;
  FDN:TEXT;
  FRES:TEXT;
  PROCEDURE LAS(VAR H:T);
  LABEL 20;
  BEGIN
    KO:=Q*SQRT(100)/SQRT(ABS(I));
    J:=1;
    H[J]:=EXP((1/3)*LN(SQR(Q)/(G*SQR(B))));
    WRITE(H[J]);
    if H[1]>h1 then
    BEGIN
      H[1]:=h1;
      FOR J:=2 TO N DO
        H[J]:=H[J-1]-0.002 END
      ELSE
      BEGIN
        H[1]:=H[1];
        FOR J:=2 TO N DO
          H[J]:=H[J-1]+0.002;
        END;
      FOR J:=1 TO N DO
      BEGIN
        W[J]:=B*H[J];
        P[J]:=B+2*H[J];
        R[J]:=W[J]/P[J]; C[J]:=(1/NN)*EXP((0.1423)*LN(R[J]));
        K[J]:=W[J]*C[J]*SQRT(R[J]);
        Z[J]:=K[J]/KO;
        IF Z[J]<1 THEN
          PH[J]:=0.49944*LN((Z[J]+1)/(1-Z[J]))
        ELSE
          BEGIN
            PH[J]:=0.49944*LN((Z[J]+1)/(Z[J]-1));
            F2[J]:=ARCTAN(Z[J]);
          END;
        END;
      END;
    END;
    FOR J:=1 TO N DO
    BEGIN
      A[J]:=(Z[J+1]-Z[J])/(H[J+1]-H[J]);
    END;
  END;
PROCEDURE FOS;
  BEGIN
    FOR J:=1 TO N DO
    BEGIN
      JN[J]:=(SQR(C[J])*0.01*ABS(I)*B)/(G*P[J]);
    END;
  END;

```

```

FOR J:=1 TO N-1 DO
  BEGIN
    JM[J]:=(JN[J]+JN[J+1])/2;
  END;
END;
BEGIN(*PP*);
ASSIGN(FDON, 'NOR.DAT'); RESET(FDON);
ASSIGN(FRES, 'SAT.DAT'); REWRITE(FRES);
READLN(FDON, Q, I, N); read(fdon, h1);
LAS(H);
FOS;
XS:=0;
FOR J:=1 TO N DO
  BEGIN
    IF I>0 THEN
      BEGIN
        X[J]:=1/(A[J]*I*0.01)*((Z[J+1]-Z[J])-(1-JM[J])*(PH[J+1]-PH[J]));
        XS:=XS+X[J];
      END
    ELSE
      IF I<0 THEN
        BEGIN
          WRITE('I ', I);
          X[J]:=(1/(A[J]*0.01*ABS(I)))*(-(Z[J+1]-Z[J])+(1+JM[J])*(F2[J+1]-
          XS:=XS+X[J];
        END
      (*  WRITELN(LST, H[J], ' ', XS); *)
      WRITELN(FRES, H[J], ' ', XS);
      END;
    CLOSE(FRES); CLOSE(FDON);
  END.

```

```

CLS:SCREEN 0:COLOR 9,7:CLS:NN=15:L=0:SINGE=1:E=.00005:W=.000001
INPUT"Donner La longueur du canal XL=";XL
10 DIM X(101),Y(101)
50 REM -----Entrée des données-----
100 INPUT"Donner La largeur de base de la section du canal b=";B
150 INPUT"Donner La pente du talus m=";M:INPUT"Donner La rugosité n=";N
200 INPUT"Donner La hauteur initiale (Mettre Ho=0 si Ho=Hcritique) Ho=";HO:INPU
"Donner La pente de radier Js=";JS
300 INPUT"Donner Le debit Q=";Q:CLS:GOTO 410
450 REM-----Sub:Calcul du debit en fonction de H-----
500 S=H*(D+M*H):X=D+2*M*H*SQR(M^2+1):DD=D+2*M*H
510 R=S/X:DH=4*R:A=(1.14-.06*LOG(E/DH))^2:V=Q/S:RE=V*DH/W:P=A
520 U=-2*LOG(2.51/(RE*SQR(P))+.27*E/DH)/2.3026:AT=1/(U*U)
550 ZA=ABS(P-AT)
560 IF ZA<=.0001 THEN GOTO 590 ELSE P=AT:GOTO 520
590 C=SQR(0*9.010001/P):K=C*S*SQR(R):QT=SINGE*K*SQR(JS):RETURN
605 REM -----Sub:Calcul de hauteur critique-----
610 DEF FNF(Y)=1-Q^2*(D+2*M*Y)/((Y*(D+M*Y))^3*9.010001)
620 YMAX=100
630 YMIN=0
640 YCR=.5*(YMAX+YMIN)
650 FOR I=1 TO 50
660 X=FNF(YCR)
670 IF X>0 THEN YMAX=YCR
680 IF X<0 THEN YMIN=YCR
690 YCR=.5*(YMAX+YMIN):NEXT I:IF HO=0 THEN HO=YCR
700 IF JS<=0 THEN YNR=3*YCR:JS=ABS(JS):SIGNE=-1:GOTO 800
705 REM-----Sub:Calcul de la hauteur normale-----
710 DEF FNY(Y)=(1/N)*(Y*(D+M*Y))*((Y*(D+M*Y))/(D+2*Y*(1+M^2)^.5))^(2/3)*
^(1/2)-Q
720 YMAX=100
730 YMIN=0
740 YNR=.5*(YMAX+YMIN)
750 FOR I=1 TO 50
760 X=FNY(YNR)
770 IF X>0 THEN YMAX=YNR
780 IF X<0 THEN YMIN=YNR
790 YNR=.5*(YMAX+YMIN):NEXT I
800 HN=YNR:HC=YCR
1000 REM-----:Determination de type de courbe de remous-----
1150 IF HN<HC THEN LOCATE 1,15:PRINT"Pente positive et Rapide Hn<Hc":GOTO 11
1160 LOCATE 1,10:PRINT"Pente Horiz. ou Critic. ou faible pente (positive ou ne
tive)":IF HO>HC THEN LOCATE 2,15:PRINT"Sus-Criticale ecoulement Ho < Hc":PO=-1
Y=(HO-HN)*.990/NN:HX=HN:A$="Le courbe vas vers l'amont":GOTO 2660
1170 IF HO<HC THEN:LOCATE 2,15:PRINT"Sous critical ecoulement":PO=1:HO
NN:HX=HC:A$="Le courbe vas vers l'aval":GOTO 2660
1180 IF HO>HC THEN LOCATE 2,15:PRINT"Sus-critical ecoulement Ho>Hc":A$ "Le cour
be vas vers l'amont":PO=-1:DY=(HO-HC)/NN:HX=HC
1190 IF HO<=HC THEN LOCATE 2,15:PRINT"Sous-critical ecoulement":A$="Le courbe
vas vers l'aval":PO=1:NN=NN*2:DY=(HN-HO)*.990/NN:HX=HN
2660 Y=HO:FOR I=1 TO NN:GOSUB 2000
2670 L=L+DX:X(I)=L:IF L>XL THEN 2950 ELSE NEXT:K=I-1:GOTO 0003
2790 REM ----- SUB:-----CALCUL DE DX PAR RUNGE KUTTA -----

```

```

660 Y=H0:FOR I=1 TO NN:GOSUB 2000
2670 L=L+DX:X(I)=L:IF L>XL THEN 2950 ELSE NEXT:K=I-1:GOTO 0003
2790 REM ----- SUB:-----CALCUL DE DX PAR RUNGE KUTTA -----
-
2800 H=Y:GOSUB 2900
2010 K1=FY*DY:H=Y+P0*DY/2:GOSUB 2900
2820 K2=FY*DY:H=Y+P0*DY/2:GOSUB 2900
2030 K3=FY*DY:H=Y+P0*DY:GOSUB 2900
2040 K4=FY*DY:DX=(K1+2*(K2+K3)+K4)/6:Y=Y+P0*DY:Y(I)=Y:RETURN
2090 REM -----SUB:-----CALCUL DE f(y) Qui est egale à dx/dy-----
-
2900 GOSUB 500:JF=Q^2/K^2:U=Q/5:F=U/(SQR(9.010001*(5/BB))):FY=((J5-JF)/(1-F^2))
-1:RETURN
2950 DY1=DY*(L-XL)/DX:Y(I)=Y(I-1)+P0*DY1:X(I)=XL :K=I
2990 REM -----RESULTATS -----
-
0003 OPEN "0",#1,"remous"
21000 X(1)=0 : Y(1)=H0
21110 FOR I=1 TO K
21120 Y=Y(I):X=X(I)
21130 PRINT #1,X,Y
21140 NEXT :CLOSE #1
30290 GOSUB 51260:FOR I=1 TO K
30300 IF I<=15 THEN LOCATE 7+I,12:PRINT USING"#####.###";X(I):LOCATE 7+I,23:PRI
T Y(I)
30310 IF I>15 THEN LOCATE 7+I-15,43:PRINT USING"#####.###";X(I):LOCATE 7+I-15,5
:PRINT Y(I)
30320 NEXT:LOCATE 3,15:PRINT A$:LOCATE 4,6 :PRINT" Hn=";HN;" Hc=";HC;"
Ho="; H0:LOCATE 3,40:END
51260 LOCATE 5,1:PRINT"
51265 PRINT" | N° | X | Y | N° | X | Y |"
51268 PRINT" | | | | | | |"
51270 C$=" | ###) | | | ###) | | |"
51275 FOR J=1 TO 15
51270 PRINT USING C$;J,15+J:NEXT
51200 PRINT" | | | | | | |"
51290 RETURN

```

ARTIE

XPERIMENTALE

La partie expérimentale de ce travail, a été réalisée au
laboratoire d'hydraulique de l'institut d'hydraulique
de l'U.ST.H.B. (Université de la science et de la technologie
HOUARI BOUMEDIENE).

1. DESCRIPTION DE L'INSTALLATION.

L'installation se constitue d'un canal rectangulaire à pente variable automatiquement de parois en verre, de longueur $l = 9\text{m}$, de largeur $b = 0,3\text{ m}$, alimenté par une conduite en charge circulaire reliée à un château d'eau situé à l'amont du canal pour maintenir une charge constante. Al'aval du canal on a une vanne persienne, l'eau déversée par dessus cette vanne arrive dans un canal, large à la fin duquel est disposé un deversoir triangulaire) ce deversoir permet de calculer z_t et de contrôler ce débit d'eau.

Des limi mètres sont installés, sur le canal principal et à l'amont du deversoir triangulaire, permettant la mesure des profondeurs d'eau.

2. MODE D'EMPLOI:

Le réglage, se fait tout d'abord pour la pente. On fixe le cas à étudier (Soit une pente positive, négative ou bulle). Puis on ouvre la vanne. Avant de mesurer les profondeurs d'eau dans le canal, il est nécessaire d'attendre que le niveau d'eau se stabilise afin de minimiser l'erreur commise sur la mesure. Grâce au limni mètre, on peut déterminer la profondeur d'eau pour chaque tronçon du canal (On considère des tronçons de 1 CM de longueur).

REMARQUE:

La vanne persienne à l'aval du canal sera toujours complètement ouverte et cela pour nous permettre d'avoir l'écoulement dénoyé et une section de contrôle où la profondeur est critique.

Le débit est déterminé en mesurant avec le limni mètre la lame d'eau déversée par dessus le deversoir triangulaire. Soit Q cette valeur. et connaissant la formule donnant le débit

$$Q = 1,343 H^{2,47} [m^3/s]$$

On pourra donc déterminer la valeur de ce débit Q en considérant

$$\alpha = 90^\circ .$$

3. Représentation des résultats.

1^{er} cas: pente négative ($i < 0$)

Le débit véhiculé $Q = 0,00568 \text{ m}^3/\text{s}$.

La pente du radier : $i = -6,802 \cdot 10^{-3}$

Resultats:

Sections	Longueurs [m]	Profondeurs d'eau [cm]			
		Resultats Experimentaux	Analytiques	de PAULOVSKY	Graphiques
1	0	3,31	3,31	3,31	3,31
2	1	4,70	4,74	4,96	4,54
3	2	5,60	5,63	5,98	5,4
4	3	6,50	6,45	6,90	6,08
5	4	7,30	7,24	7,71	6,74
6	5	8,10	8,03	8,53	—
7	6	8,85	8,80	9,33	—
8	7	9,70	9,05	10,11	—
9	8	9,92	9,52	10,50	—

$$h_{cr} = 0,0331 \text{ m} \quad ; \quad h_n = 0,024 \text{ m}$$

Remarque : ($h_n < h_{cr} < h$)

Comme $h > h_{cr}$ et $Fr < 1$

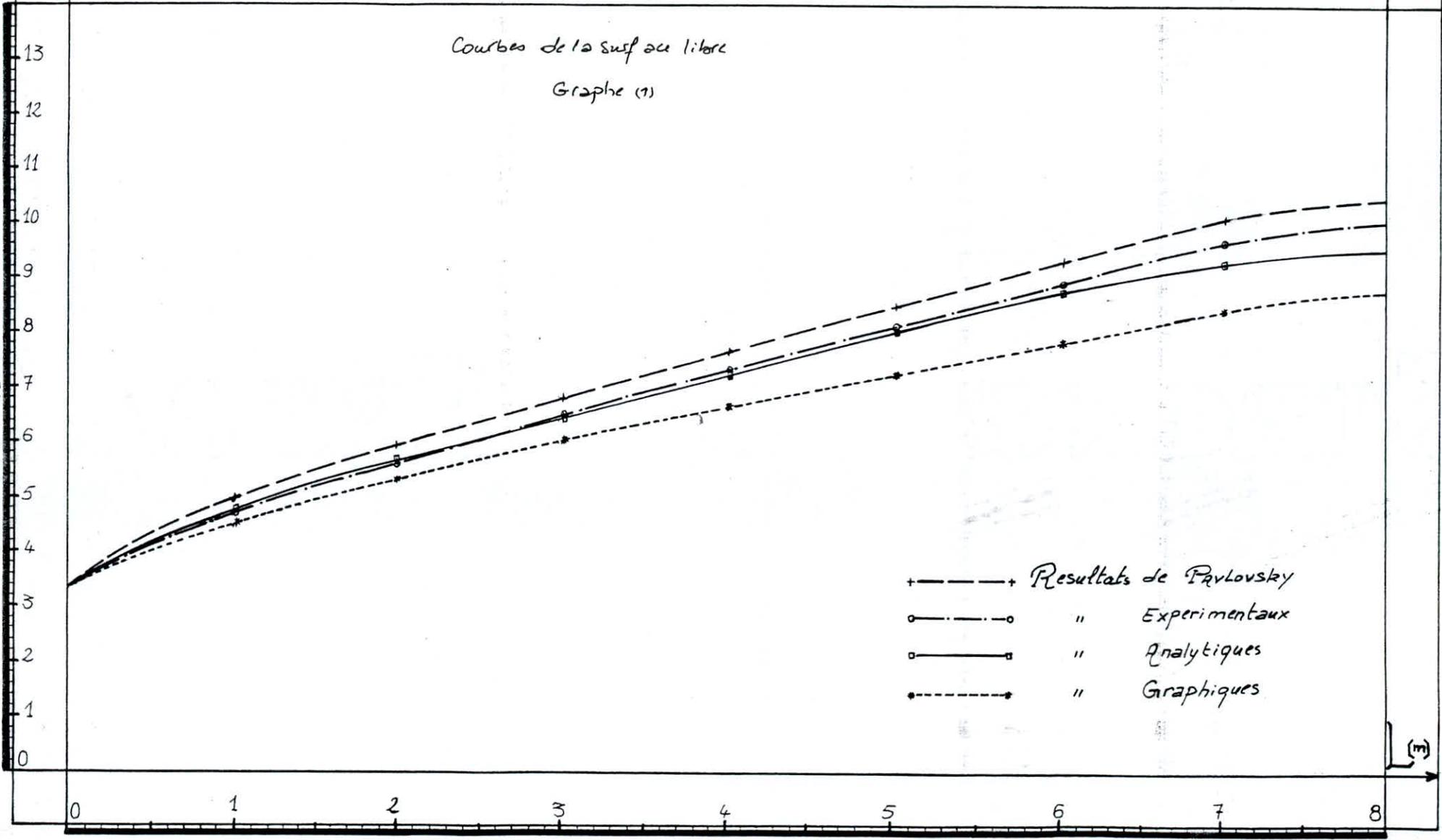
$$\rightarrow \frac{dh}{dx} < 0$$

* conclusion : La courbe formée $h = f(x)$ est une courbe de regression type (A₂) voir (Graphe (1))

H (cm)

$I < 0$; $Q = 0,00568 \text{ m}^3/\text{s}$

Courbes de la surface libre
Graphie (1)



- + - - - + Resultats de Pavlovsky
- o . . . o " Experimentaux
- — — — □ " Analytiques
- * - - - * " Graphiques

2^{ème} Cas: pente négative ($i < 0$)

Le débit véhiculé : $Q = 0,00337 \text{ m}^3/\text{s}$

La pente du radier : $i = -9,219 \cdot 10^{-3}$

Resultats

Sections	Longueurs [m]	Profondeurs d'eau [cm]			
		Resultats Experimentaux	Analytiques	de PAVLOVSKY	Graphiques
1	0	4,63	4,63	4,63	4,63
2	1	6,58	6,39	7,03	6,54
3	2	7,81	7,71	8,23	7,80
4	3	9,02	8,95	9,43	8,82
5	4	10,15	10,01	10,65	-
6	5	11,23	11,10	11,73	-
7	6	12,21	12,09	12,83	-
8	7	13,15	12,90	13,54	-
9	8	13,49	13,27	13,92	-

$$h_{cr} = 0,0463 \text{ m}$$

$$h_n = 0,0303$$

Remarque :

$$h > h_{cr} \text{ et } Fr < 1$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dx} < 0$$

* Conclusion: la courbe formée $h = f(x)$ est une courbe de regression type (A₂) voir figure (graphe (2)).

H (cm)

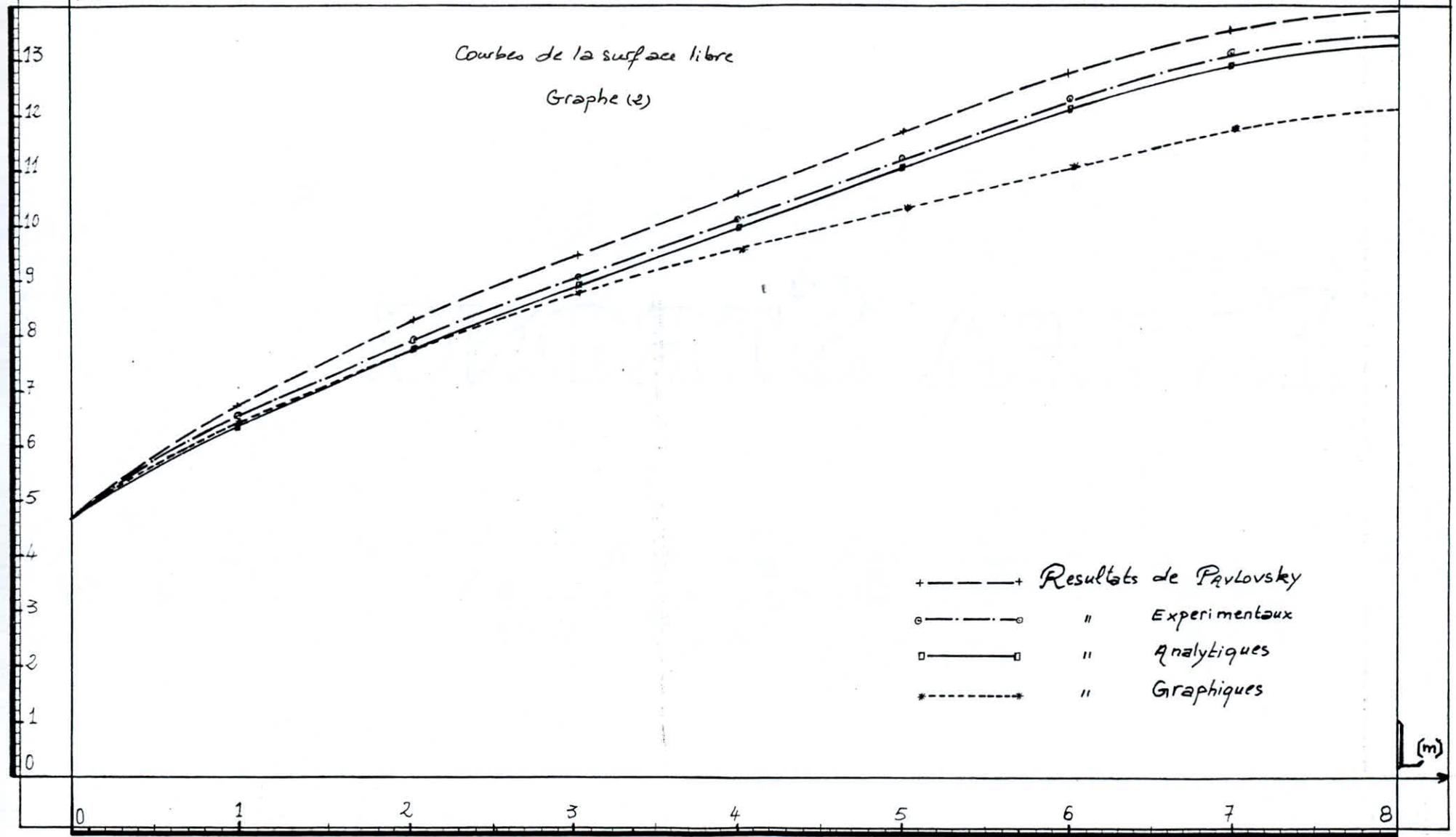
$I < 0$; $Q = 0,00937 \text{ m}^3/\text{s}$

Courbes de la surface libre
Graphe (2)

- + - - - + Résultats de Pavlovsky
- o - - - o " Experimentaux
- - - - □ " Analytiques
- * - - - * " Graphiques

(m)

0 1 2 3 4 5 6 7 8



3^{ème} Cas: pente négative ($i < 0$)

Le débit véhiculé $Q = 0,04224 \text{ m}^3/\text{s}$

La pente du radier: $i = -6,989 \cdot 10^{-3}$

Resultats:

Sections	Longueurs [m]	Profondeurs d'eau [cm]			
		Resultats Experimentaux	Analytiques	de PAULOVSKY	Graphiques
1	0	5,53	5,53	5,53	5,53
2	0,5	6,23	6,25	6,93	6,15
3	1,5	7,64	7,67	8,14	6,86
4	2,5	8,65	8,57	9,14	7,74
5	3,5	9,56	9,41	10,15	8,20
6	4,5	10,32	10,22	11,13	8,90
7	5,5	11,20	11,00	11,93	9,42
8	6,5	12,10	11,77	12,74	10,18
9	7,5	13,10	12,53	13,53	11,06

$$h_{cr} = 0,0553 \text{ m}; \quad h_n = 0,042$$

Remarque: $h > h_{cr}$; $F < 1$

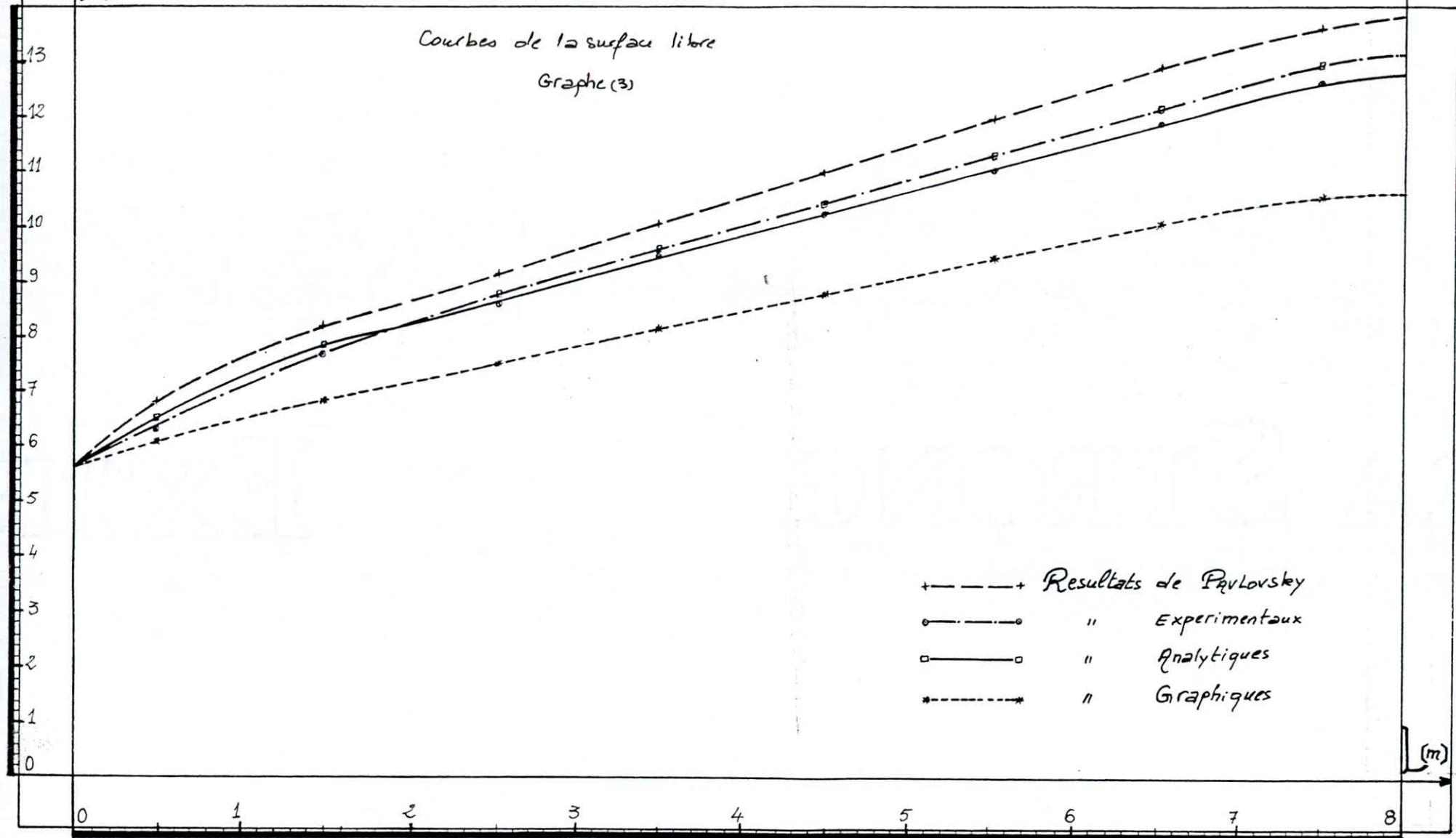
$$\Rightarrow \frac{dh}{dx} < 0$$

* Conclusion: La courbe formée $h=f(x)$ est une courbe de regression type (A₂) voir (Graphe (3))

H [cm]

$I < 0$; $Q = 0,01224 \text{ m}^3/\text{s}$

Courbes de la surface libre
Graphc (3)



- + - - - + Resultats de Pavlovsky
- o - - - o " Experimentaux
- - - - □ " Analytiques
- * - - - * " Graphiques

(m)

4^{ème} Cas: pente positive ($i > 0$)

Le débit véhiculé: $Q = 0,0178 \text{ m}^3/\text{s}$

La pente du radier: $i = 2,51 \cdot 10^{-2}$

Resultats:

Sections	Longueurs [m]	Profondeurs d'eau [cm]			
		Resultats Experimentaux	Analytiques	de PAULOVSKY	Graphiques
1	0	4,92	4,92	4,92	4,92
2	1	4,40	4,46	4,76	4,20
3	2	4,10	4,17	4,46	3,94
4	3	3,93	3,99	4,35	3,80
5	4	3,80	3,84	4,20	-
6	5	3,70	3,77	4,15	-
7	6	3,56	3,72	4,00	-
8	7	3,50	3,69	3,98	-
9	8	3,38	3,68	3,90	-

$$h_{cr} = 0,0710 \text{ m} ; h_n = 0,035 \text{ m} ; i_{cr} = 2,77 \cdot 10^{-3}$$

Remarque: $h_{cr} > h > h_n$; $F > 1$; $i > i_{cr}$;

$$\Rightarrow \frac{dh}{dx} < 0$$

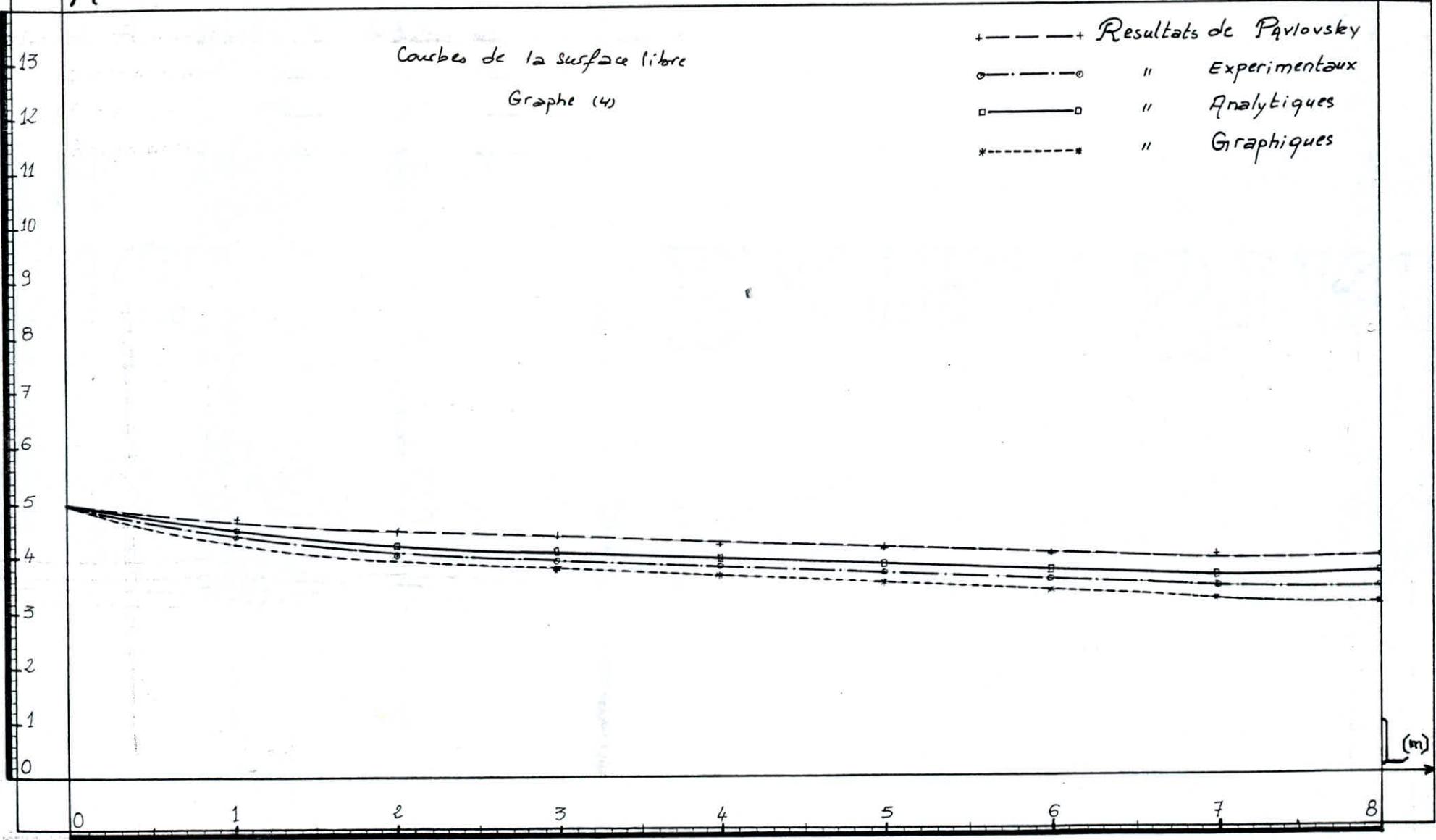
* Conclusion: La courbe formée $h = f(x)$ est une courbe de
décroissance type (T_2) voir (Graphique (4))

H (cm)

$I > 0 ; Q = 0,0178 \text{ m}^3/\text{s}$

Courbes de la surface libre
Graphe (4)

- + - - - + Resultats de Pavlovsky
- - - - ○ " Experimentaux
- - - - □ " Analytiques
- * - - - * " Graphiques



5^{ème} Cas: pente positive ($\epsilon > 0$)

Le débit véhiculé: $Q = 0,0261 \text{ m}^3/\text{s}$

La pente du radier: $\epsilon = 2,397 \cdot 10^{-2}$

Résultats:

Sections	Longueurs [m]	Profondeurs d'eau [cm]			
		Résultats Expérimentaux	Analytiques	de Pavlovsky	Graphiques
1	0	5,74	5,74	5,74	5,74
2	1	5,36	5,42	5,55	5,06
3	2	5,15	5,20	5,34	4,81
4	3	5,00	5,05	5,12	-
5	4	4,80	4,92	4,86	-
6	5	4,70	4,85	4,56	-
7	6	4,62	4,78	4,32	-
8	7	4,60	4,70	4,05	-
9	8	4,45	4,55	3,80	-

$$h_{cr} = 0,0920 \text{ m} ; h_n = 0,044 \text{ m} ; i_{cr} = 3,33 \cdot 10^{-3}$$

Remarque: $h_{cr} > h > h_n$; $F^1 > 1$; $i > i_{cr}$;

$$\Rightarrow \frac{dh}{dx} < 0$$

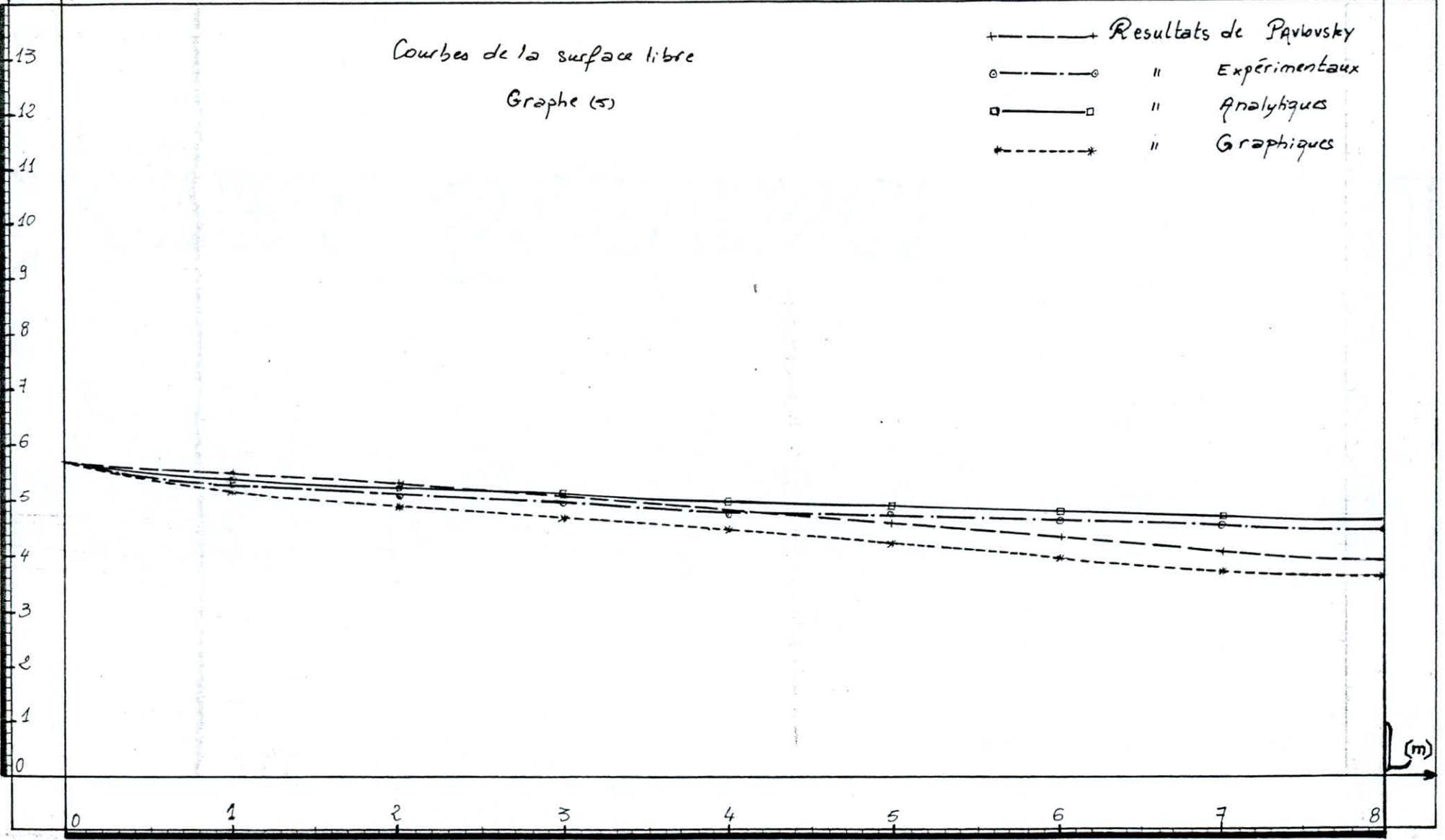
* Conclusion: La courbe formée $h = f(x)$ est une courbe de
décruce type (T_2) voir (Graphique (5))

H (cm)

$I > 0 ; Q = 0,0261 \text{ m}^3/\text{s}$

Courbes de la surface libre
Graphe (5)

- + - - - + Resultats de Pavlovsky
- o - - - o " Experimentaux
- - - - □ " Analytiques
- * - - - * " Graphiques



6^{ème} Cas: pente positive ($i > 0$)

Le débit véhiculé: $Q = 0,010209 \text{ m}^3/\text{s}$

La pente du radier: $i = 6,62 \cdot 10^{-3}$

Resultats:

Sections	Longueurs [m]	Profondeurs d'eau [cm]			
		Resultats Experimentaux	— (Analytiques) de PAVLOVSKY	— (de PAVLOVSKY) Analytiques	— Graphiques
1	0	4,905	4,905	4,905	4,905
2	0,5	5,12	4,97	5,25	4,90
3	1,5	5,45	5,03	5,51	4,86
4	2,5	5,80	5,28	5,95	5,16
5	3,5	6,03	5,40	6,20	5,3
6	4,5	6,26	5,47	6,52	5,4
7	5,5	6,11	5,84	6,86	5,68
8	6,5	6,98	6,70	7,30	6
9	7,5	7,80	6,69	8,10	6,5

$$h_{cr} = 0,049 \text{ m} ; h_n = 0,036 \text{ m} ; i_{cr} = 2,69 \cdot 10^{-3}$$

Remarque: $h > h_{cr} > h_n ; F < 1 ; i > i_{cr} ;$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dx} < 0$$

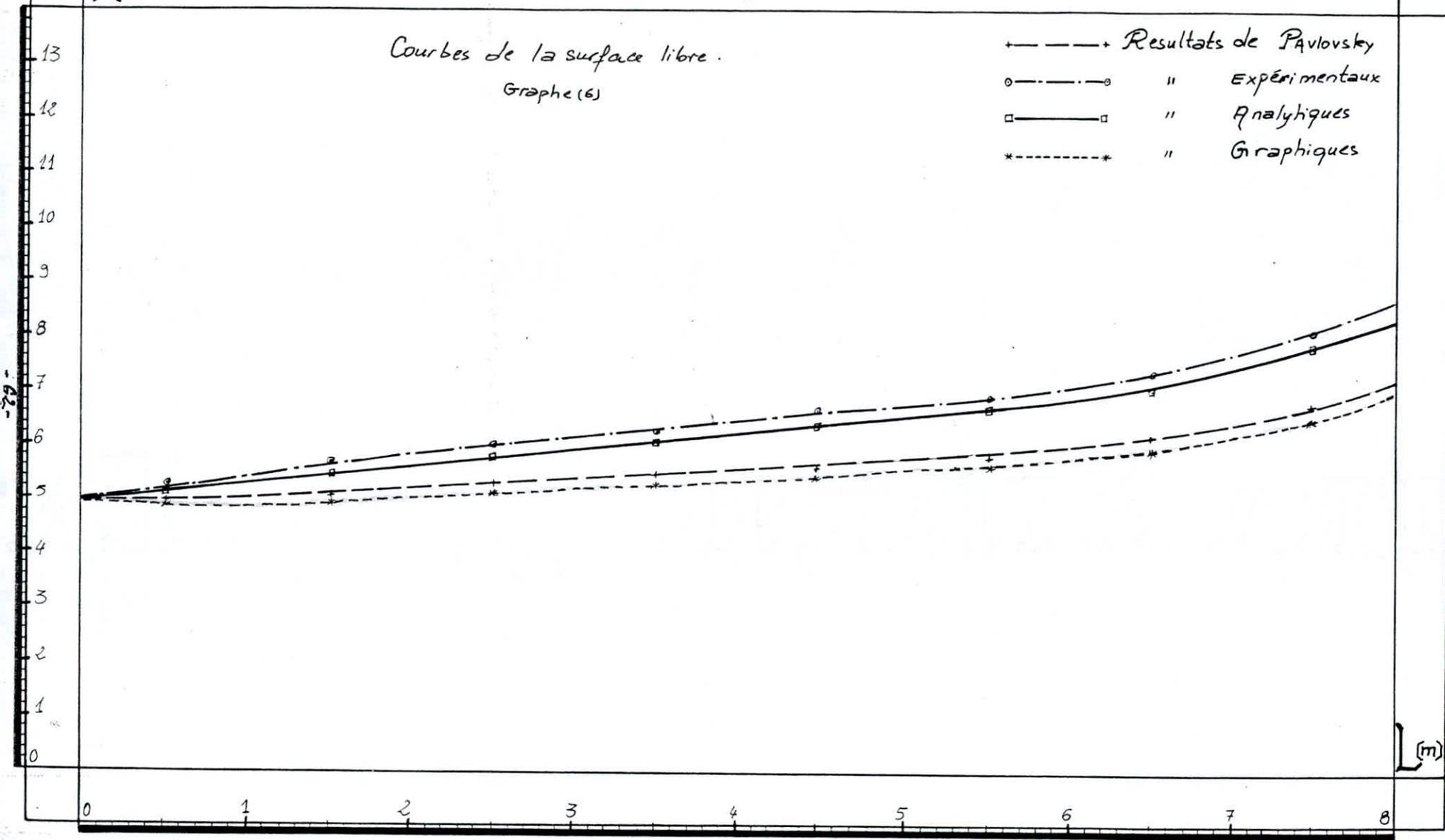
* Conclusion: La courbe formée $h=f(x)$ est une courbe de remous type (T_1) voir (Graphe (6))

H [cm]

$I > 0 ; Q = 0,010209 \text{ m}^3/\text{s}$

Courbes de la surface libre.
Graphe (6)

- + - - - + Résultats de Pavlovsky
- o - - - o " Expérimentaux
- - - - □ " Analytiques
- * - - - * " Graphiques



4- Calcul d'erreurs

1) $Q = 0,00568 \text{ m}^3/\text{s}$ ($I < 0$)

L'erreur se calcul par $\Delta h_i = \frac{h_{\text{exp}} - h_i}{h_{\text{exp}}} \times 100$

distances (m)	$h_{\text{experience}}$ (cm)	$\Delta h_{\text{Analytique}}$	$\Delta h_{\text{PAULOVSKY}}$	$\Delta h_{\text{Graphique}}$
0	3,31	0	0	0
1	4,70	-0,85	-5,5	3,52
2	5,60	-0,53	-6,8	3,57
3	6,5	0,77	-6,1	6,49
4	7,3	0,82	-5,6	7,67
5	8,1	0,86	-5,3	-
6	8,55	0,56	-5,4	-
7	9,7	6,7	-4,2	-
8	9,92	4,0	-5,85	-

2) $Q = 0,00937 \text{ m}^3/\text{s}$ ($I < 0$)

distances (m)	$h_{\text{experience}}$ (cm)	$\Delta h_{\text{Analytique}}$	$\Delta h_{\text{PAULOVSKY}}$	$\Delta h_{\text{Graphique}}$
0	4,63	0	0	0
1	6,58	2,89	-6,83	0,60
2	7,81	1,28	-5,37	0,12
3	9,02	0,77	-4,5	2,21
4	10,15	1,38	-4,92	-
5	11,23	1,15	-4,45	-
6	12,21	0,98	-5,07	-
7	13,15	1,90	-2,96	-
8	13,49	1,63	-3,18	-

3) $Q = 0,01224 \text{ m}^3/\text{s}$ ($I < 0$)

distances (m)	heights (cm)	$\Delta h_{\text{Analytiker}}$	$\Delta h_{\text{PAVLOUSKIJ}}$	$\Delta h_{\text{Graphiker}}$
0	5,53	0	0	0
0,5	6,23	7,32	-11,0	1,28
1,5	7,64	0,39	-6,5	10,21
2,5	8,65	0,92	-5,66	10,05
3,5	9,56	1,56	-6,19	14,22
4,5	10,32	0,97	-7,84	13,75
5,5	11,20	1,78	-6,51	15,89
6,5	12,10	2,72	-5,28	15,86
7,5	13,10	4,35	-3,23	11,45

4) $Q = 0,0178 \text{ m}^3/\text{s}$ ($I > 0$)

distances (m)	heights (cm)	$\Delta h_{\text{Analytiker}}$	$\Delta h_{\text{PAVLOUSKY}}$	$\Delta h_{\text{Graphiker}}$
0	4,92	0	0	0
1	4,4	-1,36	-8,18	4,54
2	4,1	-1,7	-8,78	3,9
3	3,93	-1,52	-10,68	3,3
4	3,8	-1,05	-10,52	-
5	3,7	-1,89	-12,16	-
6	3,56	-4,49	-12,36	-
7	3,50	-5,42	-13,71	-
8	3,38	-8,87	-15,38	-

5) $Q = 0,0261 \text{ m}^3/\text{s}$ ($I > 0$)

distances (m)	height (cm)	$\Delta h_{\text{Analyticky}}$	$\Delta h_{\text{PAVKOVSKY}}$	$\Delta h_{\text{Graphicky}}$
0	5,74	0	0	0
1	5,36	-1,26	-3,35	5,59
2	5,15	-0,97	-3,68	6,02
3	5,00	-0,8	-2,58	3,81
4	4,8	-2,5	-1,25	-
5	4,7	-3,2	2,97	-
6	4,62	-3,4	6,49	-
7	4,60	-2,17	11,95	-
8	4,42	-2,84	14,02	-

6) $Q = 0,010209 \text{ m}^3/\text{s}$ ($I > 0$)

distances (m)	height (cm)	$\Delta h_{\text{Analyticky}}$	$\Delta h_{\text{PAVKOVSKY}}$	$\Delta h_{\text{Graphicky}}$
0	4,905	0	0	0
0,5	5,12	-2,5	2,92	4,29
1,5	5,45	-1,1	7,70	10,82
2,5	5,80	-2,58	8,89	11,03
3,5	6,03	-2,81	10,44	12,10
4,5	6,23	-4,15	12,61	13,73
5,5	6,11	-12,27	4,41	7,03
6,5	6,98	-4,58	12,6	14,09
7,5	7,8	-3,84	14,23	16,66

INTERPRETATIONS:

1er Cas: Pente négative

Dans tous les cas étudiés, pour les pentes négatives, les courbes expérimentales sont situées sous les courbes analytiques et de PAVLOSKY, mais très proches de la courbe analytique.

Les résultats obtenus par la méthode analytique s'apparentent avec ceux expérimentaux, et sont satisfaisants.

L'erreur relative maximale est de $6,7\%$.

Les résultats de la méthode de PAVLOVSKY ne sont pas aussi proches.

Les valeurs obtenues sont supérieures aux valeurs trouvées expérimentalement.

L'erreur relative maximale est de $7,84\%$.

La méthode classique (graphique 79) donne des résultats moins précis que les deux méthodes citées ci-dessus.

Les valeurs obtenues sont inférieures aux valeurs expérimentales, on remarque que cette méthode n'est pas applicable pour les faibles débits (gamme des débits s'étendant jusqu'à 10 L/S) et quand elle est applicable, les résultats donnés sont moins précis, ce qui montre que cette méthode donne beaucoup plus d'assurance quand les débits deviennent importants.

L'erreur relative maximale est de $15,89\%$.

L'allure de toutes les courbes obtenues, vérifient l'allure théorique donnée par l'interprétation de l'équation fondamentale des écoulements non uniformes.

Néanmoins, on signale que la méthode de HAGER n'a pas pu être comparée aux différentes méthodes utilisées, cette dernière est valable que pour les forts débits,

L'installation utilisée pour l'expérimentation ne nous permet pas d'atteindre des débits de l'ordre de 1 M³/s.

2ème Cas: Pentes positives:

Pour la gamme des débits allant jusqu'à 12 L/S. les courbes expérimentales sont comprises entre les courbes analytiques et PAVLOVSKY, mais sont très proches des courbes analytiques, les valeurs obtenues par la méthode analytique sont légèrement différents des résultats expérimentaux, cette légère différence est d'autant supérieur pour la méthode de PAVLOVSKY. Ce qui montre l'exactitude

et la puissance de la méthode analytique. Cette même observation a été vérifiée pour les débits supérieurs, mais seulement là, la courbe expérimentale est située au dessous de ces deux courbes.

L'erreur maximale observée est de $12,37\%$ pour la méthode analytique et de $15,38\%$ pour l'autre méthode

La méthode classique graphique (79) donne des résultats moins précis que ces deux méthodes précédentes, en outre, elle n'a pas pu être utilisée pour les faibles débits. (l'erreur étant très élevée = $16,66\%$.)

On constate que l'allure donnée par les courbes expérimentales et les autres méthodes ressemblent nettement à l'allure que donne l'équation fondamentale des écoulements non uniformes, ce qui montre que les valeurs obtenues par les différentes méthodes sont conformes à la théorie.

On remarque que la méthode graphique donne des résultats moins précis que les autres du fait que cette méthode est moins puissante pour les faibles débits et que la précision des valeurs est moindre en utilisant une lecture graphique ou une représentation graphique.

CONCLUSION

Pour un calcul de remous, pour le dimensionnement des canaux d'irrigation et des ouvrages hydrauliques, il est préférable d'utiliser les méthodes analytiques où l'intérogation de l'équation fondamentale des écoulements non uniforme se fait pas à pas où la variation de profondeur est tellement petite que l'écoulement pourra être supposé uniforme avec une bonne assurance.

Les résultats analytiques sont beaucoup plus proches des résultats expérimentaux que les autres méthodes, du fait que la détermination de λ était fonction de la rugosité de la paroi non pas de la nature de la paroi, et encore fonction du régime de l'écoulement ce qui justifie l'utilisation des formuls de VIKURADEE et de COLLEBROOK dans la formule du coefficient de HEZY.

Ce qui nous permet à travers notre étude de generaliser l'emploi de ces deux formuls dans les écoulements à surface libres, qui initialement étaient valable et utilisable que pour les écoulements en charge.

Pour la méthode de PAVLOVSKY, bien qu'on a utilisé un canal sur ordinateur où le pas d'intégration est petit, la différence des valeurs obtenue par rapport à la méthode analytique est due à la méthode nuèrique choisie par l'intégration de l'équation générale, et du coefficient de CHEZY qui dépend de la nature de la paroi.

La même constatation est à faire pour la méthode classique graphique (79), la différence augmente pour les fais débits donc moins de précision, cette différence s'amoinndrit quant les débits augmentent.

La méthode de HAGER ne pourrait pas être utiliser dans les installations existants dans nos laboratoire ou les débits sont faible.

Le bon déroulement des expériences nous a permis de tirer des résultats positifs, c. a. d; que les valeurs determinées cadrent parfaitement les valeurs expérimentales.

Aussi toute bonne mesure des hauteurs ne relevera que de l'exactitude de la lecture de la hauteur relevée sur le deversoir diédrique pour la 6^{ème} mesure du débit et de la pente du canal, à signaler aussi que le dispositif n'est pas très à l'aise pour les faits débits ou le système de tranquillisation n'est pas très efficace.

*** BIBLIOGRAPHIE ***

- 1 * CARLIER M- Hydraulique générale et appliquée.
- 2 * CRAUSSE E- Hydraulique des canaux découverts en régime permanent.
- 3 * NAOUMENKO. I- Hydraulique générale et appliquée.
- 4 * GROUPEMENT D'ANTONY. Note technique N° 7.
Abacques de calcul d'hydraulique à surface libre
régime permanent
- 5 * WILLS. H. HAGER : Constructions Hydrauliques
Ecoulements Stationnaires
- 6 * KREMENETSKI. N : Hydraulique.

