

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique



Département d'Electronique

Mémoire de Magister

Option : Systèmes de Télécommunications

THEME :

**Etude de la Dispersion Electromagnétique dans les
Matériaux Diélectriques Périodiques Bidimensionnels**

Présenté par :

M^r OUDJIFENE Brahim

Jury

Monsieur M. TRABELSI	Professeur	ENSP	Président
Monsieur R. AKSAS	Professeur	ENSP	Rapporteur
Monsieur M.S. AIT CHIKH	Maitre de conférences	ENSP	Examineur
Monsieur Z. TERRA	Chargé de cours	ENSP	Examineur
Monsieur R. ZERGUI	Chargé de cours	ENSP	Examineur

Année Universitaire 2009/2010

إن عملنا يتضمن دراسة الانتشار في المواد الكهرومغناطيسية الممنوعة التي هي بني لها ثابت عزولة متغير دوريا اتجاه واحد او عدة اتجاهات في الفضاء هذه المواد تؤثر على انتشار الامواج الكهرومغناطيسية وتسبب في ظهور بعض حزم التوتر التي من أجلها انتشار هذه الامواج ممنوع في بعض الاتجاهات و من أجل بعض القدرات هذه الخاصيات تجعل البلورات الضوئية ذات اهمية بالغة في تطبيقات في المجال الميكروفي والمجال البصري في أول الأمر سندرس خصوصيات الانتشار في الهياكل ذات بعدين باستعمال طريقة الامواج المسطحة . بعدها نشرح شروط وجود الحزم الممنوعة والعوامل التي تؤثر فيها. في الأخير بفضل برنامج Opti FDTD القائم على طريقة FDTD سندرس ظهور حزم ممكنة داخل الحزم الممنوعة بإحداث خلل على البنى الدورية وسناقش خصائص الدليل الموجي المبني على البلورات الضوئية.

كلمات المفتاح

المواد العازلة – الحزم الكهرومغناطيسية الممنوعة - للانتشار الكهرومغناطيس - طريقة الامواج المسطحة - بيان الحزم – مساحات الانتشار – الدليل الموجي

Résumé

Dans ce travail on étudiera les matériaux diélectriques à bandes interdites électromagnétiques qui sont des structures dont l'indice diélectrique varie périodiquement selon une ou plusieurs directions de l'espace. Ces milieux périodiques produisent sur la propagation des ondes électromagnétiques, des bandes d'énergie interdites pour le champ électromagnétique, interdisant la propagation de la lumière dans certaines directions et pour certaines énergies. Ces propriétés rendent les cristaux photoniques intéressants pour de nombreuses applications dans les domaines microonde et optique. Dans un premier temps, les propriétés dispersives des structures 2D diélectriques sont étudiées avec la méthode des ondes planes. Ensuite, nous précisons les conditions d'existence des bandes interdites pour les réseaux carré et triangulaire.

Enfin, grâce au logiciel OptiFDTD basé sur la méthode une méthode FDTD, Nous étudions l'apparition de modes permis dans la bande interdite grâce à l'introduction de défauts dans la périodicité et nous discutons les propriétés des guides d'ondes à cristaux photoniques.

Mots de clés:

Matériaux diélectriques - bande interdite électromagnétique - BIE - dispersion électromagnétique - méthode des ondes planes - diagramme de bandes - surfaces de dispersion - méthode FDTD - guide d'onde.

Abstract

In this work we study dielectric bandgap materials they are periodic dielectric structures, where the periodicity varies in one, two or three dimensions. The periodic variation of the dielectric constant influences the electromagnetic properties. The energy of the light is separated in bandgaps, energy ranges in which the propagation of the light is forbidden for certain directions and energies. These properties suggest these structures may be interest for many applications in microwave and optic domains. In the first part we studied the dispersion properties of 2D dielectric structures with the plane wave method. Then, we predict the appearance of the band gaps of square and triangular structures.

Finally, using OptiFDTD software based on the FDTD method we study the appearance of allowed modes in the photonic band gap by the introduction of localized defects in the periodicity and we discuss the properties of photonic crystal wave guides.

Keywords:

Dielectric materials – electromagnetic bandgap - EBG – electromagnetic dispersion – plane wave method – band diagrams – dispersion surface – FDTD method- wave guide.

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du laboratoire des dispositifs de communications et de conversion photovoltaïque de l'école nationale polytechnique (ENP). Je tiens à remercier Monsieur le Professeur R. AKSAS de m'avoir accueilli dans son laboratoire et assuré l'encadrement de ce travail. Je le remercie aussi pour sa disponibilité et pour m'avoir soutenu et dirigé tout au long de ce travail.

Je suis très reconnaissant à Monsieur M. TRABELSI, Professeur à l'ENP pour avoir accepté de présider le jury.

Je remercie également messieurs M.S. AIT CHEIKH, R. ZERGUI ET Z. TERRA, pour avoir assuré la tâche d'examineurs pour ce travail.

Mes sincères remerciements à l'ensemble de la famille du département d'électronique de l'école nationale polytechnique, les enseignants, mes collègues étudiants et les administrateurs.

Enfin, je remercie tous les membres de ma famille pour l'aide, la confiance et le soutien continu dont ils ont fait preuve tout au long de mes années d'études.

A la mémoire de mon père

A Ma mère

A mes frères et sœurs

A Hakima

A tout le personnel de la société BH Lab

A tous mes amis des écoles ENP, ENA, ENV et EPAU

Liste des notations utilisées

ε_0 : Permittivité électrique du vide ($\frac{1}{36\pi \cdot 10^9} F/m$)

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide ($4\pi \cdot 10^{-7} H/m$)

c : Vitesse de la lumière dans le vide ($3 \cdot 10^8 m/s$)

v_g : Vitesse de groupe

λ : Longueur d'onde (m)

ε_a : Permittivité électrique du motif

ε_b : Permittivité électrique du substrat

k : Nombre d'onde (rad/m)

E : Vecteur champ électrique (V/m)

H : Vecteur champ magnétique (A/m)

$U_k(\vec{r})$: Fonction de Bloch

f_n : Fréquence normalisée

ω : Pulsation de l'onde

f_r : Facteur de remplissage

δ : Contraste d'indice

N : Nombre d'ondes planes

a : Période du réseau 2D

r : Rayon des tiges cylindriques

TE : Transverse Electrique

TM : Transverse Magnétique

Γ, X, M : Points de haute symétrie de la BZ

\vec{a}_1, \vec{a}_2 : Vecteurs du réseau direct

\vec{b}_1, \vec{b}_2 : Vecteurs du réseau réciproque : vecteur incident

V_i : vecteur incident

V_t : vecteur transmis

\vec{R} : Vecteur position du réseau direct

\vec{G} : Vecteur translation du réseau réciproque

$\vec{E}(\vec{r})$: Champ électrique

$\vec{H}(\vec{r})$: Champ magnétique

$\vec{E}_k(\vec{r})$ et $\vec{H}_k(\vec{r})$ Fonctions de Bloch périodiques des champs électrique et magnétique

$\vec{E}(\vec{G})$ et $\vec{H}(\vec{G})$ Coefficients de Fourier respectifs de $\vec{E}_k(\vec{r})$ et $\vec{H}_k(\vec{r})$

$\eta(\vec{r})$ Inverse de $\varepsilon(\vec{r})$

$\eta(\vec{G})$ Coefficient de Fourier de $\eta(\vec{r})$

Glossaire des Termes Techniques

BIP : Bande Interdite Photonique

BIE : Bande Interdit Electromagnétique

BIE2D : Bande Interdite Electromagnétique Bidimensionnelle

CPs : Cristaux Photoniques

CP2D : Cristal Photonique bidimensionnel

PWM : Plane Wave Method

FDTD : Finite Difference in Time Domain

FEM : Finit Element Method

MOM : Method Of Moment

TMM : Transfer Marris Method

EFS : Equi-Frequency Surface

BZ : Brillouin Zone

L.H.I : Milieu Linéaire Homogène et Isotrope

FFT : Fast Fourier Transform

PML : Periodic Matched Layer

OptiFDTD : Logiciel de Optiwave Software basé sur la méthode FDTD

Liste des figures

▪ Fig.1.1 Miroir de Bragg.....	5
▪ Fig.1.2 types de cristaux photoniques.....	6
▪ Fig.1.3 Types de structures 2D : a- Structure connectée, b- Structure déconnectée.....	6
▪ Fig.1.4 Diagramme des bandes.....	7
▪ Fig.1.5. Coefficients de transmission d'une structure 1D. a) sans défaut, b) avec défaut.....	8
▪ Fig.1.6 La nature des défauts dans une structure 2D.....	9
▪ Fig. 2.1 Structure périodique 2D, vecteurs de base des réseaux, direct et réciproque..	18
▪ Fig.2.2 Maille élémentaire du réseau direct.....	19
▪ Fig.2.3 Maille élémentaire de Wigner-Seitz du réseau direct.....	19
▪ Fig.2.4 Maille élémentaire d'un réseau réciproque.....	21
▪ Fig.2.5 Construction de la première zone de Brillouin définie dans le réseau réciproque.....	22
▪ Fig.2.6 Diffraction d'une onde incidente sur deux volumes élémentaires.....	24
▪ Fig.2.7 Interprétation géométrique dans l'espace réciproque de la condition de diffraction.....	25
▪ Fig.2.8 Construction géométrique de la condition de diffraction.....	26
▪ Fig.2.9 Polarisation possibles dans une structure périodique 2D : TE et TM.....	27
▪ Fig.2.10 Configuration du réseau d'une structure 2D.....	27
▪ Fig.2.11 Réseaux direct et réciproques et zones de Brillouin correspondantes (a) Réseau carré (b) réseau triangulaire.....	28
▪ Fig.2.12 Espace direct et réciproque d'un réseau carré et zone de Brillouin correspondante.....	34
▪ Fig.2.13 Diagramme de dispersion d'une structure BIE 2D carré en mode TM.....	35
▪ Fig.2.14 Diagramme de dispersion d'une structure BIE 2D triangulaire en mode TE	36
▪ Fig.3.1 Diagramme de dispersion d'un réseau carré faiblement modulé.....	39
▪ Fig.3.2 Diagrammes de dispersions du réseau carré pour différents contraste d'indices a) $\delta=1.5$, b) $\delta=2.0$, c) $\delta=4.0$ et d) $\delta=6.0$	40

- Fig.4.5 Structures BIE 2D avec un défaut ponctuel et sa carte de champs E_y correspondante Calculé avec OptiFDTD.....61
- Fig.4.6 Guide d'onde en branche Y à cristal diélectrique triangulaire 2D conçu sur OptiFDTD.....62
- Fig.4.7 Diagramme de transmission du guide d'onde, apparition de mini bandes.....63
- Fig.4.8 Evolution de la propagation de la lumière dans le guide d'onde à jonction Y63
- Fig.4.9 Cartes des champs électriques E_y , magnétique H_z et le vecteur de Poynting...64
- Fig.4.10 Cartographie et amplitude du champ E_y obtenu en sortie de la ligne d'observation.....65
- Fig.4.11 Différentes formes de guides d'ondes à matériaux BIE 2D.....66

Table des matières

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre 1

1. Etat de l'art des matériaux à bande interdite électromagnétique

1.1. Bref historique	3
1.2. Inventaire des matériaux à BIP	5
1.2.1 La structure périodique unidimensionnelle	6
1.2.2. La structure périodique bidimensionnelle.....	6
1.2.3. La structure périodique tridimensionnelle	7
1.3. La dispersion dans les cristaux photoniques.....	8
1.4. Matériaux BIE à défaut	9
1.4.1 Principe de base de s structures BIE à défauts	10
1.4.2 Les types de défauts	10
1.4.3 La nature des défauts	11
1.5. Domaines d'application.....	12
1.5.1. Domaines d'application.....	12
1.5.2. Domaines d'application.....	12
1.6. Outils de simulation	13
1.6.1. La méthode des différences finies temporelles (F.D.T.D).....	13
1.6.2. La méthode des différences finies.....	14
1.6.3. La méthodes des matrices de transfert.....	14
1.7. Conclusion	15

Chapitre 2

2. Etude des matériaux périodiques bidimensionnels infinis

2.1. Modélisation des structures périodiques diélectriques bidimensionnelles	16
2.2. La méthode des ondes planes	17
2.3. Réseaux direct et réciproque à deux dimensions	18
2.4. Zones de Brillouin	21
2.5. Condition de diffraction	22
2.6. Réseau carré et triangulaire	26
2.7. Etude électromagnétique pour un mode TM	29
2.8. Etude électromagnétique pour un mode TE	32
2.9. Résultats obtenus	34
2.9.1 Résultats obtenus pour le mode TM	34
2.9.2 Résultats obtenus pour le mode TE	36
2.10. Conclusion	37

Chapitre 3

3. Interprétation des propriétés dispersives des matériaux

diélectriques à BIE

3. Ouverture des bandes	39
3.1 Bandes partielles et bandes complètes	39
3.2 Bandes interdites totales	41
3.3 Influence du nombre d'onde N	42
3.4 Influence du coefficient de remplissage et du rapport r/a	44
3.4.1 Réseau carré	44

3.4.2 Réseau triangulaire	45
3.5 Surface de dispersion	46
3.6 Interprétation des propriétés dispersives des matériaux à BIE 2D.....	50
3.6.1 La réfraction négative	52
3.6.2 Auto-collimation	53
3.6.3 Super-dispersion	54
3.7 Conclusion	55

Chapitre 4

4. Matériaux à BIE 2D finis et avec défauts, application aux guides d'ondes

4.1. Simulation de la structure BIE 2D avec OptiFDTD	56
4.1.1. Présentation de la méthode FDTD et du logiciel OptiFDTD	57
4.2. Structures à BIE 2D sans défauts	58
4.3. Structures à BIE 2D avec défauts	60
4.3.1. Le défaut ponctuel.....	60
4.3.2 Guide d'onde à cristaux diélectriques en jonction Y	61
4.4. Conclusion	67
Conclusion générale.....	68

Introduction générale

L'analogie avec la physique des solides a conduit à la découverte des cristaux photoniques et relancé un développement massif dans les domaines des micro-ondes et de l'optique. En effet, les électrons d'un cristal semi-conducteur ne peuvent prendre n'importe quelle énergie, la périodicité du potentiel d'interaction entre électrons et atomes conduit à l'existence de bandes d'énergies interdites. De la même façon, un matériau dont l'indice de réfraction varie périodiquement suivant les différentes directions de l'espace pourra présenter des bandes d'énergies interdites pour les photons. Autrement dit, dans certains domaines de longueur d'onde de l'ordre de grandeur de la période du matériau, la lumière ne pourra s'y propager et sera réfléchi quelle que soit son incidence. Ces plages de fréquences ont pris le nom générique de Bande Interdite Electromagnétique (BIE).

Ces structures périodiques sont des milieux dispersifs dans lesquels la vitesse de phase dépend de la fréquence. L'étude de la dispersion électromagnétique dans les matériaux périodiques conduit aux renseignements sur leurs propriétés et ouvre de nouvelles perspectives pour étendre leurs champs d'applications. C'est dans ce cadre que s'inscrit ce manuscrit. L'objectif est ici de démontrer les propriétés dispersives de la propagation dans les cristaux photoniques bidimensionnels et de mettre en évidence leurs potentialités pour le filtrage, le stockage et le guidage de la lumière.

Dans un premier chapitre, nous décrivons les généralités sur les BIE et les outils de simulation. Après avoir présenté un historique rappelant le principe des cristaux photoniques, nous exposerons quelques généralités sur les caractéristiques de ces matériaux périodiques. Nous rappellerons au passage l'analogie qui existe entre les électrons et les photons. Un bref état de l'art sera présenté, suivi des applications développées avec des structures périodiques dans différents domaines tels que l'optique et les microondes. Enfin, un aperçu sur quelques méthodes et outils permettant l'étude et la simulation de ce type de matériaux à BIE sera présenté.

Le deuxième chapitre sera consacré à l'étude des matériaux périodiques infinis à deux dimensions. Pour cela, nous proposerons une méthode basée sur un développement en ondes planes et nous présenterons les concepts utiles à cette décomposition. Grâce à cette méthode, nous pouvons tracer le diagramme de dispersion, représenter les contours de dispersion et les distributions du champ électromagnétique dans le cristal photonique. Cette méthode sera

développée pour les deux polarisations TE et TM et appliquée aux deux réseaux communément utilisés, le réseau carré et triangulaire.

Nous examinerons dans le troisième chapitre les résultats obtenus par la méthode des ondes planes pour le cas des matériaux à BIE bidimensionnels infinies, pour les interprétations des différents propriétés dispersives des ces matériaux. Nous expliquerons alors grâce aux diagrammes et les surfaces de dispersion le principe et les conditions de l'ouverture des bandes interdites, ainsi que l'origine des différents phénomènes caractérisant ces matériaux, tels que la réfraction négative, l'auto-collimation et la super-dispersion donnant un éventail d'applications prometteuses aux structures à BIE.

Enfin, dans le quatrième chapitre, nous utiliserons une autre méthode d'analyse qui est la méthode des différences finies dans le domaine temporel implémentées sous le logiciel OptiFDTD, Une attention toute particulière est portée à la description des défauts de périodicité et à leur influence sur les propriétés électromagnétiques des cristaux photoniques. L'insertion de défauts va, en effet, permettre d'introduire des résonateurs et des guides d'onde optiques au sein des cristaux photoniques.

Chapitre 1

Etat de l'art des matériaux à bande interdite électromagnétique

Les matériaux à bande interdite électromagnétique sont des structures artificielles possédant une constante diélectrique périodique suivant une, deux, ou les trois directions de l'espace [1,2]. Depuis quelques années, ces objets constituent un domaine de recherche suscitant un engouement très important car ils permettent de contrôler de façon extensive la propagation de la lumière. En particulier, ces structures offrent la possibilité d'empêcher ou de permettre dans certaines plages de fréquences, la propagation de la lumière dans une ou plusieurs directions [3,4].

Nous donnerons dans la suite de ce chapitre un état de l'art sur le concept des matériaux périodiques à bande interdite électromagnétique en décrivant leurs caractéristiques selon les types, leurs domaines d'application et les outils permettant la simulation de leurs caractéristiques électromagnétiques.

1.1. Bref historique

Ce nouveau type de structure a été développé par E. Yablonovitch [5,6] à la fin des années quatre-vingts. En réalité, le tout premier matériau BIP ou cristal photonique a été réalisé, sans le savoir, par le physicien anglais William Laurence Bragg en 1915 [7]. Ce dernier a réussi par l'empilement périodique de couches transparentes à indices de réfraction différents à réfléchir 99,5% de l'énergie incidente [8,9], ce qui est impossible avec un miroir classique [10,11]. Ce phénomène s'explique par de multiples réflexions à l'intérieur même de chaque interface. Ces réflexions sont constructives (additives) pour une épaisseur particulière des différentes couches.

Ces matériaux, dont la constante diélectrique est structurée de manière périodique, possèdent des fréquences pour lesquelles il n'existe aucun mode de propagation possible à l'intérieur du matériau, autrement appelé bande de fréquence interdite [12,13]. Ces structures périodiques à une dimension sont déjà connues sous le nom de miroirs de Bragg [14]. Depuis, E. Yablonovitch a eu l'idée d'étendre leur fonctionnement à plusieurs dimensions.

Pour simplifier les réalisations, un prototype a été défini avec des bandes interdites mesurables en micro-ondes [15]. Depuis cette innovation, les études qui ont pour objet ces matériaux se sont considérablement accrues. Les domaines de fréquences où ces matériaux sont étudiés correspondent aux fréquences optiques (de 1THz jusqu'à 1000THz) et aux fréquences micro-ondes ou hyperfréquences [4,16,17].

L'analogie entre l'équation de Schrödinger [17] et l'équation de propagation issue des équations de Maxwell dans les milieux diélectriques permet de rapprocher les propriétés des cristaux solides de celles des cristaux photoniques. A l'image des semi-conducteurs, dont la régularité du paysage atomique entraîne l'existence d'une bande d'énergie interdite [18], nous pouvons obtenir des bandes de fréquences interdites pour des matériaux diélectriques périodiques. Pour ces bandes de fréquences, aucune onde électromagnétique ne peut se propager dans le matériau et ceci quel que soit l'angle d'incidence considéré selon la structure étudiée. Ces plages de fréquences ont pris le nom générique de Bande Interdite Photonique. Le principe du miroir de Bragg est présenté sur la figure 1.1.

Pour le domaine des micro-ondes, nous utiliserons plutôt le terme de matériaux à Bande Interdite Electromagnétique ou BIE qui correspond aux bandes de fréquences étudiées. En effet, leurs propriétés fréquentielles sont transposables pour d'autres longueurs d'ondes car elles sont surtout induites par la ou les périodicités du matériau.

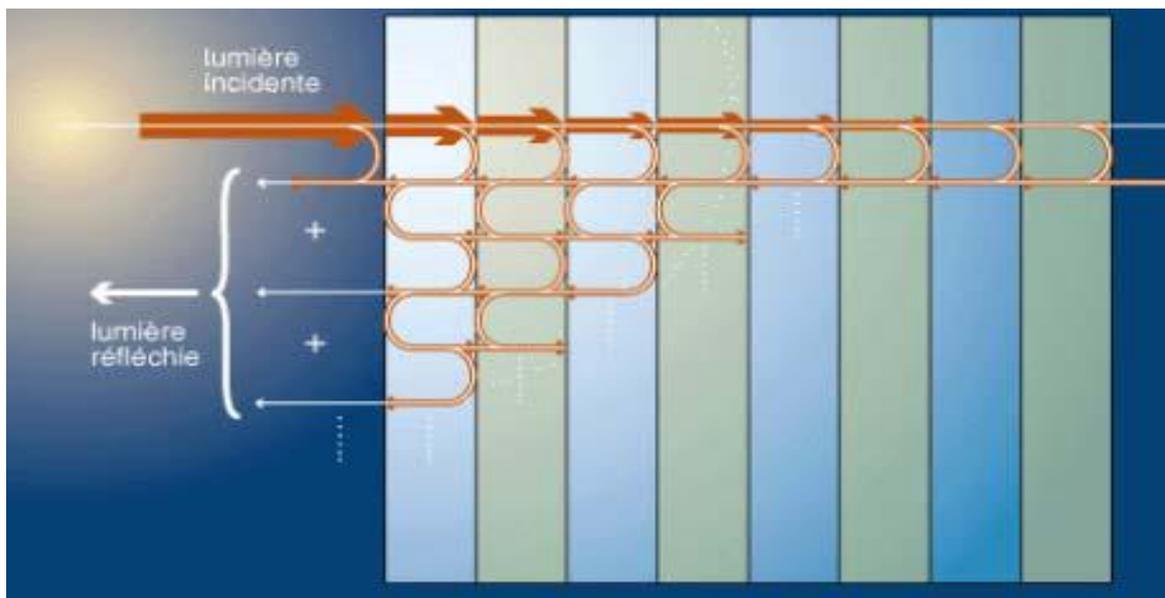


Fig.1.1 Miroir de Bragg

La principale caractéristique de ces structures BIE est leur aptitude à fonctionner comme un miroir. Elles permettent de réfléchir partiellement ou quasi totalement les ondes électromagnétiques dans une certaine bande de fréquences et cela pour des incidences particulières selon les types de matériaux utilisés.

Ces structures réfléchissent les ondes grâce à un phénomène d'interférence constructive entre les différentes couches composant le matériau [1,3,19]. L'onde incidente est partiellement réfléchi à chaque interface entre deux couches. Du fait de la stratification périodique, les ondes ainsi réfléchies présentent un déphasage bien défini les uns par rapport aux autres. Elles interfèrent donc de manière constructive ou destructive selon la valeur du déphasage qui dépend entre autre de la longueur d'onde et de l'angle d'incidence.

L'intérêt grandissant porté sur l'étude, la caractérisation et la fabrication des matériaux BIE a permis de passer de la structure miroir unidimensionnelle aux BIE 2D et 3D en apportant de nouveaux concepts à l'électromagnétisme et des perspectives d'applications variées [20].

1.2. Inventaire des matériaux à BIE

Les cristaux photoniques sont des matériaux présentant une constante diélectrique modulée de façon périodique. La périodicité (Figure.1.2) peut être unidimensionnelle (miroir de Bragg), bidimensionnelle ou encore tridimensionnelle [3,21]. Une bande interdite photonique s'ouvre dans une ou plusieurs directions de l'espace selon les cas.

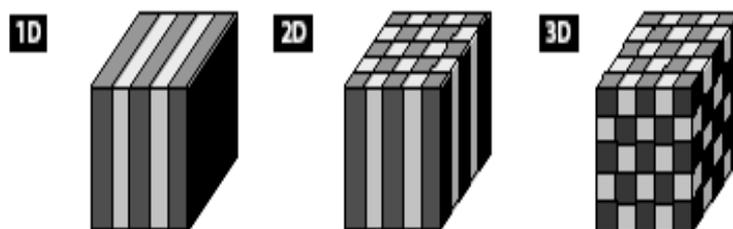


Fig.1.2 types de cristaux photoniques

Les structures unidimensionnelles 1D sont les plus simples mais leurs propriétés sont très sensibles à l'angle d'incidence des ondes électromagnétiques alors que les structures 2D ou 3D, au demeurant plus difficiles à réaliser, permettent un contrôle de la propagation des ondes électromagnétiques pour des angles d'incidence variables [12].

1.2.1. La structure périodique unidimensionnelle

Cette structure est le dispositif périodique le plus simple. Il est connu sous la nomination de « Miroir de Bragg » décrit précédemment. Il consiste en une alternance de couches diélectriques planes disposées périodiquement selon une seule direction de l'espace. La figure.1.3, illustre le diagramme donnant une succession de bandes interdites obtenues pour une telle structure.

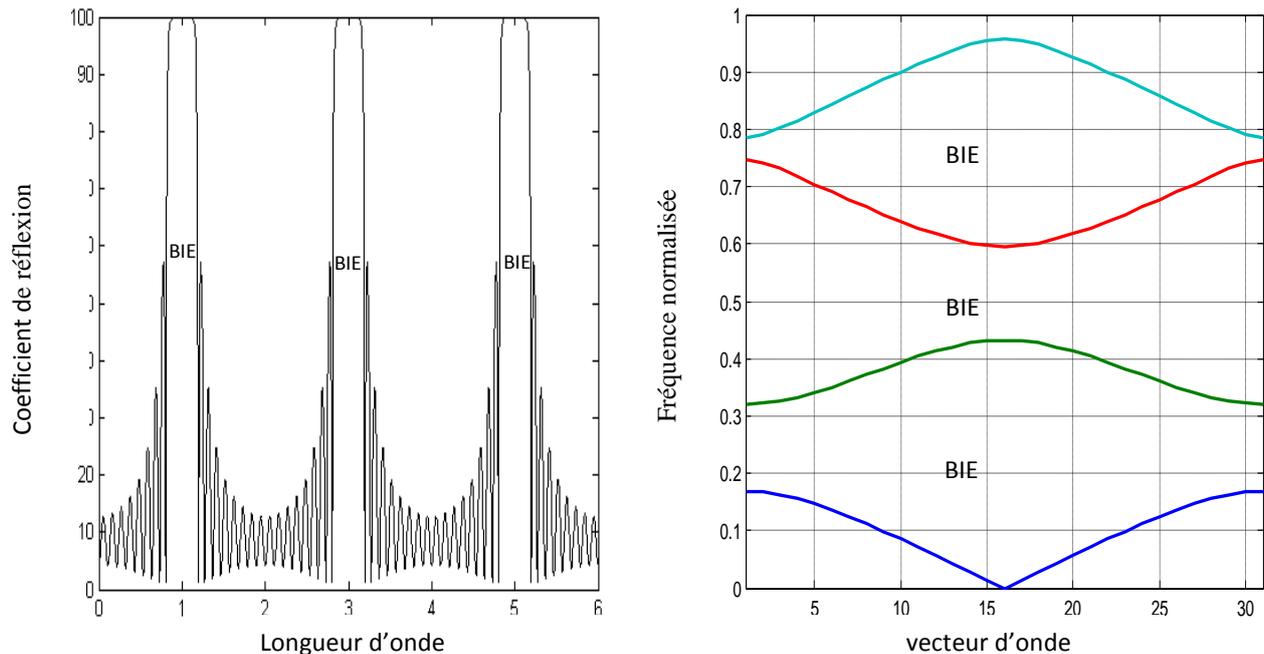


Fig. 1.3 Bandes interdites pour un matériau périodique unidimensionnel

Un tel miroir unidimensionnel ne possède pas une bande interdite pour toutes les directions de propagation [10], c'est là sa limitation essentielle. La solution est l'utilisation de structures périodiques tridimensionnelles. Cependant ces structures étant très difficiles à fabriquer, beaucoup d'études se sont portées sur les structures bidimensionnelles, plus facile à fabriquer, et qui peuvent présenter des gaps photoniques complets dans un plan [3,22].

1.2.2. La structure périodique bidimensionnelle

Les structures périodiques bidimensionnelles sont périodiques suivant deux directions de l'espace et infinies suivant la troisième. Ces structures périodiques sont composées de cylindres diélectriques. Elles présentent une relative simplicité géométrique qui facilite les études théoriques et expérimentales. Les matériaux 2D sont des cristaux dont la constante

diélectrique est structurée périodiquement dans les deux dimensions et reste homogène dans la troisième. Nous pouvons donc étudier les ondes électromagnétiques incidente à la structure 2D en deux polarisations distinctes TE et TM [2,23].

Le comportement fréquentiel n'est pas forcément identique selon la polarisation. En effet, l'apparition des bandes interdites dépend du contraste d'indice qui doit être plus élevé selon le type de réseau [24]. C'est les difficultés de fabrication des structures 3D qui ont conduit à envisager la réalisation et l'étude de structures 2D. Un cristal photonique 2D parfait est périodique dans un plan et infiniment long dans la direction perpendiculaire à ce plan. Il possède une bande interdite dans le plan [19]. Ces systèmes n'existent pas dans la réalité mais de bonnes approximations peuvent être obtenues [5,7].

Il y a deux type de géométrie possible pour les structures étudiées qui sont, la structure dite déconnectée où les motifs cylindriques sont libres et entourés d'air et la structure dite connectée où des trous cylindriques sont percés sur un substrat diélectrique homogène de permittivité relative donnée (Fig.1.4).

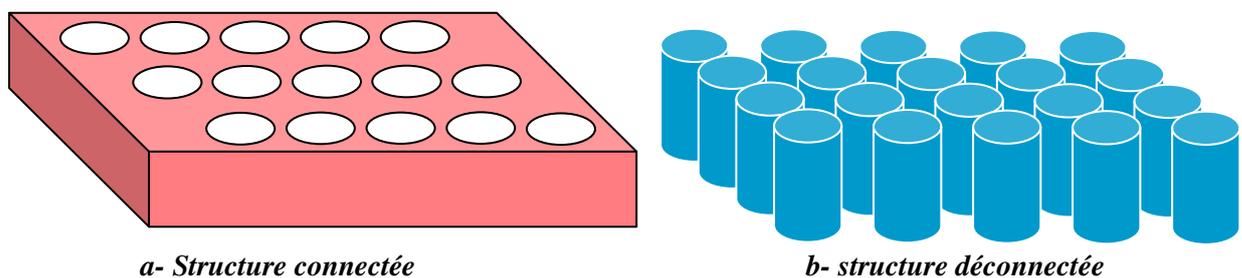


Fig. 1. 4 Types de structures 2D : a- Structure connectée, b- Structure déconnectée

1.2.3. La structure périodique tridimensionnelle

Les structures 3D sont les premières structures étudiées avec les structures 1D ou réseaux de Bragg. L'objectif était d'obtenir des structures 3D fonctionnant sur les mêmes principes que les miroirs de Bragg [1,9], mais possédant une bande interdite photonique complète, c'est-à-dire dans toutes les directions de l'espace.

Les cristaux photoniques 3D sont les seules permettant d'assurer une bande interdite quelle que soit la direction de propagation de l'onde électromagnétique dans l'espace [1,25]. Cependant, la réalisation des structures BIE 3D nécessite des techniques de fabrication complexes qui sont à ce jours non maîtrisées [26], d'où l'intérêt porté sur les structures 2D.

1.3. La dispersion dans les cristaux photoniques

Les cristaux photoniques sont des structures périodiques de matériaux diélectriques ou métalliques conçues pour modifier la propagation des ondes électromagnétiques de la même manière qu'un potentiel périodique dans un cristal semi-conducteur affecte le déplacement des électrons en créant des bandes d'énergie autorisées et interdites [1,27]. L'absence de modes propagatifs des ondes électromagnétiques (EM) dans de telles structures, dans une plage de fréquences ou de longueurs d'onde, est alors qualifiée de bande interdite (*band gap* en anglais).

Comme en physique du solide, le cristal photonique est caractérisé par son diagramme de dispersion. Le théorème de Bloch-Floquet [28], permet de déterminer l'existence de modes électromagnétiques que peut supporter le cristal. Pour une direction de propagation donnée, on reporte l'ensemble des fréquences propres que le système peut supporter. Ce diagramme est appelé diagramme de dispersion (ou de bande).

Les électrons d'un cristal semi-conducteur ne peuvent prendre n'importe quelle énergie [19,29], la périodicité du potentiel d'interaction entre électrons et atomes conduit à l'existence de bandes d'énergies interdites. De la même façon, un matériau dont l'indice de réfraction varie périodiquement suivant les différentes directions de l'espace pourra présenter des bandes d'énergies interdites pour les photons. Autrement dit, dans certains domaines de longueur d'onde de l'ordre de grandeur de la période du matériau, la lumière ne pourra s'y propager et sera réfléchi quelle que soit son incidence.

Une méthode pour étudier les matériaux à bande interdite photonique consiste à calculer le diagramme de dispersion du matériau infini. Le réseau cristallin est transposé dans l'espace réciproque des vecteurs d'ondes [3,4]. Un nouveau réseau orthogonal au réseau cristallin de l'espace direct est ainsi obtenu. Ceci permet de déduire la première zone de Brillouin [1,3], qui représente le domaine élémentaire dans lequel doivent être recherchées les solutions aux équations de propagation. La méthode consiste alors à calculer l'enveloppe des modes autorisés à se propager en faisant parcourir au vecteur d'onde en abscisse le contour prédéfini par la première zone de Brillouin [3, 30]. Cette étude permet de déterminer si le matériau possède une bande de fréquences interdites commune à tous les angles de propagation envisageables. Les propriétés du matériau infini sont présentées sous la forme d'un diagramme de bande ou diagramme de dispersion [12].

La figure 1.5 illustre le diagramme de dispersion d'un CP pour les deux polarisations TM et TE pour un réseau triangulaire bidimensionnel.

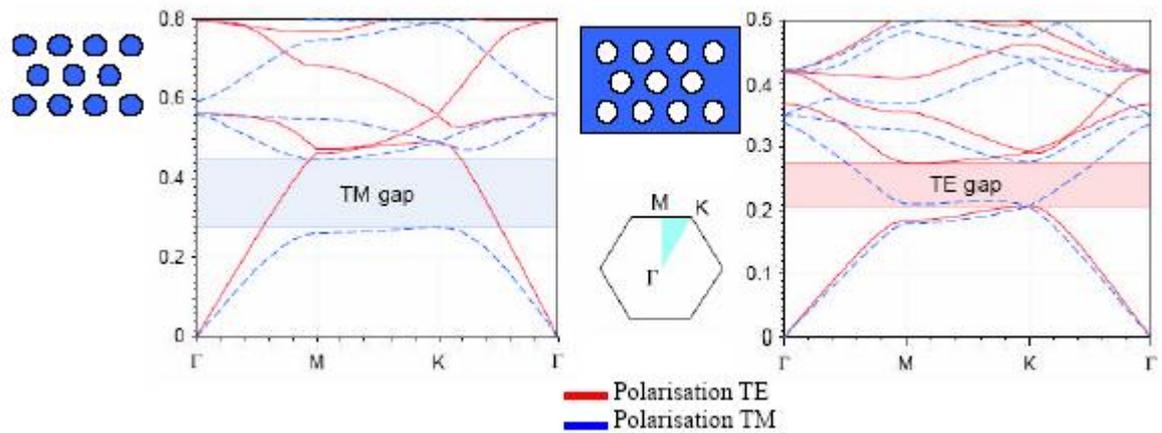


Fig.1.5 Diagramme des bandes [31].

Le calcul de ces bandes interdites nous renseigne, entre autres, sur les propriétés (position et largeur) des bandes interdites photoniques pour chaque polarisation.

Pour chaque vecteur d'onde du contour, il existe plusieurs fréquences correspondant aux différents modes de propagation susceptibles de se propager dans le cristal photonique. A partir de ce calcul, nous pouvons alors déterminer la où les bandes interdites du matériau. En considérant toutes les directions possibles (définies par l'ensemble du contour de la première zone de Brillouin) [1,3], nous pouvons alors avoir une bande interdite totale lorsque deux modes ne se croisent pas (figure 1.5). C'est cette bande de fréquence qui caractérise les matériaux à bande interdite photonique.

La représentation donnant les fréquences autorisées en fonction du vecteur d'onde est très utile pour localiser les bandes interdites photoniques et ceci quelle que soit la direction de propagation des ondes électromagnétiques. En effet, sur le diagramme, chaque courbe correspond à un mode pouvant exister dans la structure infinie. Ainsi, les fréquences ne correspondant à aucun mode de propagation définissent la bande interdite photonique [12]. Cette bande dépend du type de réseau, de sa période et des indices du couple (milieu-motif). C'est ce que nous allons montrer dans les chapitres suivants.

1.4. Matériaux BIE à défaut

L'un des nombreux attraits conceptuels offert par les cristaux photoniques et leur structure cristalline est la possibilité d'introduire des défauts dans cette structure. Comme en physique des

semi-conducteurs, on crée ainsi un ou plusieurs niveaux localisés, dans la bande interdite [31]. Sans faire l'inventaire de tous les défauts possibles, on réalise aisément la très grande variété de défauts concevables donnant lieu à toutes sortes d'applications potentielles [32,33].

1.4.1. Principe de base des structures BIE à défauts

Dans un cristal photonique, la création d'un défaut est causée par la rupture de la périodicité diélectrique ϵ . Cette rupture va engendrer l'ouverture d'une bande de fréquence autorisée à l'intérieur de la bande interdite photonique (figure 1.6). La largeur et la position de cette bande autorisée sont gérées par les caractéristiques du défaut.

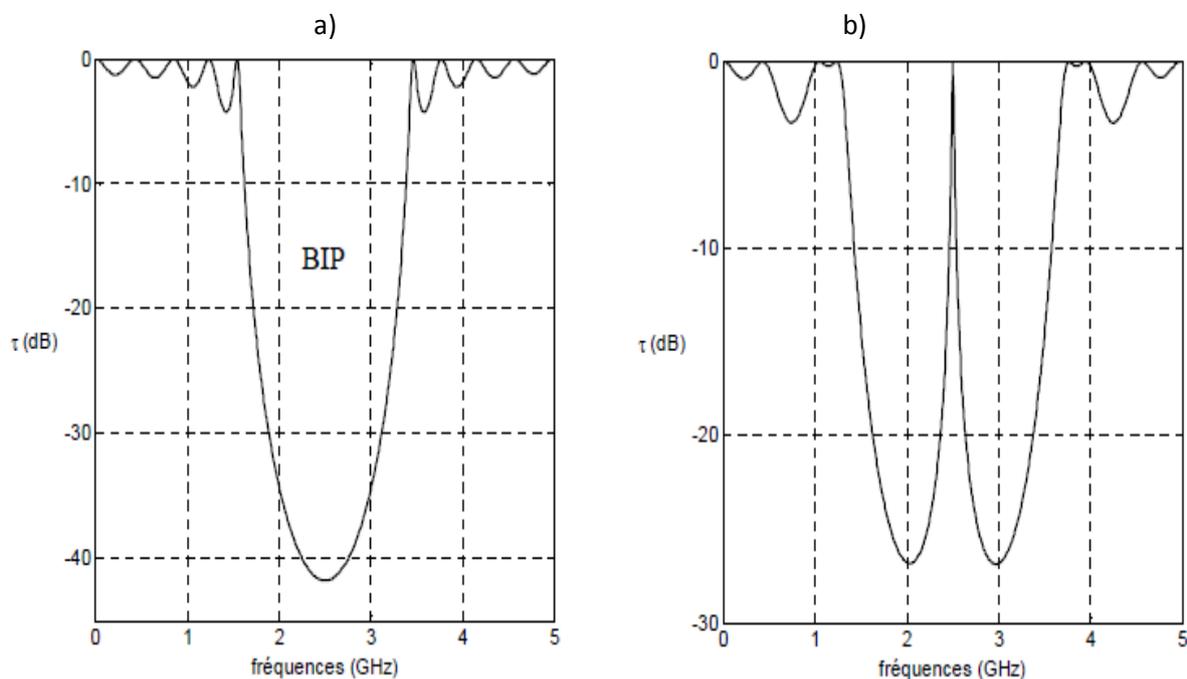


Fig.1.6 Coefficients de transmission d'une structure 1D. a) sans défaut, b) avec défaut.

Il existe différents types de défaut occasionnant une rupture de la périodicité des cristaux photoniques. Cette rupture crée une résonance étroite au sein de la bande interdite (figure 1.6). Pour un échantillon de matériau illuminé par une onde plane, un pic de transmission apparaît dans la bande interdite à la fréquence du mode de défaut. A cette fréquence, le matériau devient transparent.

1.4.2. Les types de défauts

Les structures photoniques à défaut sont faites d'un assemblage de matériaux diélectriques comportant une ou plusieurs ruptures de périodicité. Ces ruptures sont de deux types [34] :

- les mono défauts [35], dont la localisation à l'intérieur de la structure BIE n'est qu'à un seul et même endroit. Ces mono défauts créent une bande autorisée à l'intérieur de la bande interdite [35,36].

- les multi défauts [35], où le défaut est répété à plusieurs endroits à l'intérieur de la structure BIE, créent plusieurs bandes autorisées engendrées par chaque défaut dans la même bande interdite [37]. Grâce aux multi défauts, il est possible de coupler leurs effets pour élargir la bande autorisée dans la bande interdite [36,38], ou remonter le niveau du coefficient de transmission à la fréquence de travail.

1.4.3. La nature des défauts

Selon l'application désirée il existe différentes manières de créer des défauts dans une structure BIE 2D, la figure 1.7 en donne les principales.

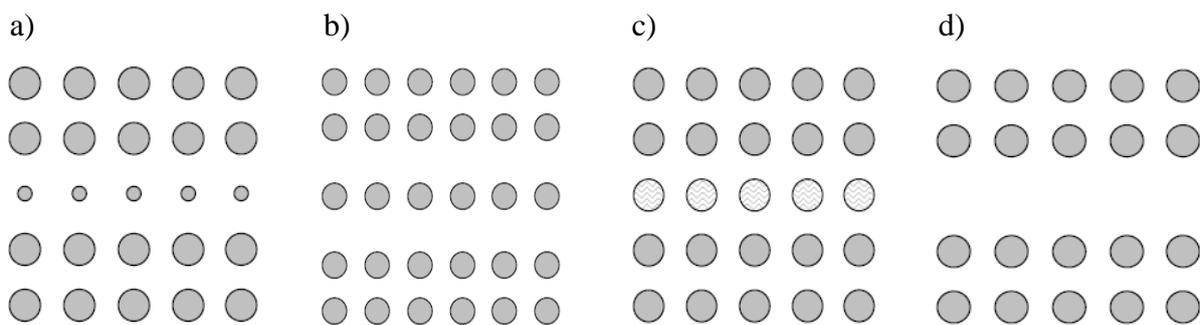


Fig.1.7 La nature des défauts dans une structure 2D.

Pour rompre la périodicité d'une structure BIP, on peut modifier la taille du motif élémentaire qui compose le cristal photonique. Sur la figure 1.7.a la dimension des motifs élémentaires de la troisième rangée a été réduite. On peut aussi jouer sur l'espace qui existe entre les motifs élémentaires des réseaux cristallins (Figure.1.7.b) , Sur la figure, l'écart entre la deuxième et la troisième rangée et l'écart entre la troisième et la quatrième rangée ont été augmentés pour former le défaut.

Il est possible de changer localement la nature du matériau et plus concrètement, changer la valeur de la permittivité relative (figure I.7.c). Sur la figure, la permittivité des motifs élémentaires de la rangée du milieu a été changée. Et enfin, le défaut par vacuité qui correspond à l'élimination de motifs élémentaires qui se trouvent remplacés par la permittivité de fond, dans notre cas il s'agit de l'air (figure 1.7.d), Les motifs élémentaires de la rangée du milieu ont été enlevés.

1.5. Domaines d'application

La génération des structures périodiques dans les matériaux optiques et micro-ondes est une technique en pleine expansion [3,40], notamment à cause de leurs applications potentielles très nombreuses. La recherche sur ce type de matériaux a aussi considérablement évoluée au cours de ces dernières années, tant au niveau fondamental qu'appliqué.

1.5.1. Fréquences optiques

Les intérêts portés aux matériaux à bande interdite photonique ont tout d'abord été dans le domaine optique. L'objectif était de réaliser des cavités parfaites afin de contrôler l'émission spontanée et donc d'obtenir des lasers sans seuil [3]. Il y a aussi les fibres dites à « cristal photonique » qui sont apparues en 1996 aux universités de Bath et de Southampton [41]. Elles sont constituées d'un cœur de silice pure entouré d'un arrangement régulier de canaux d'air de dimensions microscopiques, disposés parallèlement à l'axe.

Des fibres monomodes possédant un effet de bande interdite photonique [42], grâce à une gaine optique périodique sont aussi étudiées pour annuler la dispersion chromatique.

Enfin, d'autres chercheurs ont montré qu'il était possible d'améliorer le comportement des diodes électroluminescentes [43,44], en positionnant au cœur de ces dernières des cristaux photoniques qui empêchent les rayons lumineux de revenir se perdre à l'intérieur du composant

1.5.2. Fréquences microondes

Dans le domaine des micro-ondes, les matériaux à bande interdite photonique trouvent leurs applications aussi bien dans la conception des circuits [45,46], que pour améliorer les performances des antennes [47,48]. On distingue les dispositifs filtrants et les dispositifs rayonnants [49].

Parmi les dispositifs utilisant des structures périodiques dans le domaine du filtrage on trouve par exemple des filtres microondes [49,50,51], des guides d'onde [52,53] et des structures planaires [54]. Les BIP trouvent également des applications dans les circuits développés en technologie planaire.

Une des voies les plus développées pour l'application des BIP aux fréquences microondes concerne le domaine des antennes [50,55]. De nombreuses études ont été menées

et montrent l'utilisation de matériaux BIP comme substrat d'antennes [56,57], comme réflecteur [58] ou comme radôme dans le but d'augmenter la directivité des antennes [3]. Depuis une dizaine d'années, de nouvelles structures périodiques ont été proposées pour améliorer les performances des antennes. Ces structures peuvent trouver de nombreuses applications telles que dans les réseaux locaux sans fil WLAN [59]. ou la communication par satellites qui deviennent très exigeant en terme de gain d'antenne [60,61].

D'autres études ont permis de réaliser des réflecteurs [11,62]. La faisabilité d'un réflecteur, de forme parabolique à bande interdite photonique a été démontrée [62]. Il est composé d'un empilement d' « assiettes » diélectrique espacé de gap d'air. C'est le principe du miroir de Bragg. Ce dispositif, simple à réaliser, présente une meilleure sélectivité en fréquence comparé au réflecteur métallique. Ce type de parabole présente aussi un intérêt pour des applications militaires (furtivité radar) [63].

1.6. Outils de simulation

Pour étudier les matériaux BIE, on trouve différents outils de simulation théorique basés sur différentes méthodes tel que, la méthode des moments (MOM), la méthode des éléments finis (FEM), la méthode des matrices de transfert (TMM), la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) et la méthode des ondes planes (PWM). Les deux dernières méthodes citées sont les plus communément utilisées pour l'étude des structures BIE.

1.6.1. La méthode des différences finies temporelles (F.D.T.D)

Depuis le premier algorithme propose par Yee en 1966 [35], la méthode des différences finies dans le domaine temporel (finite difference time domain, FDTD) à été très utilisée en électromagnétisme. Sa versatilité permet de simuler la plupart des systèmes. Cette technique de calcul par éléments finis décompose l'espace-temps selon une grille de cellules élémentaires. Les équations de Maxwell sont remplacées par un système d'équations qui relie le champ électromagnétique de chaque cellule aux champs des cellules voisines [14]. Ces équations sont résolues en fonction des conditions initiales et des conditions aux limites.

La méthode FDTD permet de résoudre les équations de Maxwell avec une précision arbitraire en augmentant la densité de la grille de cellules élémentaires [3]. Cette méthode permet de calculer les diagrammes de bande mais est surtout utilisée pour simuler la

propagation de la lumière dans les structures à base de cristaux photoniques en calculant l'évolution temporelle du champ électromagnétique. Le comportement spectral d'une structure est déduit de cette évolution temporelle par transformation de Fourier [3,7]. Nous utiliserons des simulations basées sur cette méthode en fin de ce mémoire.

Les principaux avantages de cette méthode résident dans sa formulation relativement simple, la robustesse de l'algorithme qu'elle utilise et dans la possibilité d'effectuer des études sur une large bande de fréquence [3], les calculs s'effectuant directement dans le domaine temporel.

1.6.2. La méthode des ondes planes

La méthode des ondes planes (PWM) est un outil numérique permettant de calculer les bandes de fréquences autorisées (ou interdites) des ondes électromagnétiques susceptibles de se propager dans le matériau considéré comme milieu propageant non borné et ceci pour n'importe quelle direction. Le développement mathématique de cette méthode aux structures BIE conduira à des systèmes d'équations matricielles qui nécessitent l'inversion des matrices [10], pour extraire les valeurs propres du système d'équation qui fournissent les fréquences autorisées à se propager dans la structure BIE et par conséquent permettent de tracer son digramme de dispersion.

Une décomposition en onde plane du problème électromagnétique permet également de calculer les surfaces de dispersion des cristaux photoniques. Nous allons développer en détail les principes de cette méthode dans la suite de ce mémoire en l'appliquant aux structures BIE bidimensionnelles, de type carrées et triangulaires.

1.6.3. La méthode des matrices de transfert

Elle est souvent utilisée pour déterminer les coefficients de réflexion et de transmission des empilements unidimensionnels, mais a été adaptée au cas bidimensionnel par Pendry [24,25]. La structure est divisée en une succession de couches et une matrice de transfert permet de relier les champs d'une couche à ceux de la couche précédente. La fréquence est ici une variable, et non plus une inconnue comme dans le cas de la méthode des ondes planes.

Ainsi, il est aussi possible par cette méthode, de remonter à la structure de bande puisque l'on calcule les éventuels vecteurs d'onde de propagation en fonction de la fréquence.

Dans ce travail, nous nous restreignons l'étude des matériaux périodiques bidimensionnels à la méthode des ondes planes la mieux adaptée à notre cahier de charge qui consiste à analyser la dispersion des ondes électromagnétiques dans les matériaux BIE. Pour mener ce travail nous procéderons comme suit, cette méthode sera détaillée dans le deuxième chapitre en l'appliquant à l'étude de la dispersion électromagnétique dans les structures à BIE 2D pour les deux modes de propagation TE et TM, en vue d'obtenir les bandes interdites, les contours de dispersion et les surfaces de dispersions dans ces types de matériaux.

1.7. Conclusion

Les structures périodiques présentant des bandes interdites photoniques sont des matériaux récents. Les limites en terme de performances des structure à BIE unidimensionnel et la difficulté de fabrication des cristaux photoniques 3D due aux limites des moyens technologiques de fabrication disponibles actuellement, ont fait que la majorité des études et des recherches concernant les structures périodiques sont axés sur les structures bidimensionnelles.

Un rappel historique, une description et un inventaire de ces matériaux périodiques ont permis une présentation de leurs différentes caractéristiques. Nous avons présenté, par la suite, les différentes méthodes numériques permettant l'étude électromagnétique et la modélisation des structures à BIE quelque soit la dimension considérée.

Quelques applications dans lesquelles sont utilisées les structures périodiques ont été présentées. Ceci nous a permis de mettre en évidence l'utilisation des matériaux à bande interdite photonique dans plusieurs domaines tels que l'optique, les circuits micro ondes, les antennes.

Chapitre 2

Etude des matériaux périodiques bidimensionnels infinis

Les réalisations utilisant des matériaux à bande interdite photonique sont des structures de dimensions finies. Pour déterminer les paramètres propres de ces cristaux périodiques, nous devons considérer ces structures comme ayant des dimensions infinies.

Dans ce chapitre, l'étude sera faite sur des matériaux à deux ordres de périodicité et infinis. Nous présentons la méthode des ondes planes qui permet les calculs des structures de bandes photoniques [3,26]. Cette méthode consiste à développer le champ électromagnétique sur une base d'ondes plane, elle est utilisée pour analyser les propriétés dispersives des matériaux BIE. Le matériau est considéré non borné. Il est vu comme un milieu de propagation.

Une décomposition en onde plane du problème électromagnétique peut également permettre de calculer les surfaces de dispersion des cristaux photoniques [27]. Ces surfaces ou contours sont définis par la longueur du vecteur d'onde \vec{k} en fonction de la direction de propagation [28,29]. Elles traduisent l'anisotropie électromagnétique du matériau et elles sont différentes pour chaque fréquence étudiée.

2.1. Modélisation des structures périodiques diélectriques bidimensionnelles

Les structures périodiques diélectriques sont essentiellement des matériaux à bandes interdites photoniques formés de réseaux diélectriques. La principale caractéristique de ces structures est leur aptitude à fonctionner comme un miroir [20,30] en réfléchissant partiellement ou totalement les ondes électromagnétiques dans une certaine bande de fréquences et cela pour des incidences particulières selon les types de matériaux utilisés.

Ces structures réfléchissent les ondes grâce à un phénomène d'interférence entre les différentes couches composant le matériau [31]. Du fait de la stratification périodique, les ondes interfèrent donc de manière constructive ou destructive selon la valeur du déphasage qui dépend entre autre de la longueur d'onde et de l'angle d'incidence [32, 33].

Deux approches peuvent être utilisées pour l'étude de ces structures : la modélisation dans le domaine fréquentiel ou temporel. Les méthodes fréquentielles sont généralement les plus appropriées pour étudier ce type de matériaux. Elles permettent d'obtenir (presque instantanément dans le cas bidimensionnel) les structures de bandes et l'état des modes simultanément. Les méthodes temporelles sont plus adaptées pour réaliser des simulations qui impliquent une évolution des champs, tels que des calculs de transmission. Mais elles peuvent aussi être utilisées pour calculer des structures de bandes et pour retrouver des modes de résonance.

2.2. La méthode des ondes planes

La méthode des ondes planes (PWM : Plane Wave Method) est une méthode de résolution dans le domaine fréquentiel des équations de Maxwell [3,10]. Elle est basée sur la décomposition en ondes planes du problème électromagnétique. Cette méthode est essentiellement utilisée pour analyser les propriétés dispersives des matériaux à bandes interdites photoniques.

La méthode des ondes planes est un outil numérique [17,33] permettant de calculer les bandes de fréquences autorisées (ou interdites) des ondes électromagnétiques susceptibles de se propager dans le matériau considéré comme milieu propageant non borné et ceci pour n'importe quelle direction. Cette méthode nous permet d'obtenir des diagrammes de dispersion et est très bien adaptée pour des structures périodiques supposées de dimensions infinies pour la détermination des modes propres et du diagramme de dispersion de la structure [6,34].

Le problème électromagnétique que nous considérons est construit sur un réseau à deux dimensions. Il est décrit par l'équation d'onde d'un champ électromagnétique $\vec{E}(r)$ dans un milieu sans perte de permittivité électrique $\epsilon(r)$.

$$\nabla^2 \vec{E}(r) = -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(r) \vec{E}(r) \quad (2-1)$$

L'équation d'onde dans un milieu sans perte est formellement analogue à l'équation de Schrödinger décrivant la fonction d'onde d'un électron. La différence est la nature de l'équation d'onde, vectorielle dans le cas des photons, scalaire dans le cas des électrons. Dans les matériaux BIP diélectriques, l'information sur la périodicité est contenue dans la fonction

diélectrique, et on peut écrire pour tout vecteur \vec{R} du réseau direct la relation suivante :

$$\varepsilon(\vec{r} + \vec{R}) = \varepsilon(\vec{r})$$

Compte tenu de la périodicité de $\varepsilon(\vec{r})$, l'équation (2-1) se résout en décomposant la norme complexe $\vec{E}(\vec{r})$ et $\varepsilon(\vec{r})$ en ondes planes, c'est-à-dire en série de Fourier spatiale. Nous pouvons décomposer le problème en série de Fourier spatiale car le milieu est périodique. Grâce au théorème de Bloch [37], nous pouvons écrire que la permittivité diélectrique est le produit d'une onde plane $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ par une fonction $U_k(\vec{r})$ qui a la périodicité du réseau cristallin. L'indice k indique que la fonction $U_k(\vec{r})$ dépend du vecteur d'onde \vec{k} . Cette fonction est connue sous le nom de fonctions de Bloch.

Avant de réaliser cette décomposition, nous avons cependant besoin de définir les éléments nécessaires à cette analyse, tels que le réseau réciproque et ses vecteurs \vec{G} ainsi que les zones de Brillouin.

2.3. Réseaux direct et réciproque à deux dimensions

Pour réaliser la décomposition en série de Fourier spatiale du problème électromagnétique, il est nécessaire de définir une base de vecteurs orthogonaux aux vecteurs de base qui portent la périodicité du problème.

Considérons la structure périodique à deux dimensions représentée sur la figure 2.1. Elle est formée de motifs identiques, disposés à égales distances les uns des autres sur les intersections formées par des parallèles aux droites Δ_1 et Δ_2 faisant entre elles un angle θ . Ces droites forment ainsi le réseau de la structure considérée qui est invariante par translation suivant la direction orthogonale au plan du réseau (Oxy).

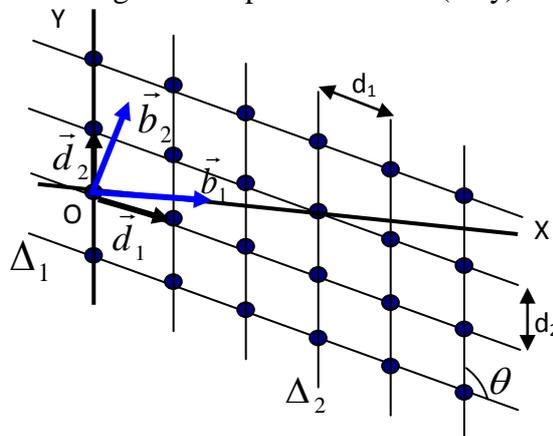


Fig. 2.1 structure périodique 2D, vecteurs de base des réseaux direct et réciproque

Ce réseau est caractérisé par ses vecteurs de base \vec{d}_1 et \vec{d}_2 formant le réseau direct. Un nœud du réseau constituera l'origine O du repère. Les normes de \vec{d}_1 et \vec{d}_2 sont respectivement égales à la longueur d_1 entre deux nœuds consécutifs (appartenant à une même parallèle à la droite Δ_1), et à la longueur d_2 entre deux nœuds consécutifs (appartenant à une même parallèle à la droite Δ_2). Les longueurs d_1 et d_2 peuvent ne pas être égales.

Tout nœud du réseau peut être défini et repéré par un vecteur $r_{l_1 l_2}$ ayant pour origine l'origine du réseau et pour extrémité le nœud considéré. Ce vecteur s'écrit

$$\vec{r}_{l_1 l_2} = l_1 \vec{d}_1 + l_2 \vec{d}_2 \quad (2-2)$$

Avec $(l_1, l_2) \in \mathbb{N}^2$

Tout l'espace direct peut être segmenté en mailles élémentaires. La maille élémentaire est obtenue grâce à la surface représentée par les vecteurs de base \vec{d}_1 et \vec{d}_2 ayant leurs origines en un même nœud (figure.2.2).

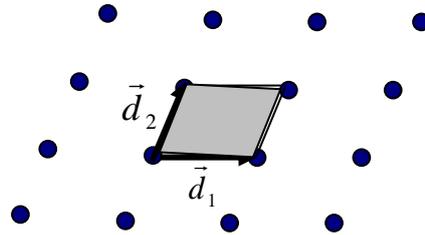


Fig. 2.2 maille élémentaire du réseau direct

Cette maille élémentaire n'est pas unique. Nous pouvons aussi obtenir une maille élémentaire de même surface de la manière suivante : on trace les lignes qui relient un nœud donné à tous ses voisins, puis on trace les médiatrices de ces segments. Le plus petit volume enfermé de cette façon est la maille élémentaire de Wigner-Seitz [37] comme le montre la figure 2.3. Tout l'espace peut aussi être rempli par ces mailles.

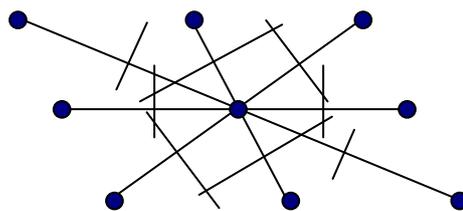


Fig. 2.3 maille élémentaire de Wigner-Seitz du réseau direct

A tout réseau direct, on peut faire correspondre un réseau réciproque ayant un système de base constitué par deux vecteurs \vec{b}_1 et \vec{b}_2 définis par le produit scalaire

$$(\vec{b}_i \cdot \vec{d}_k) = \delta_{ik} \quad \begin{cases} i = 1, 2 \\ k = 1, 2 \end{cases} \quad (2-3)$$

Avec δ_{ik} représentant le symbole de Kronecker

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq k \\ 1 & \text{si } i = k \end{cases} \quad (2-4)$$

Il est possible d'expliquer l'emploi du terme « réseau réciproque », par un calcul simple, en prenant deux axes de coordonnées rectangulaires O_x et O_y ayant comme origine l'origine O du réseau, alors les vecteurs \vec{d}_1 et \vec{d}_2 peuvent être définis sous forme matricielle par :

$$D = \begin{pmatrix} d_{1x} & d_{1y} \\ d_{2x} & d_{2y} \end{pmatrix} \quad (2-5)$$

De même, le système de base du réseau réciproque peut être défini par la matrice :

$$B = \begin{pmatrix} b_{1x} & b_{1y} \\ b_{2x} & b_{2y} \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

Les indices des éléments de cette dernière devant être les transposés de ceux des éléments de la matrice D , puisque si \vec{d}_1 et \vec{d}_2 sont considérés comme des vecteurs lignes, \vec{b}_1 et \vec{b}_2 doivent être considérés comme des vecteurs colonnes en raison de la manière dont ils ont été définis par la relation 2-3. Il apparaît alors immédiatement que les matrices D et B sont inverses l'une de l'autre, et on a alors :

$$D \cdot B = \begin{pmatrix} (\vec{d}_1 \cdot \vec{b}_1) & (\vec{d}_1 \cdot \vec{b}_2) \\ (\vec{d}_2 \cdot \vec{b}_1) & (\vec{d}_2 \cdot \vec{b}_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_d \quad (2-7)$$

Avec I_d représentant la matrice unité.

Ainsi,

$$\boxed{B = D^{-1}} \quad (2-8)$$

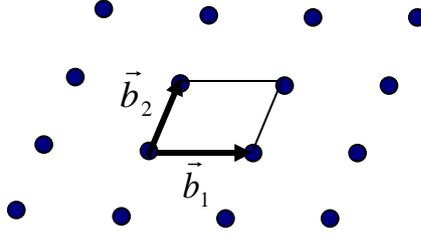


Fig. 2.4 maille élémentaire d'un réseau réciproque

2.4. Zones de Brillouin

Nous allons maintenant définir une notion de zones dans le réseau réciproque et montrer que, grâce au réseau réciproque, la fréquence est une fonction périodique du nombre d'ondes.

Considérons une onde plane ψ se propageant dans un milieu à deux dimensions supposé être le plan (xy) dimensions définie par l'expression

$$\psi = A e^{j(\omega t - 2\pi(\vec{a} \cdot \vec{r}))} = A e^{j(\omega t - 2\pi a_1 x - 2\pi a_2 y)} \quad (2-9)$$

Où $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ désigne une position dans le réseau direct et $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ est un vecteur du réseau réciproque indiquant la direction de propagation. La grandeur de $\|\vec{a}\|$ est inversement proportionnelle à la longueur d'onde $\left(\|\vec{a}\| = \frac{1}{\lambda}\right)$.

En tout point du réseau direct définis par le vecteur $\vec{r}_{l_1 l_2}$ (équation 2-2), on a

$$\begin{aligned} 2\pi(\vec{a} \cdot \vec{r}_{l_1 l_2}) &= 2\pi(\vec{a} \cdot l_1 \vec{d}_1) + 2\pi(\vec{a} \cdot l_2 \vec{d}_2) \\ &= l_1 k_1 + l_2 k_2 \end{aligned} \quad (2-10)$$

Avec $k_1 = 2\pi(\vec{a} \cdot \vec{d}_1)$ et $k_2 = 2\pi(\vec{a} \cdot \vec{d}_2)$, $(k_1, k_2) \in \mathbb{R}^2$

L'expression 2-9 prend alors la forme

$$\psi = A e^{j(\omega t - k_1 l_1 - k_2 l_2)} \quad (2-11)$$

Si on s'intéresse à présent à un autre vecteur du réseau réciproque \vec{a}' défini par

$$\vec{a}' = \vec{a} + m_1 \vec{b}_1 + m_2 \vec{b}_2 \quad (m_1, m_2) \in \mathbb{N}^2 \quad (2-12)$$

La fonction d'onde pour la nouvelle direction de propagation \vec{a}' devient

$$\psi' = A e^{j(\omega t - 2\pi(\vec{a}' \cdot \vec{r}))} = A e^{j(\omega t - k_1 l_1 - k_2 l_2 + (m_1 + m_2)2\pi)} = \psi \quad (2-13)$$

Ce résultat montre que la fréquence des ondes dans un réseau à deux dimensions est une fonction périodique du vecteur \vec{a} dans le réseau réciproque rapporté aux vecteurs \vec{b}_1 et \vec{b}_2

Nous pouvons mettre en évidence que la plus petite aire issue de ces vecteurs \vec{a} est une zone fondamentale appelée la *première zone de Brillouin*.

Pour construire cette zone, nous nous plaçons au centre de la cellule l'origine O du réseau réciproque. Nous traçons un nombre suffisant de vecteurs joignant l'origine aux nœuds voisins de ce même réseau. Nous construisons ensuite les médiatrices de ces vecteurs. La plus petite aire interceptée par ces médiatrices est la première zone de Brillouin. La figure 2.5 en donne un exemple.

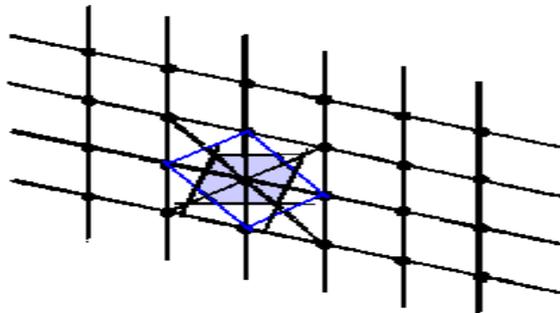


Fig. 2.5 construction de la première zone de Brillouin définie dans le réseau réciproque

2.5. Condition de diffraction

Considérons la fonction d'espace $n(\vec{r})$ qui rend compte de la distribution diélectrique périodique du cristal BIP. Cette fonction est invariante par translation dans le matériau. Les nœuds du réseau cristallin du réseau direct sont repérés par le vecteur de position $\vec{r}_{l_1 l_2}$.

On peut alors écrire

$$n(\vec{r}_{l_1 l_2} + \vec{T}) = n(\vec{r}_{l_1 l_2}) \quad (2-14)$$

Avec $\vec{T} = \xi_1 \vec{d}_1 + \xi_2 \vec{d}_2$: vecteur de la translation cristalline.

$n(\vec{r})$, est une fonction périodique alors il est possible de la décomposer en série de Fourier. On obtient :

$$n(\vec{r}) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} n_{h_1 h_2} e^{2i\pi(h_1 \cdot l_1 + h_2 \cdot l_2)} \quad (2-15)$$

Où $\vec{h} = h_1 \cdot \vec{b}_1 + h_2 \cdot \vec{b}_2$ dans le réseau réciproque avec : $(h_1, h_2) \in N^2$

Par commodité, on pose

$$\vec{G}_{h_1 h_2} = 2\pi \cdot \vec{h} = 2\pi (h_1 \cdot \vec{b}_1 + h_2 \cdot \vec{b}_2) \quad (2-16)$$

Et tout vecteur $\vec{G}_{h_1 h_2}$ défini par la relation 2-16 est appelé vecteur du réseau réciproque.

L'ensemble des vecteurs $\vec{G}_{h_1 h_2}$ définit la base orthogonale des vecteurs utilisés pour la décomposition en série de Fourier.

Etant donné la définition des vecteurs \vec{b}_1 et \vec{b}_2 du réseau réciproque (relation 2-3), il vient

$$n(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} n_{\vec{G}} e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (2-17)$$

Considérons le cas d'une onde plane se propageant dans une direction \vec{k} . Cette onde rencontre deux volumes élémentaires distant de \vec{r} . Considérons une onde diffractée dans une direction \vec{k}' , comme le montre la figure 2-6.

La différence de phase de l'onde diffusée par le volume dV situé en R a un facteur de phase par $e^{i(\vec{k}' - \vec{k}) \cdot \vec{r}}$ rapport à l'onde diffusée par le volume élémentaire situé à l'origine O .

On note $\Delta\vec{k} = \vec{k}' - \vec{k}$ le vecteur de diffusion. Il mesure la variation du vecteur d'onde lors de la diffusion.

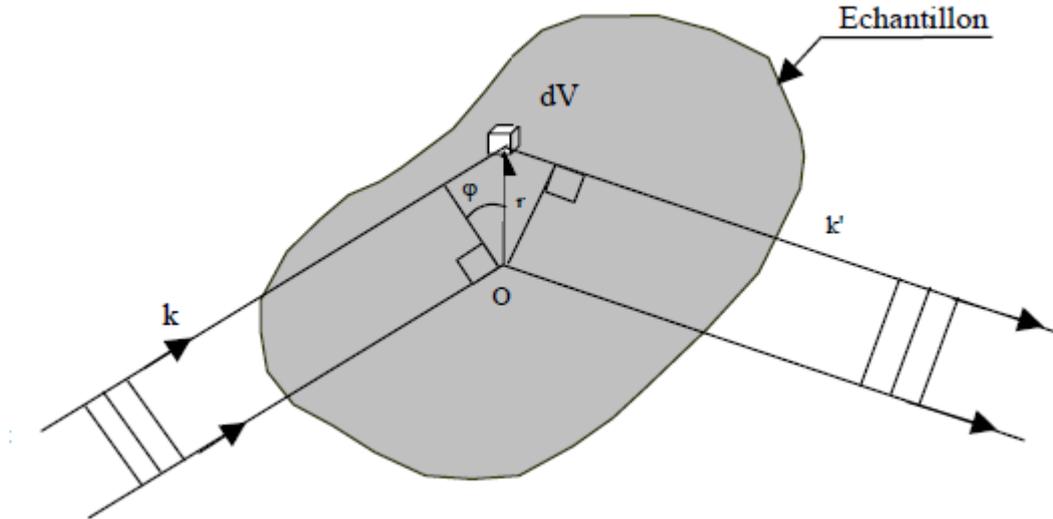


Fig. 2.6 Diffraction d'une onde incidente sur deux volumes élémentaires

L'amplitude de l'onde diffusée dans la direction \vec{k}' est proportionnelle à l'intégrale étendue à tout le cristal de la quantité $n(\vec{r}) \cdot dV$ multiplié par le facteur de phase $e^{i\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}}$.

$$A = \int n(\vec{r}) e^{i\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}} dV \quad (2-18)$$

Nous introduisons les composantes de Fourier de $n(\vec{r})$ dans l'équation précédente pour obtenir :

$$A = \sum_{\vec{G}_{H_1H_2}} \int n_{\vec{G}} e^{i(\vec{G}_{H_1H_2} - \Delta\vec{k}) \cdot \vec{r}} dV \quad (2-19)$$

Quand le vecteur de diffusion $\Delta\vec{k}$ est égal à un vecteur \vec{G} du réseau réciproque, l'argument de l'exponentielle s'annule et $A = V \cdot n_{\vec{G}}$.

Considérant que A est négligeable quand $\Delta\vec{k}$ diffère de façon significative de tout vecteur \vec{G} du réseau réciproque [46] :

$$\Delta\vec{k} = \vec{G} \Rightarrow \vec{k}' + \vec{G} = \vec{k} \quad (2-20)$$

Lors d'une diffusion élastique, les vecteurs k et k' ont des amplitudes égales. Alors :

$$\|\vec{k}'\|^2 = \|\vec{k}\|^2 \quad (2-21)$$

De l'équation (2-20), nous pouvons écrire $(\vec{k}' + \vec{G})^2 = k^2$

En associant l'équation (2-21) au résultat précédent, il vient :

$$2\vec{k}'\vec{G} + \vec{G}^2 = \vec{0} \quad (2-22)$$

C'est le résultat central de la théorie de la diffusion élastique par un réseau périodique.

Remarquons que si \vec{G} est un vecteur du réseau réciproque, $-\vec{G}$ aussi, nous pouvons également écrire l'équation 2-22 sous la forme :

$$2\vec{k}'\vec{G} = \vec{G}^2 \quad (2-23)$$

Construisons le plan perpendiculaire au vecteur \vec{G} en son milieu ; tout vecteur \vec{k}' mené de l'origine à ce plan satisfera à la condition de diffraction. Le plan ainsi décrit forme une partie de la frontière de la zone de Brillouin (figure 2.7).

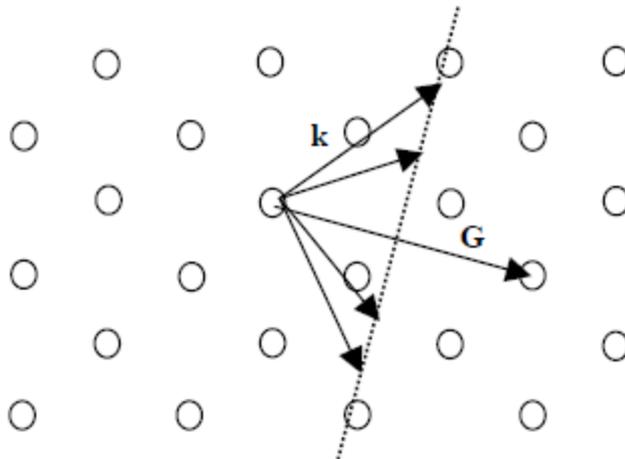


Fig. 2.7 *Interprétation géométrique dans l'espace réciproque de la condition de diffraction*

Nous pouvons donner une interprétation géométrique claire de cette condition de diffraction. Nous allons nous appuyer sur la figure 2.8. Cette figure s'obtient en considérant simultanément les relations (2-20), (2-21) et (2-23).

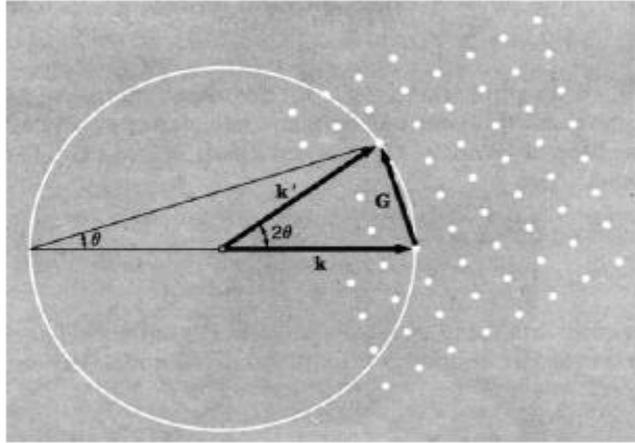


Fig. 2.8 Construction géométrique de la condition de diffraction

Les points de la partie droite de la figure 2-8 sont des nœuds du réseau réciproque du cristal photonique. Le vecteur k est tracé parallèlement au faisceau incident de rayon X et on place son extrémité en un point du réseau réciproque.

On trace une sphère de rayon $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ centrée en l'origine de k . On obtiendra un rayon diffracté chaque fois que la sphère contiendra un autre point du réseau réciproque. La sphère tracée ici intercepte un point relié à l'extrémité de k par le vecteur réciproque \vec{G} . Le faisceau diffracté est parallèle à $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{G}$. En translatant la sphère, celle-ci pourra intercepter deux autres nœuds du réseau réciproque, définissant ainsi un autre vecteur G qui, associé à la relation (2-20) fournira un autre vecteur phaseur \vec{k}' . Ce second résultat précise une autre direction de diffraction, et ainsi de suite. Cette construction est due à P.P. Ewald, d'où le nom de sphère d'Ewald [36].

2.6. Réseaux carré et triangulaire

Avant de décomposer en onde plane et développer le formalisme mathématique, on définit les configurations géométriques de nos structures, à savoir le réseau carré et le réseau triangulaire.

Sachant qu'une onde électromagnétique quelconque peut être décomposée en deux ondes planes orthogonales [14,15], l'une est à polarisation TE (champ électrique transverse) et l'autre à polarisation TM (champ magnétique transverse). Nous pouvons donc étudier les

ondes électromagnétiques incidentes à la structure 2D en deux polarisations distinctes qui sont illustrées sur figure 2.9.

- polarisation TM (champ électrique parallèle à l'axe des tiges cylindriques).
- Polarisation TE (champ électrique perpendiculaire à l'axe des tiges cylindriques).

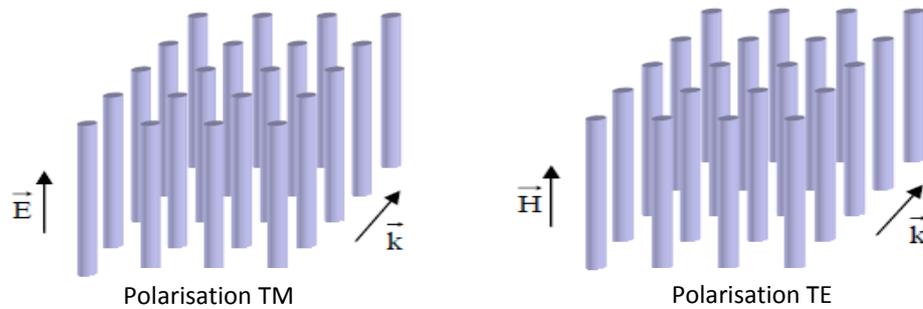


Fig. 2.9 Polarisations possibles dans une structure périodique 2D : TE et TM

Dans un premier temps, nous allons faire l'étude théorique des deux polarisations précédemment citées, puis nous appliquerons la polarisation TM à un réseau carré et la polarisation TE à un réseau triangulaire en vue d'obtenir les diagrammes de dispersion respectifs. Nous considérons dans chacun des cas le champ défini suivant une seule composante dans un repère cartésien, à savoir la composante E_z pour le mode TM et H_z pour le mode TE.

Avant d'effectuer cette décomposition, il est nécessaire au préalable de définir les éléments nécessaires à cette analyse, tels que la notion du réseau direct, le réseau réciproque et les géométries adoptées pour la structure 2D. La figure 2.10 illustre les deux configurations carrée et triangulaire considérées. Ce sont les deux réseaux les plus utilisés et qui permettent l'ouverture de bandes interdites.

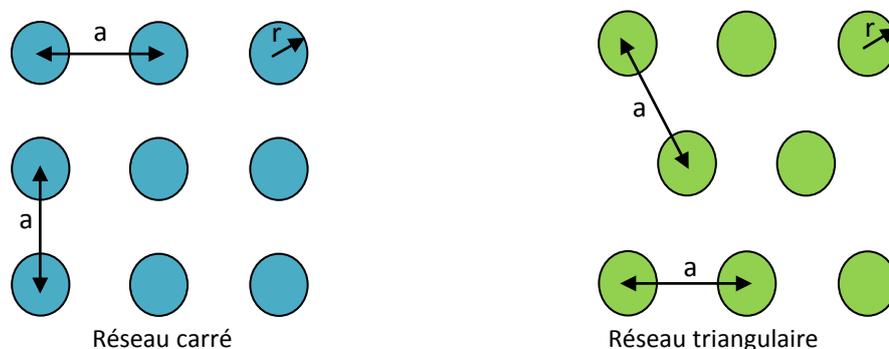


Fig. 2.10 Configuration du réseau d'une structure 2D

Pour construire la zone de Brillouin, nous nous plaçons au centre de la cellule l'origine du réseau réciproque. Nous traçons un nombre suffisant de vecteurs joignant l'origine aux nœuds voisins de ce même réseau. Nous construisons ensuite les médiatrices de ces vecteurs. La plus petite aire interceptée par ces médiatrices est la première zone de Brillouin. La figure 2.11 en donne un exemple pour chaque réseau. La périodicité du réseau est dans le plan xy et les tiges sont selon la direction z perpendiculaire à ce plan.

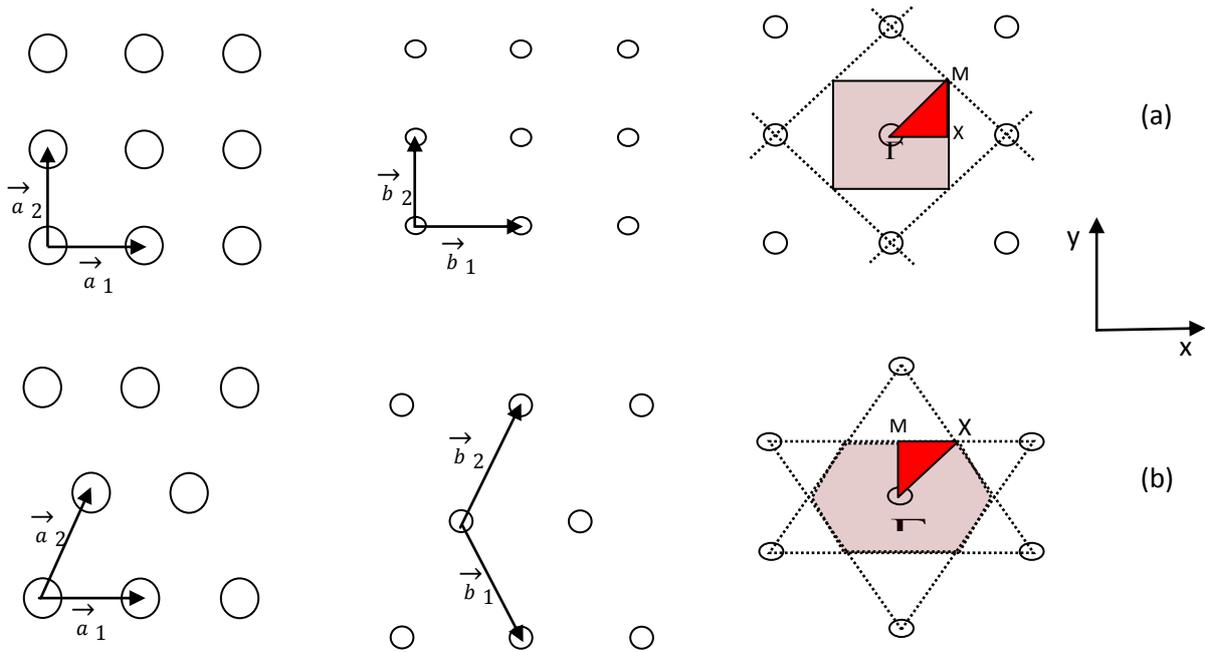


Fig. 2.11 Réseaux direct et réciproques et zones de Brillouin correspondantes

(a) Réseau carré (b) réseau triangulaire

Le tableau 1 donne les paramètres physiques des réseaux direct et réciproque pour les deux structures carré et triangulaire précédemment cités ainsi et leurs facteurs de remplissage.

	Réseau carré	Réseau triangulaire
Vecteurs directs	$\vec{a}_1 = (1,0) : \vec{a}_2 = (0,1)$	$\vec{a}_1 = \frac{a}{2}(1,\sqrt{3}) : \vec{a}_2 = \frac{a}{2}(1,-\sqrt{3})$
Vecteurs réciproques	$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a}(1,0) : \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a}(0,1)$	$\vec{b}_1 = \frac{\pi}{a}(1,\sqrt{3}) : \vec{b}_2 = \frac{\pi}{a}(-1,\sqrt{3})$
Facteur de remplissage	$f_r = \pi \left(\frac{r}{a}\right)^2$	$f_r = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left(\frac{2r}{a}\right)^2 \approx 3.628 \left(\frac{r}{a}\right)^2$

Tableau. 1 Propriétés élémentaires des réseaux carré et triangulaire.

Le facteur de remplissage est défini comme étant le rapport de la surface des cylindres sur la surface de la maille élémentaire du réseau. Les paires de vecteurs (\vec{a}_1, \vec{a}_2) et (\vec{b}_1, \vec{b}_2) sont respectivement les vecteurs unitaires du réseau direct et réciproques.

2.7. Etude électromagnétique pour le mode TM

Nous considérons un milieu diélectrique non absorbant, linéaire et isotrope.

On considère une onde polarisée TM se propageant dans un plan (O, x, y) ayant comme champ électrique en un point $\vec{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ de la forme :

$$E_z(\vec{r}) = E_{\vec{k}}(\vec{r})e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (2-24)$$

L'équation précédente peut aussi s'écrire :

$$E_z(x, y) = E_{k_x, k_y}(x, y)e^{-j(k_x x + k_y y)} \quad (2-25)$$

Où k_x et k_y sont les composantes suivant x et y du vecteur d'onde \vec{k} .

Pour une onde se propageant dans le matériau BIP, étant donnée la relation 2-25 et la condition de Bloch, l'amplitude complexe $E_{k_x, k_y}(x, y)$, est une fonction périodique du plan. Nous avons vu à la partie précédente qu'il était intéressant de développer cette fonction en série de Fourier spatiale en utilisant les vecteurs du réseau réciproque comme base de développement.

Ainsi, si \vec{b}_1 et \vec{b}_2 constituent les vecteurs de base du réseau réciproque, on définit la famille \vec{G} des vecteurs d'onde dans ce même réseau par :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{G}_{h_1 h_2} = 2\pi \cdot \vec{h} \\ \vec{h} = h_1 \cdot \vec{b}_1 + h_2 \cdot \vec{b}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{G}_{h_1 h_2} = 2\pi \cdot h_1 \cdot \vec{b}_1 + 2\pi \cdot h_2 \cdot \vec{b}_2 \quad (2-26)$$

Avec : $(h_1, h_2) \in \mathbb{N}^2$

Ainsi toutes les fonctions spatialement périodiques du réseau plan sont décomposées en série de Fourier spatiale :

- Amplitude complexe de l'onde plane :

$$E_{k_x, k_y}(x, y) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} E_{\vec{G}_{h_1 h_2}}^{\vec{k}} e^{j\vec{G}_{h_1 h_2} \cdot \vec{r}} \quad (2-27)$$

Avec :

$$\vec{G}_{h_1 h_2} = 2\pi h_1 \vec{b}_1 + 2\pi h_2 \vec{b}_2 = G_{x_{h_1 h_2}} \vec{i} + G_{y_{h_1 h_2}} \vec{j} \quad (2-28)$$

Cette décomposition est appelée « décomposition en ondes planes ». Où h_1 et h_2 sont deux entiers et \vec{i} et \vec{j} sont les vecteurs de base du plan (O, x, y)

• Distribution périodique de la permittivité :

$$\varepsilon(x, y) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} e^{j\vec{G}_{h_1 h_2} \cdot \vec{r}} + \varepsilon_f \quad (2-29)$$

Avec :

$$\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} = \frac{1}{S_d} \iint_{x, y} [\varepsilon(x, y) - \varepsilon_f] e^{-j\vec{G}_{h_1 h_2} \cdot \vec{r}} \partial x \partial y \quad (2-30)$$

Où S_d représente l'aire de la cellule du réseau direct et ε_f est la permittivité du milieu diélectrique dans lesquels sont réparties les inhomogénéités diélectriques.

Cette décomposition est appliquée à chaque composante de champs et à la distribution de la permittivité pour résoudre le problème électromagnétique de la propagation des ondes dans les milieux périodiques.

Les relations de Maxwell-Ampère

$$\text{rot} \vec{H} = j\omega \varepsilon \vec{E} \quad (2-31)$$

Et de Maxwell-Faraday

$$\text{rot} \vec{E} = -j\omega \mu_0 \vec{H} \quad (2-32)$$

Nous permettent d'écrire que:

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{E}) = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon(x, y) \vec{E} \quad (2-33)$$

Où ε_0 est la permittivité du vide et μ_0 est la perméabilité du vide.

Or nous avons les relations suivantes :

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{E}) = \text{grad}(\text{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E} \quad (2-34)$$

Et l'équation de la divergence du champ \vec{E}

$$\text{div}\vec{E} = 0 \quad (2-35)$$

Alors il est possible d'écrire que :

$$-\Delta\vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(x, y) \vec{E} \quad (2-36)$$

Avec $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \varepsilon_0$ (c : la célérité du vide)

Nous pouvons alors écrire l'équation d'Helmholtz pour une onde polarisée TM dans le repère orthogonal (O, x, y) sous la forme :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} [\varepsilon(x, y) - \varepsilon_f] E_z = -\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_f E_z \quad (2-37)$$

En décomposant en onde plane (comme indiqué dans le début du paragraphe) les termes de gauche et de droite de l'égalité 2-37 et après simplification (suppression de la double somme en $h_1 h_2$ ainsi que l'exponentielle [43]), on obtient :

$$\left(\left| G_{x_{h_1 h_2}} + k_x \right|^2 + \left| G_{y_{h_1 h_2}} + k_y \right|^2 \right) E_{\vec{G}_{h_1 h_2}}^{k_x k_y} \frac{c^2}{\omega^2} = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \left[\varepsilon_f \delta_{h_1 h_1'} \delta_{h_2 h_2'} + \varepsilon_{\vec{G}_{(h_1 - h_1')(h_2 - h_2')}} E_{\vec{G}_{h_1' h_2'}}^{k_x k_y} \right] \quad (2-38)$$

Avec :

$$\delta_{h_i h_i'} = \begin{cases} 0 & \text{si } h_i \neq h_i' \\ 1 & \text{si } h_i = h_i' \end{cases}$$

Sous forme matricielle, cette relation devient :

$$\boxed{\frac{c^2}{\omega^2} (I_d) (E_{\vec{G}_{h_1 h_2}})} = \left(\frac{\varepsilon_f \delta_{h_1 h_1'} \delta_{h_2 h_2'} + \varepsilon_{\vec{G}_{(h_1 - h_1')(h_2 - h_2')}}}{\underbrace{\left| G_{x_{h_1 h_2}} + k_x \right|^2 + \left| G_{y_{h_1 h_2}} + k_y \right|^2}_A} \right) (E_{\vec{G}_{h_1' h_2'}}) \quad (2-39)$$

Ce résultat nous permet d'obtenir les fréquences autorisées à se propager dans le cristal photonique en réalisant une recherche de valeurs propres de la matrice A de l'équation 2-39.

2.8. Etude électromagnétique pour le mode TE

En considérant une onde polarisée TE se propageant dans un plan (O, x, y) et d'après les relations de Maxwell 2-31 et 2-32, nous pouvons écrire :

$$\text{rot}\vec{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon(x, y)\vec{E} \quad (2-40)$$

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\varepsilon(x, y)}\text{rot}\vec{H}\right) = j\omega\varepsilon_0\text{rot}\vec{E} = \omega^2\varepsilon_0\mu_0\vec{H} \quad (2-41)$$

D'où :

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\varepsilon(x, y)}\text{rot}\vec{H}\right) = \frac{\omega^2}{c^2}\vec{H} \quad (2-42)$$

Avec

$$\frac{1}{c^2} = \mu_0\varepsilon_0$$

En posant $f(x, y) = \frac{1}{\varepsilon(x, y)}$ on a :

$$\text{rot}(f(x, y)\text{rot}\vec{H}) = f(x, y)\text{rot}(\text{rot}\vec{H}) + \text{grad}(f(x, y))\wedge\text{rot}\vec{H} \quad (2-43)$$

Or nous avons les relations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot}(\text{rot}\vec{H}) = \text{grad}(\text{div}\vec{H}) - \nabla^2\vec{H} \\ \text{div}\vec{H} = 0 \Rightarrow \text{grad}(\text{div}\vec{H}) = 0 \\ \nabla^2\vec{H} = \Delta\vec{H} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{rot}(\text{rot}\vec{H}) = -\Delta\vec{H} \quad (2-44)$$

D'où la relation 2-42 devient :

$$-f(x, y)\Delta\vec{H} + \text{grad}[f(x, y)]\wedge\text{rot}\vec{H} = \frac{\omega^2}{c^2}\vec{H} \quad (2-45)$$

En prenant chaque terme de l'équation 2-45, nous pouvons les développer en série de Fourier. Nous considérons toujours comme base de développement les vecteurs du réseau Réciproque \vec{b}_1 et \vec{b}_2

Le champ H est défini suivant une seule composante, alors $\vec{H} = H_z \vec{u}$ il vient :

$$-f(x, y) \Delta \vec{H} = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \left[\sum_{h_1'} \sum_{h_2'} f_{\vec{G}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} H_{\vec{G}_{h_1'h_2'}}^{k_x k_y} \left(\left| G_{x_{h_1'h_2'}} + k_x \right|^2 + \left| G_{y_{h_1'h_2'}} + k_y \right|^2 \right) \right] e^{j[(G_{x_{h_1'h_2'}} + k_x)x + (G_{y_{h_1'h_2'}} + k_y)y]} \quad (2-46)$$

$$\text{grad}f(x, y) \wedge \text{rot} \vec{H} = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \left[\sum_{h_1'} \sum_{h_2'} f_{\vec{G}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} H_{\vec{G}_{h_1'h_2'}}^{k_x k_y} \left(\left(G_{x_{h_1'h_2'}} + k_x \right) G_{x_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} + \left(G_{y_{h_1'h_2'}} + k_y \right) G_{y_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} \right) \right] e^{j[(G_{x_{h_1'h_2'}} + k_x)x + (G_{y_{h_1'h_2'}} + k_y)y]} \quad (2-47)$$

$$\frac{\omega^2}{c^2} \vec{H} = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{h_1} \sum_{h_2} H_{\vec{G}_{h_1'h_2'}}^{k_x k_y} e^{j[(G_{x_{h_1'h_2'}} + k_x)x + (G_{y_{h_1'h_2'}} + k_y)y]} \quad (2-48)$$

La relation 2-45 se simplifie en utilisant les équations 2-46, 2-47 et 2-48, et en supprimant la double somme sur h_1 et h_2 ainsi que l'exponentielle dans chaque membre de l'équation 2-45.

Nous obtenons alors sous forme matricielle

$$\frac{c^2}{\omega^2} (I_d) \left(H_{\vec{G}_{h_1'h_2'}}^{k_x k_y} \right) = f_{\vec{G}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} \left(\underbrace{\left(k_x^2 + k_x \cdot G_{x_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} + G_{x_{h_1'h_2}} \cdot G_{x_{h_1'h_2'}} + k_y^2 + k_y \cdot G_{y_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} + G_{y_{h_1'h_2}} \cdot G_{y_{h_1'h_2'}} \right)}_B \left(H_{\vec{G}_{h_1'h_2'}}^{k_x k_y} \right) \right) \quad (2-49)$$

Une recherche de valeurs propres dans la matrice B de l'équation 2-49 nous donne les valeurs $\frac{\omega^2}{c^2}$ possibles. Elles correspondent aux fréquences autorisées à se propager dans le matériau photonique pour un couple $(k_x; k_y)$ donné.

2.9. Résultats obtenus

Pour tracer les diagrammes et les surfaces de dispersion, nous avons réalisé des programmes et des fonctions en langage Matlab (voir Annexe B). Ces programmes permettent de choisir le mode de polarisation voulu (TE ou TM), le type du réseau (carré ou triangulaire), les indices des motifs et du substrat (ϵ_a et ϵ_b) et les valeurs de la période (a) du réseau ainsi

que le nombre N d'ondes planes choisi pour la décomposition en séries de Fourier. Les résultats obtenus sont d'une bonne concordance avec ceux de la littérature.

Nous effectuerons une transformée de Fourier bidimensionnelle (double transformée de Fourier) suivant x et y . Dans le but d'optimiser le temps de calcul, nous avons utilisé une transformée de Fourier rapide FFT (Fast Fourier Transform). Les résultats obtenus sont d'une bonne concordance avec ceux de la littérature.

2.9.1. Résultats pour le mode TM

Le diagramme de bande sera obtenu en faisant balayer au vecteur (k_x, k_y) l'ensemble des directions de l'espace et en résolvant l'équation (10) pour chaque couple (k_x, k_y) . En théorie, il suffit que le vecteur \vec{k} balaye un secteur défini par le contour de la première zone de Brillouin pour obtenir toutes les informations nécessaires au tracé du diagramme des bandes. La première zone de Brillouin d'un réseau carré est définie dans le réseau réciproque. Elle est représentée sur la figure 2.12. Les points remarquables de cette zone sont les points de haute symétrie Γ , X et M.

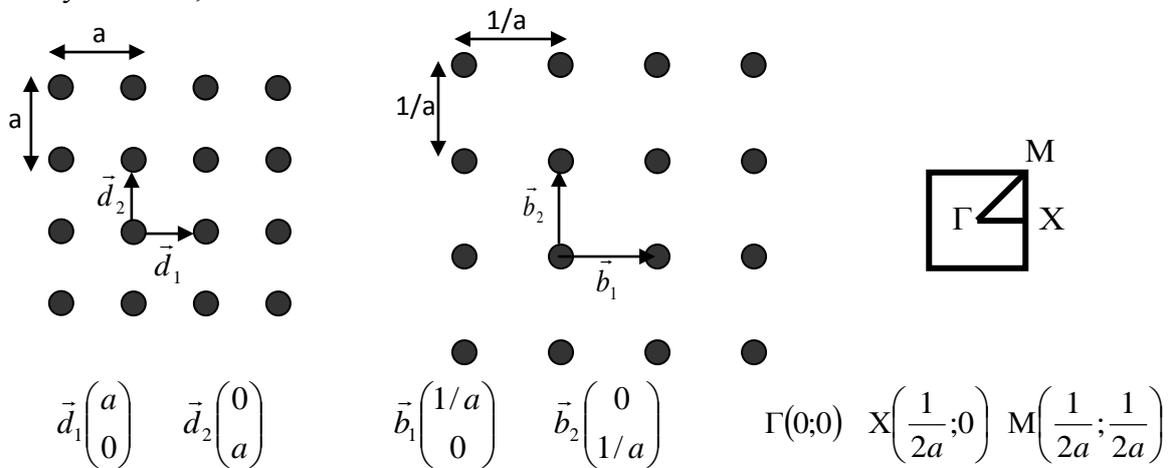


Fig. 2.12 Espace direct et réciproque d'un réseau carré et zone de Brillouin correspondante

Nous proposons l'étude d'un matériau infini structuré sur la base d'un réseau carré tel que le pas a du réseau est de 1 mm et les tiges cylindriques ont un rayon égal à 0,4 mm et une permittivité relative $\epsilon_r = 9,8$. Ces tiges sont entourées d'air ($\epsilon_{air} = 1$). Le diagramme de dispersion obtenu pour cette structure pour une polarisation TM est donné par la figure 2.13.

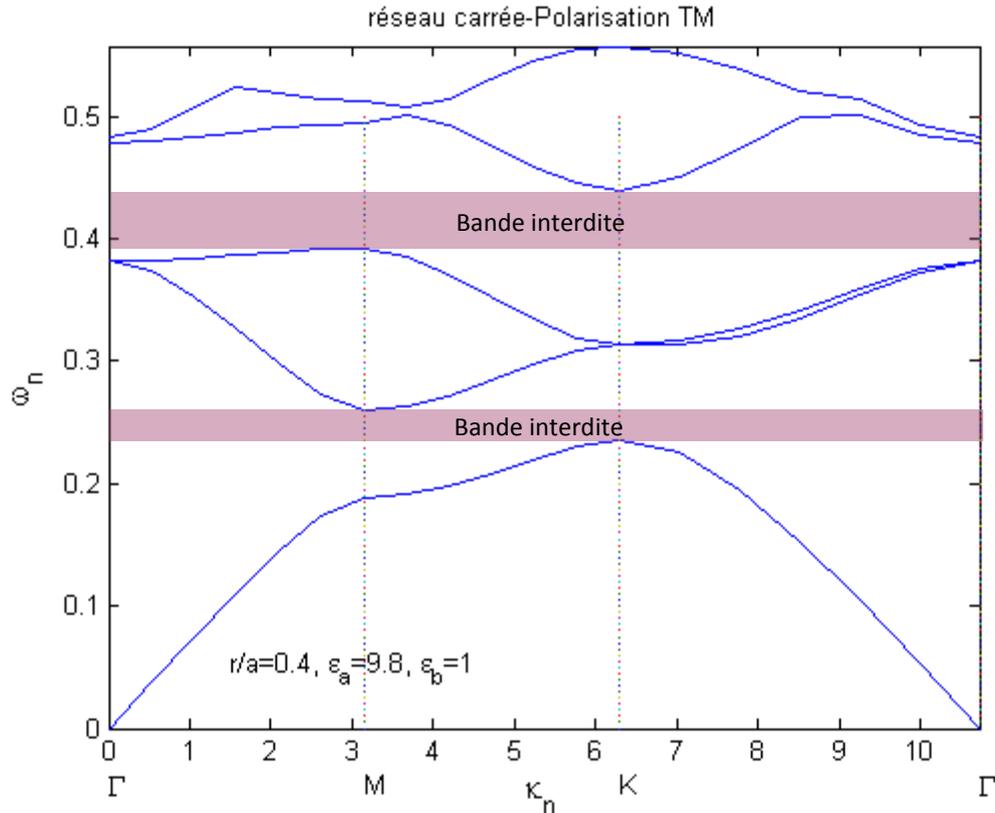


Fig. 2.13 diagramme de dispersion d'une structure BIE 2D carré en mode TM

On constate combien le comportement du photon est profondément modifié lorsque l'on structure de manière périodique un milieu initialement homogène. Les photons qui n'interagissaient pas dans le milieu homogène ne s'ignorent plus et communiquent désormais entre eux par l'intermédiaire de la forte corrugation du milieu. La lumière est diffusée par les motifs et subit des réflexions multiples, fortement destructives notamment autour des directions de haute symétrie de la zone de Brillouin. Cela se traduit en termes de courbes de dispersion par des extrema suivant les directions de haute symétrie, qui peuvent aboutir, lorsque la perturbation est très forte (fort contraste d'indice, ce qui est notre cas) à la création de gammes d'énergie pour lesquelles la propagation du photon dans le plan est interdite.

La structure de bande fait apparaître deux bandes interdites complètes, c'est-à-dire pour une incidence quelconque de l'onde électromagnétique en polarisation TM, aucune onde ne pourra se propager entre $\omega_n = 0.2360$ et $\omega_n = 0.2570$ correspondant aux fréquences 70.8 GHz et 77.1 GHz pour la première bande interdite. De même, aucune onde ne pourra se propager entre $\omega_n = 0.3950$ et $\omega_n = 0.450$ correspondant aux fréquences 118.5 GHz et 135

GHz. Le calcul de ces fréquences se déduit facilement à partir de la relation de la fréquence normalisée (réduite) : $\omega_n = \omega \frac{a}{2\pi c}$

2.9.2. Résultats pour le mode TE

Nous considérons maintenant une structure triangulaire de tiges à section circulaire. Le pas a du réseau est de 1 mm et les tiges de section circulaire ont un rayon égal à 0,4 mm et une permittivité $\epsilon_r = 19$. Ces tiges sont entourées d'air ($\epsilon_{air} = 1$). Nous obtenons alors le diagramme de dispersion ci-dessous (figure 2.14).

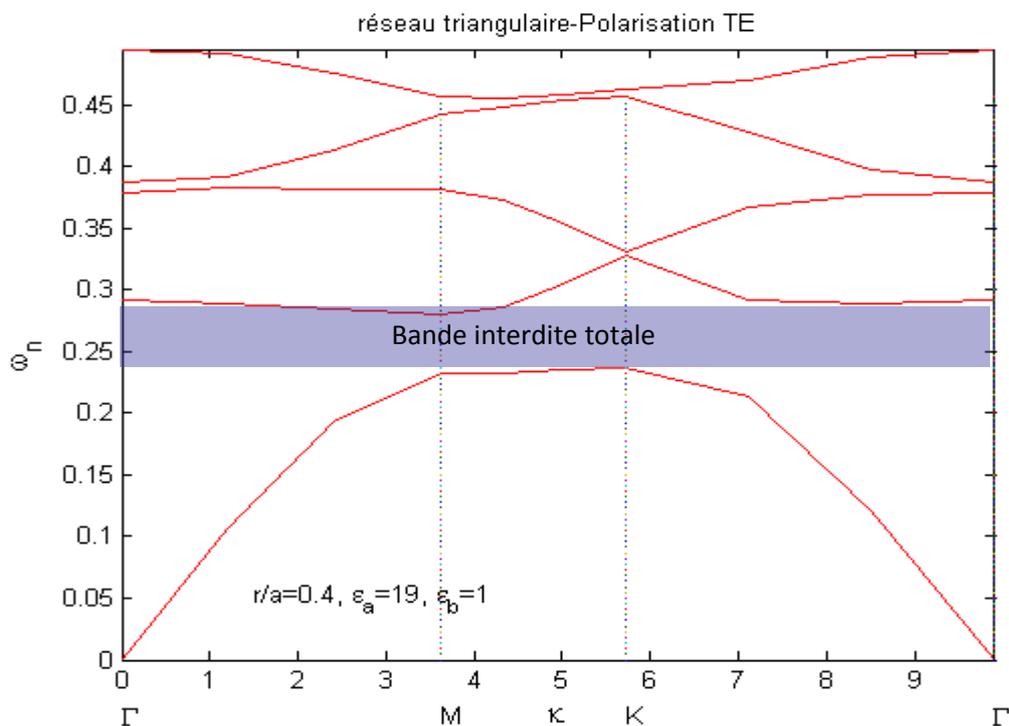


Fig. 2.14 Diagramme de dispersion d'une structure BIE 2D triangulaire en mode TE

La structure de bande fait apparaître une bande interdite complète, c'est-à-dire pour une incidence quelconque de l'onde électromagnétique, aucune onde ne pourra se propager dans l'intervalle des fréquences comprises entre 69 GHz et 82.5 GHz.

Une radiation lumineuse à l'énergie de la bande interdite ne pourra pas pénétrer dans le matériau périodique, quelle que soit son incidence ou sa polarisation car, la densité de modes photoniques ayant été modifiée jusqu'à l'annulation par l'environnement diélectrique périodique, il n'existe pas de mode à l'énergie correspondante.

2.10. Conclusion

Dans cette partie, la méthode des ondes planes a été étudiée et utilisée pour appréhender différentes structures. Elle est bien adaptée aux cristaux photoniques à deux dimensions infinis. Nous avons appliqué cette méthode basée sur la décomposition en série Fourier spatiale à des structures périodiques bidimensionnelles pour les deux polarisations TE et TM séparément due à la périodicité de l'indice du milieu.

Le formalisme mathématique, ainsi que tout les outils nécessaires à l'application de cette méthodes aux structures à BIE 2D comme les réseaux direct et réciproque, la première zone de Brillouin et les points de haute symétrie ont été définis dans cette partie et ce pour les deux réseaux carré et triangulaire communément utilisés.

La traduction des systèmes d'équations obtenus en programmes informatiques nous à permis d'aboutir aux diagrammes de dispersion des différentes structures 2D et l'obtention de bande interdites électromagnétiques. Nous donnerons dans le chapitre suivant les différents paramètres influant l'ouverture de ces bandes interdites et l'interprétation des propriétés dispersives propres à ce type de matériaux.

Chapitre 3

Interprétation des propriétés dispersives des matériaux à BIE 2D

Les cristaux photoniques sont des milieux dispersifs. Un milieu dispersif est un milieu dans lequel la vitesse de phase dépend de la fréquence des oscillations [3]. En physique classique, les problèmes de propagation ne présentent pas cette particularité. En effet, les équations de Maxwell relatives à la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide conduisent à une vitesse de propagation constante, en rendant pratiquement la vitesse indépendante de la fréquence. Il est facile de définir la vitesse de propagation de l'énergie ; c'est tout simplement la vitesse de phase [61].

Mais, par contre, si le milieu est dispersif, la définition de la vitesse de propagation de l'énergie diffère de la vitesse de phase. Ceci résulte du fait que les ondes sinusoïdales s'étendant de $-\infty$ à $+\infty$ sont les seules qui peuvent se propager sans déformation dans le milieu [22]. Par contre, un court signal ou une brève impulsion sont déformés durant la propagation, alors la vitesse moyenne de ces derniers est difficile à définir. C'est alors qu'on définit la vitesse de groupe, c'est la vitesse de l'énergie.

Quand la lumière pénètre dans un cristal photonique elle est réfléchi aux interfaces entre différentes régions diélectriques. Compte tenu de la périodicité, cette réflexion peut être cohérente pour certaines directions et fréquences. Par conséquent, cela se traduit dans le diagramme des bandes par une plage d'énergie qui n'est accessible à aucun mode de propagation. Ces plages de fréquences interdites dépendent du réseau considéré et de plusieurs paramètres caractérisant ces structures.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons montrer que l'ouverture des bandes interdites dans une structure BIE est tributaire de plusieurs paramètres du réseau. Ces bandes peuvent, si elles existent, être partielles, totales ou complètes. Nous exploiterons aussi les résultats obtenus pour les diagrammes de dispersion, les cartes des bandes et les surfaces de dispersion pour mettre en évidence les différents phénomènes de propagation dans ces matériaux artificiels.

3. Ouverture des bandes

3.1. Bandes partielles et bandes complètes

Considérant un cristal photonique qui ne présente pratiquement aucun contraste d'indice diélectrique ($\delta = 1.0333 \cong 1$) entre les deux milieux (faiblement modulé), c'est un réseau carré de motifs cylindriques ($\epsilon_a = 3$) dans un substrat ($\epsilon_b = 3.1$).

Il est remarquable sur le diagramme des bandes que l'effet de la dispersion est très faible dans ce cas et par conséquent aucune bande interdite n'est observée pour les deux polarisations TE et TM. Les deux modes ont pratiquement le même diagramme comme indiqué sur la figure 3.1.

Dans ce cas de figure le cristal tend à se comporter comme un milieu homogène de permittivité $\epsilon = \epsilon_a \cong \epsilon_b$. Par contre, si le contraste d'indice augmente, des bandes interdites commencent à s'ouvrir. Les photons de ces plages d'énergies ne peuvent se propager à travers le cristal, et donc la transmission tend vers zéro pour ces fréquences.

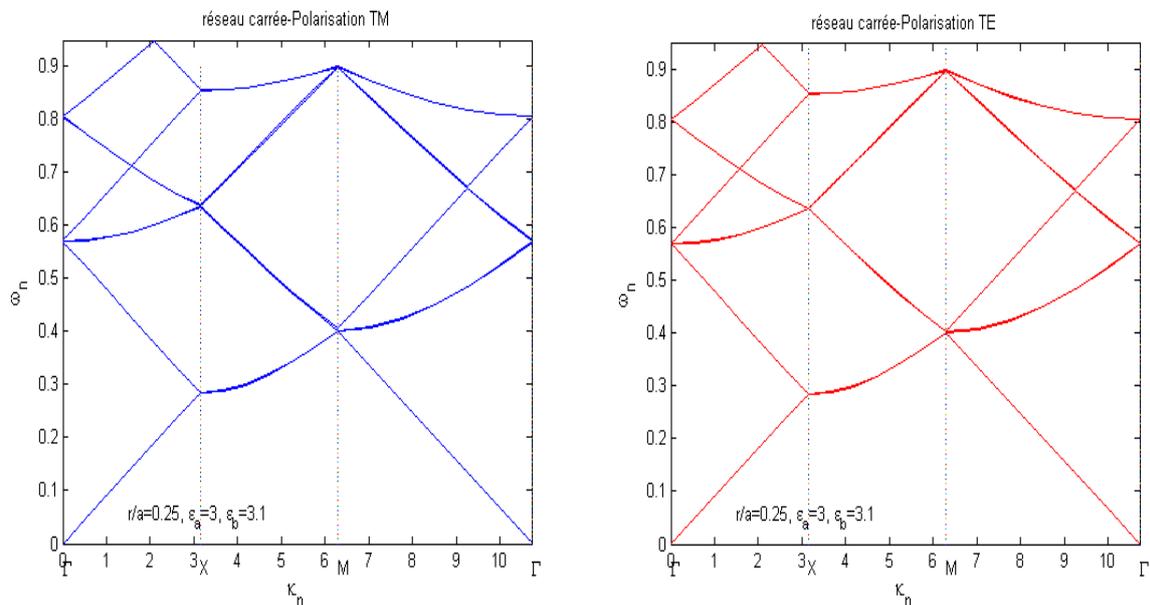


Fig. 3.1 Diagramme de dispersion d'un réseau carré faiblement modulé

La figure 3.2 illustre les structures des bandes pour le même cristal photonique dans lequel δ augmente graduellement : a) $\delta = 1.5$, b) $\delta = 2.0$, c) $\delta = 4.0$ et d) $\delta = 6.0$. Dans le premier cas, une bande apparaît dans la direction ΓX . Lorsque δ est augmenté ($\delta = 2$) une autre bande s'ouvre dans la direction $M\Gamma$, dans ces deux premiers cas la propagation est interdites pour des directions bien précises et non pas pour toutes les directions de la zone de Brillouin et les bandes obtenues sont dites bandes partielles ou pseudo-bandes.

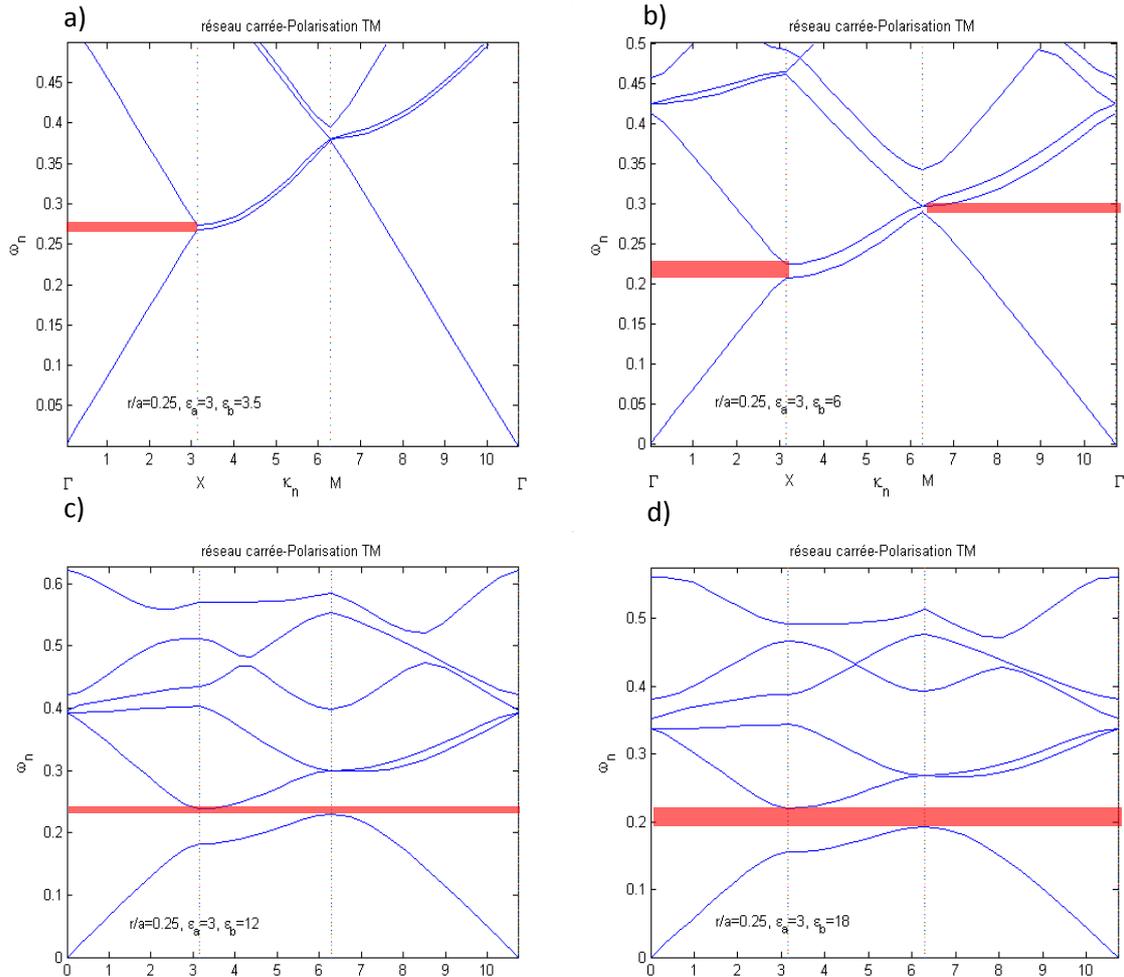


Fig.3.2 Diagrammes de dispersions du réseau carré pour différents contraste d'indices

a) $\delta=1.5$, b) $\delta=2.0$, c) $\delta=4.0$ et d) $\delta=6.0$

Lorsque le contraste d'indice atteint la valeur 4, une bande interdite commune pour toute les directions (ΓX , $X M$ et $M \Gamma$) commence à s'ouvrir (figure 3.2-c). Les bandes interdites commencent alors à se recouvrir et pour $\delta=6$, la bande commune s'élargit encore d'avantage et apparaît clairement. Dans ces deux derniers cas la propagation est interdites dans toutes les directions dans les bandes obtenues, on parle alors de bandes interdites complètes ou encore omnidirectionnelles.

L'obtention des bandes interdites complètes est conditionnée comme on vient de constater précédemment par un contraste d'indice élevé. Pour un cristal photonique constitué d'un réseau carré avec des motifs cylindriques l'obtention d'une bande interdite complète nécessite une valeur pour δ supérieur à 4. D'un point de vue pratique cela renseigne sur la difficulté d'obtention des bandes interdites complètes avec ce type de réseaux, car dans la

nature peu de matériaux possédant un indice de réfraction élevé existent. Heureusement, la réalisation des bandes complètes ne dépend pas uniquement de la différence d'indice entre le substrat et les motifs [16]. Le choix d'une symétrie appropriée et de la topologie joue un rôle très important.

Pour obtenir une BIE complète, les bandes partielles des différentes directions de propagation doivent se chevaucher. L'augmentation de δ entraîne l'élargissement des bandes et facilite le recouvrement. Cependant, si les bandes partielles pour les différentes directions s'ouvrent pour des énergies différentes, le recouvrement est moins probable.

De la physique des solides on sait que les bandes se produisent pour les vecteurs d'onde s'étendant sur les frontières de la zone de Brillouin. Par conséquent, les cristaux photoniques dont la zone de Brillouin est circulaire présentent des bandes partielles s'ouvrant pour de mêmes fréquences et donc sont meilleurs pour la réalisation de BIE complètes. Pour les cristaux photoniques 2D, le réseau triangulaire donne des résultats meilleurs que le réseau carré et il est le plus utilisé pour obtenir ces bandes.

De même, dans le cas des cristaux photoniques 3D la zone de Brillouin la plus sphérique possible permet d'obtenir des bandes interdites complètes et le réseau répondant à cette exigence est le réseau cubique à face centrée (CFC) [20].

3.2. Bandes interdites totales

Bien que la majorité des applications nécessitent des bandes partielles (selon une seule direction) ou complètes (selon les trois directions) pour un mode de propagation, L'obtention d'une bande complète et commune pour les deux modes TE et TM peut s'avérer utile et d'une grande importance. Cette bande ne peut pas être obtenue avec la structure précédente et pour tous les réseaux carrés du fait que son obtention nécessite quelques conditions pour des raisons qu'on évoquera dans la suite. Cependant, son obtention est possible pour le réseau triangulaire comme c'est illustré sur la figure 3.3.

La structure qu'on va considérer et qui permettra d'obtenir une telle bande est un réseau triangulaire composé de trous d'air percés sur un substrat diélectrique de permittivité diélectrique $\epsilon_r = 12$. Le diagramme de dispersion ainsi que les bandes interdites pour chaque polarisation sont donnés dans un même diagramme sur la figure 3.3.

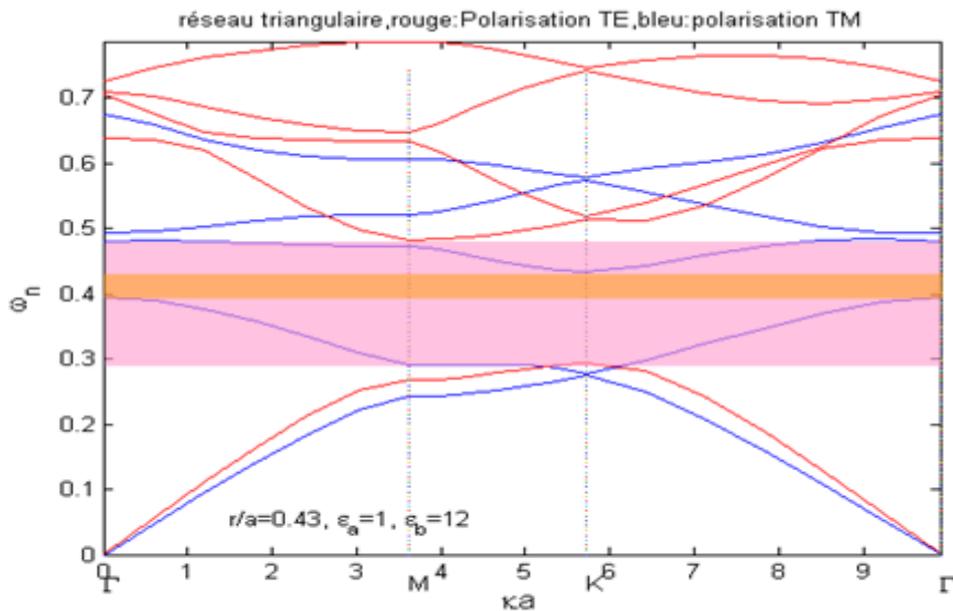


Fig. 3.3 bande interdite totale

Pour la structure précédente on obtient une bande interdite complète pour le mode TE et une autre pour le mode TM, la bande commune aux deux modes qui est l'intersection des deux bande est dite bande interdite totale (ou absolue) pour laquelle la propagation est interdite dans toutes les directions et quelque soit la propagation. On voit apparaître une bande interdite assez large pour la lumière polarisée TE, tandis que la bande interdite se réduit fortement pour les modes polarisés TM. Par conséquent, la bande interdite totale du cristal est étroite. C'est pourquoi bien souvent les cristaux photoniques réalisés en pratique ne possèdent pas de bande interdite totale, mais une bande interdite valable pour une seule polarisation.

On verra par la suite que le réseau triangulaire de trous est la seule structure simple permettant d'obtenir une bande interdite 2D totale (à la fois TE et TM) entre les deux premières bandes permises.

3.3. Influence du nombre d'onde plane N

Comme la méthode des ondes planes consiste à développer en série de Fourier le champ électromagnétique et la constante diélectrique, sa précision dépend directement du nombre d'ondes planes N, pris pour le développement en série de Fourier des différentes fonctions. Bien évidemment, plus ce nombre est grand plus l'approximation du développement en ondes planes est valide, et plus la précision du résultat est grande. Typiquement, dans le cas d'un CP 2D de type réseau triangulaire de trous (l'une des structures

les plus couramment étudiées), on est assuré d'obtenir une très bonne précision en prenant N supérieur à quelques centaines d'ondes planes.

Le temps de calcul dépend aussi directement de N , résoudre le système revient à inverser les matrices dont les coefficients sont dépendants de N . La dimension de ces matrices est proportionnelle à N , l'utilisation N ondes planes pour la décomposition de Fourier engendre entraîne le traitement d'un système matriciel de l'ordre de $2N \times 2N$. la figure 3.4 donne les diagrammes des bandes respectivement pour $N = (9, 49, 210 \text{ et } 600)$ ondes planes.

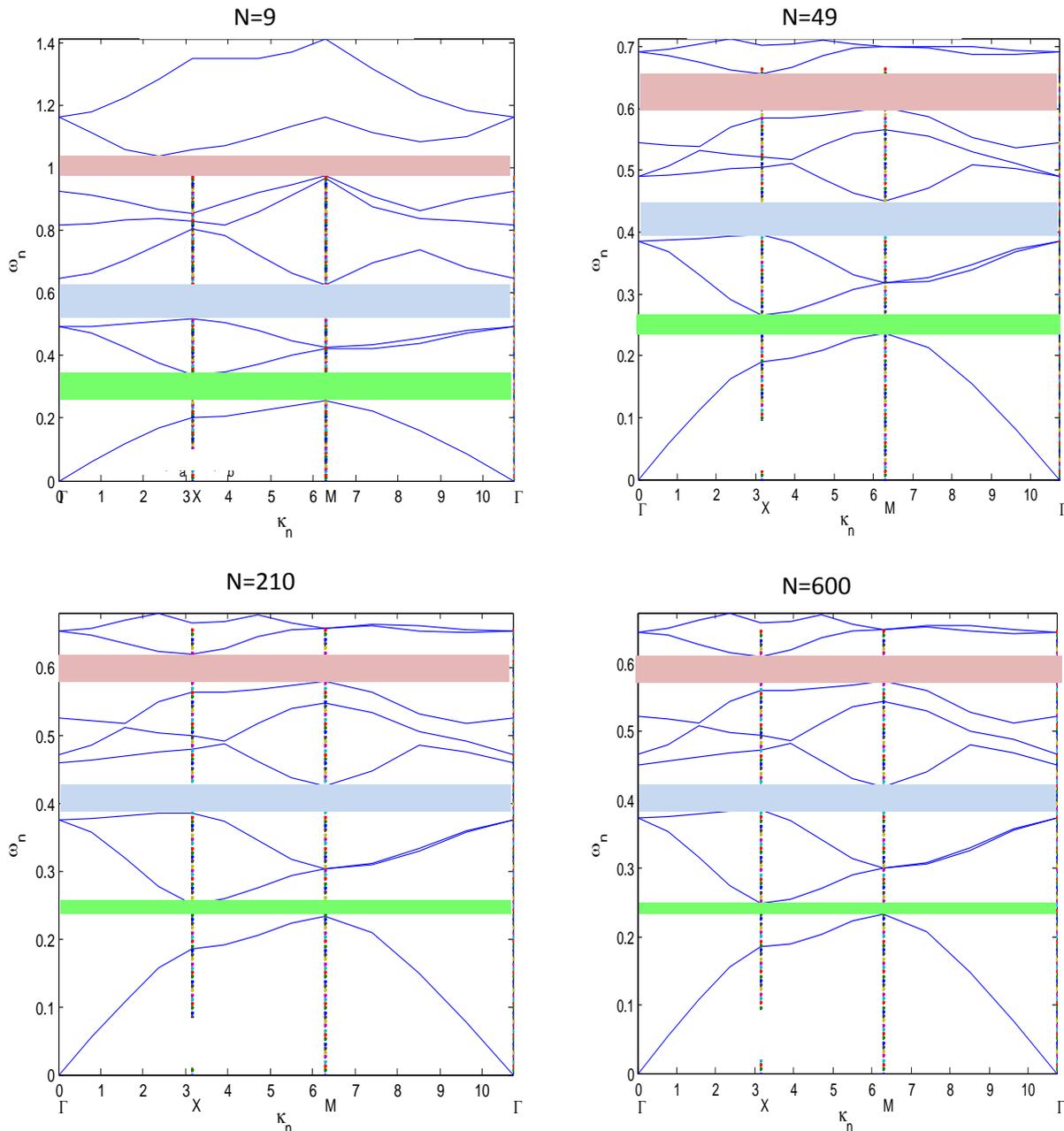


Fig. 3.4 Variation du diagramme des bandes en fonction du nombre d'onde planes N

On constate bien sur la figure précédente que plus on décompose en nombre important d'ondes planes plus on converge vers la solution exacte et les résultats valides. La forme des

courbe représentant les différents modes sur les 4 figures ne change pas grandement, mais leurs fréquences correspondantes varie d'un cas à un autre et par conséquent l'emplacement d'une bande interdite n'est plus le même. Donc, la décomposition en un nombre important d'ondes planes est très nécessaire pour avoir des résultats plus précis.

3.4. Influence du coefficient de remplissage et du rapport r/a

Dans le but d'optimiser une structure 2D-BIE, on réalise des cartes des bandes interdites, c'est-à-dire que l'on présente, en fonction d'un facteur variable, l'évolution des bords des bandes interdite. Ces cartes des bandes interdites sont très pratiques pour décider des paramètres du cristal électromagnétique en vue d'une application donnée.

3.4.1. Réseau carré

Le premier cristal électromagnétique bidimensionnel que nous allons considérer est un réseau carré. Commençons d'abord par le cas où le diélectrique formant les cylindres a une permittivité supérieure à 1 et entourés d'air ($\epsilon_r = 1$).

Considérons dans un premier temps la polarisation TM, La carte des bandes interdites (fig. 3.5-a) révèle quelques caractéristiques intéressantes. Toutes les bandes diminuent en fréquence lorsque le rayon des cylindres r/a augmente et toutes les bandes interdites scellent pour la valeur $r/a = 0.50$. À cette valeur les cylindres de diélectrique commencent à se toucher les un les autres et à la valeur $r/a = 0.70$ l'espace est complètement rempli de diélectrique et devient uniforme.

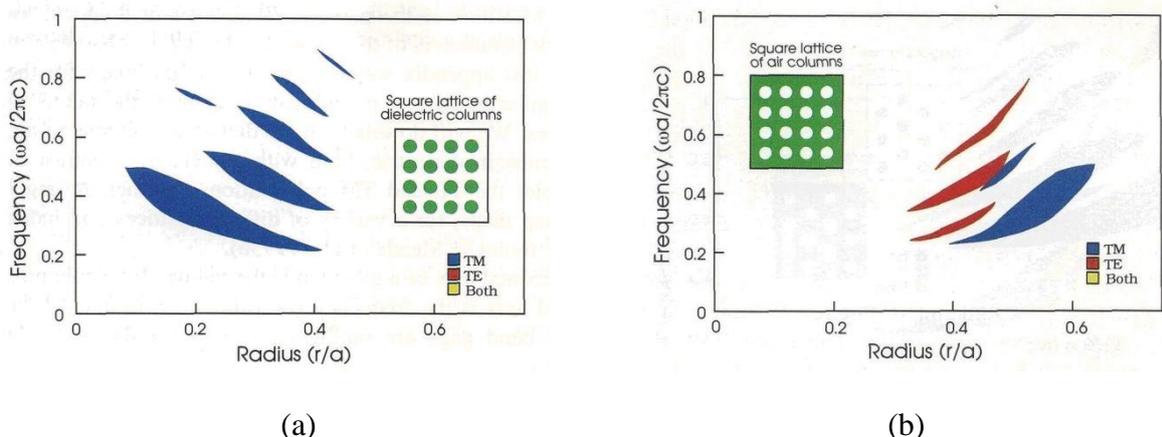


Fig. 3.5 Carte des bandes interdites d'un réseau carré en fonction du ratio r/a
a) cylindres de diélectrique dans de l'air *b) cylindres d'air dans un diélectrique*

Examinons maintenant le cas de la polarisation TE, la figure 3.5-a montre une structure de bandes beaucoup plus dépourvue. Il n'y a aucune bande interdite TE significative pour le

réseau carré dans la gamme de fréquence étudiée. Cette structure ne présente, donc, pas de bandes interdites totales pour toutes les polarisations et toutes les directions.

Considérons maintenant la configuration inverse (fig. 3.5-b), de cylindres d'air ($\epsilon_a = 1$) dans un diélectrique hôte ($\epsilon_a \gg 1$). La carte des bandes pour les deux polarisations pour le cas d'un diélectrique hôte de permittivité ($\epsilon_a = 11.4$). Nous remarquons immédiatement que, cette fois-ci, les fréquences des bandes augmentent avec le ratio r/a , puisque la permittivité effective du milieu diminue lorsque le rayon des cylindres d'air augmente. Les bandes interdites électromagnétiques des modes TM commencent à s'ouvrir autour de $r/a = 0.45$, contrairement à la structure à cylindres de diélectriques pour laquelle les bandes interdites présentent une coupure pointue à cette valeur. Apparemment, la connectivité entre les cylindres d'air est d'importance, puisque la figure 3.5-b montre un changement crucial du comportement du cristal autour de $r/a = 0.5$ valeur pour laquelle les cylindres se touchent. Avec une polarisation TE, le réseau carré de cylindres d'air dans un diélectrique hôte se comporte un peu mieux que celui des cylindres de diélectriques dans de l'air (fig. 3.5-b). Plusieurs bandes interdites minces peuvent être observées. Cependant, aucune de ces bandes ne se recouvre avec des bandes des modes TM. De ce fait il n'existe aucune bande interdite complète pour le réseau carré pour cette valeur du contraste diélectrique.

3.4.2. Réseau triangulaire

Le deuxième cristal électromagnétique que nous allons considérer, est le réseau de cylindres disposés selon un arrangement triangulaire, lorsque les cylindres commencent à se toucher les uns les autres pour $r/a = 0.50$, et remplissent tout l'espace à partir de $r/a = 0.58$. Là encore nous distinguons deux situations duales l'une de l'autre. Le cas de cylindres de diélectriques ($\epsilon_b \gg 1$) dans l'air, et le cas de cylindres d'air dans une matrice de diélectrique ($\epsilon_a \gg 1$).

Nous commençons par le premier cas (cylindres de diélectrique dans l'air). La figure 3.6-a montre la carte des bandes interdites de cette structure, pour un diélectrique de permittivité $\epsilon_a = 11.4$. La ressemblance avec la figure 3.5-a, correspondant au mode TM du réseau carré de cylindres de diélectriques, est frappante. En effet, les bandes successives sont semblables dans la forme et l'orientation, et s'empilent régulièrement les unes sur les autres. La coupure à $r/a = 0.45$ est de nouveau près de la condition où les cylindres commencent à se chevaucher. La carte des bandes pour le mode de polarisation TE, est presque aussi éparse que

celle du réseau carré correspondant. Seules quelques fines bandes sont visibles. D'une façon générale les propriétés de la carte des bandes interdites (décroissance de ω_0 avec r/a , transition à $r/a = 0.5$) suivent les mêmes tendances que ceux déjà discutées pour le réseau carré.

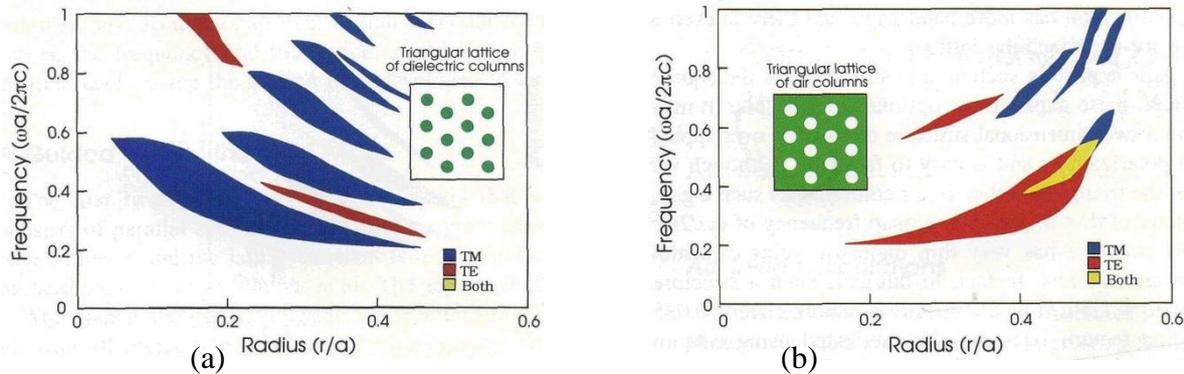


Fig. 3.6 Carte des bandes interdites d'un réseau triangulaire en fonction du ratio r/a
a) cylindres de diélectrique dans de l'air b) cylindres d'air dans un diélectrique

Contrairement au réseau carré, le réseau triangulaire, de cylindres d'air dans une matrice de diélectrique, présente une bande interdite complète comme le montre la figure 3.6-b. Pour le même diélectrique hôte de permittivité $\epsilon_r = 11.4$, la bande interdite complète s'ouvre pour des rayons r/a situés dans un faible intervalle compris entre 0.4 et 0.5. La bande interdite principale de cette structure s'ouvre pour des rayons r/a compris entre 0.16 et 0.50 pour le mode de polarisation TE et entre 0.4 à 0.53 pour le mode TM. Alors que la bande interdite principale de la structure duale, constituée de cylindres de diélectrique dans l'air, s'ouvre pour des rayons r/a compris entre 0.25 et 0.47 pour une polarisation TE, et entre 0.05 et 0.46 pour le mode de polarisation TM.

3.5. Surfaces de dispersion

Les structures BIE peuvent interdire la propagation d'onde à certaines fréquences pour une direction donnée. A ces mêmes fréquences, la propagation de l'onde peut être possible dans une autre direction. Afin de déterminer la réponse du matériau à une onde incidente pour une fréquence donnée, il est nécessaire de tracer la surface de dispersion du réseau à cette fréquence.

Les surfaces de dispersion dites aussi contours de dispersion ou encore surface équi-fréquences (EFS) sont les courbes iso-fréquences déterminées grâce à la relation de dispersion dans le matériau. Dans un cristal photonique, ces surfaces sont généralement en forme d'ellipsoïde ou d'étoile. Elles permettent de déterminer les différentes directions de

propagation pour un même vecteur d'onde incident par rapport aux directions de propagation obtenues dans le cristal massif. Le développement analytique des relations donnant les surfaces de dispersion est détaillé en annexe A.

La figure 3.7 présente les surfaces de dispersion dans la première zone de Brillouin du premier mode en polarisation TE d'un réseau carré de tiges diélectriques de constante $\epsilon_a = 12$ dans de l'air.

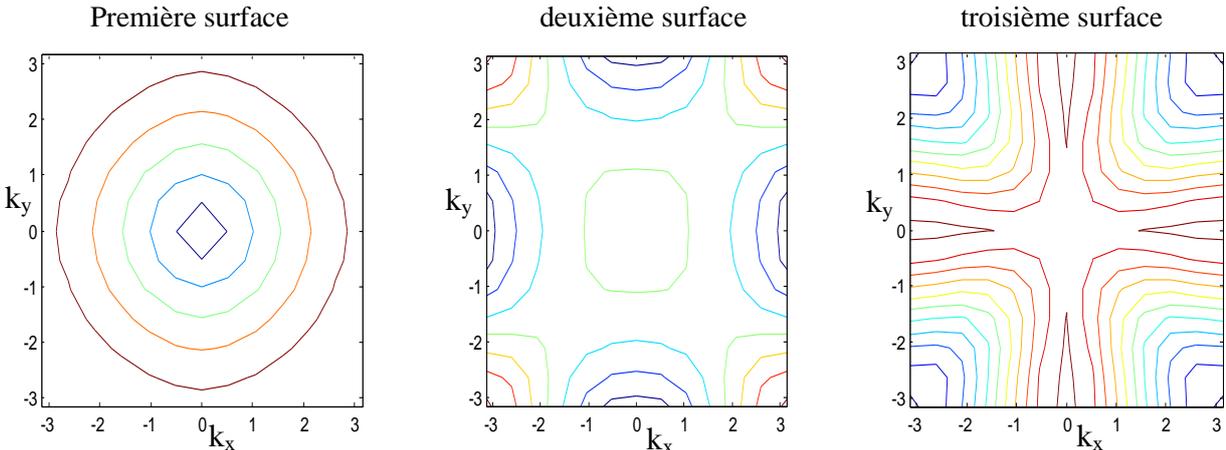


Fig. 3.7 Surfaces de dispersion du premier mode pour plusieurs fréquences pour une Structure BIE 2D de $r/a = 0.4$, $\epsilon_a = 12$ et $\epsilon_b = 1$

Ces dernières représentations montrent que l'anisotropie dans le matériau dépend de la fréquence. Elles mettent en évidence les propriétés de dispersion et d'anisotropie électromagnétique des cristaux photoniques. Une autre représentation de ses mêmes surfaces en 3D montre toutes les fréquences possibles d'un mode en fonction des composante (k_x, k_y) du vecteur d'onde (figure 3.8).

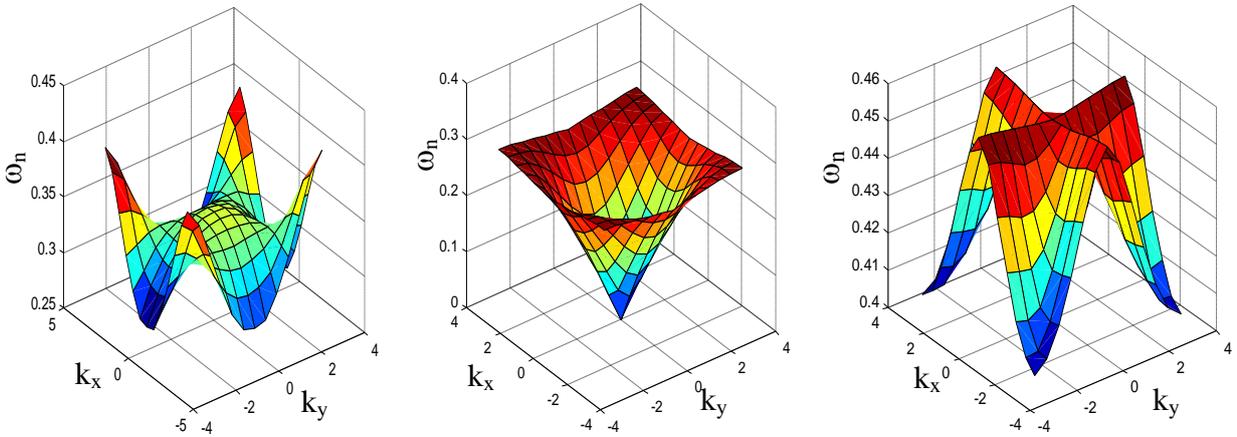


Fig. 3.8 Surfaces de dispersion (3D) du premier mode pour toutes les fréquences possibles.

De cette représentation on peut obtenir les contours de dispersion 2D de la précédente figure par une simple projection de la fréquence désirée dans le plan des fréquences nulles.

Les structures BIE peuvent interdire la propagation d'onde à certaines fréquences pour une direction donnée. A ces mêmes fréquences, la propagation de l'onde peut être possible dans une autre direction. Afin de déterminer la réponse du matériau à une onde incidente pour une fréquence donnée, il est nécessaire d'utiliser la surface de dispersion du réseau à cette fréquence.

Considérant maintenant un cristal formé d'un réseau carré infini de tiges cylindriques d'alumine dont la permittivité est $\epsilon_a = 9.8$ qui sont entourées d'air $\epsilon_b = \epsilon(\text{air}) = 1$ avec un rapport $r/a = 0.3$. Le diagramme de bande de cette structure est représenté sur la figure 3.9.

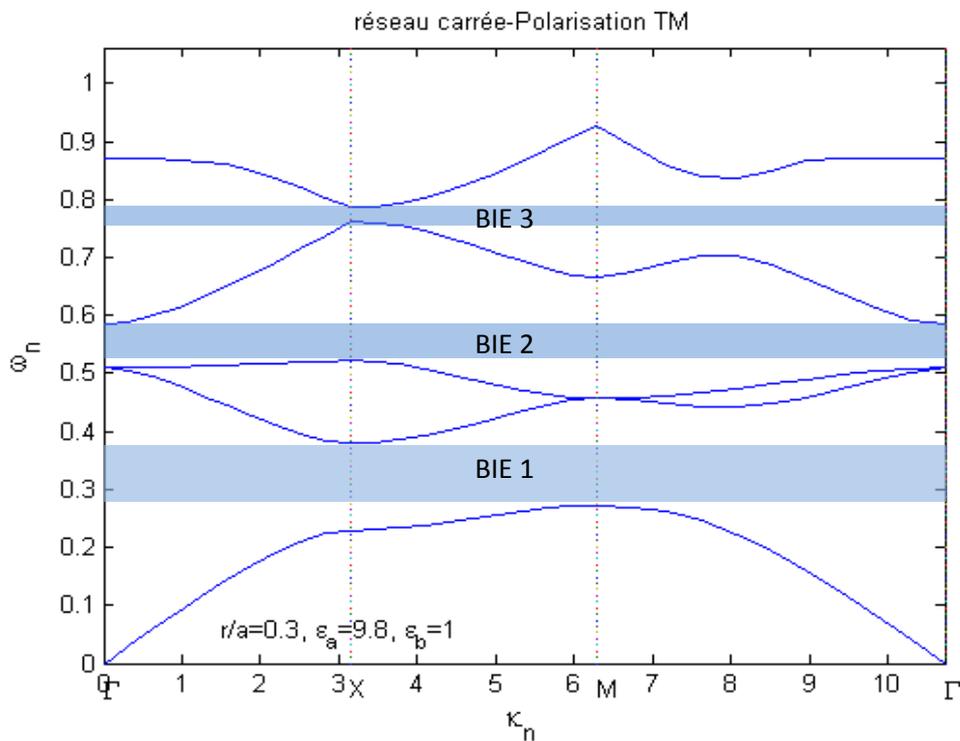


Fig. 3.9 diagramme des bandes

On remarque bien sur ce diagramme de dispersion qu'on peut obtenir plusieurs bandes interdites à des niveaux de fréquences différents pour une même structure. C'est une propriété très importante pour le filtrage et pour un multi usage d

La figure 3.10 donne les surfaces (contours) de dispersion pour une telle structure dans la première zone de Brillouin pour la fréquence $\omega_n=0.246$. Cette représentation nous permet de voir pour quel angle d'incidence, une fréquence donnée se trouve dans la bande interdite (réfléchi) où en dehors de la zone interdite (transmise).

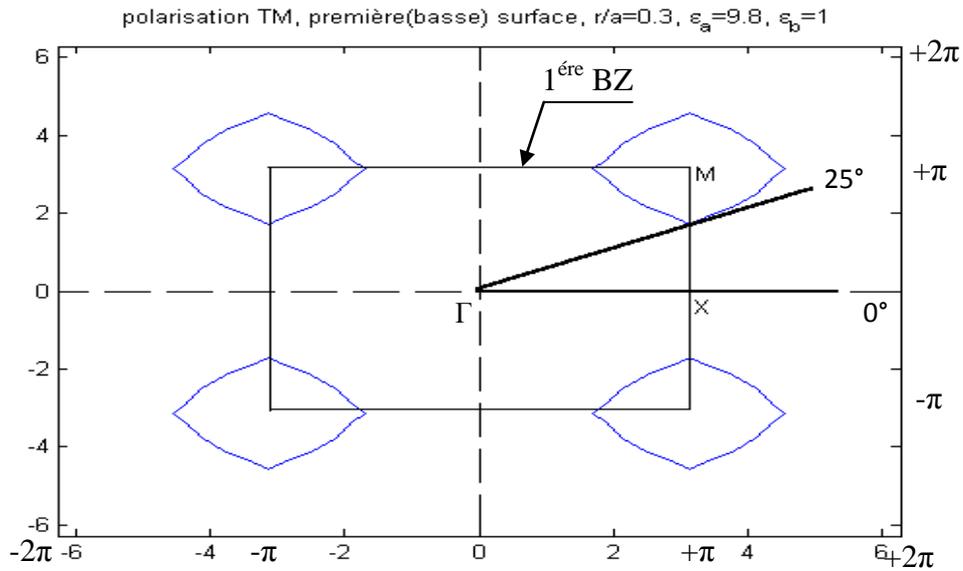


Fig. 3.10 Surface de dispersion dans la première BZ pour $\omega_n=0.246$

La fréquence se trouve en bande interdite pour les ondes de propagation comprises dans l'intervalle $n.90^\circ - 25^\circ < \Theta < n.90^\circ + 25^\circ$. Avec n entier.

La figure 3.11 donne les courbes de dispersion dans la première zone de Brillouin $\vec{k}_x \in [-\pi, +\pi]$ et $\vec{k}_y \in [-\pi, +\pi]$ pour le premier mode pour différentes fréquences.

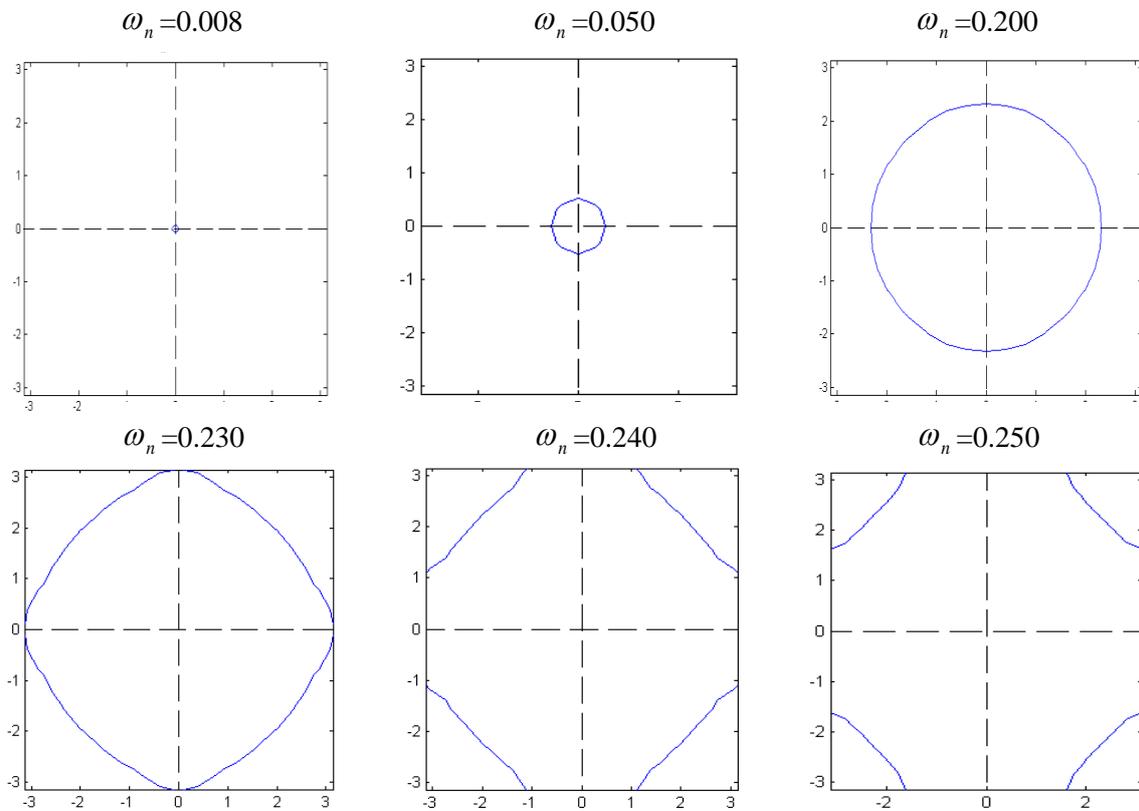


Fig. 3.11 Surfaces de dispersion dans la première zone de Brillouin du premier mode pour 6 fréquences différentes

On remarque bien que plus la fréquence augmente, plus la surface augmente et change de forme. Elle s'ouvre en bord de zone pour se refermer sur les zones contiguës à la première zone de Brillouin. La figure 3.12 donne maintenant les contours de dispersion du deuxième mode pour plusieurs fréquences.

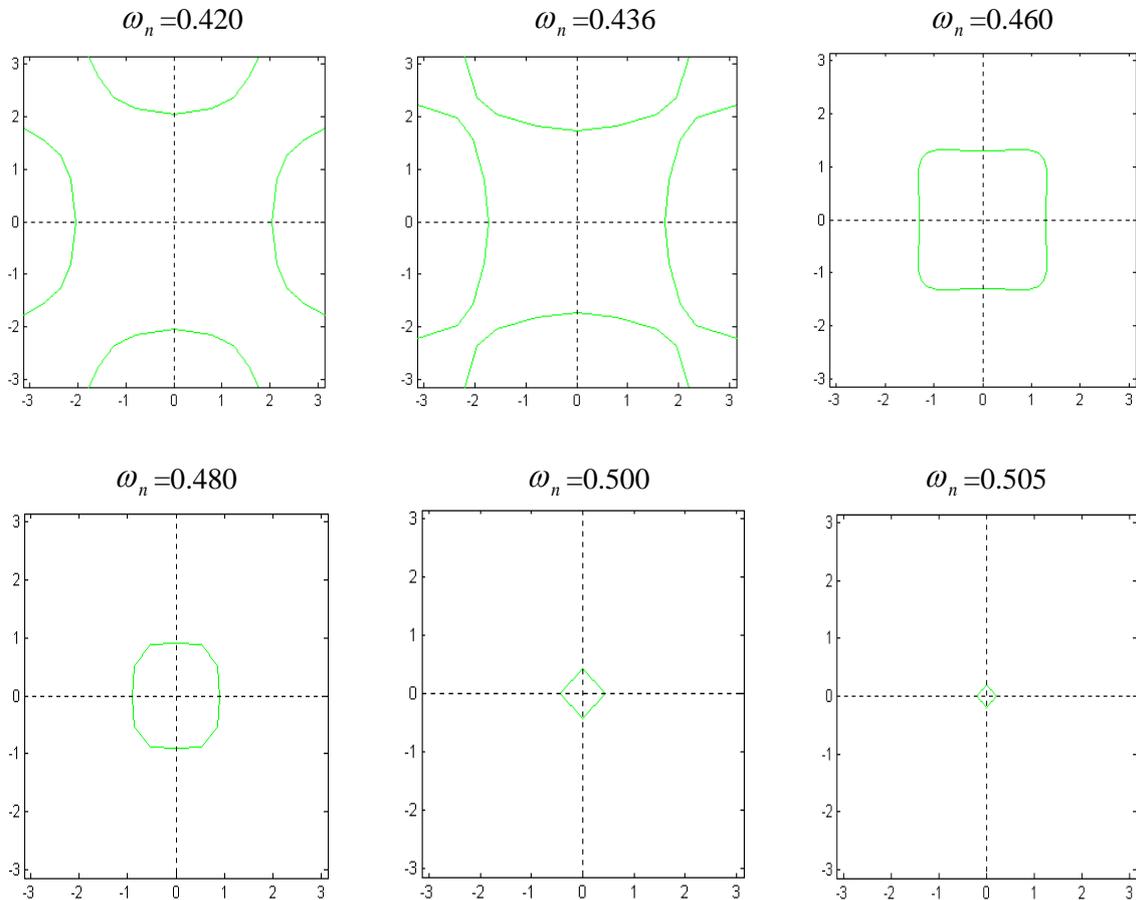


Fig. 3.12 Surfaces de dispersion du deuxième mode pour 6 fréquences différentes

Contrairement à la première bande, on constate bien sur la figure que, lorsque la fréquence augmente, la surface diminue et change de forme. Le comportement de ces surfaces en fonction de la fréquence est prévisible à partir des diagrammes de dispersion.

3.6. Interprétation des propriétés dispersives des matériaux à BIE 2D

Il est bien connu que lorsque la lumière avec une certaine fréquence ω passe d'un diélectrique d'un indice de réfraction donné à un autre diélectrique d'un indice différent, la direction de propagation change [17]. C'est le phénomène de réfraction. Dans l'espace des vecteurs d'onde la composante parallèle du vecteur d'onde doit être conservée, l'énergie et par conséquent la fréquence est aussi conservée.

La figure 3.13.a illustre les trois EFSs obtenues de la première bande, les deux premières EFSs correspondant aux fréquences normalisées 0.200 et 0.320, ont une forme circulaire et leurs rayons croissent avec la fréquence. Cela veut dire que la réfraction des photons à telles énergies est similaire à celle d'un milieu diélectrique isotrope conventionnel.

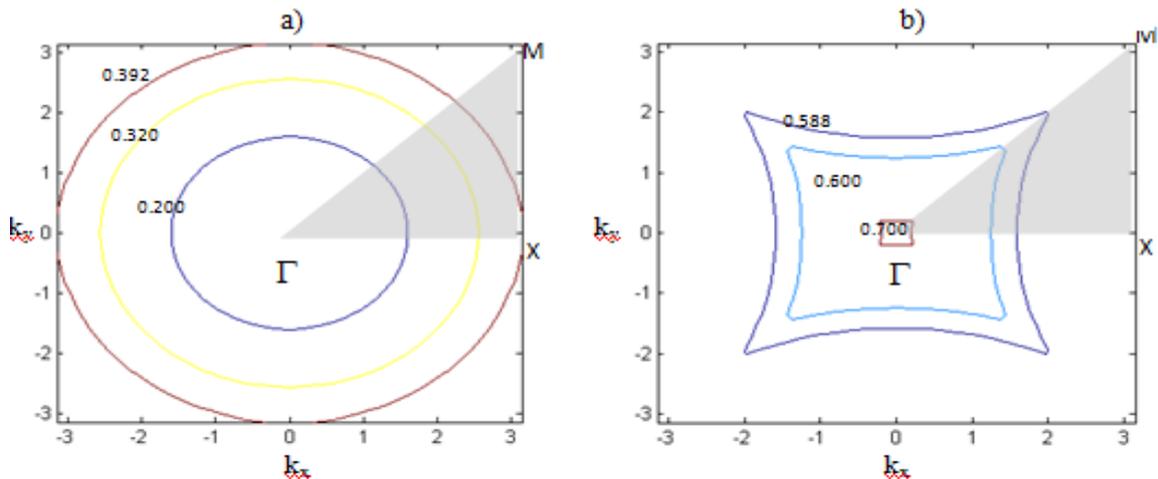


Fig. 3.13 Surface de dispersion du premier mode. a) première surface, b) deuxième surface

Structure BIE 2D en polarisation TE. Avec $r/a=0.3$, $\epsilon_a=1.73$ et $\epsilon_b=1.58$

La raison est que pour les énergies basses la longueur d'onde des photons est grande comparativement à la période du cristal et le matériau est vu comme un milieu linéaire homogène et isotrope (L.H.I).

Lorsque la fréquence d'une EFS se trouve dans la bande interdite ($\omega = 0.392$), la surface est discontinue sur la zone de Brillouin (figure 3.13.b) et le vecteur d'onde ne peut pas se propager à travers le cristal pour certaines directions. Il est aussi intéressant de noter que la courbure des EFSs aux extrémités de la zone de Brillouin est différente du reste de la zone puisque l'indice de réfraction effectif est élevé aux extrémités. La forme des EFSs change complètement lorsqu'on balaye les fréquences au-dessus de la bande partielle.

Contrairement aux matériaux traditionnels, les matériaux périodiques présente une dispersion anormale donnant naissance à plusieurs phénomènes (réfraction négative, auto-collimation et super-dispersion) observables sur les surfaces de dispersion. En effet, Selon les courbures des EFS le cristal photonique peut se comporter comme un collimateur, une lentille divergente ou une lentille convergente

3.6.1. La réfraction négative

La figure 3.13.b montre les EFSs pour trois différentes fréquences appartenant à la deuxième bande, c'est-à-dire au deuxième mode. Cette fois-ci la forme des EFSs est tout à fait différente et ne sont pas circulaire et leurs tailles diminuent avec la fréquence. Donc v_g (qui donne la direction de propagation) est dirigée vers l'intérieur. La forme non circulaire des EFSs engendre une anisotropie du cristal photonique en termes de réfraction.

La direction de propagation n'est plus nécessairement parallèle au vecteur d'onde. Comme exemple, la figure 3.14 illustre la réfraction de deux photons de même fréquence ($\omega = 0.560$) pour des angles d'incidence différents.

Dans le premier cas (figure 3.14.a), le photon se propage à travers le cristal avec un changement minime dans sa direction initiale comme si le cristal photonique était un diélectrique d'un indice de réfraction proche de celui de l'environnement.

Dans le deuxième cas (figure 3.14.b), la surface équi-fréquences présente une forme fortement courbée dans le point où la conservation doit être établie, par conséquent il y a un changement radical de la direction de propagation. Le changement est tellement radical au point où l'on obtient une réfraction négative.

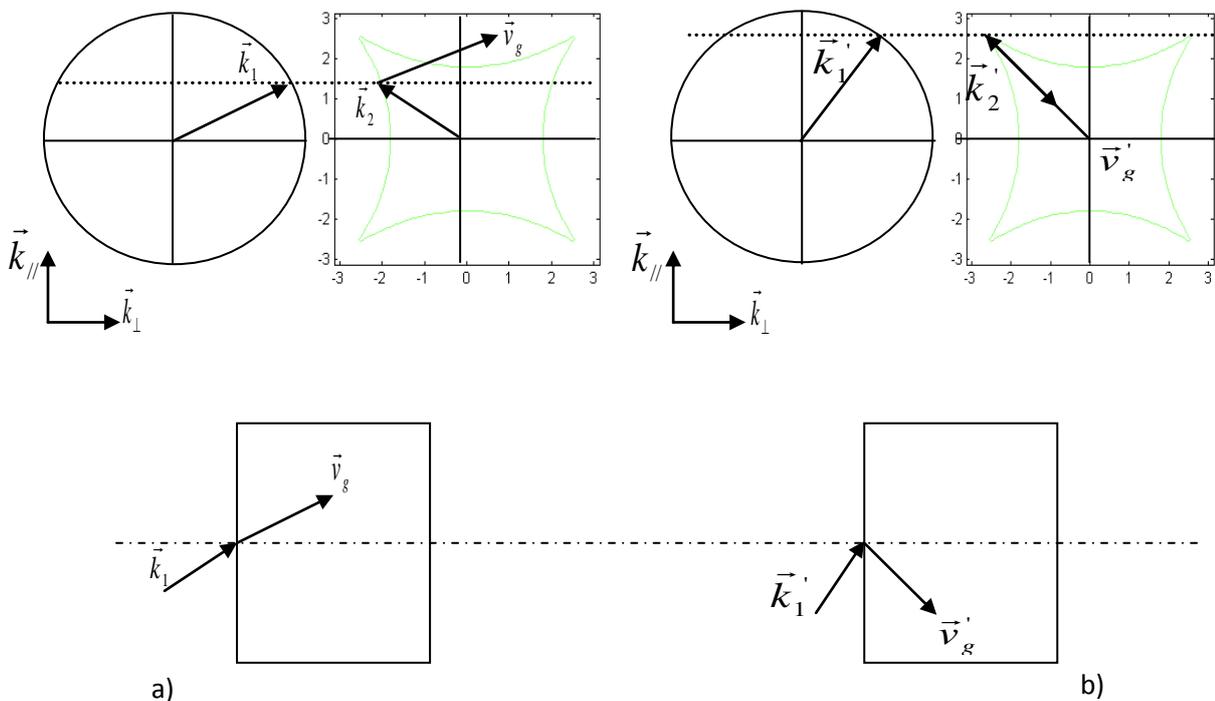


Fig. 3.14 illustration du phénomène de la réfraction négative à l'aide des EFSs à $\omega_n=0.56$

La réfraction négative peut bien être réalisée pour les cristaux photoniques avec un contraste d'indice élevé puisque les EFS dans ce cas ont tendance à être circulaire au-dessus des bandes et le vecteur v_g tend en continue à pointer intérieurement.

3.6.2. Auto-collimation

Le phénomène d'auto-collimation est illustré dans la figure 3.15. Sous certaines conditions, la direction de propagation de l'onde de Bloch transmise est toujours perpendiculaire à l'interface quel que soit l'angle d'incidence.

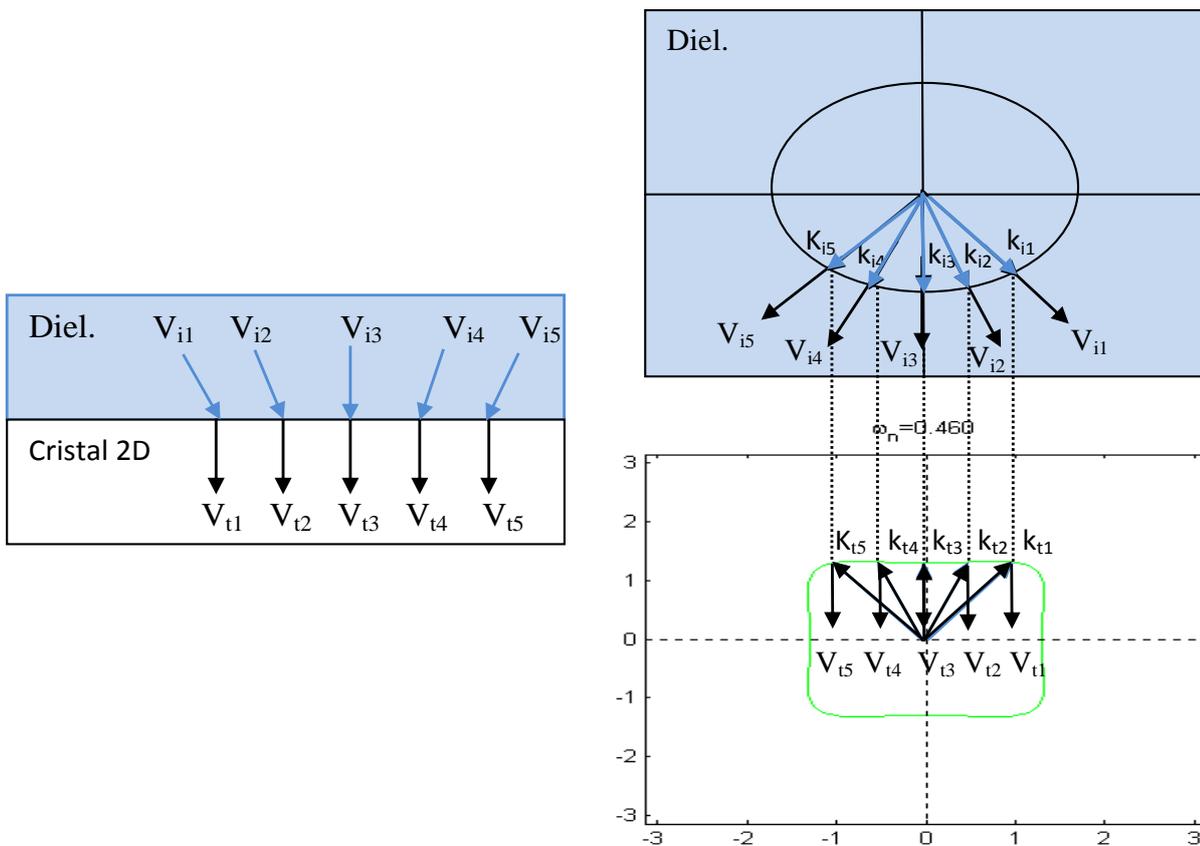


Fig. 3.15 illustration du phénomène de l'auto-collimation dans les structures à BIE

A l'énergie considérée, la forme de la courbe iso-fréquences du cristal photonique est proche d'un carré. Sur chaque cote de ce carré, le rayon de courbure est infini et les vitesses de groupe pointent dans la même direction.

L'effet d'auto-collimation se produit donc dans les régions de l'espace réciproque où le rayon de courbure des surfaces iso-énergie, devient infini. Dans ces régions, toutes les vitesses de groupe pointent dans une direction commune.

3.6.3. Super-dispersion

Dans certaines conditions, la direction de propagation d'une onde de Bloch transmise dans un cristal photonique peut varier fortement sous l'effet d'une faible variation de la direction ou de l'énergie de l'onde incidente (figure 3.16).

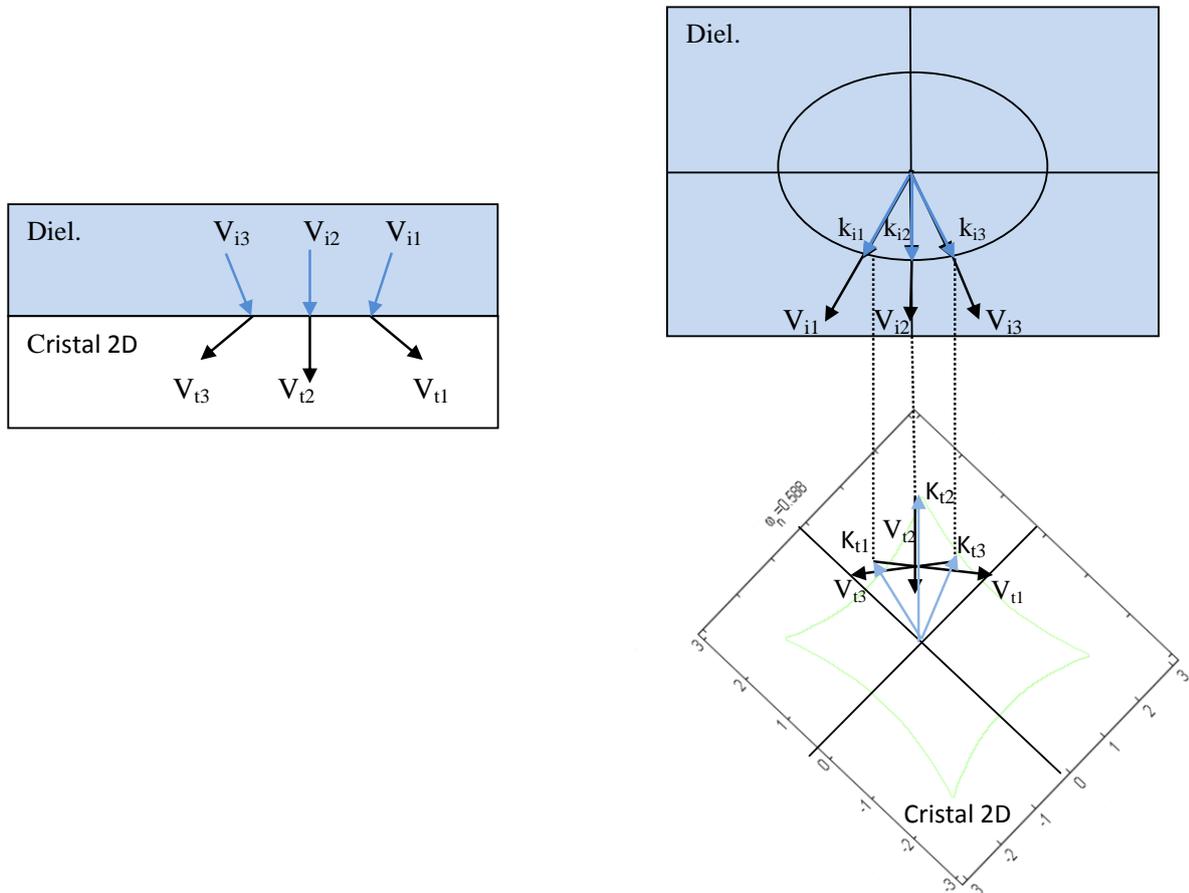


Fig. 3.16 *phénomène de super-dispersion dans les matériaux à BIE 2D*

Le phénomène de super-dispersion dit aussi effet superprisme, est illustré dans la figure 3.16. Les angles d'incidence des trois ondes planes considérées sont proches et repartis autour de la normale à l'interface. Sous certaines conditions, les directions de propagation des trois ondes de Bloch transmises sont très différentes.

Le phénomène de super-dispersion angulaire se produit donc dans les régions de l'espace réciproque où le rayon de courbure des surfaces iso-fréquences est faible. Le terme super-dispersion traduit le fait que les valeurs obtenues du rayon de courbure sont beaucoup plus faibles que dans les milieux homogènes standards.

En résumé, suivant les courbures des surfaces équi-fréquences le cristal photonique se comporte donc comme un collimateur, une lentille divergente ou une lentille convergente [44], comme illustré sur la figure 3.17.

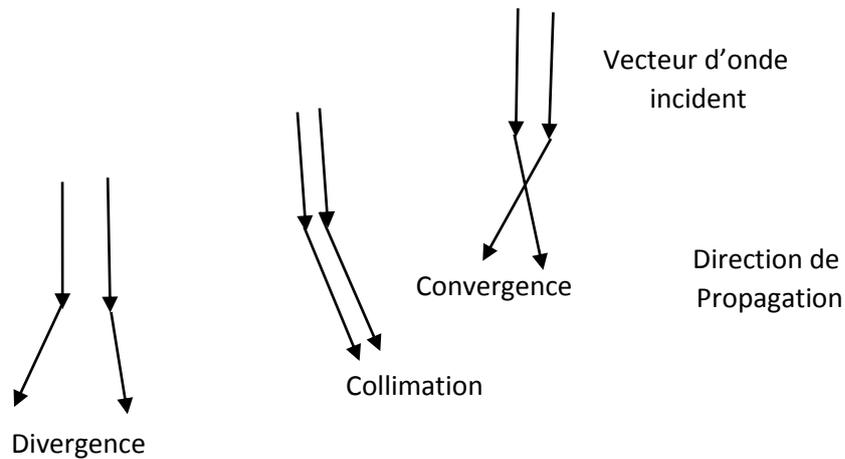


Fig. 3.17 différents phénomènes de propagations dans une structure à BIE 2D

3.7. Conclusion

Nous avons exploité dans ce chapitre les résultats obtenus pour les diagrammes de dispersion pour montrer la dépendance de l'existence des bandes interdites de plusieurs paramètres du réseau. En effet, les bandes interdites peuvent ne pas exister, et peuvent aussi s'ouvrir dans une seule direction ou encore pour un seul mode. Pour obtenir des bandes interdites complètes il faut avoir un fort contraste d'indice entre le substrat et les motifs. Le nombre d'onde plane considéré pour la décomposition en série de Fourier doit être suffisamment grand aussi.

Les cartes des bandes montrent que le réseau triangulaire est celui qui offre en 2D un recouvrement maximum des bandes interdites associées à chaque direction cristallographique. Dans ce cas de figure, on obtient une bande commune aux modes TE et TM et par conséquent une bande interdite totale. Tandis que le réseau carré nous permet uniquement d'obtenir des bandes interdites complètes pour TE et TM séparément.

De par leur caractère périodique, les matériaux BIE, sont fortement inhomogènes et cette inhomogénéité engendre des propriétés électromagnétiques anisotropes et dispersives. Ces propriétés sont observables sur les surfaces de dispersion ou surfaces iso-fréquences. L'analyse de ces surfaces nous a permis de déterminer les propriétés très intéressantes des matériaux à BIE qui sont la réfraction négative, l'auto-collimation et la super-dispersion.

Chapitre 4

Matériaux à BIE 2D finis et avec défauts, application aux guides d'ondes

L'une des premières utilisations perçues pour les cristaux photoniques fut la réalisation de guides d'ondes insensibles à la brutalité des changements de directions [35]. On rêve de pouvoir écrire des pistes à photons en optique intégrée aussi facilement que l'on trace des pistes de cuivres dans un circuit intégré électronique. Dans le même ordre d'idée, passer de circuits intégrés électroniques à des circuits intégrés optiques.

Le développement d'une optique intégrée à base de cristaux photoniques 2D passe par la conception et la réalisation de guides optiques performants. Ces derniers sont obtenus en insérant des défauts linéiques dans le réseau périodique 2D. Puisque la méthode des ondes planes s'applique uniquement pour les structures périodiques et infinies, nous allons utiliser la méthode FDTD qui est un outil extrêmement puissant et versatile, parfaitement adaptée à l'étude des structures à BIE 2D finies. Cette méthode est implémentée sur un logiciel qui nous permet de simuler différentes structures à BIE 2D périodiques et d'introduire des défauts de périodicités pour la réalisation de guides et de résonateurs.

Nous allons tout d'abord appliquer cette méthode à des structures 2D périodiques de dimensions finie pour l'obtention des diagrammes des bandes, ensuite, nous allons introduire des défauts ponctuels dans les structures pour mettre en évidence la possibilité de réaliser des cavités raisonnantes avec ces structures. Nous introduisons aussi des défauts linéiques pour la réalisation des guides d'ondes de différentes formes. Nous nous intéresserons en particulier aux guide d'onde en jonction Y.

4.1. Simulation des structures BIE 2D finies avec OptiFDTD

Limitée à l'obtention des diagrammes de bande, la méthode des ondes planes ne peut pas fournir des valeurs telles que la transmission ou la réflexion. Par contre elle est très rapide. Originellement limitée aux cristaux photoniques infinis et réguliers, elle ne peut pas s'appliquer aux structures à dimensions finies et aux structures irrégulières (avec défauts) non

plus. Pour remédier à cet inconvénient, on fera recours à la méthode temporelle dite FDTD qui nous offre la possibilité d'obtenir des diagrammes de transmission et de réflexion et s'applique bien à l'analyse des structures finies avec et sans défauts.

4.1.1 Présentation de la méthode FDTD et du logiciel OptiFDTD

Plusieurs logiciels de simulations des structures à BIE basés sur différentes méthodes d'analyses ont vu le jour ces dernières années, parmi ces outils nous allons utiliser le logiciel OptiFDTD de Optiwave Software, basé sur la méthode temporelle des différences finies dans le domaine temporelle (FDTD) pour l'étude des structures BIE 2D finies et avec défauts. C'est un simulateur 3D qui résout les équations de Maxwell dans toute la structure structure définie par l'utilisateur.

Issue de l'algorithme présenté par Yee [35] en 1966 cette méthode revient à mailler finement l'intégralité de la structure ainsi qu'une partie du vide qui l'entoure puis à appliquer les équations de Maxwell discrétisées dans le temps et l'espace en chaque point du maillage afin d'obtenir l'évolution temporelle du champ en réponse à une excitation donnée. à l'intérieur de chaque maille élémentaire sont calculées les 6 composantes orthogonales des champs électromagnétiques (E_x , E_y , E_z et H_x , H_y , H_z).

Les autres points importants de la méthode sont un artefact mathématique se comportant comme la source d'une onde électromagnétique et des conditions sur les bords de l'espace maillé qui empêchent toute réflexion (On utilise couramment la condition de Bérenger [64], plus connue sous le nom de PML pour Perfectly Matched Layer) [14, 35]. Extrêmement versatile cette méthode fournit les cartes de champ, la transmission et les diagrammes de rayonnement.

Elle souffre toutefois de deux handicaps, d'un côté, le maillage doit être précis nous sommes très vite menés à des occupations mémoires gigantesques. De l'autre, la réponse fournie étant une évolution temporelle, il faut de nombreux cycles de calculs avant d'atteindre le régime permanent qui caractérise par exemple la réponse à une onde monochromatique. Ce dernier point peut se contourner en récupérant la réponse impulsionnelle et en lui appliquant une transformée de Fourier, mais même ainsi les temps de calculs demeurent très longs.

Autre le fait que cette méthode donne les diagrammes de dispersion, elle permet également de visualiser l'évolution des cartes des champs à n'importe quel instant. Elle est un

outil indispensable dans la conception des circuits photoniques 2D afin de déterminer les paramètres permettant de réaliser les fonctions optiques désirées.

4.2. Structures à BIE 2D sans défauts

Pour simuler une structure périodique 2D avec OptiFDTD, on trace la structure à étudier dans l'espace de travail de ce logiciel et à l'aide d'une riche bibliothèque offerte par cet outil, on choisit la taille de la structure (nombre de périodes dans les deux directions du plan), le type du réseau (triangulaire, carré ou hexagonale) et la nature des motifs (cylindre, sphère,...etc.).

Considérons un réseau carré de tiges diélectriques de forme cylindrique de permittivité 8.9 dans un substrat qu'est l'air. Le rayon des motifs cylindriques est choisi égal à $0.2 \mu\text{m}$. Le réseau considéré est de dimension 5×5 . Le schéma de la structure définie sous le logiciel OptiFDTD est illustré sur la figure 4.1.

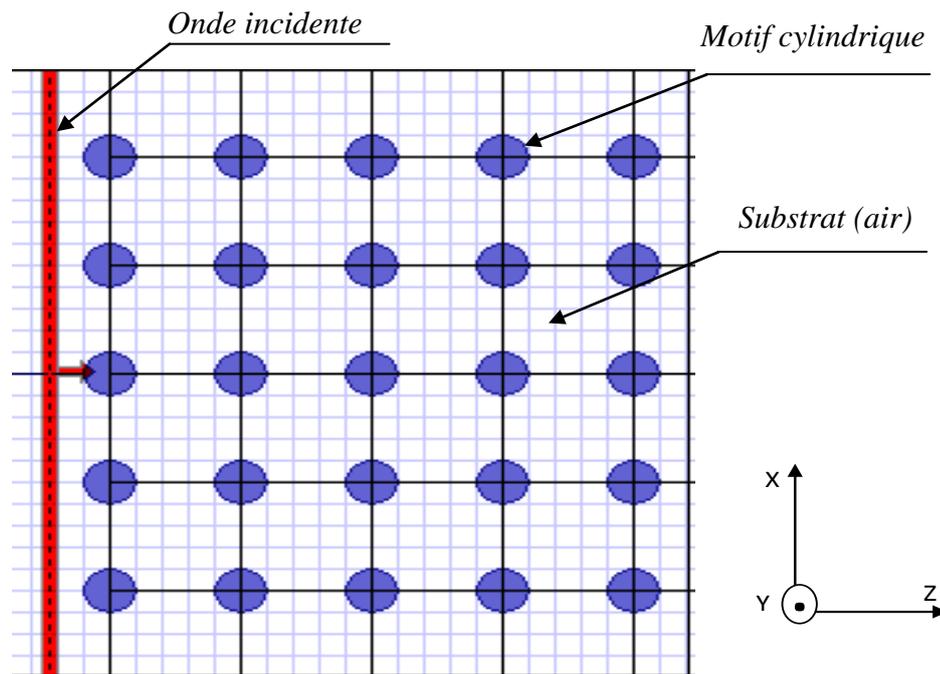


Fig. 4.1. Structure à BIE 2D de dimension 5×5 définie sous OptiFDTD

Nous avons obtenu le diagramme de dispersion en mode TE pour cette structure avec les deux méthodes (Fig. 4.2), avec la FDTD en utilisant le logiciel et avec la méthode des ondes planes en utilisant notre code Matlab. Nous remarquons une très bonne concordance des résultats obtenus avec les deux méthodes.

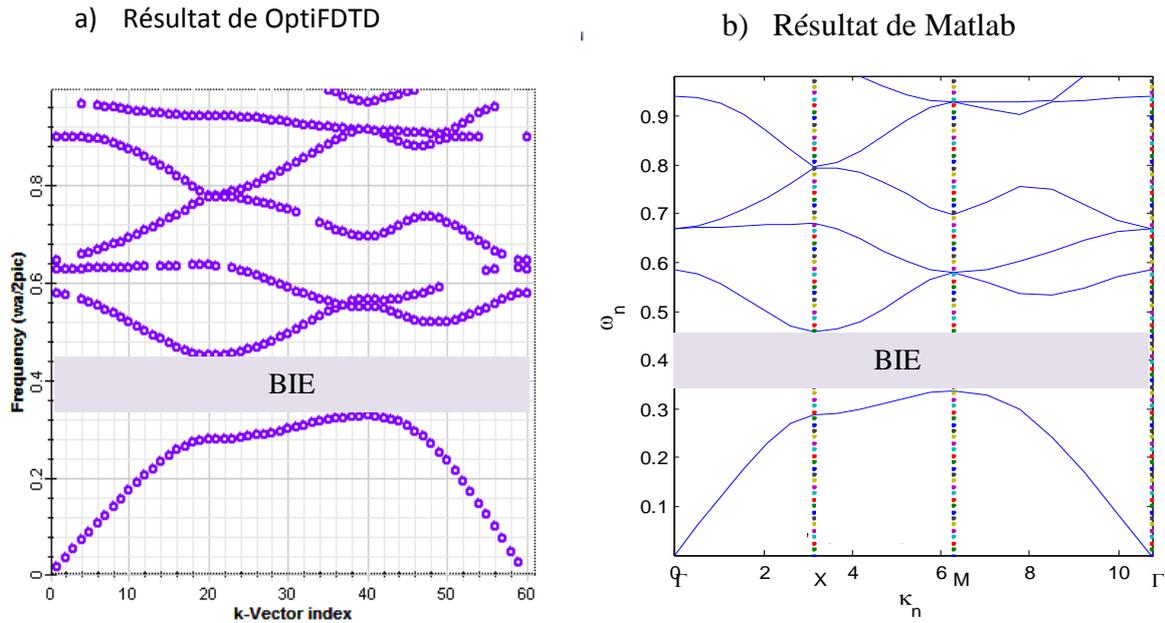


Fig. 4.2 Diagrammes de dispersion d'un réseau 2D carré en polarisation TE, avec :

a) Méthode FDTD (OptiFDTD) b) méthode des ondes planes (PWM)

La méthode FDTD permet aussi de calculer les propriétés en transmission et en réflexion de structures bidimensionnelles arbitraires avec et sans défauts. Nous considérons le même réseau carré précédant avec le même diélectrique, la figure 4.3 donne le diagramme en transmission en fonction de la fréquence. On peut bien constater une bande interdite dans l'intervalle (95THz et 140THz). Pour la plage fréquentielle de cet intervalle, la transmission s'annule et l'onde ne se propage pas à travers la structure.

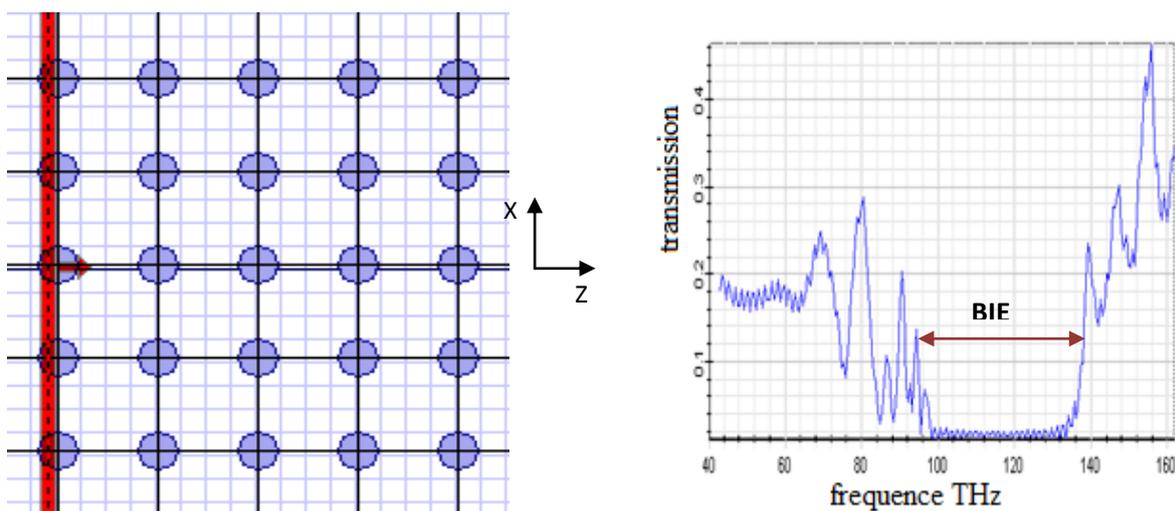


Fig.4.3 Structure BIE 2D sans défaut et son diagramme de transmission calculé avec OptiFDTD

4.3. Structures à BIE 2D avec défauts

4.3.1. Le défaut ponctuel

Les réalisations de cavités obtenues en incluant des défauts ponctuels dans un cristal sont apparues en 1998 [63]. La luminescence du matériau est utilisée pour sonder la cavité. Les excellentes propriétés de réflexion du cristal photonique environnant permettent d'avoir des facteurs de qualité élevés pour les modes résonnants dans le plan.

En introduisant un défaut ponctuel (figure 4.4) au milieu de la structure on rompt la périodicité et on ouvre une bande permise à l'intérieur de la bande interdite. Le défaut est une omission d'un motif (un cylindre dans notre cas) au milieu de la structure.

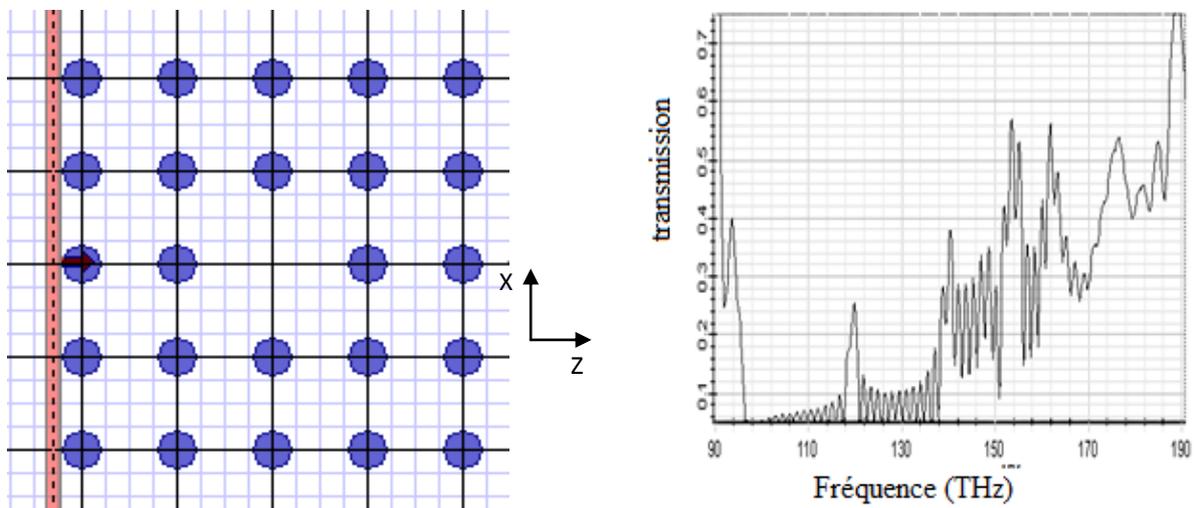


Fig. 4.4 Structure BIE 2D avec un défaut ponctuel et son diagramme de transmission

Calculé avec OptiFDTD

La figure 4.4 montre un pic de transmission dans la bande interdite centré sur la fréquence 120 THz engendré par l'introduction du défaut. Ce type de défaut est utilisé pour le stockage de la lumière au sein du défaut et la réalisation des cavités résonnantes.

La présence de défauts dans un cristal permet l'existence de modes localisés dans une bande de fréquence très étroite. Par exemple, si un défaut est introduit dans un réseau triangulaire de trous et si l'on excite un mode avec une fréquence appartenant à la bande interdite photonique du réseau, la lumière ne pourra pas "s'échapper" (figure 4.5). Elle sera piégée par les murs parfaits de réflexion.

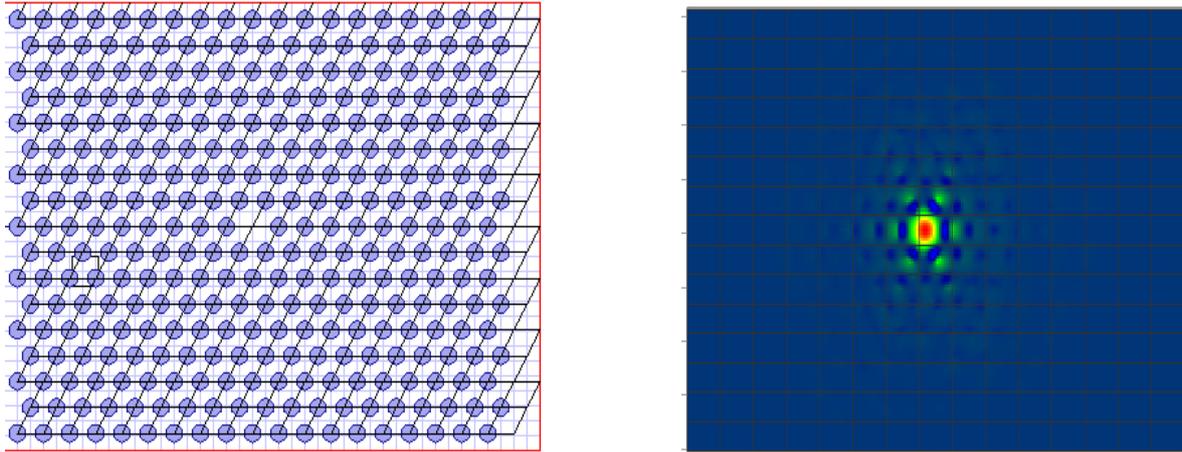


Fig. 4.5 Structure BIE 2D avec un défaut ponctuel et sa carte de champs E_y correspondante

Calculé avec OptiFDTD

Bien sûr, la structure ne confinera la lumière que dans le plan de périodicité. Pour l'empêcher de fuir dans la troisième direction, on pourra placer la structure entre deux plans métalliques [52]. Un défaut dans un cristal photonique peut donc servir de cavité résonante puisqu'il piège la lumière dans une bande de fréquence très étroite. Une simple modification d'une des propriétés du matériau (par application d'un champ électrique par exemple) permettra de « libérer » la lumière.

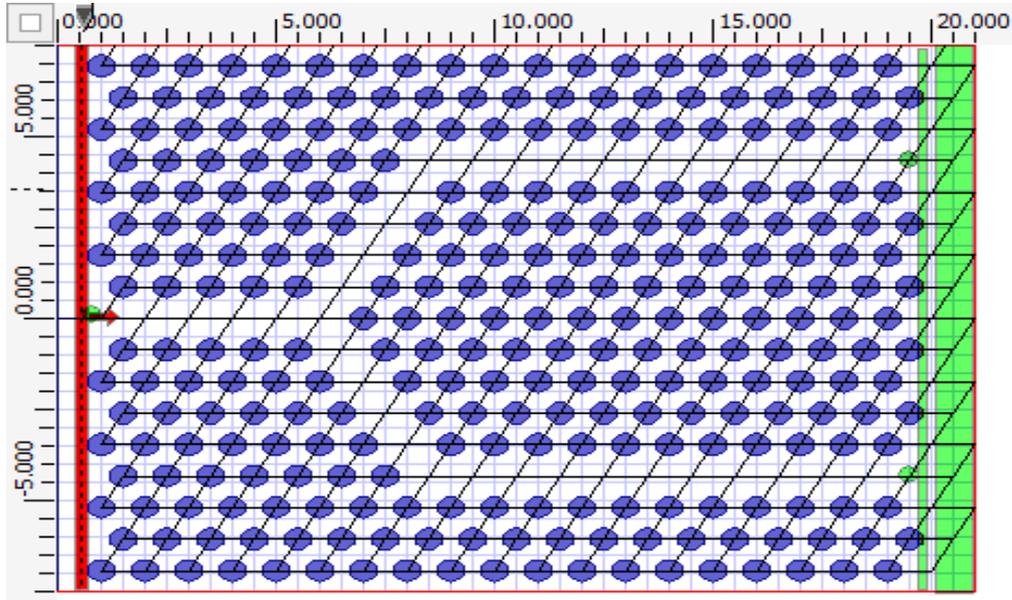
4.3.2. Guide d'onde à cristaux diélectriques en jonction Y

On peut utiliser des défauts pour piéger la lumière dans des cristaux photoniques mais on peut également guider la lumière. Des défauts sont alignés dans un cristal photonique. La lumière qui se propage dans le "couloir" de défauts, avec une fréquence appartenant à la bande interdite photonique du cristal est confinée et peut être acheminée le long de ce couloir de défauts. On pourra ainsi insérer des courbures dans le guide d'ondes sans introduire des pertes importantes.

Le principe de guidage dans un cristal photonique peut s'expliquer par analogie avec le guidage usuel (guidage réfractif) qui est une réflexion totale interne sur un dioptré entre un milieu de haut indice et un milieu de plus faible indice.

Les guides d'ondes à cristaux photoniques fonctionnent d'une manière particulière, leurs principe est basé sur l'introduction d'une ligne (rangée) de défauts qui supporte un mode auparavant interdit dans le cristal. Cette ligne est introduite dans le réseau selon la direction de guidage voulue étant donné que la lumière est forcée à se propager sur le chemin tracé par le défaut crée au sein de la structure 2D.

On utilise une structure bidimensionnelle formée d'une matrice de tiges diélectriques de permittivité diélectrique $\epsilon_r = 1.5$ (19 tiges en longueur et 17 tiges en largeur) dans un réseau triangulaire de largeur 20 μm et de longueur 20 μm . La structure du guide est illustrée sur la figure 4.6.



**Fig. 4.6 Guide d'onde en branche Y à cristal diélectrique triangulaire 2D
conçu sur OptiFDTD**

Nous excitons la structure à son entrée avec une impulsion gaussienne de longueur d'onde $\lambda=1.9 \mu\text{m}$. Nous plaçons deux points d'observation en sortie de chacune des deux lignes à défauts, on insert aussi une ligne et une aire d'observations à la sortie de la structure pour visualiser différents champs en sortie. La figure 4.6 donne le diagramme en transmission en unité arbitraire pour un tel guide.

Le principe de guidage dans ces guides à cristaux photoniques est différent de celui des guides d'ondes classiques à réfraction puisqu'il repose principalement sur l'existence d'une bande interdite omnidirectionnelle dans le plan et que le guide est modulé dans le sens de la propagation. Il en résulte alors des propriétés particulières, comme l'existence de mini bandes interdites (Fig. 4.7) dues à cette modulation.

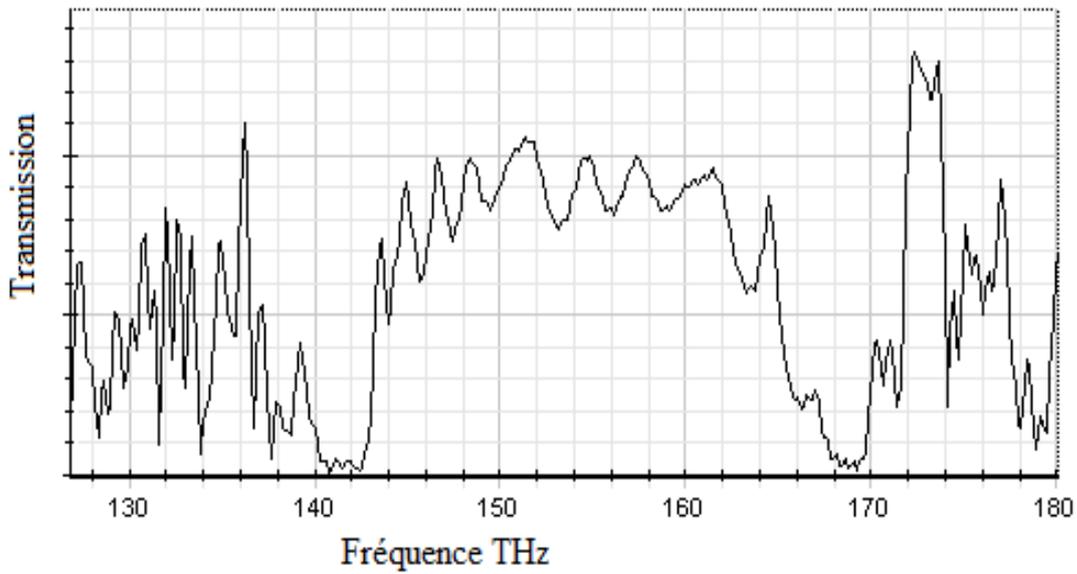


Fig.4.7 diagramme de transmission du guide d'onde, apparition de mini bandes

Lorsqu'on entame la simulation on constate que la lumière s'introduit dans la structure au bout d'un temps très court, à $t = 1.41 \times 10^{-13}$ s le signal lumineux parcourt déjà le chemin des deux lignes de défauts.

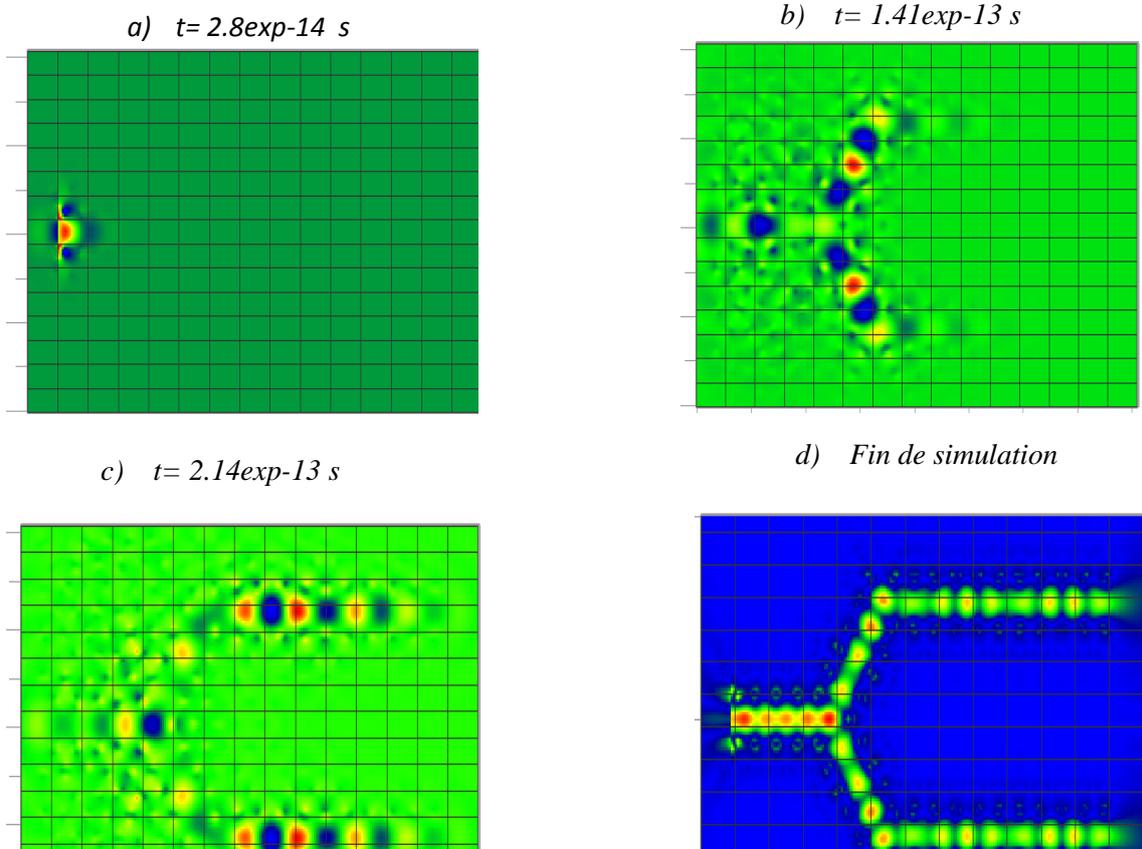


Fig. 4.8 Evolution de la propagation de la lumière dans le guide à jonction Y

Les cartes des champs électrique E_y , magnétique H_z ainsi que le vecteur de poynting sont présentées sur la figure 4.9 dans le plan (xz) . Le champ électrique se concentre sur l'axe des lignes de défauts et le champ magnétique se répartit sur les bords des lignes à défauts.

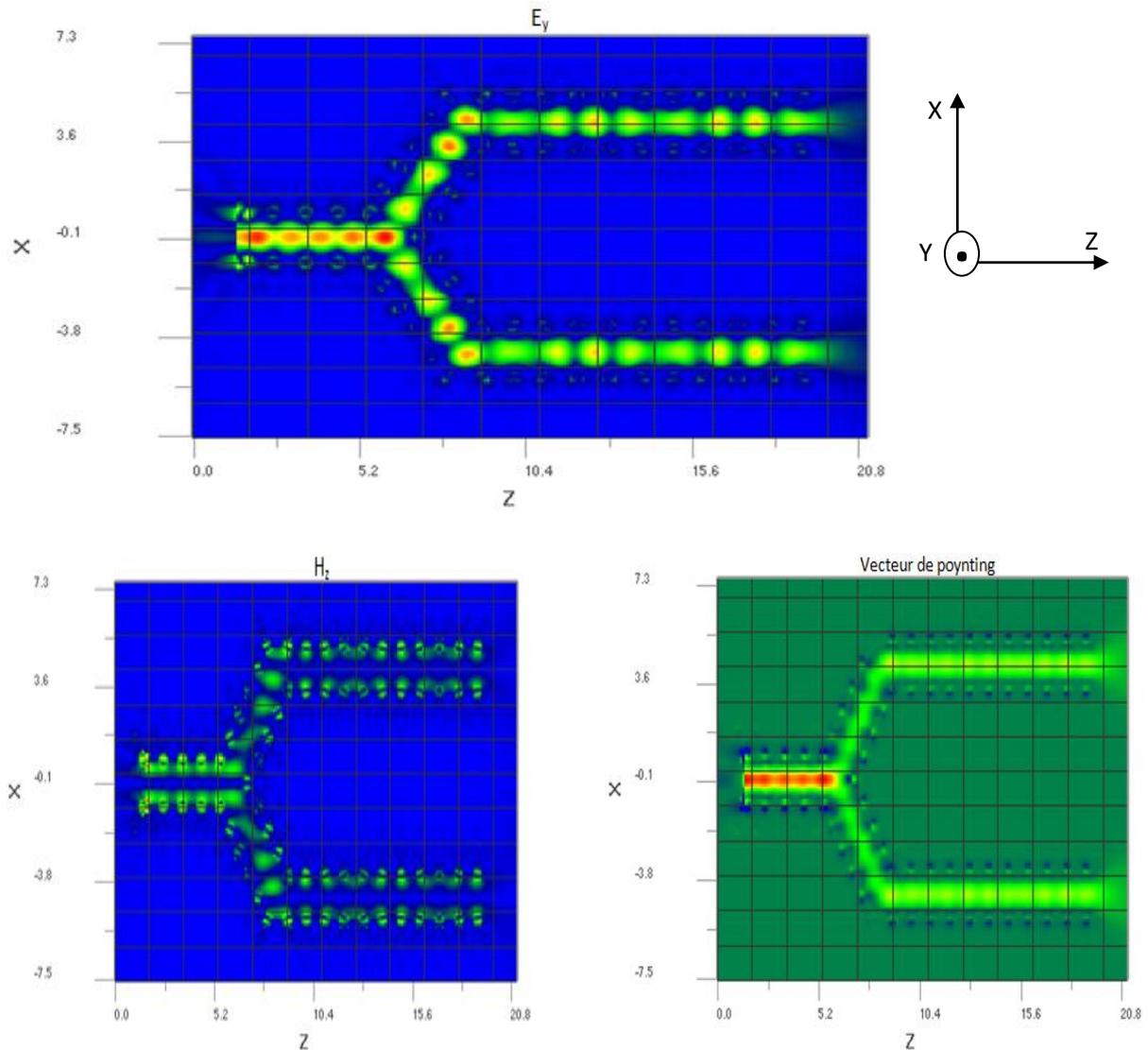


Fig.4.9 Cartes des champs électriques E_y , magnétique H_z et le vecteur de Poynting

Sur la figure 4.9, on constate que la totalité de l'intensité lumineuse passe par les deux lignes à défaut et cela s'observe bien sur la ligne d'observation qui nous donne l'intensité du champ électrique E_y aux deux sorties du guide.

Une caractéristique intéressante des guides à base de matériaux à BIE est le découplage total entre la lumière guidée entre les différentes lignes à défauts, cette caractéristique élimine les interférences de guidage et ouvre des perspectives pour la conception des pistes optiques en vue de réaliser des circuits optiques intégrés.

Cela se traduit bien dans les figures précédentes donnant les cartographies des champs et s'illustre aussi sur la figure 4.10 donnant l'amplitude du champ électrique.

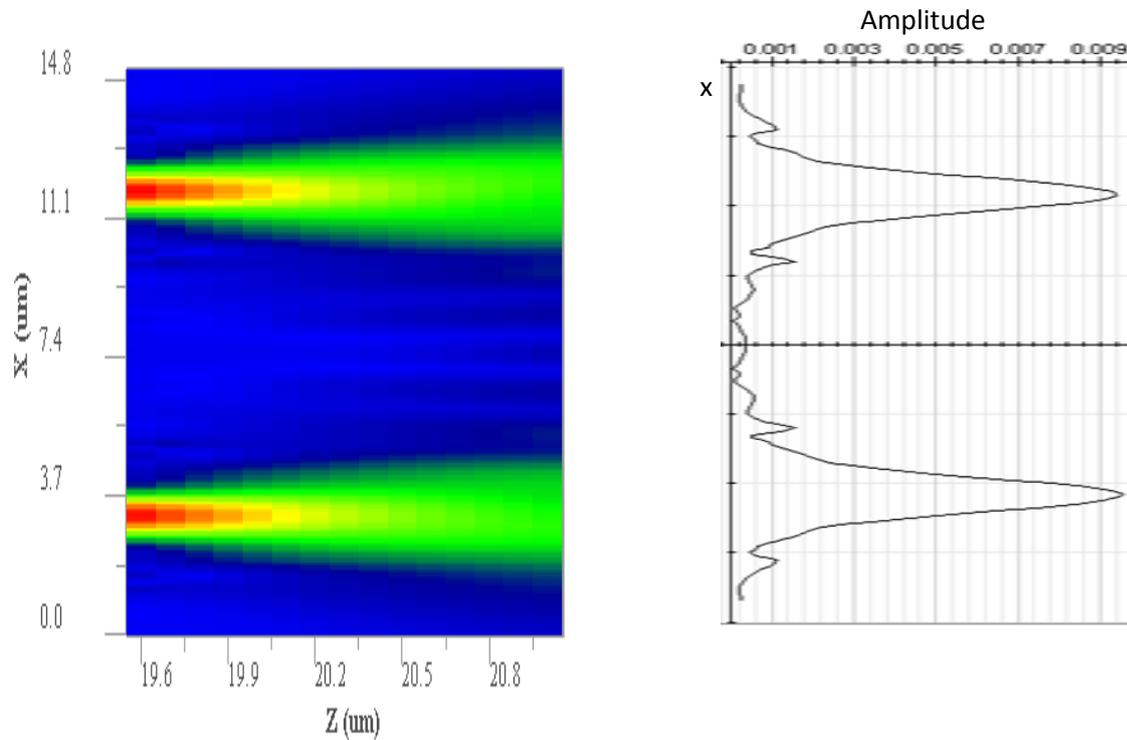


Fig. 4.10 Cartographie et amplitude du champ E_y obtenu en sortie de la ligne d'observation

On remarque sur les figures donnant la carte du champ et l'amplitude que la même quantité du signal lumineux est transmise sur chaque ligne de défaut, cela est dû à la symétrie de la structure BIE. La propagation de la lumière au sein de la structure se fait suivant les rangées de défaut.

Si on désire transmettre des signaux différents d'une ligne à une autre on construit des défauts différents sur chaque ligne, par conséquent on pourra transmettre des fréquences différentes et réaliser des répartiteurs de fréquences (ou de longueurs d'ondes) par exemple.

Une recherche très active est menée actuellement sur le sujet des guides d'ondes à cristaux photoniques réalisés en créant des défauts linéaires [8]. Les formes de ces guides diffèrent selon les applications pour lesquelles ils sont destinés. Les guides les plus étudiés sont présentés sur la figure 4.11, allant du simple guide constitué d'une ligne droite de défauts jusqu'à ceux constitués de plusieurs lignes de défauts en passant par plusieurs virages (courbures des lignes de défauts). Leurs cartographies des champs sont aussi données sur la même figure.

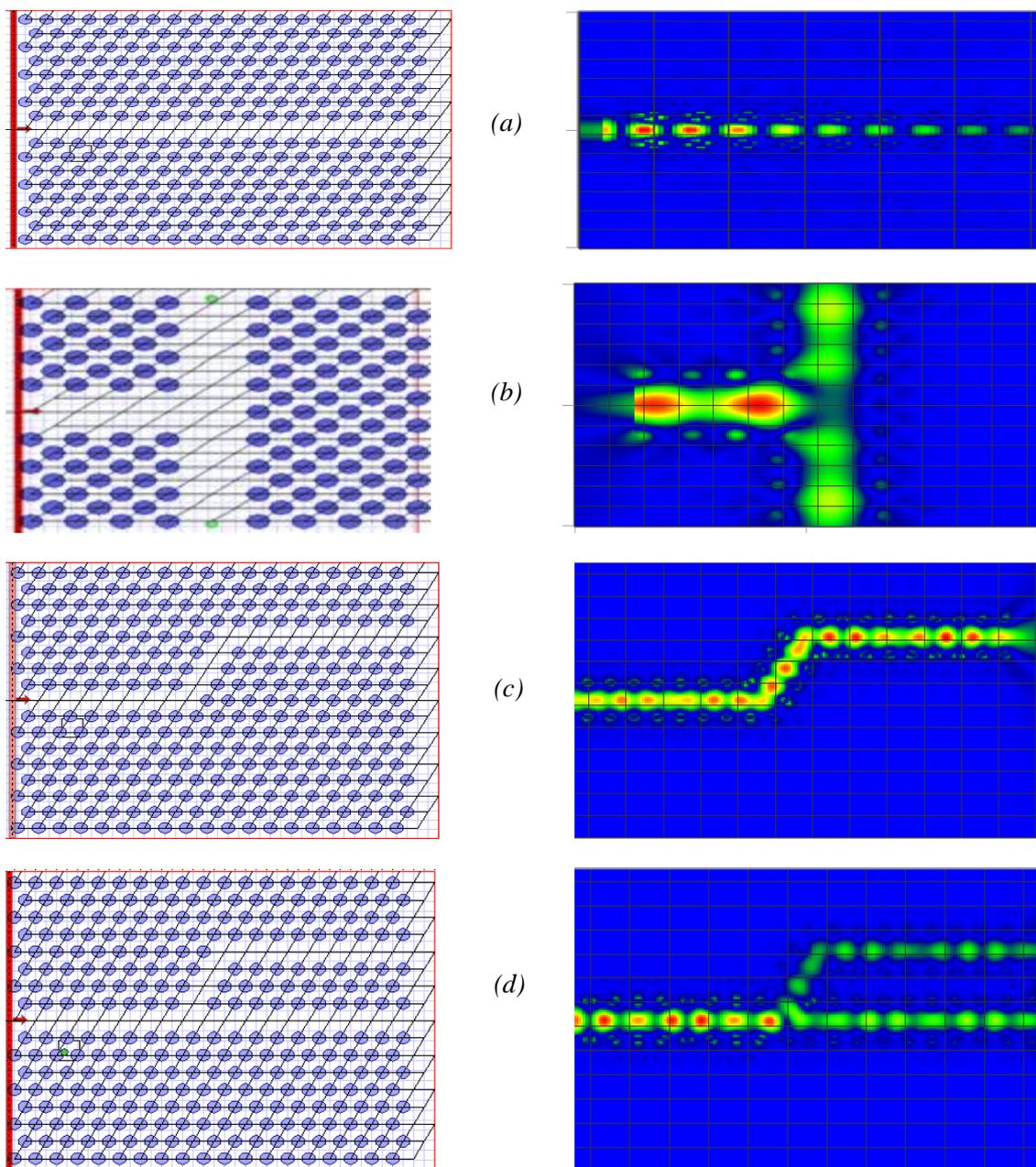


Fig. 4.11 *Différentes formes de guides d'ondes à matériaux BIE 2D.*

L'idée de la réalisation des guides d'ondes à cristaux photoniques est apparue en 1994 sous l'impulsion de Joannopoulos [64], mais les premières réalisations sont arrivées six ans plus tard [65]. L'inconvénient principal de ces guides est les pertes dans la troisième direction causées par l'absence d'une bande interdite dans la direction infinie. Néanmoins, des solutions ont été proposées et permettent la réalisation de dispositifs intégrés avec ces guides

d'ondes [8]. La propagation de la lumière sur des courtes distances ne pose plus de problèmes de pertes et les ces guides sont déjà utilisés à l'intérieur des circuits.

4.4. Conclusion

Dans ce chapitre, à l'aide du logiciel OptiFDTD basé sur la méthode des différences finies dans le domaine temporel, nous avons montré tout l'intérêt de l'utilisation des cristaux photoniques pour l'optique guidée. En effet, l'utilisation de l'effet de bande interdite associé à l'introduction de défauts de périodicité dans les structures à BIE 2D ouvre la voie à la réalisation de plusieurs fonctions optiques telles que le guidage, le stockage et le filtrage de la lumière.

Nous avons montré que lorsqu'on introduit des défauts ponctuels dans les structures à BIE initialement périodiques on obtient des pics de transmission à l'intérieur de la bande interdite et on obtient par conséquent des cavités raisonnantes. De la même façon, l'introduction de défauts linéiques, des rangées de trous omises suivant une ou plusieurs directions, rompt la périodicité du matériau à BIE et induit une direction privilégiée, celle du guide, on peut alors contrôler la transmission et diriger la propagation dans les sens voulus et définis par les lignes de défauts.

L'absence de confinement vertical est gênante pour les applications en optique intégrée mais des solutions sont disponibles maintenant pour compenser l'absence de bande interdite dans la direction perpendiculaire au plan de périodicité des cristaux 2D, la lumière peut être confinée dans une hétéro-structure d'indice. Cette dernière se compose généralement d'une couche de diélectrique entourée de deux autres couches diélectriques d'indices de réfraction plus faibles. Ces guides d'onde planaires sont couramment utilisés en optique intégrée et sont facilement réalisables.

Conclusion générale

La propagation des ondes électromagnétiques dans les structures diélectriques périodiques a fait l'objet de nombreuses études au cours des dernières années. En particulier leurs propriétés dispersives qui leur ouvrent des perspectives particulièrement intéressantes. Dans ce travail, nous avons étudié la dispersion dans les matériaux à bandes interdites électromagnétique (BIE) qui sont des matériaux de géométrie périodique qui permettent de réfléchir ou de transmettre les ondes électromagnétiques dans certaines gammes de fréquences. Ces domaines de fréquence peuvent être contrôlés en ajustant les paramètres de la structure tels le pas, le type de réseau ou les indices des matériaux.

Les structures étudiées durant cette thèse sont bidimensionnelles diélectriques. Elles sont construites avec des tiges cylindriques suivant des réseaux carré ou triangulaire. Notre étude avec la méthode des ondes planes traduite par des programmes sur Matlab nous a permis d'obtenir les diagrammes de dispersion et d'analyser l'influence du taux de remplissage, du contraste d'indice et la type du réseau à la création de bandes interdites. Nous avons montré que l'ouverture et l'élargissement spectral de la bande interdite nécessite un fort contraste d'indice entre le substrat et les motifs, nous avons constaté aussi que l'obtention d'une bande interdite totale est favorisée par le réseau représentant une zone de Brillouin de forme proche du cercle et par conséquent, c'est le réseau triangulaire qui répond à ce critère au dépend du réseau carré.

Par la suite, grâce aux courbes de dispersion, nous avons mis en évidence les différents phénomènes engendrés par le caractère dispersif des matériaux BIE 2D. En effet, selon les formes de ces courbes, le matériau peut se comporter comme un méta-matériau, un super-prisme ou un collimateur, L'exploitation de ces phénomènes font déjà le bonheur de l'industrie en micro-onde et en optique et ouvre la voie vers d'autres applications prometteuses.

La modalisation des structures à BIE 2D à l'aide du logiciel OptiFDTD nous a permis d'introduire le plus l'important facteur dans ce type de matériaux qu'est le défaut de périodicité. Nous avons montré alors, qu'en introduisant un défaut ponctuel au sein du cristal, on peut ouvrir des gaps de transmission dans la bande interdite et réaliser des cavités raisonnantes. On peut aussi réaliser des guides d'ondes optiques par l'introduction de lignes

de défauts. Ces guides à cristaux photonique assurent une transmission avec un découplage parfait entre les lignes et peuvent aussi servir de piste pour de futurs circuits optiques intégrés.

Enfin, une perspective intéressante bien que compliquée analytiquement, est de mener la même étude pour le cas tridimensionnelle qui reste le seul à avoir une bande interdite dans toutes les directions.

ANNEXE A

Surface de dispersion

Nous allons décrire une méthode dérivée de la méthode du calcul de diagramme de bande. Cette méthode permet de calculer l'ensemble des vecteurs d'onde qui existent dans un cristal photonique infini à deux dimensions à une fréquence donnée.

Comme dans le cas du calcul de fréquences permettant d'obtenir le diagramme de bande, nous allons faire l'étude d'une onde polarisée TM, puis celle d'une onde polarisée TE, et nous finirons par l'étude d'un réseau carré à deux dimensions pour des modes TM et pour plusieurs fréquences.

1- Calcul des contours de dispersion pour une onde polarisée TM

Nous considérons un cristal photonique ayant une permittivité $\varepsilon(x, y)$ périodique à deux dimensions. Alors les champs électrique et magnétique d'une onde se propageant dans un tel matériau peuvent être développés, à une fréquence ω donnée, en série de Fourier spatiale dans un repère cartésien $(O; x, y, z)$.

Nous pouvons écrire :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \vec{E}_{h_1 h_2}^k e^{j(\vec{G}_{h_1 h_2} + \vec{k}) \cdot \vec{r}} \quad (1)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \vec{H}_{h_1 h_2}^k e^{j(\vec{G}_{h_1 h_2} + \vec{k}) \cdot \vec{r}} \quad (2)$$

Où $\vec{G}_{h_1 h_2} = h_1 \vec{b}_1 + h_2 \vec{b}_2$ est un vecteur du réseau réciproque, \vec{b}_1 et \vec{b}_2 sont les vecteurs de base du réseau réciproque à deux dimensions et $\vec{k} = k_x \vec{i} + k_y \vec{j}$ où k_x et k_y sont les coordonnées du vecteur phaseur \vec{k} dans le repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Dans la suite de la démonstration, on écrira $\vec{K}_{h_1 h_2}$ pour remplacer le terme général $\vec{G}_{h_1 h_2} + \vec{k}$

La permittivité périodique $\varepsilon(x, y)$ peut aussi être décomposée par une somme de série de Fourier, telle que :

$$\varepsilon(x, y) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} e^{j\vec{G}_{h_1 h_2} \cdot \vec{r}} \quad (3)$$

Avec
$$\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} = \frac{1}{S_d} \int \int_{x,y} \varepsilon(x,y) e^{-j\vec{G}_{h_1 h_2} \cdot \vec{r}} \partial x \partial y \quad (4)$$

Où S_d est l'aire de la cellule élémentaire du réseau direct.

Le détail de la démonstration est donné en annexe.

L'équation de Maxwell-Ampere est résolue pour une onde polarisée TM dans une base d'ondes planes et on obtient la relation suivante :

$$\left[K_{x_{h_1 h_2}} \right] \left(H_{y_{h_1 h_2}}^k \right) - \left[K_{y_{h_1 h_2}} \right] \left(H_{x_{h_1 h_2}}^k \right) = -\omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} \right] \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (5)$$

Où $\left[K_{x_{h_1 h_2}} \right]$ et $\left[K_{y_{h_1 h_2}} \right]$ sont des matrices diagonales et la matrice $\left[\varepsilon_{\vec{G}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} \right]$ est formée des coefficients de Fourier de la permittivité relative.

La résolution de l'équation de Maxwell-Faraday pour un mode TM nous donne les équations suivantes :

$$\left[K_{y_{h_1 h_2}} \right] \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) = \omega \mu_0 \left(H_{x_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (6)$$

$$-\left[K_{x_{h_1 h_2}} \right] \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) = \omega \mu_0 \left(H_{y_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (7)$$

Pour trouver la surface de dispersion à une fréquence ω donnée, nous devons rechercher les valeurs propres du système composé des équations 5, 6 et 7.

On peut écrire que $\vec{k} = \begin{cases} k_x = k \cdot \cos \theta \\ k_y = k \cdot \sin \theta \end{cases}$

On a $\left[\vec{K} \right] = \left[\vec{G} \right] + \vec{k}$, alors les équations 5, 6 et 7 peuvent s'écrire sous la forme :

$$\left[G_{x_{h_1 h_2}} \right] \left(H_{y_{h_1 h_2}}^k \right) - \left[G_{y_{h_1 h_2}} \right] \left(H_{x_{h_1 h_2}}^k \right) + \omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')}} \right] \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) = k \cdot \sin \theta \cdot \left(H_{x_{h_1 h_2}}^k \right) - k \cdot \cos \theta \cdot \left(H_{y_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (8)$$

$$\left[G_{y_{h_1 h_2}} \right] \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) - \omega \mu_0 \left(H_{x_{h_1 h_2}}^k \right) = -k \cdot \sin \theta \cdot \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (9)$$

$$-\left[G_{x_{h_1 h_2}} \right] \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) - \omega \mu_0 \left(H_{y_{h_1 h_2}}^k \right) = k \cdot \cos \theta \cdot \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (10)$$

L'équation (9) mène à :

$$\left(H_{x_{h_1 h_2}}^k \right) = \frac{1}{\omega \mu_0} \left(\left[G_{y_{h_1 h_2}} \right] + k \cdot \sin \theta \right) \left(E_{z_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (11)$$

L'équation 10 mène à :

$$k(E_{Z_{h_1 h_2}}^k) = \frac{-[G_{x_{h_1 h_2}}] (E_{Z_{h_1 h_2}}^k) - \omega \mu_0 (H_{y_{h_1 h_2}}^k)}{\cos \theta} \quad (12)$$

En intégrant l'équation (12) dans l'équation (11), on obtient le champ H_x sans la norme de k , et cela nous donne :

$$H_{x_{h_1 h_2}}^k = -\tan \theta (H_{y_{h_1 h_2}}^k) + \frac{[G_{y_{h_1 h_2}}] - [G_{x_{h_1 h_2}}] \tan \theta}{\omega \mu_0} (E_{Z_{h_1 h_2}}^k) \quad (13)$$

Finalement, en remplaçant H_x de l'équation (8) par l'expression (13), on arrive à :

$$\begin{aligned} & \left(\omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\tilde{G}_{(h_1-h_1), (h_2-h_2)}} \right] + \frac{[G_{x_{h_1 h_2}}] [G_{y_{h_1 h_1}}] \tan \theta - [G_{y_{h_1 h_2}}] [G_{y_{h_1 h_2}}]}{\omega \mu_0} \right) (E_{Z_{h_1 h_2}}^k) + \\ & \left([G_{x_{h_1 h_2}}] + [G_{y_{h_1 h_2}}] \tan \theta \right) (H_{y_{h_1 h_2}}^k) = \\ & k \left(\frac{[G_{y_{h_1 h_2}}] \sin \theta - [G_{x_{h_1 h_2}}] \tan \theta \sin \theta}{\omega \mu_0} (E_{Z_{h_1 h_2}}^k) - \frac{1}{\cos \theta} (H_{y_{h_1 h_2}}^k) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Les vecteurs d'onde solutions peuvent être déduits à partir du système formé des équations (12) et (14). Ce système s'écrit :

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} [I_d] \\ \cos \theta \\ [0] \end{array} \frac{[G_{y_{h_1 h_2}}] \sin \theta - [G_{x_{h_1 h_2}}] \tan \theta \sin \theta}{\omega \mu_0 \cos \theta [I_d]} \right)^{-1} \times \\ & \left(\begin{array}{c} [G_{x_{h_1 h_2}}] + [G_{y_{h_1 h_2}}] \tan \theta \\ -\omega \mu_0 [I_d] \end{array} \omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\tilde{G}_{(h_1-h_1), (h_2-h_2)}} \right] + \frac{[G_{x_{h_1 h_2}}] [G_{y_{h_1 h_2}}] \tan \theta + [G_{y_{h_1 h_2}}] [G_{y_{h_1 h_2}}]}{\omega \mu_0} \right) \cdot \\ & \left(\begin{array}{c} (H_{y_{h_1 h_2}}^k) \\ (E_{Z_{h_1 h_2}}^k) \end{array} \right) = k \left(\begin{array}{cc} [I_d] & [0] \\ [0] & [I_d] \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} (H_{y_{h_1 h_2}}^k) \\ (E_{Z_{h_1 h_2}}^k) \end{array} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

On pose la matrice :

$$A = \left(\begin{array}{c} [I_d] \\ \cos \theta \\ [0] \end{array} \frac{[G_{y_{h_1 h_2}}] \sin \theta - [G_{x_{h_1 h_2}}] \tan \theta \sin \theta}{\omega \mu_0 \cos \theta [I_d]} \right)^{-1} \times \left(\begin{array}{c} [G_{x_{h_1 h_2}}] + [G_{y_{h_1 h_2}}] \tan \theta \\ -\omega \mu_0 [I_d] \end{array} \omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\tilde{G}_{(h_1-h_1), (h_2-h_2)}} \right] + \frac{[G_{x_{h_1 h_2}}] [G_{y_{h_1 h_2}}] \tan \theta + [G_{y_{h_1 h_2}}] [G_{y_{h_1 h_2}}]}{\omega \mu_0} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} (H_{y_{h_1 h_2}}^k) \\ (E_{Z_{h_1 h_2}}^k) \end{array} \right)$$

On note ce système, l'équation (16)

Une recherche des valeurs propres de la matrice A nous donne les vecteurs d'ondes solutions de la propagation dans une direction θ d'une onde plane à la fréquence ω . Pour

tracer le contour de dispersion, il suffit de faire balayer θ de 0 à 360° (de 0 à 45° pour un réseau carré).

2-Calcul des contours de dispersion pour une onde polarisée TE

De même que pour le calcul des contours de dispersion associée à la polarisation électromagnétique TM, les champs électrique et magnétique sont en série de Fourier sur la même base de vecteurs \vec{G} :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \vec{E}_{h_1 h_2}^k e^{j(\vec{G}_{h_1 h_2} + \vec{k}) \cdot \vec{r}} \quad (17)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \vec{H}_{h_1 h_2}^k e^{j(\vec{G}_{h_1 h_2} + \vec{k}) \cdot \vec{r}} \quad (18)$$

Ainsi que la permittivité $\varepsilon(x, y)$:

$$\varepsilon(x, y) = \sum_{h_1} \sum_{h_2} \varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} e^{j\vec{G}_{h_1 h_2} \cdot \vec{r}} \quad (19)$$

$$\text{Avec : } \varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} = \frac{1}{S_d} \iint_{x, y} \varepsilon(x, y) e^{-j\vec{G}_{h_1 h_2} \cdot \vec{r}} \partial x \partial y \quad (20)$$

Dans la suite de la démonstration, on pose :

$$\vec{K}_{h_1 h_2} = \vec{G}_{h_1 h_2} + \vec{k} \quad (21)$$

Le détail de la démonstration est donné en annexe

L'équation de Maxwell-Faraday est résolue pour une onde polarisée TE dans une base d'onde plane et on obtient la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} K_{x_{h_1 h_2}} \\ K_{y_{h_1 h_2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{y_{h_1 h_2}}^k \\ E_{x_{h_1 h_2}}^k \end{bmatrix} = \omega \mu_0 \begin{bmatrix} H_{z_{h_1 h_2}}^k \end{bmatrix} \quad (22)$$

Où $\begin{bmatrix} K_{x_{h_1 h_2}} \\ K_{y_{h_1 h_2}} \end{bmatrix}$ sont des matrices diagonales.

La résolution de l'équation de Maxwell-Ampère pour un mode TE nous donne les équations suivantes :

$$\begin{bmatrix} K_{x_{h_1 h_2}} \\ K_{z_{h_1 h_2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{z_{h_1 h_2}}^k \end{bmatrix} = -\omega \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{\vec{G}_{(h_1-h_1)(h_2-h_2)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{x_{h_1 h_2}}^k \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} K_{y_{h_1 h_2}} \\ K_{z_{h_1 h_2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{z_{h_1 h_2}}^k \end{bmatrix} = \omega \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{\vec{G}_{(h_1-h_1)(h_2-h_2)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{y_{h_1 h_2}}^k \end{bmatrix} \quad (24)$$

Pour déterminer la surface de dispersion à une fréquence ω donnée, nous devons rechercher les valeurs possibles du vecteur de propagation \vec{k} dans le système composé des équations (22), (23) et (24).

$$\text{On peut écrire que : } \vec{k} = \begin{cases} k_x = k \cdot \cos\theta \\ k_y = k \cdot \sin\theta \end{cases}$$

On a $[\vec{K}] = [\vec{G}] + \vec{k}$, alors les équations (22), (23) et (24) peuvent s'écrire sous la forme :

$$[G_{y_{h_1 h_2}}] \left(E_{y_{h_1 h_2}}^k \right) - [G_{x_{h_1 h_2}}] \left(E_{x_{h_1 h_2}}^k \right) - \omega \mu_0 \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) = -k \cdot \cos\theta \cdot \left(E_{y_{h_1 h_2}}^k \right) + k \cdot \sin\theta \cdot \left(E_{x_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (25)$$

$$[G_{x_{h_1 h_2}}] \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) + \omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} \right] \left(E_{x_{h_1 h_2}}^k \right) = -k \cdot \cos\theta \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (26)$$

$$[G_{y_{h_1 h_2}}] \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) - \omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} \right] \left(E_{y_{h_1 h_2}}^k \right) = -k \cdot \sin\theta \cdot \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (27)$$

La dernière équation mène à :

$$\left(E_{y_{h_1 h_2}}^k \right) = \frac{1}{\omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} \right]} \left([G_{y_{h_1 h_2}}] + k \cdot \sin\theta \right) \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (28)$$

L'équation (26) mène à :

$$k \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) = \frac{-[G_{x_{h_1 h_2}}] \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) - \omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} \right] \left(E_{x_{h_1 h_2}}^k \right)}{\cos\theta} \quad (29)$$

En intégrant l'équation (29) dans l'équation (28), on obtient le champ E_y sans la norme de k , et cela nous donne :

$$\left(E_{y_{h_1 h_2}}^k \right) = \frac{[G_{y_{h_1 h_2}}] - [G_{x_{h_1 h_2}}] \tan\theta}{\omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} \right]} \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) - \tan\theta \left(E_{x_{h_1 h_2}}^k \right) \quad (30)$$

Finalement, en remplaçant E_y de l'équation (25) par l'expression (30), on arrive à :

$$\left(-\omega \mu_0 + \frac{[G_{y_{h_1 h_2}}] [G_{y_{h_1 h_2}}] - [G_{x_{h_1 h_2}}] [G_{y_{h_1 h_2}}] \tan\theta}{\omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} \right]} \right) \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) - \left([G_{x_{h_1 h_2}}] + [G_{y_{h_1 h_2}}] \tan\theta \right) \left(E_{x_{h_1 h_2}}^k \right) =$$

$$k \left(\frac{\cos\theta}{\omega \varepsilon_0 \left[\varepsilon_{\vec{G}_{h_1 h_2}} \right]} \left([G_{x_{h_1 h_2}}] \tan\theta - [G_{y_{h_1 h_2}}] \right) \left(H_{z_{h_1 h_2}}^k \right) + 2 \sin\theta \left(E_{x_{h_1 h_2}}^k \right) \right) \quad (31)$$

Les vecteurs d'onde qui existent dans le matériau peuvent être déduits à partir du système formé des équations (29) et (31). Ce système s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{array}{c} -\sin\theta[I_d] \quad \frac{\cos\theta}{\omega\epsilon_0[\epsilon_G]} \left([G_{y_{h_1h_2}}] - [G_{x_{h_1h_2}}] \tan\theta \right) \\ [0] \quad \quad \quad -\cos\theta[I_d] \end{array} \right)^{-1} \times \\
& \left(\begin{array}{c} -[G_{x_{h_1h_2}}] - [G_{y_{h_1h_2}}] \tan\theta \quad \omega\mu_0[I_d] + \frac{[G_{y_{h_1h_2}}] [G_{y_{h_1h_2}}] - [G_{x_{h_1h_2}}] [G_{y_{h_1h_2}}] \tan\theta}{\omega\epsilon_0 \left[\epsilon_{\bar{G}}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')} \right]} \\ \omega\epsilon_0 \left[\epsilon_{\bar{G}}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')} \right] \quad \quad \quad [G_{x_{h_1h_2}}] \end{array} \right) \cdot \quad (40) \\
& \left(\begin{array}{c} E^k_{x_{h_1h_2}} \\ H^k_{z_{h_1h_2}} \end{array} \right) = k \left(\begin{array}{cc} [I_d] & [0] \\ [0] & [I_d] \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} E^k_{x_{h_1h_2}} \\ H^k_{z_{h_1h_2}} \end{array} \right)
\end{aligned}$$

On pose la matrice B égale à :

$$\begin{aligned}
B = & \left(\begin{array}{c} -\sin\theta[I_d] \quad \frac{\cos\theta}{\omega\epsilon_0[\epsilon_G]} \left([G_{y_{h_1h_2}}] - [G_{x_{h_1h_2}}] \tan\theta \right) \\ [0] \quad \quad \quad -\cos\theta[I_d] \end{array} \right)^{-1} \times \\
& \left(\begin{array}{c} -[G_{x_{h_1h_2}}] - [G_{y_{h_1h_2}}] \tan\theta \quad \omega\mu_0[I_d] + \frac{[G_{y_{h_1h_2}}] [G_{y_{h_1h_2}}] - [G_{x_{h_1h_2}}] [G_{y_{h_1h_2}}] \tan\theta}{\omega\epsilon_0 \left[\epsilon_{\bar{G}}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')} \right]} \\ \omega\epsilon_0 \left[\epsilon_{\bar{G}}_{(h_1-h_1')(h_2-h_2')} \right] \quad \quad \quad [G_{x_{h_1h_2}}] \end{array} \right) \quad (41)
\end{aligned}$$

Une recherche des valeurs propres de la matrice B nous donne les vecteurs d'ondes solutions de la propagation dans une direction θ d'une onde plane à la fréquence ω . Pour tracer le contour de dispersion, il suffit de faire balayer θ de 0 à 360° (de 0 à 45° pour un réseau carré).

ANNEXE B

Programmes MATLAB

- Programme développé sous MATLAB pour calculer les diagrammes de dispersion d'un réseau carré pour les deux modes TE et TM.

```
function CARTETM(N,RES,r,epa,epb)
%
% le programme suivant trace les structures de bande pour les modes TE et
% TM(les cinq premières bandes)selon les principales directions(Gamma-X-M-Gamma)d'un
% cristal photonique formé de réseau carré et de cylindre comme motif.
% le cristal est constitué d'un substrat de permittivité relative (epb) sur
% lequel sont percés des trous circulaires de permittivité (epa) et de
% rayon (r).
%
% N: N es le nombre d'ondes planes
% RES: est le nombre de divisions de chaque coté de la première (BZ)
% r: le rayon normalisé des cercles des cylindres (0<r<0.5)
% epa: la permittivité relative des trous cylindriques (motifs).
% epb: la permittivité relative du substrat.

a=1;
Bande1=zeros(1,3*RES+1);
Bande2=zeros(1,3*RES+1);
Bande3=zeros(1,3*RES+1);
Bande4=zeros(1,3*RES+1);
Bande5=zeros(1,3*RES+1);

Bande1TM=zeros(1,3*RES+1);
Bande2TM=zeros(1,3*RES+1);
Bande3TM=zeros(1,3*RES+1);
Bande4TM=zeros(1,3*RES+1);
Bande5TM=zeros(1,3*RES+1);

i=0;

% section GAMMA-X
for KX=0:pi/a/RES:pi/a
    i=i+1;
    KY=0;
    W=PWETE(KX,KY,N,a,r,epa,epb);
    WTM=PWETM(KX,KY,N,a,r,epa,epb);

    dTM=eig(WTM);
    dTM=sort(sqrt(dTM));
    Bande1TM(i)=dTM(1);
    Bande2TM(i)=dTM(2);
    Bande3TM(i)=dTM(3);
    Bande4TM(i)=dTM(4);
```

```

Bande5TM(i)=dTM(5);

d=eig(W);
d=sort(sqrt(d));
% d=sort(d);
Bande1(i)=d(1);
Bande2(i)=d(2);
Bande3(i)=d(3);
Bande4(i)=d(4);
Bande5(i)=d(5);

end
% section X-M
for KY=0+pi/a/RES:pi/a/RES:pi/a
    i=i+1;
    KX=pi/a;
    W=PWETE(KX,KY,N,a,r,epa,epb);

    d=eig(W);
    d=sort(sqrt(d));
    % d=sort(d);
    Bande1(i)=d(1);
    Bande2(i)=d(2);
    Bande3(i)=d(3);
    Bande4(i)=d(4);
    Bande5(i)=d(5);

    WTM=PWETM(KX,KY,N,a,r,epa,epb);

    dTM=eig(WTM);
    dTM=sort(sqrt(dTM));
    Bande1TM(i)=dTM(1);
    Bande2TM(i)=dTM(2);
    Bande3TM(i)=dTM(3);
    Bande4TM(i)=dTM(4);
    Bande5TM(i)=dTM(5);
end
% section M-Gamma
for KX=pi/a-pi/a/RES:-pi/a/RES:0
    i=i+1;
    KY=KX;
    W=PWETE(KX,KY,N,a,r,epa,epb);
    d=eig(W);
    d=sort(sqrt(d));
    % d=sort(d);
    Bande1(i)=d(1);
    Bande2(i)=d(2);
    Bande3(i)=d(3);
    Bande4(i)=d(4);
    Bande5(i)=d(5);

```

```

WTM=PWETM(KX,KY,N,a,r,epa,epb);

dTM=eig(WTM);
dTM=sort(sqrt(dTM));
Bande1TM(i)=dTM(1);
Bande2TM(i)=dTM(2);
Bande3TM(i)=dTM(3);
Bande4TM(i)=dTM(4);
Bande5TM(i)=dTM(5);
end

MAX=max(max(Bande3TM),max(Bande3));
K=zeros(size(Bande1));

for i=1:2*RES+1
    K(i)=(i-1)*pi/a/RES;
end
for j=i+1:3*RES+1
    K(j)=(i-1)*pi/a/RES+(j-i)*pi/a/RES*sqrt(2);
end
K;
plot(K*a,Bande1*a/2/pi)
hold
plot(K*a,Bande2*a/2/pi)
plot(K*a,Bande3*a/2/pi)
plot(K*a,Bande4*a/2/pi)
plot(K*a,Bande5*a/2/pi)

plot(K*a,Bande1TM*a/2/pi,'r')
plot(K*a,Bande2TM*a/2/pi,'r')
plot(K*a,Bande3TM*a/2/pi,'r')
plot(K*a,Bande4TM*a/2/pi,'r')
plot(K*a,Bande5TM*a/2/pi,'r')

plot(K(RES+1)*a,0:MAX*a/2/pi/100:MAX*a/2/pi)
plot(K(i)*a,0:MAX*a/2/pi/100:MAX*a/2/pi)
plot(K(j)*a,0:MAX*a/2/pi/100:MAX*a/2/pi)
title('réseau carrée-Polarisation TE')
%
text(1.5,.05,['r/a=',num2str(r),'', {'\epsilon}_a=',num2str(epa),...
    ', {'\epsilon}_b=',num2str(epb)])

text(0,-.046,['\Gamma'])
text(K(RES+1)*a,-.046,['M'])
text(K(2*RES+1)*a,-.046,['K'])
text(K(3*RES+1)*a,-.046,['\Gamma'])

XLABEL({'\kappa}_n','FontSize',12)

```

```
YLABEL('{\omega}_n','FontSize',12)
hold off
```

```
axis tight
```

```
function W=PWETE(KX,KY,N,a,r,epa,epb)
```

```
for q=-N:N
    for p=-N:N
        for n=-N:N
            for m=-N:N
                S_MATRIX((p+N+1)+(q+N)*(2*N+1),(m+N+1)+(n+N)*(2*N+1))=...
                    SmnpqTE(m,n,p,q,KX,KY,a,r,epa,epb);
            end
        end
    end
end
```

```
W=S_MATRIX;
```

```
function Smnpq=SmnpqTE(m,n,p,q,Kx,Ky,a,r,epa,epb)
```

```
Smnpq=(((2*pi/a)^2)*(m^2+n^2)+(4*pi/a)*(m*Kx+n*Ky)+(Ky^2+Kx^2))...
    *Relative_Epsilon_Expansion(1/epa,1/epb,a,r,p-m,q-n);
```

```
function W=PWETM(KX,KY,N,a,r,epa,epb)
```

```
for q=-N:N
    for p=-N:N
        for n=-N:N
            for m=-N:N
                S_MATRIX((p+N+1)+(q+N)*(2*N+1),(m+N+1)+(n+N)*(2*N+1))=...
                    SmnpqTM(m,n,p,q,KX,KY,a,r,epa,epb);
            end
        end
    end
end
```

```
W=S_MATRIX;
```

```
function Smnpq=SmnpqTM(m,n,p,q,Kx,Ky,a,r,epa,epb)
```

```
Smnpq=(Kx^2+Ky^2+(2*pi/a)*((m+p)*Kx+(n+q)*Ky)+((2*pi/a)^2)*...
    (m*p+q*n))*Relative_Epsilon_Expansion(1/epa,1/epb,a,r,p-m,q-n);
function epmn=Relative_Epsilon_Expansion(epa,epb,a,r,m,n)
```

```
Gmn=(2*pi/a)*sqrt(m^2+n^2);
if r>0
    if Gmn==0
        epmn=epb+(epa-epb)*pi*(r^2)/a^2;
```

```
else
    epmn=epb*mydelta(r*Gmn)+(-epb+epa)*2*pi*(r^2)/(a^2)*besselj(1,Gmn*r)/Gmn/r;
end
else
    if Gmn==0
        epmn=epb;
    else
        epmn=0;
    end
end
end
```

```
function output=mydelta(x)
```

```
output=0;
if x==0
    output=1;
end
```

Bibliographie

- [1] Tanguy JAFFRE. « Caractérisation des matériaux à bande interdite électromagnétique multipériodiques et leurs applications aux antennes ». Thèse de doctorat. Université de Limoges. Février (2005).
- [2] Marc Zelsmann, « Cristaux photoniques en silicium sur isolant pour le guidage, le filtrage, l'émission et l'extraction de lumière ». Thèse de doctorat en physique, université Joseph Fourier, Grenoble 1. Novembre (2003).
- [3] Yannick MERLE, « Etude de la dispersion électromagnétique dans les matériaux périodiques diélectriques bidimensionnels ». Thèse de Doctorat. Université de Limoge. Novembre (2003).
- [4] S. Enoch, G. Tayeb, and Boris Gralak. « The richness of the dispersion relation of electromagnetic band gap materials ». IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 51(10) :2659–2666, (2003).
- [5] E. Yablonovitch « Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics » Physical Review Letter, Vol. 58, N°20, pp. 2059-2062, 18 May (1987)
- [6] E. Yablonovitch « Photonic Ban-Gap structure » J. Opt. Society, Vol 10, , pp.283-293, February (1993)
- [7] F. Raineri, Y. Dumeige, X. Letartre, A. Levenson, « Nonlinear decoupled FDTD code: phase-matching in 2D defective photonic crystal », Electron. Lett. 38 (2002).
- [8] M. Plihal and A. A. Maradudin, « Photonic Band-Structure of 2-Dimensional Systems with Triangular Lattice », Physical Review B, vol. 44, no. 16, (1991).
- [9] Fabrice Raineri, « Optique non linéaire dans les cristaux photoniques en semi-conducteur III-V ». Docteur en science. Université de paris XI Orsay. Décembre (2004).
- [10] GRALAK, G. TAYEB, S. ENOCH « From scattering or impedance matrices to bloch modes of photonic crystals » J. Opt. Soc. Am. A, Vol.19, N°8, Aout (2002).
- [11] Patrick Ferrand, « Structures guidantes à bandes interdite photonique à base de silicium nanoporeux ». Thèse de doctorat en physique. Université Joseph Fourier de Grenoble 1. Septembre (2001).
- [12] Fabrice Raineri, « Optique non linéaire dans les cristaux photoniques en semi-conducteur III-V ». docteur en science. Université de paris XI Orsay. Décembre (2004).
- [13] I. Rumsey, M. Piket-May, and P. Keith kelly. « Photonic bandgap structures used as filters in microstrip circuits ». IEEE Microwave and Guided Wave Letter, 8(10), 1998.
- [14] A. TAFLOVE AND S.C. HAGNESS « Computational Electrodynamics - The finite-Difference Time-Domain Method » 2nd ed. Boston, MA : Artech House, (2000)

- [15] Abdelwaheb Ourir. « Applications de matériaux à bandes interdites photoniques et de métamatériaux en télécommunications ». Thèse de doctorat en sciences. Université de Paris XI d'Orsay. Décembre (2006).
- [16] H. ROUSSEL, V. VIGNERAS, W. TABBARA, J.P. PARNEIX « Etude théorique et expérimentale de structures à Bande Photonique Interdite bidimensionnelle » JNM 99, Arcachon, Mai 1(999)
- [17] Keith C. HUIE. « microstrip antennas : Broadband radiation patterns using photonic crystal substrates ». Master en génie électrique. Université de virginie. Janvier (2002).
- [18] Jean-Jacques Bonnefois. « Modélisation d'effets non linéaires dans les cristaux photoniques, application à la limitation optique ». Thèse de doctorat en science. Université de Paris X, Nanterre. 30 Novembre (2006).
- [19] Emilie Schwoob-Viasnoff. « Propagation et émission dans des guides multimodes à cristaux photoniques bidimensionnels ». Thèse de doctorat. Université Paris XI. Septembre (2004).
- [20] Chiyun Luo, Steven G.Johnson. « Novel optical phenomena with photonic crystals ». proceedings of SPIE.Vol 5166. Bellingham. (2004).
- [21] Régis Chantalat. « Optimisation d'un réflecteur spatial a couverture cellulaire par l'utilisation d'une antenne à bande interdite électromagnétique multisources ». Thèse de doctorat. Université de limoges. Novembre (2003).
- [22] V. VIGNERAS, H. ROUSSEL, J.P. PARNEIX, W. TABBARA « Modélisation et mesure de la réponse électromagnétique de structures BIP bidimensionnelles » JNM 2001, Poitiers, 16-18 mai 2001
- [23] Martin Maldovan. « Exploring for new photonic band gap structure ». Thèse de doctorat. Institut technologique de Massachussette. Février (2004).
- [24] F. Demontoux, V. Vignerass « Multidiffusion des ondes électromagnétiques dans les structures BIP. Etude paramétrique de réseaux tridimensionnels » JNM 2003, Lille, 21-23 mai (2003)
- [25] Halim Boutayeb. « Etude des structures périodiques planaires et conformes associées aux antennes. Application aux communications mobiles ». Thèse de doctorat. Université de Rennes 1. Décembre (2003).
- [26] William J.Buchanan. « Analysis of electromagnetic wave propagation using the 3D Finite-Difference Time Domain method with parallel processing ». Thèse de doctorat. Université de Napier. Mars (1996).
- [27] Davy GERARD. « Etude en champ proche et lointain de composants périodiquement nanostructurés: cristaux photoniques et tamis à photons ». Thèse de doctorat en physique. Université de Bourgogne. Juillet (2004).
- [28] Lalanne, P., « Electromagnetic analysis of photonic crystal waveguides operating above the light cone ». IEEE Journal of Quantum Electronics, 38, p. 800-804. (2002)

- [29] Laure MERCIER. « Synthèse de propriétés d'agilité électromagnétique par des matériaux artificiels périodiques intégrant des microcomposants. Application à la conception d'antennes à résonateur BIE configurables ». Thèse de doctorat en science. Université de Limoges. Décembre (2005).
- [30] B. S. Song, S. Noda, T. Asano, and Y. Akahane, « Ultra-high-Q photonic double-hetero-structure nanocavity », *Nature Materials*, vol. 4, no. 3, pp. 207-210, (2005).
- [31] A. Birner, R.B. Wehrspohn, « Silicon-based photonic crystals », *Adv. Mater.*, vol. 6, no. 16, pp. 377-388, (2001).
- [32] M. Agio, « Optical Properties and Wave Propagation in Semiconductor-Based Two-Dimensional Photonic Crystals », Ph.D. thesis, Université degli Studi di Pavia, Pavia, Italy and Iowa State University, Ames, Iowa, (2003).
- [33] B. Lombardet, L.A. Dunbar, R. Ferrini, and R. Houdre, « Fourier analysis of Bloch wave propagation in two-dimensional photonic crystals », *Proceeding of SPIE*, vol. 5450, pp. 150-160, (2004).
- [34] S. Foteinopoulo, C. M. Soukoulis « Negative refraction and left-handed behavior in two-dimensional photonic crystals » *Physical Review B – Vol 67, N°23*, (2003)
- [35] Benoit Lombardet, « Etude et réalisation des cristaux photonique pour l'optique intégrée ». Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique de Palaiseau, France (2005).
- [36] S. Guo and S. Albin. « Simple plane wave implementation for photonic crystal calculations ». *Optics express*, 11(2) :167–175, (2003).
- [37] G. Poilasne, P. Pouliguen, K. Mahdjoubi. « Study of beam splitting using aperiodic metallic photonic bandgap materials » *Microwave Opt. Tech. Lett.* 25, 36, (2000)
- [38] Ho, K.M., et al. « Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures », *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 65, No. 25, p. 3152 (1990).
- [39] A. Adibi, R. K. Lee, Y. Xu, « Design of photonic crystal optical waveguides with single mode propagation in the photonic bandgap », *Electronic Letters*, vol. 36, No 16, Aout (2000).
- [40] M. A. Shapiro, W. J. Brown, « Improved photonic bandgap cavity and metal rod lattices for microwave and millimeter wave applications » *IEEE MTT-S digest*, (2000).
- [41] Linshu Shi and Dongwu Lou, « The Design of a PBG Wideband Filter at 2.4 GHz », *IEEE Poster Session* (2004)
- [42] D. Labilloy, « Cristaux photoniques bidimensionnels pour le proche infrarouge : propriétés optiques et confinement ». Ecole polytechnique. p. 186. (1999)
- [43] M. Thevenot « Analyse comportementale et conception des matériaux diélectriques à Bande Interdite Photonique. Application à l'étude et à la conception de nouveaux types d'antennes » Thèse de doctorat n°34-1999, Université de Limoges, 18 novembre, (1999)

- [44] L. J. Wu, M. Mazilu, T. Karle, and T. F. Krauss, « Superprism phenomena in planar photonic crystals », *IEEE J. Quantum Electron.* 38, 915-918 (2002).
- [45] J.M. ZIMAN « Principles of the theory of solids » University press of Cambridge (2001)
- [46] C. Kittel « Introduction to solid state physics » John Willey & Sons, New York,(1976)
- [47] Désières, Y., « Conception et études optiques de composants micro-photoniques sur matériaux III-V à base de structures à bandes interdites de photons », INSA Lyon, (2001)
- [48] Jonhson, S.G., et al., « Linear waveguides in photonics-crystal slabs ». *Physical Review B*, 62, p. 8212-8220. (2000).
- [49] Guida G., de Lustrac A., Priou A. « An introduction to photonic band gap (PBG) materials » *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 41, p. 1, (2003)
- [50] Lourtioz J.-M., Benisty H., Chelnokov A., David S., Olivier S. « Photonic crystals and the real world of optical telecommunications » *Annales des télécommunications*, vol. 58, num. 9-10, p. 1197, (2003)
- [51] Checoury X., Chelnokov A., Lourtioz J.-M. « Fine structural adjustment of lasing wavelengths in photonic crystal waveguide laser arrays » *Photonics and Nanostructures, Fundamentals and Applications*, vol. 1, p. 63, (2003)
- [52] L. Brillouin, M. Parodi « Propagation des ondes dans les milieux périodiques » , Dunod, (1956)
- [53] Lourtioz J.-M. « Cristaux photoniques et "gaps" de photons - Aspects fondamentaux » *Techniques de l'ingénieur*, vol. AF3, num. 710, p. 1, (2004)
- [54] Ourir A., de Lustrac A. « Application des métamatériaux à la Réalisation d'Antennes Compactes et Directives », OHD. (2005)
- [55] MASSAOUDI S. « Etude théorique et expérimentale des matériaux à bandes interdites photoniques bi-dimensionnelles en micro-onde » Thèse, Paris XI-Orsay, (2005)
- [56] GADOT F., AKMANSOY E. « Amplification of anomalous refraction in photonic band gap-prism » *Electronics Letters*, vol. 39, num. 6, (2003)
- [57] lupu a., de lustrac a., ourir a., « Discontinuous wavelength super-refraction in photonic crystal superprism », *Optics Express*, vol. 14, num. 5, (2006)
- [58] LOURTIOZ J.-M. « Photonic crystals and metamaterials ». *Physique*, vol. 9, num. 1, p. 4, 12 pages, (2008)
- [59] J. D. Joannopoulos, R. D. Maede, and J. N. Winn, « Photonic crystals: Molding the flow of light », Princeton Univ. Press, (1995)
- [60] H. Benisty, D. Labilloy, C, « Radiation losses of waveguide-based two dimensional photonic crystals: positive role of the substrate », *Appl. Phys. Lett.* 76, 532 (2000).

- [61]** Happ, T.D., et al. « Nanofabrication of two-dimensional photonic crystal mirrors for 1.5 μm short cavity lasers », J. Vac. Sci. Technol. B, Vol. 19, No. 6, p. 2775 (2001).
- [62]** Costa, R., et al. « Bandpass resonant filters in photonic-crystal waveguides » IEEE Photonic Tech L, Vol. 15, No. 3, p. 401 (2003).
- [63]** A. SCHERER, O. Painter « InGaAsP photonic band gap cristal membrane microresonators », Journal of Vaccum Science and Technology B 16, P. 3906 (1998)
- [64]** J. P. Brenger, « A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves ». Jornal of computational physics 114. P. 185, (1994)
- [65]** M. Palamaru, and Ph. Lalanne, « Photonic crystal waveguides: out-of-plane losses and adiabatic modal conversion », Appl. Phys. Lett. 78, 1466 (2001).