

2ex

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE DYNAMIQUE D'UN RESERVOIR  
SOU MIS A DES EXCITATIONS VERTICALES

Proposé Par :  
G FARKAS

Etudié par :  
AIT MOHAND SALAH  
TEMMAR ADEM

Dirigé par :  
G FARKAS

PROMOTION :

JUIN 87



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : HYDRAULIQUE

المدسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE DYNAMIQUE D'UN RESERVOIR  
SOU MIS A DES EXCITATIONS VERTICALES

Proposé Par :  
G FARKAS

Etudié par :  
AIT MOHAND SALAH  
TEMMAR ADEM

Dirigé par :  
G FARKAS

PROMOTION :

JUIN 87

REMERCIEMENTS

NOUS TENONS VIVEMENT A EXPRIMER NOTRE SINCERE RECONNAISSANCE  
ET TOUTE NOTRE GRATITUDE A TOUS CEUX QUI ONT CONTRIBUE  
DE PRES OU DE LOIN A NOTRE FORMATION .

NOS VIFS REMERCIEMENTS AUS MEMBRES DU JURY QUI NOUS FONT  
L'HONNEUR DE JUGER NOTRE TRAVAIL .

QUE NOTRE PROMOTEUR Mr FARKAS .G TROUVE ICI NOS VIFS  
REMERCIEMENTS POUR SES CONSEILS ET SON AIDE .

NOS REMERCIEMENTS AU CHEF DE DEPARTEMENT Mr ABDERRAHIM .



.....  
DEDICACES  
.....

.... A MON PERE ET MA MERE QUI ONT ETE LE LONG DE MA VIE A MES COTES

.... A MON FRERE ET MA SOEUR

.... A TOUS CEUX QUI M'AIMENT ET QUI SOUHAITENT QUE CE TRAVAIL LEURS  
SOIT DEDIE

.... A TOUS LES MARTYRS DE L'ALGERIE

\*\*\*\* salah AIT MOHAND \*\*\*\*

.....  
.... A MON PERE ET MA MERE .

.... A MA SOEUR .

.... A TOUS MES AMIS .

\*\*\*\* adam IENMAR \*\*\*\*

المركز الوطني للتكنولوجيا  
BIBLIOTHEQUE —  
Ecole Nationale Polytechnique

Ministère de l'enseignement supérieur

Ecole nationale polytechnique

Département : hydraulique

Promoteur : Mr Gyorgy FARKAS

Elèves ingénieurs : Salah Aït-mohand  
Adem Temmar

وزارة التعليم العالي  
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

المعهد : للرى

الموجه : جيسورجي فاركاس

الطبة المهندسين : صالح ايت محند

ادم تمار

الموضوع : دراسة ديناميكية لخزان خاضع لاهتزازات شاقولية .

المخلص : هذا المشروع يتناول دراسة الاجابة الدينامية لخزان مائى اسطوانى موضوع على الارض

خاضع لاهتزازات شاقولية بوتقديم برامج تسمح بتقييم القوى الهيدروديناميكية القصوى

لتصميم خزان كئفى .

Subject: ETUDE DYNAMIQUE D'UN RESERVOIR SOUMIS A DES EXCITATIONS  
VERTICALES

Résumé :

Ce projet consiste à étudier la réponse dynamique d'un reservoir cylindrique posé sur sol , soumis à des excitations verticales et à présenter des programmes permettant d'évaluer les forces hydrodynamiques maximums nécessaires au dimensionnement d'un reservoir quelconque .

Subject: DYNAMIC STUDY OF A TANK UNDER VERTICAL EXCITATIONS

Abstract :

This project deals with the study of dynamic response of a cylindrical tank standing on a soil under vertical excitations, and to hand out programmes allowing the evaluation of maximum hydro-dynamic powers which are necessary to evaluate any tank dimension.

# SOMMAIRE

CHAPITRE I	Présentation de l'étude	Pages
I.1	Introduction .....	3
I.2	: objectif de l'étude .....	5
I.3	systeme considere .....	7
I.4	Approche .....	10
CHAPITRE II	Analyse du systeme .....	12
II.1	Relations fondamentales .....	12
II.2	Solution du systeme liq.-reservoir .....	16
II.3	Pression statique radiale equivalente .....	22
II.4	Evaluation de l'acceleration $A(t)$ .....	26
CHAPITRE III	Support rigide du reservoir .....	27
III.1	Reservoir à parois encastrées .....	27
III.2	Reservoir à parois articulées .....	40
III.3	Procede de simplification .....	43

# CHAPITRE IV

Reservoir sur support elastique .....	49
IV.1 Force hydrodynamique a la base .....	49
IV.2 Modele simple pour le systeme .....	54
IV.3 Detail du modele .....	57
IV.4 Reponse sinusoidale du systeme .....	61
IV.5 Reponse transitoire du systeme .....	70
IV.6 Frequence naturelle effective Amortissement .....	75

# CHAPITRE V

Résumé de la procédure proposée .....	85
Conclusion .....	88



## Fonctions et parametres utilises



- $H$ : hauteur d'eau dans le reservoir.
- $h$ : Epaisseur des parois.
- $a$ : rayon du reservoir.
- $\rho_e$ : masse volumique de l'eau.
- $\rho$ : masse volumique du materian du reservoir.
- $E$ : module d'elasticité du materian du reservoir.
- $\nu$ : coeff de poisson du materian du reservoir.
- $\rho_s$ : masse volumique du sol.
- $E_s, \nu_s$ : module d'elasticité du sol.
- $\nu_s$ : coef de poisson du sol.
- $\ddot{x}_g$ : la valeur maximale de l'acceleration du champ libre du sol.
- $\ddot{x}_0$ : la valeur maximale de l'acceleration de la base du reservoir.
- $r, \theta$ : coordonnées polaires.
- $w$ : deplacement radial des parois.
- $\bar{P}_{ouf}$ : pression hydrodynamique.
- $\phi$ : fonction potentiel de vitesse.
- $\xi$ : hauteur relative ;  $\xi = \frac{z}{H}$ .
- $\psi$ : fonction deplacement des parois le long de la hauteur.
- $q$ : fonction du temps.
- $X$ : fonction de distribution de la pression le long de la hauteur.



$\omega$ : Fréquence fondamentale du réservoir.

$A(t)$ : pseudo-acceleration d'un simple oscillateur.

$D(t)$ : déformation d'un simple oscillateur.

$P_{st}$ : pression statique.

$$\delta = d = \sqrt[4]{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{H}{\sqrt{2} \cdot h}$$

$m_0$ : masse du liquide qui bouge en synchronisme avec la base du réservoir.

$m_1$ : masse du liquide qui bouge élastiquement.

$m_T$ : masse totale du liquide.

$\Omega$ : fréquence de l'excitation.

$Q$ : fonction d'impédance de la fondation.

$v$ : vitesse de propagation de l'onde à travers le matériau du réservoir.

$v_s$ : vitesse de propagation de l'onde à travers le sol.

$\xi$ : rapport des fréquences  $\frac{\Omega}{\omega}$ .

$\xi_s$ : facteur d'amortissement (le rapport de l'amortissement du sol sur l'amortissement critique).

$f$ : fréquence naturelle du système équivalent.

## I.1 Introduction

Des études récentes concernant la réponse dynamique d'un réservoir de stockage soumis à des excitations verticales ont révélées des résultats importants sur les effets hydrodynamiques de l'eau sur les parois du réservoir qui peuvent atteindre l'ordre de grandeur des effets hydrostatiques pour un séisme provoquant une accélération au sol de  $1/3$  de la valeur de l'accélération gravitationnelle. Cette étude fait référence à des réservoirs dont le support est rigide (i.e. réservoir sur sol rigide) dont l'accélération du mouvement à leur base est la même que celle du champ libre du sol.

cette étude considère aussi la flexibilité de certains sols élastiques, mais l'étude des réservoirs supportés par de tels types de sols devient compliquée, et les conséquences d'une telle interaction n'ont pas été jusqu'à présent adéquatement étudiées, mais on est arrivé quand même dans cette étude à constater que pour ces réservoirs supportés par un sol élastique, l'interaction provoquée sera diminuée grâce aux larges capacités d'amortissement d'un tel sol, et par conséquent la diminution de effets hydrodynamiques.

Cette diminution peut être calculée approximativement avec une bonne exactitude par un changement de fréquences naturelles.

## Objectifs de cette étude

Cette étude a pour objectifs :

- 1) L'identification de la réponse dynamique du liquide (pression hydrodynamique) d'un réservoir cylindrique excité verticalement.
- 2) De présenter une simple procédure pratique afin d'évaluer les forces critiques.

Des données numériques concretisant la rigidité ou l'élasticité du sol et montrant l'influence de certains paramètres sur la réponse du système réservoir - liquide aux excitations extérieures.

Tout ça est analysé approximativement par l'application de la méthode de GALERKIN en considérant le système liquide - réservoir

à simple degré de liberté dans le cas où le support est rigide, et à deux (02) degrés de liberté dans le cas où le support est élastique.

Les effets maximums hydrodynamiques seront simplement ajoutés aux effets hydrostatiques

### Remarque

Les résultats de cette procédure sont donnés par des programmes d'informatique et ceci pour n'importe quel réservoir



## LE SYSTÈME CONSIDÉRÉ

I.3

Le réservoir est montré sur la figure - 1.

C'est un réservoir cylindrique de rayon  $a$  et de hauteur  $H$  avec une épaisseur des parois  $h$ , posé sur sol, et rempli avec un liquide de densité  $\rho_L$ .

Le liquide est considéré incompressible, à surface libre.

Le réservoir est soit à parois encastées ou articulées à sa base, il est de densité massique  $\rho$ , et de module d'élasticité  $E$  et de coefficient de poisson  $\nu$ .

Ces valeurs correspondant au sol sont

$$\rho_s ; E_s ; \nu_s$$

L'excitation d'un élément est verticale avec

une vibration d'accélération à champ libre

$$\ddot{x}_g(t) = \ddot{x}_g \cdot f(t)$$

$\ddot{x}_g$  est la valeur maximale de l'accélération

$f(t)$  : fonction de temps.

Les points du réservoir ou du liquide sont définis par un système de coordonnées cylindriques  $(r, z)$ , le centre de la base étant l'origine fig. 1

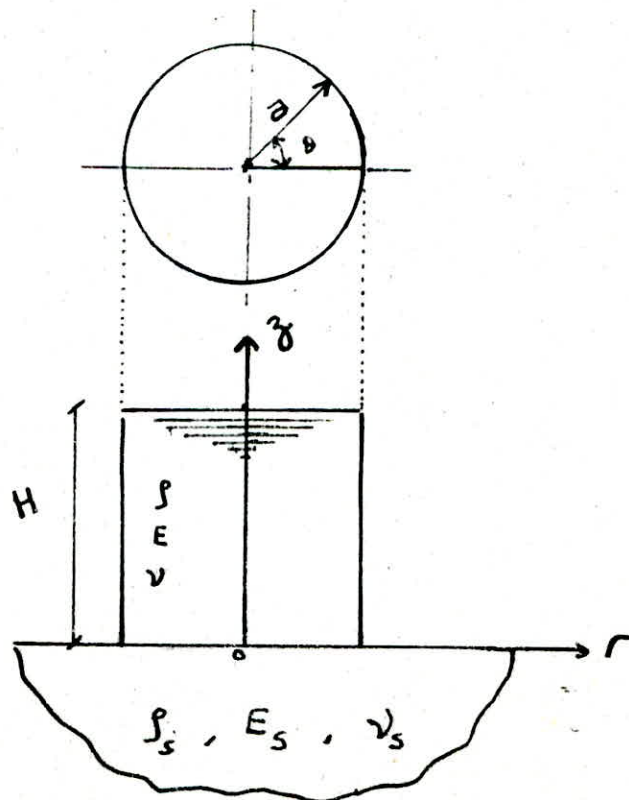


Fig - 1 -

systeme  
consideré

Le déplacement radial de la paroi du réservoir mesuré de la position d'équilibre du réservoir plein est donné par  $w = w(z, t)$  et la pression hydrodynamique exercée par le liquide sur les parois est notée  $P = P(z, t)$

Le déplacement des parois et la pression sont distribués uniformément pour un  $z$  donné pour  $r = a$  bien entendu, et sont pris positivement dans le sens de l'axe  $r$

## I.4 APPROCHE

IL y'a deux (02) aspects d'interaction qui doivent être pris en considération

- I) les interactions entre le liquide et le réservoir
- II) les interactions du système liquide - réservoir avec le sol

Dans l'esprit de l'approche les deux (02) effets suivants sont considérés séparément :

1 - La réponse du système liquide - réservoir envers une excitation arbitraire verticale évoluée à sa base .

2 - La relation entre le mouvement de la base du réservoir et le mouvement du champ libre du sol , celle-ci est établie par l'analyse du système sol - fondations .

La réponse du système couplé est finalement obtenue par une synthèse appropriée des solutions des composantes



## II ANALYSE DU SYSTEME LIQUIDE - RESERVOIR

### II.1 RELATIONS FONDAMENTALES :

Supposons que la force d'inertie des parois du reservoir dans la direction axiale a des influences negligeeables sur la reponse dans la direction radiale, le mouvement du systeme reservoir-liquide est regi par l'equation differentielle suivante :

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + \frac{Eh}{a^2} w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P(z, t) \dots\dots\dots ①$$

avec

$D = Eh^3 / 12 (1 - \nu^2)$  : La rigidite a la flexion par unite de longueur circonferentielle des parois du reservoir.

Ce qui nous interesse, c'est de trouver l'expression de la pression hydrodynamique, pour cela on introduit la fonction potentiel de vitesse  $\phi$

qui satisfait l'équation de LAPLACE :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

La vitesse du liquide en un point arbitraire tout au long de la direction  $n$ ,  $v_n$  est donné par :

$$v_n (r, z, t) = - \frac{\partial \phi}{\partial n} \dots\dots\dots (3)$$

et la pression hydrodynamique en ce point :

$$P(r, z, t) = \rho_L \frac{\partial \phi}{\partial t} \dots\dots\dots (4)$$

les conditions aux limites pour le liquide sont :

1- la vitesse verticale du liquide à  $z=0$  doit être égale à la vitesse de la base du réservoir  $\dot{x}_0(t)$

$$\text{i.e. } - \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = \dot{x}_0(t) \dots\dots\dots (5a)$$

généralement différente de la vitesse du champ libre du sol  $\dot{x}_g(t)$

2- la vitesse radiale du liquide adjacent aux parois du réservoir doit être égale à celle des parois

$$-\frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=a} = \frac{\partial w}{\partial t} \dots \dots \dots (5b)$$

3 - La pression hydrodynamique à  $z = H$  est nulle :

$$\int_L \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \dots \dots \dots (5c)$$

En résolvant l'équation (2) aux conditions limites définies par les équations (5a), (5b), (5c) et en intégrant l'équation (4), l'expression de la pression hydrodynamique est obtenue en n'importe quel point définie par  $r$  et  $\xi = z/H$  (hauteur relative)

$$P(r, \xi, t) = -2 \int_L H \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \frac{I_0(\lambda_n \frac{r}{a})}{I_1(\lambda_n)} \left[ \int_0^1 \ddot{w} \cos(\alpha_n \xi) d\xi \right] \cos(\alpha_n \xi) + \int_L H (1 - \xi) \ddot{x}_0(t) \dots \dots \dots (6)$$

$$\alpha_n = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \lambda_n = \frac{a}{H} \alpha_n \dots \dots \dots (7)$$

$I_0$  et  $I_1$  : fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1

La pression exercée sur les parois est obtenue par

l'équation (6) en posant  $r = a$ .

En prenant en considération les dimensions du réservoir et les caractéristiques de la fondation,

la pression  $P(r, \xi, t)$  dépend de l'accélération radiale des parois  $\ddot{w} = \ddot{w}(\xi, t)$ .

L'équation (1) peut s'écrire comme suit :

$$\left( \frac{1}{\delta^4} \overset{''''}{w} + w \right) \frac{Eh}{a^2} + \delta h \ddot{w} = P(\xi, t) \dots \dots \dots (8)$$

avec

$$\delta = \sqrt[4]{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{H}{\sqrt{a h}} \dots \dots \dots (9)$$

# SOLUTION DU SYSTÈME

## LIQUIDE - RESERVOIR

Le déplacement radial des parois du réservoir

$w(\xi, t)$  est pris sous la forme :

$$w(\xi, t) = \Psi(\xi) \cdot q(t) \dots \dots \dots (10)$$

avec:  $\Psi(\xi)$  une fonction adimensionnelle de  $\xi$  satisfaisant les conditions aux limites en  $\xi=0$

et  $\xi=1$ , et  $q(t)$  une fonction du temps,

lorsque le déplacement des parois s'effectue et

qui peut être déterminée par la méthode de

Galerkin.

$$\int_0^1 \left[ \left( \frac{1}{84} w'''' + w \right) \frac{Eh}{a^4} + \rho h w'' - P(\xi, t) \right] \cdot \Psi(\xi) d\xi = 0 \dots (11)$$

$P(\xi, t)$  pression sur les parois, obtenue par l'équation

(6) en remplaçant  $r=a$  et  $w = \Psi(\xi) \cdot q(t)$ .

l'équation (11) devient après substitution et



regroupement des termes de même nature :

$$m^* \ddot{q} + K^* q = m_e^* \ddot{x}_0(t) \dots\dots\dots (12)$$

avec :  $m^*$  : masse effective du système reserv-liquide  
qui a participé à la réponse

$K^*$  : raideur effective du réservoir

$m_e^*$  : masse effective du liquide ayant  
participé dans l'excitation

- Ces quantités peuvent s'écrire par convention :

$$m^* = A_w \rho h + A_L \rho_L H = A \rho h \dots\dots\dots (13)$$

$$K^* = B \frac{Eh}{a^2} \dots\dots\dots (14)$$

$$m_e^* = \Gamma \rho_L H \dots\dots\dots (15)$$

Le premier terme de la partie droite de l'équation

(13) représente la masse des parois, et le deuxième  
terme représente la masse du liquide.

$A$ ,  $A_w$ ,  $A_L$ ,  $B$  et  $\Gamma$  sont des facteurs adimens.  
ionnels définis par :

$$A = A_w + A_l \frac{\int_0^1 H}{\int_0^1 h} \dots \dots \dots (16a)$$

$$A_w = \int_0^1 \Psi^2(\xi) d\xi \dots \dots \dots (16b)$$

$$A_l = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \frac{I_0(\lambda_n)}{I_1(\lambda_n)} d_n^2 \dots \dots \dots (16c)$$

$$d_n = \int_0^1 \Psi(\xi) \cos(\alpha_n \xi) d\xi \dots \dots \dots (17)$$

$$B = \int_0^1 X(\xi) \Psi(\xi) d\xi \dots \dots \dots (18)$$

$$X(\xi) = \Psi(\xi) + \frac{1}{84} \Psi''''(\xi) \dots \dots \dots (19)$$

$$\Gamma = \int_0^1 (1-\xi) \Psi(\xi) d\xi \dots \dots \dots (20)$$

La fonction  $X(\xi)$  dans l'équation (19) définit

la distribution de la pression statique le long de

la hauteur ; cette fonction est supposée assumer

la configuration du déplacement des parois [ le

membre droit de l'équation (10) est pris comme

unité ] . Notée par  $\bar{P}(\xi)$  cette pression est obtenue

par l'équation (8) , en négligeant le terme d'inertie

et en utilisant l'équation (19) on obtient l'expression :

$$\bar{P}(\xi) = \chi(\xi) \frac{Eh}{a^2} \dots \dots \dots (21)$$

avec  $K^*$  et  $m^*$  déterminés. La fréquence naturelle circulaire du système liquide - réservoir est de la forme

$$\omega = \sqrt{K^*/m^*}$$

En utilisant l'équation (14) et (13) on peut écrire :

$$\omega = \sqrt{\frac{B}{A}} \omega_0 \dots \dots \dots (22)$$

$\omega_0$  : fréquence naturelle circulaire uniforme pour n'importe quel réservoir ayant la même section transversale au niveau des parois

$$\omega_0 = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \dots \dots \dots (23)$$

L'équation (12) est de la même forme différentielle qui régit la déformation  $D(t)$  d'un simple oscillateur soumis à une excitation similaire amortie avec une fréquence naturelle circulaire  $\omega$  et sa solution est par analogie déterminée comme suit :

$$q(t) = - C_D \cdot D(t) \dots \dots \dots (24a)$$

avec :  $C_D$  : facteur adimensionnel

$$C_D = \frac{m_c^*}{m^*} = \frac{\Gamma}{A} \frac{\rho_L H}{\rho h} \dots \dots \dots (24b)$$

L'équation (24a) peut s'écrire :

$$\ddot{q}(t) = C_A \cdot \rho_L H \frac{\omega^2}{Eh} A(t) \dots \dots \dots (25)$$

avec  $C_A = \frac{\Gamma}{B} \dots \dots \dots (26)$

et  $A(t)$  est une valeur instantanée de la pseudo-accelération d'un simple oscillateur défini comme suit

$$A(t) = - \omega^2 D(t) \dots \dots \dots (27)$$

L'équation (25) est obtenue par l'équation (24a) en multipliant et en divisant le membre droit par

$$\omega^2 = \frac{K^*}{m^*} \text{ et en utilisant les équations (13) et (14)}$$

ceci peut être démontré par un simple calcul :

$$\begin{aligned} q(t) &= - C_D D(t) \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2} \\ &= - \frac{\Gamma}{A} \frac{\rho_L H}{\rho h} \cdot D(t) \omega^2 \cdot \frac{1}{\omega^2} \end{aligned}$$

$$q(t) = -\omega^2 D(t) \cdot \frac{\rho}{A} \cdot \frac{\rho_L H}{\rho h} \cdot \frac{A \rho h}{B E h} a^2$$

d'où  $q(t) = C_A \cdot \frac{\rho_L H}{E h} a^2 A(t)$

avec  $q(t)$  établie, la valeur instantanée du déplacement radial de la paroi du réservoir est déterminée par l'équation (10) :  $w(\xi, t) = \Psi(\xi) \cdot q(t)$ .

la force circulaire  $N_0$  associée peut être déterminée par :

$$N_0 = \frac{E h}{2} w \dots \dots \dots \textcircled{28}$$

le moment de flexion et l'effort de cisaillement transversal peuvent être obtenus par différentiation appropriée de  $w$  et les valeurs maximales de ces effets sont obtenues en utilisant les valeurs maximales de  $D(t)$  et de  $A(t)$ .



## LA PRESSION RADIALE STATIQUE EQUIVALENTE

II.3

Les interrelations entre les maximums des effets hydrodynamiques dans le réservoir et les effets hydrostatiques peuvent être appréciés en utilisant le concept de la pression radiale statique équivalente.

Ce concept offre des possibilités de résolution et de simplification à la méthode de l'analyse dynamique.

Posons  $\bar{P}(\xi, t)$  comme pression statique équivalente à chaque instant  $t$ , celle-ci induit le même effet dans les parois du réservoir comme dans le radier.

Cette pression est obtenue par le produit des eqs

$$(21) \text{ et } (25) \quad \bar{P}(\xi, t) = \bar{P}(\xi) \cdot q(t)$$

$$\bar{P}(\xi, t) = C_A X(\xi) \cdot \int_L H \cdot A(t) \dots \dots \dots (29)$$

et son maximum est obtenu en remplaçant  $A(t)$  par sa valeur maximale.

```

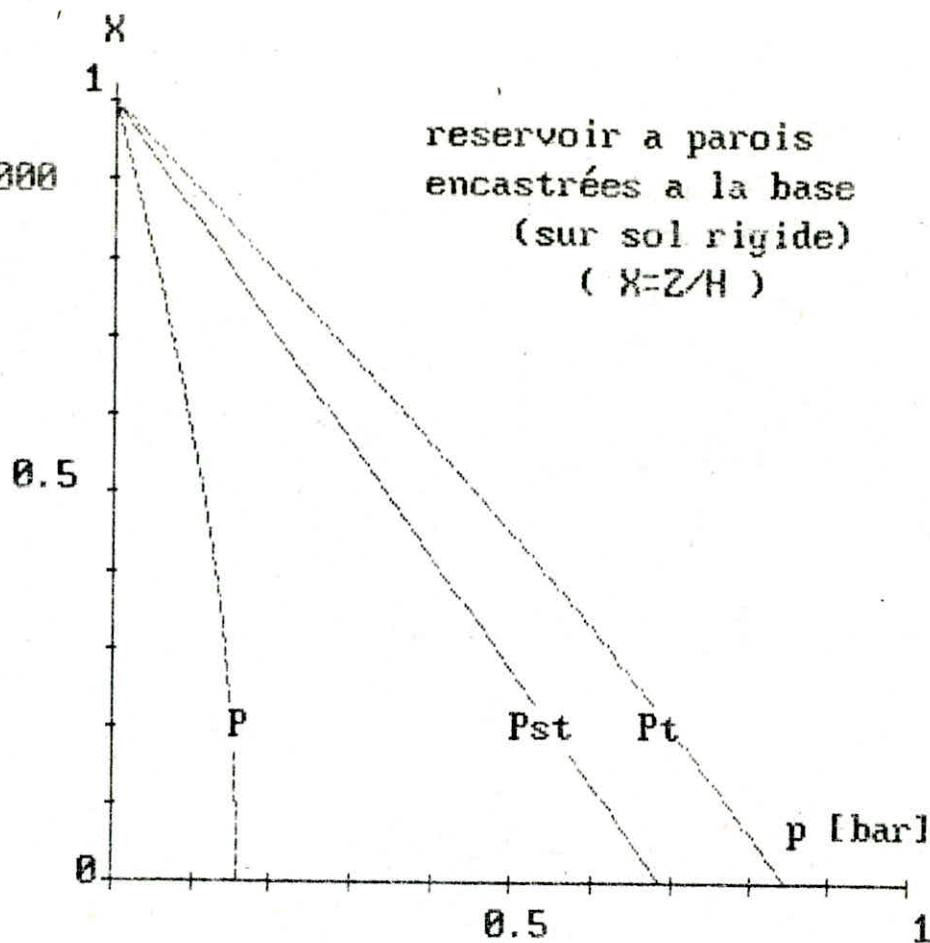
10 REM*****
20 REM          TRACE ET CALCUL DE LA PRESSION HYDRODYNAMIQUE
25 REM          STATIQUE ET TOTALE
30 REM          POUR UN RESERVOIR A PAROIS ENCASTEES
35 REM          POSE SUR SOL RIGIDE
40 REM *****
50 SCREEN 3
60 CLS :KEY OFF
70 INPUT "rayon du reservoir [m]:";RY
80 INPUT "epaisseur des parois [m]:";EP
90 INPUT "hauteur d'eau dans le reservoir:";H
100 INPUT "coefficient de poisson :";NU
110 INPUT "masse volumique de l'eau [kg/m3]:";MV
120 INPUT "acceleration du mouvement [m/s2]:";A
130 PI=3.141592654#
140 VIEW(330,40)-(630,300)
150 WINDOW (-.01,1.02)-(1,-.01)
160 LINE (-.01,0)-(1,0)
170 LINE (0,-.01)-(0,1.02)
180 FOR Z=0 TO 1.1 STEP .1
190 LINE (Z,.01)-(Z,-.01)
200 NEXT Z
210 FOR Y=0 TO 1.01 STEP .1
220 LINE (-.005,Y)-(.005,Y)
230 NEXT Y
240 D=(12*(1-NU^2))^25*H/SQR(RY*EP)
250 CA=(4/PI^2-SQR(2)/D+1/D^2)/(.5-SQR(2)/D)*(1+(PI/(2*D))^4)
260 FOR X=0 TO 1 STEP .005
270 KI=(1+(PI/(2*D))^4)*COS(PI*X/2)
280 P=CA*KI*MV*H*A/10^5
281 PST=MV*9.810001*H*(1-X)/100000!
282 PT=P+PST
283 PSET(PST,X)
284 PSET(PT,X)
290 PSET(P,X)
300 NEXT X
310 SCREEN 3
320 D#="X=" : H#="P="
330 S#="#. #"
340 M#=STRING$(35,"-")
350 A#="##.#####"
360 PRINT
370 FOR X=0 TO 1.1 STEP .1
380 KI=(1+(PI/(2*D))^4)*COS(PI*X/2)
390 P=CA*KI*MV*H*A/10^5
400 PRINT D#;

```

```
410 PRINT USING S$;X;
420 PRINT "-----";
430 PRINT H$;
440 PRINT USING A$;P
450 NEXT X
460 LOCATE 2,42:PRINT "X"
470 LOCATE 3,41:PRINT "1"
480 LOCATE 11,38:PRINT "0.5"
490 LOCATE 18,74:PRINT "p [bar]"
500 LOCATE 19,41:PRINT "0"
510 LOCATE 20,60:PRINT "0.5"
520 LOCATE 20,80:PRINT "1"
530 LOCATE 4,57:PRINT "reservoir a parois "
540 LOCATE 5,57:PRINT "encastrées a la base "
550 LOCATE 6,61:PRINT "(sur sol rigide)"
560 LOCATE 7,64:PRINT "( X=Z/H )
561 LOCATE 14,70:PRINT "Pt"
562 LOCATE 16,61:PRINT "Pst"
563 LOCATE 16,48:PRINT "P"
570 LOCATE 21,47:PRINT "distribution des pression "
580 LOCATE 22,48:PRINT "le long de la paroi"
```

rayon du reservoir [m]:? 15  
 epaisseur des parois [m]:? .2  
 hauteur d'eau dans le reservoir:? 7  
 viscosite cinematique [m2/s]:? .17  
 masse volumique de l'eau [kg/m3]:? 1000  
 acceleration du mouvement [m/s2]:? 3

x=0.0	-----	p= 0.15871
x=0.1	-----	p= 0.15675
x=0.2	-----	p= 0.15094
x=0.3	-----	p= 0.14141
x=0.4	-----	p= 0.12840
x=0.5	-----	p= 0.11222
x=0.6	-----	p= 0.09329
x=0.7	-----	p= 0.07205
x=0.8	-----	p= 0.04904
x=0.9	-----	p= 0.02483
x=1.0	-----	p= 0.00000



distribution de la pression  
 le long de la paroi

1-25-



par comparaison avec la pression hydrostatique

$$P_{st}(\xi) = (1-\xi) \int_L H g \dots \dots \dots (30)$$

$A(t)$  dans l'eq (29) est l'équivalente de l'accélération gravitaire  $g$  dans l'eq (30), et le produit  $G X(\xi)$  est l'équivalent de la fonction linéaire  $(1-\xi)$

## II-4 EVALUATION DE $A(t)$

La fonction de la pseudo-accelération  $A(t)$  dans l'eq (25) et (29) est pour un système à un degré de liberté sujet à des excitations verticales à sa base.

Pour un support rigide du réservoir l'accélération  $\ddot{x}_0(t)$  à la base du réservoir est la même que l'accélération du sol dans un champ libre  $\ddot{x}_g(t)$ .

$\ddot{x}_g(t)$  et  $A(t)$  peuvent être définies directement par les caractéristiques du mouvement du champ libre du sol. Pour un réservoir supporté par un sol



élastique généralement  $\ddot{x}_0(t)$  et  $\ddot{x}_g(t)$  sont différentes et il est de première nécessité d'évaluer  $\ddot{x}_0(t)$ . Les interactions entre  $\ddot{x}_g(t)$  et  $\ddot{x}_0(t)$  sont examinées après considération des applications des méthodes du support rigide.

### III SUPPORT RIGIDE D'UN RESERVOIR

Ce cas est considéré lorsqu'on suppose que les parois du réservoir sont soit encastées soit articulées à sa base.

#### III-1 RESERVOIR A PAROIS ENCASTRÉES

L'évaluation de la variation du déplacement dans ce cas est de la forme :

$$\Psi(\xi) = \cos \frac{\pi}{2} \xi - \sqrt{2} e^{-\xi/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{4}\right) \dots \dots \dots (31)$$

cette configuration est la même que lorsqu'un déplacement radial est provoqué dans un réservoir de longueur

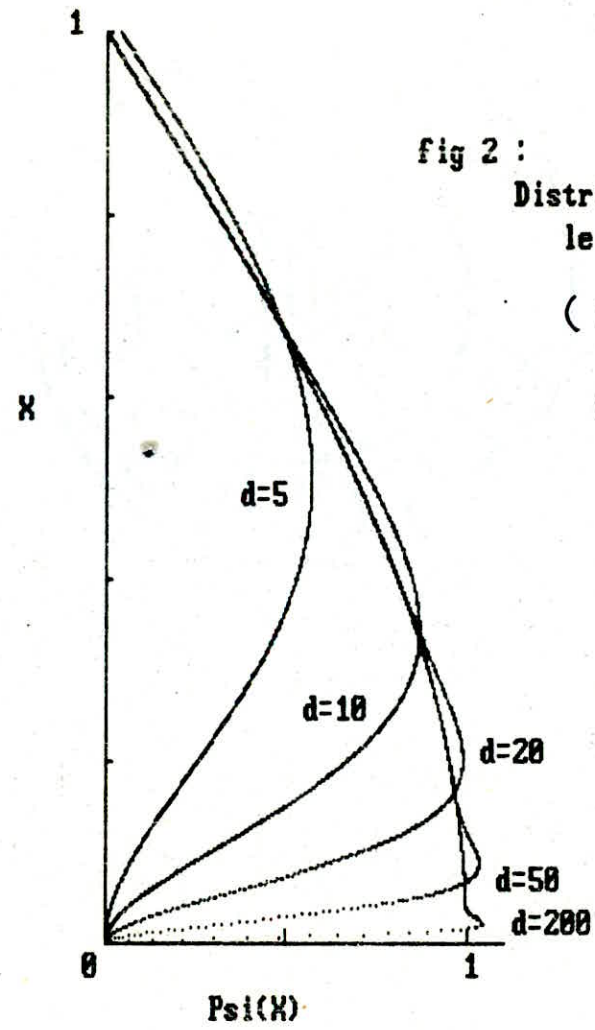


```

10 REM *****
20 REM      tracé des fonctions PSI en fonction de X
30 REM *****
40 KEY OFF
50 CLS
60 DIM D(5)
70 SCREEN 3
80 VIEW(100,10)-(300,350)
90 WINDOW(0,1)-(1.1,0)
100 LINE(0,0)-(0,1)
110 LINE(0,0)-(1.1,0)
120 FOR J=0 TO 1 STEP .2
130 LINE(.015,J)-(-.015,J)
140 NEXT J
150 FOR H=0 TO 1 STEP .5
160 LINE(H,.015)-(H,-.015)
170 NEXT H
180 PI=3.141592654#
190 FOR I=1 TO 5
200 READ D(I)
210 NEXT
220 FOR I=1 TO 5
230 FOR X=0 TO 1 STEP .001
240 PSI=COS(PI*X/2)-SQR(2)*EXP(-D(I)*X/SQR(2))*COS(D(I)*X/SQR(2))-PI/4)
250 PSET (PSI,X)
260 NEXT X
270 NEXT I
280 DATA 5,10,20,50,200

```

fig 2 :  
Distribution du déplacement  
le long de la paroi  
(  $X = 3/H$  )  
(  $d = \delta$  )



Cette distribution de la pression est la même que celle de la pression hydrodynamique sur les parois d'un réservoir soumis à une excitation verticale, cette paroi est assimilée à une membrane sans aucune résistance à la flexion. On doit noter que les expressions  $H/2$ ,  $h/2$  et  $\nu$  n'apparaissent pas indépendamment dans l'expression de  $\psi(\xi)$  et  $\chi(\xi)$  mais entrent seulement dans le facteur adimensionnel  $\delta$ .

Les fonctions  $\psi(\xi)$  correspondant aux différentes valeurs de  $\delta$  sont représentées dans la fig (2).

On remarque que la fonction déplacement définie par l'éq (31) satisfait les conditions de déplacement et pente nuls à la base, mais les conditions de non existence de moment et de cisaillement



ne sont pas satisfaites au sommet : Cette condition sera satisfaite si on ajoute à l'eq (11) des termes représentatifs du travail provoqué par les forces limites au sommet. Cependant, pour des proportions considérables du réservoir, ces termes sont négligés et l'eq (11) ne subit aucun changement, le travail provoqué par le moment limite insatisfait est négligeable car le moment lui-même est négligeable et le travail provoqué par le cisaillement limite insatisfait est négligeable car l'effort de cisaillement lui-même et le déplacement associé (voir fig (2)) sont très petits. Les rapports de ces 2 moments extrêmes  $M(1)$  et  $M(0)$  et les efforts tranchants extrêmes  $V(1)/V(0)$  sont donnés par :

$$\frac{M(1)}{M(0)} = \frac{\sqrt{2} e^{-\delta/\sqrt{2}} \sin(\delta/\sqrt{2} - \pi/4)}{1 - (\pi/2\delta)^2} \dots \dots \dots (33a)$$

$$\text{et } \frac{V(1)}{V(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\pi}{2\delta} \right)^2 - e^{-\delta/\sqrt{2}} \cos \delta/\sqrt{2} \dots\dots\dots (33b)$$

Les quantites  $A_w$ ,  $A_L$ ,  $B$  et  $\Gamma$  correspondant à l'eq  $\Psi(\xi)$  sont approximativement définies dans les expressions qui suivent - (le facteur  $e^{-\delta/\sqrt{2}}$  est négligé) :

$$A_w = \frac{1}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{4\delta} \dots\dots\dots (34a)$$

$$A_L = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \frac{I_0(\lambda_n)}{I_1(\lambda_n)} \left[ e_n - \frac{\sqrt{2}}{[1 + (2n-1)^4 (\frac{\pi}{2\delta})^4] \delta} \right]$$

$$e_n = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{pour } n=1 \\ 0 & \text{pour } n \neq 1 \end{cases} \dots\dots\dots (35)$$

$$B = \left[ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\delta} \right] \left[ 1 + \left( \frac{\pi}{2\delta} \right)^4 \right] \dots\dots\dots (36)$$

$$\text{et } \Gamma = \frac{4}{\pi^2} - \frac{\sqrt{2}}{\delta} + \frac{1}{\delta^2} \dots\dots\dots (37)$$

On observe que  $A_w$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  dépendent seulement de  $\delta$  tandis que  $A_L$  dépend à travers le facteur  $\lambda_n$  de  $H/2$ . Les valeurs représentatives du rapport de fréquence  $\omega/\omega_0$  sont reportées sur le tableau (1)

pour deux (ou) groupes de réservoirs remplis d'eau :

1. réservoir en acier avec :  $h/a = 0,001$  ;  $\nu = 0,3$  ;  $f_L/f = 0,127$

2. réservoir en béton :  $h/a = 0,01$  ;  $\nu = 0,17$  ;  $f_L/f = 0,6$

Plusieurs valeurs de  $h/a$  sont considérées entre 0,3 et 5. Dans le souci de compléter les résultats obtenus par l'éq 22 et en utilisant l'expression complète de  $A_L$  donnée par l'éq (34b) ; les valeurs approximativement obtenus en considérant seulement le 1<sup>er</sup> terme de la série dans la dernière expression sont inclus.

On peut constater que la précision de la solution proposée même dans sa version simplifiée est en effet excellente et clairement supérieure lorsqu'on considère que la paroi est une membrane.

La colonne (6) du tableau (1) donne des valeurs

du coefficient  $C_A X(t)$  dans l'expression de la pression radiale statique équivalente provoquée à la base de la paroi du réservoir. Ces valeurs varient dans un domaine étroit et on peut approximativement remplacer le coefficient avec une bonne précision par la valeur constante 0.8, par conséquent si les variations de la pression sont données par la fonction d'onde "demi-cosinus", la valeur instantanée de la pression pour un  $\xi$  quelconque est donnée par :

$$P(\xi, t) = 0,8 \cdot \rho_L \cdot H \cdot A(t) \cdot \cos \frac{\pi}{L} \xi \dots \dots \dots (38)$$

et la valeur maximale de la pression à cette hauteur est donnée en remplaçant  $A(t)$  par son maximum.



```

10 REM *****
20 REM      programme pour calculer W/Wo et W d'un reservoir en beton
30 REM *****
40 SCREEN 3:CLS
50 DIM IO(50),I1(50),AL(50)
60 INPUT "coefficient de poisson du beton ";NU
70 INPUT "hauteur du reservoir[m]";H
80 INPUT "rayon du reservoir [m]";A
90 INPUT "epaisseur des parois [m]";EP
100 INPUT "masse volumique de l'eau [Kg/m3]";ROL:ROL=1000
110 INPUT "masse volumique du beton" [KG/M3];RO :RO=2500
120 INPUT "module d'elasticite du beton [Kg/m2]";E
130 PI=3.141592654#
140 DEL=((1-NU^2)*12)^.25*H/(A*EP)^.5
150 AW=.5-5*2^.5/(4*DEL)
160 B=((PI/2/DEL)^4+1)*(.5-2^.5/DEL)
170 AL(0)=0
180 FOR N=1 TO 50
190 LAN=(2*N-1)*A/H*PI/2
200 IF N=1 GOTO 350
210 EN=0
220 GOSUB 440
230 AL(N)=AL(N-1)+4*IO/PI/(2*N-1)/I1*(.5-2^.5/((1+(2*N-1)^4*(PI/2/DEL)^4)*DEL))
240 D=ABS(AL(N)-AL(N-1))
250 IF D<.1 GOTO 270
260 NEXT N
270 AL=AL(N)
280 AT=AW+AL*ROL*H/RO/EP
290 RW=SQR(B/AT)
300 WO=SQR(E/RO)/A
310 W=RW*IO
320 PRINT "W/Wo=";RW
330 PRINT "W=";W
340 END
350 EN=.5
360 GOTO 220
370 END
380 KF=1
390 GOTO 510
400 END
410 KF=1
420 GOTO 610
430 END

```



```

440 REM -----sous-programme pour le calcul de la fonction de besseI -----
450 REM #####
460 IO(0)=1
470 FOR K=1 TO 50
480 M=K
490 IF M=1 GOTO 380
500 GOSUB 700
510 IO(K)=IO(K-1)+(-(LAM^2/4))^K/KF^2
520 D1=ABS(IO(K)-IO(K-1))
530 IF D1<.3 GOTO 550
540 NEXT K
550 IO=IO(K)
560 I1(0)=LAM/2
570 FOR K1=1 TO 50
580 M=K1
590 IF M=1 GOTO 410
600 GOSUB 700
610 KF1=KF
620 M=K1+1
630 GOSUB 700
640 I1(K1)=I1(K1-1)+(-(LAM^2/4))^K1/(KF1*KF)*LAM/2
650 D2 =ABS(I1(K1)-I1(K1-1))
660 IF D2 <.01 GOTO 680
670 NEXT K1
680 I1=I1(K1)
690 RETURN
700 REM ----- sous programme pour le calcul du factoriel -----
710 REM #####
720 KF=1
730 FOR L=1 TO M
740 KF=KF*L
750 NEXT L
760 RETURN

```

TABLEAU 1 : Frequences fondamentales et coefficient de  
 pression pour un reservoir à base encastrée  
 sur sol rigide

H/a	VALEURS DE $w / w_0$				CA.X(0)
	solution exacte	solution présentée		solution de la membrane	
		precise	approxim		
reserv en acier h/a=0.001: nu=0.3 rol/ro=0.127					
0.3	0.2034	0.2038	0.2062	0.189	0.781
0.5	0.1476	0.1477	0.1484	0.141	0.793
0.75	0.1112	0.1112	0.1115	0.108	0.798
1.0	0.0889	0.0889	0.0890	0.0867	0.801
1.5	0.0633	0.0627	0.0627	0.0617	0.804
2.0	0.0482	0.0481	0.0481	0.0475	0.806
3.0	0.0327	0.0326	0.0326	0.0323	0.808
5.0	0.0198	0.0197	0.0197	0.0196	0.809

TABLEAU 1

Frequences fondamentales et coefficient de  
pression pour un reservoir à base encastrée  
sur sol rigide

H/a	VALEURS DE $\bar{W} / W_0$				CA.X(0)
	solution exacte	solution présentée		solution de la membrane	
		precise	approxim		
reserv en béton : h/a=0.01      nu=0.17      rol/ro=0.4					
0.3	0.4167	0.4240	0.4516	0.324	0.746
0.5	0.2828	0.2842	0.2928	0.246	0.761
0.75	0.2006	0.2090	0.2119	0.190	0.775
1.0	0.1650	0.1651	0.1664	0.153	0.783
1.7	0.1151	0.1151	0.1154	0.109	0.792
2.0	0.0873	0.0877	0.0878	0.0841	0.797
3.0	0.0590	0.0590	0.0590	0.0575	0.801
5.0	0.0355	0.0354	0.0354	0.0349	0.805

# RESERVOIRS À PAROIS ARTICULÉES

III.9

La réponse du système liquide - réservoir est évaluée en considérant les parois du réservoir articulées à la base. La configuration du déplacement radial dans ce cas est pris sous la forme :

$$\Psi(\xi) = \cos \frac{\pi}{2} \xi \cdot e^{-\delta \xi / \sqrt{2}} \left[ \cos \frac{\delta \xi}{\sqrt{2}} + \left( \frac{\pi}{2\delta} \right)^2 \sin \frac{\delta \xi}{\sqrt{2}} \right] \dots \dots \dots (39)$$

Cette fonction correspond à la pression radiale variante comme une fonction d'onde "demi-cosinus" de la base au sommet.

Sans donner trop de détails sur l'analyse, le tableau (2) montre les valeurs du rapport de fréquence  $\omega/\omega_0$  et du coefficient  $C_A X(0)$  dans l'expression de la pression statique équivalente. La comparaison entre ces valeurs et les valeurs du tableau (1) montre que les valeurs de fréquence sont légèrement différentes

et que les intensités des pressions sont pratiquement les mêmes. De ce fait on remarque que les effets hydrodynamiques sont insensibles aux conditions de support des parois du réservoir à la base, et ceci à condition que  $A(t)$  soit évaluée pour la fréquence naturelle du système considéré. L'éq (38) peut être utilisée quel que soit le degré de contraintes à la base.



TABLEAU 2  
-----

Frequences fondamentales naturelles et coefficient  
de pression pour reservoir à parois articulées  
à sa base pose sur sol rigide

H/a	reservoir en acier		reservoir en béton	
	W / W <sub>0</sub>	CA.X(θ)	W / W <sub>0</sub>	CA.X(θ)
0.3	0.1963	0.794	0.3671	0.745
0.5	0.1443	0.801	0.2640	0.776
0.75	0.1095	0.804	0.1990	0.789
1.0	0.0878	0.806	0.1591	0.795
1.5	0.0622	0.807	0.1122	0.800
2.0	0.0478	0.808	0.0860	0.803
3.0	0.0324	0.809	0.0582	0.806
5.0	0.0196	0.810	0.0352	0.808

# PROCEDE DE SIMPLIFICATION

III-3

Les colonnes (2) et (3) du tableau (3) affichent les valeurs de  $C_p$  figurant dans l'expression pour la force totale statique équivalente exercée sur les parois du réservoir par unité de longueur circumférentielle notée  $P_w$ ; cette force est donnée par :

$$P_w = C_p \int_L H^2 A(t) \dots \dots \dots (40)$$

$$\text{avec : } C_p = C_A \int_0^1 \chi(\xi) d\xi \dots \dots \dots (41)$$

On constate pour les 2 cas (encastré ou articulé)

$C_p$  est proche de  $1/2$ , cette valeur est obtenue pour une pression qui augmente linéairement de haut en bas. La pression statique équivalente peut être simplifiée d'avantage en utilisant l'approximation linéaire (fig 22):

$$\bar{P}(\xi, t) = (1 - \xi) \int_L H A(t) \dots \dots \dots (42)$$

Cette approximation convient particulièrement pour les applications puisqu'elle permet de déterminer les effets hydrodynamiques maximaux simplement en multipliant l'expression de la pression statique par  $A/g$ , avec  $A$ : la valeur maximale de la pseudo-accelération correspondant à la fréquence naturelle du système réservoir-liquide ;  $g$  = accélération gravitaire.

Dans la solution présentée on a supposé que le système n'est pas amorti, l'effet d'amortissement doit être incorporé en interprétant  $A$  comme une pseudo-accelération d'un oscillateur simple avec un facteur d'amortissement égal à celui de la solution fondamentale du système réservoir-liquide pour un mode de vibration symétrique par rapport à un axe.

TABLEAU 3

Coefficient  $C_p$  de la force statique equivalente radiale et le rapport  $M_1 / M_L$

H/a	VALEURS de $C_p$		VALEURS DE $M_1/M_L$	
	ENCASTRE	ARTICULE	ENCASTRE	ARTICULE
0.3	0.497	0.505	0.224	0.255
0.5	0.505	0.510	0.392	0.403
0.75	0.503	0.512	0.527	0.536
1.0	0.510	0.513	0.612	0.620
1.5	0.512	0.514	0.702	0.708
2.0	0.513	0.514	0.743	0.748
3.0	0.514	0.515	0.777	0.780
5.0	0.515	0.515	0.797	0.799

\*\*\*\*\* RESERVOIR EN ACIER \*\*\*\*\*

TABLEAU 3

Coefficient  $C_p$  de la force statique equivalente radiale et le rapport  $M_1 / M_L$

H/a	VALEURS de $C_p$		VALEURS DE $M_1/M_L$	
	ENCASTRE	ARTICULE	ENCASTRE	ARTICULE
0.3	0.475	0.474	0.175	0.198
0.5	0.484	0.494	0.324	0.355
0.75	0.493	0.502	0.470	0.498
1.0	0.499	0.506	0.566	0.590
1.5	0.504	0.510	0.671	0.689
2.0	0.507	0.511	0.720	0.734
3.0	0.510	0.513	0.762	0.772
5.0	0.512	0.514	0.788	0.794

\*\*\*\*\* RESERVOIR EN BETON \*\*\*\*\*

- 46 -



```

10 REM *****
20 REM *****
25 REM          TRACE ET CALCUL APPROXIMATIF DE LA PRESSION
30 REM          HYDRODYNAMIQUE POUR UN RESERVOIR
40 REM          -POSE SUR SOL RIGIDE -
50 REM *****
55 REM *****
60 SCREEN 3
70 CLS :KEY OFF
80 INPUT "hauteur d'eau dans le reservoir:";H
90 INPUT "masse volumique de l'eau [kg/m3]:";MV
100 INPUT "acceleration du mouvement [m/s2]:";A
110 VIEW(330,40)-(630,300)
120 WINDOW (-.01,1.02)-(1,-.01)
130 LINE (-.01,0)-(1,0)
140 LINE (0,-.01)-(0,1.02)
150 FOR Z=0 TO 1.1 STEP .1
160 LINE (Z,.01)-(Z,-.01)
170 NEXT Z
180 FOR Y=0 TO 1.01 STEP .1
190 LINE (-.005,Y)-(.005,Y)
200 NEXT Y
210 FOR X=0 TO 1 STEP .005
220 P=(1-X)*A*H*MV/10^5
230 PSET (P,X)
240 NEXT X
250 SCREEN 3
260 D$="x=";H$="P="
270 S$="#. #"
280 M$=STRING$(35,"-")
290 A$="###.#####"
300 PRINT:PRINT:PRINT
310 FOR X=0 TO 1.1 STEP .1
320 P=(1-X)*A*H*MV/10^5
330 PRINT D$;
340 PRINT USING S$;X;
350 PRINT "-----";
360 PRINT H$;
370 PRINT USING A$;P
380 NEXT X
390 LOCATE 2,42:PRINT "X"
400 LOCATE 3,41:PRINT "1"
410 LOCATE 11,38:PRINT "0.5"
420 LOCATE 18,74:PRINT "p [bar]"
430 LOCATE 19,41:PRINT "0"
440 LOCATE 20,60:PRINT "0.5"
450 LOCATE 20,80:PRINT "1"
460 LOCATE 10,57:PRINT "Approximation lineaire"
470 LOCATE 21,43:PRINT "distribution de la pression le long
480 LOCATE 22,48:PRINT "de la paroi -SOL RIGIDE-"

```

hauteur d'eau dans le reservoir: ? 7  
 masse volumique de l'eau [kg/m<sup>3</sup>]: ? 1000 X  
 acceleration du mouvement [m/s<sup>2</sup>]: ? 3

x=0.0	P= 0.21000
x=0.1	P= 0.18900
x=0.2	P= 0.16800
x=0.3	P= 0.14700
x=0.4	P= 0.12600
x=0.5	P= 0.10500
x=0.6	P= 0.08400
x=0.7	P= 0.06300
x=0.8	P= 0.04200
x=0.9	P= 0.02100
x=1.0	P= -0.00000

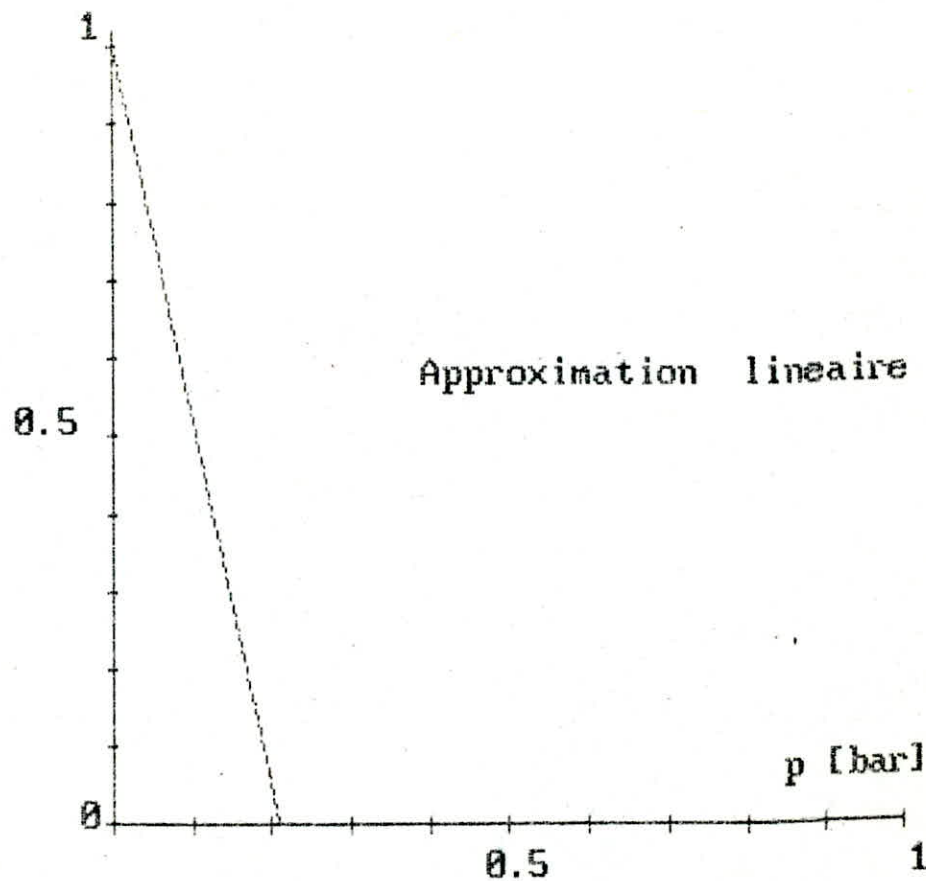


fig.2a- distribution de la pression le long de la paroi -SOL RIGIDE-

## IV RESERVOIR SUR SUPPORT ELASTIQUE

Avant de procéder à l'analyse du support élastique, il est désirable d'évaluer la force totale hydrodynamique induite à la base du réservoir.

### IV.1 Force hydrodynamique à la base du réservoir :

Cette force est notée  $F_0(t)$  :

$$F_0(t) = m_0 \ddot{x}_0(t) + m_1 A(t) \dots \dots \dots (43)$$

- cette dernière pouvait être écrite sous la forme :

$$F_0(t) = 2\pi \int_0^a p(r, 0, t) r dr \dots \dots \dots (44)$$

Avec :  $m_0$  la partie de la masse liquide qui bouge avec synchronisme avec la base du réservoir comme une masse rigidement attachée, tandis que  $m_1$  représente la partie qui bouge comme une masse supportée élastiquement avec une pseudo-accelération  $A(t)$

```

10 REM *****
20 REM TRACE DES ABAQUES DONNANT M1/ML EN f(H/a)
30 REM POUR UN RESERVOIR QUELCONQUE
40 REM *****
50 DIM X(48),Y(48)
60 SCREEN 3
70 CLS :KEY OFF
80 INPUT "Est-ce-que le reservoir est en beton ,si oui appuyez sur 1 ,
s'il est en acier appuyez sur 2";V
90 INPUT "RAPPORT HAUTEUR/RAYON H/a=";X
100 IF X>5 THEN GOTO 510
110 IF V=1 THEN RESTORE 410
120 IF V=2 THEN RESTORE 420
130 FOR I=1 TO 48
140 READ Y(I)
150 NEXT I
160 RESTORE 400
170 FOR I=1 TO 48 STEP 1
180 READ X(I)
190 NEXT I
200 FOR I=1 TO 48
210 NEXT I
220 CLS
230 VIEW(50,25)-(450,350)
240 WINDOW(-.05,1)-(.501,-.01)
250 LINE(-.05,0)-(.501,0)
260 LINE(0,-.01)-(0,1)
270 FOR Z=0 TO 1.01 STEP .1
280 LINE(-.03,Z)-(.03,Z)
290 NEXT Z
300 FOR Y=0 TO 5.01 STEP .1
310 LINE(Y,-.005)-(Y,.005)
320 NEXT Y
330 FOR I=1 TO 48
340 PSET(X(I),Y(I)):CIRCLE(X(I),Y(I)),.01
350 NEXT I
360 FOR I=1 TO 47
370 IF X<X(I) THEN GOTO 90
380 IF X<=X(I+1) GOTO 430
390 NEXT I
400 DATA .3,.4,.5,.6,.7,.8,.9,1,1.1,1.2,1.3,1.4,1.5,1.6,1.7,1.8,1.9,2,2.1,2.2,2.
3,2.4,2.5,2.6,2.7,2.8,2.9,3,3.1,3.2,3.3,3.4,3.5,3.6,3.7,3.8,3.9,4,4.1,4.2,4.3,4.
4,4.5,4.6,4.7,4.8,4.9,5
410 DATA .18,.25,.34,.4,.45,.5,.55,.58,.6,.62,.645,.66,.675,.685,.695,.70,.71,.7
15,.72,.725,.73,.735,.74,.743,.747,.75,.753,.758,.76,.763,.768,.77,.772,.774,.77
8,.78,.782,.784,.787,.789,.79,.792,.793,.795,.797,.799,.8,.801
420 DATA .27,.33,.4,.45,.5,.55,.58,.61,.64,.66,.675,.69,.7,.71,.72,.725,.73,.735
,.74,.745,.75,.75,.755,.76,.763,.767,.77,.772,.775,.778,.78,.782,.784,.787,.789,
.791,.792,.794,.796,.798,.799,.8,.801,.802,.803,.803,.803

```

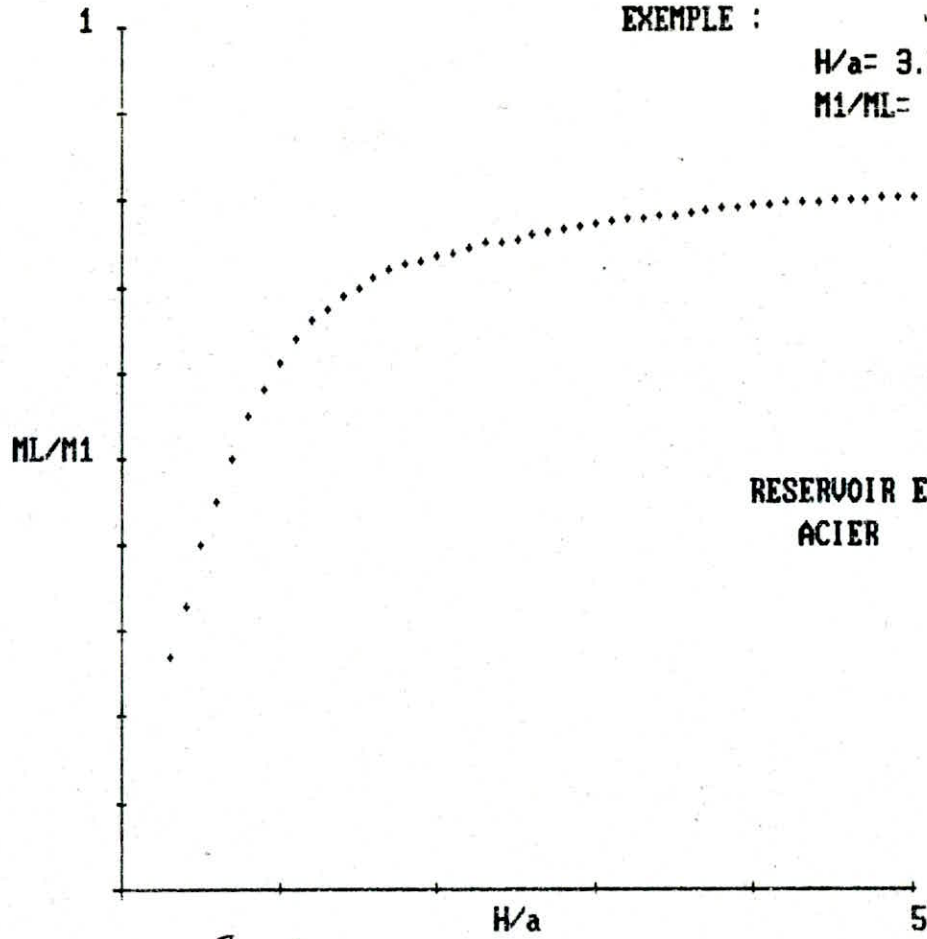
```
430 A=(Y(I)-Y(I+1))/(X(I)-X(I+1))
440 B=Y(I)-A*X(I)
450 Y=A*X+B
460 PRINT
470 PRINT
480 LOCATE 3,51:PRINT "H/a=";X;
490 LOCATE 4,51:PRINT "M1/ML=";Y
500 LOCATE 23,1:END
510 PRINT "LA VALEUR DE (H/a) N'EXISTE PAS SUR L'ABAQUE "
520 PRINT "DONNEZ S.V.P UNE AUTRE VALEUR COMPRISE ENTRE 0.3 ET 5"
530 GOTO 90
```



EXEMPLE :

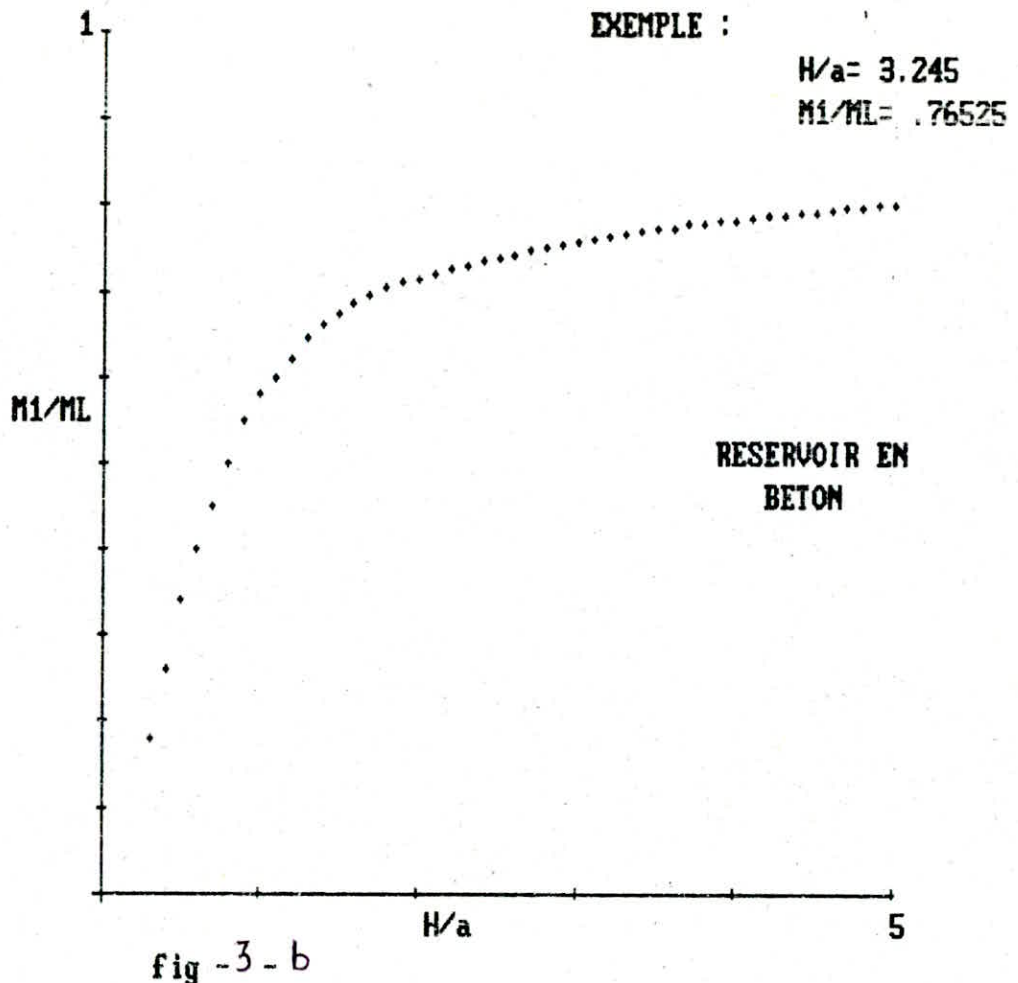
$$H/a = 3.245$$

$$M1/ML = .7789$$



RESERVOIR EN  
ACIER

fig - 3 - a



La dernière quantité est la même que celle qui apparaît en équations 38, 40 et 41.

$m_2 = m_0 + m_1$  représente la masse totale du liquide.

Les valeurs de  $m_1/m_2$  pour les réservoirs à parois encastrées sont montrées sur la fig. 3. et sont reportées sur le tableau 3. avec celle correspondant aux parois articulées.

## IV.2 Modèle simple pour le système

Il est clair qu'à partir de l'éq (44), on peut avoir comme modèle à notre système réservoir-liquide un simple système à 2 masses (fig. 42.), avec  $m_0$  attachée rigidement à la base oscillante avec l'accélération  $\ddot{x}_0(t)$ , et  $m_1$  supportée élastiquement à l'aide d'un ressort de raideur  $K_1$ :

$$K_1 = m_1 \omega^2 \dots \dots \dots \textcircled{45}$$

Pour le réservoir rigidement supporté,  $\ddot{x}_0(t)$  est la même que  $\ddot{x}_g(t)$ , mais pour un réservoir élastiquement supporté ces deux accélérations sont différentes et leurs variations dépendent des caractéristiques de l'excitation et du système lui-même.

L'action du système dans le dernier cas pourrait être modélisée par un système à deux (ou) degrés de liberté fig-4b. ; système dans lequel

$m'_0$  : somme de, la masse du réservoir ( $m = \rho g a h H$ ) la masse du liquide attachée rigidement ( $m_0$ ), et la masse de la fondation ( $m_f$ ).

L'addition de la masse du réservoir à la masse de la fondation est justifiée par l'hypothèse que le réservoir bouge comme un corps rigide, ce qui lui

même est justifié par le fait que la fréquence fondamentale naturelle de vibration du réservoir en direction axiale est beaucoup plus importante que celle du système liquide - réservoir en direction radiale. Les caractéristiques du modèle dépendent des propriétés du sol aussi bien que des caractéristiques de l'excitation.

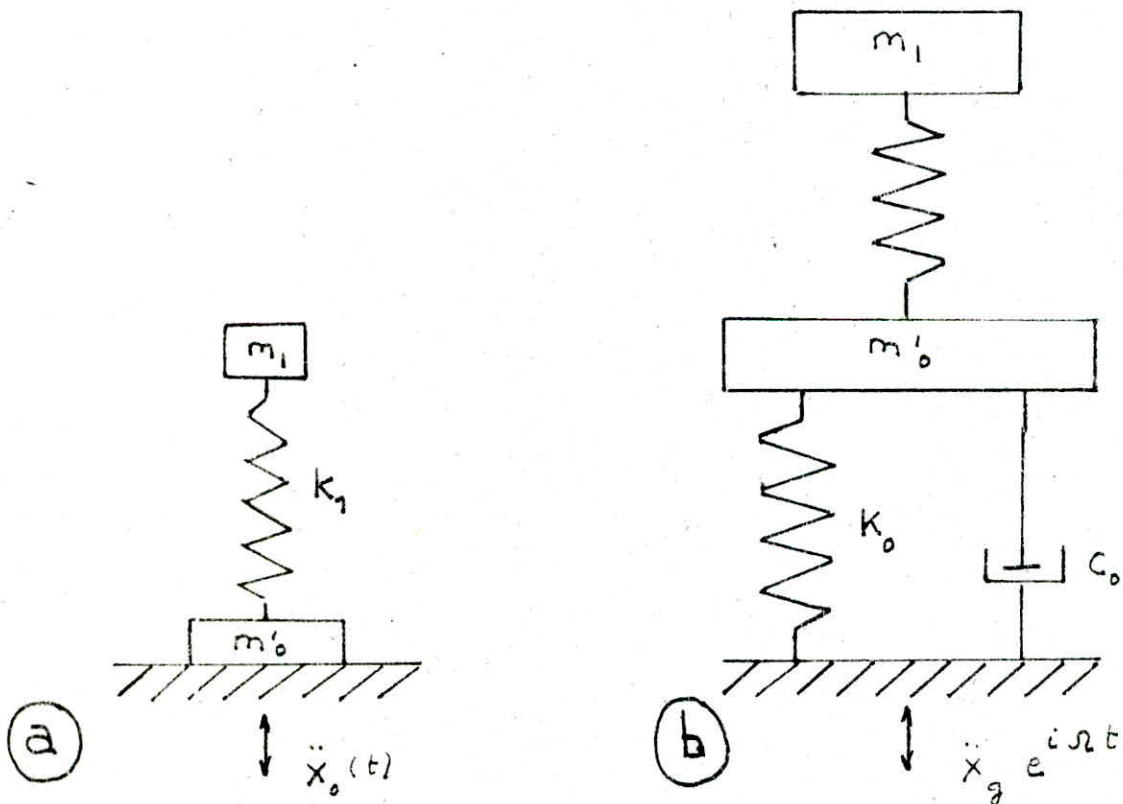


fig. 4-

modèle pour  
réservoir sur support  
rigide

modèle pour réservoir  
sur sol élastique



## IV-3 Detail du modele pour le mouvement

### sinusoidal

Pour le systeme en mouvement sinusoidal, la fonction impedance de la fondation peut etre exprimee comme suit :

$$Q = K_{st} (\alpha + i a_0 \beta) \dots \dots \dots (46)$$

$K_{st}$  : rigidite statique de la fondation

$$K_{st} = \frac{4}{1 - \nu_s} \cdot G \cdot R \dots \dots \dots (47)$$

$R$  : rayon de la fondation ;  $i = \sqrt{-1}$

$\nu_s$  : coefficient de poisson du sol

$a_0$  : parametre de frequence

$$a_0 = \frac{\Omega \cdot R}{V_s} \dots \dots \dots (48)$$

$\Omega$  : frequence circulaire de l'excitation

$V_s = \sqrt{G_s / \rho_s}$  : vitesse de propagation de

l'onde a travers le sol.

$\alpha$  et  $\beta$  sont des fonctions de  $\omega_0$  et  $V_s$

La rigidite du sol  $K_0$  est donnee par :

$$K_0 = \alpha \cdot K_{st} \dots \dots \dots (49)$$

et le coefficient d'amortissement  $C_0$  est donne par :

$$C_0 = \beta \cdot \frac{K_{st} \cdot R}{V_s} \dots \dots \dots (50)$$

Les differentes valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  sont donnees par les tableaux 4 et 5. Ils sont des coefficients dependant de  $\omega_0$  et  $V$  ainsi que de  $\Delta R/R_0$ .  
pour notre cas  $\Delta R/R_0 = 1.0$  (ref II)

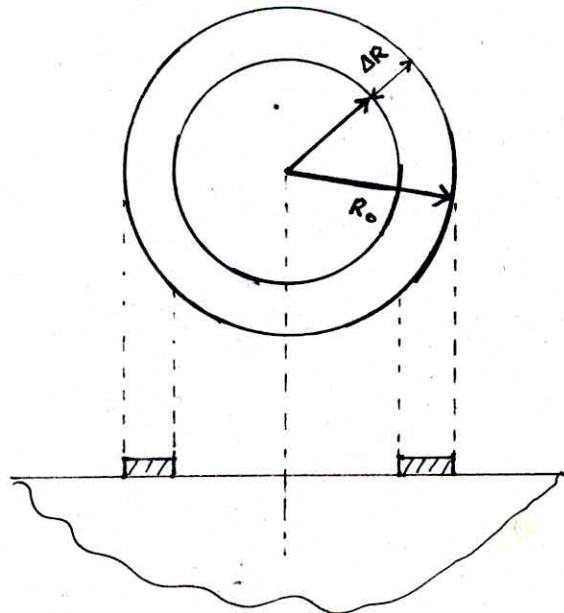


Table II. Stiffness and damping coefficients for ring foundations on a halfspace with  $\nu = 1/3$

$a_0$	$\Delta R/R_0 = 0.02$		$\Delta R/R_0 = 0.05$		$\Delta R/R_0 = 0.10$		$\Delta R/R_0 = 0.20$		$\Delta R/R_0 = 0.30$		$\Delta R/R_0 = 0.50$		$\Delta R/R_0 = 0.70$		$\Delta R/R_0 = 1.0^1$	
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
0	0.662	—	0.747	—	0.820	—	0.897	—	0.938	—	0.980	—	0.995	—	1.000	—
0.2	0.665	0.343	0.750	0.438	0.822	0.528	0.897	0.632	0.937	0.693	0.977	0.755	0.992	0.779	0.995	0.784
0.4	0.675	0.345	0.758	0.442	0.827	0.534	0.897	0.639	0.932	0.699	0.965	0.761	0.977	0.783	0.980	0.789
0.6	0.693	0.348	0.775	0.449	0.839	0.544	0.898	0.651	0.925	0.712	0.947	0.771	0.954	0.792	0.956	0.798
0.8	0.723	0.351	0.803	0.458	0.859	0.558	0.902	0.670	0.917	0.730	0.923	0.786	0.923	0.804	0.923	0.809
1.0	0.769	0.351	0.848	0.466	0.895	0.576	0.916	0.694	0.911	0.754	0.894	0.805	0.885	0.820	0.883	0.824
1.2	0.835	0.345	0.919	0.471	0.957	0.594	0.946	0.724	0.914	0.785	0.864	0.830	0.842	0.839	0.837	0.841
1.4	0.924	0.326	1.024	0.465	1.059	0.606	1.008	0.758	0.934	0.823	0.835	0.859	0.797	0.861	0.789	0.861
1.6	1.026	0.288	1.155	0.434	1.216	0.599	1.125	0.789	0.989	0.867	0.815	0.894	0.754	0.886	0.740	0.883
1.8	1.114	0.230	1.314	0.370	1.423	0.553	1.323	0.801	1.105	0.910	0.812	0.933	0.714	0.912	0.694	0.906
2.0	1.189	0.178	1.432	0.290	1.622	0.459	1.611	0.768	1.314	0.941	0.836	0.977	0.683	0.942	0.654	0.929
2.2	1.145	0.119	1.454	0.210	1.751	0.360	1.910	0.666	1.629	0.922	0.903	1.017	0.665	0.968	0.621	0.951
2.4	1.098	0.0919	1.368	0.149	1.673	0.245	2.073	0.522	1.981	0.828	1.030	1.049	0.661	0.994	0.597	0.971
2.6	1.041	0.0825	1.284	0.127	1.567	0.194	2.057	0.396	2.222	0.678	1.227	1.067	0.674	1.013	0.582	0.988
2.8	0.990	0.0845	1.203	0.124	1.446	0.176	1.881	0.301	2.263	0.540	1.440	1.080	0.704	1.031	0.575	1.002
3.0	0.951	0.0926	1.136	0.132	1.338	0.178	1.707	0.270	2.121	0.424	1.787	1.010	0.750	1.045	0.573	1.013
3.2	0.927	0.104	1.085	0.145	1.249	0.190	1.542	0.264	1.917	0.370	2.025	0.938	0.792	1.054	0.575	1.021
3.4	0.917	0.116	1.053	0.161	1.180	0.207	1.398	0.274	1.705	0.350	2.209	0.823	0.881	1.056	0.579	1.027
3.6	0.925	0.129	1.039	0.179	1.129	0.227	1.275	0.291	1.505	0.351	2.219	0.729	0.959	1.055	0.582	1.032
3.8	0.954	0.141	1.049	0.197	1.100	0.250	1.173	0.313	1.328	0.365	2.105	0.640	1.042	1.049	0.584	1.035
4.0	1.008	0.150	1.090	0.216	1.097	0.275	1.090	0.339	1.174	0.386	1.908	0.592	1.123	1.039	0.584	1.038
4.2	1.091	0.155	1.172	0.231	1.133	0.302	1.031	0.369	1.042	0.412	1.645	0.560	1.202	1.026	0.582	1.041
4.4	1.196	0.150	1.305	0.239	1.226	0.327	1.003	0.402	0.934	0.441	1.391	0.556	1.273	1.009	0.580	1.044
4.6	1.296	0.133	1.479	0.232	1.398	0.346	1.021	0.438	0.854	0.475	1.157	0.568	1.335	0.990	0.579	1.047
4.8	1.506	0.140	1.730	0.237	1.672	0.365	1.105	0.487	0.798	0.521	0.933	0.599	1.356	0.985	0.579	1.050
5.0	1.347	0.0839	1.776	0.180	1.920	0.318	1.291	0.507	0.797	0.553	0.793	0.618	1.380	0.960	0.584	1.054
5.2	1.289	0.0671	1.680	0.126	2.087	0.271	1.601	0.521	0.841	0.593	0.634	0.652	1.341	0.944	0.593	1.057
5.4	1.213	0.0597	1.575	0.104	2.038	0.199	1.984	0.502	1.011	0.616	0.591	0.677	1.370	0.920	0.608	1.060
5.6	1.138	0.0595	1.451	0.0952	1.893	0.163	2.306	0.445	1.241	0.639	0.552	0.704	1.300	0.918	0.628	1.063
5.8	1.076	0.0639	1.337	0.0961	1.711	0.147	2.424	0.377	1.557	0.645	0.537	0.730	1.269	0.900	0.652	1.064
6.0	1.029	0.0711	1.242	0.103	1.538	0.144	2.338	0.315	1.918	0.624	0.554	0.751	1.214	0.895	0.679	1.064

VERTICAL VIBRATION OF RING FOUNDATIONS



Table IV. Stiffness and damping coefficients for ring foundations on a halfspace with several additional values of  $\nu$

$a_0$	$\Delta R/R_0 = 0.1$				$\Delta R/R_0 = 0.5$				$\Delta R/R_0 = 1.0$							
	$\nu = 0$		$\nu = 0.5$		$\nu = 0$		$\nu = 0.45$		$\nu = 0.5$		$\nu = 0$		$\nu = 0.45$		$\nu = 0.5$	
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
0.0	0.820	—	0.820	—	0.980	—	0.980	—	0.980	—	1.000	—	1.000	—	1.000	—
0.5	0.835	0.592	0.823	0.576	0.953	0.840	0.950	0.784	0.940	0.812	0.963	0.869	0.961	0.812	0.951	0.840
1.0	0.923	0.640	0.848	0.622	0.883	0.895	0.860	0.818	0.820	0.836	0.864	0.911	0.848	0.834	0.807	0.851
1.5	1.273	0.648	0.997	0.699	0.824	0.993	0.728	0.881	0.627	0.882	0.739	0.927	0.674	0.871	0.580	0.868
2.0	1.774	0.387	1.554	0.682	0.944	1.131	0.501	0.978	0.382	0.954	0.648	1.055	0.464	0.917	0.287	0.886
2.2	1.664	0.243	1.902	0.637	1.110	1.162	0.576	1.039	0.273	1.011	0.639	1.075	0.368	0.946	0.144	0.911
2.4	1.529	0.189	2.021	0.464	1.372	1.173	0.590	1.081	0.185	1.036	0.643	1.096	0.284	0.954	0.014	0.904
2.5	1.457	0.180	1.955	0.357	1.535	1.162	0.611	1.111	0.144	1.061	0.650	1.104	0.234	0.964	-0.058	0.899
2.6	1.388	0.177	1.913	0.306	1.711	1.137	0.658	1.136	0.109	1.087	0.659	1.110	0.191	0.971	-0.134	0.900
2.8	1.268	0.186	1.777	0.245	2.051	1.045	0.809	1.185	0.069	1.143	0.685	1.119	0.096	0.988	-0.291	0.901
3.0	1.172	0.206	1.629	0.222	2.285	0.911	1.062	1.215	0.090	1.201	0.715	1.123	-0.002	1.004	-0.459	0.901
3.2	1.097	0.230	1.499	0.222	2.331	0.780	1.414	1.210	0.205	1.255	0.747	1.122	-0.104	1.020	-0.638	0.900
3.4	1.042	0.258	1.394	0.233	2.204	0.659	1.805	1.154	0.438	1.287	0.773	1.119	-0.238	1.035	-0.835	0.894
3.5	1.023	0.274	1.350	0.241	2.086	0.615	1.980	1.107	0.596	1.289	0.784	1.116	-0.270	1.041	-0.932	0.894
3.6	1.010	0.290	1.312	0.251	1.961	0.591	2.118	1.053	0.773	1.279	0.792	1.114	-0.328	1.049	-1.037	0.892
3.8	1.013	0.327	1.253	0.272	1.630	0.551	2.263	0.929	1.024	1.226	0.796	1.105	-0.461	1.062	-1.259	0.887
4.0	1.076	0.368	1.221	0.297	1.309	0.549	2.203	0.834	1.320	1.118	0.804	1.102	-0.582	1.082	-1.498	0.882
4.2	1.243	0.419	1.224	0.325	1.002	0.573	2.019	0.758	1.304	1.022	0.797	1.103	-0.720	1.100	-1.754	0.876
4.4	1.570	0.451	1.278	0.354	0.733	0.607	1.732	0.699	1.167	0.916	0.781	1.098	-0.869	1.115	-2.028	0.870
4.5	1.799	0.445	1.333	0.368	0.639	0.623	1.587	0.688	1.034	0.883	0.769	1.094	-0.938	1.131	-2.172	0.867
4.6	2.030	0.434	1.410	0.381	0.503	0.648	1.444	0.683	0.884	0.858	0.764	1.092	-1.010	1.143	-2.320	0.865
4.8	2.365	0.306	1.642	0.396	0.378	0.691	1.173	0.687	0.551	0.827	0.743	1.093	-1.153	1.168	-2.632	0.860
5.0	2.316	0.204	1.987	0.405	0.205	0.731	0.913	0.711	0.160	0.825	0.722	1.094	-1.328	1.214	-3.029	0.865
5.2	2.057	0.148	2.277	0.353	0.212	0.781	0.739	0.727	-0.153	0.823	0.705	1.097	-1.438	1.225	-3.344	0.856
5.4	1.778	0.130	2.403	0.287	0.204	0.822	0.589	0.756	-0.484	0.832	0.670	1.099	-1.587	1.261	-3.655	0.852
5.5	1.655	0.129	2.396	0.256	0.216	0.841	0.531	0.770	-0.558	0.841	0.682	1.103	-1.598	1.271	-3.904	0.850
5.6	1.543	0.132	2.281	0.211	0.239	0.859	0.485	0.785	-0.694	0.851	0.688	1.104	-1.645	1.287	-4.025	0.850
5.8	1.355	0.144	2.035	0.166	0.315	0.889	0.431	0.812	-0.944	0.875	0.690	1.108	-1.721	1.319	-4.450	0.850
6.0	1.203	0.162	1.814	0.153	0.426	0.914	0.411	0.838	-1.164	0.902	0.697	1.111	-1.774	1.351	-4.801	0.850

- 60 -

VERTICAL VIBRATION OF RING FOUNDATIONS

# REPONSE SINUSOIDALE DU SYSTEME

IV.4

La réponse du système dans le modèle (46) est d'abord évaluée pour une accélération sinusoïdale du champ libre du sol  $\ddot{x}_g(t) = \ddot{x}_g e^{i\Omega t}$

les équations du mouvement du modèle sont :

$$\begin{cases} m_1 \ddot{D}(t) + K_1 D(t) = -m_1 \ddot{x}_g(t) & \dots \dots \dots (51a) \\ m'_0 \ddot{x}_0(t) - K_1 D(t) + Q [x_0(t) - x_g(t)] = 0 & \dots \dots \dots (51b) \end{cases}$$

avec :  $D(t)$  la déformation du ressort du haut et  $Q$  comme définie dans l'équation (46)

On notera que  $\ddot{D}(t) = -\Omega^2 \cdot D(t)$

En utilisant l'éq (27) et (45) on obtient l'expression suivante pour  $A(t)$  à partir de l'éq (51a) :

$$A(t) = -\omega^2 D(t) = \frac{\ddot{x}_g(t)}{1 - \varepsilon^2} \dots \dots \dots (52)$$

avec :  $\varepsilon = \Omega/\omega$

On peut aboutir à ce résultat à l'aide de ce simple



calcul disposant des eqts (51a) et (27), (45)

$$m_1 \ddot{D}(t) + K_1 D(t) = -m_1 \ddot{x}_0(t) \quad ; \quad K_1 = m_1 \omega^2$$

$$A(t) = -\omega^2 D(t) \Rightarrow D(t) = -\frac{A(t)}{\omega^2}$$

$\ddot{D}(t) = -\Omega^2 D(t)$  . en remplaçant  $K_1$ ,  $D(t)$ ,  $\ddot{D}(t)$

par leurs valeurs correspondantes dans l'eq (51a) on

obtient :  $m_1 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 A(t) - m_1 A(t) = -m_1 \ddot{x}_0(t)$

d'où  $A(t) = \ddot{x}_0(t) / (1 - \varepsilon^2)$

L'interrelation entre  $\ddot{x}_0(t)$  et  $\ddot{x}_g(t)$  est déterminée

à partir de l'équation (51b) en exprimant  $x_0(t)$

et  $x_g(t)$  en termes de leurs accélérations correspon-

dants, en éliminant  $D(t)$  en utilisant l'eq (52)

en remplaçant  $K_1$  par le membre de l'eq (45) et

en remplaçant l'expression résultante par  $\ddot{x}_0(t)$

dans l'eq (52) on obtient :

$$A(t) = \frac{\ddot{x}_g(t)}{1 - \varepsilon^2 - \frac{m_1 \Omega^2}{Q} \left[ 1 + (1 - \varepsilon^2) \frac{m'_0}{m_1} \right]} \dots \dots \dots (53)$$

Le rapport de la pseudo-accélération  $A$  sur l'accélération du mouvement du sol à champ libre est tracé dans les courbes de réponse fig-5, comme une fonction de  $\eta/\omega$  pour les réservoirs à bases encastrées examinés au début.

La flexibilité du sol dans ces tracés est spécifiée par le rapport des vitesses de propagation d'ondes

$$V/V_s ; \quad V = \sqrt{E/\rho} \quad \text{et} \quad V_s = \sqrt{G_s/\rho_s} .$$

Plusieurs valeurs différentes de  $V/V_s$  - la valeur zéro comprise - sont prises en considération. Les valeurs correspondantes de  $V_s$  sont identifiées entre parenthèses. Pour les réservoirs en béton, les rapports  $V/V_s$  ont été calculés en prenant  $V = 11000 \text{ ft/sec}$  ( $1 \text{ ft} = 0,30480 \text{ m}$ ). La masse effective de la base dans ces solutions est prise comme étant égale à

la partie de la masse liquide attachée rigidement (ie  $m'_0 = m_0$ ) et le rayon de fondation est considéré égal au rayon du réservoir. La réduction du sommet résonnant devient plus importante avec l'augmentation de l'élasticité du support (sol) et ceci est valable pour les réservoirs larges.

La possibilité d'augmenter la flexibilité du milieu supportant et de réduire la fréquence naturelle du système nous permet de localiser le sommet résonnant à notre guise afin qu'il ne dépasse pas une certaine limite. Cependant il est indispensable de noter que les fréquences résonnantes des réservoirs diminuent avec l'augmentation de la flexibilité du sol (diminution de la valeur de  $V_s$ ), le contraire est aussi vrai. Ceci concerne les réservoirs larges.

La différence étant particulièrement importante pour les groupes des réservoirs en béton, l'explication de cette différence est que le système supporté élastiquement a 2 (deux) degrés de liberté et donc deux (2) sommets résonnants un sur chaque côté du sommet résonnant du système à base fixe.

Du fait de la large capacité du sol élastique à dissiper l'énergie de vibration un seul pic apparaît sur les courbes de réponses.

Pour les réservoirs hauts, le contrôle du pic correspond à la fréquence de résonance fondamentale, tandis que pour les réservoirs larges ce contrôle correspond à la seconde fréquence de résonance.



```

10 REM #####
20 REM # trace des pics de resonance pour les reservoirs en beton #
30 REM #####
40 SCREEN 3
50 CLS :KEY OFF
60 DIM A(100),ALPHA(100),BETA(100)
70 INPUT "la vitesse de l'onde de vibration à travers le sol [ft/s]";US
80 INPUT "rayon du reservoir [m]";A
90 INPUT "module d'elasticite du beton [Kg/m2]";E
100 INPUT "masse volumique du beton [Kg/m3]";RO
110 INPUT "le rapport hauteur/rayon";RA
120 NU=1/3
130 PI=3.1415
140 INPUT "module d'elasticite du sol [Kg/m2]";G
150 CLS
160 FOR I=1 TO 31
170 READ A(I)
180 NEXT I
190 FOR I=1 TO 31
200 READ ALPHA(I)
210 NEXT I
220 FOR I=1 TO 31
230 READ BETA(I)
240 NEXT I
250 US=SQR(G/2000)
260 US=US*.3048
270 IF RA.EQ..5 GOTO 310
280 IF RA.EQ.1 GOTO 330
290 RW=.059 :M1PML=.762
300 GOTO 340
310 RW=.2828:M1PML=.324
320 GOTO 340
330 RW=.165:M1PML=.566
340 H=RA*A
350 WO=1/A*SQR(E/RO)
360 W=RW*WO
370 ML=1000*PI*A^2*H
380 M1=M1PML*ML
390 MO=ML-M1
400 FOR R1=.1 TO 6 STEP .1
410 R=LOG(R1)/LOG(10)
420 W1=R1*W
430 KST=(4/(1-NU))*G*A
440 AO=W1*A/US
450 VIEW(100,10)-(400,310)
460 WINDOW(-1,2)-(-1,-2)
470 LINE(-1,-2)-(-1,-2)
480 LINE(-1,-2)-(-1,2)
490 FOR I=1 TO 30
500 IF AO<A(I) GOTO 670
510 IF AO<=A(I+1) GOTO 540
520 IF I=30 GOTO 670
530 NEXT

```



```

540 P=(ALPHA(I+1)-ALPHA(I))/(A(I+1)-A(I))
550 B=(ALPHA(I)+ALPHA(I+1)-P*(A(I)+A(I+1)))/2
560 ALPHA=P*A0+B
570 P1=(BETA(I+1)-BETA(I))/(A(I+1)-A(I))
580 B1=(BETA(I)+BETA(I+1)-P1*(A(I)+A(I+1)))/2
590 BETA=P1*A0+B1
600 Q=KST*SQR(ALPHA^2+A0^2*BETA^2)
610 RA=ABS(1/(1-R1^2-(M1*W1^2/Q)*(1+(1-R1^2)*M0/M1)))
620 RB=LOG(RA)/LOG(10)
630 PSET(R,RB)
640 NEXT R1
650 DATA 0,.2,.4,.6,.8,1,1.2,1.4,1.6,1.8,2,2.2,2.4,2.6,2.8,3,3.2,3.4,3.6,3.8,4,4
.2,4.4,4.6,4.8,5,5.2,5.4,5.6,5.8,6
660 DATA 1,.995,.980,.956,.923,.883,.837,.789,.740,.694,.654,.621,.597,.582,.575
,.573,.575,.577,.582,.584,.584,.582,.580,.579,.579,.584,.593,.608,.628,.652,.679
670 DATA 0,.784,.789,.798,.809,.824,.841,.861,.883,.906,.929,.951,.971,.988,1.00
2,1.013,1.021,1.027,1.032,1.035,1.038,1.041,1.044,1.047,1.05,1.054,1.057,1.06,1.
063,1.064,1.064
680 FOR W=.1 TO 1 STEP .1
690 X=(LOG(W)/LOG(10))
700 LINE(X,-1.95)-(X,-2):NEXT
710 FOR W=1 TO 10 STEP 1
720 X=LOG(W)/LOG(10)
730 LINE(X,-1.95)-(X,-2):NEXT
740 FOR W=.01 TO .1 STEP .01
750 Y=LOG(W)/LOG(10)
760 LINE(-.97,Y)-(-1,Y):NEXT
770 FOR W=.1 TO 1 STEP .1
780 Y=LOG(W)/LOG(10)
790 LINE(-.97,Y)-(-1,Y):NEXT
800 FOR W=1 TO 10 STEP 1
810 Y=LOG(W)/LOG(10)
820 LINE(-.97,Y)-(-1,Y):NEXT
830 FOR W=10 TO 100 STEP 10
840 Y=LOG(W)/LOG(10)
850 LINE(-.97,Y)-(-1,Y):NEXT
860 END
870 PRINT"a0="; A0:PRINT "la valeur de a0 doit etre comprise entre 0 et 6"

```

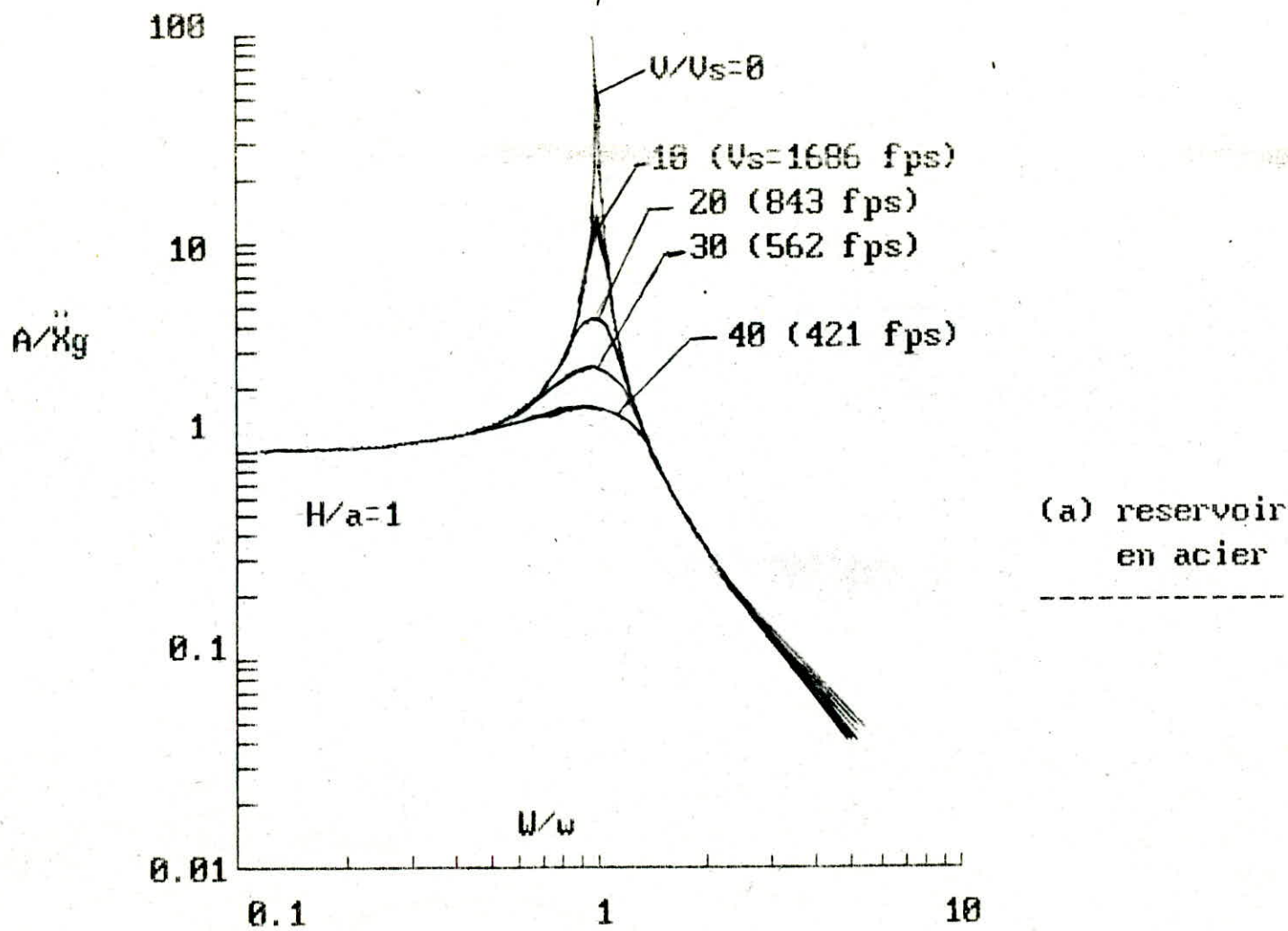


fig -5- courbes de reponses pour un reservoir à base encastree supporté élastiquement .

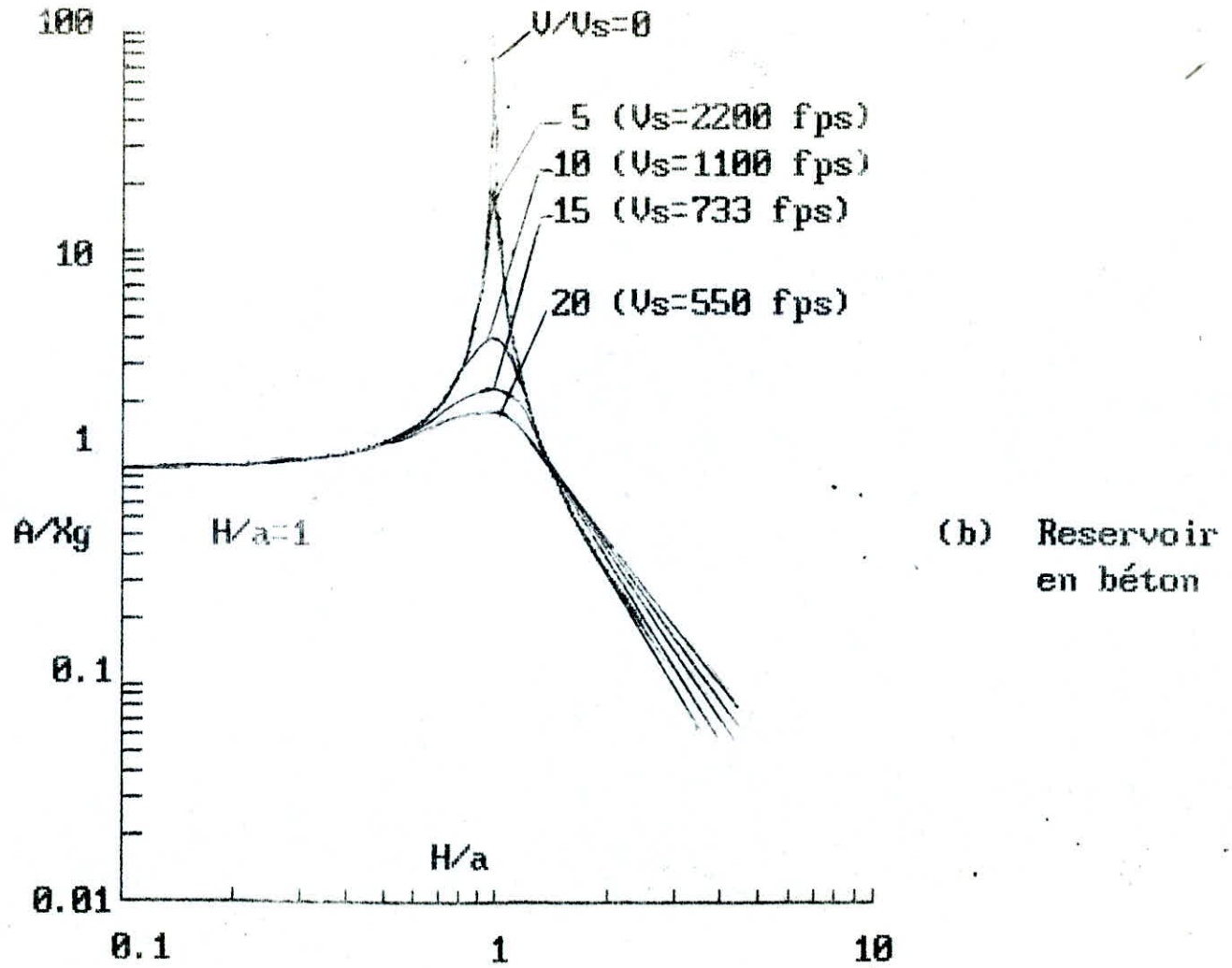


fig -5- courbes de reponses pour un reservoir à base encastree supporté élastiquement.

## IV-5 REPONSE TRANSITOIRE DU SYSTEME

Avec la réponse sinusoïdale du système réservoir-liquide-fondation établie, la réponse à une excitation arbitraire pourrait être évaluée par les techniques de transformation de "Fourier".

Une approximation raisonnable de la valeur maximale de la réponse pourrait aussi être obtenue par une simple procédure formulée dans les paragraphes suivants:

Plusieurs courbes de réponse des réservoirs en acier dans la fig-5 - sont comparées dans la fig-6 - à des systèmes à simple degré de liberté dont la fréquence naturelle et l'amortissement ont été ajustés afin que la valeur de la pseudo-accelération de résonance et la fréquence associée sont dans chaque cas identiques aux valeurs correspondantes

du système considéré .

Si  $A_{max}$  est la pseudo - accélération maximale , et  $f_r$  est la fréquence de résonance associée , le facteur d'amortissement du système équivalent à simple degré de liberté  $\tilde{\zeta}$  est déterminée à partir de :

$$\frac{A_{max}}{\ddot{x}_g} = \frac{1}{2 \tilde{\zeta} \sqrt{1 - \tilde{\zeta}^2}} \dots \dots \dots (54)$$

et la fréquence naturelle  $\tilde{f}$  est déterminée à partir :

$$f_r = \tilde{f} \sqrt{1 - 2 \tilde{\zeta}^2} \dots \dots \dots (55)$$

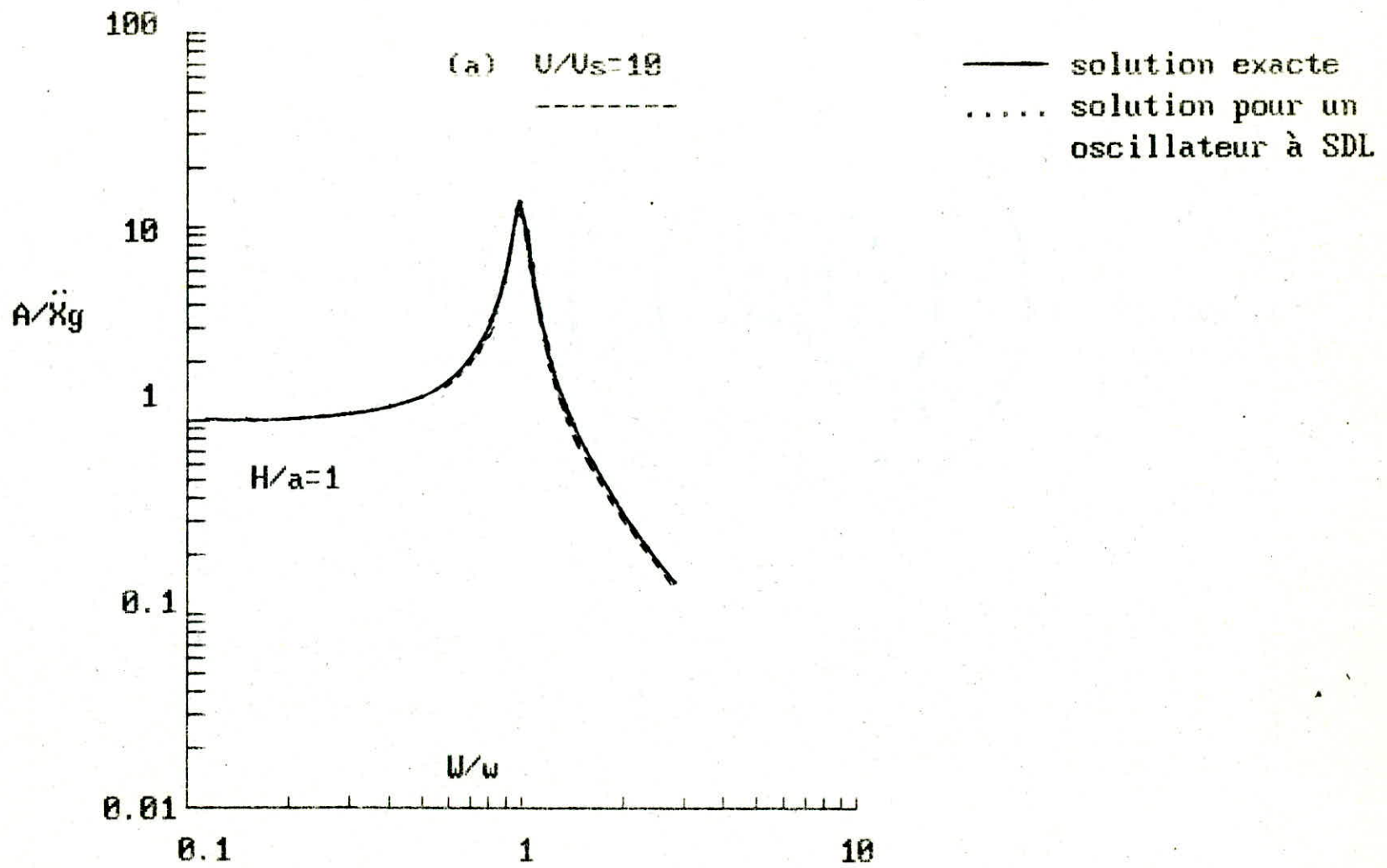
Les quantités  $\tilde{f}$  et  $\tilde{\zeta}$  se réfèrent aussi comme la fréquence naturelle effective , et le facteur d'amortissement effectif .

Les deux (02) courbes dans la fig.6. sont en général en excellent accord sur une large gamme de fréquence , de plus les différences entre les valeurs sont en général relativement petites . Des résultats



similaires ont été obtenus pour les réservoirs en béton. Dans le contexte des analyses de "Fourier" n'importe quelle excitation transitoire pourrait être vue comme une combinaison de fonctions sinusoidales d'amplitudes différentes et de fréquences différentes. D'autant plus les composantes de fréquences d'une telle excitation incluent celle de résonance qui probablement est la dominante dans la réponse.

Les réponses du système considéré et du système équivalent (à simple degré de liberté) doivent y compter être en accord satisfait pour les excitations transitoires arbitraires aussi. Le système supporté élastiquement dans cette approche pourrait être analysé comme un oscillateur à simple degré de liberté avec une fréquence  $\bar{f}$  et un facteur d'amortissement  $\bar{\xi}$ .



-73-

fig -6- courbes de comparaison entre la reponse exacte et approximative pour un reservoir en acier à base encastrée supporté élastiquement .

- 74 -

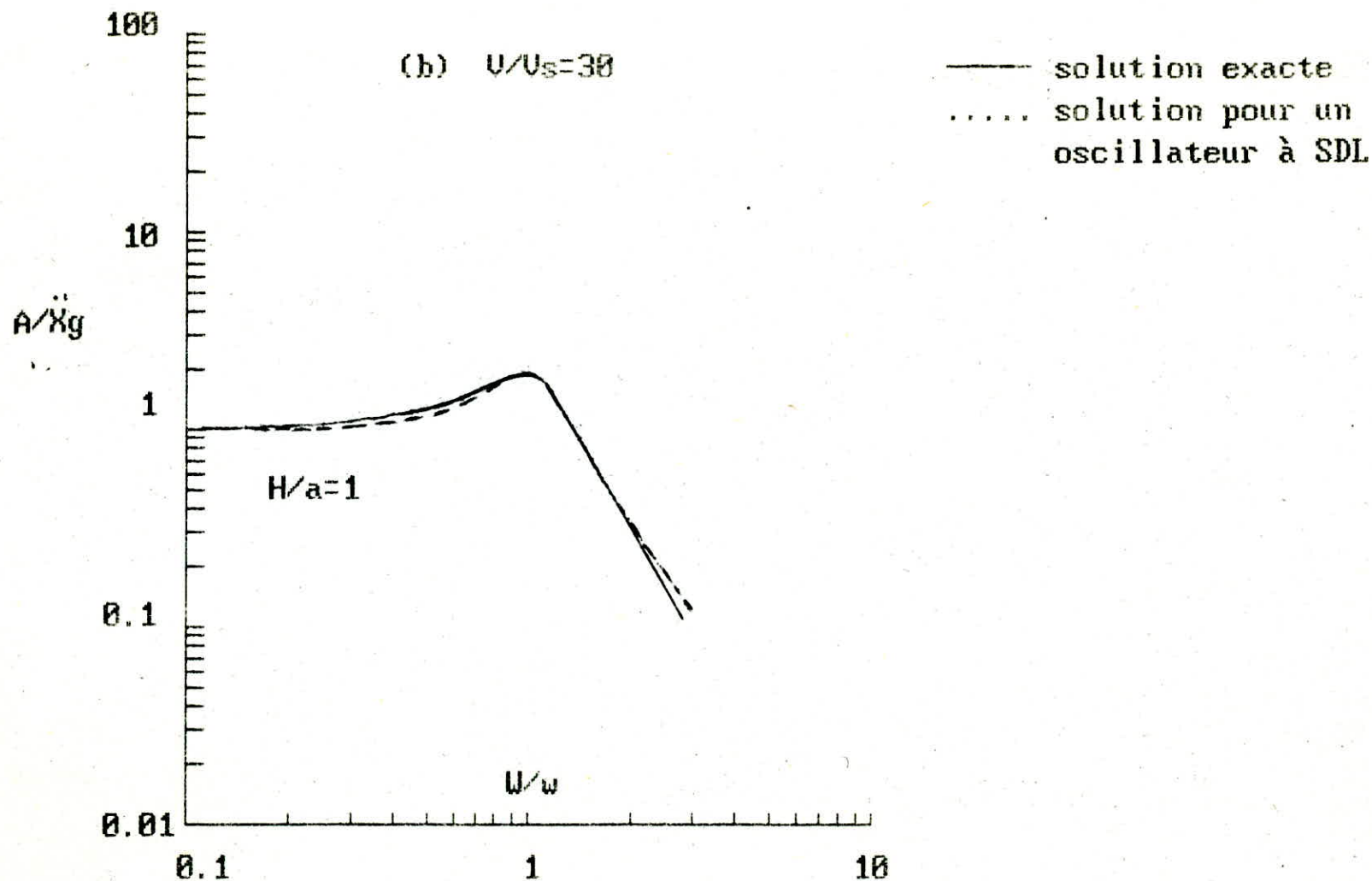


fig -6- courbes de comparaison entre la reponse exacte et approximative pour un reservoir en acier à base encastree supporté élastiquement.

soumis au mouvement du champ libre du sol .

## FREQUENCE NATURELLE EFFECTIVE

IV.6

### AMORTISSEMENT

Les valeurs de  $\tilde{f}$  et  $\tilde{\zeta}$  pour les reservoirs a bases encastrées sont examinées sur la fig. 7- .

On note que le facteur maximum d'amortissement est obtenue pour des valeurs de  $H/a$  au voisinage de l'unité dans ce même domaine , la fréquence naturelle effective pour ce même type de reservoir est généralement assez sensible aux variations de  $H/a$  . cette sensibilité provient du fait que deux sommets resonants sont presque égaux dans ce cas . Les valeurs d'amortissement  $\tilde{\zeta}$  montrées dans la fig. 7- sont dues exclusivement à la capacité du sol à dissiper l'énergie .

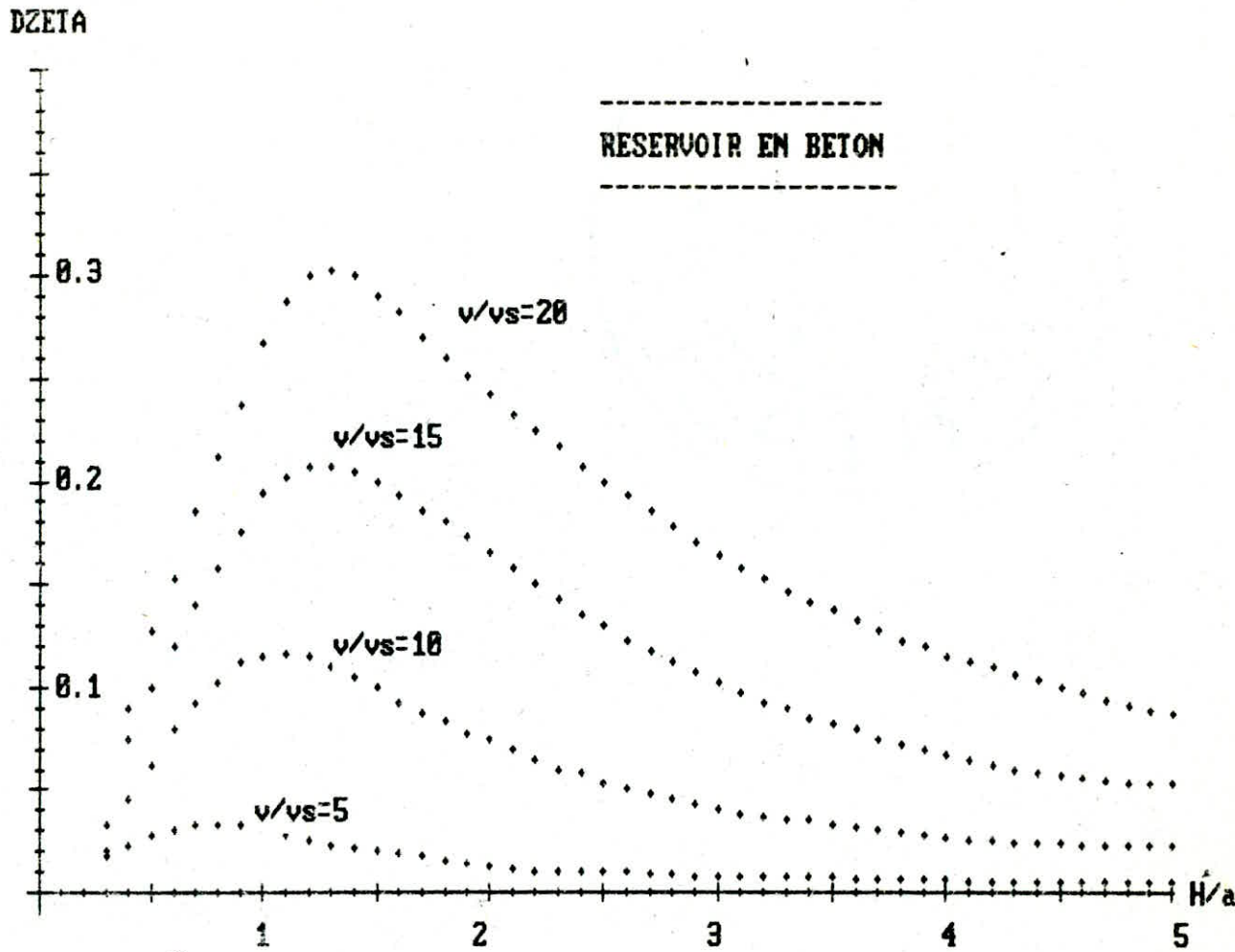


fig - 7-a



DZETA

RESERVOIR EN  
ACIER

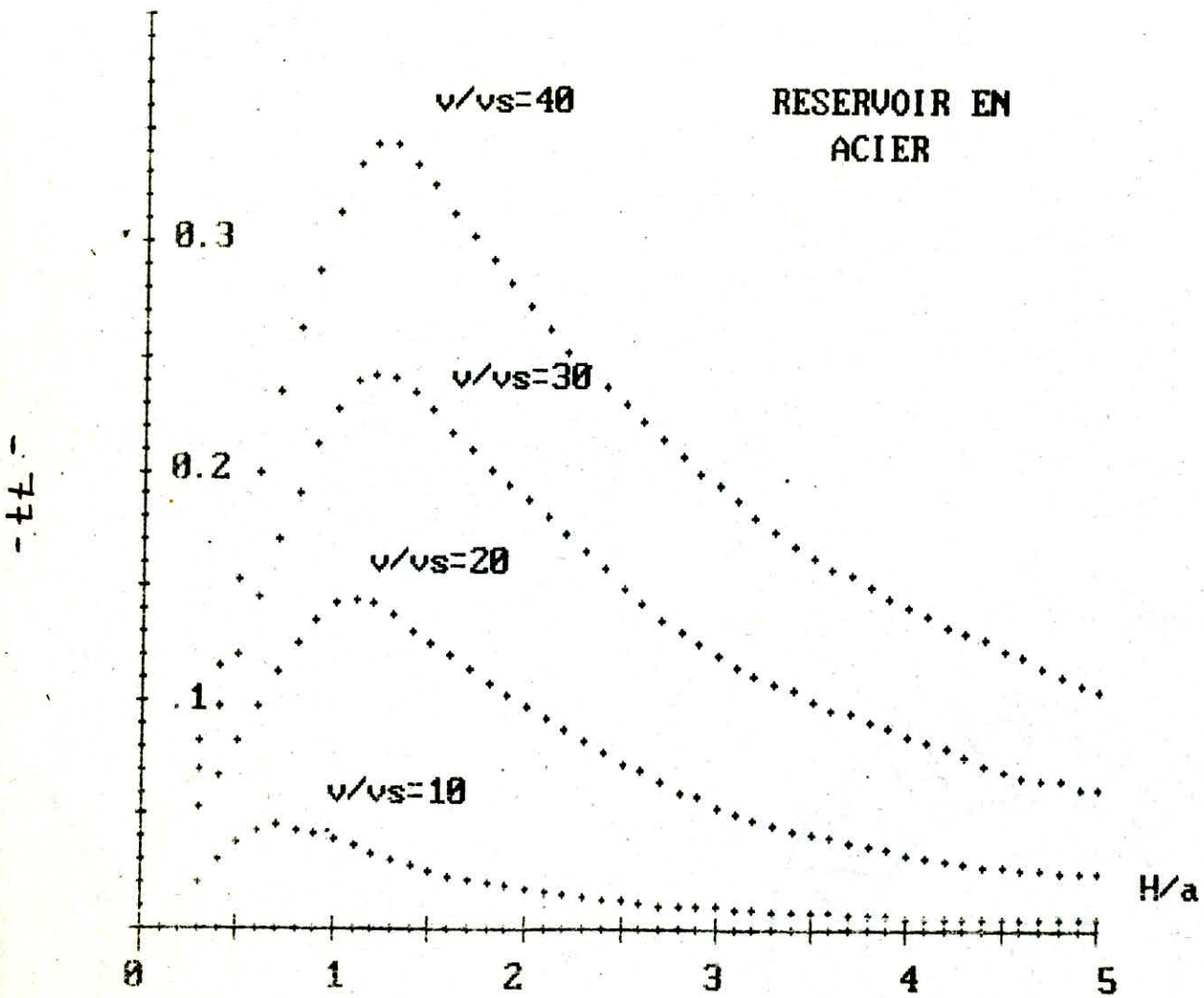


fig 7b

Le système liquide - réservoir dans ces solutions est supposé être non amorti et aucun matériel d'amortissement n'a été considéré pour le support. Les effets d'amortissement de la structure peuvent être estimés facilement et les effets amortisseurs du sol peuvent être évalués en utilisant les fonctions d'impédances pour un milieu viscoélastique.

```

10 REM *****
20 REM          TRACE DES ABAQUES DONNANT OZETA EN f(H/a)
30 REM *****
40 DIM X(50),Y(50)
50 SCREEN 3
60 CLS
70 INPUT "V/Vs=",V
80 INPUT "LE RAPPORT HAUTEUR/RAYON (H/a)=",X
90 IF X>5 THEN GOTO 730
100 IF V=5 THEN RESTORE 480
110 IF V=10 THEN RESTORE 500
120 IF V=15 THEN RESTORE 520
130 IF V=20 THEN RESTORE 540
140 FOR I=1 TO 48
150 READ Y(I)
160 NEXT I
170 RESTORE 470
180 FOR I=1 TO 48 STEP 1
190 READ X(I)
200 NEXT I
210 FOR I=1 TO 48
220 NEXT I
230 CLS
240 VIEW(10,25)-(600,350)
250 WINDOW(-.05,.4)-(5.01,-.01)
260 LINE(-.05,0)-(5.01,0)
270 LINE(0,-.01)-(0,.4)
280 FOR Z=0 TO .41 STEP .05
290 LINE(-.04,Z)-(.04,Z)
300 NEXT Z
310 FOR J=0 TO .4 STEP .01
320 LINE (-.015,J)-(.015,J)
330 NEXT J
340 FOR Y=0 TO 5.01 STEP .5
350 LINE(Y,-.006)-(Y,.006)
360 NEXT Y
370 FOR H=0 TO 5 STEP .1
380 LINE (H,-.003)-(H,.003)
390 NEXT H
400 FOR I=1 TO 48
410 PSET(X(I),Y(I)):CIRCLE (X(I),Y(I)),.01
420 NEXT I
430 FOR I=1 TO 47
440 IF X(X(I)) THEN GOTO 80
450 IF X(X(I+1)) GOTO 560
460 NEXT I

```

```

470 DATA .3, .4, .5, .6, .7, .8, .9, 1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2, 2.1, 2.2, 2.
3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 3, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9, 4, 4.1, 4.2, 4.3, 4.
4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 5
480 DATA .0175, .0225, .0275, .03, .0326, .0327, .0325, .03, .0275, .025, .0225, .02125, .02
, .01875, .0175, .015, .01375, .0125, .01125, .01, .01, .01, .01, .01, .00875, .00875, .0075, .
0075, .0075, .0075, .0075, .0075, .00625, .00625, .00625, .00625, .00625, .005, .005,
.005, .005, .005
490 DATA .005, .005, .005, .005, .005
500 DATA .0325, .045, .0625, .08, .0925, .1025, .1125, .115, .11625, .115, .11, .105, .1, .09
25, .0875, .08375, .0775, .075, .070, .065, .06, .0575, .0525, .05, .0475, .045, .0425, .04, .0
375, .03625, .035, .035, .0325, .03125, .03, .02875, .0275, .02625, .025, .025, .02375, .0237
5, .02375, .0225
510 DATA .0225, .0225, .0225, .0225
520 DATA .02, .075, .1, .12, .14, .1575, .175, .195, .2025, .2075, .2075, .205, .2, .1925, .18
5, .18, .1725, .165, .1575, .15, .1425, .135, .13, .1225, .1175, .1125, .1075, .1025, .0975, .0
925, .09, .085, .0825, .08, .075, .0725, .07, .0675, .065, .0625, .06, .0575, .05625, .055, .05
375, .0525, .0525
530 DATA .0525
540 DATA .625, .09, .127, .1525, .185, .2125, .2375, .2675, .2875, .3, .3025, .3, .29, .28275
, .27, .26, .25125, .2425, .2325, .225, .2175, .2075, .2, .1925, .185, .1775, .17, .16375, .157
5, .1525, .14625, .14125, .1375, .1325, .1275, .1225, .12, .115, .1125, .11, .10625, .10375, .
1, .0975
550 DATA .09375, .09100, .08875, .0875
560 A=(Y(I)-Y(I+1))/(X(I)-X(I+1))
570 B=Y(I)-A*X(I)
580 Y=A*X+B
590 PRINT
600 PRINT
610 LOCATE 3,55:PRINT "H/a=";X;
620 LOCATE 4,55:PRINT "dzeta=";Y
630 LOCATE 7,4:PRINT "0.3"
640 LOCATE 12,4:PRINT "0.2"
650 LOCATE 17,4:PRINT "0.1"
660 LOCATE 23,17:PRINT "1"
670 LOCATE 23,31:PRINT "2"
680 LOCATE 23,46:PRINT "3"
690 LOCATE 23,61:PRINT "4"
700 LOCATE 23,76:PRINT "5"
710 LOCATE 23,1:END
720 END
730 PRINT "la valeur de x n'existe pas sur l'abaque"
740 PRINT "donnez S.V.P une autre valeur a x qui soit < 5"
750 GOTO 80

```

DZETA

EXEMPLE :

$H/a = 3.125$

$dzeta = .15625$

$U/U_s = 20$

RESERVOIR EN  
BETON

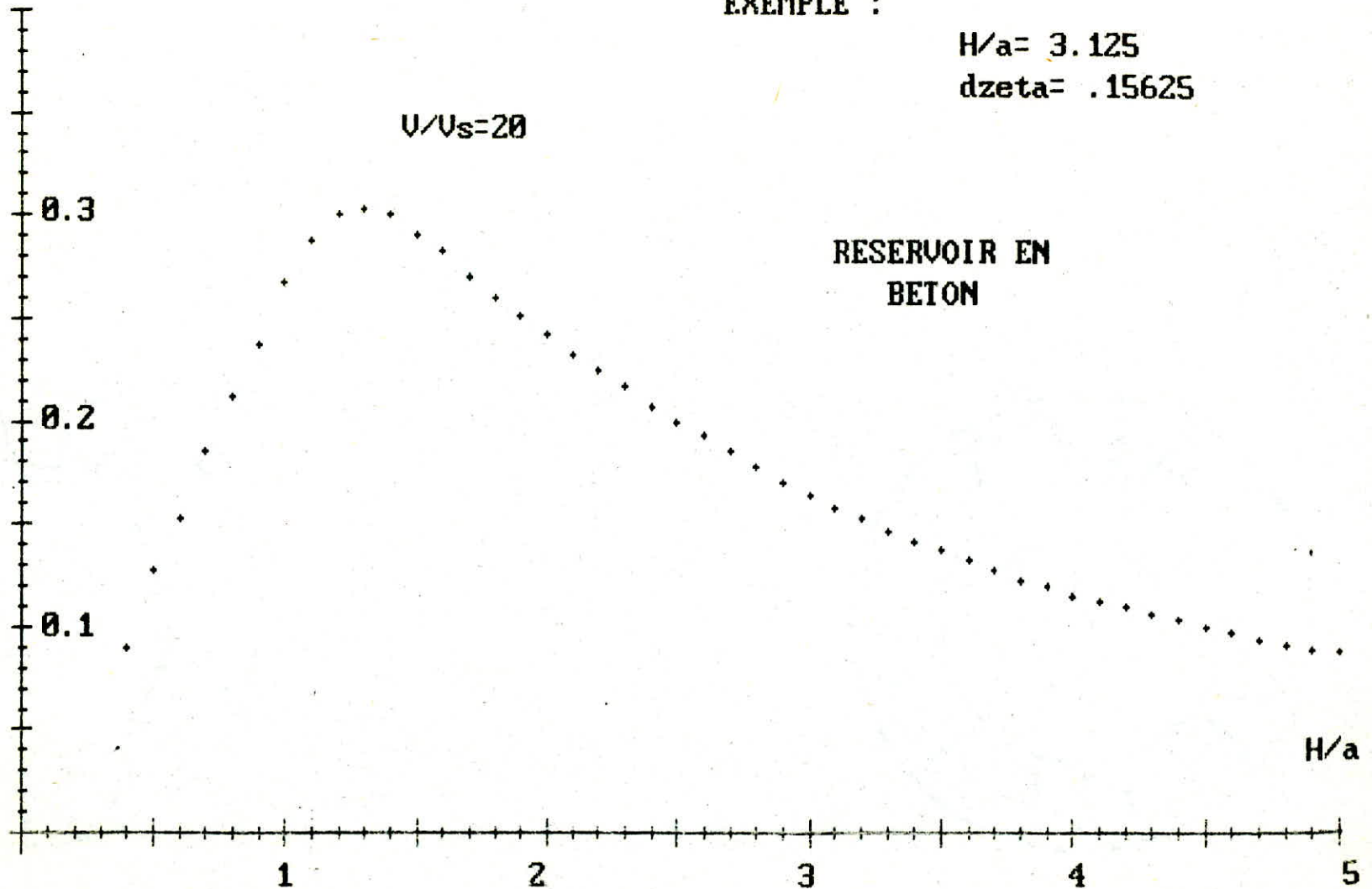


fig. 7c

- 18 -



```

4 REM *****
5 REM   TRACE DES ABAQUES DONNANT DZETA EN f(H/a)
6 REM   POUR UN RESERVOIR EN ACIER
7 REM *****
10 DIM X(48),Y(48)
20 SCREEN 3
30 CLS
40 INPUT "V/Vs=";V
50 INPUT "RAPPORT HAUTEUR/RAYON H/a=";X
55 IF X>5 THEN GOTO 700
60 IF V=10 THEN RESTORE 390
70 IF V=20 THEN RESTORE 400
80 IF V=30 THEN RESTORE 410
90 IF V=40 THEN RESTORE 420
100 FOR I=1 TO 48
110 READ Y(I)
120 NEXT I
130 RESTORE 380
140 FOR I=1 TO 48 STEP 1
150 READ X(I)
160 NEXT I
170 FOR I=1 TO 48
190 NEXT I
205 CLS
210 VIEW(10,25)-(600,350)
220 WINDOW(-.05,.4)-(5.01,-.01)
230 LINE(-.05,0)-(5.01,0)
240 LINE(0,-.01)-(0,.4)
250 FOR Z=0 TO .41 STEP .05
260 LINE(-.03,Z)-(.03,Z)
270 NEXT Z
280 FOR Y=0 TO 5.01 STEP .5
290 LINE(Y,-.005)-(Y,.005)
300 NEXT Y
310 FOR I=1 TO 48
320 PSET(X(I),Y(I))
330 NEXT I
340 FOR I=1 TO 47
350 IF X(X(I)) THEN GOTO 50
360 IF X(X(I+1)) GOTO 470
370 NEXT I
380 DATA .3,.4,.5,.6,.7,.8,.9,1,1.1,1.2,1.3,1.4,1.5,1.6,1.7,1.8,1.9,2,2.1,2.2,2.
3,2.4,2.5,2.6,2.7,2.8,2.9,3,3.1,3.2,3.3,3.4,3.5,3.6,3.7,3.8,3.9,4,4.1,4.2,4.3,4.
4,4.5,4.6,4.7,4.8,4.9,5
390 DATA .02,.03,.0375,.0425,.045,.0425,.04125,.03875,.03625,.0325,.03,.0275,.02
5,.0225,.02125,.02,.01875,.0175,.01625,.015,.01375,.0125,.0125,.01125,.01,.01,.0
1,.01,.00875,.00875,.0075,.0075,.0075,.0075,.00625,.00625,.00625,.005,.005,.005,
.005,.005,.005

```

```

395 DATA .005, .005, .005, .005
400 DATA .0525, .0675, .0825, .0975, .1125, .125, .135, .1425, .14375, .1425, .1375, .13, .1
25, .12, .11375, .1075, .1025, .0975, .0925, .0875, .0825, .0775, .0725, .07, .065, .06, .0575
, .0525, .05, .0475, .045, .0425, .04125, .04, .0375, .03625, .035, .0325, .03125, .03, .02887
5, .0275, .0275
405 DATA .02625, .02625, .025, .025, .025
410 DATA .07, .0975, .12, .145, .17, .19, .2125, .2275, .24, .2425, .24125, .235, .2275, .217
5, .21, .20125, .195, .1875, .18, .1725, .165, .1575, .145, .14, .135, .13, .125, .12, .115, .11
125, .1075, .10, .1, .0975, .095, .0925, .08875, .085, .0825, .08, .07625, .0725, .07, .0675, .
06625, .06375
415 DATA .0625
420 DATA .0825, .115, .1525, .2, .235, .2625, .2875, .3125, .335, .34375, .34375, .335, .325
, .3125, .3025, .2925, .2825, .2725, .2625, .2525, .24625, .2375, .23, .2225, .215, .2075, .2,
.19375, .1875, .18, .17375, .1675, .1625, .1575, .155, .15, .145, .14125, .1375, .1325, .13, .
12875, .1225, .12
425 DATA .115, .11125, .1075, .105
470 A=(Y(I)-Y(I+1))/(X(I)-X(I+1))
480 B=Y(I)-A*X(I)
490 Y=A*X+B
500 PRINT
510 PRINT
520 LOCATE 3,51:PRINT "H/a=";X;
530 LOCATE 4,51:PRINT "dzeta=";Y
560 LOCATE 23,1:END
700 PRINT "LA VALEUR DE (H/a) N'EXISTE PAS SUR L'ABAQUE "
710 PRINT "DONNEZ S.V.P UNE AUTRE VALEUR COMPRISE ENTRE 0.3 ET 5"
720 GOTO 50

```

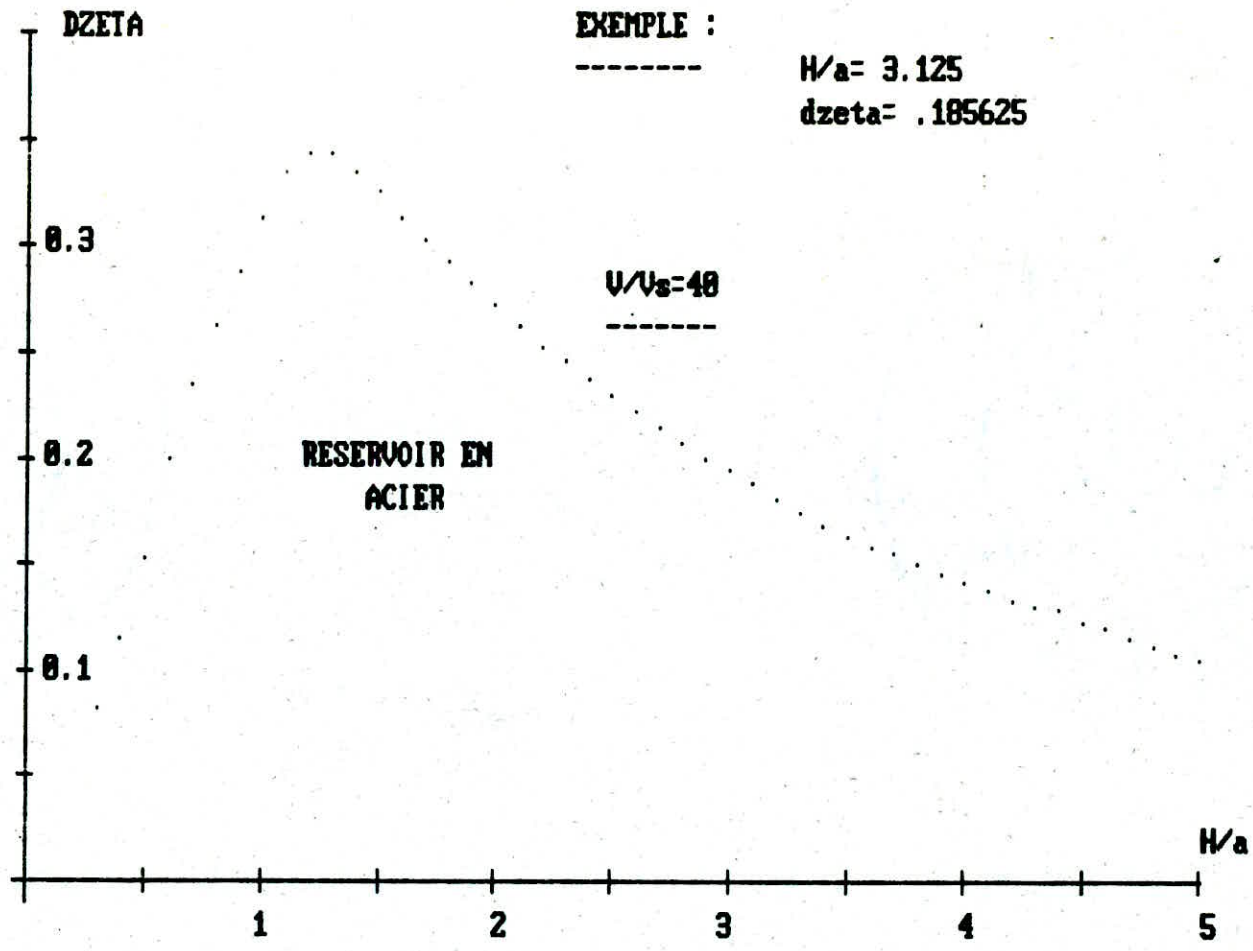


fig. 7d-

-48-

# RESUME DE LA PROCEDURE PROPOSEE

V

1. En application de l'éq (22) ou ce qui a été présenté dans les tables 1 et 2, on évalue la fréquence naturelle fondamentale de vibration (symétrique par rapport à un axe) du système liquide - réservoir supporté rigidement.

2. En utilisant les propriétés du sol compatible avec le modèle du mouvement de ce dernier, on évalue le paramètre de flexibilité relatif pour le sol et le réservoir  $V/V_s$ , et à partir des tracés comme aux présentés en fig-7., on détermine la fréquence naturelle effective, ainsi que le facteur effectif d'amortissement pour le système  $\bar{f}$  et  $\bar{\xi}$  respectivement.

3. A partir de la réponse pour le système à

simple degré de liberté sujet au mouvement du sol à champ libre, on évalue la pseudo-accelération  $\tilde{A}$  correspondants aux valeurs de  $\tilde{f}$  et  $\tilde{z}_p$ .

4. La pression radiale statique équivalente qui définit le maximum de l'effet hydrodynamique est donc déterminée à partir de l'eq (38), et facilement et avec moins de précision à partir de l'eq (42); avec la dernière approximation les effets hydrodynamiques maximums sur les parois du réservoir sont calculés à partir des effets hydrostatiques simplement en multipliant les derniers effets par le rapport  $\tilde{A}/g$  avec  $g$  = accélération gravitaire.

Si on désire une réponse du réservoir supporté rigidement, la valeur de la pseudo-accelération



dans l'étape (4) devrait correspondre à la fréquence naturelle et à l'amortissement du mode de vibrations du système liquide - réservoir supporté rigidement.

Le facteur d'amortissement dans ce cas pourrait être de l'ordre de un à trois (1 à 3%) pour cent de la valeur critique précédente.

## VI CONCLUSION

Avec la méthode d'analyse et les informations données précédemment, la réponse d'un réservoir cylindrique contenant un liquide sur support rigide ou élastique circulaire en mouvement, peut être évaluée numériquement avec une bonne approximation.

Les effets hydrodynamiques maximums dans les parois du réservoir pourraient être considérés comme étant le produit des effets hydrostatiques par le rapport  $\tilde{A}/g$  avec  $\tilde{A}$  : la valeur maximale de la pseudo-accelération pour un système équivalent (simple oscillateur) sujet au mouvement du champ libre du sol.

L'interaction entre le sol et la structure réduit

les effets hydrodynamiques maximums.

Les conséquences d'une telle interaction pourrait être approximativement réduites par un changement de la fréquence naturelle fondamentale du système liquide - réservoir et par augmentation de l'amortissement.

La valeur maximale de l'amortissement effectif pour le système étudié, fut de 35% de la valeur critique.

# Bibliographie

I. Journal of structural Engineering

vol 112 N° 6 juin 1986

" Dynamics of vertically excited storage tanks "  
page 1228 → 1246

II. EARTHQUAKE ENGINEERING And  
Structural dynamics

vol 15 N° 1 / JAN 87

" vertical vibration of ring foundations " page 7 → 18

III. Initiation pour le calcul dynamique  
des structures.

A. CAPRA (1978) - polycopé -

