الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT : GENIE HYDRAULIQUE

## *PROJET DE FIN D'ETUDES*

En vue de l'obtention d'un diplôme d'ingénieur d'Etat

SUJET

# OSCILLATIONS EN MASSE DANS LES SYSTEMES HYDRAULIQUES

Proposé par :

Dr A. THUMA

Etudié par :

A. KHETTABI

M. MECHKOUR

Dirigé par :

Dr A. THUMA

PROMOTION : JANVIER 1987

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi - EL-HARRACH — ALGER

بسم الله
الرحمن الرحيم



وقل رب زدني
علما

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département:...Génie Hydraulique..... مصلحة: ....الري........
Promoteur:.....Dr ANTAL THUMA........ موجه: ..توما. أنتال..
Elève Ingénieur: KHATTABI A.......... تلميذ مهندس: خطابي.ع
MECHKOUR F. مشكور.م

- الموضوع: الإهتزازات الكتلية في الجمل الهيدروليكية

- ملخص: دراسة نظرية مع تقديم طريقة حسابية لظاهرة غير إستقرارية التي هي الإهتزازات الكتلية داخل الجمل الهيدروليكية، مع تطبيق في حالة جملة هيدروليكية مكونة من مضخة وقناة.

**Sujet:** Oscillations en masse dans les systèmes hydrauliques.

**Résumé:** Etude théorique et résolution numérique d'un phénomène instationnaire qu'est les oscilations en masse dans les systèmes hydrauliques, Avec application à un système composé d'une pompe et une conduite.

**Subject:** The water-hammer in hydraulic systems.

**Abstract:** A theorical study and a numerical resolution of an instationnary phenomena, Which is the water-hammer in hydraulic systems, With application for hydraulic system composed of a pump and pipe-line.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



DEPARTEMENT : GENIE HYDRAULIQUE

## *PROJET DE FIN D'ETUDES*

En vue de l obtention d un diplôme d'ingénieur d'Etat

SUJET

# OSCILLATIONS EN MASSE DANS LES SYSTEMES HYDRAULIQUES

Proposé par :
Dr A. THUMA

Etudié par :
A. KHETTABI
M. MECHKOUR

Dirigé par :
Dr A. THUMA

PROMOTION : JANVIER 1987

E.N.P. 10, Avenue Hacen Badi - EL-HARRACH — ALGER

# R E M E R C I E M E N T S



** QU 'IL ME SOIT PERMIS DE REMERCIER ICI PROFONDEMENT ET SINCERMENT , TOUS CEUX QUI DE PRES OU DE LOIN ONT CONTRIBUE A L'ELABORATION DE CE TRAVAIL , ET EN PARTICULIER AU DR A . T H U M A QUI A BIEN VOULU LE DIRIGER.

MESSIEURS LES MEMBRES DU JURY QUI ONT ACCEPTE DE M'ACCORDER UNE PARTIE DE LEUR TEMPS POUR LIRE ET APPRECIER A SA JUSTE VALEUR , CE MODESTE TRAVAIL.

JE VOUDRAIS ENFIN EXPRIMER MA GRATITUDE A TOUS MES AMIS ET AUX MEMBRES DE MA FAMILLE, POUR LEUR COMPREHENSION DURANT CES DERNIERES ANNEES.

JE DEDIE CE TRAVAIL A MON PERE ET MA TANTE POUR LES SACRIFICES QU'ILS ONT CONSENTI ,POUR ME VOIR REUSSIR.

AZIZ . KHETTABI

JE TIENS A REMERCIER TOUTE PERSONNE AYANT CONTRIBUEE A REALISER CE MODESTE TRAVAIL , EN PARTICULIER MON PROMOTEUR DR T H U M A QUI A VOULU PRENDRE LA DIRECTION DE CE PROJET.

JE DEDIE CE PRESENT TRAVAIL A TOUS MES AMIS ET FRERES , ET A MA FAMILLE .

MECHKOUR . MOKRANE

# SOMMAIRE

Page.

I - INTRODUCTION ET GENERALITES. ---- 1

II - ETABLISSEMENT DES EQUATIONS DYNAMIQUES DES ELEMENTS CONSTITUANT UN SYSTEME HYDRAULIQUE, EN REGIME INSTATIONNAIRE.

1 - ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE LA CONDUITE. ------- 7.
2 - ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE LA POMPE. ------15
3 - ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DU RESERVOIR D'AIR. ---- 22
4 - ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE LA CHEMINEE D'EQUILIBRE. ---- 25
5 - ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE LA VANNE. ---- 27
6 - ETABLISSEMENT DES EQUATIONS DES SINGULARITES. ---- 29
7 - ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DU CLAPET. -----32

III - DEVELOPPEMENT DES EQUATIONS DU SYSTEME.

1 - DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION DE LA CONDUITE. --------35
2 - DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION DE LA POMPE. -------39
3 - DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION DE LA CHEMINEE D'EQUILIBRE. ----45
4 - DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION DU RESERVOIR D'AIR. -----47
5 - DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION DE LA VANNE. --- 49
6 - DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION DU CLAPET ET DES SINGULARITES ET PRESENTATION DU SYSTEME D'EQUATIONS. -----.50

IV - APPLICATION.

1 - APPLICATION POUR UNE POMPE. -----.55
 * PRESENTATION D'UN EXEMPLE DE CALCUL.
 * EXPLICATION DU PROGRAMME.

2 - APPLICATION A UNE CONDUITE. ---- 66
 * PRESENTATION D'EXEMPLES DE CALCUL.

3 - APPLICATION A UN SYSTEME POMPE PLUS CONDUITE. -----. 79
 * ORGANIGRAMME

- CONCLUSION.

********************

# Introduction

NOMBREUX SONT LES PROBLEMES DÛS AUX ECOULEMENTS TRANSITOIRES DANS LES SYSTEMES HYDRAULIQUES , COMPROMETTANT PARFOIS LE FONCTIONNEMENT NORMAL DE CES DERNIERS , MAIS CES ECOULEMENTS SONT EUX MEMES LE RESULTAT DE NOMBREUSES CAUSES .

C'EST POURQUOI DANS LES ETUDES DES SYSTEMES HYDRAULIQUES , LES OPERATEURS, POUR MENER A BIEN LEUR TACHE ,SONT TENUS A DETERMINER CES CAUSES ( EN QUANTITE ET EN QUALITE ) ET ESTIMER LEURS CONSEQUENCES SUR LE FONCTIONNEMENT DES SYSTEMES HYDRAULIQUES , EN VERIFIANT CERTAINES GRANDEURS COMME LES PRESSIONS REGNANT EN CERTAINS POINTS DU SYSTEME ,AINSI QUE LES DEBITS VEHICULES PAR CERTAINES BRANCHES DU SYSTEME .

ET C'EST DANS CE SENS QU'A ÉTÉ ETABLI LE PRESENT OUVRAGE EN ESPERANT QUE LE LECTEUR Y TROUVRA UNE LÉGÈRE CONTRIBUTION A L'ETUDE DES PHENOMENES INSTATIONNAIRES DANS LES SYSTEMES HYDRAULIQUES.

# Généralites :

LES ECOULEMENTS TRANSITOIRES SONT DUS AUX REGIMES TRANSITOIRES ,IMPOSÉS AU FONCTIONNEMENT NORMAL DES SYSTEMES HYDRAULIQUES .

CES REGIMES TRANSITOIRES RESULTENT PRINCIPALEMENT DES PERTURBATIONS DU FONCTIONNEMENT NORMAL DU SYSTEME , CES MEMES PERTURBATION PEUVENT INTERVENIR VOLONTAIREMENT OU NON DANS LE FONCTIONNEMENT NORMAL DU SYSTEME .

L'INTERVENTION VOLONTAIRE EST CELLE IMPOSÉE PAR LES CONDITIONS D'EXPLOITATION DU SYSTEME ( ex : ARRÊT DES POMPES AU COURS DE LA BAISSE DES DEBITS SOUTIRÉS , FERMETURE D'UNE VANNE ) .

L'INTERVENTION INVOLONTAIRE EST PAR CONTRE DUE A DES IMPRÉVUS ( ex : COURT-CIRCUIT DANS L'ALIMENTATION DES MOTEURS DE L'INSTALLATION D'UNE STATION DE POMPAGE , SECTIONNEMENT D'UNE CONDUITE ) .

CES REGIMES INSTATIONNAIRES PEUVENT ENGENDRER DES CHARGES TRÉS SUPERIEURES A CELLES DES REGIMES PERMANENTS , DE PLUS ILS PEUVENT GENERER DES FONCTIONNEMENTS INSTABLES ET DES PHENOMENES D'OSCILLATIONS AUTO - ENTRE TENUS .

C'EST POURQUOI ON CALCULE LES OUVRAGES EN CHARGE DE FAÇON QUE LES REGIMES TRANSITOIRES ADMIS ET IMPOSÉS NE COMPROMETTENT NI LA SÉCURITE DU SYSTEME NI LA STABILITÉ DE SON FONCTIONNEMENT.

ON DISTINGUE DANS CES REGIMES TRANSITOIRES DEUX GENRES DE CARACTERES DU PHÉNOMÈNE QU'ON PEUT QUALIFIER DE CARACTÈRES DE BASE .

- LES REGIMES CRÉANT DES ONDES ELASTIQUES .
- LES REGIMES CRÉANT DES OSCILLATIONS EN MASSE DU SYSTEME .

LE PREMIER PHENOMENE CITÉ ETANT CELUI QUI PEUT CAUSER LE PLUS DE PROBLEMES DANS LE SYSTEME , PAR LA NAISSANCE D'UNE ONDE DE PRESSION AU POINT OÙ C'EST PRODUIT LA PREMIERE PERTURBATION DU REGIME NORMAL , CETTE ONDE VA SE PROPAGER DANS LE SYSTEME CRÉANT AINSI DES POINTS QU'ON POURRAIT QUALIFIER DE DANGEREUX , DU FAIT DE LA SURPRESSION ( OU DEPRESSION ) REGNANT PAR MOMENTS EN CES POINTS . C'EST POURQUOI LES OPERATEURS LIMITENT L'EFFET DE CE PHÉNOMÈNE EN INSTALLANT DES DISPOSITIFS DITS " ANTI-BELIER " , MAIS L'INTERVENTION DE CES DERNIERS DANS LES SYSTEMES HYDRAULIQUES , GÉNÈRE LE PHENOMENE D'OSCILLATION EN MASSE . PAR AILLEURS CE DERNIER PHENOMENE SE DEVELOPPE DANS LES CONDUITES HYDRAULIQUEMENT COURTES , POUR LES QUELLES IL SE PRODUIT PENDANT LA DUREE DE L'INTERVENTION ( QUI PROVOQUE L'ETAT INSTATIONNAIRE ) , UN NOMBRE IMPORTANT D'ALLERS ET RETOURS D'ONDES ET TOUT SE PASSE COMME SI LES VARIATIONS DE DEBIT ET PRESSION , SE TRANSMETTAIENT INSTANTANEMENT , ON SERA DANS LE DOMAINE DU COUP DE BELIER EN MASSE .

DEFINITION DES CONDUITES HYDRAULIQUEMENT COURTES :

ON DIT QU'UNE CONDUITE EST HYDRAULIQUEMENT COURTE SI :

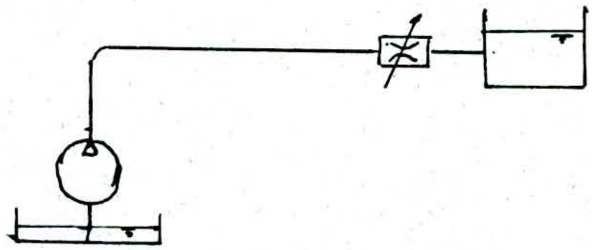
$$f_c > f$$

$f_c$ : FRÉQUENCE DE LA CONDUITE . $= 1/T = W/4L$

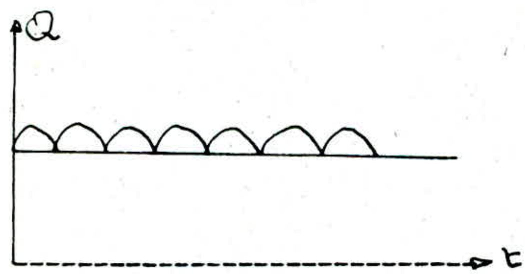
$f$ : FRÉQUENCE DE LA PERTURBATION

ex :

soit le systeme suivant :



LA FLUCTUATION DU DEBIT EST :




$$f = Z \cdot n$$

Z - nombre de pistons

n - nombre de tours ;

POUR LA POMPE : $f = 7 \cdot 1450 = 10\,150$ (1/min) $= 170$ ( 1/s )

POUR LA CONDUITE : $f_c = 1/T = W/4.L$

L = 1 m

W = 1253 m/s

$f_c = 1253/4.1 = 313$ ( 1/s )

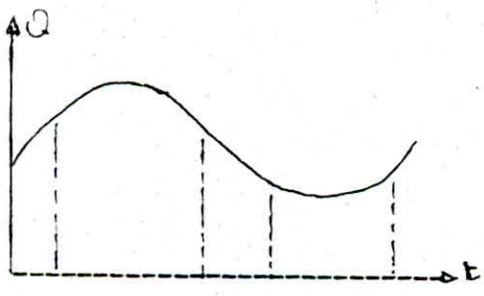
ALORS : $f_c > f$

C'EST AINSI QU'UNE OSCILLATION NON MAITRISÉE PEUT TROUBLER LE FONCTIONNEMENT NORMAL DU SYSTEME, TEL QUE :

- UNE AUGMENTATION DE PRESSION NON PRÉVUE ( CAUSANT DES DOMMAGES AU SYSTEME )
- PERTURBATION DU FONCTIONNEMENT D'UN SYSTEME ASSERVI .
- PERTURBATION DES PERFORMANCES DU SYSTEME ( ex : LE SYSTEME NE RENDE PAS LES CARACTÉRISTIQUES PRÉVUES ,VARIATION DE VITESSE, DE FORCE ,ETC... )

EXEMPLE DE MANOEUVRES CRÉANT LE PHENOMENE D'OSCILLATION EN MASSE :

- DEMARRAGE ET ARRET DES POMPES ( LE CAS DE L'ARRET A ÉTÉ TRAITÉ EN DETAIL DANS LA PARTIE APPLICATION ) .
- LE FONCTIONNEMENT DES POMPES EN FONCTION DE LA FLUCTUATION DE LA CONSOMMATION .




2 POMPES 1 POMPE

C'EST POURQUOI L'ÉTUDE DU FONCTIONNEMENT DES SYSTEMES HYDRAULIQUES AU COURS DES REGIMES INSTATIONNAIRES EST FAITE DANS LE BUT DE VERIFIER CERTAINES GRANDEURS ,TELLES QUE LES DEBITS ET LES PRESSIONS EN VUE DE DETERMINER LES EVENTUELLES MODIFICATIONS

A APPORTER DANS LE DIMENSIONNEMENT DE CERTAINES BRANCHES DU SYSTEME .

# Etablissement des équations des branches

# 1_Etablissement de l'équation de la Conduite

LA CONDUITE CONSTITUE LA CHARNIERE ( L'ELEMENT PRINCIPAL ) DE TOUT SYSTEME HYDRAULIQUE , PUISQUE DANS TOUT SYSTEME IL EXIETE AU MOINS UNE CONDUITE .

L'EQUATION GENERALE D'UNE CONDUITE PERMETTANT LA DETERMINATION DES PARAMETRES PHYSIQUES CARACTERISSANT LE FONCTIONNEMENT DE CETTE DERNIERE EN REGIME INSTATIONNAIRE EST ETABLIE A PARTIR DE L'EQUATION GENERALE DE LA DYNAMIQUE DES FLUIDES.

L'EQUATION GENERALE DE L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE VISQUEUX DONT LES FORCES DE VOLUME DERIVENT UNIQUEMENT D'UN CHAMP DE PESANTEUR EST :

$$(1)\quad \frac{\partial \vec{C}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left[\frac{C^2}{2} + gh\right] + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{dt} + \left(\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \wedge \vec{C}\right)\wedge \vec{C} + \frac{\partial w'}{\partial x} = 0$$

OU : $\frac{\partial \vec{C}}{\partial t}$ -ENERGIE DUE A LA VARITION DE VITESSE PEDANT UN TEMPS $\partial t$.

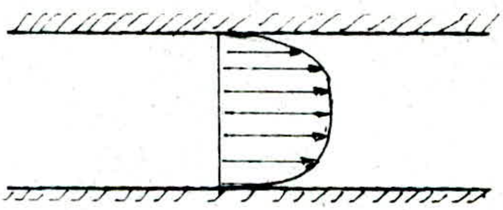
$\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left[\frac{C^2}{2}+gh\right]$ -VARIATION DE L'ENERGIE CINETIQUE ET POTENTIELLE DU FLUIDE .

$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial \vec{r}}$ -ENERGIE DUE A LA VARITION DE PRESSION .

$\frac{\partial w'}{\partial x}$ -PERTE D'ENERGIE DANS LA DIRECTION ( X ) .

$\left(\frac{\partial}{\partial r} \wedge \vec{C}\right)\wedge \vec{C}$ -ENERGIE DUE A UN ECOULEMENT ROTATIONNEL .

COMME LA REPARTITION DE LA VITESSE REELLE A L'INTERIEUR DE LA CONDUITE EST DONNÉE PAR LE DIAGRAMME SUIVANT :



ALORS : $\overrightarrow{rot}\ \vec{C} \neq 0$

OR : $\overrightarrow{rot}\vec{C} \wedge \vec{C}$ EST ORTHOGONAL A LA DIRECTION DE $\vec{C}$

DONC LE TERME $\overrightarrow{rot}\ \vec{C} \wedge \vec{C}$ A UNE COMPOSANTE NULLE SUR L'AXE ( X ) PARALELLE A LA DIRECTION DE $\vec{C}$ . C'EST POURQUOI CE TERME NE FIGURE PAS DANS L'EQUATION UNIDIMENSIONNELLE ETABLIE SUIVANT L'AXE ( X ) CONFONDU AVEC L'AXE DE LA CONDUITE .

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{c^2}{2} + gz\right] + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + c\frac{\partial c}{\partial x} + g\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

LA DERIVEE TOTALE DE LA VITESSE EST :

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + c\frac{\partial c}{\partial x}$$

$$= \frac{\partial c}{\partial t}\left[1 + c\frac{\partial c}{\partial x}\Big/\frac{\partial c}{\partial t}\right]$$

$$= \frac{\partial c}{\partial t}\left[1 + c\Big/\frac{\partial x}{\partial t}\right]$$

APPELONS $\frac{\partial x}{\partial t} = w'$

D'OU :

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t}\left[1 + c/w'\right]$$

C_ VITESSE MOYENNE DANS LA CONDUITE DANS LE CAS D'UN ECOULEMENT NORMAL .

W- CELERITE D'ONDE DE PRESSION QUI EST DONNEE PAR :

$$W = \sqrt{\frac{E_r}{\rho}}$$

$\rho$ - LA MASSE VOLUMIQUE DU LIQUIDE .

$E_r$ - MODULE D'ELASTICITE REDUITE DE L'ENSEMBLE CONDUITE-FLUIDE ;

$E_r$ EST DONNE PAR :

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1}{E_f} + \frac{1}{E_{eff}} \qquad \text{où} \qquad E_{eff} = E_c \cdot \frac{\delta}{D}$$

$E_f$ - MODULE D'ELASTICITE DU FLUIDE .

$E_{eff}$ - MODULE D'ELASTICITE EFFECTIF DU MATERIAU DE LA CONDUITE .

$\delta$ - EPAISSEUR DE LA PAROIE DE LA CONDUITE .

$D$ - DIAMETRE DE LA CONDUITE .

DONC :

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1}{E_f} + \frac{1}{E_c \frac{\delta}{D}} = \frac{E_c \cdot \delta/D + E_f}{E_f \cdot E_c \cdot \delta/D}$$

D'OU

$$E_r = \frac{E_f \cdot E_c \cdot \delta/D}{E_c \cdot \delta/D + E_f}$$

EXEMPLE : DANS UNE CONDUITE EN ACIER VEHICULANT DE L'EAU DONT :

$$\delta = 6 \text{ mm} \quad ; \quad D = 200 \text{ mm}$$

ON A : $E_r = 1,57 \cdot 10^9$ [Pa]

D'OU

$$W = 1253 \text{ [m/s]}$$

OR :

C DANS UNE TELLE CONDUITE VARIE ENTRE 1 ÷ 5 ( m/s )

ALORS :

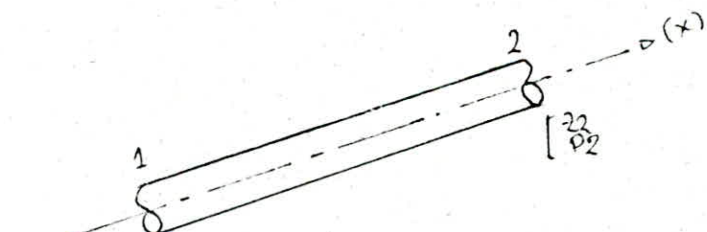
$$C/W \cong 1/1000 \div 5/1000 \ll 1$$

DONC ON PEUT APPROCHER $\frac{\partial c}{\partial t} \simeq \frac{dc}{dt}$ PUISQUE LE TERME C/W EST NEGLIGEABLE DEVANT 1 .

L'EQUATION ( 3 ) DEVIENT :

$$\frac{dc}{dt} + g\frac{dz}{dx} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial W'}{\partial x} = 0 \qquad (4)$$

EN INTEGRANT L'EQUATION ( 4 ), LE LONG DE LA CONDUITE ENTRE LES POSITIONS 1 ET 2 , SUPPOSÉE DE LONGUEUR L .




$$\int_0^L \frac{\partial c}{\partial t}\,dx + g\int_0^L \frac{\partial z}{\partial x}\,dx + \int_0^L \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\,dx + \int_0^L \frac{\partial W'}{\partial x}\,dx = 0$$

POSONS $\frac{\partial c}{\partial t} = a$ , REPRESENTE L'ACCELERATION DU FLUIDE ( LIQUIDE ) .

SI LE FLUIDE LIQUIDE EST DE L'EAU, ALORS $\rho = cste$ , L'EAU EST SUPPOSEE INCOMPRESSIBLE , ALORS L'EQUATION ( 5 ) APRES INTEGRATION DEVIENT :

$$a.L + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho}(P_2 - P_1) + W'_{1,2} = 0 \qquad (6)$$

LA VARIATION D'ENERGIE $W'_{1,2}$ , REPRESENTE LA PERTE D'ENERGIE DUE

AUX FROTTEMENTS DES PARTICULES LIQUIDES AVEC LA PAROIE DE LA CONDUITE , ENTRE LES POSITIONS CONSIDEREES .

$$W'_{1,2} = \frac{\lambda L}{D} \cdot \frac{c|c|}{2}$$

D'OU :

$$a.L + g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{\lambda L}{D} \frac{c.|c|}{2} = 0 \quad (7)$$

MULTIPLIONS PAR $\rho$ :

$$\rho a L + \rho g (z_2 - z_1) + P_2 - P_1 + \frac{\rho}{2} \frac{\lambda L}{D} c|c| = 0 \quad (8)$$

POUR UN LIQUIDE AU REPOS :

$$a = 0 \quad \text{et} \quad c = 0$$

$$P'_2 - P'_1 + \rho g (z_2 - z_1) = 0$$

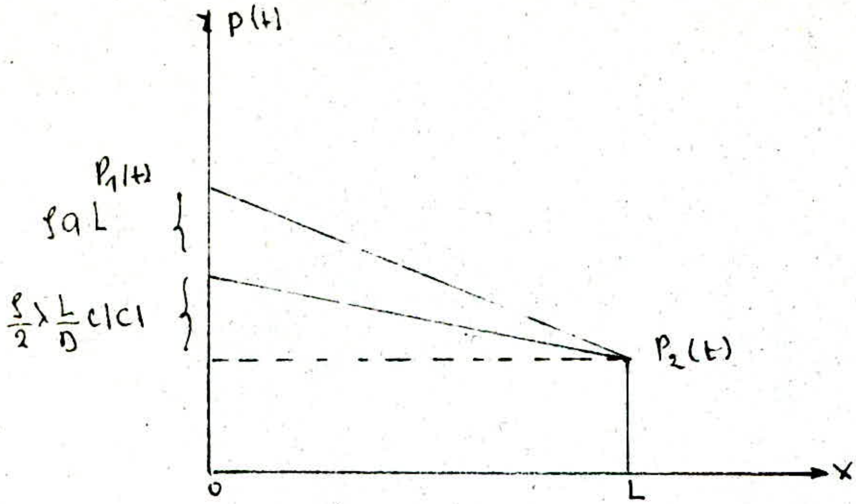
ON PEUT CONSTATER QU'EN RETRANCHANT L'EQUATION HYDROSTATIQUE DE L'EQUATION DYNAMIQUE ( 8 ) . ON N'AFFECTERA PAS CETTE DERNIERE , SAUF QUE POUR AVOIR LES PRESSIONS REELLES REGNANT DANT TOUS LES POINTS DE LA CONDUITE , ON DOIT RAJOUTER AUX PRESSIONS CALCULEES PAR L'EQUATION OBTENUE LES PRESSIONS HYDROSTATIQUES .
ON ARRIVE DONC A L'EQUATION SUIVANTE :

$$\boxed{\rho a L + P_2 - P_1 + \frac{\rho}{2} \frac{\lambda L}{D} c.|c| = 0} \quad (9)$$

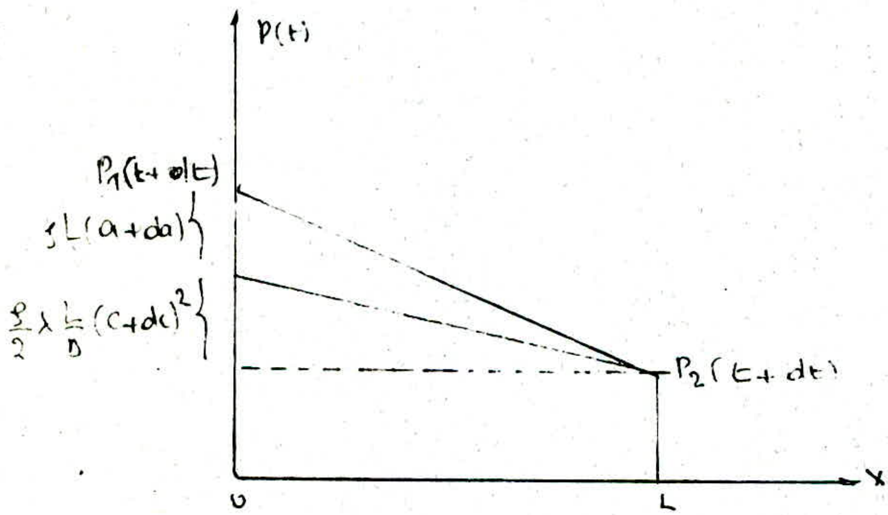
REMARQUE :

CETTE EQUATION PEUT ETRE UTILISEE QUE DANS LE CAS DES SYSTEMES OU LES INTERVENTIONS SONT RELATIVEMENT LENTES .

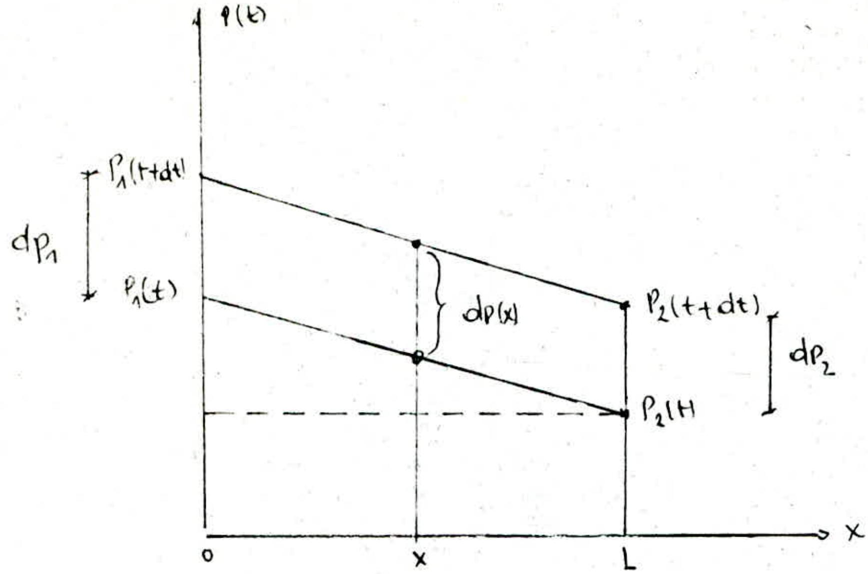
TOUJOURS DANS LE BUT D'AMEIORER L'E UATION DE LA CONDUITE LA REPARTITIONDE PRESSIONS A UN MOMNTS t EST REPRESENTEE PAR LE DIAGRAMME SUIVANT :




ET APRES UN INTERVALLE dt :




EN REUNISSANT LES DEUX DIAGRAMMES EN UN SEUL , ALORS IL DONNE LA REPARTITION DE PRESSION LE LONG DU TRONCON L PENDANT LES DEUX TEMPS t ET t+dt .




EN APPLIQUANT L'EQUATION DE LA CONDUITE A UN ENDROIT QUELCONQUE DU TRONCON L DE LA CONDUITE AUX DEUX TEMPS t ET t+dt ET PUIT SOUSTAYANT L'UNE DE CES EQUATION DE L'AUTRE ON TROUVE :

$$dp(x) = \rho(L-x)(a+da) - \rho(L-x)a + \frac{\rho}{2}\lambda\frac{L-x}{D}(c+dc)^2 - \frac{\rho}{2}\lambda\frac{L-x}{D}c^2 =$$

$$= \rho(L-x)\,da + \rho\lambda\frac{L-x}{D}c\,dc + dP_2$$

L'AUGMENTATION DE PRESSION $dp(x)$ ENTRAINERA UNE ACCUMULATION D'UN VOLUME $dV$ DANS LE TRONCON L DE LA CONDUITE DE SECTION A .

$$dV = \int_0^L \frac{A\,dx}{E_r}\,dp(x)$$

$$= \int_0^L \frac{A\,dx}{E_r}\left[\rho(L-x)da + \rho\lambda\frac{L-x}{D}c\,dc + dP_2\right]$$

$$= \frac{AL}{2E_r}\left[\rho L\,da + \rho\lambda\frac{L}{D}c\,dc + dP_2\right] + \frac{AL}{2E_r}dP_2$$

ET $$dp_1 = \rho L\,da + \rho\lambda\frac{L}{D}c\,dc + dP_2$$

ALORS $$dV = \frac{AL}{2E_r}\left[dP_1 + dP_2\right]$$

SOIT LA FIGURE SUIVANTE :


$$Q_1 - AC = \frac{dV}{dt} = \frac{AL}{2E_r}\left[\frac{dP_1}{dt} + \frac{dP_2}{dt}\right]$$

D'OU :

$$c = \frac{Q_1}{A} - \frac{L}{2E_r}\left[\frac{dP_1}{dt} + \frac{dP_2}{dt}\right]$$

ET

$$a = \frac{1}{A}\frac{dQ_1}{dt} - \frac{L}{2E_r}\left[\frac{d^2P_1}{dt^2} + \frac{d^2P_2}{dt^2}\right]$$

LES EXPRESSIONS DE a ET DE c PEUVENT ETRE REMPLACER DANS L'EQUATION DE LA CONDUITE ( 9 ).

L'EQUATION FINALE DE LA CONDUITE EST DONNEE PAR :

$$\boxed{\rho L\left[\frac{1}{A}\frac{dQ_1}{dt} - \frac{L}{2E_r}\left(\frac{d^2P_1}{dt^2} + \frac{d^2P}{dt^2}\right)\right] + \frac{\rho}{2}\lambda\frac{L}{D}\left[\frac{Q_1}{A} - \frac{L}{2E_r}\left(\frac{dP_1}{dt} + \frac{dP_2}{dt}\right)\right]^2 + P_2 - P_1 = 0}$$

C'EST L'EQUATION REGISSANT LE FONCTIONNEMENT DE LA CONDUITE EN REGIME INSTATIONNAIRE ET CE SERA CELLE QUI EST UTILISEE ULTERIEUREMENT DANS LA RESOLUTION NUMERIQUE.

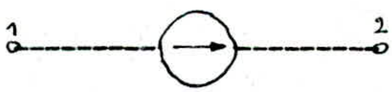
# 2_Etablissement de l'equation de la pompe

CET ELEMENT N'EST PAS TOUT A FAIT INDISPONSABLE DANS TOUT SYSTEME HYDRAULIQUE , MAIS LE RECOURS PARFOIS A L'EMPLOI DE CE GENRE D'ELEMENT POSE UN BON NOMBRE DE PROBLEME , EN RAISON DE SON COMPORTEMENT EN REGIME INSTATIONNAIRE . DE PLUS IL PEUT ETRE PARFOIS A L'ORIGINE DE L'APPARITION DES REGIMES INSTATIONNAIRES DANS LES SYSTEMES HYDRAULIQUES , SURTOUT AUX MOMENTS DU DEMARRAGE ET DE L'ARRET DES MOTEURS .

LES EQUATIONS PRINCIPALES REGISSANT LE FONCTIONNEMENT DE CE TYPE D'ELEMENT SONT LES SUIVANTES :

$$\left| \begin{array}{ll} H = \dfrac{P_2 - P_1}{\rho g} + z_2 - z_1 + \dfrac{C_2^2 - C_1^2}{2g} & (1) \\ \\ M_{mot} - M_{hyd} = 2\pi\theta \dfrac{dn}{dt} & (2) \end{array} \right.$$

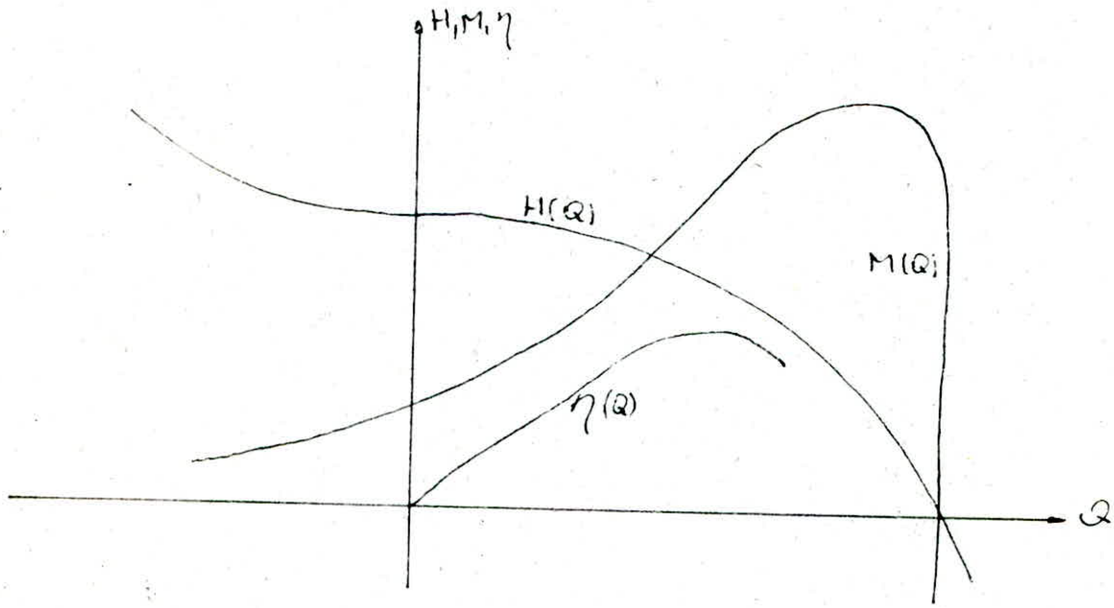
POUR LA FIGURE SUIVANTE :




LA PREMIERE EQUATION EST ETABLIE ENTRE L'ENTREE ET LA SORTIE DE LA POMPE A PARTIR DE LA CONSERVATION DE L'ENERGIE OU DE MASSE .. TANDIS QUE LA DEUXIEMME EST L'EQUATION D'EQUILIBRE DES MOMENTS .

DE PLUS ON DISPOSE DE LA COURBE CARACTERISTIQUE DE CETTE POMPE ( FOURNIE PAR LE CONSTRUCTEUR ) , SOUS LA FORME D'UN TABLEAU DE H , M , ET $\eta$ RESPECTIVEMENT DE LA HAUTEUR , DU MOMENT , ET DU RENDEMENT ,EN FONCTION DE Q , AINSI QUE LE MOMENT D'INERTIE DE L'ENSEMBLE POMPE PLUS MOTEUR D'ENTRAINEMENT ( $\theta$ ) ,ET DU NOMBRE DE TOURS NOMINAL $N_0$ .

L'ALLURE GENERALE DE CES CARACTERISTIQUES EN FONCTION DU DEBIT EST DONNEE PAR LA FIGURE SUIVANTE :




PAR AILLEURS LES VALEURS DE Z1 ET Z2 SONT INPOSEES PAR LE PROBLEME ,SE SONT LES DONNEES DE CELUI-CI OU DU SYSTEME TRAITE .

DE PLUS NOUS AVONS ETABLIE L'EQUATION ( 1 ) ENTRE L'ENTREE ET LA SORTIE DE LA POMPE , ET COMME LA SECTION DE LA CONDUITE A SES EXTRIMITES EST PRATIQUEMENT LA MEME , ON AURA :

$$C1 = C2$$

D'OU :

$$\frac{C_1^2 - C_2^2}{2g} = 0$$

L'EQUATION ( 1 ) DEVIENT :

$$H_{MT} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + Z_2 - Z_1 \qquad [3]$$

OR , NOUS NOUS BORNERONS ICI A ETUDIER LA POMPE TOUTE SEULE. SUPPOSONS QUE CETTE DERNIERE EST PLACEE ENTRE DEUX RESERVOIRS, DONC LA CARACTERISTIQUE DE LA CONDUITE DE REFOULEMENT SERA DANS CE CAS :

$$H_c = H_{st} = \frac{P_2' - P_1'}{\rho g} + z_2 - z_1$$

DONC AU MOMENT DE L'ARRÊT DU MOTEUR ,LE MOMENT DEVIENT A CET INSTANT EGAL A ZERO M ( mot ) = 0

ON ARRIVE AINSI AUX EQUATIONS SUIVANTES :

$$\left| \begin{array}{l} M_{mT} = \dfrac{P_2 - P_1}{\rho g} + z_2 - z_1 \\ - M_{hyd} = 2\pi\theta \cdot \dfrac{dn}{dt} \end{array} \right. \qquad (I)$$

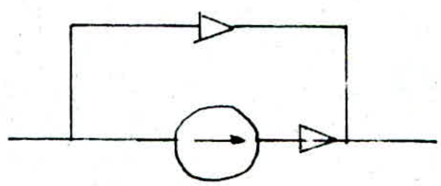
DU FAIT QU'AU MOMENT DE L'ARRÊT DU MOTEUR LE MOMENT DU MOTEUR ( Mmot ) CHUTE D'UNE VALEUR CONSTANTE EGALE AU MOMENT HYDRAULIQUE DEVELOPPE , A LA VALEUR ZERO , LA POMPE NE S'ARRETERA PAS DANS CE MEME INSTANT , MAIS CONTINUERA A REFOULER UN CERTAIN DEBIT QUI EST VARIABLE AU COURS DU TEMPS , ENTRAINEE PAR L'INERTIE DE L'ENSEMBLE ( POMPE + MOTEUR ) ET L'INERTIE DE LA COLONNE LIQUIDE .

DE CE FAIT LE NOMBRE DE TOURS N'ATTEINDRA PAS INSTANTANEMENT LA VALEUR ZERO , MAIS IL VA DECROITRE ET ATTEINDRA LA VALEUR ZERO CORRESPONDANT A L'ARRET DE LA POMPE ( LE CLAPET DE NON RETOUR NE PERMETTANT PAS LE FONCTIONNEMENT DE CETTE DERNIERE EN TURBINE ), APRES UN CERTAIN TEMPS QU'ON NOTERA TA .

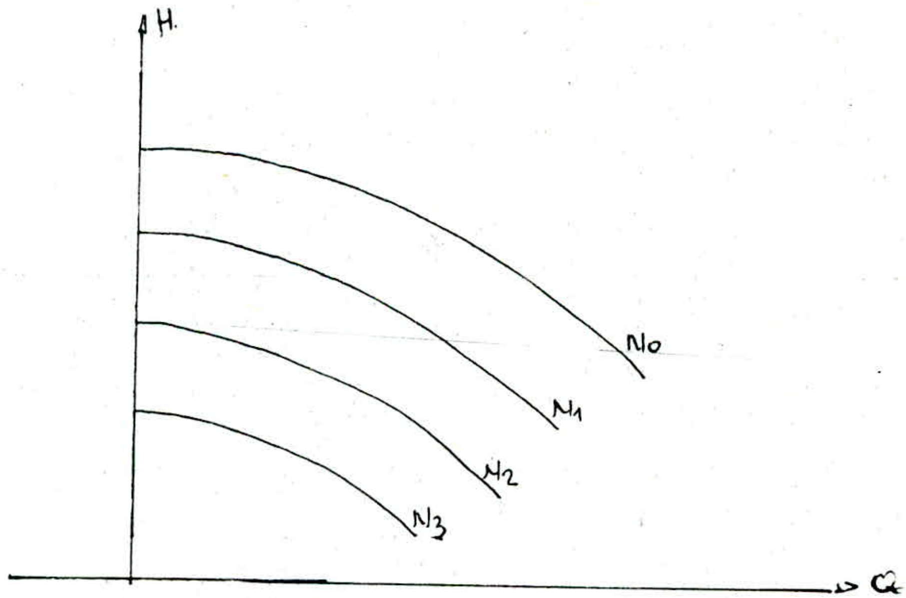
TA : TEMPS D'ARRET DE LA POMPE.

UN BY PASS EST INSTALLE POUR PERMETTRE LE PASSAGE DE L'EAU DANS LE SENS NORMAL DE L'ECOULEMENT, EN CAS DE DEPRESSION ENGENDREE PAR LA CONDUITE DE REFOULEMENT JUSTE A LA SORTIE DE LA POMPE .

L'ENSEMBLE EST MONTRE PAR LA FIGURE SUIVANTE :



EN CONCLUSION LE NOMBRE DE TOURS VA DECROITRE EN FONCTION DU MOMENT HYDRAULIQUE DEVELOPPE PAR LA ROUE DE LA POMPE .




CETTE DECROISSANCE DU NOMBRE DE TOURS VA S'ACCOMPAGNER D'UNE VARIATION DE DEBIT MAIS CETTE PERTURBATION DU DEBIT VA SE PROPAGER A TRAVERS LE SYSTEME EN ENTIER DONNANT NAISSANCE

A UN PHENOMENE INSTATIONNAIRE , PUISQUE CETTE PERTURBATION DU DEBIT VA S'ACCOMPAGNER A SON TOURS D'UNE PERTURBATION DE LA DISTRIBUTION DE PRESSION DANS TOUT LE SYSTEME HUDRAULIQUE .

COMME NOUS INTERESSONS SURTOUT AUX REGIME INSTATIONNAIRE , DONC ON A UNE VARIATION DU FONCTIONNEMENT DE LA POMPE EN FONCTION DE LA VITESSE DE ROTATION , LE PRINCIPE DES POMPES HOMOLOGUES NOUS PERMET DE PASSER DES CARACTERISTIQUES AVEC DIMENSION H ET M , AU CARACTERISTIQUES SANS DIMENSION $\psi$ , et $\varepsilon$

$$\left\{\begin{array}{ll} \psi = \dfrac{2gH}{u_2^2} & \text{COEFFICIENT DE PRESSION} \\[2ex] \varphi = \dfrac{Q}{\dfrac{D_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot u_2} & \text{COEFFICIENT DE DEBIT} \\[2ex] \varepsilon = \dfrac{M}{\dfrac{\rho}{2} \dfrac{D_2^2 \pi}{4} \cdot u_2^2} & \text{COEFFICIENT DE PUISSANCE} \end{array}\right.$$

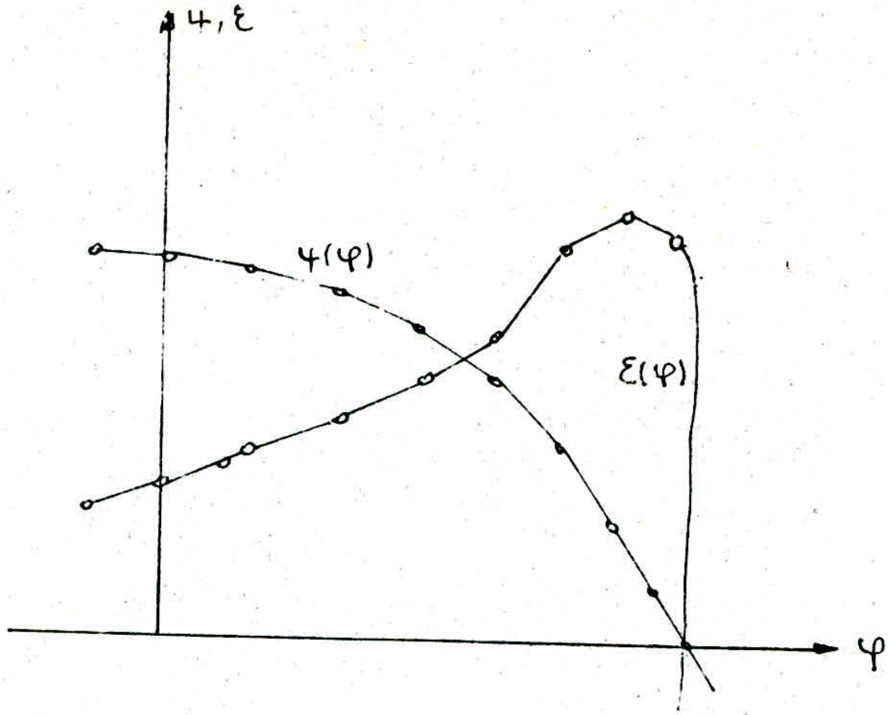
DANS LES EXPRESSIONS CITEES CI-DESSUS , ON PEUT NEGLIGER LES PARAMETRES QUI RESTENT CONSTANTS PENDANT LE PROCESSUS TEL QUE U2 ,D2 , SANS POUR AUTANT AFFECTER LES CALCULS ( * ) .

$$\left\{\begin{array}{l} \psi = \dfrac{H}{n^2} \\[2ex] \varphi = \dfrac{Q}{n} \\[2ex] \varepsilon = \dfrac{M}{n^2} \end{array}\right. \qquad (a)$$

ON AURA AINSI A TRAVAILLER SUR DES COURBES $\psi(\varphi)$ ET $\varepsilon(\psi)$ AU LIEU DE H (Q) ET M (Q) ,DE PLUS CES DEUX COURBESSERONT SERONT REPRESENTEES PAR UN ENSEMBLE DE POINTS .

---

(*) PUISQUE POUR OBTENIR H ,Q OU M . ON PASSE A LA TRANSFOrmation inverse ;




DONC A PARTIR DES EQUATIONS ( a ) ON AURA :

$$H = \psi \cdot n^2$$

$$M = \varepsilon \cdot n^2$$

EN PORTANT DANS LES EQUATIONS ( I ) , ON OBTIENT LES EQUATIONS SUIVANTES :

$$\psi \cdot n^2 = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + z_2 - z_1$$

$$-\varepsilon n^2 = 2\pi\, \theta \cdot \frac{dn}{dt}$$

SOIT EN DIVISANT PAR n2 , ON TROUVE :

$$\left\{ \begin{aligned} \psi &= \frac{P_2 - P_1}{\rho g n^2} + \frac{z_2 - z_1}{n^2} \\ \varepsilon &= - \frac{2\pi\theta}{n^2} \cdot \frac{dn}{dt} \end{aligned} \right. \qquad (II)$$

CES EQUATIONS SONT LES EQUATIONS REGISSANT LE FONCTIONNEMENT DE LA POMPE EN REGIME INSTATIONNAIRE .

## 3. Etablissement de l'equation du réservoir d'air

LE RESERVOIR EST EMPLOYE COMME PROTECTEUR DES SYSTEMES HYDRAULIQUES , SON EMPLOI REPOSE SUR LE PRINCIPE SUIVANT :

ACCUMULATION D'UNE RESERVE D'EAU A UNE CERTAINE PRESSION ET QUI SERA RESTITUEE AU SYSTEME LORSQUE LES POMPES S'ARRETENT , L'ALIMENTATION DE LA CONDUITE EST AINSI PROLONGEE ARTIFICIELLEMENT APRES L'ARRET DES POMPES .

ON PEUT INTERPRETER SON FONCTIONNEMENT EN TANT QUE PHENOMENE D'OSCILLATION EN MASSE , PUISQUE LA COLONNE D'EAU APRES L'ARRET DES POMPES EST SOUMISE A UNE EXTREMITE A LA PRESSION CONSTANTE IMPOSEE PAR LE RESERVOIR ,ET A L'AUTRE A LA PRESSION DE L'AIR DE L'ANTI-BELIER , CET AIR SUBISSANT UNE SUCCESSION DE DETENTES DU RESERVOIR D'AIR , ET POUR AMORTIR RAPIDEMENT LE REGIME TRANSITOIRE ON EST SOUVENT AMENE A PREVOIR A LA BASE DU DISPOSITIF DE PROTECTION UN ETRANGLEMENT QUI CREÉ UNE FORTE DISSIPATION D'ENERGIE .

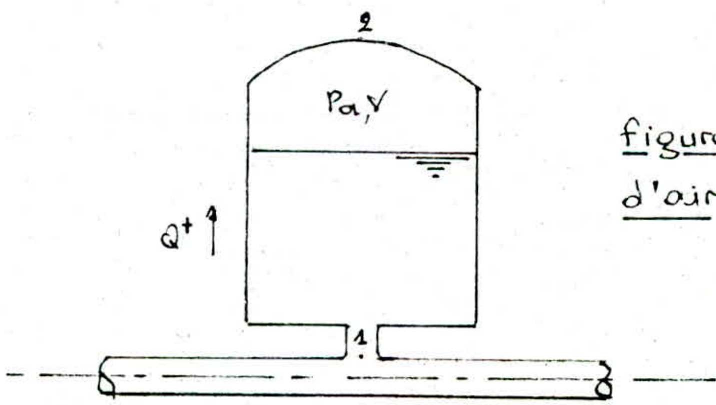



figure du reservoir d'air.

L'EQUATION REGISSANT LE FONCTIONNEMENT DES RESERVOIRS D'AIR EST LA SUIVANTE :

( 1 ) $\boxed{P_a . V^n = cste}$ - LOI DE BOYLE-MARIOT

OÙ :

$n = 1$ POUR UNE TRANSFORMATION ISOTHERME .

$n = 1,41$ POUR UNE TRANSFORMATION ADIABATIQUE .

$1 < n < 1,41$ POUR UNE TRANSFORMATION POLYTROPIQUE .

ECRIVONS LA DIFFERENTIELLE TOTALE DE L'EQUATION ( 1 ) :

$$dP_a . V^n + P_a . n . V^{n-1} dV = 0$$

D'OU

$$dP_a = - n \frac{P_a}{V} dV$$

LA VARIATION DE PRESSION AU POINT 1 ETANT dp ,ELLE EST EGALE A LA VARIATION DE PRESSION DE L'AIR DU RESERVOIR ,PLUS LA VARIATION DE PRESSION DUE A LA VARIATION DE LA HAUTEUR D'EAU DANS LE RESERVOIR SUITE AU PASSAGE ( ENTREE OU SORTIE ) D'UN DEBIT Q A L'INTERIEUR DU RESERVOIR .

SOIT :

$$dh = \frac{Q . dt}{A}$$

EN SUPPOSANT QU'UN DEBIT Q EST ENTRE DANS LE RESERVOIR .

D'OU :

$$dp = dp_a + \rho g dh$$

$$dp = dp_a + \rho g \frac{Q dt}{A}$$

EN PORTANT L'EXPRESSION DE $dp_a$ DANS LA DERNIERE EQUATION ON OBTIENT :

$$dp = -\frac{n p_a}{V} dV + \rho g \frac{Q dt}{A}$$

OR :

$$dV = -Q \cdot dt$$

PUISQUE ON A DIMINUTION DU VOLUME D'AIR ET EN PORTANT DANS L'EQUATION PRECEDANTE ON AURA :

$$dp = n \frac{p_a}{V} Q dt + \rho g \frac{Q dt}{A}$$

OU :

$$\boxed{dp = \left[ n \left( \frac{p_a}{V} \right) + \rho g \frac{1}{A} \right] Q dt.}$$

CETTE DERNIERE ETANT L'EQUATION DIFFERENTIELLE REGISSANT LE FONCTIONNEMENT DU RESERVOIR D'AIR .

# 4- Etablissement de l'equation de la Cheminee d'equilibre

LA CHEMINEE D'EQUILIBRE EST SURTOUT UTILISEE DANS LES INSTALLATIONS HYDROELECTRIQUES.

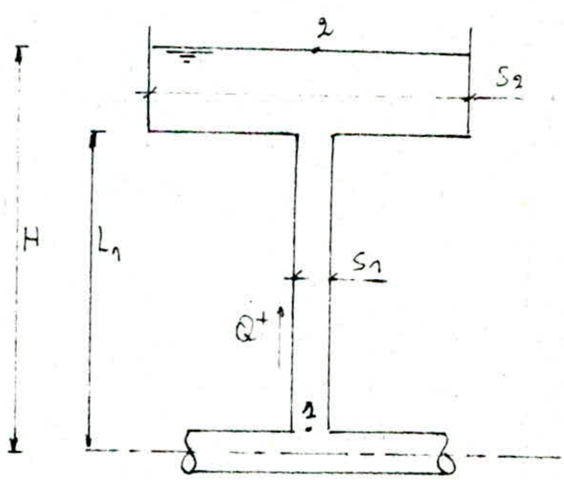
DANS LE CAS D'UNE ADDUCTION PAR POMPAGE , UNE CHEMINEE , CONSTRUITE A L'ORIGINE DE REFOULEMENT DEVRAIT AVOIR UNE COTE DE TROP-PLEIN SUPERIEURE A LA HAUTEUR MANOMETRIQUE TOTALE DES POMPES .

AINSI EMPLOI-T-ON ESSENTIELLEMENT LA CHEMINEE SUR LE TRACE DU REFOULEMENT , EN PARTICULIER QUAND CELUI-CI COMPORTE UN POINT HAUT CONDUISANT A UN OUVRAGE DE HAUTEUR ACCEPTABLE .

LE FONCTIONNEMENT DE LA CHEMINEE D'EQUILIBRE REPOSE SUR LE MEME PRINCIPE ENONCE POUR LE RESERVOIR D'AIR .

L'EQUATION DE LA CHEMINEE D'EQUILIBRE EST ETABLIE A PARTIR DE L'EQUATION DE LA CONSERVATION DE LA MASSE EN REGIME INSTATIONNAIRE .

CETTE EQUATION ENTRE LES POINTS 1 ET 2 , FIGURESSUR LE SCHEMA SUIVANT :




EST DONNEE PAR :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{L_1}{g} a_1 + \frac{H - L_1}{g} a_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + H + \frac{\lambda_1 L_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} +$$

$$+ \lambda_2 \frac{L - L_1}{D_2} \frac{v_2^2}{2g} + \zeta \frac{v_1^2}{2g}$$

OR , LA DIFFERENCE H-L1 EST TRES PETITE DEVANT L1 , PAR AILLEURS a2 EST INFERIEUR A a1 ( V1 > V2 ) ALORS ON PEUT NEGLIGER LE TERME ( H-L1 ).a2/g DEVANT L1.a2/g ET LE TERME $\lambda_2$( H-L1 ).v2/D2/2.g DEVANT $\lambda_1$ L1.v2/D1/2.g . DE PLUS $\xi$ DÛ A LA VARIATION DE SECION EST TRES FAIBLE D'OU :

$$\xi \frac{v_1^2}{2g} \simeq 0$$

P2 ETANT EGALE A LA PRESSION ATMOSPHERIQUE ,D'OU LA PRESSION RELATIVE AU POINT 2 EST NULLE .

$$a_1 = \frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{S_1}\frac{dQ}{dt}$$

$$\text{avec} \qquad v_1 = \frac{Q_1}{S_1}$$

LA HAUTEUR D'EAU DANS LA CHEMINEE D'EQUILIBRE EST UNE FONCTION DU TEMPS ,C-A-d A UN MOMENT tj :

$$H(t_j) = H(t_{j-1}) + \frac{Q\,dt}{S_2}$$

EN PORTANT LES MODIFICATIONS DANS LA PRECEDANTE EQUATION DE LA CHEMINEE D'EQUILIBRE ON OBTIENT L'EQUATION SUIVANTE :

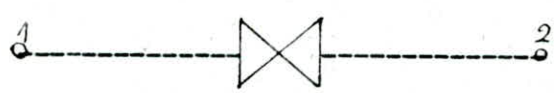
$$\boxed{\frac{P_1}{\rho g} + \frac{Q^2}{2gS_1^2} = \frac{L_1}{g}\frac{dQ}{S_1 dt} + \frac{Q^2}{2gS_2^2} + H(t_{j-1}) + \frac{Q\,dt}{S_2} + \frac{\lambda_1 L_1}{D_1}\frac{Q^2}{2gS_1^2}}$$

CETTE DERNIERE ETANT L'EQUATION DYNAMIQUE DE LA CHEMINEE D'EQUILIBRE .

# 5. Etablissement de l'équation de la Vanne

LA VANNE QUI AU MOYEN DE L'ORGANE DE FERMETURE QU'EST L'OPRCULE JOUE UN DOUBLE ROLE , ET CE SELON SA POSITION DANS LE SYSTEME HYDRAULIQUE , ELLE PEUT ETRE GENERATRICE D'UN PHENOMENE INSTATIONNAIRE , SUITE A UNE MANOEUVRE OPEREE SUR CETTE DERNIERE , DE PLUS LA NATURE ET L'ORDRE DE GRANDEUR DES PARAMETRES PHYSIQUES CARACTERISANT CE PHENOMENE ,DEPENDENT DE LA POSITION RELATIVE DE L'ORGANE DE FERMETURE PAR RAPPORT A L'AXE DE LA CONDUITE , AINSI QUE DE LA MANIERE AVEC LA QUELLE S'EST OPEREE LA MANOEUVRE. COMME ELLE PEUT CONTRIBUER A LA DISPARITION PROGRESSIVE DU PHENOMENE INSTATIONNAIRE DE PART SA NATURE D'ORGANE DISSIPATEUR D'ENERGIE .

CONSIDERONS L'ELEMENT DELIMITE PAR LES POITS 1 ET 2 .




ET APPLIQUONS LUI L'EQUATION DE LA CONSERVATION DE LA MASSE :

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_v \frac{v^2}{2g} + \frac{aL}{g}$$

LA VANNE EST PLACEE ENTRE DEUX POITS DE MEME SECTION , DE PLUS LA LONGEUR DE L'ELEMENT EST TRES FAIBLE , C'EST POURQUOI QU'ON PEUT NEGLIGER $aL/g$ << DEVANT LES AUTRES TERMES DU SECOND MOMBRE DE L'EQUATION .

ET ENCORE $v1 = v2$ ET LES COTES Z1 ET Z2 SONT PRESQUES CONFONDUES .

L'EQUATION DEVIENT :

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + \zeta_v \cdot \frac{U^2}{2g}$$

OR, $\zeta_v$ VARIE AVEC LE TEMPS DANS LE CAS OU UNE MANOEUVRE EST OPEREE SUR CELLE-CI.

L'EQUATION DEVIENT :

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + \zeta_v(t) \cdot \frac{U^2}{2g}$$

EN REMPLACANT v EN FONCTION DE Q ON AURA POUR EXPRESSION FINALE :

$$\boxed{\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + \zeta_v(t) \frac{Q^2}{2g S^2}}$$

C'EST L'EQUATION REGISSANT LE FONCTIONNEMENT DE LA VANNE.

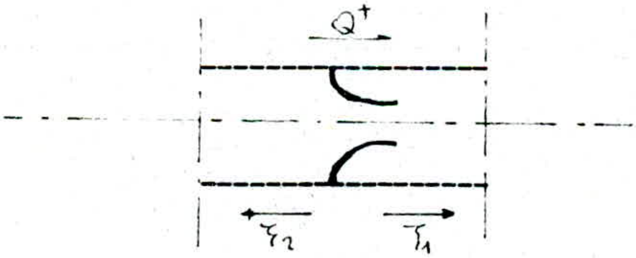
# 6-Etablissement des équations des singularites

LES RESISTANCES SINGULIERES TELLES QUE, L'ETRANGLEMENT, SONT DES ORGANES DISSIPATEUR D'ENERGIE, LEUR EQUATION EST IDENTIQUE A CELLE DE LA VANNE, LA SEULE DIFFERENCE RESIDE DANS LA VALEUR DU COEFFICIENT DE PERTE DE CHARGE $\zeta$, OU DANS LE TERME D'ENERGIE CINETIQUE.

DE CE FAIT L'EQUATION DYNAMIQUE D'UN ETRANGLEMENT SERAIT :

$$\boxed{P_1 - P_2 = \zeta_{1,2} \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{S^2}}$$

LA FIGURE MONTRE UN TYPE D'ETRANGLEMENT ( UNE TUYERE ) :



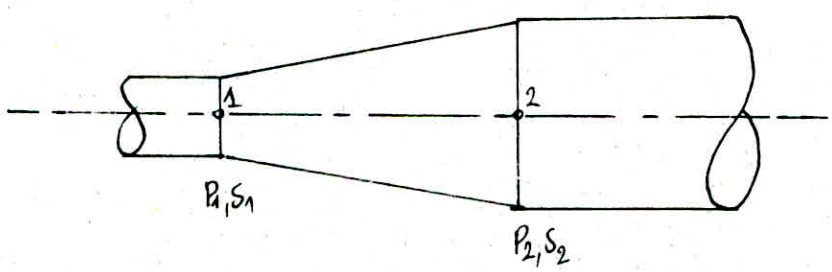

LA VALEUR DE $\zeta$ SERA FIXEE PAR LE SIGNE DU DEBIT TRANSITANT PAR CETTE BRANCHE.

SI LE DEBIT EST POSITIF ( voir figure ) C'EST $\zeta_1 = \zeta$ QUI INTERVIENT DANS L'EQUATION, SI NON, C'EST $\zeta = \zeta_2$.

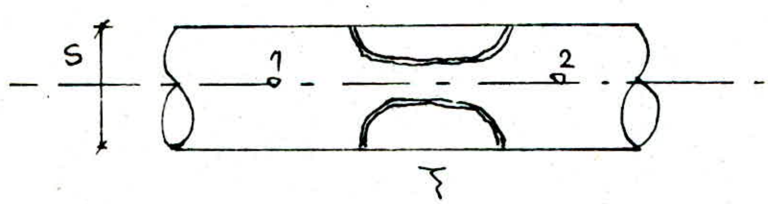
*- POUR UN DIVERGENT L'EQUATION DYNAMIQUE AURA LA FORME SUIVANTE :

$$\boxed{\frac{P_1}{\rho g} + \frac{Q^2}{2gS_1^2} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{Q^2}{2gS_2^2} + \zeta \frac{Q^2}{2gS_1^2}}$$

POUR LA FIGURE SUIVANTE :




*- POUR UNE RESISTANCE SINGULIERE TELLE QUE LE MONTRE LA FIGURE SUIVANTE :



SON EQUATION DYNAMIQUE EST :

$$\boxed{P_1 - P_2 = \zeta \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{S^2}}$$

S - SECTION NOMINALE DE LA CONDUITE .

# 7. Etablissement de l'equation du Clapet

LE CLAPET ETANT UN ORGANE UTILISE DANS LES SYSTEMES HYDRAULIQUES POUR PERMETTRE LE PASSAGE DU DEBIT DANS UN SEUL SENS PAR L'INTRODUCTION D'UNE PERTE DE CHARGE INFENIE .

CONSIDERONS L'ELEMENT DELIMITE PAR LES POITS 1 ET 2 .

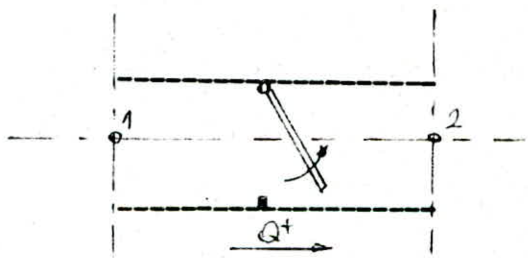



figure d'un clapet

L'EQUATION DE LA CONSERVATION DE LA MASSE ( OU EQUATION DE BERNOULLI ) APPLIQUEE A CETTE BRANCHE ENTRE 1 ET 2 DONNE :

$$P_1 = P_2 + \zeta \frac{\rho}{2} \frac{v^2}{2g}$$

LA VALEUR DU COEFFICIENT DE PERTE DE CHARGE $\zeta$ EST EN FONCTION DU SIGNE DU DEBIT .

SI LE DEBIT EST POSITIF ( voir figure ) ALORS $\zeta$ PEUT PRENDRE DES VALEURS ALLANT DE 2 A 4 .
SI LE DEBIT EST NEGATIF LE CLAPET SE FERME, IL N'Y AURA PAS DE PASSAGE DE DEBIT, ET LA VALEUR DE $\zeta$ DANS CE CAS EST INFENIE .

SOIT :

$$\zeta = 2 \text{ à } 4 \qquad \text{SI} \qquad Q > 0$$

$$\zeta \longrightarrow \infty \qquad \text{SI} \qquad Q < 0$$

EN INTRODUISANT Q DANS L'EQUATION ON ARRIVE A :

$$\boxed{P_1 - P_2 = \zeta \frac{\rho}{2} \frac{Q^2}{S^2}}$$

C'EST L'EQUATION DYNAMIQUE DU CLAPET .

# Developpement des équations des branches

LE SYSTEME D'EQUATIONS REGISSANT LE FONCTIONNEMENT D'UN SYSTEME HYDRAULIQUE CONTIENDRA AUTANT D'EQUATIONS QU'ILS YA DE BRANCHES , ET IL YA DES EQUATIONS QUI SE REPETENT AUTANT DE FOISZ QUE LA MEME BRANCHE APPARAIT DANS LE SYSTEME HYDRAULIQUE .

C'EST POURQOI LE SYSTEME D'EQUATIONS SERA FORME A PARTIR DES EQUATIONS ETABLIES AU CHAPITRE PRECEDANT .

MAIS UN TEL SYSTEME. EST UN SYSTEME D'EQUATIONS DIFFERENTIELLES DU SECOND ORDRE NON LINEAIRE , ET TOUTE SOLUTION ANALYTIQUE EST IMPOSSIBLE , C'EST POURQOI NOUS PROPOSONS DE LE LINEARISER AU MOYEN DES DIFFERENCES FINIES ET DE CHERCHER LA SOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS LINEAIRE

# 1. Developpement de l'equation de la Conduite

L'EQUATION DE LA CONDUITE ETABLIE PRECEDEMMENT EST :

$$(1)\quad \rho L\left[\frac{1}{S}\frac{dQ_1}{dt}-\frac{L}{2E_r}\left(\frac{d^2P_1}{dt^2}+\frac{d^2P_2}{dt^2}\right)\right]+\frac{\rho\lambda L}{2D}\left[\frac{Q_1}{S}-\frac{L}{2E_r}\left(\frac{dP_1}{dt}+\frac{dP_2}{dt}\right)\right]^2+P_2-P_1=0$$

EN PASSANT AUX DIFFERENCES FINIES L'EQUATION DEVIENT :

$$(2)\quad \rho L\left[\frac{1}{S}\frac{\Delta Q_1}{\Delta t}-\frac{L}{2E_r}\left(\frac{\Delta^2P_1}{\Delta t^2}+\frac{\Delta^2P_2}{\Delta t^2}\right)\right]+\frac{\rho\lambda L}{2D}\left[\frac{Q_1}{S}-\frac{L}{2E_r}\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)\right]^2+$$
$$+P_2-P_1=0$$

LE DEVELOPPEMENT DE CETTE EQUATION DONNE :

$$(3)\quad \frac{\rho L}{S}\frac{\Delta Q_1}{\Delta t}-\frac{\rho L^2}{2E_r}\left(\frac{\Delta^2P_1}{\Delta t^2}+\frac{\Delta^2P_2}{\Delta t}\right)+\frac{\rho\lambda L}{2D}\left[\frac{Q_1^2}{S^2}-\frac{L\,Q_1}{E_rS}\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{L^2}{4E_r^2}\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)^2\right]+P_2-P_1=0$$

L'EQUATION ( 3 ) APPLIQUEE AU TEMPS ( j ) :

$$\frac{\rho L}{S}\frac{\Delta Q_{1,J}}{\Delta t}-\frac{\rho L^2}{2E_r}\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)_J+\frac{\rho\lambda L}{2DS^2}Q_{1,J}^2-$$
$$-\frac{\rho\lambda L^2}{2DE_rS}Q_{1,J}\left(\frac{\Delta P_{1,J}}{\Delta t}+\frac{\Delta P_{2,J}}{\Delta t}\right)+\frac{\rho L^3\lambda}{8E_r^2D}\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)_J^2+P_{2,J}-P_{1,J}=0$$

LES PROPRIETES DES DIFFERENCES FINIES MENERA LES TERMES CONCERNES DE L'EQUATION A DES FORMES SUIVANTES :

$$\Delta Q_{1,J}=Q_{1,J+1}-Q_{1,J}$$

$$\Delta P_{1,J}=P_{J+1}-P_J$$

$$\frac{\Delta}{\Delta t}\left[\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right]_J = \frac{1}{\Delta t}\left[\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right]_{J+1} - \frac{1}{\Delta t}\left[\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right]$$

$$Q_{1,J}^2 = Q_J \cdot Q_{J+1} \qquad ; \quad \left[\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right]_J^2 = \left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)\cdot\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)$$

LE DEBIT AU CARRE EST APPROCHE PAR LE PRODUIT DU DEBIT A L'INSTANT ( j ) PAR LE DEBIT A L'INSTANT ( j+1 ) TANT QUE LE PAS $\Delta t$ EST FAIBLE .

ON REMPLACE CES APPROXIMATIONS DANS L'EQUATION ( 4 ) ON TROUVE :

$$\frac{\rho L}{S}\left[\frac{Q_{1,J+1}-Q_{1,J}}{\Delta t}\right] - \frac{\rho L^2}{2E_r}\frac{1}{\Delta t^2}\left[(\Delta P_1+\Delta P_2)_{J+1}-(\Delta P_1+\Delta P_2)_J\right] +$$

$$+ \frac{\rho\lambda L}{2DS^2} Q_J Q_{J+1} - \frac{\rho\lambda L^2}{2DE_rS} Q_{1,J}\left[\frac{P_{1,J+1}-P_{1,J}}{\Delta t}+\frac{P_{2,J+1}-P_{2,J}}{\Delta t}\right] +$$

$$+ \frac{\rho\lambda L^3}{8E_r^2D}\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)_J\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)_{J+1} + P_{2,J} - P_{1,J} = 0$$

LE TERME : $\quad \dfrac{Q_1}{S} - \dfrac{L}{2E_r}\left(\dfrac{\Delta P_1}{\Delta t}+\dfrac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)$

REPRESENTANT LA VITESSE C DE L'ECOULEMENT , INTERVENANT DANS LE CALCUL DE LA PERTE DE CHARGE LINEAIRE LE LONG DE LA CONDUITE PEUT ETRE NEGATIF PUISQUE AU COURS DU REGIME TRANSITOIRE LE SENS DE L'ECOULEMENT PEUT S'INVERSER , ET LES PERTES DE CHARGES DANS CE CAS SERONT RETRANCHEES DU SECOND MEMBRE DE L'EQUATION , C'EST POURQOI ON INTRODUIT UNE VARIABLE SAX QUI REPRESENTERA LE SIGNE DU TERME PRECEDANT .

L'EQUATION ( 5 ) PREND LA FORME :

$$\frac{\rho L}{S}\left[\frac{Q_{1,J+1}-Q_{1,J}}{\Delta t}\right] - \frac{\rho L^2}{2E_r}\frac{1}{\Delta t^2}\left[(\Delta P_1+\Delta P_2)_{J+1}-(\Delta P_1+\Delta P_2)_J\right] +$$

$$+ SAX.\frac{\rho\lambda L}{2DS^2} Q_J\cdot Q_{J+1} - SAX.\frac{\rho\lambda L^2}{2DE_rS} Q_{1,J}\left[\frac{P_{1,J+1}-P_{1,J}}{\Delta t}+\frac{P_{2,J+1}-P_{2,J}}{\Delta t}\right]$$

$$+ \frac{SAX.\,\rho\lambda L^3}{8E_r^2D}\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)_J\left(\frac{\Delta P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta P_2}{\Delta t}\right)_{J+1} + P_{2,J} - P_{1,J} = 0$$

AVEC :

$$(\Delta P_1 + \Delta P_2)_{J+1} = \left[(P_{1,J+1} - P_{1,J}) + (P_{2,J+1} - P_{2,J})\right]$$

$$(\Delta P_1 + \Delta P_2)_J = \left[(P_{1,J} - P_{1,J-1}) + (P_{2,J} - P_{2,J-1})\right]$$

ON APPELLE $K = (\Delta P1 + \Delta P2)j$

EN PORTANT DANS L'EQUATION ON AURA :

$$\frac{\rho L}{S\Delta t} \cdot Q_{1,J+1} - \frac{\rho L}{S\Delta t} Q_{1,J} - \frac{\rho L^2}{2E_r\Delta t^2}\left[P_{1,J+1} - P_{1,J} + P_{2,J+1} - P_{2,J} - K\right]$$

$$+ \frac{SAX\,\rho\,\lambda L}{2DS^2} Q_J \cdot Q_{J+1} - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t}\left[P_{1,J+1} - P_{1,J} + P_{2,J+1} - P_{2,J+1}\right]$$

$$+ \frac{\rho\lambda L^3\,SAX \cdot K}{8E_r^2 D\Delta t^2}\left[P_{1,J+1} - P_{1,J} + P_{2,J+1} - P_{2,J}\right] + P_{2,J} - P_{1,J} = 0$$

EN DEVELOPPANT LES TERMES CONTENUS ENTRE PARENTHESES ON ARRIVE A :

$$\frac{\rho L}{S\Delta t}\left[Q_{1,J+1}\right] - \frac{\rho L}{S\Delta t} Q_{1,J} - \frac{\rho L^2}{2E_r\Delta t^2} P_{1,J+1} + \frac{\rho L^2}{2E_r\Delta t^2} P_{1,J} - \frac{\rho L^2}{2E_r\Delta t^2} P_{2,J+1} +$$

$$+ \frac{\rho L^2}{2E_r\Delta t^2} P_{2,J} + \frac{\rho L^2 K}{2E_r\Delta t^2} + \frac{SAX \cdot \rho\lambda L}{2DS^2} Q_J \cdot Q_{J+1} - \frac{SAX\,\rho\,\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t} P_{1,J+1} +$$

$$+ \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t} P_{1,J} - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t} P_{2,J+1} + \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t} P_{2,J} +$$

$$+ \frac{\rho\lambda L^3\,SAX}{8E_r^2 D\Delta t^2} \cdot K \cdot P_{1,J+1} - \frac{\rho\lambda L^3 SAX K}{8E_r^2 D\Delta t^2} \cdot P_{1,J} + \frac{\rho\lambda L^3 \cdot SAX \cdot K}{8E_r^2 D\Delta t^2} P_{2,J+1}$$

EN REGROUPANT LES TERMES :

$$- \frac{\rho\lambda L^3\,SAX \cdot K}{8E_r^2 D\Delta t^2} \cdot P_{2,J} + P_{2,J} - P_{1,J} = 0$$

$$\left[\frac{SAX \cdot \rho \cdot \lambda \cdot L^3 \cdot K}{8E_r^2 \cdot D \cdot \Delta t^2} - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t} - \frac{\rho L^2}{8E_r\Delta t^2}\right] \cdot P_{1,J+1} +$$

$$\left[\frac{\rho\lambda L^3\,SAX \cdot K}{8E_r^2 \cdot D \cdot \Delta t^2} - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t} - \frac{\rho L^2}{2E_r\Delta t^2}\right] \cdot P_{2,J+1} +$$

$$+ \left[\frac{\rho L}{S\Delta t} + \frac{SAX \cdot \lambda\,\rho L\,Q_J}{2S^2D}\right] Q_{1,J+1} = \left[1 + \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^3 K}{8E_r^2 D\Delta t^2} -\right.$$

$$\left. - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t} - \frac{\rho L^2}{2E_r\Delta t^2}\right] \cdot P_{1,J} - \left[1 - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^3 K}{8E_r^2 D\Delta t^2} +\right.$$

$$\left. + \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,J}}{2DE_rS\Delta t} + \frac{\rho L^2}{2E_r\Delta t^2}\right] P_{2,J} + \frac{\rho L Q_{1,J}}{S\Delta t} - \frac{\rho L^2 K}{2E_r\Delta t^2}$$

CETTE EQUATION A LA FORME SUIVANTE :

$$A \cdot P_{1,j+1} + A \cdot P_{2,j+1} + B \cdot Q_{1,j+1} = C$$

AVEC :

$$A = \left[ \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^3 K}{8 E_r^2 D \Delta t^2} - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,j}}{2 D E_r S \Delta t} - \frac{\rho L^2}{2 E_r \Delta t^2} \right]$$

$$B = \left[ \frac{\rho L}{S \Delta t} + \frac{SAX\, \lambda \rho L\, Q_J}{2 S^2 D} \right]$$

$$C = \left[ 1 + \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^3 K}{8 E_r^2 D \Delta t^2} - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 \cdot Q_{1,j}}{2 D E_r S \Delta L} - \frac{\rho L^2}{2 E_r \Delta t^2} \right] P_{1j}$$

$$- \left[ 1 - \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^3 K}{8 E_r^2 D \Delta t} + \frac{SAX \cdot \rho\lambda L^2 Q_{1,j}}{2 D E_r S \Delta t} + \frac{\rho L^2}{2 E_r \Delta t^2} \right] P_{2,j} +$$

$$+ \frac{\rho L\, Q_{1,j}}{S \Delta t} - \frac{\rho L^2 \cdot K}{2 E_r \Delta t^2}$$

CETTE DERNIERE EQUATION EST LINEAIRE , ET DONT LES INCONNUES AU TEMPS j+1 SONT LES PRESSIONS AUX EXTREMITES DE LA CONDUITE ET LE DEBIT TRANSITÉ .

LES PRÉSSIONS ET LE DEBIT AU TEMPS j REPRÉSENTENT L'ETAT INITIAL .DE MÊME POUR D'AUTRE PAREMÈTRE A SAVOIR K ,QUI EST EGAL A LA SOMME DES DIFFERENCES DE PRESSION DES DEUX EXTRIMETES DE LA CONDUITE .

# 2. Developpement de l'equation de la pompe

EN ETABLISSANT L'EQUATION DE LA POMPE ON EST ARRIVE A LA FORME SUIVANTE :

$$\psi = \frac{P_2 - P_1}{\rho g n^2} + \frac{z_2 - z_1}{n^2}$$

ET FIGURANT DANS LE SYSTEME D'EQUATION PRECEDANT .

L'EQUATION DES MOMENTS TRADUIT LA VARIATION DU NOMBRE DE TOURS , SERVIRA ELLE A DETERMINER LE NOMBRE DE TOURS DE LA POMPE POUR CHAQUE ETAT DU SYSTEME CONNAISSANT LE NOMBRE DE TOURS ET LE DEBIT DE L'ETAT PRECEDANT .

POUR CALCULER $\psi$ OU $\varepsilon$ , EN FONCTION DE $\varphi$ ON VA FAIRE UNE INTRPOLIATION LINEAIRE , EN ASSIMILANT LA COURBE DE $\psi$ OU DE $\varepsilon$ ENTRE DEUX POINTS SUCCESSIFS, A UN SEGMENT DE DROITE RESPECTIVEMENT D'EQUATION :

$$\psi = \Phi_{0i} + \Phi_{1i} \cdot \varphi$$

$$\varepsilon = \Phi_{2i} + \Phi_{3i} \cdot \varphi$$

LES CONSTANTES $\Phi_{0i}$ , $\Phi_{1i}$ , $\Phi_{2i}$ , $\Phi_{3i}$ SERONT CALCULÉES POUR CHAQUE INTERVALLE $[\varphi_1 , \varphi_2]$ .

SOIT POUR UN INTERVALLE $[\varphi_i , \varphi_{i+1}]$ :

$\Phi_{0i}$ = ORDONNEE A L'ORIGINE DE LA DROITE

$$\Phi_{0i} = \psi_i - \frac{(\psi_{i+1} - \psi_i)}{(\varphi_{i+1} - \varphi_i)} \cdot \varphi_i$$

$\Phi_{1i}$ = PENTE DE LA DROITE $\psi$ .

$$\Phi_{1i} = \frac{(\psi_{i+1} - \psi_i)}{(\varphi_{i+1} - \varphi_i)}$$

$$\Phi_{2i} = \varepsilon_i - \frac{(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)}{(\varphi_{i+1} - \varphi_i)} \cdot \varphi_i$$

$\Phi_{2i}$ = ORDONNEE A L'ORIGINE DE LA DROITE $\mathcal{E}$

$\Phi_{3i}$ = PENTE DE LA DROITE $\mathcal{E}$

$$\Phi_{3i} = \frac{(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)}{(\varphi_{i+1} - \varphi_i)}$$

OR , ON A $\quad H = \dfrac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_2 - h_1$

ET $\quad H = \psi \cdot n^2 \quad$ D'UNE PART .

D'AUTRE PART ON A :

$$\psi = \Phi_{0i} + \Phi_{1i} \cdot \varphi$$

D'OU

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_2 - h_1 = \psi \cdot n^2$$

ET EN PORTANT L'EXPRESSION DE $\psi$ DANS CETTE EQUATION ON ABOUTIT A :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_2 - h_1 = \left( \Phi_{0i} + \Phi_{1i} \cdot \varphi \right) n^2$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_2 - h_1 = \Phi_{0i} n^2 + \Phi_{1i} \varphi \cdot n^2$$

OR : $Q = \varphi \cdot n$

EN PORTANT DANS L'EQUATION PRECEDANTE ON ARRIVE A :

$$\boxed{\frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_2 - h_1 = \Phi_{0i} n^2 + \Phi_{1i} n Q} \qquad (\mathrm{I})$$

CETTE EQUATION PRESENTE COMME VARIABLE LES PRESSIONS P2 , P1 ET LE DEBIT Q , ET CE POUR UN NOMBRE DE TOURS DONNE .

CONSIDERONS MAINTENANT LA DEUXIME EQUATION , OU EQUATION DU MOMENT HYDRAULIQUE DEVELOPPE PAR LA POMPE .
JUSTE AU MOMENT DE L'ARRET DU MOTEUR , CETTE EQUATION PRESENTE LA FORME SUIVANTE :

$$- M_{Hyd} = 2 \pi \theta \frac{dn}{dt}$$

OR : $\dfrac{M_{Hyd}}{n^2} = \varepsilon$ ET $\varepsilon = \Phi_{2i} + \Phi_{3i} \cdot \varphi$

DONC
$$M_{hyd} = \varepsilon n^2 = \left( \Phi_{2i} + \Phi_{3i} \cdot \varphi \right) . n^2$$
$$= \Phi_{2i} n^2 + \Phi_{3i} \cdot \varphi \cdot n^2$$

OR : $$Q = n \cdot \varphi$$

D'OU $$M_{hyd} = \Phi_{2i}\, n^2 + \Phi_{3i}\, n\, Q$$

ET

$$- M_{hyd} = 2\pi\theta \frac{dn}{dt}$$

DONC :

$$-(\Phi_{2i}\, n^2 + \Phi_{3i}\, n\, Q) = 2\pi\theta \frac{dn}{dt}$$

EN PASSANT AUX DIFFERENCES FINIES :

$$\frac{dn}{dr} \simeq \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

D'OU :

$$-(\Phi_{2i} \cdot n^2 + \Phi_{3i} \cdot n \cdot Q) = 2\pi\theta \cdot \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

EN CONSIDERANT DEUX INSTANTS QUELCONQUES AU COURS DE L'ARRET DE LA POMPE ,
SOIENT $t_j$ ET $t_{j-1}$ CES DEUX INSTANTS , ET
SOIENT LES NOMBRES DE TOURS CORRESPONDANTS $n_j$ ET $n_{j-1}$

D'OU $$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{n_j - n_{j-1}}{t_j - t_{j-1}}$$

MAIS LAISSANT $\Delta t$ TEL QU'IL EST :

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{n_j - n_{j-1}}{\Delta t}$$

ET POSONS $$n = \frac{n_j + n_{j-1}}{2}$$

C'EST-A-DIRE QU'ON ADMET QUE LA VALEUR DU NOMBRE DE TOURS A UN INSTANT DONNES NE VARIE PAS TELLEMENT ( NE VARIE PAS FORTEMENT ) PAR RAPPORT A LA VALEUR DU NOMBRE DE TOURS A L'INSTANT PRECEDANT .

DE CE FAIT L'EQUATION PRECEDANTE DEVIENT :

$$\frac{\Phi_{2i}}{4}\left(n_j^2 + 2n_j n_{j-1} + n_{j-1}^2\right) + \frac{\Phi_{3i}}{2} Q\left(n_j + n_{j-1}\right)$$

$$+ \frac{2\pi\theta}{\Delta t}\left(n_j - n_{j-1}\right) = 0$$

PAR AILLEURS ON SUPPOSE QUE LA VALEUR DE Q EST CELLE CORRESPONDANT A L'INSTANT PRECEDANT ( $t_{j-1}$ ) :

$$Q = Q_{j-1}$$

DONC :

$$\frac{\Phi_{2i}}{4}\left(n_j^2 + 2n_j n_{j-1} + n_{j-1}^2\right) + \frac{\Phi_{3i}}{2} Q_{j-1}\left(n_j + n_{j-1}\right) +$$

$$+ \frac{2\pi\theta}{\Delta t}\left(n_j - n_{j-1}\right) = 0$$

EN DEVELOPPANT CETTE EQUATION EN $n_j$ ON ABOUTIT A :

$$\frac{\Phi_{2i}}{4} \cdot n_j^2 + \left(\frac{\Phi_{2i}}{2} n_{j-1} + \frac{\Phi_{3i}}{2} Q_{j-1} + \frac{2\pi\theta}{\Delta t}\right) n_j +$$

$$+ \frac{\Phi_{2i}}{4} n_{j-1}^2 + \frac{\Phi_{3i}}{2} Q_{j-1} n_{j-1} - \frac{2\pi\theta}{\Delta t} \cdot n_{j-1} = 0$$

QUI EST DE LA FORME :

$$a \cdot n_j^2 + b\, n_j + c = 0$$

ON A

$$a = \frac{\Phi_{2i}}{4}$$

$$b = \left(\frac{\Phi_{2i}}{2} n_{j-1} + \frac{\Phi_{3i}}{2} Q_{j-1} + \frac{2\pi\theta}{\Delta t}\right)$$

$$c = \frac{\Phi_{2i}}{4} n_{j-1}^2 + \frac{\Phi_{3i}}{2} Q_{j-1} n_{j-1} - \frac{2\pi\theta}{\Delta t} n_{j-1}$$

LES SOLUTIONS DE CETTE EQUATION SONT :

$$nj_{1,2} = \left( -b - \sqrt{b2 - 4ac} \right) / 2a$$

MAIS PHYSIQUEMENT UNE SEULE SOLUTION EST VALABLE , PUISQUE nj DOIT ETRE POSITIF OU NUL . EN AUCUN CAS IL NE PEUT ETRE NEGATIF , DE CE FAIT LA SOLUTION DE L'EQUATION PRECEDENTE EST :

$$\boxed{nj \overset{(*)}{=} \left( -b + \sqrt{b2 - 4ac} \right) / 2a}$$

L'EQUATION FIGURANT DANS LE SYSTEME SERA L'EQUATION (I) .

---

(*) on montre facilement que la quantite b2-4ac est positive $\forall$ Q positif .

# 3-Developpement de l'équation de la Cheminee d'equilibre

L'EQUATION DE LA CHEMINEE D'QUILIBRE EST :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{Q^2}{2gS_1^2} = \frac{L_1}{g}\frac{dQ}{S_1 dt} + \frac{Q^2}{2gS_2^2} + H(t_{j-1}) + \frac{Q\,dt}{S_2} + \frac{\lambda_1 L_1}{D_1}\frac{Q^2}{2gS_1^2} \quad (1)$$

ECRIVONS L'EQUATION A UN INSTANT j :

$$\frac{P_{1,J}}{\rho g} + \frac{Q_J^2}{2gS_1^2} = \frac{L_1}{gS_1}\frac{dQ_J}{dt} + \frac{Q_J^2}{2gS_2^2} + H(j-1) + \frac{Q_J\,dt}{S_2^2} + \frac{\lambda_1 L_1}{D_1}\frac{Q_J^2}{2gS_1^2} \quad (2)$$

EN PASSANT AUX DIFFERENCES FINIES ET EN PORTANT DANS L'ÉQUATION LES APPROXIMATIONS SUIVANTES :

$$\Delta Q_J = Q_{J+1} - Q_J \quad ; \quad Q_J^2 = Q_J \cdot Q_{J+1}$$

ON ARRIVE A LA FORME SUIVANTE :

$$\frac{P_{1,J}}{\rho g} + Q_J^2\left[\frac{1}{2gS_1^2} - \frac{1}{2gS_2^2} - \frac{\lambda_1 L_1}{D_1 2gS_1^2}\right] - \frac{Q_J}{S_2^2}\Delta t - \frac{L_1}{gS_1}\frac{\Delta Q_J}{\Delta t} = H(j-1). \quad (3)$$

OU ENCORE :

$$P_{1,J} + Q_J^2\left[\frac{\rho}{2S_1^2} - \frac{\rho}{2S_2^2} - \frac{\rho\lambda_1 L_1}{2D_1 S_1^2}\right] - Q_J\,\Delta t\,\frac{\rho g}{S_2^2} - \frac{\rho L_1}{S_1}\frac{\Delta Q_J}{\Delta t} = H(j-1) \quad (4)$$

L'EQUATION DEVELOPPEE :

$$P_{1,J} + Q_{J+1}Q_J\left(\frac{\rho}{2S_1^2} - \frac{\rho}{2S_2^2} - \frac{\rho\lambda_1 L_1}{2D_1 S_1^2}\right) - \frac{\rho g Q_J\,\Delta t}{S_2^2} - \frac{\rho L_1}{S_1}\left(\frac{Q_{J+1} - Q_J}{\Delta t}\right) = H(j-1) \quad (5)$$

ON POSE :

$$P_{1,J} = (P_{1,J+1} + P_{1,J})/2$$ ; POUR $\Delta t$ FAIBLE

L'EQUATION ( 5 ) DEVIENT :

$$\frac{P_{1,J+1}}{2} + \frac{P_{1,J}}{2} + Q_{J+1}\left[Q_J \cdot \left(\frac{\rho}{2S_1^2} - \frac{\rho}{2S_2^2} - \frac{\rho\lambda_1 L_1}{2D_1S_1^2}\right)\right] - \frac{Q_J \rho g}{S_2^2}\Delta t$$

$$(6) \qquad - \frac{\rho L_1}{S_1 \Delta t} Q_{J+1} + \frac{\rho L_1 Q_J}{S_1 \Delta t} = H(J-1).$$

ON MULTIPLIE PAR 2 :

$$(7) \quad P_{1,J+1} + Q_{J+1}\left[2 \cdot Q_J \cdot \left(\frac{\rho}{2S_1^2} - \frac{\rho}{2S_2^2} - \frac{\rho\lambda L_1}{2D_1S_1^2}\right) \frac{2\rho L_1}{S_1}\frac{1}{\Delta t}\right] = 2H(J-1)$$

$$+ 2Q_J \cdot \left(\frac{\rho g \Delta t}{S_2^2} - \frac{\rho L_1}{S_1}\frac{1}{\Delta t}\right) - P_{1,J}.$$

L'EQUATION À POUR EXPRESSION FINALE :

$$(8) \quad P_{1,J+1} + \left[2Q_J \cdot \left(\frac{\rho}{2S_1^2} + \frac{\rho}{2S_2^2} - \frac{\rho\lambda L_1}{2D_1S_1^2}\right) - \frac{2\rho L_1}{\Delta t S_1}\right] Q_{J+1} =$$

$$2H(J-1) + 2Q_J\left[\frac{\rho g \Delta t}{S_2^2} - \frac{\rho L_1}{S_1 \Delta t}\right] - P_{1,J}.$$

LA FORME DE L'EQUATION EST :

$$P_{1,J+1} + A \cdot Q_{J+1} = B$$

AVEC :

$$A = Q_J\left[\frac{\rho}{S_1^2} - \frac{\rho}{S_2^2} - \frac{\rho\lambda L_1}{D_1 S_1^2}\right] - \frac{2\rho L_1}{\Delta t S_1}$$

$$B = 2H(J-1) + 2Q_J\left[\frac{\rho g \Delta t}{S_2^2} - \frac{\rho L_1}{S_1 \Delta t}\right] - P_{1,J}$$

C'EST UNE EQUATION LINEAIRE DONT LES INCONNUS SONT LA PRESSION ET LE DEBIT AU TEMPS j+1 .

# 4. Developpement de l'equation du reservoir d'air

L'EQUATION DU RÉSERVOIR D'AIR ÉTABLIE AU CHAPITRE PRÉCEDANT :

$$dP = \left[ n \left( \frac{Pa}{Va} \right) + \frac{\rho g}{A} \right] Q \, dt \qquad (1)$$

EN POSANT :

$dP \simeq \Delta P$ ET $dt \simeq \Delta t$

$$\Delta P_J = \left[ n \left( \frac{Pa}{Va} \right) + \frac{\rho g}{A} \right] Q_J \, \Delta t. \qquad (2)$$

ET AVEC : $Q_J = ( Q_{J+1} + Q_J ) / 2$ POUR $\Delta t$ TRES PETIT

ET COMME : $\Delta P_J = P_{J+1} - P_J$.

L'EQUATION 2 DEVIENT :

$$(3) \quad P_{J+1} - P_J = \left[ n \left( \frac{Pa}{Va} \right)_J + \frac{\rho g}{A} \right] ( Q_{J+1} + Q_J ) \frac{1}{2}$$

D'OU :

$$(4) \quad P_{J+1} - P_J = \left[ \frac{n}{2} \left( \frac{Pa}{Va} \right)_J + \frac{\rho g}{2A} \right] Q_{J+1} + \left[ \frac{n}{2} \left( \frac{Pa}{Va} \right)_J + \frac{\rho g}{2A} \right] Q_J$$

ET

$$P_{J+1} - \left[ \frac{n}{2} \left( \frac{Pa}{Va} \right)_J + \frac{2 \rho g}{\pi D^2} \right] Q_{J+1} = \left[ \frac{n}{2} \left( \frac{Pa}{Va} \right) + \frac{2 \rho g}{\pi D^2} \right] Q_J + P_J \qquad (5)$$

CAR $A = \pi D^2/4$.

L'EQUATION EST DE LA FORME :

$$P_{J+1} - B \cdot Q_{J+1} = C$$

AVEC $B = \frac{n}{2}\left(\frac{Pa}{Va}\right) + \frac{2\rho g}{\pi D^2}$

$$C = \left[\frac{n}{2}\left(\frac{Pa}{Va}\right) + \frac{2\rho g}{\pi D^2}\right] Q_J + P_J .$$

EQUATION LINEAIRE ET DONT LES INCONNUES AU TEMPS j+1 SONT Q ET P . DE PLUS LES GRANDEURS Pa ET Va SONT VERIFIÉES POUR CHAQUE PASSAGE DANS LE TEMPS ( CORRESPONDANT À CHAQUE ETAT DU SYSTEME HYDRAULIQUE ) .

# 5. Developpement de l'equation de la Vanne

L'EQUATION DEJA ETABLIE :

$$P_2 - P_1 = \xi(t) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{Q^2}{S^2} \qquad (1)$$

CETTE EQUATION AU TEMPS j+1 :

$$P_{2,J+1} - P_{1,J+1} = \xi(t) \frac{\rho}{2S^2} Q^2_{J+1} \qquad (2)$$

ON A $\quad Q^2_{J+1} = Q_J \cdot Q_{J+1}$.

ALORS :

$$P_{2,J+1} - P_{1,J+1} = \xi(t) \cdot \frac{\rho}{2S^2} \cdot Q_J \cdot Q_{J+1} = 0 \quad (3)$$

EN TRANSPOSANT LE SECOND MEMBRE DE L'AUTRE COTE ON TROUVE :

$$P_{2,J+1} - P_{1,J+1} - \xi(t) \cdot \frac{Q_J \cdot \rho}{2S^2} \cdot Q_{J+1} = 0 \quad (4)$$

LA FORME DE L'EQUATION :

$$P_{2,J+1} - P_{1,J+1} - C\, Q_{J+1} = 0$$

AVEC : $\quad C = \xi(t) \cdot \frac{\rho Q_J}{2 S^2}$.

EQUATION LINEAIRE DONT LES INCONNUES AU TEMPS j+1 SONT LES PRESSIONS ET LE DEBIT . LA CONSTANTE C EST CALCULÉ EN FONCTION DE $\xi_v$ QUI EST DONNE PAR LA POSITION DE L'OPERCULE EN FONCTION DU TEMPS .

# 6_Developpent de l'équation du Clapet

L'EQUATION DU CLAPET A LA MEME FORME QUE CELLE DE LA VANNE , LA SEULE DIFFERENCE EST QUE LE COEFFICIENT DE PERTE DE CHARGE CONTENU DANS LA CONSTANTE C POSSÈDE DEUX VALEURS . C'EST POURQUOI LA CONSTANTE C SERA CALCULEE EN TENANT COMPTE DU SENS DE L'ECOULEMENT .

$$Q > 0 \longrightarrow \zeta_1$$

$$Q < 0 \longrightarrow \zeta_2$$

## Singularité :

CAS PARTICULIER DE L'EQUATION DE LA VANNE POUR UNE VALEUR DU COEFFICIENT DE PERTE DE CHARGE $\zeta$ , ON A IMMEDIATEMENT L'EQUATION DE LA SINGULARITE .

# Presentation du systeme d'equation

EN RECAPITULANT CI-DESSOUS LES EQUATIONS DE CHAQUE BRANCHE :

- CONDUITE :

$$A \cdot P_{1,J+1} + A \cdot P_{1,J+1} + C \cdot Q_{J+1} = G$$

- POMPE :

$$P_{1,J+1} + P_{2,J+1} - D \cdot Q_{J+1} = E$$

- CHEMINEE D'EQUILIBRE :

$$P_{1,J+1} + F \cdot Q_{J+1} = 6$$

- RESERVOIR'' D'AIR :

$$P_{1,J+1} - H \cdot Q_{J+1} = I$$

- VANNE :

$$P_{2,J+1} - P_{1,J+1} - L \cdot Q_{J+1} = 0$$

- SINGULARITE :

$$P_{2,J+1} - P_{1,J+1} - R \cdot Q_{J+1} = 0.$$

CE DERNIER SYSTEME ETANT LINEAIRE, PRESENTANT COMME VARIABLES LES PRESSIONS AUX EXTREMITES DES ELEMENTS CONSIDERES (BRANCHE), ET LES DEBIT VEHICULES PAR CES DERNIERS. MAIS LE NOMBRE D'INCONNUES EST SUPERIEUR AU NOMBRE D'EQUATIONS, IL CONVIENT DONC DE COMPLETER LE SYSTEME PAR LES EQUATIONS DES NOEUDS ( LOI DE KIRCHOFF ), ET LES CONDITIONS AUX LIMITES, POUR AVOIR UN SYSTEME DE N EQUATIONS A N INCONNUES, DONT LA RESOLUTION SE FERA PAR UNE METHODE D'ANALYSE NUMERIQUE ( GAUSS-SIEDEL , PAR EXEMPLE ) .

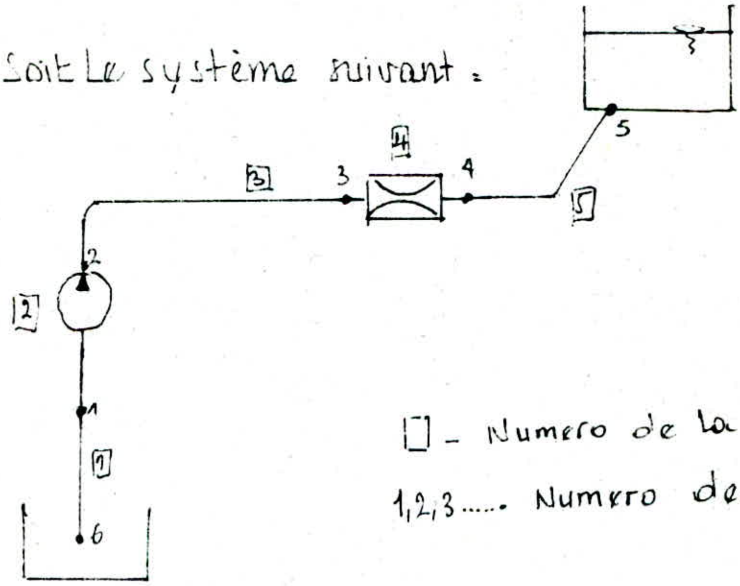
LA SOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS AU TEMPS $t_{j+1}$ , DONNERA ALORS LA DISTRIBUTION DE PRESSION AUX DIFFERENTS NOEUDS DU SYSTEME HYDRAULIQUE ,ET LA REPARTITION DES DEBITS DANS LES DIFFERNTES BRANCHES DU SYSTEME .

LES GRANDEURS ( Q,P,N , ETC... ) CALCULEES A L'ETAT j , ENTRENT DANS LE CALCUL DES COEFFICIENTS ( A,B,C,... ) DES DEBITS ET DES PRESSIONS DU SYSTEME D'EQUATIONS.

C'EST POURQUOI ,POUR CALCULER OU DETERMINER LA SULUTION DU SYSTEME, IL FAUT FAIRE UN CALCUL PRELIMINAIRE PERMETTANT LE CALCUL DES CONSTANTES ( A,B,C,D,... ), A PARTIR DES DONNEES DE L'ETAT j, AVANT DE DETERMINER LA SOLUTION DU SYSTEME .

L'EXEMPLE SUIVANT ILLUSTRE LA MANIERE D'ETABLIR LE SYSTEME D'EQUATION ET LA DETERMINATION DU NOMBRE TOTAL D'INCONNUES :

Soit le système suivant :




[ ] - Numero de la branche.

1, 2, 3 ...... Numero des noeuds.

## EN REGIME PERMANENT :

$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5$

$\Delta p = P_2 - P_1$

Par bernoulli, on trouve : $P_1, P_2, P_3, P_4$.

## EN REGIME INSTATIONNAIRE

* Soient les inconnues de chaque equation de la branche

- BRANCHE $\boxed{1}$ : $\Longrightarrow$ inconnues $(P_6, P_1, Q_6)$
- BRANCHE $\boxed{2}$ : $\Longrightarrow$ —"— $(P_1, P_2, Q_1)$
- BRANCHE $\boxed{3}$ : $\Longrightarrow$ —"— $(P_2, P_3, Q_2)$
- BRANCHE $\boxed{4}$ : $\Longrightarrow$ —"— $(P_3, P_4, Q_3)$
- BRANCHE $\boxed{5}$ : $\Longrightarrow$ —"— $(P_4, P_5, Q_4)$

* <u>Conditions initiales</u> (exemple)

$$P_6 = 1 \text{ bar}$$
$$P_5 = 1 \text{ bar}$$

* Les équations aux noeuds donnent les inconnues suivants.

– Noeud 1 inconnues $(Q_1, Q_6, P_6, P_1)$

$$Q_1 = Q_6 - \frac{A[6]\,L[6]}{2 \cdot E_r[6]}\left(\frac{dP_6}{dt} + \frac{dP_1}{dt}\right)$$

– Noeud 2 $Q_1 = Q_2$

– Noeud 3 inconnues $(Q_3, Q_2, P_3, P_2)$

– Noeud 4 $Q_3 = Q_4$

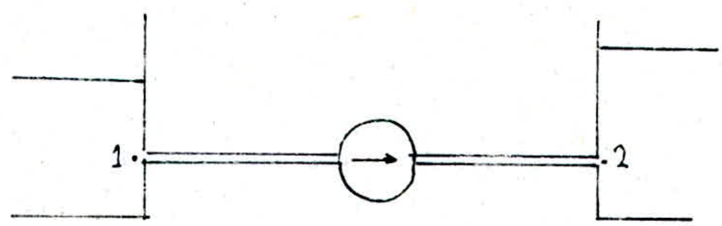
– Noeud 5 inconnues $(Q_4, Q_5, P_4, P_5)$

On remarque qu'on a 6 inconnues de pressions et 6 autre inconnues des debits. La somme faisait 12 inconnues, mais d'autre part on possède 12 équations, d'où on peut resoudre le système d'equation et obtenir les pressions et les debits dans tout point du systeme hydraulique.

# Application

AVANT DE FAIRE UNE APPLICATION D'UN SYSTEME COMPLIQUE, IL EST NECESSAIRE D'ETUDIER LA RESOLUTION DE CHAQUE EQUATION SEPAREMENT, EN ETABLISSANT UN PROGRAMME QUI PERMETTRA LE CALCUL DES INCONNUES DE CETTE EQUATION, POUR S'ASSURER DE LA METHODE PROPOSEE ET JUSTIFIER LES APPROXIMATIONS AYANT INTERVENUES DANS L'ETABLISSEMENT DE L'EQUATION.

1 - APPLICATION A UNE POMPE ALIMENTANT UN RESERVOIR DE GRANDE CAPACITE, A PARTIR D'UN AUTRE RESERVOIR :




ECRIVONS L'EQUATION ENTRE LES POINTS 1 ET 2 :

$$P_2 - P_1 - \rho g \phi_{1i} n Q + \rho g [(h_2 - h_1) - \phi_{0i} n^2] = 0$$

DONNEES :

- CARACTERISTIQUES DE LA POMPE PAR LE TABLEAU SUIVANT :

| $Q(m^3/s)$ | --- | --- | --- | --- | --- |
|---|---|---|---|---|---|
| $H(m)$ | --- | --- | --- | --- | --- |
| $\eta(\%)$ | --- | --- | --- | --- | --- |

POUR UN NOMBRE DE TOURS DONNE $N_o$

- LES CÔTES DES POINTS 1 ET 2 ( H1 ET H2 ) .
- LES PRESSIONS AUX EXTREMITES DE LA POMPE ( P1 ET P2 ) .

IL EST DEMANDÉ DE CALCULER LE DEBIT AU POINT DE FONCTIONNEMENT EN FONCTION DE LA VARIATION DE LA VITESSE DE ROTATION , AU COURS D'UN ARRÊT DES MOTEURS .

## ALGORITHME DE CALCUL :

INTRODUCTION DES DONNEES :

- LECTURE DU TABLEAU DONNANT LA CARACTERISTIQUE DE LA POMPE , DU NOMBRE DE ROURS ( N ), DES PRESSIONS AUX EXTREMITES DE LA BRANCHE ( P1 ET P2 ) ET DES CÔTES DES POINTS DELEMITANT LA BRANCHE ( H1 ET H2 ) .

- CALCUL PRELIMINAIRE :

§- ETABLISSEMENT DES CARACTERISTIQUES RÉDUITES :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(I) = Q(I) / N1 \\ \psi(I) = H(I) / N1^2 \\ \mathcal{E}(I) = M(I) / N1^2 \end{array} \right. , \quad I = 1, \ldots, LT$$

LT : NOMBRE DE POINTS DU TABLEAU.

- DEBUT DES CALCULS PERMETTANT LA RÉSOLUTION DE L'EQUATION

§- INITIALISATION : ON COMMENCE LES CALCULS AVEC LE DEBIT EN REGIME PERMANENT .

§- RECHERCHE DE L'INTERVALLE D'INTERPOLLATION CONTENANT $\varphi_o$, EN PARCOURANT LA CARACTERISTIQUE RÉDUITE tq :

$$\varphi_o = Q_o / N1 \quad , \qquad \varphi_1 \leq \varphi_o < \varphi_2$$

OU $[\varphi_1 , \varphi_2]$ L'INTERVALLE D'INTERPOLLATION

§- AYANT TROUVE L'INTEVALLE D'INTERPOLLATION ON CALCULE LES CONSTANTES :

$$\Phi_{o,i} , \Phi_{1,i} , \Phi_{2i} , \Phi_{3i}$$

§- ON CALCUL LE NOUVEAU NOMBRE DE TOURS A PARTIR DES CONSTANTES $\Phi_{oi}$ , $\Phi_{1i}$ , $\Phi_{2i}$ , $\Phi_{3i}$ , ET LE DEBIT $Q_o$ ET $N_o$ .

SOIT N1 LE NOMBRE DE TOURS CALCULÉ

ON CALCULE AUSSI LES CONSTANTES ( A,B,C,D ) EN FONCTION DES DONNEES DE L'ETAT PRECEDANT .

§- CALCUL DU DEBIT Q1 = ( -D -A.P1 -B.P2 ) /C

§- VERIFICATION DES CONSTANTES D'INTERPOLLATION :

SI LES CONSTANTES SONT BONNES , c-à-d SI

$\varphi_o$ = Q1 / N1 EST TOUJOURS CONTENU DANS L'INTEVALLE

$[\varphi_1 , \varphi_2]$ ALORS ON PASSE AU CALCUL DU PROCHAIN ETAT DU SYSTEME EN POSANT

$$Q_0 = Q_1 \quad ; \quad N_0 = N_1$$

ET EN REPRENANT A PARTIR DE LA RECHERCHE DE L'INTERVALLE D'INTERPOLLATION .

. SI NON , ON REPREND LES CALCULS , A PARTIR DE L'ETAPE PERMETTANT LA RECHERCHE DE L'INTERVALLE D'INTERPOLLATION AVEC :

$$\varphi_0 = Q1 / N_0$$

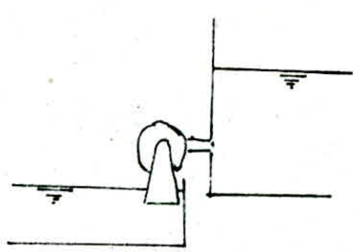
LE PROGRAMME CONCERNAT CE CAS EST DONNÉ DANS L'ANNEXE

Exemple :

pompe dont N = 1450 trs/min

| Q ($m^3/s$) | 0,11666 | 0,15833 | 0,21388 | 0,25555 | 0,28888 |
|---|---|---|---|---|---|
| H (m) | 59,70 | 58,00 | 53,00 | 47,00 | 39,50 |
| $\eta$ (%) | 75 | 80 | 83 | 80 | 75 |

schema de l'exemple :



H2 = H1 = 5 m
P1 = 20 m d'EAU
P2 = 72 m d 'eau .

**LE MOMENT D'INERTIE DE L'ENSEMBLE MOTEUR PLUS POMPE EST**
**$\Theta$ : $\Theta$ = 24 kg.m2 .**

**LE DEBIT EN REGIME PERMANENT SERA CALCULE PAR LE PROGRAMME ET UTILISE POUR LA SUITE DES CALCULS .**

**RESULTATS OBTENUS :**

LES DONNEES DU PROBLEME SONT

| Q(I)= | H(I)= | M(I)= |
|---|---|---|
| -0.2777700 | 90.00 | 50.000 |
| -0.1388800 | 65.00 | 80.000 |
| -0.0555500 | 63.00 | 250.000 |
| 0.0000000 | 62.35 | 300.000 |
| 0.0027700 | 62.34 | 390.000 |
| 0.0083300 | 62.30 | 400.000 |
| 0.0138800 | 62.20 | 410.000 |
| 0.0277700 | 61.90 | 440.000 |
| 0.0555500 | 61.40 | 500.000 |
| 0.1166600 | 59.70 | 641.969 |
| 0.1583300 | 56.00 | 740.630 |
| 0.2138800 | 53.00 | 875.923 |
| 0.2555500 | 47.00 | 960.689 |
| 0.2888800 | 39.90 | 1051.770 |

P1=200000.    P2=720000.    H1= 5.0    H2= 5.0

N1=1450.    DT=.010    TETA= 24.    TF= 2.

NS : Nombre d'iterations.

$Q_2$ : debit du nouvel etat du système au point de fonctionnement.

| NO= | T= | NP= | NS= | N1= | N2= | Q1= | Q2= |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.00 | 0.0 | 1 | 1450.0 | 1450.0 | -0.0636891 | -0.0636891 |
| 0 | 0.00 | 0.0 | 2 | 1450.0 | 1450.0 | 0.2220185 | 0.2220185 |
| 0 | 0.00 | 0.0 | 3 | 1450.0 | 1450.0 | 0.2138305 | 0.2138305 |
| 0 | 0.00 | 0.0 | 4 | 1450.0 | 1450.0 | 0.2138008 | 0.2138008 (*) |
| 1 | 0.01 | 1.0 | 1 | 1446.3 | 1446.3 | 0.2102378 | 0.2102378 |
| 2 | 0.02 | 1.0 | 1 | 1442.7 | 1442.7 | 0.2067573 | 0.2067573 |
| 3 | 0.03 | 1.0 | 1 | 1439.2 | 1439.2 | 0.2034440 | 0.2034440 |
| 4 | 0.04 | 1.0 | 1 | 1435.8 | 1435.8 | 0.2001238 | 0.2001238 |
| 5 | 0.05 | 1.0 | 1 | 1432.4 | 1432.4 | 0.1967969 | 0.1967969 |
| 6 | 0.06 | 1.0 | 1 | 1428.9 | 1428.9 | 0.1934631 | 0.1934631 |

Determination du debit en regime perman-ent

(*) Debit en regime permanent, obtenu aprés quatre iterations.

Suite des resultats en regime transitoire.

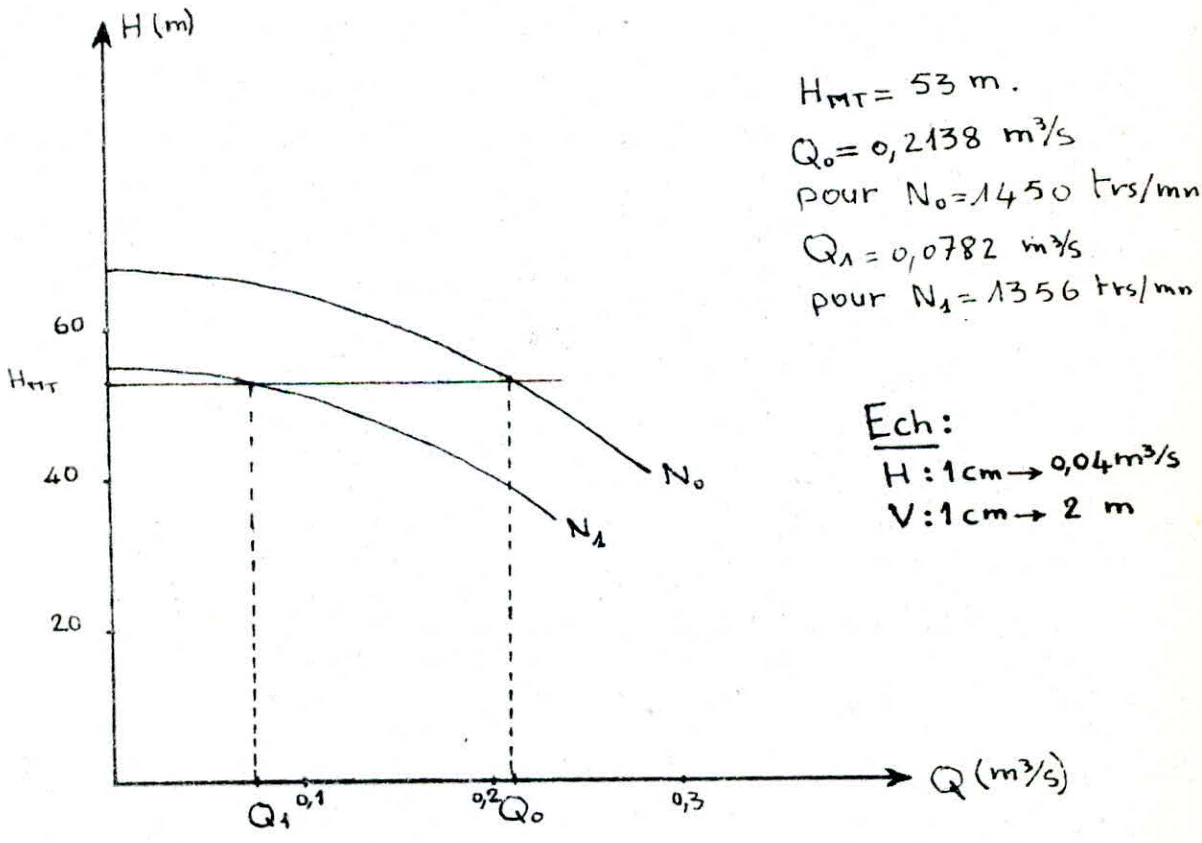
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 32 | 0.32 | 1.0 | 1 | 1355.9 | 1355.9 | 0.0782281 | 0.0782281 |
| 36 | 0.36 | 1.0 | 1 | 1349.0 | 1349.0 | 0.0537840 | 0.0537840 |
| 37 | 0.37 | 1.0 | 1 | 1346.1 | 1346.1 | 0.0479179 | 0.0479179 |
| 37 | 0.37 | 1.0 | 2 | 1346.1 | 1346.1 | 0.0459266 | 0.0459266 |
| 38 | 0.38 | 1.0 | 1 | 1344.3 | 1344.3 | 0.0376194 | 0.0376194 |
| 39 | 0.39 | 1.0 | 1 | 1342.6 | 1342.6 | 0.0295878 | 0.0295878 |
| 40 | 0.40 | 1.0 | 1 | 1341.1 | 1341.1 | 0.0223506 | 0.0223506 |
| 40 | 0.40 | 1.0 | 2 | 1341.1 | 1341.1 | 0.0229060 | 0.0229060 |
| 41 | 0.41 | 1.0 | 1 | 1339.6 | 1339.6 | 0.0168630 | 0.0168630 |
| 43 | 0.48 | 1.0 | 3 | 1329.9 | 1329.9 | -0.0513666 | -0.0513686 |
| 49 | 0.49 | 1.0 | 1 | 1328.5 | 1328.5 | -0.2017399 | -0.2017399 |
| 49 | 0.49 | 1.0 | 2 | 1328.5 | 1328.5 | -0.1121047 | -0.1121047 |
| 49 | 0.49 | 1.0 | 3 | 1328.5 | 1328.5 | -0.0545774 | -0.0545774 |
| 50 | 0.50 | 1.0 | 1 | 1327.2 | 1327.2 | -0.2341514 | -0.2341514 |

## - INTERPRETATION DES RESULTATS :

LE DEBIT EN REGIME PERMANENT A ETE DETERMINE AVEC UNE BONNE PRECISION $4 \cdot 10^{-4}$ PUISQUE LE DEBIT REEL AU POINT DE FONCTIONNEMENT EST 0,21388 m/S .

POUR LE DEBIT EN REGIME TRANSITOIRE ON OBSERVE UNE DECROISSANCE EN FONCTION DE LA DIMINUTION DU NOMBRE DU TOURS, ET ATTEIGNENT A LA FIN DES VALEURS NEGATIVES PUISQUE DANS L'EXEMPLE ETUDIE LA POMPE N'EST PAS MUNIE D'UN CLAPET DE NON-RETOUR .

LE GRAPHE SUIVANT MONTRE LA VARIATION DE LA CARACTERISTIQUE DE LA POMPE EN FONCTION DE LA DIMINUTION DU NOMBRE DE TOURS .



# E X P L I C A T I O N   DU   P R O G R A M M E :

## - DECLARATIONS :

ON DONNE LES DIMENSIONS DES VECTEURS OU MATRICES UTILISÉES, AINSI QUE LEUR NATURE ( S'ILS SONT ENTIER OU REELS etc ...)

## - LECTURE DES DONNÉES ET LEUR IMPRESSION :

§- ON DONNE LA LONGUEUR DU TABLEAU ,LES INSTRUCTIONS R E A D ( 1 , * ) PERMETTENT LA LECTURE SUR FICHIER FOR001.DAT CONTENANT LA CARACTERISTIQUE DE LA POMPE .

L'IMPRESSION EST FAITE POUR S'ASSURER QUE LA LECTURE A ETE FAITE NORMALEMENT .

§- ON DONNE LES CONDITIONS AUX LIMITES P1,P2,H1,H2,TETA,ET N1

TETA : MOMENT D'INERTIE DE L'ENSEMBLE POMPE PLUS MOTEUR

N1 : NOMBRE DE TOURS NOMINAL

## - ETABLISSEMENT DE LA CARACTERISTIQUE REDUITE :

```
DO 80   J= 1,LT
PHI(I) = Q(I)/N1
PSI(I) = H(I)/N1**2
EPS(I) = M(I)/N1**2
```

où $PHI(I) = \varphi(I)$, $PSI(I) = \psi(I)$, $EPS(I) = \varepsilon(I)$

## - INITIALISATION :

NP = 0 , NP COEFFICIENT PERMETTANT LA DISTINCTION ENTRE REGIME PERMANENT ET TRANSITOIRE. DANS CE CAS ON COMMENCE AVEC LE REGIME PERMANENT .

N2 = 0 , N2 VARIABLE INTRODUITE POUR CONSERVER LE NOMBRE DE TOURS CALCULE POUR UN ETAT DU SYSTEME .

T = 0 , T LE TEMPS DE PASSAGE AU COURS DU REGIME TRANSITOIRE.

R = N1 , R INTRODUITE POUR CONSERVER LA VALEUR DU NOMBRE DE TOURS DE L'ETAT INITIAL ( DANS LE CAS DE L'EXEMPLE N1 = 1450 tr/m ) .

## - DEBUT DES CALCULS :

LE TEST IF ( T.GT.TF ) PERMET D'ARRETER LES CALCULS .

LA BOUCLE

```
DO 50   I=1,LT

GO TO 500
```

```
50        CONTINUE
```

PERMET LA RECHERCHE DE L'INTERVALLE D'INTERPOLATION.
L'INSTRUCTION GO TO 500 NOUS PERMET DE SORTIR DE LA BOUCLE UNE FOIS L'INTERVALLE TROUVÉ.

§- L'INSTRUCTION CALL POPE ( DT,....) FAIT APPEL AU SOUS PROGRAMME QUI CALCULE LE MOMBRE DE TOURS ET LES CONSTANTES C1 ,C2 ,C3 ,C4 DE L'EQUATION

$$C1.P1+C2.P2+C3.Q+C4 = 0$$

§- LE DEBIT EST CALCULÉ PAR L'INSTRUCTION :

```
Q2 = ( -C1*P1 -C2*P2 -C4*1000 )/ ( C3*1000 )
```

ON INTRODUIT LA VARIABLE Q2 POUR DISTINGER LE DEBIT CALCULÉ DU DEBIT AYANT SERVI AU CALCUL .
NS = NS +1 : INCREMENTATION DU NOMBRE D'ITERATION.

§- LES INSTRUCTION :

```
      IF ( NS . EQ . 1 ) GO TO 25

35
```

PERMETTENT LA CONSERVATION DU NOMBRE DE TOURS APRES LA PREMIERE ITERATION , EN L'INTRODUISANT DANS LA VARIABLE N2 .

§- LES INSTRUCTIONS :

```
IF ( PHIO . LT . PH1 ) GO TO 502
IF ( PHIO . GE . PH2 ) GO TO 502
```

PERMETTENT LA VERIFICATION DES CONSTANTES D'INTERPOLATION .

§- LES INSTRUCTIONS

```
NP = 1

N2 = N1
GO TO 501
```

PERMETTENT L'INITIALISATION POUR LE REGIME TRANSITOIRE .

SOUS - PROGRAMME :

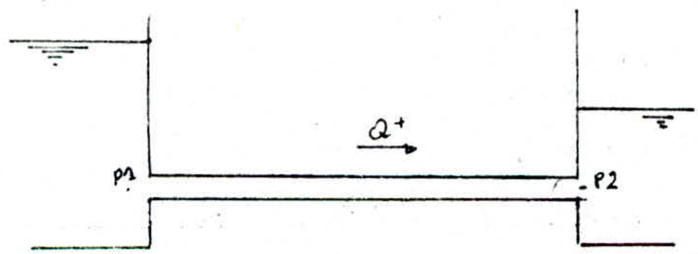
ON ARRIVE AU SOUS-PROGRAMME AVEC LES DONNEES SUIVANTES :

DT, TETA, NP, N 1, Q 1, PHIO 1, PHI 1 1, PHI2 1, PHI3 1, H1, H2, ET NS.
ON SORT DU SOUS PROGRAMME AVEC LA NOUVELLE VALEUR DU NOMBRE DE TOURS N1 ET LES CONSTANTES C 1, C2, C3, ET C4.

2- POUR S'ASSURER QUE LES APPROXIMATIONS EMPLOYEES DANS LE DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION DE LA CONDUITE , NOUS ETABLISSONS UN PROGRAMME PERMETTANT LA RESOLUTION DE CETTE EQUATION , ET DANS LEQUEL FIGURE UN SOUS - PROGRAMME CALCULANT UNIQUEMENT LES CONSTANTES DE L'EQUATION .

PAR AILLEURS LE PROGRAMME A ETE ETABLI POUR UNE CONDUITE RELIANT DEUX RESERVOIRS DE GRANDE CAPACITE , ALORS QUE LE SOUS - PROGRAMME EST APPLICABLE POUR N'IMPORTE QUEL CAS DE FIGURE .

CONSIDERONS LE CAS DE FIGURE SUIVANT :




LE PROGRAMME QU'ON ETABLIRA PERMETTRA DE CALCULER EN PLUS DE LA VARIATION DU DEBIT EN REGIME TRANSITOIRE ,LE DEBIT EN REGIME PERMANENT , EN PARTANT D'UNE VALEUR ARBITRAIRE DU DEBIT ET EN PROCEDANT PAR ITERATION.

UNE FOIS LE DEBIT EN REGIME PERMANENT CALCULÉ , ON PROCEDE A LA DETERMINATION DU DEBIT EN REGIME TRANSITOIRE , EN PARTANT DU REGIME PERMANENT , POUR CETTE RAISON , ON INTRODUIT UN COEFFICIENT NP QUI DISTINGUE LE REGIME TANSITOIRE DU REGIME PERMANENT EN ANNULANT LE TERME D'INERTIE DANS L'EQUATION DYNAMIQUE , PUISQUE IL PREND COMME VALEURS :

NP = 0 SI LE REGIME EST PERMANENT .

NP = 1 SI LE REGIME EST TRANSITOIRE .

## A L G O R I T H M E   D E   C A L C U L :

§- D 'APRES L'EQUATION LINEAIRE DE LA CONDUITE AU TEMPS j+1 :

$$A.P1,j+1 + A.P2,j+1 + B.Qj+1 = C$$

POSSEDANT TROIS ( 03 ) INCONNUES P1,j+1 , P2,j+1 , ET Qj+1. ON FIXE DEUX D'ENTRE EUX , QUI SONT P1,j+1 ET P2,j+1 ,DONNEES PAR LES CHARGES DES DEUX RESERVOIRS ,? D ONC ON PEUT TIRER LE DEBIT :

$$Qj+1 = ( C - A.P1,j+1 - A.P2,j+1 ) / B$$

§- MAIS IL FAUT CONNAITRE D'ABORD CES COEFFICIENTS A,B, ET C ALORS UN APPEL AU SOUS PROGRAMME PRECEDE LE CALCUL DU DEBIT PERMETTANT DE CALCULER CES COEFFICIENTS ,LEURS FORMES A ETE DEMONTRE DANS LE CHAPITRE PRECEDANT .

§- POUR REVENIR AU TEMPS j+1 , EN POSANT :

$Q1 = Q2$ POUR $NP = 1$

$Q1 = \sqrt{Q1.Q2}$ POUR $NP = 0$

ET POUR EVITER LA RACINE NEGATIVE ,LORSQUE LE DEBIT LE SERA , ON RESTITUE CE SIGNE (SQ1 ET SQ2) ET PUIS PRENDRONT LEURS SIGNES APRES CE PASSAGE .

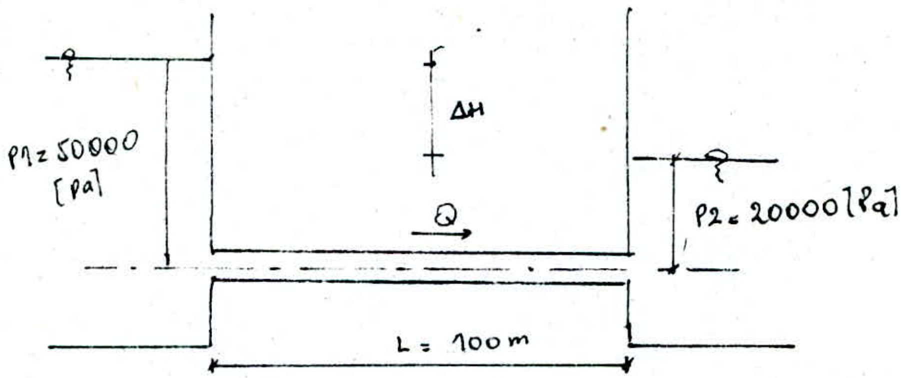
§- LE TERME K = (( P1,j+1 - P1,j ) + ( P2,j+1 - P2,j ) ) EST CALCULE JUSTE AVANT DE PASSER AU TEMPS j+1 , ALORS QU'ON DEMARRE LE CALCUL AVEC UNE VALEUR DE K EGALE A ZERO.
DE MEME POUR LE SIGNE SAX DU TERME AX ,IL COMMENCE L'ITERATION AVEC UNE VALEUR EGALE A 1 ;(

$K = 0$

$SAX = 1$

E S S A I - I
***************

les pressions P1 ,P2, sont tout le temps fixees .




LES CARACTERISTIQUES DE LA CONDUITE :

$\rho$ = 1000 ( kg/m3 )

L = 100 (m )

ER = $1{,}57 \cdot 10^{9}$ ( N/m2 )

D = 200 (mm )

RUG = 1 ( mm )

- REGIME PERMANENT ( NP = 0 )

ON COMMENCE L'ITERATION PAR UN DEBIT INITIAL QUELCONQUE ON TROUVE LE DEBIT EN REGIME PERMANENT .

**exemple** 1
;;;;;;;;;;

CALCUL EFFECTUE A LA MAIN
----------------------------------

$$\Delta H = \frac{\lambda L}{D} \frac{Q^2}{S^2 2g} = \frac{\lambda L}{D\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2} \frac{Q^2}{2g}$$

$$\Delta H = \frac{\lambda L . Q^2 . 8}{D^5 \pi^2 . g} \Rightarrow Q = \left[\frac{D^5 \pi g}{\lambda L 8} \Delta H\right]^{1/2}$$

$\lambda$ : CALCULE PAR N I K U R A D Z E .

$$\lambda = \left[1,14 - 0,86 \ln \frac{2u6}{D}\right]^{2-} = 0,031$$

ALORS

$$Q = \left[\frac{0,2^5 . \pi^2 . 9,81}{0,031 . 100 . 8} . 3\right]^{1/2}$$

$$Q = 0,06122 \quad (M3/S)$$

LE PROGRAMME DONNE :
----------------------------

```
***********    REGIME PERMANENT    ***************

P1=[illegible]     L1=.[illegible]     DT =.1
P2=[illegible]

P1 : [illegible]     P2 : [illegible]     DEBIT :    0.[illegible]
P1 : 50000.00     P2 : 20000.00     DEBIT :    0.0620
P1 : 50000.00     P2 : 20000.00     DEBIT :    0.0620
P1 : 50000.00     P2 : 20000.00     DEBIT :    0.0620
P1 : 50000.00     P2 : 20000.00     DEBIT :    0.0620
P1 : 50000.00     P2 : 20000.00     DEBIT :    0.0620      (*)
```

**exemple 2**
;;;;;;;;;;

ON CHANGE LES PRESSIONS D'ENTRÉE ET DE SORTIE ($P1 < P2$) ALORS ON DOIT TROUVER UN DEBIT NEGATIF .

P 1 = 10000 ( Pa )          P2=20000 ( Pa )

CALCUL EFFECTUÉ À LA MAIN

$$Q = -\left[\frac{0,2^5 . \pi^2 . 9,81}{0,03 . 100 . 8} . 1\right]^{1/2} = -0,03534$$

$Q = -0,03534$ ( m3/s )

CALCUL PAR LE PROGRAMME

Q1 = -0,03 -------- Q(FINAL) =-0,035

*** REGIME PERMANENT ***

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.025622 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 (*) |

Q1 = 0,03 -------- Q(FINAL) =-0,035

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | 0.025622 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 |
| P1 : | 10000.00 | P2 : | 20000.00 | DEBIT : | -0.035792 (*) |

REMARQUE : LES DEUX RESULTATS (À LA MAIN ET PAR LE PROGRAMME ) SONT IDENTIQUES AUX ERREURS PRES DÛES À LA NEGLIGEANCE DU TERME DE PERTE S DE CHARGES SINGULIERES VUES SON ORDRE DE GRANDEUR .

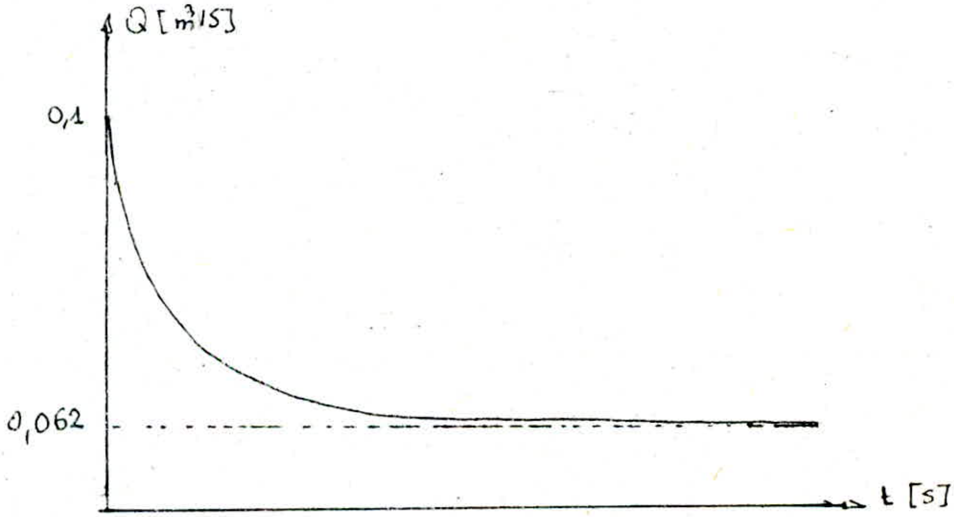
E S S A I - 2
**************

REGIME TRANSITOIRE ( NP = 1 )

**exemple 1**

ON COMMENCE LE CALCUL PAR UN DEBIT FAIBLE (COMME S'IL EXISTAIT UNE VANNE PLACÉE A L'ENTRÉE DE LA CONDUITE ET ON LA FAIT OUVRIR PROGRESSIVEMENT ) , ALORS LA SOLUTION DONNANT LES DEBITS CONVERGE VERS UNE SOLUTION UNIQUE ,C'EST LE DEBIT QUI CORRESPONT A LA STABILISATION DU REGIME ( LE REGIME DEVIENT PERMANENT )

L'ALLURE DE LA COURBE Q =f(t) EST PRESENTEE CI-DESSOUS:




VOICI LE TABLEAU DES RESULTATS :

REGIME TRANSITOIRE AVEC UNE VALEUR INITIALE CHOISIE ARBITRAIREMENT --------------------------------

P1=50000 C1=.1 DT= 0.1
P2=20000

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 0.0704 | 0.0642 | 0.0625 |
| 0.0985 | 0.0701 | 0.0641 | 0.0625 |
| 0.0971 | 0.0699 | 0.0640 | 0.0625 |
| 0.0958 | 0.0696 | 0.0640 | 0.0625 |
| 0.0945 | 0.0694 | 0.0639 | 0.0625 |
| 0.0933 | 0.0691 | 0.0638 | 0.0625 |
| 0.0921 | 0.0689 | 0.0638 | 0.0624 |
| 0.0910 | 0.0687 | 0.0637 | 0.0624 |
| 0.0899 | 0.0685 | 0.0637 | 0.0624 |
| 0.0889 | 0.0683 | 0.0636 | 0.0624 |
| 0.0879 | 0.0681 | 0.0636 | 0.0624 |
| 0.0870 | 0.0679 | 0.0635 | 0.0624 |
| 0.0861 | 0.0677 | 0.0635 | 0.0624 |
| 0.0853 | 0.0675 | 0.0634 | 0.0624 |
| 0.0844 | 0.0674 | 0.0634 | 0.0623 |
| 0.0836 | 0.0672 | 0.0634 | 0.0623 |
| 0.0829 | 0.0670 | 0.0633 | 0.0623 |
| 0.0822 | 0.0669 | 0.0633 | 0.0623 |
| 0.0815 | 0.0667 | 0.0632 | 0.0623 |
| 0.0808 | 0.0666 | 0.0632 | |
| 0.0801 | 0.0664 | 0.0632 | 0.0621 |
| 0.0795 | 0.0663 | 0.0631 | 0.0621 |
| 0.0789 | 0.0662 | 0.0631 | 0.0620 |
| 0.0784 | 0.0660 | 0.0631 | 0.0620 |
| 0.0778 | 0.0659 | 0.0630 | 0.0620 |
| 0.0773 | 0.0658 | 0.0630 | 0.0620 |
| 0.0768 | 0.0657 | 0.0630 | 0.0620 |
| 0.0763 | 0.0656 | 0.0629 | 0.0620 |
| 0.0758 | 0.0654 | 0.0629 | 0.0620 |
| 0.0753 | 0.0653 | 0.0629 | 0.0620 |
| 0.0749 | 0.0652 | 0.0629 | 0.0620 |
| 0.0745 | 0.0651 | 0.0628 | 0.0620 |
| 0.0741 | 0.0650 | 0.0628 | 0.0620 |
| 0.0737 | 0.0649 | 0.0628 | 0.0620 |
| 0.0733 | 0.0649 | 0.0628 | 0.0620 |
| 0.0729 | 0.0648 | 0.0627 | 0.0620 |
| 0.0726 | 0.0647 | 0.0627 | 0.0620 |
| 0.0722 | 0.0646 | 0.0627 | 0.0620 |
| 0.0719 | 0.0645 | 0.0627 | 0.0620 |
| 0.0716 | 0.0644 | 0.0626 | 0.0620 |
| 0.0713 | 0.0644 | 0.0626 | 0.0620 |
| 0.0710 | 0.0643 | 0.0626 | 0.0620 |
| 0.0707 | 0.0642 | 0.0626 | 0.0620 |
| | | 0.0626 | |

exemple 2

.........

LES CONDITIONS INITIALES SONT CONNUES ,SE SERA L'EXEMPLE 1 AVEC UN DEBIT EN REGIME PERMANENT Q= 0,06 199 ,ET LES PRESSIONS DES DEUX CÔTÉS DE LA CONDUITE SONT :

P 1 = 50000 (Pa) ET P2 = 20000 (Pa)

ALORS ON FAIT UNE CHUTE DE PRESSION ( PERTURBATION CAUSÉE PAR UNE VIDANGE PARTIELLE DU RESERVOIR DE GAUCHE ) A UNE HAUTEUR CUNNUES DONT SES NOUVELLES PRESSIONS SONT :

P 11 = 30000 (Pa) ET P21 = 20000 (Pa)

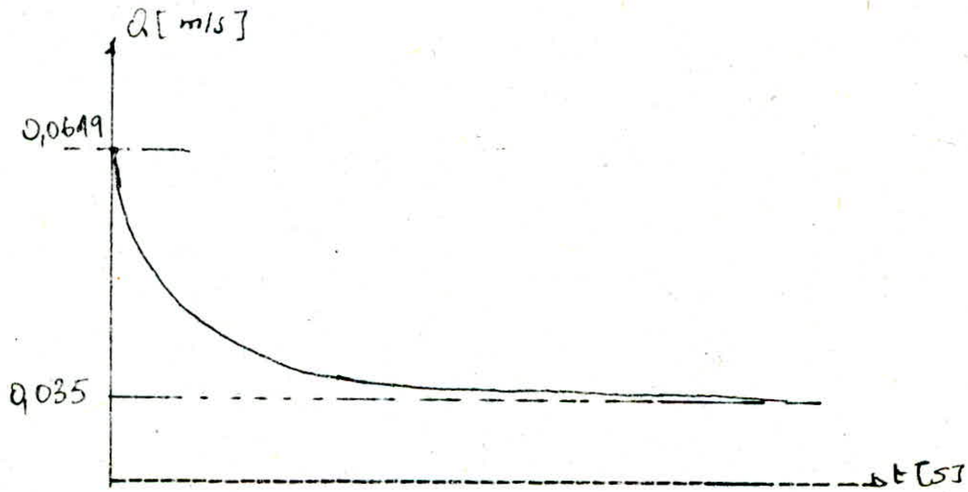
C'EST UN AUTRE ETAT DU REGIME PERMANENT .

CE NOUVEAU REGIME PERMANENT AURA POUR DEBIT :

$$Q = \left[ \frac{0{,}2^5 \cdot \pi^2 \cdot 9{,}81}{0{,}031 \cdot 100 \cdot 8} \cdot 1 \right]^{1/2} = 0{,}035 \, [m^3/s]$$

$$Q = 0{,}035 \, [m^3/s]$$

L'ALLUR DE LA COURBE DONNEE PAR LE PROGRAMME :



REGIME TRNSITOIRE EN DEMARRE AVEC LA VALEUR DU DEBIT EN REGIME PERMANENT ------------------------

AU DEPART P1=50000 Q1=0.06199
P2=20000 DT=0.1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.0618 | 0.0465 | 0.0395 | 0.0371 | 0.0359 |
| 0.0614 | 0.0463 | 0.0395 | 0.0371 | 0.0359 |
| 0.0608 | 0.0461 | 0.0394 | 0.0371 | 0.0359 |
| 0.0602 | 0.0459 | 0.0393 | 0.0371 | 0.0359 |
| 0.0596 | 0.0457 | 0.0393 | 0.0371 | 0.0359 |
| 0.0591 | 0.0455 | 0.0392 | 0.0370 | 0.0359 |
| 0.0585 | 0.0453 | 0.0391 | 0.0370 | 0.0359 |
| 0.0580 | 0.0451 | 0.0391 | 0.0370 | 0.0359 |
| 0.0575 | 0.0449 | 0.0390 | 0.0370 | 0.0359 |
| 0.0570 | 0.0448 | 0.0390 | 0.0369 | 0.0359 |
| 0.0566 | 0.0446 | 0.0389 | 0.0369 | 0.0359 |
| 0.0561 | 0.0444 | 0.0388 | 0.0369 | 0.0359 |
| 0.0556 | 0.0443 | 0.0388 | 0.0369 | 0.0359 |
| 0.0552 | 0.0441 | 0.0387 | 0.0369 | 0.0359 |
| 0.0548 | 0.0439 | 0.0387 | 0.0368 | 0.0359 |
| 0.0544 | 0.0438 | 0.0386 | 0.0368 | 0.0359 |
| 0.0540 | 0.0436 | 0.0386 | 0.0368 | 0.0359 |
| 0.0536 | 0.0435 | 0.0385 | 0.0368 | 0.0359 |
| 0.0532 | 0.0433 | 0.0385 | 0.0368 | 0.0359 |
| 0.0528 | 0.0432 | 0.0384 | 0.0368 | 0.0359 |
| 0.0524 | 0.0430 | 0.0384 | 0.0367 | 0.0359 |
| 0.0521 | 0.0429 | 0.0383 | 0.0367 | 0.0359 |
| 0.0517 | 0.0428 | 0.0383 | 0.0367 | 0.0359 |
| 0.0514 | 0.0426 | 0.0382 | 0.0367 | 0.0359 |
| 0.0511 | 0.0425 | 0.0382 | 0.0367 | 0.0359 |
| 0.0507 | 0.0424 | 0.0382 | 0.0367 | 0.0359 |
| 0.0504 | 0.0422 | 0.0381 | 0.0366 | 0.0359 |
| 0.0501 | 0.0421 | 0.0381 | 0.0366 | 0.0359 |
| 0.0498 | 0.0420 | 0.0380 | 0.0366 | 0.0359 |
| 0.0495 | 0.0419 | 0.0380 | 0.0366 | |
| 0.0493 | 0.0418 | 0.0379 | | |
| 0.0490 | 0.0417 | 0.0379 | | |
| 0.0487 | 0.0415 | 0.0378 | | 0.0359 |
| 0.0484 | 0.0414 | 0.0378 | | 0.0359 |
| 0.0482 | 0.0413 | 0.0378 | | 0.0359 |
| 0.0479 | 0.0412 | 0.0377 | 0.0360 | 0.0359 |
| 0.0477 | 0.0411 | 0.0377 | 0.0360 | 0.0359 |
| 0.0474 | 0.0410 | 0.0377 | 0.0360 | 0.0359 |
| 0.0472 | 0.0409 | 0.0376 | 0.0360 | 0.0359 |
| 0.0470 | 0.0408 | 0.0376 | 0.0360 | 0.0359 |
| 0.0468 | 0.0407 | 0.0376 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0406 | 0.0375 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0406 | 0.0375 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0405 | 0.0375 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0404 | 0.0374 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0403 | 0.0374 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0402 | 0.0374 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0401 | 0.0374 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0401 | 0.0373 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0400 | 0.0373 | 0.0360 | 0.0359 |
| | 0.0399 | 0.0373 | 0.0359 | 0.0359 |
| | 0.0398 | 0.0372 | 0.0359 | 0.0359 |
| | 0.0397 | 0.0372 | 0.0359 | 0.0359 |
| | 0.0397 | 0.0372 | 0.0359 | 0.0359 |
| | 0.0396 | 0.0372 | 0.0359 | |

## E S S A I - 3

*************

POUR MIEUX JUSTIFIER L'HYPOTHESE DE COURTE CONDUITE SUR LAQUELLE CETTE ETUDE PRESENTÉE EST BASEE , ON PROCÊDE A DES EXEMPLES TRAITÉS CI DESSOUS ,EN FAISANT VARIER LA LONGUEUR DE LA CONDUITE (EN DIMINUTION ) , ALORS LE RESULTATS OBTENUS SE CONVERGENT RAPIDEMENT TANT QUE CETTE LONGUEUR SOIT FAIBLE .

LES PRESSIONS P 1 ET P2 SONT GARDÉES :

P 1 = 50000 ( Pa ) P2 = 20000 ( Pa )

- L = 100 m

SES RESULTATS SONT DEJA TROVER DANS LA PARTIE PRECEDANTE .

- L = 10 m

- L = 1 m

LES RESULTATS DES DEUX DERNIERS TESTS SONT PRESENTES DANS LES PAGES SUIVANTES :

LONGUEUR = 10 M   P1=50000   P2=20000
Q1=.6199

| | | |
|---|---|---|
| | 0.2000 | 0.1961 |
| 0.5463 | 0.1997 | 0.1961 |
| 0.4901 | 0.1993 | 0.1961 |
| 0.4459 | 0.1990 | 0.1961 |
| 0.4104 | 0.1987 | 0.1961 |
| 0.3815 | 0.1985 | 0.1961 |
| 0.3575 | 0.1983 | 0.1961 |
| 0.3373 | 0.1981 | 0.1961 |
| 0.3202 | 0.1979 | 0.1961 |
| 0.3057 | 0.1977 | 0.1961 |
| 0.2931 | 0.1976 | 0.1961 |
| 0.2823 | 0.1974 | 0.1961 |
| 0.2723 | 0.1973 | 0.1961 |
| 0.2645 | 0.1972 | 0.1961 |
| 0.2573 | 0.1971 | 0.1961 |
| 0.2509 | 0.1970 | 0.1961 |
| 0.2452 | 0.1969 | 0.1961 |
| 0.2402 | 0.1968 | 0.1961 |
| 0.2357 | 0.1967 | 0.1961 |
| 0.2318 | 0.1967 | 0.1961 |
| 0.2282 | 0.1966 | 0.1961 |
| 0.2250 | 0.1966 | 0.1961 |
| 0.2222 | 0.1965 | 0.1961 |
| 0.2197 | 0.1965 | 0.1961 |
| 0.2174 | 0.1964 | 0.1961 |
| 0.2153 | 0.1964 | 0.1961 |
| 0.2135 | 0.1964 | 0.1960 |
| 0.2118 | 0.1963 | 0.1960 |
| 0.2103 | 0.1963 | 0.1960 |
| 0.2090 | 0.1963 | 0.1960 |
| 0.2077 | 0.1963 | 0.1960 |
| 0.2066 | 0.1962 | 0.1960 |
| 0.2056 | 0.1962 | |
| 0.2047 | 0.1962 | |
| 0.2039 | 0.1962 | |
| 0.2032 | 0.1962 | |
| 0.2025 | 0.1962 | |
| 0.2019 | 0.1962 | |
| 0.2014 | 0.1961 | |
| 0.2009 | 0.1961 | |
| 0.2004 | 0.1961 | |

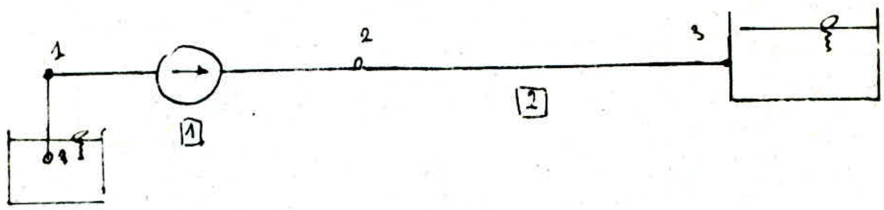
```
LONGUEUR = 1 M     P1=50000   P2=20000
                           Q1=.6199

-4.1529638E-05    366697.8          227317.4        0.0000000E+00
ITERATION =              1  0.6199117          0.6199117
  1.000000
-4.1529820E-05    366698.[illegible]          227321.1        0.0000000E+00
ITERATION =              2  0.6199203          0.6199203
  1.000000
-4.1529955E-05    366699.4          227323.8        0.0000000E+00
ITERATION =              3  0.6199266          0.6199266
  1.000000
-4.1530056E-05    366699.9          227325.9        0.0000000E+00
ITERATION =              4  0.6199317          0.6199313
  1.000000
-4.1530129E-05    366700.3          227327.3        0.0000000E+00
ITERATION =              5  0.6199347          0.6199347
  1.000000
-4.1530180E-05    366700.6          227328.4        0.0000000E+00
ITERATION =              6  0.6199372          0.6199372
  1.000000
-4.1530220E-05    366700.8          227329.2        0.0000000E+00
ITERATION =              7  0.6199391          0.6199391
  1.000000
-4.1530249E-05    366700.9          227329.8        0.0000000E+00
ITERATION =              8  0.6199406          0.6199406
  1.000000
-4.1530271E-05    366701.0          227330.3        0.0000000E+00
ITERATION =              9  0.6199416          0.6199416
  1.000000
-4.1530289E-05    366701.1          227330.6        0.0000000E+00
ITERATION =             10  0.6199423          0.6199423
  1.000000
-4.1530300E-05    366701.1          227330.8        0.0000000E+00
ITERATION =             11  0.6199429          0.6199429
  1.000000
-4.1530307E-05    366701.2          227331.0        0.0000000E+00
ITERATION =             12  0.6199433          0.6199433
  1.000000
```

```
-4.1530315E-05   366701.2         227331.1        0.0000000E+00
ITERATION =            13   0.6199435         0.6199435
  1.000000
-4.1530316E-05   366701.2         227331.2        0.0000000E+00
ITERATION =            14   0.6199437         0.6199437
  1.000000
-4.1530322E-05   366701.3         227331.3        0.0000000E+00
ITERATION =            15   0.6199439         0.6199439
  1.000000
-4.1530322E-05   366701.3         227331.3        0.0000000E+00
ITERATION =            16   0.6199440         0.6199440
  1.000000
-4.1530326E-05   366701.3         227331.4        0.0000000E+00
ITERATION =            17   0.6199441         0.6199441
  1.000000
-4.1530326E-05   366701.3         227331.4        0.0000000E+00
ITERATION =            18   0.6199442         0.6199442
  1.000000
-4.1530329E-05   366701.3         227331.4        0.0000000E+00
ITERATION =            19   0.6199442         0.6199442
```

```
  1.000000
-4.1530329E-05   366701.3         227331.5        0.0000000E+00
ITERATION =            20   0.6199443         0.6199443
  1.000000
-4.1530329E-05   366701.3         227331.5        0.0000000E+00
ITERATION =            21   0.6199443         0.6199443
  1.000000
-4.1530333E-05   366701.3         227331.5        0.0000000E+00
ITERATION =            22   0.6199443         0.6199443
  1.000000
-4.1530333E-05   366701.3         227331.5        0.0000000E+00
ITERATION =            23   0.6199443         0.6199443
  1.000000
-4.1530333E-05   366701.3         227331.5        0.0000000E+00
ITERATION =            24   0.6199443         0.6199443
  1.000000
-4.1530333E-05   366701.3         227331.5        0.0000000E+00
ITERATION =            25   0.6199443         0.6199443
  1.000000
```

## 3 - APPLICATION A UN SYSTEME POMPE PLUS CONDUITE




LE SYSTEME D'EQUATION POUR CE PROBLEME EST LE SUIVANT :

$$A1\,P1 + B1\,P2 + C1\,Q1 + D1 = 0$$

$$B2\,P2 + C2\,Q2 + F2\,P3 + D2 = 0$$

$$Q1 - Q2 = 0$$

QUI SE RAMENE A UN SUSTEME DE DEUX ( 2 ) EQUATIONS A DEUX INCONNUES A SAVOIR : P2 ET $Q1 = Q2 = Q$

$$(a)\quad \begin{cases} A1\,P1 + B1\,P2 + C1\,Q + D1 = 0 & (1) \\ B2\,P2 + C2\,Q + F2\,P3 + D2 = 0 & (2) \end{cases}$$

P1 ET P3 ETANT DES CONDITIONS AUX LIMITES .

VUE LA SIMPLICITE DU SYSTEME CONSIDERE ON SE PROPOSE DE LE RESOUDRE PAR SUBTITUTION .

DE L'EQUATION ( 2 ) ON A :

$$P2 + ( -C2\,Q - F2\,P3 - D2 )/ B2$$

EN PORTANT DANS ( 1 ) ON AURA L'EQUATION :

$$A1P1 + Q\left[C1 - \frac{B1\,C2}{B2}\right] + P_3\left[-\frac{B1\,F2}{B2}\right] + \left[D1 - \frac{B1\,D2}{B2}\right] = 0$$

DE LAQUELLE ON TIRE Q :

$$Q = \frac{\left[-A1\,P1 + P3\left[-\frac{B1\,F2}{B2}\right] + \left[D1 - \frac{B1.D2}{B2}\right]\right]}{\left[C1 - \frac{B1.C2}{B2}\right]}$$

ET CONNAISSANT Q ON CALCULE P2 PAR :

$$P_2 = \frac{-C2.Q - F2\,P3 - D2}{B2}$$

ET ON DISPOSE AUSSI DE L'EQUATION DU NOMBRE DE TOURS :

$$nj = ( -b + \sqrt{\Delta} ) / 2a$$

## ALGORITHME DE CALCUL

PARTANT DE L'ETAT INITIAL CORRESPODANT AU REGIME PERMANENT ON DETERMINE LE NOMBRE DE TOURS ET LE DEBIT DU NOUVEL ETAT DU SYSTEME DE LA MANIERE SUIVANTE :

SOIENT : $Qj_{-1}$ ET $nj_{-1}$ LE DEBIT ET LE NOMBRE DE TOURS DE L'ETAT PRECEDANT

ON CALCULE LA VALEUR REDUITE DU DEBIT $Qj_{-1}$

$$Q_{j-1} = \frac{Q_{j-1}}{n_{j-1}}$$

CONNAISSANT $Qj_{-1}$, ON LOCALISE SUR LA CARACTERISTIQUE REDUITE UN INTERVALLE CONTENANT $Qj_{-1}$, SOIT UN INTERVALLE $[\varphi_1, \varphi_2[$ ( CA SERA L'INTERVALLE SUR LEQUEL ON FAIT L'INTERPOLLATION LINEAIRE ), ON CALCULE ALORS LES CONSTANTES D'INTERPOLLATION QUI SONT :

$$\Phi_{i1} , \Phi_{0i} , \Phi_{2i} , \Phi_{3i}$$

CONNAISSANT CES CONSTANTES ON CALCULE LE NOMBRE DE TOURS CONCERNANT CET ETAT .

SOIT CE DERNIER EGAL " nj " .

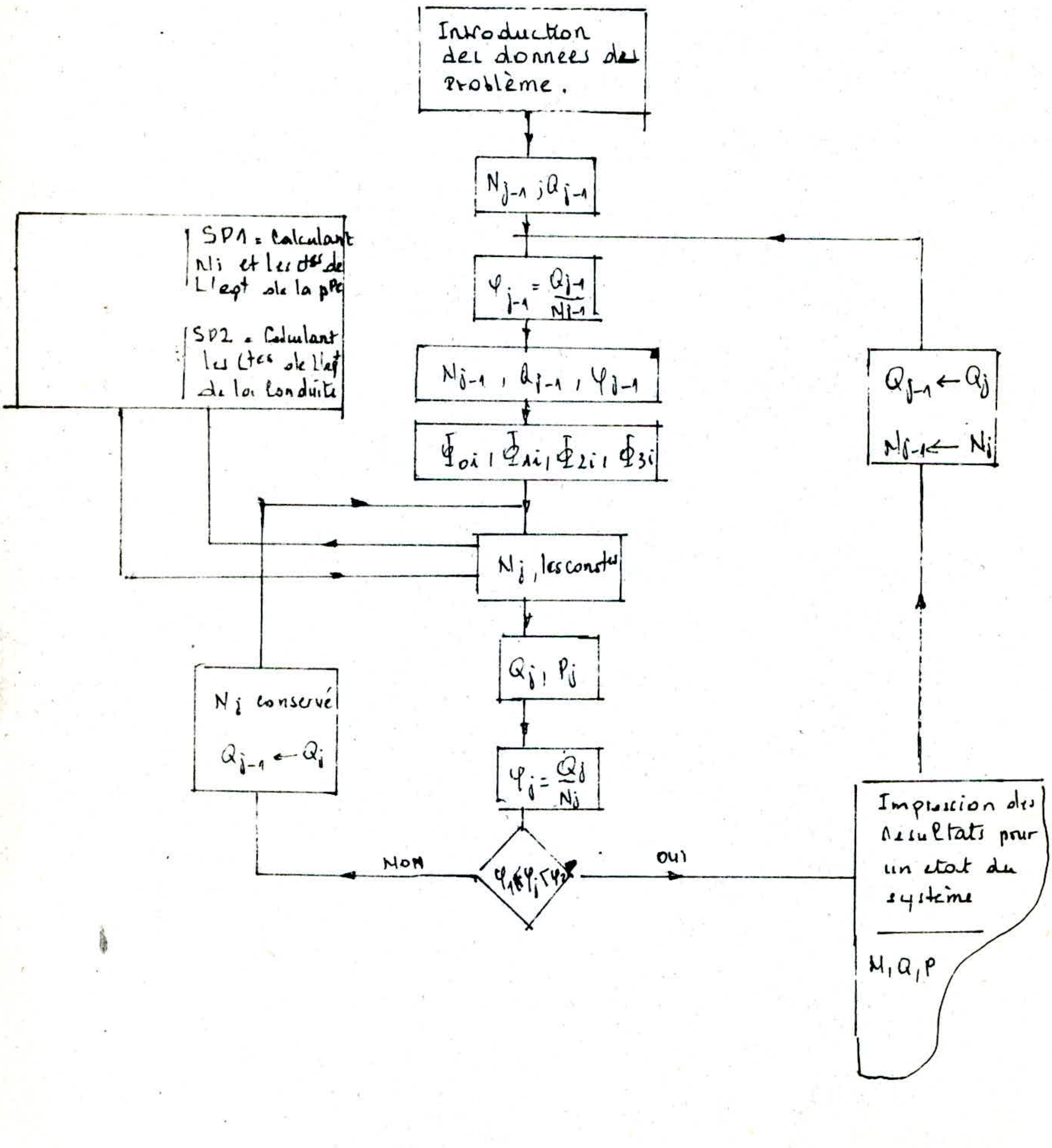
ON RESOUD ALORS LE SYSTEME D'EQUATION , EN CALCULANT LE DEBIT ET LA PRESSION , SOIT CE DEBIT Qj ET LA PRESSION P2j .

ON CALCULE DONC LE NOUVEAU $\varphi_j = Q_j / n_j$ ET ON VERIFIE SI L'INTERPOLLATION EST BONNE OU PAS .

SI $\varphi_1 < \varphi_j < \varphi_2$ ALORS C'EST BON SI NON , ON PASSE A UNE DEUXIEMME ITERATION EN POSANT $\varphi_{j-1} = \varphi_j$

DONC SI L'INTERPOLLATION EST JUSTIFIEE , ALORS ON PEUT CONTINUER LES CALCULS POUR UN AUTRE ETAT DU SUSTEME c-a-d DETERMINER Q , P , ET n .

# Organigramme



## C O N C L U S I O N

L'ETUDE DU COMPORTEMENT D'UN SYSTEME HYDRAULIQUE COMPLIQUE (CONTENANT LES DIFFERENTS TYPES D'ELEMENTS ), AU COURS D'UN REGIME INSTATIONNAIRE EST TRES DELICATE , IL FAUT VERIFIER LES APPROXIMATIONS FAITES AU COURS DE L'ETABLISSEMENT DU SYSTEME D'EQUATIONS ET DE SON DEVELOPPEMENT , ET POUR S'ASSURER D'UNE TELLE CHOSE , IL FAUT TOUT D'ABORD PRENDRE CHAQUE EQUATION SEPAREMENT ET LA TESTER, PUISQUE SON EFFICACITE REPOSE SUR LES RESULTATS OBTENUS AU COURS DES TESTS.

C'EST AINSI QUE POUR LES DEUX EQUATIONS TRAITEES DANS LE CHAPITRE APPLICATION (POMPE ET CONDUITE ), ON PEUT DIRE QUE CES EQUATIONS TRADUISENT BIEN LE COMPORTEMENT DE CES ELEMENTS AU COURS D'UN REGIME TRANSITOIRE , COMPTE-TENU DES RESULTATS OBTENUS POUR LES EXEMPLES CONSIDERES .

******************

# Bibliographie


JAEGER - HYDRAULIQUE TECHNIQUE . Dunod . 1954.

OUZIAUX - MECANIQUE DES FLUIDES APPLIQUEES. T.I. Dunod 1966 .

COMOLET - DYNAMIQUE DES FLUIDES. T.I . Masson et Cie 1961 .

M . SEDILLE - TURBOMACHINES HYDRAULIQUES ET THERMIQUE. T.II .
Masson et Cie . 1967 .

STEPANOFF - POMPES CENTRIFUGES ET POMPES HELICES. Dunod.1961.

HUG - MECANIQUE DES FLUIDES APPLIQUEES.EYROLLES .1975 .

STR - FORTRAN 77. EYROLLES . 1985 .

DREYFUS - FORTRAN IV. Dunod . 1972 .


*******_____**********

# ANNEXE

```
C        ******************************************************
C                    PROGRAMME PRINCIPAL
C         CALCULANT LA VARIATION DE DEBIT EN FONCTION DE LA VITESSE
C                        ROTATION
C        ******************************************************
C
C   DECLARATION
C   -----------

         REAL M(14),N1,NP,N2,N3
         DIMENSION H(14),Q(14),PHI(14),PSI(14),EPS(14)
C   ITRODUCTION DES DONNEES  DU  PROBLEME
C   -----------------------------------
         OPEN FILE=FOR001
C   LT:  LONGLEUR DU TABLEAU DONNANT LA CARACTERISTIQUE
C                  DE LA POMPE
         LT=14
         READ(1,*)(Q(I),I=1,6)
         READ(1,*)(Q(I),I=7,12)
         READ(1,*)(Q(I),I=13,LT)

         READ(1,*)(H(I),I=1,6)
         READ(1,*)(H(I),I=7,12)
         READ(1,*)(H(I),I=13,LT)

         READ(1,*)(M(I),I=1,6)
         READ(1,*)(M(I),I=7,12)
         READ(1,*)(M(I),I=13,LT)
         WRITE(20,300)
C   IMPRESSION DES DONNEES DU PROBLEME
 300     FORMAT(4X,29HLES DONNEES DU PROBLEME SONT :,//)
         WRITE(20,400)
 400     FORMAT(4X,5HQ(I)=,8X,5HH(I)=,12X,5HM(I)=,//).
         DO 21 I=1,14
         WRITE(20,200)Q(I),H(I),M(I)
  200    FORMAT(4X,F10.7,3X,F5.2,8X,F10.3,/)
  21     CONTINUE
C   ENTREE DES CONDITIONS AUX LIMITES DU PROBLEME
         READ(1,*)P1,P2,H1,H2,N1,DT,TETA
         READ(1,*)TF
         WRITE(20,600)P1,P2,H1,H2
 600     FORMAT(//,4X,3HP1=,F7.0,4X,3HP2=,F7.0,4X,3HH1=
      5  ,F4.1,4X,3HH2=,F4.1//)
         WRITE(20,700)N1,DT,TETA,TF
 700     FORMAT(//,4X,3HN1=,F5.0,6X,3HDT=,F4.3,6X,5HTETA=
      6  ,F4.0,4X,3HTF=,F4.0,//)
         RO=1E3
         PI=22/7
C   ETABLISSEMENT DE LA CARACTERISTIQUE REDUITE
         DO 80 I=1,LT
         PHI(I)=Q(I)/N1
         PSI(I)=H(I)/N1**2
         EPS(I)=M(I)/N1**2
 80      CONTINUE
```

```
C   INITIALISATION
          N1=1450
          NP=0
          N2=0
          Q1=Q(1)
          T=0
          NO=0
          R=N1
          NS=0
          WRITE(20,99)
          WRITE(11,99)
 99       FORMAT(6X,3HNO=,4X,2HT=,4X,3HNP=,4X,3HNS=,5X,3HN1=,
     3    6X,3HN2=,9X,3HQ1=,7X,3HQ2=,/)
 501      IF(T.GT.TF) GO TO 15
 502      N1=N2*NP+N1*(1-NP)
          PRINT*,';;; N1= ',N1
          IF(NS.NE.0) GO TO 45
          R=N1
 45       PRINT*,'====',Q1,'===='
          PHI0=Q1/N1
          PRINT*,'++++',PHI0,'+++++'
          DO 50 I=1,LT
          PRINT*,'I=',I,'PHI(I)=',PHI(I)
          IF(PHI0.LT.PHI(I)) GO TO 50
          IF(PHI0.GE.PHI(I+1)) GO TO 50
          PHI01=PSI(I)-(PSI(I+1)-PSI(I))/(PHI(I+1)-PHI(I))*PHI(I)
          PHI11=(PSI(I+1)-PSI(I))/(PHI(I+1)-PHI(I))
          PHI21=EPS(I)-(EPS(I+1)-EPS(I))/(PHI(I+1)-PHI(I))*PHI(I)
          PHI31=(EPS(I+1)-EPS(I))/(PHI(I+1)-PHI(I))
          PHI1=PHI(I)
          PHI2=PHI(I+1)
          PRINT*,'**************************************************'
          GO TO 500
 50       CONTINUE
 500      PRINT*,PHI01,PHI11,PHI21,PHI31
          PRINT*,'$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$'
          CALL POMPE(DT,TETA,NP,N1,Q1,PHI01,PHI11,PHI21,PHI31,NS
     1    ,C1,C2,C3,C4,H1,H2)
          PRINT*,'$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$'
          PRINT*, C1,C2,C3,C4
          Q2=(-C1*P1-C2*P2-C4*1000)/(C3*1000)
          PRINT*,'Q2=',Q2
          Q1=Q2
          NS=NS+1
          IF (NS.EQ.1) GO TO 25
          N1=N2
          PRINT*,'^^^  N1= ^^^',N1
          GO TO 35
 25       N2=N1
          PRINT*,' *** N2=  ',N2
 35       PHI0=Q2/N1
          PRINT*,PHI0
          WRITE(20,100)NO,T,NP,NS,N1,N2,Q1,Q2
          IF(PHI0.LT.PHI1) GO TO 502
          IF(PHI0.GE.PHI2) GO TO 502
          IF(T.GT.0) GO TO 65
          PRINT*,'DEBIT EN REGIME PERMANENT CALCULE'
```

```
      GO TO 75
65    PRINT*,'LE',T*100,'IEME DEBIT EN REGIME TRANSITOIRE EST Q=',Q2
75    IF(Q2.GE.0) GO TO 64
      Q2=0
64    WRITE(11,100)NO,T,NP,NS,N1,N2,Q1,Q2
      NS=0


      NP=1
      Q1=Q2
      T=T+DT
      NO=NO+1
      N2=N1
      PRINT*,'N2= ',N2
      GO TO 501
100   FORMAT(4X,I3,4X,F4.2,4X,F3.1,4X,I2,4X,F6.1,4X,F6.1
     4 ,2(4X,F10.7),/)

15    STOP
      END

C  SOUS_PROGRAMME  CALCULANT LE NOMBRE DE TOURS ET
C       LES CONSTANTES  C1,C2,C3,C4
C     -----------------------------
      SUBROUTINE POMPE(DT,TETA,NP,N1,Q1,PHI01,PHI11,PHI21
     2 ,PHI31,NS,C1,C2,C3,C4,H1,H2)
C     CALCUL DES CONSTANTES EN REGIME
C             TRANSITOIRE
      REAL N1,N3,N4,NP
      PRINT*,PHI01,PHI11,PHI21,PHI31
      PI=22/7
      RO=1E3
      IF(NS.GE.1) GO TO 135
      A=PHI21/4
      B=PHI21*N1/2+PHI31*Q1/2+2*PI*TETA/(DT*60)
      C=PHI21*N1**2/4+PHI31*Q1*N1/2-2*PI*TETA*N1/(DT*60)
      PRINT*,PHI01,PHI11,PHI21,PHI31
      PRINT*, N1 , Q1  , TETA , DT
      N3=(-B+SQRT(B**2-4*A*C))/(2*A)
      N1=N3*NP+N1*(1-NP)
135   N4=N1
      C1=1
      C2=-1
      C3=9.81*PHI11*N4
      C4=9.81*PHI01*N4**2-(H2-H1)*9.81
      RETURN
      END
```

```
C %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
C  BINOME :- MECHKOUR M                       E.N.P  LE 20 / 12 / 86
C          - KHETTABI A
C
C                   CONDUITE EN REGIME PERMANENT ET TRANSITOIRE
C                   ##########################################
C %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
C AL : LONGEUR DE LA CONDUITE
C ER : ELASTICITE REDUITE DE LA CONDUITE
C D  : DIAMETRE DE LA CONDUITE
C TF : TEMPS FINAL
C DT : PAS
C ========================================================================
C ******************  PROGRAMME PRICIPAL  ******************************
C ========================================================================
      REAL K
      OPEN FILE=FOR003
C----- LECTEUR DES DONNES
      READ(3,*) P1,P11
      READ(3,*) P2,P21
      READ(3,*) TF,DT,Q1,NP
      READ(3,*) RO,AL,ER,D,RUG
      PI=3.1415927
      SAX=1
      K=0
      DO 10  J=1,TF
      CALL  COND(A,B,C,K,P1,P2,DT,Q1,NP,RO,AL,ER,D,RUG,SAX)
      PRINT*,A     ,B     ,C     ,K
      WRITE(12,9)A,B,C,K
 9    FORMAT(5X,E12.5,6X,F15.2,6X,F15.2,6X,F15.2)

C ===== L'EQUATION DE LA CONDUITE EST DE LA FORME
C =========== A*P1+A*P2+B*Q=C =================
C----- DEBIT AU TEMPS (J+1)
      Q2=(C-A*P11-A*P21)/B
      SQ2=Q2/ABS(Q2)
      SQ1=Q1/ABS(Q1)
      Q1=ABS(Q1)
      Q2=ABS(Q2)
      Q1=(1-NP)*SQRT(Q1*Q2)+NP*Q2
      Q1=Q1*SQ1
      Q2=Q2*SQ2
      WRITE(11,15) P11,P21,Q2
 15   FORMAT(5X,4HP1 :,2X,F8.2,5X,4HP2 :,2X,F8.2,5X,7HDEBIT :,
     1 ,F10.4)
      PRINT*,'ITERATION = ',J    , Q1,Q2
C----- LA SOMME DES VARIATIONS DE PRESSION DANS LES DEUX
C      EXTRIMITES.
      K=(P11-P1)+(P21-P2)
      AX=4*Q1/PI/D**2-(P11-P1+P21-P2)*AL/2./ER/DT
```

```
      P1=P11
      P2=P21
      SAX=AX/ABS(AX)
C----- LE SIGNE DE (AX) EST REPRESENTE PAR (SAX)
      PRINT*, SAX
 10   CONTINUE
      STOP
      END

C ==========================================================================
C *********************    SOUS PROGRAMME    ***************************
C ==========================================================================
      SUBROUTINE  COND(A,B,C,K,P1,P2,DT,Q1,NP,RO,AL,ER,D,RUG,SAX)


C----- ESTIMEE DE ALAMBDA PAR LA FORMULE DE NIKURADZE
      REAL K
      ALAMBDA=(1.14-.86*ALOG(RUG/D))**(-2.)
      PI=3.1415927
      S=PI*D**2/4
C ==========================================================================
C ------------- CALCUL DES COEFFICIENTS DE L'EQUATION DE
C                           LA CONDUITE EN REGIME TRANSITOIRE ------
C ==========================================================================
      A=SAX*RO*ALAMBDA*AL**3*K/8./ER**2/D/DT**2
     1 -SAX*RO*ALAMBDA*AL**2*Q1/2./ER/S/D/DT-NP*RO*AL**2/ER/DT**2/2.
      B=RO*AL*NP/S/DT+SAX*RO*ALAMBDA*AL*Q1/2./S**2/D
      C=(1.+SAX*RO*ALAMBDA*AL**3*K/8./ER**2./DT**2./D-SAX*RO*ALAMBDA
     1 *AL**2.*Q1/2./ER/S/D/DT-NP*RO*AL**2/ER/DT**2/2.)*P1-(1.+NP*RO
     1 *AL**2/2./ER/DT**2+SAX*RO*ALAMBDA*AL**2*Q1/2./ER/S/D/DT
     1 -SAX*RO*ALAMBDA*AL**3*K/8./ER**2/DT**2/D)*P2+NP*RO*AL*Q1/S/DT
     1 -K*NP*RO*AL**2/ER/DT**2/2.
      RETURN
      END
```