

3/74

UNIVERSITÉ D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'HYDRAULIQUE

1 Ex

THESE DE FIN D'ETUDES

STATION DE POMPAGE

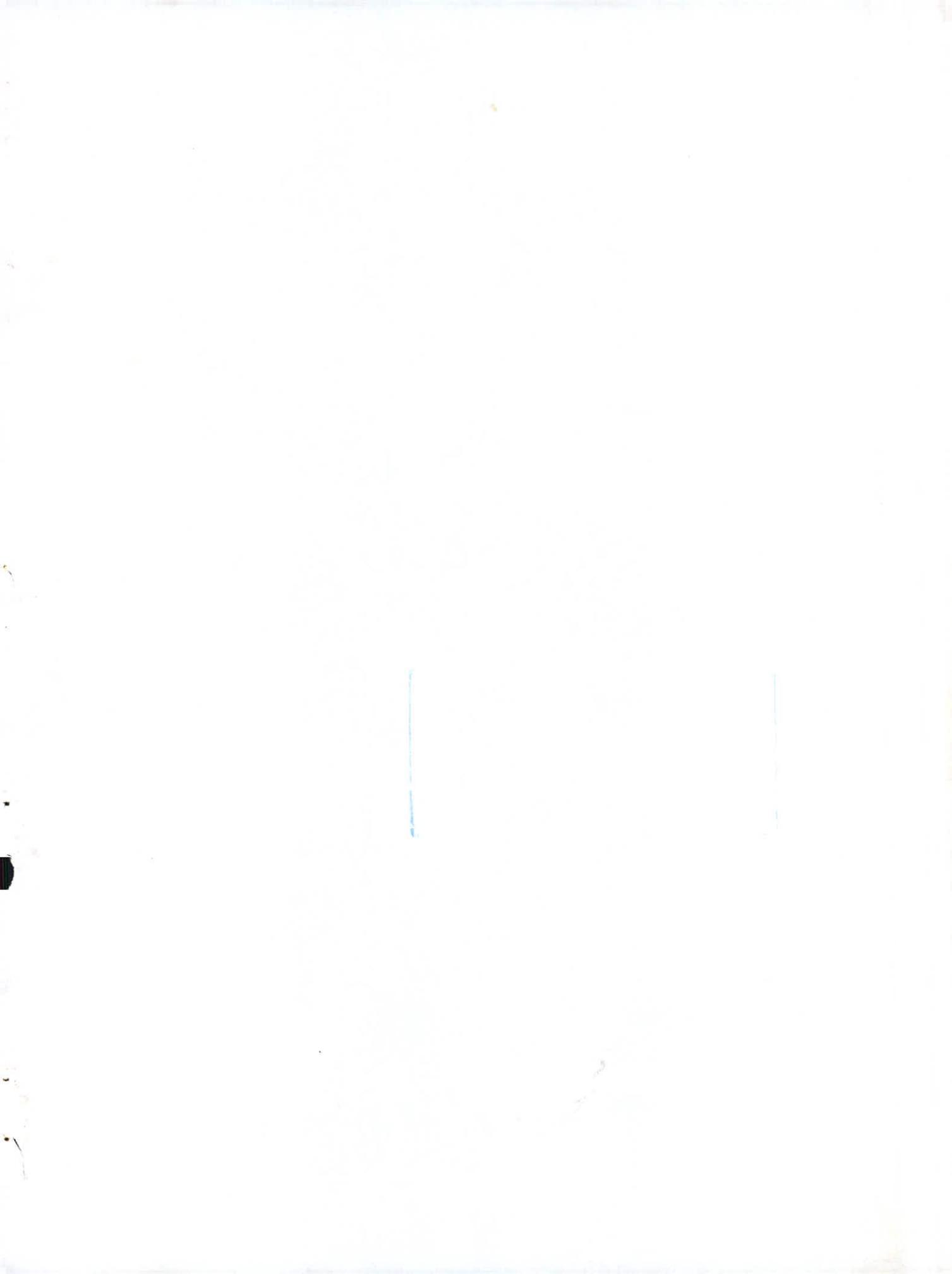
1 PLANCHE



PROPOSÉE PAR : DAN TASCA

ETUDIÉE PAR : DIF-ELAIDI Hamid

PROMOTION 1974

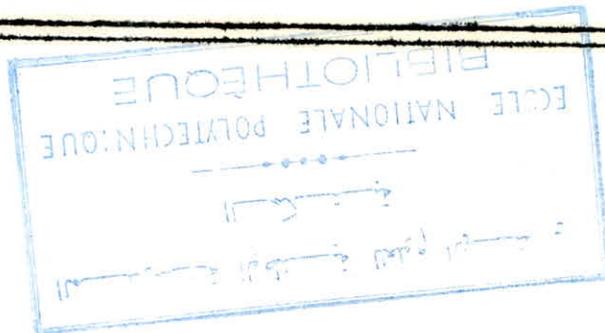


UNIVERSITE D'ALGER
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT D'HYDRAULIQUE

THESE DE FIN D'ETUDES

STATION DE POMPAGE



PROPOSEE PAR : DAN TASCA

ETUDIEE PAR : DIF ELAJDI Hemid

PROMOTION 1974

R E M E R C I E M E N T S

" QUE MES PARENTS AINSI QUE TOUS LES PROFESSEURS QUI ONT
CONTRIBUE A MA FORMATION EN PARTICULIER DAN TASCA ET GEZA
DE LAPRAY TROUVENT ICI L'EXPRESSION DE MA PROFONDE GRATITUDE ".

DIF ELAIDI

T A B L E D E S M A T I E R E S

I - CARACTERISTIQUES GENERALES :

Profondeur de la nappe d'eau, diamètres des 2 puits, superficie irriguer par aspersion, régime d'irrigation, débits et charges nécessaires.

II - ETUDE HYDRODYNAMIQUE DEVELOPEE DE LA POMPE :

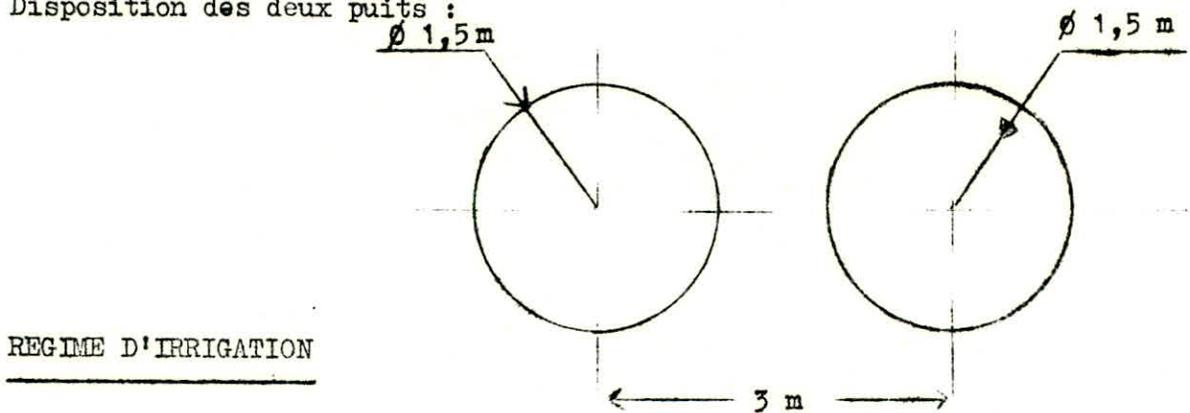
- Rapidité
- Gabarit
- Rotor (S.E.R)
- Nombre d'aubes
- Performances pour différents régimes
- Courbes caractéristiques

III - DESCRIPTION DE LA STATION DE POMPAGE ET DE SES EQUIPEMENTS :

- Dispositions constructives
- Equipements

L'étude consiste en la réalisation d'une station de pompage sur le terrain expérimental de l'Institut Agronomique d'ALGER. Le terrain est déjà équipé de deux puits qui sont très rapprochés l'un de l'autre et qui font vases communicants, la profondeur de la nappe d'eau en période humide (mois de février) est de 8 mètres, la profondeur totale des puits est de 33 mètres, le diamètre de chaque puits est de 1,5 mètre, les puits sont construits en maçonnerie. (voir plan de situation).

Disposition des deux puits :

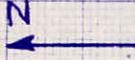


Il a été prévu une irrigation de 12 heures par 24 heures et ne se fera que la nuit parce-que l'évaporation pendant la nuit est moins importante.

L'irrigation se fera par aspersion, les asperseurs prévus pour ce cas là sont des " S P R I N K L E R S " à basse pression de 0,2 bars, leur rayon d'action est de 6 mètres; ce mode d'irrigation a été choisit

PLAN DE SITUATION

Echelle: 1/1000



Bordj-el-Kiffane
Vers

Station de
pompage

Vers Dar-el-beïda →

car le terrain est légèrement en pente, et l'irrigation par aspersion ne nécessite aucun aménagement préalable de celui-ci, une autre raison nous a poussé à prendre l'irrigation par aspersion c'est que l'eau tombera sous forme de pluie, tout en évitant le saunurage (ce qu'on reproche à l'irrigation par ruissellement).

D E B I T

Le débit nécessaire à l'irrigation doit être calculé d'après les besoins en eau; pour déterminer les besoins en eau nous avons 3 sources d'information.

1°) Abaque de BLANEY and CRIDDLE

Les besoins en eau sont définis par l'évapo-transpiration (consumptive use) pendant une période donnée la somme des volumes d'eau utilisées par le sol ou les végétaux par

- a - évapo-transpiration des plantes
- b - pour la transpiration des plantes
- c - pour fournir à la plante l'eau nécessaire à sa constitution.

On utilise l'abaque de BLANEY and CRIDDLE donnant une relation $ET = kF$

F : force évaporante en fonction de la température et de la durée d'ensoleillement.

k : coefficient de culture.

- Calculons l'évapo-transpiration pour le mois de Mai.

On considère que la température moyenne durant le mois de mai est de 25° p : durée moyenne d'éclairement du jour, pour une latitude Nord de 34° on trouve sur le tableau p = 9,74 .

k : coefficient de culture k = 0,85

En utilisant l'abaque, nous trouvons ET = 160 mm de hauteur d'eau or 1 m³/ha = 0,1 mm de hauteur d'eau.

Donc ET = 1600 m³/ha/30 jours

$$\text{Débit nécessaire spécifique } \nabla = \frac{1600 \cdot 10^4}{30 \cdot 10^4} = 5,331 \text{ l/m}^2/\text{jour}$$

vue la superficie de 1,75 ha et compte tenu du fait qu'on a pris des valeurs un peu fortes, on fera les calculs avec A = 1,5 ha.

$$\nabla = \frac{5,33 \cdot 1,5 \cdot 10^4}{43200} = 1,85 \text{ l/s} \quad \text{on irrigue } 12\text{h}/24\text{h} = 43200 \text{ Sec}$$

2°) Besoins en eau fournis par l'annuaire

Une deuxième source d'information en ce qui concerne les besoins en eau nous est fournie par l'annuaire hydrologique de l'Algérie 1970/1971 qui indique que pour une irrigation de 6 mois par an les besoins varient entre 5000 et 8000 m³/ha/an suivant les régions. On fera les calculs dans le cas le plus défavorable c'est à dire avec 8000 m³/ha/an.

$$\text{Débit } \nabla = \frac{8000}{6} = 1333 \text{ m}^3/\text{ha}/\text{mois}$$

On irrigue · 12 h par jour

$$\nabla = \frac{1333}{30 \cdot 12} = 3,7 \text{ m}^3/\text{ha}$$

Superficie du terrain A = 1,5 ha

Débit nécessaire à l'irrigation

$$V_{nec} = 3,7 \times 1,5 = 5,55 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Débit à installer = débit nécessaire à l'irrigation + majoration de 25%

$$V_{ins} = 5,55 \times 1,25 = 7 \text{ m}^3/\text{h} = 2 \text{ l/s}.$$

3°) Une troisième indication nous est donnée par les besoins en eau en Roumanie. En Roumanie les besoins en eau sont de 4000 à 5000 m³/ha/an. Cette indication peut nous donner seulement une certaine idée sur l'ordre de grandeur du climat, précipitation etc... sont différents de ceux de notre pays, où les besoins sont à peu près double.

En définitive on adoptera le débit de 2 l/s donné par l'annuaire hydrologique de l'Algérie qui est une valeur se rapprochant beaucoup plus de nos besoins que ceux indiqués par BLANEY and CRIDDLE où les valeurs sont exagérées.

CHARGES NECESSAIRES

La charge nécessaire sera calculée en tenant compte de la profondeur de la nappe ainsi que des pertes de charge sur la conduite de refoulement.

Nous avons divisé la parcelle en 5 îlots, chaque îlot recevra le 1/5^e du débit

Pour le calcul des pertes de charges linéaires ils se feraient en premier lieu avec la formule de DARCY WEISSBACH en tenant compte du diagramme de MOODY et en second lieu avec la règle "L" basée sur la théorie de la longueur fluidodynamique qui nous permettra de faire une vérification **immédiate**. Les pertes de charges seront calculées sur le trajet le plus long, ce qui en assure à fortiori l'écoulement sur toutes les autres branches.

Le coefficient ϵ : hauteur des aspérités suppose que l'eau transportée est susceptible de former des dépôts assez importants sur les parois intérieures des tuyaux après un temps de service plus ou moins long. En tous les cas afin d'être certain d'obtenir le résultat désiré, les calculs sont menés en adoptant le coefficient de rugosité que présentera la conduite au bout d'un certain temps de service. Dans les premiers temps on aura un débit un peu plus fort on pourra à l'aide d'une vanne de réglage obtenir le débit désiré.

1°) Pertes de charge linéaire par la formule de DARCY WEISSBACH

* Tronçon 2-3

$$\phi = 70 \text{ mm} \quad V_{2-3} = \frac{3}{5} V = \frac{3}{5} \times 2 = 1,2 \text{ l/s}$$

$$\text{Section : } A = \frac{\pi}{4} \times 49 \cdot 10^{-4} = 38,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{Vitesse : } v = \frac{V}{A} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{38,4 \cdot 10^{-4}} = 0,304 \text{ m/s}$$

$$\text{Nbre de Reynolds } R = \frac{v D_h}{\nu} = \frac{0,304 \times 7 \cdot 10^{-2}}{10^{-6}} = 2,128 \cdot 10^4$$

Tuyau en acier galvanisé $\epsilon = 2 \cdot 10^{-4}$ on prend $\epsilon = 3 \cdot 10^{-4}$

$$\text{Rugosité relative } \frac{\epsilon}{D_h} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{7 \cdot 10^{-2}} = 0,428 \cdot 10^{-2}$$

Le coefficient de frottement f est donné par le diagramme de MOODY

$$\Delta h_{\text{lin}} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \text{avec } L = 22 \text{ m}$$

$$\Delta h_{\text{lin}} = 0,0482 \text{ m.}$$

* tronçon 3-4

$$\dot{V}_{3-4} = \frac{2}{5} \dot{V} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{diamètre de la conduite } \phi = 50 \text{ mm} \quad A = \frac{\pi D^2}{4} = 0,785 \times 25 \cdot 10^{-4} = 19,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{Vitesse } U = \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{19,6 \cdot 10^{-4}} = 0,408 \text{ m/s}$$

$$\text{Nbre des Reynolds } R = \frac{v D_h}{\nu} = \frac{0,408 \times 5 \cdot 10^{-2}}{10^{-6}} = 2,04 \cdot 10^4$$

$$\epsilon = 3 \cdot 10^{-4}; \text{ rugosité relative } \frac{\epsilon}{D_h} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-2}} = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Diagramme de MOODY } f = 0,036 \quad \Delta h_{\text{lin}} = \frac{f L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad L = 30 \text{ m}$$

$$h_{\text{lin}} = \frac{0,036 \times 30 \times (4,08)^2 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2} \times 19,6} = 0,183 \text{ m}$$

* tronçon 4 - 5

$$\text{Débit} = \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 2 = 0,4 \text{ l / s}$$

Diamètre conduite $\varnothing = 30 \text{ mm}$ $A = \frac{\pi D^2}{4} = 7,06 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$; $v = \frac{V}{A} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3}}{7,06 \cdot 10^{-4}} = 0,567 \text{ m/s}$

$$fR = \frac{v^{Dh}}{v} = \frac{0,567 \times 30 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} = 1,701 \cdot 10^{-4}$$

Rugosité relative $\frac{\epsilon}{Dh} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-2}} = 10^{-2}$

Diagramme de MOODY $f = 0,0405$

$$\Delta h_{lin} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = \frac{0,0405 \times 50 \times (0,567)^2 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^{-2} \times 19,6} = 1,092 \text{ m} \quad \text{avec } L = 50 \text{ m}$$

*trcnçon flexible

$$V = \frac{1}{10} \dot{V} = \frac{1}{10} \times 2 = 0,2 \text{ l/s}$$

Diamètre conduite 20 mm $A = \frac{\pi D^2}{4} = 0,785 \times 4 \cdot 10^{-4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$$v = \frac{V}{A} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 10^{-4}} = 0,636 \text{ m/s}$$

$$fR = \frac{v^{Dh}}{v} = \frac{(0,636)^2 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{10^{-6}} = 1,272 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon = 10^{-4} \quad \frac{\epsilon}{Dh} = \frac{10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 10^{-3}$$

Diagramme de MOODY $f = 0,0365$

$$\Delta H_{lin} = \frac{fL}{D} \frac{v^2}{2g} = \frac{0,0365 \times 20}{2 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{(0,636)^2 \cdot 10^{-2}}{2 \times 9,8} = 0,82 \text{ m}$$

$$\sum \Delta h_{lin} = 0,0482 + 0,183 + 1,092 + 0,82 = 2,14 \text{ m}$$

2°) Pertes de charge linéaire à l'aide de la règle " L "

*tronçon 2-3

$$\phi = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\xi = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$V_{2-3} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Nous faisons coïncider le paramètre de forme ξ avec l'axe vertical de ξ au droit de $\lambda = 1$ ensuite nous lisons au droit de $\phi = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ on trouve $\Lambda = 4,56 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $\lambda = 1$ car le régime est turbulent rugueux . Nous faisons coïncider la courbe $\Lambda = 4,56 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ avec $\xi = 3 \cdot 10^{-4}$ puis au droit de $V = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ on lit la perte de charge par mètre linéaire $J = 2,2 \cdot 10^{-3}$ $\Delta h = JL$ avec $L = 22 \text{ m}$

$$\Delta h_{\text{lin}} = 2,2 \cdot 10^{-3} \times 22 = 0,0484 \text{ m}$$

*tronçon 3-4

$$\phi = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\xi = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$V = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$L = 30 \text{ m}$$

On répète le même processus que pour le tronçon 2-3 on trouve sur la

règle " L " $\Lambda = 3,25 \cdot 10^{-2}$ $J = 5,62 \cdot 10^{-3}$.

$$\Delta h_{\text{lin}} = JL = 5,62 \cdot 10^{-3} \times 30 = 0,169 \text{ m}$$

* tronçon 4-5

$$\phi = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\xi = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$V = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

règle " L " $\Lambda = 1,96 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$$L = 50 \text{ m}$$

$$J = 2,1 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta h_{\text{lin}} = JL = 2,1 \cdot 10^{-2} \times 50 = 1,05 \text{ m}$$

*tronçon flexible

$$\phi = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\xi = 10^{-4} \text{ m}$$

$$V = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$L = 20 \text{ m}$$

$$\text{R\`egle " L " } \quad \wedge = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$J = 3,62 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta h_{\text{lin}} = JL = 0,724 \text{ m}$$

$$\sum h_{\text{lin}} = 0,0484 + 0,169 + 1,05 + 0,724 = 1,99 \text{ m} \approx 2 \text{ m}$$

On retrouve bien l'ordre de grandeur.

Pertes de charge singulière

*tronçon 2-3

$$\Delta h_{\text{sing}} = \frac{V U^2}{2g} \quad V = 2$$

$$U = 0,304 \text{ m/s}$$

$$\Delta h_{\text{sing}} = \frac{2 \times (0,304)^2}{2 \times 9,8} = 10^{-2} \text{ m}$$

*tronçon 3-4

$$\Delta h_{\text{sing}} = \frac{U^2}{2g} \quad U = 0,408 \text{ m/s}$$

$$V = 2$$

$$\Delta h_{\text{sing}} = \frac{2 \times (0,408)^2}{2 \times 9,8} = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

*tronçon 4-5

$$\Delta h_{\text{sing}} = \frac{2 \times (0,567)^2}{2 \times 9,8} = 3,28 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$V = 2$$

$$v = 0,567 \text{ m/s}$$

*tronçon flexible

$$\Delta h_{\text{sing}} = \frac{2 \times (0,636)^2}{2 \times 9,8} = 0,040 \text{ m}$$

$$\sum \Delta h_{\text{sing}} = 10^{-2} + 1,7 \cdot 10^{-2} + 3,28 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-2} = 9,98 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Pertes de charges totales :

$$\Delta h_{\text{tot}} = \sum \Delta h_{\text{lin}} + \sum \Delta h_{\text{sin}} = 2,14 + 9,98 \cdot 10^{-2} = 2,24 \text{ m}$$

Hauteur manométrique de fonctionnement ou pression d'exploitation

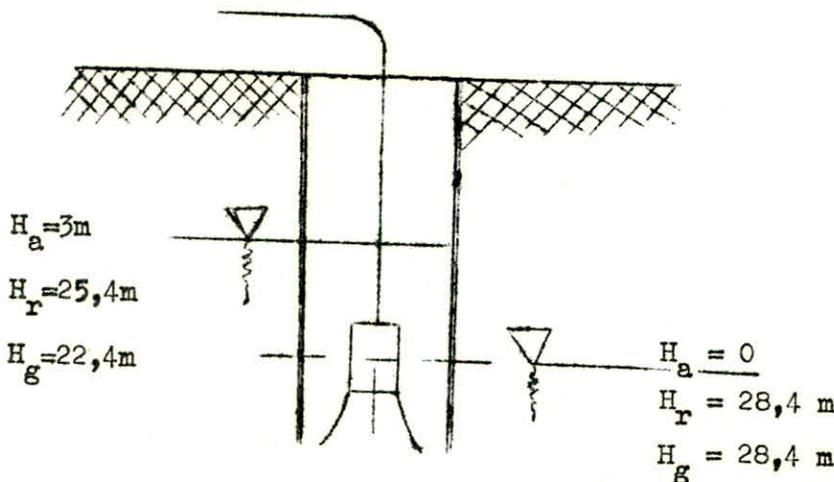
Pour la hauteur manométrique nous avons deux solutions à envisager

- soit que la pompe soit fixe
- soit que la pompe soit mobile donc H varie avec le plan d'eau.

. Si la pompe est fixe nous aurons $H_{\text{geo}} = H_a + H_r$ la hauteur de refoulement est fixe tandis que la hauteur d'aspiration est variable.

. Si la pompe est flottante nous aurons $H_g = H'a + H'r$ la hauteur d'aspiration est fixe tandis que la hauteur de refoulement est variable.

Considérons la pompe fixe :



A l'étiage nous considérons un rabattement de 2 mètres au maximum et ceci d'après les indications du Professeur d'hydrologie mais nous allons considérer un rabattement de 3 mètres pour aller dans le sens de la sécurité donc nous avons en période d'étiage

$$H_s = 0$$

$$H_r = 28,4 \text{ m}$$

$$H_{\text{géo}} = 28,4 \text{ m}$$

Le cas le plus défavorable est lorsque la pompe sera installée pour une hauteur géodésique de 28,4 m

Hauteur manométrique ou hauteur d'installation

$$H_{\text{inst}} = H_{\text{géo}} + \frac{P_{\text{ref}}}{\rho g} + \sum \Delta H$$

$H_{\text{géo}}$ = hauteur géodésique

P_r = pression de refoulement nécessaire au bon fonctionnement des " SPINKLERS "

$\sum \Delta H$ = pertes de charges totales

$$H_{\text{hec}} = 28,4 + \frac{0,2 \cdot 10^{-4}}{10^3} + 2,24 = 32,64 \text{ m} = \text{hauteur maximum}$$

$$H_{\text{inst}} = 32,64 \times 1,07 = 34,85 \text{ m} \quad (\text{majoration } 7\%)$$

II - Etude hydrodynamique développée de la pompe :

Nous allons prévoir 2 pompes identiques fonctionnant simultanément et une pompe de réserve le débit nécessaire à l'irrigation est de 2 l/s donc chaque pompe assurera 1 débit de 1 l/s pour une hauteur manométrique de 34,85m.

Rapidité :

La rapidité n_s est la vitesse de rotation d'une machine géométriquement semblable à la machine étudiée, mais dont la puissance serait $P = 1$ CV et la chute $H = 1$ m. Nous ferons les calculs avec la vitesse de rotation $= 2900$ trs /m n car en Algérie cette vitesse est généralement celle qui est la plus fréquemment employée.

La rapidité de la pompe sera :

$$n_{\text{pompe}} = \frac{3,65 n}{\sqrt{H}} \quad \sqrt{\frac{V}{\sqrt{H}}} \quad \begin{array}{l} n = 2900 \text{ trs/min} \\ H = 34,85 \text{ m} \\ V = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \end{array}$$

$$n_{\text{pompe}} = \frac{3,65 \times 2900}{\sqrt{34,85}} \quad \sqrt{\frac{10^{-3}}{\sqrt{34,85}}} = 23,38 \text{ [U.n}_s\text{]}$$

$$n_{\text{pompe}} = \frac{n_{\text{scell}}}{N^{3/4}} \quad \text{rapidité d'une cellule} = 40 \text{ [U.n}_s\text{]}$$

$$N^{3/4} = \frac{n_{\text{scell}}}{n_{\text{pompe}}} = \frac{40}{23,38} \quad N = (1,714)^{4/3} = 2,05 \text{ cellules}$$

Nous prendrons une pompe composée de 3 cellules, chaque cellule assurera un débit de 1 l/s et une charge de $\frac{34,85}{3} = 11,61$ m

$$n_{\text{scell}} = n_{\text{pompe}} \times N^{3/4} = 23,38 \times 3^{3/4} = 23,38 \times 2,28 = 53,3 \text{ [U.n}_s\text{]}$$

Vitesse spécifique n'_s d'une cellule

La vitesse spécifique n'_s est la vitesse de rotation n d'une machine géométriquement semblable à la machine étudiée, mais dont le débit $\dot{V} = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ et la charge serait de 1 m

$$n'_{\text{scell}} = \frac{n_{\text{scell}}}{3,65} = \frac{53,3}{3,65} = 14,58$$

FORMULES STATISTIQUES POUR LA PREDETERMINATION D'UNE POMPE CENTRIFUGE

Vitesse v_0 dans la chambre antérieure

$$v_0 = 0,016 n'_s{}^{2/3} \sqrt{2gH} = 0,016 (14,58)^{2/3} \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 11,61} = 1,43 \text{ m/s}$$

Diamètre D_0 dans la chambre antérieure

$$D_0 = (1,98 - 0,0125 n'_s) \sqrt{\frac{\dot{V}}{\sqrt{H}}} = (1,98 - 0,0125 \times 14,58) \sqrt{\frac{10^{-3}}{\sqrt{11,61}}}$$

$$D_0 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 30 \text{ mm}$$

Diamètre de sortie D_2

$$D_2 = \left(0,28 + \frac{81,5}{n'_s{}^2} - \frac{40}{n'_s} \right) \sqrt{\frac{\dot{V}}{\sqrt{H}}} = \left(0,28 + \frac{81,5}{14,58^2} - \frac{40}{14,58} \right) 1,73 \cdot 10^{-2}$$

$$D_2 = 0,1 \text{ m} = 100 \text{ mm}$$

Vitesse d'entraînement à la sortie U_2

$$U_2 = \left(0,963 + 0,0032 n'_s - \frac{0,474}{n'_s} \right) \sqrt{2gH} = \left(0,963 + 0,0032 \times 14,58 - \frac{0,474}{14,58} \right) 15,05$$

$$U_2 = 14,70 \text{ m/s}$$

Largeur de sortie de l'aube : b_2

$$b_2 = (0,0026 n'_s - 0,0000067 n'^2_s - 0,0053) D_2$$

$$b_2 = (0,0026 \times 14,58 - 0,0000067 (14,58)^2 - 0,0053) 0,1 = 0,0031 \text{ m}$$

Autre variante en fonction de n_s

- Diamètre D_0

$$v_0 = 1 \text{ m/s} ; \frac{D_2}{D_0} = 3$$

$$\dot{V} = v_0 A \Rightarrow \frac{\pi D_0^2}{4} = 10^{-3}$$

$$D_0 = 3,56 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$D_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{\pi}} = \sqrt{12,74 \cdot 10^{-2}}$$

Diamètre de sortie D_2

$$\frac{D_2}{D_0} = 3 \quad D_2 = 3 D_0 = 3 \times 3,56 \cdot 10^{-2} = 10,68 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Vitesse d'entraînement à la sortie U_2

$$U_2 = \omega \frac{D_2}{2} = \frac{304 \times 2900}{30} \cdot \frac{10,68}{2} \cdot 10^{-2} = 16,2 \text{ m/s}$$

Les valeurs prises en définitive sont :

- Vitesse dans la chambre antérieure v_0 : $v_0 = 1 \text{ m/s}$
- Diamètre dans la chambre antérieure $D_0 = 34 \text{ mm}$
- Diamètre de sortie D_2 : $D_2 = 110 \text{ mm}$
- Vitesse d'entraînement à la sortie $U_2 = \omega \frac{D_2}{2} = 304 \times \frac{110 \cdot 10^{-3}}{2} = 16,72 \text{ m/s}$
- Diamètre d'entrée $D_1 = D_0 = 34 \text{ mm}$ vue la faible valeur de n_s
- Vitesse d'entraînement à l'entrée $U_1 = \omega \frac{D_1}{2} = 304 \times \frac{34}{2} \cdot 10^{-3} = 5,16 \text{ m/s}$

Valeur de β_1 et β_2

Vu que la pompe centrifuge est très lente les valeurs des angles de sortie β_2 et d'entrée β_1 seront respectivement de 13° et 17°

Epure de vitesse pour le régime nominal

Nous prendrons $v_{1u} = 0$ ou $\alpha = 90^\circ$ car l'eau a la tendance naturelle à entrer orthogonalement dans le rotor. La charge théorique est

$$H_t = \frac{U_2 v_{2u} - U_1 v_{1u}}{g} \quad \text{or} \quad H_{inst} = H_t \cdot \eta_h \implies H_t = \frac{H_{inst}}{\eta_h}$$

$$\text{donc} \quad \frac{H_{inst}}{\eta_h} = \frac{U_2 v_{2u}}{g} \implies v_{2u} = g \frac{H_{inst}}{U_2 \eta_h} = \frac{9,8 \cdot 11,61}{0,75 \cdot 16,72} = 9,06 \text{ m/s}$$

avec η_h le rendement hydraulique $\eta_h = 0,75$

$$U_2 - v_{2u} = 16,72 - 9,06 = 7,66 \text{ m/s}$$

• Vitesse méridienne à la sortie

$$v_{2m} = (U_2 - v_{2u}) \operatorname{tg} \beta_2 = 7,66 \times 0,231 = 1,77 \text{ m/s} \quad \beta_2 = 13^\circ; \operatorname{tg} \beta_2 = 0,231$$

• Largeur de l'aube à la sortie

$$b_2 = \frac{\dot{V}}{(\pi D_2 - \frac{Z s}{\sin \beta_2}) v_{2m}} = \frac{10^{-3}}{(110 \cdot 10^{-3} - \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,225}) 1,77} = \frac{10^{-3}}{0,3232 \times 1,77} = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

avec $\sin \beta_2 = 0,225$ et s : épaisseur de l'aube étant égale à 10^{-3} m . On

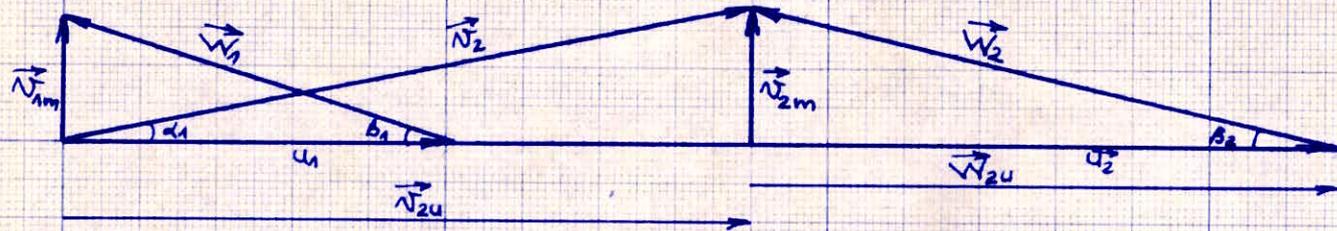
prendra : $b_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Nous savons que dans les pompes les vitesses méridiennes à l'entrée et à la sortie sont sensiblement rapprochées $v_{1m} \approx v_{2m}$; nous avons déjà

$$v_{2m} = 1,77 \text{ m/s} \text{ et } v_{1m} \text{ est donnée par : } v_{1m} = U_1 \operatorname{tg} \beta_1$$

$$v_{1m} = 5,16 \times 3,156 = 1,63 \text{ m/s}$$

EPURE DES VITESSES POUR LE REGIME NOMINAL



Largeur de l'aube à l'entrée b_1

La largeur de l'aube à l'entrée b_1 est donnée par la condition de continuité :

$$\text{Condition de continuité : } \dot{V} = \left(\pi D_1 - \frac{Zs}{\sin \beta_1} \right) b_1 v_{1m} = \left(\pi D_2 - \frac{Zs}{\sin \beta_2} \right) b_2 v_{2m}$$

Largeur de l'aube b_1

$$b_1 = \frac{\left(\pi D_2 - \frac{Zs}{\sin \beta_2} \right) b_2 v_{2m}}{\left(\pi D_1 - \frac{Zs}{\sin \beta_1} \right) v_{1m}} = \frac{0,3232 \times 2 \times 1,77 \cdot 10^{-3}}{0,0903 \times 1,63} = \frac{1,144 \cdot 10^{-3}}{0,1447} = 7,95 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$b_1 = 8 \text{ mm}$$

FORME DE L'AUBE EN PLAN PARALLELE

Les aubes sont des surfaces cylindriques dont la courbe est tracée en plan parallèle. Nous aurons des aubes recourbées en arrière du sens de rotation ce qui correspond à un angle β_2 aigu. La courbe directrice devra être une ligne de courant en mouvement relatif et devra satisfaire à l'équation différentielle

$$\frac{dr}{W_r} = \frac{rd\lambda}{W_u} \quad \text{ou bien} \quad \frac{dr}{rd\lambda} = \text{tg } \beta. \text{ On considère que la variante de}$$

$\text{tg } \beta$ est linéaire en fonction du rayon r : $\text{tg } \beta = A - Br$

$$\frac{dr}{rd\lambda} = A - Br \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \frac{1}{A} \ln \frac{A - Br_1}{r_1} \cdot \frac{r}{A - Br}$$

$$B = \frac{\text{tg } \beta_1 - \text{tg } \beta_2}{r_2 - r_1} \quad ; \quad A = \text{tg } \beta_1 + Br_1 \quad \text{en considérant } \text{tg } \beta = \text{tg } \beta_1 - \frac{\text{tg } \beta_2 (r - r_1)}{r_2 - r_1}$$

Application numérique

$$B = \frac{0,316 - 0,238}{(5,5-1,7) 10^{-3}} = 2,238 \quad ; \quad A = \operatorname{tg} \beta_1 + Br_1 = 0,316 + 0,038 = 0,354$$

$$\frac{1}{A} = 2,82 \quad C = \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{r_1} = \frac{0,316}{17 \cdot 10^{-3}} = 18,6$$

Dressons un tableau de façon à pouvoir tracer la forme de l'aube en plan parallèle :

r (m)	Br	A - Br	$\frac{r}{A - Br}$	$\sigma \frac{r}{A - Br}$	$\ln \frac{Cr}{A - Br}$	λ (rad)	λ°
$17 \cdot 10^{-3}$	0,038	0,316	0,0538	1	0	0	0
$25 \cdot 10^{-3}$	0,0559	0,2981	0,0837	1,556	0,442	1,24	71
$35 \cdot 10^{-3}$	0,0783	0,276	0,127	2,36	0,858	2,42	139
$45 \cdot 10^{-3}$	0,1	0,254	0,177	3,29	1,18	3,36	193
$55 \cdot 10^{-3}$	0,123	0,231	0,238	4,43	1,49	4,18	240

L'intensité tourbillonnaire Γ dans l'aubage mobile (du rotor)

Equation différentielle

$$\frac{dr}{rd} = \frac{W}{W_u} r = \operatorname{tg} \beta = A - Br$$

Débit

$$V = 2\pi r b(r) W_r$$

$$W_u = u - v_u = W_r - \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad \text{car} \quad \Gamma = 2\pi r v_u$$

$$W_2 = \frac{V}{2\pi r b(r)} \quad b(r) = -6,85 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{W_2}{W_u} = \frac{V}{2\pi r \left(-6,84 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4}\right) \left(W_r - \frac{\Gamma}{2\pi r}\right)} = A - Br$$

$$\left(2\pi W_r r^2 - \Gamma\right) = \frac{V}{(A - Br) \left(-6,84 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4}\right)}$$

$$\Gamma = 2\pi r^2 - \frac{V}{(A - Br) \left(-6,84 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4}\right)}$$

$$B = \frac{\text{tg } \beta_1 - \text{tg } \beta_2}{r_2 - r_1} = \frac{0,316 - 0,238}{(5,5 - 1,7)10^{-3}} = 2,238$$

$$A = \text{tg } \beta_1 + Br_1 = 0,316 + 0,38 = 0,354$$

$$\Gamma = 2\pi W_r r^2 - \frac{V}{(0,354 - 2,238r) \left(-6,84 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4}\right)}$$

$$r = r_1 \quad \Gamma = 0$$

r	$17 \cdot 10^{-3}$	$25 \cdot 10^{-3}$	$35 \cdot 10^{-3}$	$45 \cdot 10^{-3}$	$55 \cdot 10^{-3}$
Γ	0	0,549	1,31	2,36	4,16

$$\Gamma = 2\pi W r^2 - \frac{V}{(A - Br) \left(-6,84 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4} \right)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d\Gamma}{dr}$$

$$\frac{d\Gamma}{dr} = 4\pi W r - \frac{V B \left(-6,84 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4} \right) - V (A - Br) \left(\frac{1,475}{r^2} \cdot 10^{-4} \right)}{(A - Br)^2 \left(-6,84 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4} \right)^2}$$

$$\frac{d\Gamma}{dr} = 4\pi W r - \frac{V B}{(A - Br)^2} - \frac{V \times 1,475 \cdot 10^{-4}}{(A - Br) \left(-6,84 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4} \right)^2 r^2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \left(\frac{d\Gamma}{dr} \right)_{r = r_1}$$

Calculons $\operatorname{tg} \alpha_1$ pour $r = r_1 = 17 \cdot 10^{-3}$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{d\Gamma}{dr} = 64,91 - 0,0224 - 25,2 = 0,39 \cdot 10^2$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = 0,39 \cdot 10^2$$

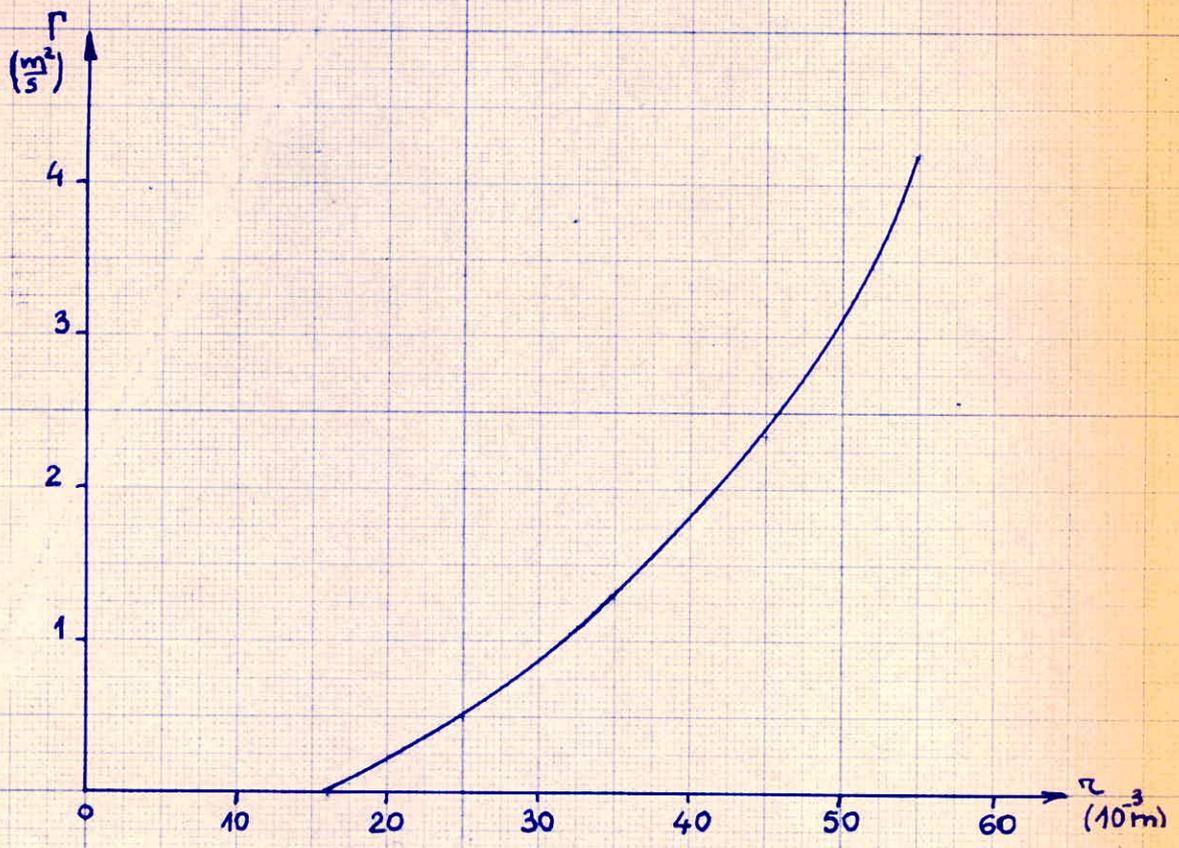
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \left(\frac{d\Gamma}{dr} \right)_{\text{pour } r = r_2 = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = 210 - \frac{2,238 \cdot 10^{-3}}{(0,231)^2} - \frac{1,475 \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \cdot 10^3}{(0,231) \cdot 4 \times 3,025}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = 210 - \frac{2,238 \cdot 10^{-3}}{0,0533} - \frac{1,475 \cdot 10^2}{2,79} = 210 - 52,84 = 157,16$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = 1,57 \cdot 10^2$$

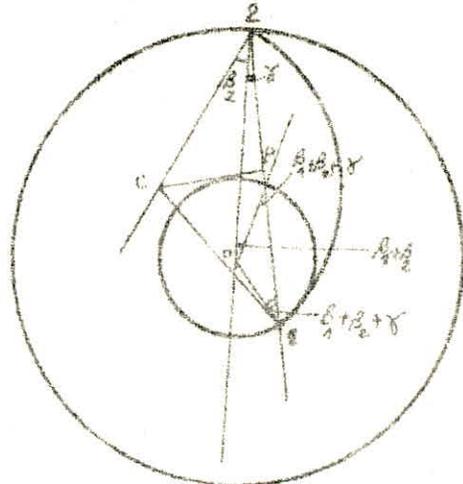
COURBE : $\Gamma = f(r)$



En effet, à l'entrée où il y a une sensibilité à la cavitation, la pente $\text{tg} \alpha_1 = \left(\frac{d\bar{r}}{dr} \right)_1$ est suffisamment modérée. Par la suite cette pente augmente modérément de manière à assurer la valeur $\Gamma_2 = \frac{2 \Pi g}{\omega} H_t$

Nous constatons que la courbe obtenue correspond aux longitudes λ trop fortes. Nous traçons alors la forme de l'aube à l'aide d'une autre variante c'est celle en arc de cercle.

FORME DE L'AUBE EN ARC DE CERCLE



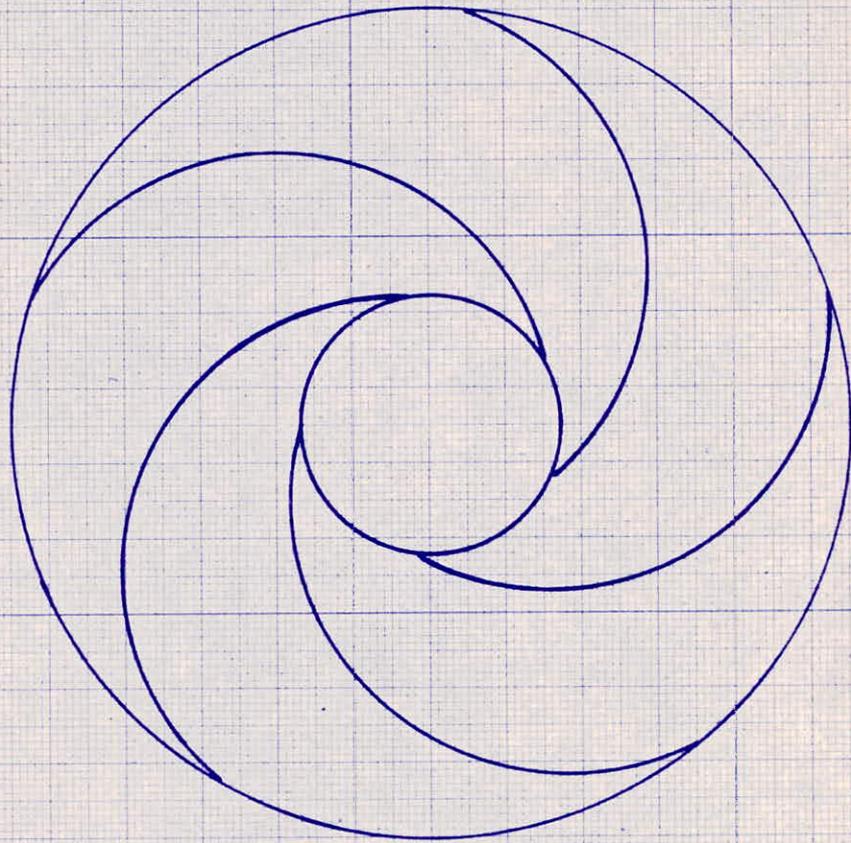
Construction graphique :

- 1°) On trace les 2 cercles de rayons respectivement r_1 et r_2
- 2°) On choisit un diamètre $O - 2$
- 3°) On trace une demi droite (2C) partant de 2 et qui renferme l'angle β_2 avec $O - 2$
- 4°) On trace un rayon OP qui renferme l'angle $\beta_1 + \beta_2$ avec $O - 2$ on détermine ainsi le point P
- 5°) On prolonge 2 P jusqu'à la rencontre du cercle r_1 dans le point 1

FORME DE L'AUBE EN PLAN MERIDIEN

METHODE DE L'ARC DE CERCLE

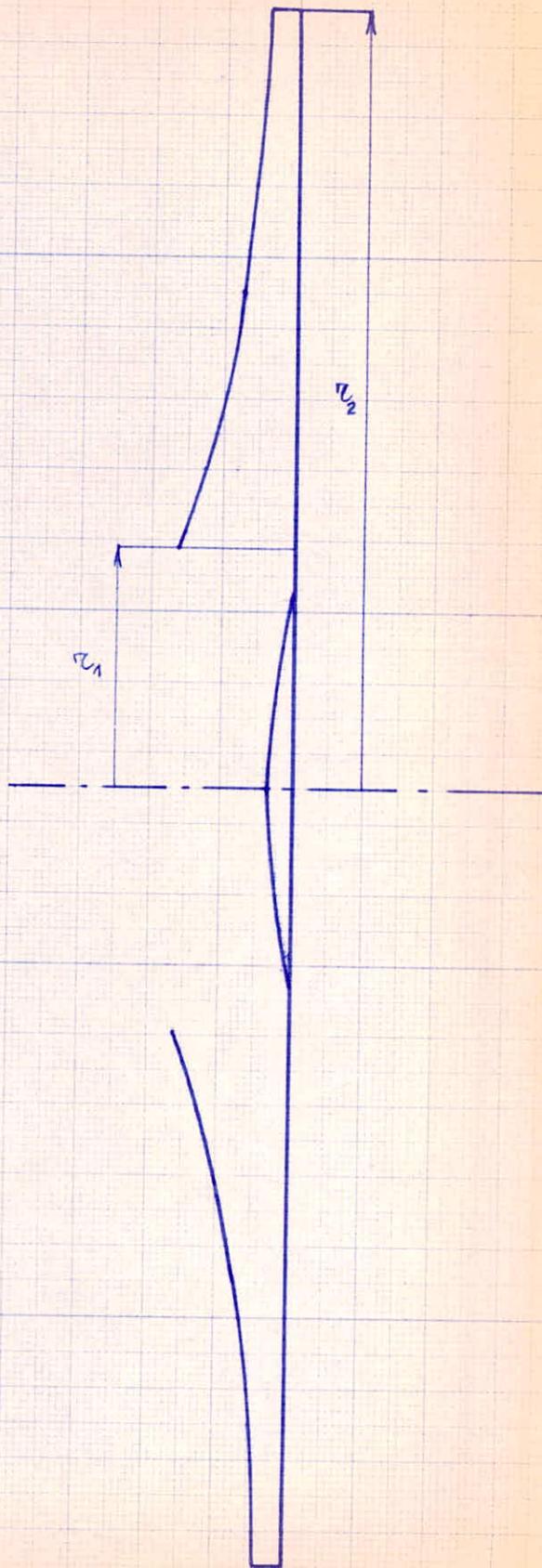
Echelle:1



FORME DU ROTOR EN PLAN MERIDIEN

échelle: 2

$$b(r) = -6,85 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475 \cdot 10^{-4}}{z}$$



6°) On trace ensuite la médiatrice de la corde 1-2 qui coupe la demi-droite au point C, centre du cercle auquel appartient l'aube.

DEMONSTRATION

$$\widehat{O_2O} = \beta_2, \quad \widehat{2OP} = \beta_1 + \beta_2, \quad \widehat{O_2P} = \delta$$

$$\widehat{OP_1} = \beta_1 + \beta_2 + \delta = \widehat{O_{12}} \quad \text{car triangle isocèle}$$

$$\widehat{O_{21}} = \widehat{O_{12}} \quad (\text{triangle isocèle par construction})$$

$$\widehat{O_{12}} = \widehat{O_1C} + \widehat{C_{12}} \implies \widehat{O_1C} = \widehat{O_{12}} - \widehat{C_{12}} = \beta_1 + \beta_2 + \delta - (\beta_2 - \delta)$$

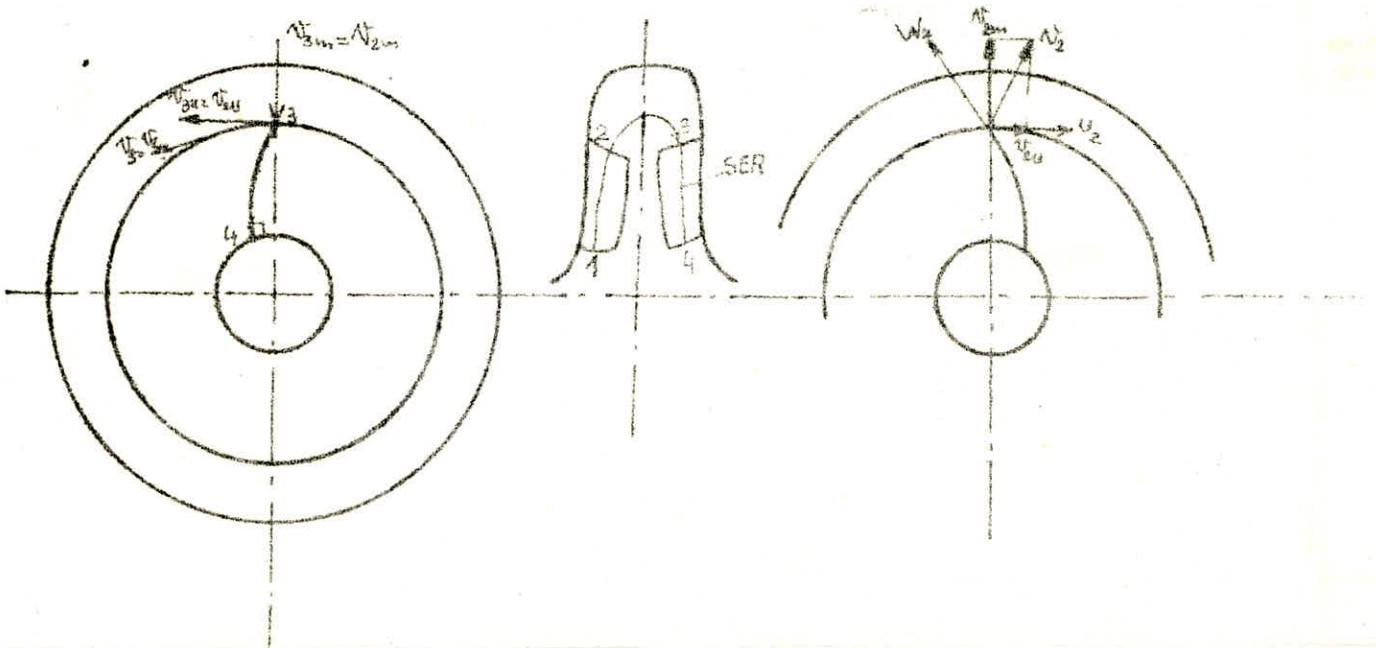
$$\widehat{O_{12}} = \beta_1$$

Stator entre rotors :

Appelé aussi stator de retour, appareil ou bien directrice de retour; elle sert à redresser le courant fluide dans le rotor suivant; la condition que doit assurer le stator entre rotors est :

$$\square_{1I} = 0; \quad \square_{2I} = \frac{2\sqrt{g}}{\omega} H_I; \quad \square_{III} = 0; \quad \square_{2II} = \frac{2\sqrt{g}}{\omega} H_{II}$$

Avec $\square_{1I} = 0$ en mouvement centripète il faut réaliser totalement la condition $\square_{1K} = 0$, c.à.d. entrée orthogonale en chaque rotor.



l'équation différentielle des lignes de courant en mouvement absolu, en plan parallèle est :

$$\frac{dr}{v_m} = \frac{rd \lambda}{v_u} \implies \frac{dr}{rd \lambda} = \frac{v_m}{v_u} = \frac{2 \pi r v_n}{2 \pi r v_u} = \frac{\sqrt{V}/b}{\Gamma}$$

Il s'en suit $d \lambda = \frac{b \sqrt{V}}{r} \frac{dr}{r} = \frac{b}{\sqrt{V}} \frac{Ar - B}{r} dr$

En posant $\Gamma = \Gamma_3 \frac{r - r_4}{r_3 - r_4} = Ar - B$ (variation linéaire de l'intensité tourbillonnaire, suivant le rayon r);

On aura $\lambda = \frac{b}{\sqrt{V}} (Ar - B \ln r) + C$ $r_3 = r_2$
 $r_4 = r_1$

Conditions initiales :

$$\lambda = 0 \text{ pour } r = r_3$$

$$0 = \frac{b}{\sqrt{V}} (Ar_3 - B \ln r_3) + C \quad \lambda = \frac{b}{\sqrt{V}} \left[A(r - r_3) + B \ln \frac{r_3}{r} \right]$$

Les courbes trouvées sont congruantes donc on trace une seule et les autres se reproduisent identiquement selon un pas angulaire $\Delta \lambda = \frac{2 \pi}{Z_{SER}}$

$$\lambda = \frac{b}{\sqrt{V}} \left[A(r - r_3) + B \ln \frac{r_3}{r} \right]$$

on aura numériquement :

$$\Gamma_3 = 2 \pi r_3 v_{3u} = 2 \pi r_2 v_{2u} \quad \text{avec } r_3 = r_2 = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$v_{3u} = v_{2u} = 9,06 \text{ m/s}$$

$$r_4 = r_1 = 17 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Gamma_3 = 2\pi \times 55 \cdot 10^{-3} \times 9,06 = 3,138 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$A = \frac{\Gamma_3}{r_3 - r_4} = \frac{3,138}{(55-17) \cdot 10^{-3}} = 82,5 \text{ m/s}$$

$$B = \frac{\Gamma_3 r_4}{r_3 - r_4} = \frac{3,138 \times 17 \cdot 10^{-3}}{(55 - 17) \cdot 10^{-3}} = \frac{53,346}{38} = 1,4 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$b = -6,85 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4} \quad [\text{m}]$$

Dressons un tableau et reportons les valeurs

$r(\text{m})$	r_3/r	$A(r_2 - r_3)$ m^2/s	$\ln \frac{r_3}{r}$	$B \ln \frac{r_3}{r}$ m^2/s	λ (rd)	λ °
$55 \cdot 10^{-3}$	1	0	0	0	0	0
$45 \cdot 10^{-3}$	1,22	- 0,825	0,173	0,2422	- 1,51	- 86,5°
$35 \cdot 10^{-3}$	1,57	- 1,65	0,45	0,63	- 3,60	- 206°
$25 \cdot 10^{-3}$	2,2	- 2,475	0,788	1,10	- 6,75	- 386°
$17 \cdot 10^{-3}$	3,66	-3,135	1,3	1,82	- 10,52	- 600°

Stator entre rotors (SIR)

CONSTRUCTION GRAPHIQUE

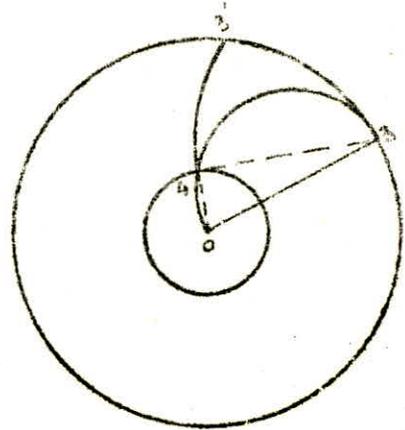
C'est la méthode des cercles orthogonaux

- On trace le cercle de rayon $r_4 = r_1$

- On trace le cercle de rayon $r_4 = r_2$

Sur le diamètre $O3$ on trace un demi cercle qui coupe le cercle de rayon r_4 au point 4. On détermine ainsi le cercle de rayon $3-4$ qui sera orthogonal au cercle de rayon r_4 et la condition

$$\nabla_I = 0 \implies v_{4u} = 0$$



En effet, la rayon $O4$ est perpendiculaire à la droite $3-4$, car $\sphericalangle O43$ est droit (inscrit dans un demi cercle). Alors l'arc de cercle $4-3$ sera tangent au rayon $O-4$ (condition d'entrée orthogonale).

Quant à la condition $v_{3u} \stackrel{a}{=} v_{2u}$, elle n'est certainement pas remplie par cette méthode; il y aura donc une dissipation par déviation, du fait que $v_{3u} \neq v_{2u}$. Mais cette déviation sera progressive dans le coude sans aube, qui fait le retour du liquide sortant du rotor (en sens centrifuge) et qui pendant le coude fait le tour (en sens centripète) en vue de s'engager dans la direction de retour.

Une telle dissipation par déviation progressive est de beaucoup plus faible qu'une dissipation due à la déviation brusque.

D'ailleurs, les deux sortes de dissipations par déviation peuvent être évaluées :

- Dissipation par déviation progressive $\Delta H_{d.p.r} = k_{dm} \frac{(v_{2u} - v_{3u})^2}{2g}$ (BORDA-CARNOT)

- Dissipation par déviation brusque $\Delta H_{d.b.r} = k_{d.b.r} \frac{\overline{v_{2u}^2}}{2g}$

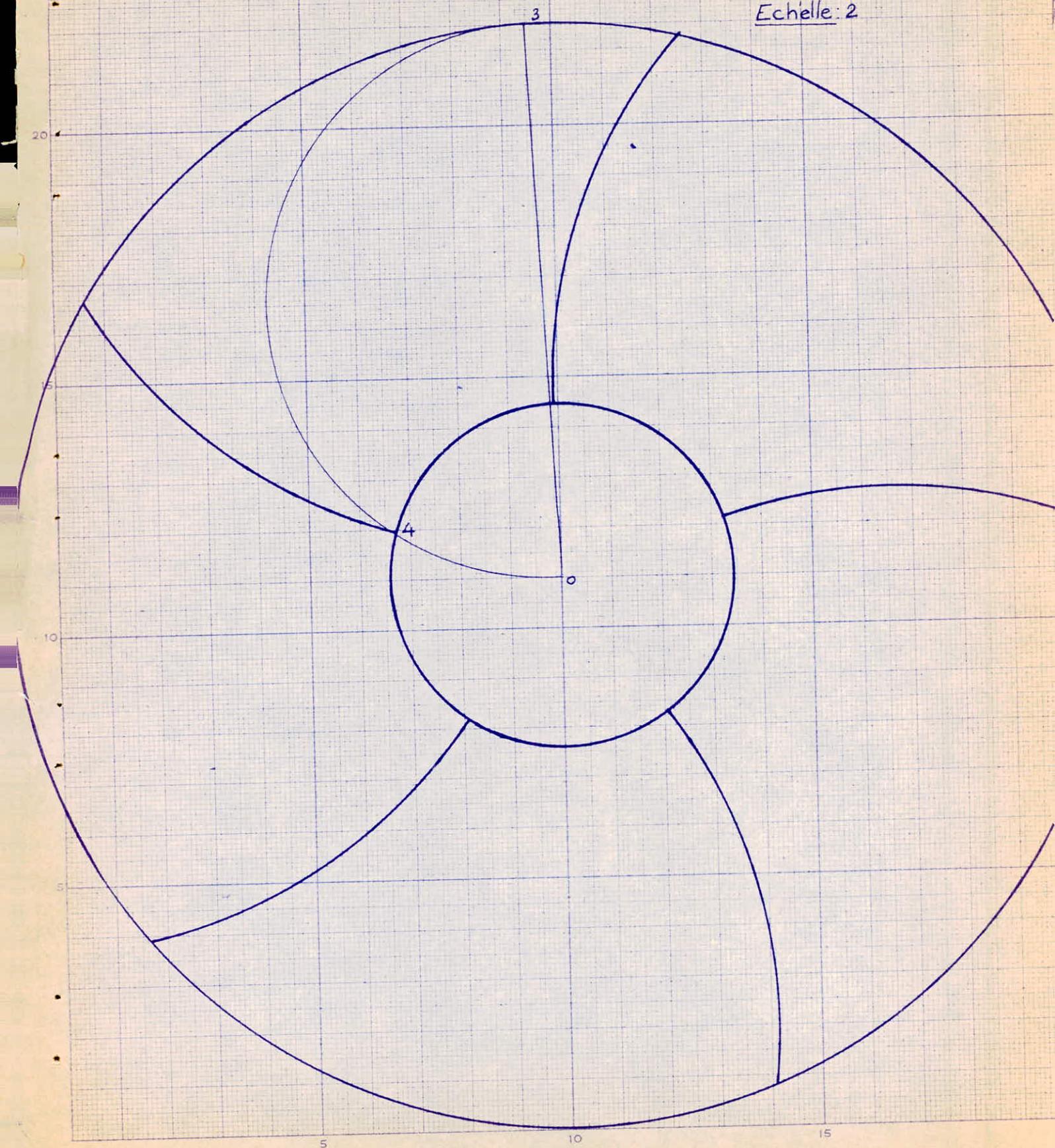
(WITTENBAUER)

La différence entre les deux formules se trouve au caractère scalaire de $(v_{2u} - v_{3u})$ par apposition au caractère vectoriel de $\overline{v_{2u}^2}$, ainsi qu'aux valeurs des 2 coefficients :

$$k_{d.b.r} \gg k_{d.p.r}$$

STATOR ENTRE ROTOR SİR
CONSTRUCTION GRAPHIQUE

Echelle: 2



LA BACHE SPIRALE

1° - METHODE APPROCHEE

L'écoulement dans la bache spirale doit satisfaire à

2 conditions

a - continuité

$$\dot{V} = \pi D_3 b_3 v_{3m} \quad \text{et} \quad \dot{V}_\lambda = \pi r_\lambda^2 v_u = \frac{\lambda}{2\pi} \dot{V}$$

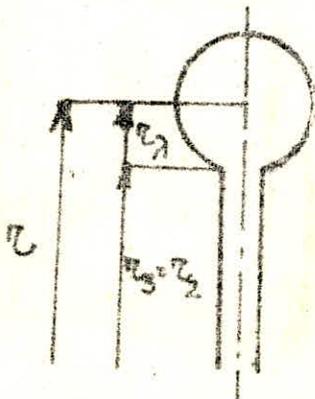
b - la bache spirale ne peut jamais recueillir du travail utile, parceque organe fixe.

Tout le travail recueilli par elle soustrait au liquide serait une dissipation, alors on impose la condition que le travail soit nul. Mais ce travail évalué selon le théorème des moments cinétiques (EULER) sera M avec des sections transversales quelconques dans la bache spirale, il s'en suit :

$$M = \rho \dot{V} (r_2 v_{2u} - r_1 v_{1u}) = 0 \quad \text{avec (1) et (2) section trasversales}$$

Il s'en suit $r v_u = r_1 v_{1u} = r_2 v_{2u} = C$ $v_u = \frac{C}{r}$ pour une longueur

$$\text{sera } \dot{V}_\lambda = \frac{\dot{V} \lambda}{2\pi} = \pi r^2 \frac{C}{r} \implies \lambda = \frac{C 2\pi^2}{\dot{V}} \frac{r^2}{r}$$



$$r = r_3 + r_\lambda \implies r_\lambda = r - r_3$$

$$= \frac{C 2\pi^2}{\dot{V}} \frac{(r - r_3)^2}{r}$$

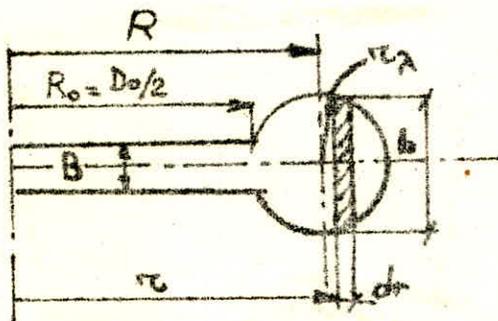
$$r v_u = r_2 v_{2u} = 55 \cdot 10^{-3} \times 9,06 = 0,498$$

Dressons un tableau de manière à pouvoir tracer la bache spirale

r (m)	$r - r_3$	$(r - r_3)^2$	$\frac{(r - r_3)^2}{r}$	λ (rad)	λ (°)	v_u	$r v_u$
$55 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	0	0	9,06	0,498
$57 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-5}$	0,685	39,2	8,66	0,494
$58 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	1,51	86,5	8,51	0,494
$58,5 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$12,25 \cdot 10^{-6}$	$2,08 \cdot 10^{-4}$	2,05	117,5	8,48	0,496
$59 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$16 \cdot 10^{-6}$	$2,71 \cdot 10^{-4}$	2,66	152,6	8,42	0,496
$59,5 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$20,25 \cdot 10^{-6}$	$3,41 \cdot 10^{-4}$	3,34	191	8,32	0,496
$60 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$25 \cdot 10^{-6}$	$4,16 \cdot 10^{-4}$	4,08	234	8,26	0,496
$60,5 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	$30,25 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-4}$	4,91	282	8,20	0,497
$60,8 \cdot 10^{-3}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	$33,64 \cdot 10^{-6}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	5,43	312	8,17	0,497
$61,2 \cdot 10^{-3}$	$6,2 \cdot 10^{-3}$	$38,44 \cdot 10^{-6}$	$6,28 \cdot 10^{-4}$	6,16	358	8,155	0,498
$61,25 \cdot 10^{-3}$	$6,25 \cdot 10^{-3}$	$39,06 \cdot 10^{-6}$	$6,35 \cdot 10^{-4}$	6,28	360	8,15	0,498

2° - LA BACHE SPIRALE : METHODE EXACTE.

On détermine le débit par intégration :



$$\dot{V}_\lambda = \int_{R_0}^{R+r} v_u b dr$$

$$b = 2 \sqrt{r_\lambda^2 - (r - R)^2}$$

$$r v_u = ct$$

$$\pi N_u = (R_0 + r_{2M}) \frac{V}{\pi r_2^2} = C \quad \text{avec } N_u = \frac{C}{r}$$

$$\frac{V}{\lambda} = 2C \int_{R-r_2}^{R+r_2} \frac{\sqrt{r_2^2 - (r-R)^2}}{r} dr = 2C \int_{R-r_2}^{R+r_2} \frac{r_2^2 - (r-R)^2}{r \sqrt{r_2^2 - (r-R)^2}} dr$$

Débit $V = -2C (R^2 - r_2^2) I_1 + 2C I_2$ avec $I_1 = \int_{R_0}^{R+r_2} \frac{dr}{r \sqrt{r_2^2 - (r-R)^2}}$ et

$$I_2 = \int_{R_0}^{R+r_2} \frac{2R-r}{\sqrt{r_2^2 - (r-R)^2}} dr$$

Faisons la substitution $r = \frac{R^2 - r_2^2}{R+x}$ $\begin{cases} dr = -\frac{R^2 - r_2^2}{(R+x)^2} dx \\ r-R = -\frac{r_2^2 + Rx}{R+x} \end{cases}$

$$I_1 = -\frac{1}{\sqrt{R^2 - r_2^2}} \int \frac{dx/r_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{r_2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 - r_2^2}} \text{ avec } \sin \frac{x}{r_2} \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}$$

$$x = \frac{R^2 - r_2^2 - Rr}{r} \Rightarrow \frac{x}{r_2} = \frac{R^2 - r_2^2 - Rr}{r_2 \cdot r}$$

$$I_1 = -\frac{1}{\sqrt{R^2 - r_2^2}} \left[\text{avec } \sin \frac{R^2 - r_2^2 - R(R+r_2)}{r_2 (R+r_2)} - \text{avec } \sin \frac{R^2 - r_2^2 - R(R-r_2)}{r_2 (R-r_2)} \right]$$

$$I_1 = -\frac{1}{\sqrt{R^2 - r_2^2}} \left[-\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right] = \frac{\pi}{\sqrt{R^2 - r_2^2}}$$

Calcul de I_2 : en substituant $r-R = z \Rightarrow \begin{cases} r = R+z \\ dr = dz \end{cases}$

$$I_2 = \int \frac{R-z}{\sqrt{r_2^2 - z^2}} dz = R \left(\frac{dz/r_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{r_2}\right)^2}} - \int \frac{z dz}{\sqrt{r_2^2 - z^2}} \right)$$

$$I_2 = \left[R \arcsin \frac{z}{r_2} - \sqrt{r_2^2 - z^2} \right]_{R_0 - R = R - r_2 - R = -r_2}^{R + r_2 - R = r_2}$$

$$I_2 = R \left[\arcsin(1) - \arcsin(-1) \right] = R \left[\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) \right] = \pi R$$

$$\text{Débit } V_\lambda = -2C(R^2 - r_2^2) \frac{\pi}{\sqrt{R^2 - r_2^2}} + 2C\pi R \Rightarrow V_\lambda = 2C\pi \left[R - \sqrt{R^2 - r_2^2} \right] = f(R)$$

$$R = R_0 + r_2 \quad V_\lambda = 2C\pi \left[R_0 + r_2 - \sqrt{R_0(R_0 + 2r_2)} \right] = \frac{\lambda}{\lambda_M} V$$

$$\lambda = \frac{2C\pi}{V} \lambda_M \left[R_0 + r_2 - \sqrt{R_0(R_0 + 2r_2)} \right]$$

Pour le tracé l'on mène des rayons pour différents angles et à partir du cercle de rayon R_0 on place sur chaque rayon 2 fois r_2 l'un après l'autre. Si l'on réunit les premières divisions on obtiendra l'axe courbe de la brèche spirale; si on réunit les dernières divisions on aura le contour de la brèche spirale.

Dressons un tableau en vue de tracer la brèche spirale

$$\lambda = \frac{2C\pi}{V} \lambda_M \left[R_0 + r_2 - \sqrt{R_0(R_0 + 2r_2)} \right] \quad \text{avec } \lambda_M = 2\pi; C = \pi_2 \sqrt{2u}$$

$$C = \pi_2 \sqrt{2u} = 55.10^3 \times 9,06 = 0,498$$

$$R_0 = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

r_2	$R_0 + r_2$	$R_0 + 2r_2$	$\sqrt{R_0(R_0 + r_2)}$	$\lambda [\text{rad}]$	$\lambda [^\circ]$
10^{-3}	$56 \cdot 10^{-3}$	$57 \cdot 10^{-3}$	$1598 \cdot 10^{-3}$	0,196	11,2
$2 \cdot 10^{-3}$	$57 \cdot 10^{-3}$	$59 \cdot 10^{-3}$	$169 \cdot 10^{-3}$	0,98	56,2
$3 \cdot 10^{-3}$	$58 \cdot 10^{-3}$	$61 \cdot 10^{-3}$	$177 \cdot 10^{-3}$	2,94	168,3
$3,5 \cdot 10^{-3}$	$58,5 \cdot 10^{-3}$	$62 \cdot 10^{-3}$	$1818 \cdot 10^{-3}$	3,14	180
$4 \cdot 10^{-3}$	$59 \cdot 10^{-3}$	$63 \cdot 10^{-3}$	$186 \cdot 10^{-3}$	3,92	224,2
$4,5 \cdot 10^{-3}$	$59,5 \cdot 10^{-3}$	$64 \cdot 10^{-3}$	$19 \cdot 10^{-3}$	4,91	281,8
$5 \cdot 10^{-3}$	$60 \cdot 10^{-3}$	$65 \cdot 10^{-3}$	$194 \cdot 10^{-3}$	5,19	333
$5,09 \cdot 10^{-3}$	$60,09 \cdot 10^{-3}$	$65,18 \cdot 10^{-3}$	$1941 \cdot 10^{-3}$	2π	360

Nous constatons que la méthode exacte a donné des résultats rapprochés à ceux que l'on a obtenus par la méthode approchée, mais moins convenables du point de vue hydrodynamique. On préférera donc la méthode approchée pour le tracé de la bêche spirale. Reprenons donc la méthode approchée et fixons nous un diamètre de refoulement de $24 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ alors $r_n = 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ pour améliorer la forme de la bêche spirale. On aura ainsi la constante

$$C = r_0 N_u = 67 \cdot 10^{-3} \times 2,216 \quad \text{avec } r_0 = r_1 + r_2 = (55 + 12) \cdot 10^{-3} = 67 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{et } N_u = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{10^{-3}}{\pi \cdot 144 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^{-3}}{452,16} = 2,216 \text{ m/s}$$

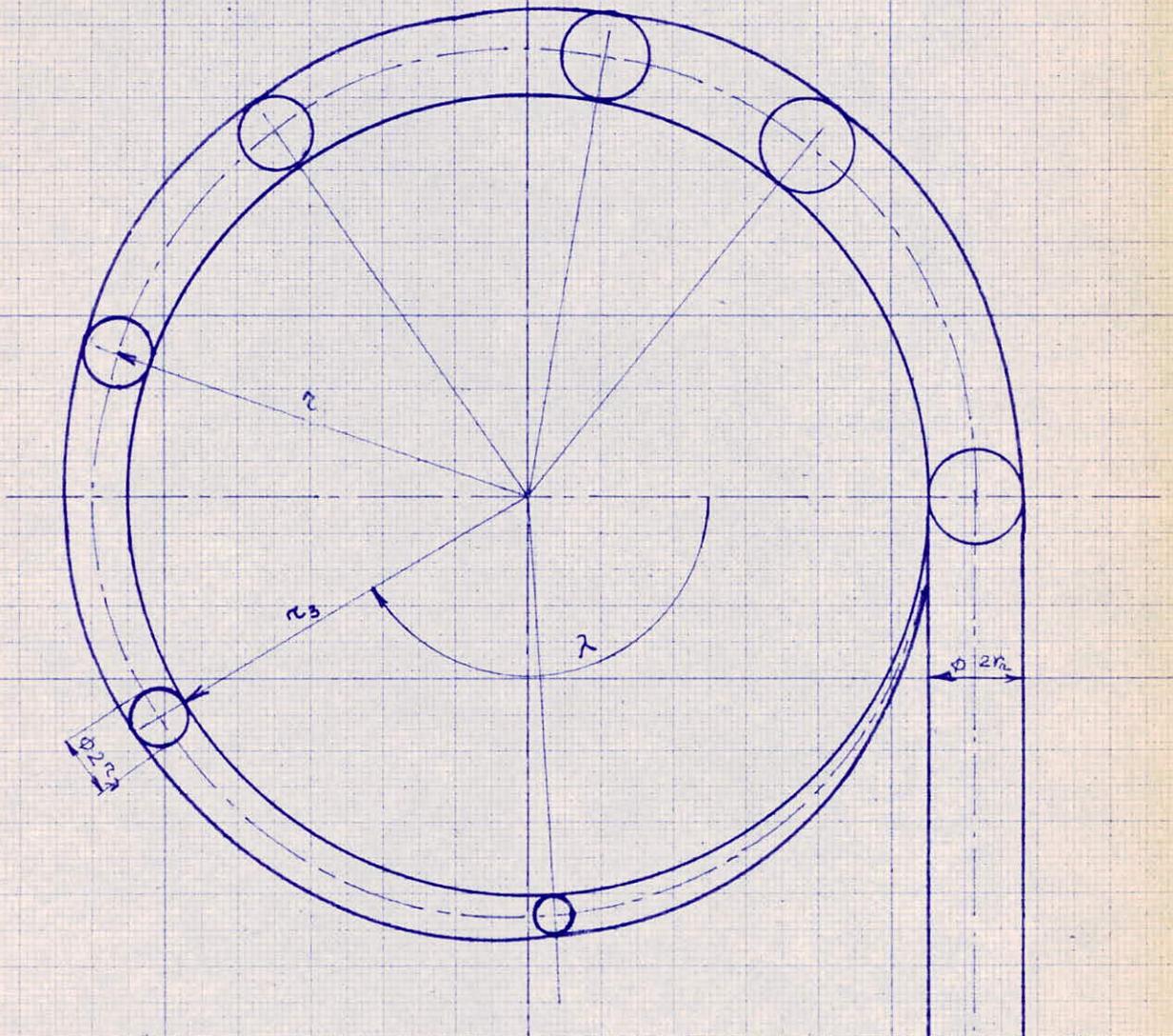
$$C = r_0 N_u = 67 \cdot 10^{-3} \times 2,216 = 0,148 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\lambda = \frac{2\pi^2 C}{V} \left(\frac{r_0 - r_s}{r} \right)^2 \quad \text{avec } \frac{2\pi^2 C}{V} = 2918,44$$

BACHE SPIRALE

Méthode approchée

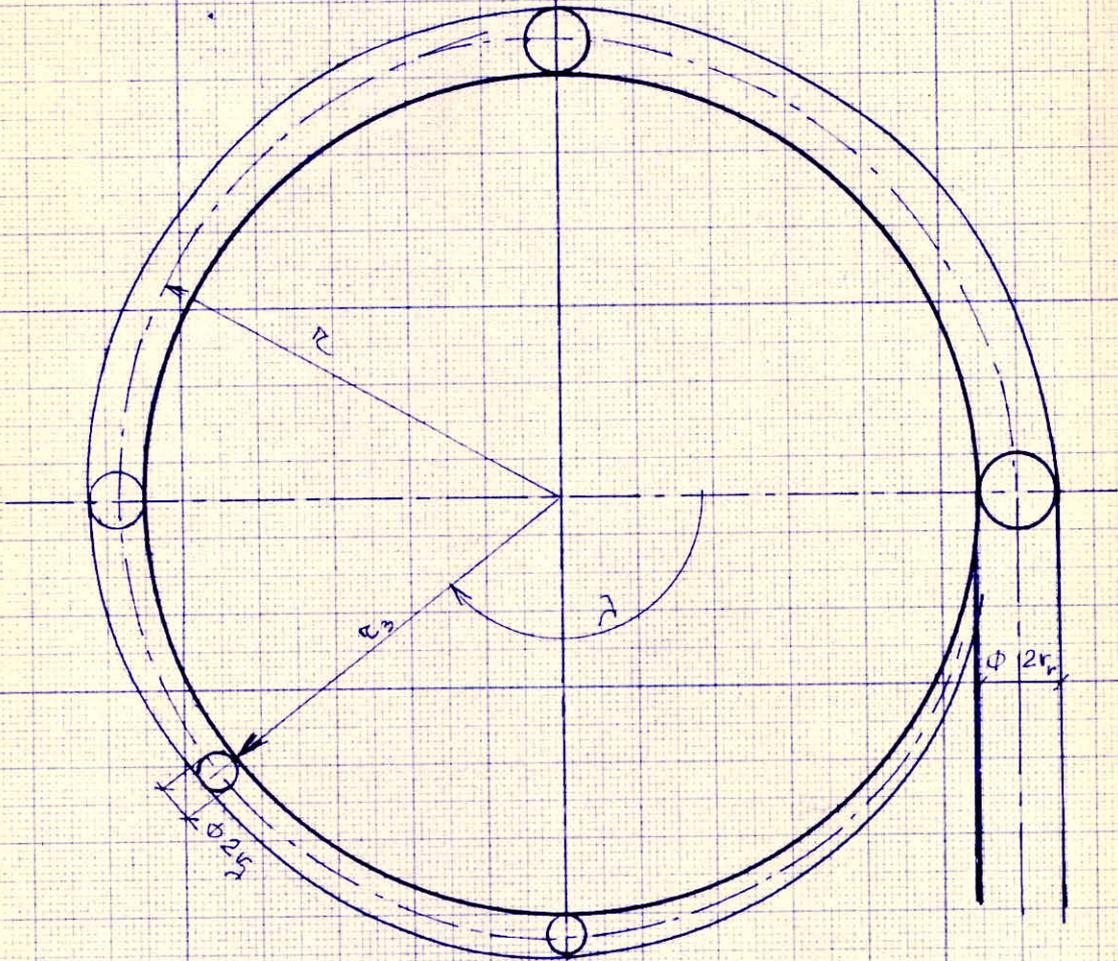
Echelle: 1



BACHE SPIRALE

méthode exacte

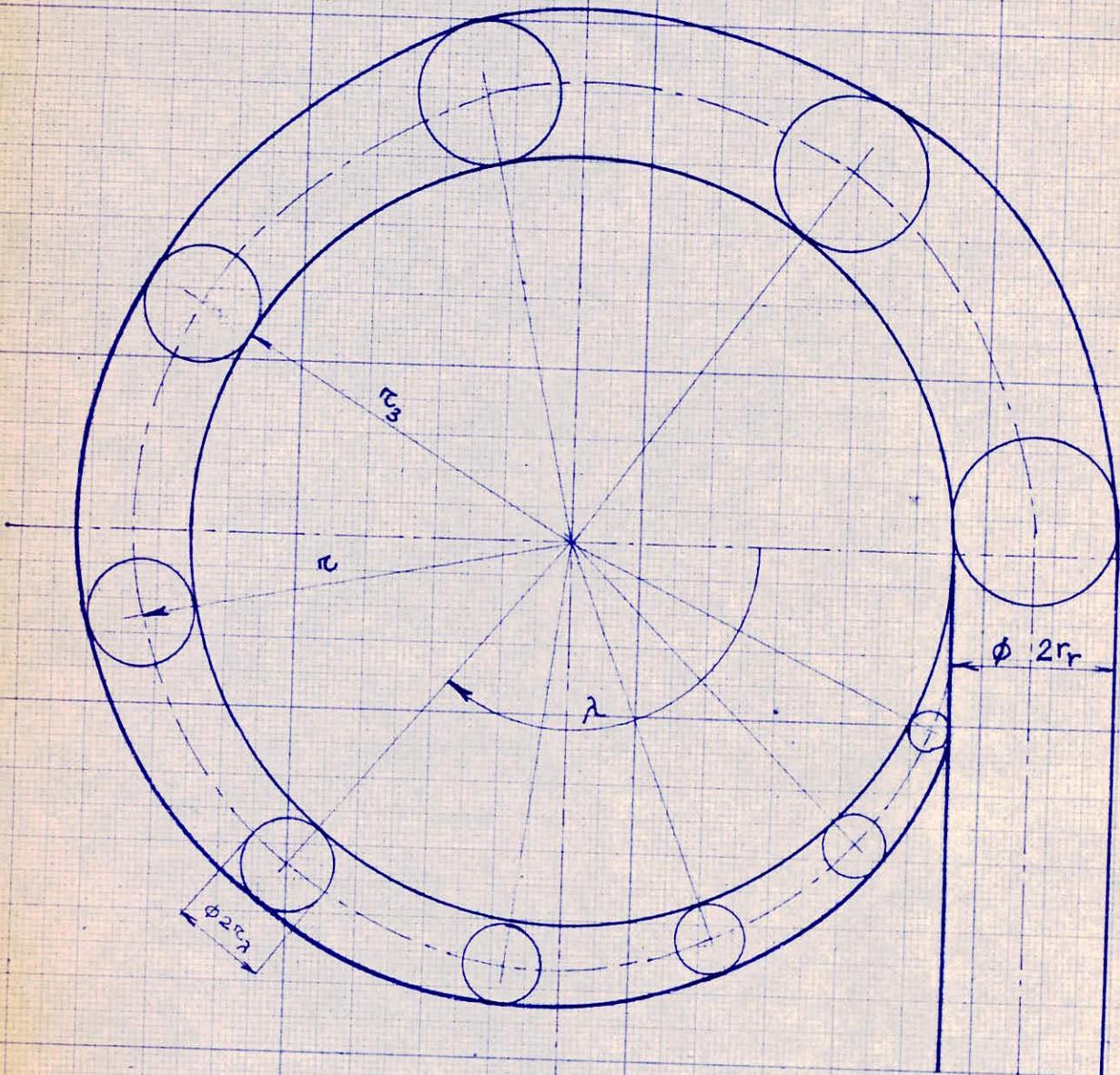
Echelle: 1



BACHE SPIRALE

Méthode approchée

Echelle: 1



Dressons un tableau

r_m	$r - r_3$	$(r - r_3)^2$	$\frac{(r - r_3)^2}{r}$	λ (rad)	λ °
$56 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	10^{-6}	$1,78 \cdot 10^{-5}$	0,0519	2,975
$58 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-6}$	$1,551 \cdot 10^{-4}$	0,4526	25,495
$59 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$16 \cdot 10^{-6}$	$2,711 \cdot 10^{-4}$	0,7912	45,355
$60 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$25 \cdot 10^{-6}$	$4,166 \cdot 10^{-4}$	1,216	69,70
$61 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$36 \cdot 10^{-6}$	$5,901 \cdot 10^{-4}$	1,722	98,71
$62 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$49 \cdot 10^{-6}$	$7,903 \cdot 10^{-4}$	2,30	131,847
$63 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$64 \cdot 10^{-6}$	$1,016 \cdot 10^{-3}$	2,965	169,97
$64 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$81 \cdot 10^{-6}$	$1,265 \cdot 10^{-3}$	3,6016	211,87
$65 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}	10^{-4}	$1,538 \cdot 10^{-3}$	4,488	257,27
$66 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,21 \cdot 10^{-4}$	$1,833 \cdot 10^{-3}$	5,349	306,63
$67 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$1,44 \cdot 10^{-4}$	$2,149 \cdot 10^{-3}$	6,28	360

Nombre d'aubes :

a - Aspect physique : s'il y a beaucoup d'aubes on aura $h_{lin} = \frac{v^2}{2g} f \frac{L}{D}$

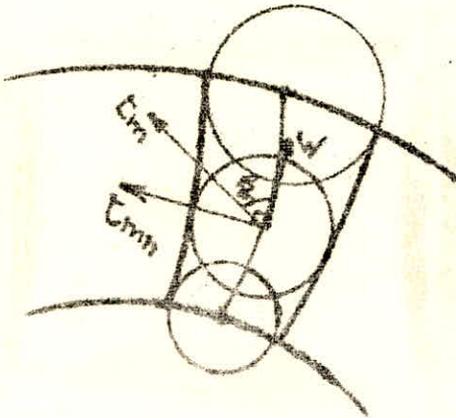
très forte mais on aura pas de décollement de la couche limite ce qui rend très petites les Δh_{sing} , s'il y a peu d'aubes on réduit Δh_{lin} mais on augmente Δh_{sing}

Condition d'optimisation $\frac{\partial (h_{lin} + h_{sing})}{\partial Z} = 0$ à cela

correspondra un nombre d'aubes Z optimum.

b - Limite supérieure : (C. PFLEIDERER)

Condition de similitude



$$\frac{l_p}{t_{mn}} = k = 2 = \frac{\text{longueur de l'aube}}{\text{pas circulaire du cercle moyen projeté sur la normale}}$$

$$t_{mn} = t_m \sin \beta_m = \frac{2\bar{r} r_m}{z} \sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

$$t_{mn} = \frac{\pi (r_1 + r_2)}{z} \sin \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2}$$

$$l > r_2 - r_1$$

$$l = k t_{mn} = \frac{k \pi (r_1 + r_2)}{z} \sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} > r_2 - r_1$$

$$z < k \pi \frac{(r_1 + r_2)}{r_2 - r_1} \sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

Application numérique :

$$z < 2 \pi \frac{72}{38 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^{-3} \sin 27^\circ$$

$$z < 2 \pi \frac{72}{38} \times 0,454$$

$$z < 5$$

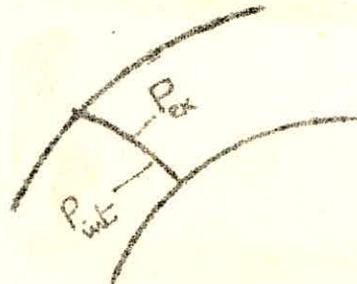
c - Limite inférieure (A. BĂR GLĂZAN)

Il faut que $\delta p = p_e - p_i < \delta p_1$ limite à la cavitation.

$$dF_p = (p_e - p_i) b dl$$

$$dM = r dF_p = r dF_p \sin \beta = r \delta p b dl \sin \beta$$

$$dl \sin \beta = dr \quad dM = r \delta p b dr$$



Moment total

$$M = Z \int_{r_1}^{r_2} r \cdot \delta p b dr = Z \delta p \int_{r_1}^{r_2} r b dr = Z \cdot \delta p \quad S_{/oZ}$$

$$M = \frac{p}{\omega} = \frac{\varpi H \dot{V}}{\eta \omega}$$

$$Z \delta p S_{/oZ} = \frac{\varpi H \dot{V}}{\eta \omega} \implies \delta p = \frac{\varpi H \dot{V}}{\eta \omega Z S} < \delta p_{1 \text{ lin cavi}}$$

$$Z > \frac{\varpi \dot{V} H}{\eta \omega S \delta p_{1 \text{ lin}}} = \frac{\varpi D_1^3 \pi b_1 v_{1m} H}{\eta \omega S_{/oZ} \delta p_{1 \text{ lin}}}$$

Limite à la cavitation $\delta p_{1 \text{ lin}} = \frac{3}{2} \varpi \pi = \frac{3}{2} \cdot 10^3 \text{ Pa} = 4,71 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^2$

Le moment statique $S_{/oZ}$ pour la projection méridienne de l'aube

$$S_{/oZ} = \int_{r_1}^{r_2} b(r) r dr$$

$$b(r) = -6,85 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4}$$

$$S_{/oZ} = \int_{r_1}^{r_2} (-6,85 \cdot 10^{-4} + \frac{1,475}{r} \cdot 10^{-4}) r dr = -6,85 \cdot 10^{-4} \int_{r_1}^{r_2} r dr + 1,475 \cdot 10^{-4} \int_{r_1}^{r_2} dr$$

$$S_{/oZ} = -6,85 \cdot 10^{-4} \frac{r^2}{2} \Big|_{r_1}^{r_2} + 1,475 \cdot 10^{-4} r \Big|_{r_1}^{r_2}$$

$$S_{/oZ} = 8,208 \cdot 10^{-7} + 56,05 \cdot 10^{-7} = 47,842 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$$

$$S/\omega Z = 4,784 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

avec $v_{1m} = 1,63 \text{ m/s}$

$$b_1 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$D_1 = 34 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\omega = 304 \text{ rd/s}$$

$$\eta = 0,75$$

$$Z > \frac{2}{3} \frac{34 \cdot 10^{-3} \times 8 \cdot 10^{-3} \times 1,63 \times 11,62}{0,75 \times 304 \times 4,87 \cdot 10^{-6}} = 4$$

$$4 < Z \text{ opt} < 5$$

Optimisation : (D.TASCA)

$$h \text{ linéaire} = \frac{v^2}{2g} f \frac{L}{D} = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{fL}{4A} P$$

$$h_{\text{lin}} = \frac{v^2 f L (b_m + \frac{\pi D_m}{Z} \sin \beta_m)}{4g (\frac{\pi D_m b_m}{Z} \sin \beta_m)^3}$$

$$h_{\text{lin}} = \frac{v^2 f L}{4g} \frac{(b_m Z + \pi D_m \sin \beta_m) Z^2}{(\pi D_m b_m \sin \beta_m)^3}$$

$$h_{\text{sing}} = \frac{B \delta p}{\omega} = \frac{B}{\omega} \frac{\omega H v}{\eta \omega Z S} = \frac{B v H}{\eta \omega Z S} = \frac{C}{Z}$$

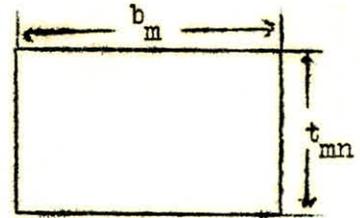
$$h_{\text{tot}} = h_{\text{lin}} + h_{\text{sing}} = D (b_m Z + E) Z^2 + \frac{C}{Z}$$

$$\frac{\delta h_t}{\delta Z} = 3 D b_m Z^2 + 2 D E Z - \frac{C}{Z^2} = 0$$

$$3 D b_m Z^4 + 2 D E Z^3 - C = 0 \quad \text{avec } D = \frac{v^2 f L}{4g (2 \pi r_m b_m \sin \beta_m)^3}$$

$$E = 2 \pi r_m \sin \beta_m = 2 \times 36 \cdot 10^{-3} \times 0,454 = 0,1$$

$$C = \frac{B v H}{\eta \omega S/\omega Z}$$

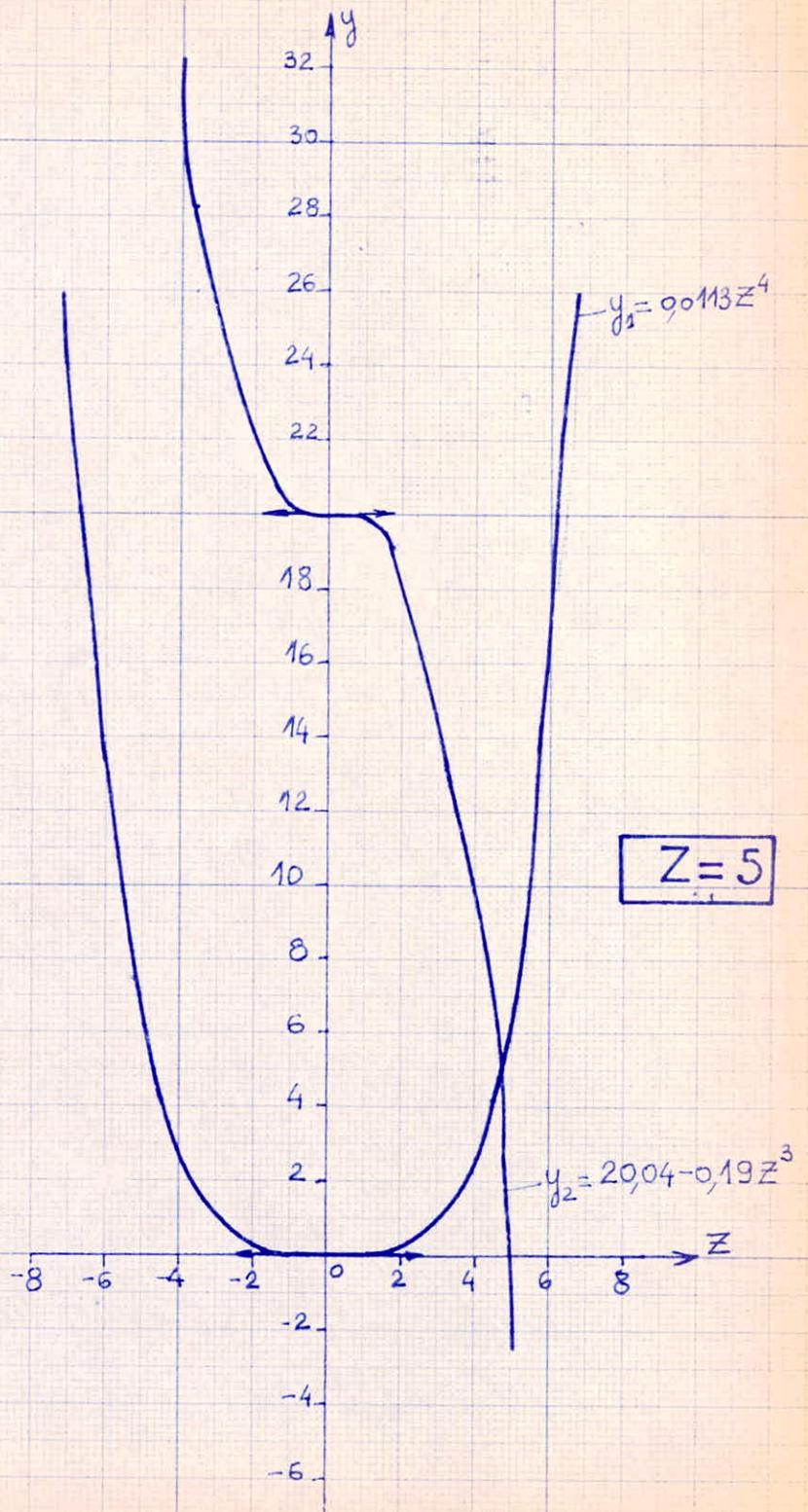


périmètre mouillé : $2 (b_m + t_{mn})$

$$P = 2 (b_m + \frac{\pi D_m}{Z} \sin \beta_m)$$

$$A = b_m t_{mn} = \frac{\pi D_m b_m}{Z} \sin \beta_m$$

NOMBRE D'AUBES OPTIMUM



$$f = 0,025$$

$$L = 85 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$b_m = 5 \cdot 10^{-3}$$

$$\sin \beta_m = 0,454$$

$$B = 1,6$$

$$0 = \frac{\dot{V}^2 f L}{4g (2\pi r_m b_m \sin \beta_m)^3} = \frac{10^{-6} \times 0,025 \times 85 \cdot 10^{-3}}{4 \times 9,8 (2\pi \times 36 \cdot 10^{-3} \times 5 \cdot 10^{-3} \times 0,454)^3} = \frac{2350}{2490} = 0,944$$

$$0 = \frac{B \dot{V} H}{\eta \omega \text{ S/oz}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3} \times 11,62}{0,75 \times 304 \times 4,87 \cdot 10^{-6}} = \frac{18592}{912} = 20,04$$

Equation du 4^o degré

$$0,0113Z^4 + 0,19Z^3 - 20,04 = 0$$

Cette équation a été tracée sur un graphique : la valeur de Z optimum est 5.

Épure des vitesses aux différents régimes

Nous avons supposé que la pompe fonctionne à un régime constant, c'est à dire au débit $\dot{V} = \dot{V}_n$ et à la charge $H = H_n$ correspondant au rendement maximum. Maintenant nous allons étudier les variations de l'épure des vitesses si le régime s'écarte du nominal en considérant la vitesse de rotation n constante et l'entrée orthogonale à tous les régimes (l'entrée orthogonale est une tendance naturelle du liquide car elle représente le chemin le plus court). Etudions les différents régimes qui sont : marche à vide, le subnominal; le nominal, le surnominal et de débit maximum.

Régime subnominal :

Le régime subnominal est étudié pour un débit $\dot{V}_{sub} < \dot{V}_n$, ce qui engendre une vitesse subnominale inférieure à la vitesse méridienne normale $v_{2m\ sub} < v_{2m\ nom}$. La vitesse subnominale choisie à priori est $v_{2m\ sub} = 1\text{m/s}$.

Condition de continuité $\dot{V}_{sub} = \left(\Pi D_2 - \frac{ZS}{\sin \beta_2} \right) b_2 v_{2m\ sub} = \left(\Pi D_1 - \frac{ZS}{\sin \beta_1} \right) b_1 v_{1m\ sub}$

calculon le débit \dot{V}_{sub}

$$\dot{V}_{sub} = \left(\Pi D_2 - \frac{ZS}{\sin \beta_2} \right) b_2 v_{2m\ sub} = \left(\Pi \times 110 \cdot 10^{-3} - \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,225} \right) 2 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 0,3232 \times 2 \cdot 10^{-3} = 0,6464 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{1m\ sub} = \frac{\dot{V}_{sub}}{\left(\Pi D_1 - \frac{ZS}{\sin \beta_1} \right) b_1} = \frac{0,6464 \cdot 10^{-3}}{\left(\Pi \times 34 \cdot 10^{-3} - \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,303} \right) 8 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,6464}{0,7224} = 0,896\text{m/s}$$

Régime surnominal : $\dot{V}_{sur} > \dot{V}_n$

Le régime surnominal est étudié pour une vitesse méridienne supérieure à la vitesse méridienne nominale

$v_{2m\ sur} > v_{2m\ n}$, la vitesse surnominale choisie à priori est $v_{2msur} = 3\text{m/s}$

Condition de continuité

$$\dot{V}_{sur} = \left(\Pi D_2 - \frac{ZS}{\sin \beta_2} \right) b_2 v_{2msur} = \left(\Pi D_1 - \frac{ZS}{\sin \beta_1} \right) b_1 v_{1msur}$$

$$\dot{V}_{sur} = \left(\Pi \cdot 110 \cdot 10^{-3} - \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,225} \right) 2 \cdot 10^{-3} \times 3 = 0,3232 \times 2 \cdot 10^{-3} \times 3 = 1,94 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{1m\ sur} = \frac{\dot{V}_{sur}}{\left(\Pi D_1 - \frac{ZS}{\sin \beta_1} \right) b_1} = \frac{1,94 \cdot 10^{-3}}{\left(\Pi \times 34 \cdot 10^{-3} - \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,303} \right) 8 \cdot 10^{-3}} = \frac{1,94 \cdot 10^{-3}}{0,7224 \cdot 10^{-3}} = 2,682\text{m/s}$$

Régime de débit maximum :

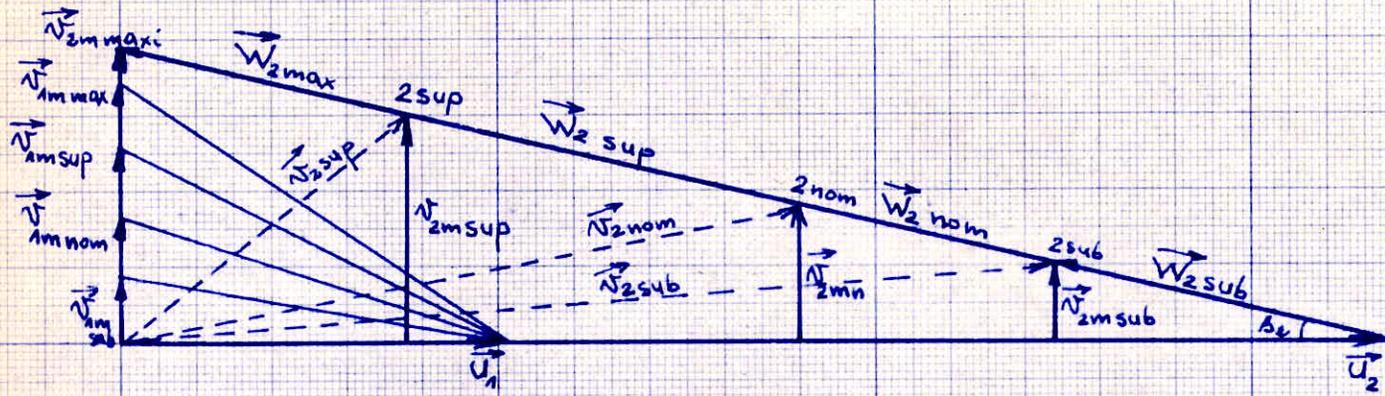
Le régime de débit maximum correspond à la vitesse méridienne maximum, on marque les points U_1 et U_2 sur l'épure des vitesses et à partir de U_2 on trace une droite faisant un angle β_2 avec l'axe OU_2 à partir de 0 nous menons une perpendiculaire à OU et l'intersection de la perpendiculaire avec la droite d'angle β_2 nous donne la vitesse méridienne maximum au point 2 soit $3,9 \text{ m/s} = v_{2m \text{ max.}}$.

$$\text{Du débit maxi } \dot{V}_{\text{max}} = \left(\pi D_2 - \frac{zS}{\sin \beta_2} \right) b_2 v_{2m \text{ max}} = 0,3232 \times 2 \cdot 10^{-3} \times 3,9 = 2,52 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{l'on obtient : } v_{1m \text{ max}} = \frac{2,52 \cdot 10^{-3}}{0,7224 \cdot 10^{-3}} = 3,49 \text{ m/s}$$

Nous constatons qu'à la sortie du rotor, l'angle β_2 de l'aube sera le même que l'angle β_2 fait par les lignes de courant et cela reste valable pour tous les régimes. Par contre, à l'entrée, l'angle β_1 fait par les lignes de courant en mouvement relatif avec le vecteur vitesse $-u_1$ change suivant le régime tandis que l'angle β_1 de l'aube reste fixe. C'est ainsi que s'expliquent les dissipations singulières de déviation (deflection) brusque à l'entrée du liquide dans le rotor. Au régime nominal, les dissipations sont nulles, car il y a coïncidence entre les deux angles β_1 (du fluide et de l'aube). Mais pour tout autre régime, hormis le nominal, on aura des dissipations d'autant plus fortes, que le régime s'écarte davantage du nominal.

EPURE DES VITESSES POUR DIFFERENTS REGIMES



Caractéristiques de charge $H = f(\dot{V})$

a) Nous allons tracer la courbe $H = f(\dot{V})$; nous menons v_{2u} sur le graphe des épures des vitesses aux différents régimes et nous calculons pour chaque régime la charge :

Marche à vide :

$$\dot{V} = 0$$

$$H = H_{\max} = \frac{u_2^2}{g} = \frac{(16,72)^2}{9,8} = 28,5 \text{ m}$$

Régime subnominal :

$$\dot{V} = 0,6464 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{2u \text{ sub}} = 12,4 \text{ m/s}$$

$$H_{\text{sub}} = \frac{u_2 v_{2u}}{g} = \frac{16,72 \times 12,4}{9,8} = 21,2 \text{ m}$$

Régime nominal :

$$\dot{V}_n = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{2un} = 9,06 \text{ m/s}$$

$$H_n = \frac{u_2 v_{2u}}{g} = \frac{16,72 \times 9,06}{9,8} = 15,46 \text{ m}$$

Régime surnominal :

$$\dot{V} = 1,94 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_{2u \text{ sur}} = 3,8 \text{ m/s}$$

$$H_{\text{sur}} = \frac{u_2 v_{2u}}{g} = \frac{16,72 \times 3,8}{9,8} = 6,5 \text{ m}$$

Charge nulle débit maximum :

H = 0

$\checkmark = \checkmark_{\text{maxi}}$

DISSIPATIONS HYDRAULIQUES

Caractéristiques de charge H (\checkmark) se référant à un rotor réel pour un fluide réel $H = \eta_h H_t = H_t - \sum h_i$ les pertes de charge $\sum h_i$ sont évaluées pour $\alpha_1 = 90^\circ$ et la vitesse de rotation n = cte.

Pertes de charges linéaires :

$$h_1 = \frac{v_m^2}{2g} \frac{fL}{D_h}$$
 Dans un tube de courant

relatif compris entre deux aubes consécutives dont la longueur est L et le diamètre équivalent de la section. $D_h = \frac{4A}{P}$ A étant la section transversale et P le périmètre mouillé. En ce qui concerne la longueur; sur la forme de l'aube en plan parallèle nous divisons celle-ci en 5 parties égales ensuite nous répétons la même chose pour la forme de l'aube en plan méridien la longueur sera égale à :

$$L = 5 \sqrt{(15,5)^2 + (16,4)^2} = 5 \sqrt{240 + 268,96}$$

donc $L = 112,9 \text{ mm} = 0,1129\text{m}$.

La vitesse méridienne moyenne $v_{mm} = \frac{\checkmark}{2 \pi r_m b_m \sin \beta_m}$ varie avec le débit \checkmark et l'angle moyen β_m pour différents régimes : marche à vide, subnominal, nominal, surnominal et maximum. Nous allons étudier dans ce qui suit les pertes de charges pour ces différents régimes.

a - Régime de marche à vide :

$$v_{mn} = \frac{\dot{V}}{2\pi r_m b_m \sin \beta_m} \quad \text{puisque } \dot{V} = 0; \quad v_{mn} = 0 \text{ donc la perte de charge linéaire } h_l = 0.$$

b - Régime subnominal :

$$\dot{V}_{sub} = 0,6464 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\beta_1 = 10,7^\circ \quad \text{tg } \beta_1 = \frac{9}{51} = 0,176 \quad \beta_m = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} = \frac{10,7 + 13}{2} = \frac{23,7}{2} = 11,85^\circ$$

$$\sin \beta_m = 0,205; \quad b_m = \frac{b_1 + b_2}{2} = \frac{8 + 2}{2} \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ largeur moyenne de l'aube}$$

$$v_{mn} = \frac{0,6464 \cdot 10^{-3}}{2\pi \times 36 \cdot 10^{-3} \times 5 \cdot 10^{-3} \times 0,205} = 2,8 \text{ m/s}$$

$$\text{Diamètre hydraulique } D_h = 4 \cdot \frac{A}{P} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} A : \text{section transversale } A = b_m \times t_{mn} \\ P : \text{périmètre mouillé } P = 2(b_m + t_{mn}) \end{array} \right.$$

t_{mn} : pas circulaire moyen projeté sur la normale

$$t_{mn} = \frac{2\pi r_m}{Z} \sin \beta_m = \frac{2\pi \times 36 \cdot 10^{-3}}{5} \times 0,205 = 9,27 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4 b_m t_{mn}}{2(b_m + t_{mn})} = 2 \frac{b_m t_{mn}}{b_m + t_{mn}} = 2 \frac{5 \cdot 10^{-3} \times 9,27 \cdot 10^{-3}}{14,27 \cdot 10^{-3}} = 6,5 \cdot 10^{-3}$$

$$h_{l,sub} = \frac{v_{mn}^2}{2g} \frac{fL}{D_h} = \frac{(2,8)^2 \times 0,04 \times 0,1129}{2 \times 9,8 \times 6,5 \cdot 10^{-3}} = 0,278 \text{ m}$$

f = coefficient de frottement = 0,04

c - Régime nominal :

$$\dot{V}_n = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\beta_m = \frac{17,5 + 13}{2} = 15,25^\circ \quad \sin \beta_m = 0,263$$

$$v_{mm} = \frac{\dot{V}^2}{2\pi r_m b_m \sin \beta_m} = \frac{10^{-3}}{2\pi \times 36 \cdot 10^{-3} \times 5 \cdot 10^{-3} \times 0,263} = \frac{10^3}{297,295} = 3,364 \text{ m/s}$$

$$\text{Diamètre hydraulique } D_h = \frac{4 A}{P} = \frac{2 b_m t_{mn}}{b_m + t_{mn}} \quad b_m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$t_{mn} = \frac{2\pi r_m \sin \beta_m}{Z} = 12 \cdot 10^{-3}$$

$$D_h = 2 \cdot \frac{60 \cdot 10^{-6}}{17 \cdot 10^{-3}} = \frac{120}{17} \cdot 10^{-3} = 7,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$h_{l \text{ nom}} = \frac{v_{mm}^2}{2g} \frac{f L}{D_h} = \frac{(3,364)^2 \times 0,04 \times 0,1129}{2 \times 9,8 \times 7,05 \cdot 10^{-3}} = 0,370 \text{ m}$$

d - Régime surnominal :

$$\dot{V}_{sur} = 1,94 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{tg } \beta_1 = \frac{2,70}{5,16} = 0,524 \quad \beta_1 = 27,4^\circ ; \beta_m = \frac{27,4 + 13}{2} = 20,2^\circ \quad \sin \beta_m = 0,348$$

$$\text{Pas circulaire moyen projeté sur la normale } t_{mn} = \frac{2\pi r_m}{Z} \sin \beta_m$$

$$t_{mn} = \frac{2\pi \times 36 \cdot 10^{-3}}{5} \times 0,348 = 15,73 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$D_h = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \times 15,73 \cdot 10^{-3}}{20,73 \cdot 10^{-3}} = \frac{157,2}{20,73} \cdot 10^{-3} = 7,58 \cdot 10^{-3}$$

$$v_{mm} = \frac{\dot{V}}{2\pi r_m b_m \sin \beta_m} = \frac{1,94 \cdot 10^{-3}}{2\pi \times 36 \cdot 10^{-3} \times 5 \cdot 10^{-3} \times 0,348} = \frac{1940}{393,38} = 4,93 \text{ m/s}$$

$$h_{1\text{sur}} = \frac{v_{\text{mm}}^2}{2g} \frac{fL}{D_h} = \frac{(4,93)^2 \times 0,04 \times 0,1129}{2 \times 9,8 \times 7,58 \cdot 10^{-3}} = 0,0738 \text{ m}$$

c - Régime de marche au débit maximum :

$$\dot{V}_{\text{max}} = 2,52 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{tg } \beta_1 = \frac{3,45}{5,16} = 0,666 \quad \beta_1 = 33,3^\circ \quad \beta_m = \frac{33,3 + 13}{2} = 23,15 \quad \sin \beta_m = 0,392$$

Vitesse méridienne moyenne

$$v_{\text{mm}} = \frac{\dot{V}}{2\pi r_m b_m \sin \beta_m} = \frac{2,52 \cdot 10^{-3}}{2\pi \times 36 \cdot 10^{-3} \times 5 \cdot 10^{-3} \times 0,392} = \frac{2520}{443,16} = 5,68 \text{ m/s}$$

$$t_{\text{mn}} = \frac{2\pi r_m}{z} \sin \beta_m = 45,216 \cdot 10^{-3} \times 0,392 = 17,72 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$D_h = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \times 17,72 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3} + 17,72 \cdot 10^{-3}} = \frac{177,2}{22,72} \cdot 10^{-3} = 7,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$h_{1\text{max}} = \frac{v_{\text{mm}}^2}{2g} \frac{fL}{D_h} = \frac{(5,68)^2 \times 0,04 \times 0,1129}{19,6 \times 7,7 \cdot 10^{-3}} = \frac{145,7}{152,88} = 0,953 \text{ m}$$

* Déviation progressive (courbure) et élargissement progressif

$$h_2 = k_2 \frac{(w_1 - w_2)^2}{2g} \quad \text{avec } k_2 = 0,3$$

Nous allons étudier la perte de charge pour chaque régime : marche à vide, subnominal, nominal, surnominal, **débit maximum**.

a - régime de marche à vide :

$$\dot{V} = 0 \quad \Longrightarrow \quad h_2 = 0$$

b - Régime subnominal :

$W_{1 \text{ sub}} = 5,2 \text{ m/s}$ valeurs prises sur le graphe de l'épure des vitesses à différents régimes.

$$W_{2 \text{ sub}} = 4,3 \text{ m/s}$$

$$h_{2 \text{ sub}} = \frac{0,3 (5,2 - 4,3)^2}{2 \times 9,8} = 0,01240 \text{ m}$$

c - Régime nominal :

$$W_{1n} = 5,35 \text{ m/s}$$

$$W_{2n} = 7,8 \text{ m/s} \quad h_{2 \text{ nom}} = \frac{0,3 (5,35 - 7,8)^2}{2 \times 9,8} = 0,0918 \text{ m}$$

d - Régime surnominal :

$$W_{1 \text{ sur}} = 5,75 \text{ m/s}$$

$$W_{2 \text{ sur}} = 13,2 \text{ m/s} \quad h_2 = \frac{0,3 (5,75 - 13,2)^2}{19,6} = 0,85 \text{ m}$$

e - Régime de marche au débit maximum :

$$W_{1 \text{ max}} = 6,2 \text{ m/s}$$

$$W_{2 \text{ max}} = 17,1 \text{ m/s} \quad H_2 = \frac{0,3 (6,2 - 17,1)^2}{19,6} = 1,83 \text{ m}$$

* Déviation brusque à l'entrée du rotor :

$$h_3 = k_3 \left(1 - \frac{V}{V_n} \right)^2 \frac{U_1^2}{2g} = k_3 \left(\frac{V}{V_n} - 1 \right)^2 \frac{U_1^2}{2g}$$

Régime de marche à vide :

$$h_3 = k_3 \frac{U_1^2}{0,3 \times (5,16)^2} \text{ car } \dot{V} = 0 \text{ avec } k_3 = 0,3$$

$$h_3 = \frac{0,3 \times (5,16)^2}{2 \times 9,8} = 0,408 \text{ m}$$

Régime subnominal :

$$h_{3 \text{ sub}} = h_3 \left(1 - \frac{\dot{V}_{\text{sub}}}{\dot{V}_n} \right)^2 \frac{U_1^2}{2g} = 0,408 \left(1 - \frac{0,6464 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} \right)^2 = 0,144 \text{ m}$$

Régime nominal :

$$h_{3 \text{ nom}} = k_3 \left(\frac{\dot{V}_n}{\dot{V}_n} - 1 \right)^2 \frac{U_1^2}{2g} = 0$$

Régime surnominal :

$$h_{3 \text{ sur}} = k_3 \left(\frac{\dot{V}_{\text{sur}}}{\dot{V}_n} - 1 \right)^2 = \left(\frac{1,94 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} - 1 \right) 0,408 = 0,36 \text{ m}$$

Régime de marche au débit maximum

$$h_{3 \text{ max}} = k_3 \frac{U_1^2}{2g} \left(\frac{\dot{V}_{\text{max}}}{\dot{V}_n} - 1 \right)^2 = 0,408 (2,52 - 1)^2 = 0,942 \text{ m}$$

Déviations à la sortie du rotor :

$$h_4 = k_4 \frac{\Delta v_{2u}^2}{2g} \text{ avec } v_u = \frac{c}{r} ; c = \left(\frac{r_3 + r_r}{r} \right) \frac{\dot{V}}{\pi r_r^2} ; v_u \text{ moyenne} = \frac{(r_3 + r_r) \dot{V}}{\pi r_r^2 r_m}$$

v_u moyenne ainsi que v_{2u} varient pour différents régimes

$$\Delta v_{2u} = \frac{r_3 + r_r}{\pi r_r^2 r_{\text{moy}}} \dot{V} - v_{2u} = c \dot{V} - v_{2u}$$

Régime de marche à vide :

$$h_4 = k_4 \frac{\Delta v_{2u}^2}{2g} \text{ il n'y a pas d'écoulement qui se produit donc } h_4 = 0$$

Régime subnominal :

$$\Delta v_{2u} = \frac{r_3 + r_r}{\pi r_r^2 r_{\text{moy}}} \dot{V} - v_{2u} = \frac{55 \cdot 10^{-3} + 12 \cdot 10^{-3}}{\pi \times 144 \cdot 10^{-6} \times 8 \cdot 10^{-3}} \dot{V} - v_{2u} = 13 \cdot 10^3 \dot{V} - v_{2u}$$

$$r_{\text{moy}} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\dot{V}_{\text{sub}} = 0,6464 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta v_{2u} = 13 \cdot 10^3 \times 0,6464 \cdot 10^{-3} - 12,4 = 8,40 - 12,4 = 3,99 \text{ m/s}$$

$$v_{2u \text{ sub}} = 12,4 \text{ m/s} \quad k_4 = 0,08$$

$$h_4 = \frac{0,08 (3,99)^2}{2 \times 9,8} = 0,065 \text{ m}$$

Régime nominal :

$$\Delta v_{2u} = 13 \cdot 10^3 \dot{V} - v_{2u}$$

$$\dot{V}_n = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta v_{2u} = 13 - 9,06 = 3,94 \text{ m/s}$$

$$v_{2u} = 9,06 \text{ m/s}$$

$$h_4 = \frac{0,08 \times (3,94)^2}{2 \times 9,8} = 0,063 \text{ m}$$

Régime surnominal :

$$\Delta v_{2u} = 13 \cdot 10^3 \dot{V} - v_{2u}$$

$$\dot{V}_{\text{sur}} = 1,94 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta v_{2u} = 13 \times 1,94 - 3,8 = 21,42 \text{ m/s}$$

$$v_{2u} = 3,8 \text{ m/s}$$

$$h_4 = \frac{0,08 (21,42)^2}{2 \times 9,8} = 1,872 \text{ m}$$

PH003/74

-1-

Avant p. 50

UNIVERSITE D'ALGER
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
DEPARTEMENT D'HYDRAULIQUE

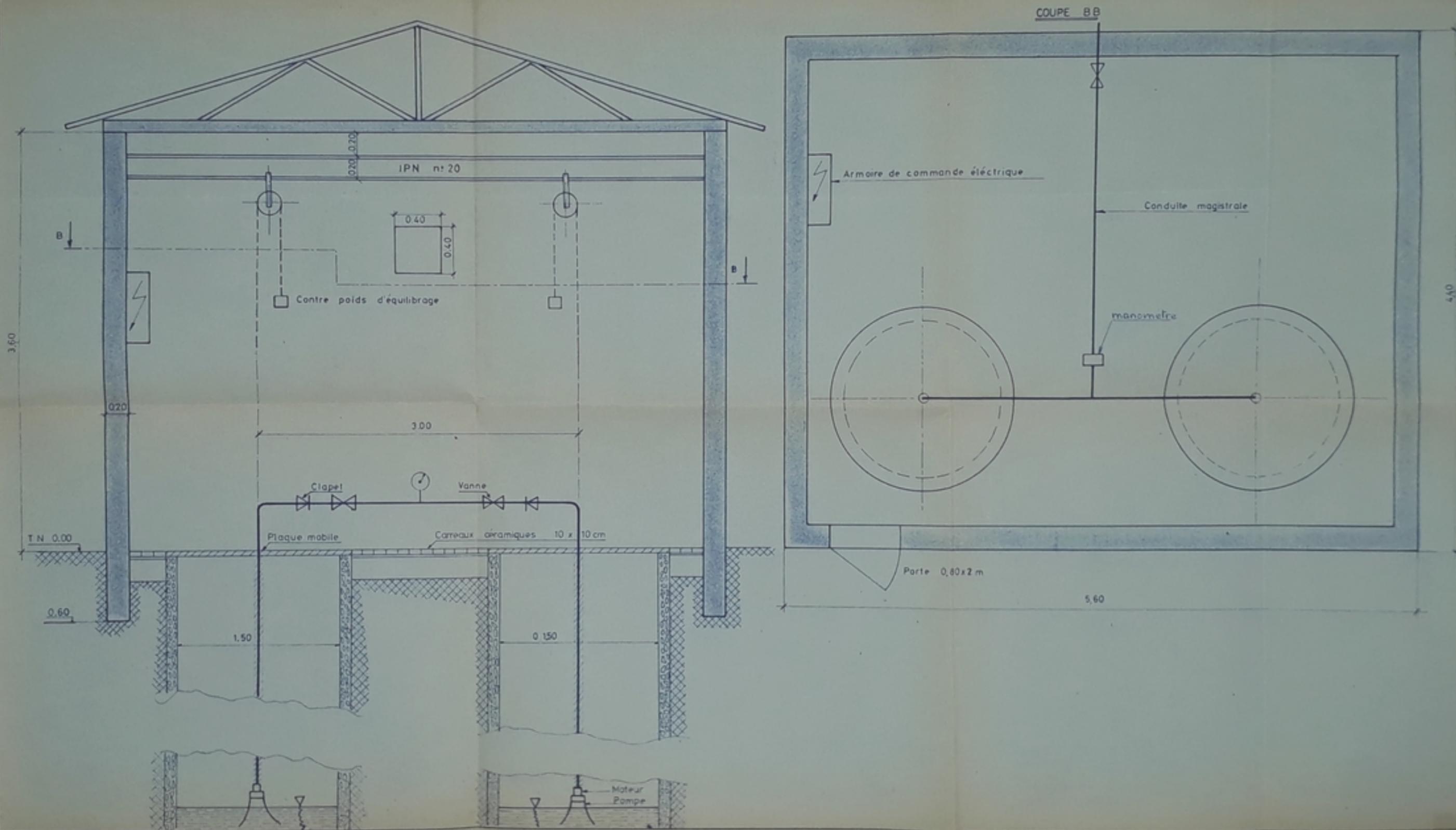
THESE DE FIN D'ETUDES

STATION DE POMPAGE

ECHELLE: 1/20^e

PROPOSEE PAR: DAN TASCA ETUDIEE PAR: DIF-EL AIDI Hamid

PROMOTION 1974



Régime de marche au débit maximum :

$$\Delta v_{2u} = 13 \cdot 10^3 \check{V} - v_{2u}$$

$$\check{V}_{\max} = 2,52 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta v_{2u} = 13 \times 2,52 = 32,76 \text{ m/s}$$

$$v_{2u} = 0$$

$$h_4 = 0,08 \times \frac{(32,76)^2}{2 \times 9,8} = 4,38 \text{ m}$$

* Dissipations dans la bache spirale

$$h_5 = \frac{v_u^2 \text{ moyenne}}{2g} \left(Y + \frac{fL}{D_h} \right)$$

L = Longueur moyenne de la bache spirale mesurée au curvimètre = 0,39m

D_h = Diamètre hydraulique = 2r_m

Régime de marche à vide :

$$h_5 = \frac{v_u^2 \text{ moyenne}}{2g} \left(Y + \frac{fL}{D_h} \right) = \frac{\check{V}^2}{2g(4\pi^2 r_m^4)} \left[2 + \frac{0,04 L}{2 r_m} \right]$$

$$Y = 1$$

$$f = 0,04$$

$$L = 0,39 \text{ m}$$

$$r_m = 8 \cdot 10^{-3}$$

$$\check{V} = 0 \implies h_5 = 0$$

Régime subnominal :

$$\check{V}_{\text{sub}} = 0,6464 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$r_m = 8 \cdot 10^{-3}$$

$$D_h = 16 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \frac{(0,6464)^2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6}{2 \times 9,8 \times 4 \quad 2 \times 64 \cdot 10^{-12}} \quad \left[1,5 + \frac{0,04 \times 0,39}{2 \times 8 \cdot 10^{-3}} \right]$$

1,92

$$L = 0,39 \text{ m}$$

$$v_{u \text{ moye}} = \frac{\dot{V}_{\text{sub}}}{2 \pi r_m^2} = \frac{0,6464 \times 10^{-3}}{6,28 \times 64 \cdot 10^{-6}} = 1,608 \text{ m/s}$$

$$h_5 = \frac{(1,608)^2}{2 \times 9,8} \times 1,92 = 0,25 \text{ m} = 0,25 \text{ m}$$

Régime nominal

$$h_5 = \frac{v_{u \text{ moy}}^2}{2g} \left(Y + \frac{fL}{D_h} \right) \quad v_{u \text{ moy}} = \frac{\dot{V}_n}{2 \pi r_m^2} = \frac{10^{-3}}{2 \pi \times 64 \cdot 10^{-6}} = 2,48 \text{ m/s}$$

$$h_5 = \frac{(2,48)^2}{19,6} \times 1,92 = 0,6 \text{ m}$$

Régime surnominal :

$$v_u = \frac{\dot{V}_{\text{sur}}}{2 \pi r_m^2} = \frac{1,94 \cdot 10^{-3}}{6,28 \times 64 \cdot 10^{-6}} = 4,82 \text{ m/s}$$

$$h_5 = \frac{(4,82)^2}{19,6} \times 1,92 = 2,28 \text{ m}$$

Régime de marche au débit maximum :

$$v_u = \frac{\dot{V}_{\text{max}}}{2 \pi r_m^2} = \frac{2,52 \cdot 10^{-3}}{6,28 \times 64 \cdot 10^{-6}} = 6,27 \text{ m/s}$$

$$h_5 = \frac{(6,27)^2}{2g} \times 1,92 = 3,84 \text{ m}$$

* Pertes de charges totales pour les différents régimes

$$(\sum h) = (h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5)$$

- Régime de marche à vide :

$$h = 0 + 0 + 0 + 0,408 + 0 + 0 = 0,408 \text{ m}$$

- Régime subnominal :

$$h_{\text{sub}} = 0,278 + 0,0124 + 0,144 + 0,065 + 0,25 = 0,749 = 0,749 \text{ m}$$

- Régime nominal

$$h_{\text{nominal}} = 0,37 + 0,0918 + 0 + 0,063 + 0,6 = 1,12 \text{ m}$$

- Régime surnominal :

$$0,0738 + 0,85 + 0,36 + 1,872 + 2,28 = 5,43 \text{ m}$$

- Régime de marche au débit maximum :

$$0,953 + 1,82 + 0,942 + 4,38 + 3,84 = 11,93 \text{ m}$$

* Caractéristiques de charge $H = f(V)$

$$H = \frac{u_2}{g(1+p)} \left[u_2 - \frac{\eta_v V}{\pi D_2 b_2 \left(1 - \frac{Zs}{\pi D_2 \sin \beta_2}\right) \text{tg } \beta_2} \right] - \sum h_i$$

Pour cela il faudrait calculer tout d'abord le rendement volumique n_v

qui est égal à
$$\frac{1}{1 + \frac{\sum \delta V_i}{V_n}}$$

$$\varepsilon = 0,01 \text{ mm}$$

$$\mu = 0,9$$

$$* \delta V_{I \text{ AV}} = \pi D_0 \varepsilon \mu \sqrt{\frac{2}{f} (P_{2I} - P_{1I})}$$

$$\delta V_{I \text{ ARR}} = \pi D_2 \varepsilon \mu \sqrt{\frac{2}{f} (P_{2I} - P_{1II})}$$

$$\delta V_{II \text{ AV}} = \pi D_0 \varepsilon \mu \sqrt{\frac{2}{f} (P_{2II} - P_{1II})}$$

$$\delta V_{II \text{ ARR}} = \pi D_2 \varepsilon \mu \sqrt{\frac{2}{f} (P_{2II} - P_{1III})}$$

$$\delta V_{III \text{ AV}} = \pi D_0 \varepsilon \mu \sqrt{\frac{2}{f} (P_{2III} - P_{1III})}$$

Dissipations volumiques

$$\delta V_{\text{tot}} = 3 \delta V_{I \text{ AV}} + 2 \delta V_{I \text{ ARR}} + \delta V_{\text{APR}}$$

Les résultats sont dans le tableau suivant :

\dot{V}	0	\dot{V}_{sub}	\dot{V}_n	\dot{V}_{sur}	\dot{V}_{max}
v_{2u} (m/s)	16,72	12,4	9,06	3,8	0
v_{2m} (m/s)	0	1	1,77	3	3,8
v_{1m} (m/s)	0	0,85	1,63	2,60	3,5
H_t (m)	25,65	19,08	13,91	5,85	0
$(P_2 - P_1) \left[\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \right]$	11392,53	11225	9539,3	5000	0
$(P_2 - P_{at}) \left[\frac{\text{Kgf}}{\text{m}^2} \right]$	10392	10187,24	8540	1196	0
$\delta \dot{V}_i$ (m ³ /s)	$1,799 \cdot 10^{-4}$	$1,786 \cdot 10^{-4}$	$1,648 \cdot 10^{-4}$	$1,05 \cdot 10^{-4}$	0
η_v	1	0,784	0,858	0,955	1
$\sum h_i$ (m)	0,408	0,749	1,12	5,43	11,93
η_h	0,985	0,962	0,926	0,518	1
η_{tot}	0	0,739	0,778	0,484	0

Caractéristiques de rendement η (\dot{V})

Le rendement de la pompe η est le produit des rendements : hydraulique η_h ; volumique η_v et mécanique η_m

$\eta = \eta_m \eta_v \eta_h$ le rendement mécanique est considéré comme constant tandis que η_v et η_h dépendent du débit \dot{V}

a) Le rendement volumique :

$$\eta_v = \frac{1}{1 + \frac{\delta \dot{V}}{\dot{V}}} \quad \text{avec} \quad \delta \dot{V} = \mu \Lambda \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_a - P_b)}$$

Selon la formule de l'énergie on aura :

$$\rho H + P_1 + \frac{\rho}{2} v_{1m}^2 = P_2 + \frac{\rho}{2} (v_{2m}^2 + v_{2u}^2)$$

$$P_2 - P_1 = \rho H + \frac{\rho}{2} (v_{1m}^2 - v_{2m}^2) - \frac{\rho}{2} v_{2u}^2$$

On calcule $\delta \dot{V}$ pour les différents régimes : marche à vide, subnominal, nominal, surnominal et débit maximum, les résultats de η_v sont reportés dans le tableau.

b - Le rendement hydraulique : $\Delta h = a'_0 - a'_1 \dot{V} + a'_2 \dot{V}^2$

$$\eta_h = \frac{1}{1 + \frac{\sum \Delta h_i}{H_e}}$$

avec les pertes de charges Δh calculées auparavant pour différents régimes; les valeurs de Δh ainsi que de η_h sont reportées dans le tableau.

c - rendement total :

$$\eta = \eta_m \eta_v \eta_h \quad \text{avec } \eta_m = \text{rendement mécanique} = 0,98$$

$$\eta = \eta_m \eta_v \eta_h = \frac{\eta_m}{\left(1 + \frac{\delta \dot{V}}{\dot{V}}\right) \left(1 + \frac{\epsilon \Delta h_i}{H_i}\right)}$$

La courbe a l'allure d'une parabole mais de son équation il ne résulte pas pour $\dot{V} = 0$; $H = H_0$. Par contre, on aura :

$$\eta = \frac{\omega \dot{V} H}{M \omega} = 0 \quad \text{pour} \quad \dot{V} = \dot{V}_{\max} \quad H = 0 \implies \eta = 0$$

$$\text{et} \quad H = H_0 \quad \dot{V} = 0 \implies \eta = 0$$

Courbe de puissance mécanique : $P(\dot{V})$

$$\text{L'équation de la puissance est } P(\dot{V}) = \frac{\omega H \dot{V}}{\eta_m \eta_v \eta_h}$$

l'expression de la puissance mécanique est

$$P = \frac{\omega \dot{V} H}{\eta_m \left(1 + \frac{\delta \dot{V}}{\dot{V}}\right) \left(1 + \frac{\Delta H}{H}\right)}$$

Selon la formule $P = \frac{\omega H \dot{V}}{\eta}$ pour le régime de marche à vide

$\eta = 0$ et $\dot{V} = 0$ on aura une indétermination de la forme de $\frac{0}{0}$;

Pourtant la puissance est différente de 0 pour $\dot{V} = 0$; à savoir $P = P_0 = \sum \Delta P_0$

avec $\sum \Delta P$ les dissipations de marche à vide.

En effet si la pompe fonctionne la vanne de refoulement VR fermée (c'est à dire le régime de marche à vide $\dot{V} = 0$). La puissance de marche à vide se consomme dans des dissipations mécaniques, volumiques ainsi qu'hydrauliques mais seulement dans le fluide passif

(tout le fluide) $H_0 = \frac{P_2' - P_1'}{\omega} + h_0$ sommée sous la dénomination de dissipations (pertes) de marche à vide. En effet $P = P_{\text{disponible}} + \sum P_{\text{mec}} =$
 $= \omega \dot{V}_t H_t + P_0$ ou bien $P = P_0 + \frac{\omega \dot{V} H}{\eta_v \eta_h}$ d'où $P_{\text{disp}} =$

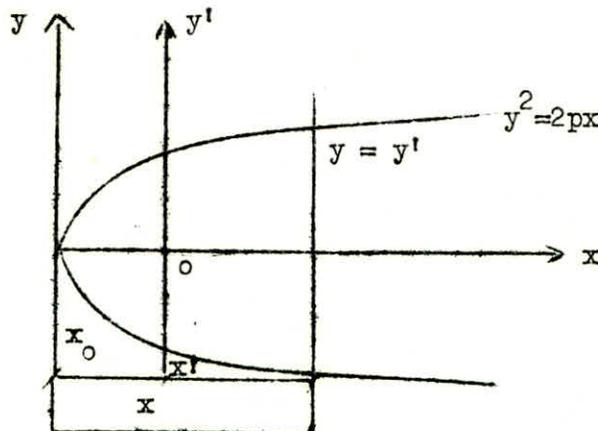
$$= \omega \dot{V}_t \frac{U_2}{g} \left(u_2 - \frac{\dot{V}_t}{2 \pi r_2 b_2 \text{tg } \beta_2} \right)$$

$$P = P_0 + \frac{\omega \dot{V} H}{\eta_v \eta_h}$$

Calcul de P_0

Pour cela on utilise la courbe de régression obtenue par la méthode des moindres carrés la courbe de régression impose comme condition $\sum (P - P_1)^2 \longrightarrow \text{minimum}$.

Soit $P = f(\dot{V})$ une parabole, dont on doit déterminer les coefficients c_1 et c_2 de son équation $P^2 = 2 c_1 \dot{V} + c_2$



La courbe puissance est de la forme $y^2 = 2px$ mais il y a une translation verticale de l'axe oy en oy' car pour $\dot{V} = 0$ il faut que $P = P_0$ donc $y'^2 = 2p(x_0 + x') = 2px' + c$

où bien $f = 2c_1 \dot{V} + c_2$

De l'équation générale

$$\sum_I^N \frac{\partial f}{\partial c_K} f(\dot{V}_k, c_1, c_2) = \sum_I^N P_K \frac{\partial f}{\partial c_K}$$

trouvée par la méthode des moindres carrés, on tire,

$$f = 2 c_1 \dot{V} + c_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial c_1} = 2 \dot{V} ; \quad \frac{\partial f}{\partial c_2} = 1 \quad \sum_1^3 2 \dot{V}_i (2c_1 \dot{V}_i + c_2) = 2 \sum_1^3 P_i \dot{V}_i \implies$$

$$\implies 2 c_1 \sum_1^3 \dot{V}_i^2 + c_2 \sum_1^3 \dot{V}_i = \sum P_i \dot{V}_i$$

$$\sum_1^3 (2c_1 \dot{V}_i + c_2) = \sum P_i \implies 2c_1 \sum_1^3 \dot{V}_i + 3c_2 = \sum P_i$$

Dressons un tableau :

i	\dot{V}_i	P_i	\dot{V}_i^2	$\dot{V}_i P_i$
1	$0,6464 \cdot 10^{-3}$	16,4 Kgm/s	$0,417 \cdot 10^{-6}$	$10,6 \cdot 10^{-3}$
2	10^{-3}	17,55	10^{-6}	$17,55 \cdot 10^{-3}$
3	$1,94 \cdot 10^{-3}$	23	$3,76 \cdot 10^{-6}$	$44,62 \cdot 10^{-3}$
	$3,586 \cdot 10^{-3}$ A	56,95 B	$5,177 \cdot 10^{-6}$ C	$72,77 \cdot 10^{-3}$ D

$$2 c_1 C + c_2 A = D$$

$$2 c_1 A + 3 c_2 = B$$

$$2c_1 \cdot 5,177 \cdot 10^{-6} + 3,586 \cdot 10^{-3} c_2 = 72,77 \cdot 10^{-3}$$

$$2c_1 \cdot 3,586 \cdot 10^{-3} + 3c_2 = 56,95$$

Système de 2 équations à 2 inconnues : on trouve $c_2 = 11,3$

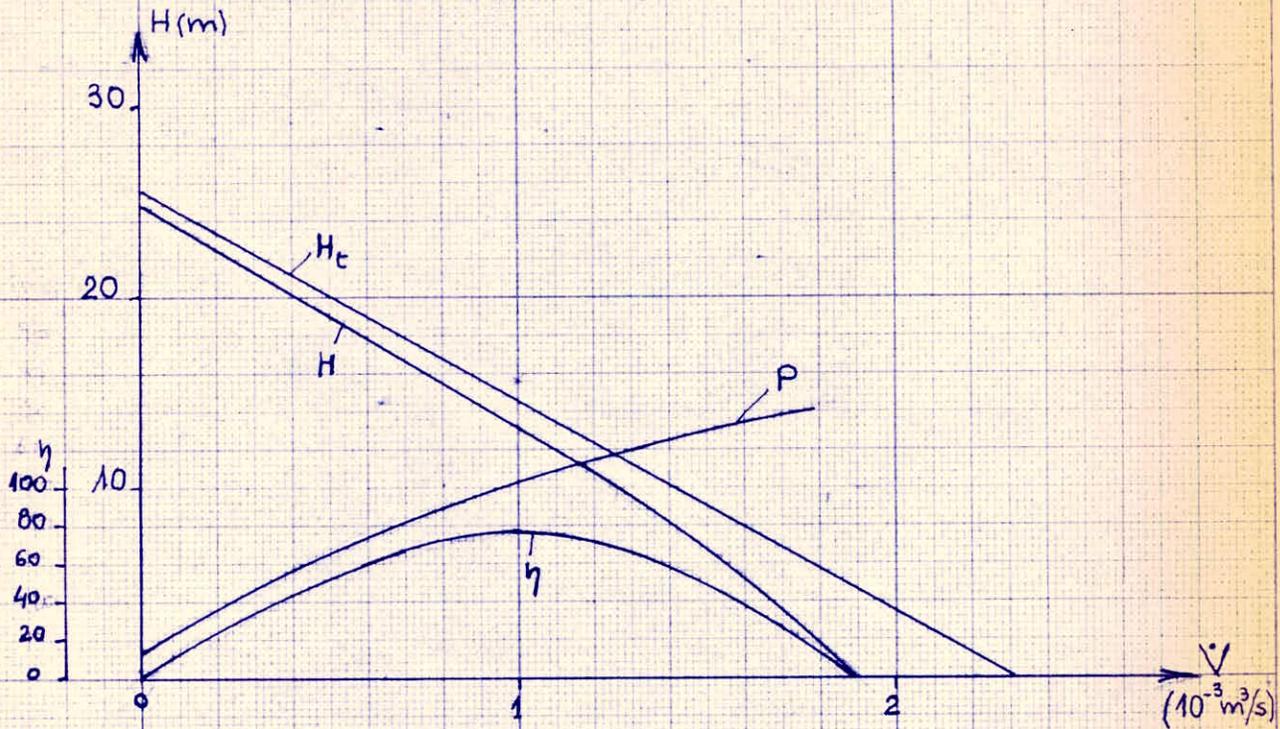
$$P^2 = 2 c_1 \dot{V} + c_2 \quad \text{pour} \quad \dot{V} = 0 \quad P^2 = P_0^2 = c_2 = 11,3 \implies P_0 = \sqrt{11,3} = 3,36$$

$$\text{Donc l'équation de la courbe est } P = P_0 + \frac{\omega_H \dot{V}}{\eta_v \eta_h} = 3,36 + \frac{\omega_H \dot{V}}{\eta_v \eta_h}$$

La courbe est tracée, voir le graphe sur les courbes caractéristiques.
Son allure est parfaitement concordante à celle obtenue au laboratoire
pour des turbo-pompes du même type que la pompe étudiée ici.

C'est pour la première fois qu'une telle courbe a été étudiée par
une méthode théorique.

COURBES CARACTERISTIQUES



I - DESCRIPTION DE LA STATION DE POMPAGE ET DE SES EQUIPEMENTS

Le bâtiment d'usine est édifié directement audessus de l'ouvrage, il est en construction durable, l'épaisseur des murs est de 20 cm, la toiture est en tuiles rouges, les dimensions de la construction de Génie-Civil sont les suivantes :

- Longueur 5,60 m
- Largeur 4,40 m
- Hauteur 3,60 m

L'accès à la station de pompage se fait du côté Est par une porte (0,80 x 2 m); la salle est ventilé au moyen de 2 fenêtres. La station de pompage abrite l'équipement hydraulique ainsi qu'électrique (vannes, clapets, armoire de commande, moteur, dispositif anti-bélier ...). Les dispositions étant prises en vue d'éviter les risques de pollutions, par l'entrée d'agents extérieurs ainsi que les accidents de travail et, dans ce but les 2 puits sont recouverts par une plaque mobile en tôle que l'on ouvrira à l'occasion des visites, ou bien afin de faire des réparations. Au dessus des 2 puits on prévoit une poutre IPN permettant de jouer le rôle de pont et l'on doit prévoir également un palan; on pourra à l'aide d'une corde ou d'une chaîne faire descendre le matériel pesant (tuyauterie, pompe).

EQUIPEMENTS :

1 - Moteur :

Nous prévoyons un moteur à sec pour l'entraî-nement de la pompe immergée. Le moteur devra quand même être étanche au cas des éventuelles inondations.

Les moteurs seront de types asynchrone, ceux-ci sont caractérisés par un décalage de vitesse angulaire entre le champ magnétique tournant du rotor et celui du stator. Ce décalage appelé glissement correspond à quelques 4%, au couple moteur maximum, donc le moteur asynchrone correspond à 96 % de la vitesse de synchronisme.

La vitesse de synchronisme est donnée par $n = \frac{60 \text{ s}}{\text{min}}$ est un coefficient de conversion, $f = 50 \text{ Hz}$ la fréquence du courant alternatif, p est le nombre de paire de pôles (N-S), dû au bobinage.

Ainsi, pour $p = 1$ au lieu de $n = 3000 \text{ trs/mn}$, on aura $n_n = 2880 \approx 2900 \text{ trs/mn}$; ainsi le moteur asynchrone à une vitesse nominale constante.

La puissance à fournir par le moteur est déterminée d'après la valeur trouvée pour la puissance mécanique absorbée par la pompe au régime nominal ainsi que pour le point de fonctionnement du débit maximum.

$$\text{La puissance mécanique absorbée par la pompe : } P_{\text{ab pompe}} = \frac{\rho H \dot{V}}{\eta}$$

$$H = 34,85 \text{ m}$$

$$\dot{V} = 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\eta = \text{rendement de la pompe} = 0,78$$

$$P_{\text{ab pompe}} = \frac{\rho H \dot{V}}{\eta} = \frac{10^{-3} \times 34,85 \times 10^{-3}}{0,78} = 47,7 \text{ Kgm/s} = 0,468 \text{ kW}$$

Toutefois, afin de recouvrir la valeur maximum de la puissance (au régime de débit maximum) et pour prévenir certains imprévus d'exploitation, il est prudent de majorer la puissance absorbée par la pompe de 100% pour une puissance absorbée de moins de 4 k.W donc :

$$P_{ab \text{ pompe}} = 0,468 \times 2 = 0,936 \text{ kW}$$

La puissance électrique absorbée par le moteur ou puissance aux bornes du moteur électrique aura l'expression :

$$P_{\text{élet.}} \text{ (kW)} = \frac{P_{\text{pompe}} \text{ (kW)}}{\eta_{\text{moteur}} \times \eta_{\text{transmission}}} \quad \text{avec} \quad \eta_{\text{mot}} = 0,98$$
$$\eta_{\text{transmis.}} = 1$$

$$P_{\text{élet}} = \frac{0,936}{0,98 \times 1} = 0,959 \text{ kW} \approx 1 \text{ kW}$$

Nous installons dans chaque puits un moteur de 1 kW.

2 - Transformateur :

La puissance du transformateur sera fonction de la puissance absorbée par les 2 moteurs en marche normale.

La puissance demandée par les 2 moteurs est de 2 kW

$$P_{\text{tr}} = \frac{P_{\text{mot}}}{\cos \varphi \cdot \eta_1 \cdot \eta_2} = \frac{2}{0,86 \times 0,95 \times 0,95} = \frac{2}{0,776} = 2,58 \text{ kVA}$$

avec $\cos \varphi = 0,86$ = facteur de puissance de l'installation

η_1 = rendement du transformateur

η_2 = rendement de la ligne.

Nous prendrons un transformateur commun aux deux moteurs d'une puissance de 3 k.V.A

Equipements : Une armoire de commande en tôle d'acier étanche à l'atmosphère humide des stations de pompage et renfermant :

- 1) Pour la commande : 1 sectionneur général tripolaire à rupture brusque
1 commutateur tripolaire.
- 2) Pour la protection : 1 jeu de deux relais magnéto-thermiques (qui assurent d'une part la protection retardée, réglable contre les surcharges, d'autre part le déclenchement instantané en cas de court circuit franc). Un relais wattmétrique à minimum de puissance arrêtant l'installation lorsque la pompe se désamorçe.
- 3) Pour le contrôle : 1 voltmètre électro-magnétique (qui indique la tension). 1 ampèremètre électro-magnétique (pour la mesure de l'intensité du courant, 1 avertisseur sonore fonctionnant en cas d'incident de marche.

Robinet : Les robinets utilisés sont des robinets-vannes ronds car ce sont les plus répandus sur le marché et il conviennent bien dans ce cas.

Clapets de retenue : placés au départ de la conduite de refoulement ils empêchent l'eau de refluer lors de l'arrêt du pompage.

Un mécanisme spécial d'horlogerie avec enclenchement à 20 h et déclenchement à 8 h automatiques, qui assure le démarrage et l'arrêt du fonctionnement de chaque pompe.

C O N C L U S I O N

Ce projet de fin d'études m'a permis de mettre en application les connaissances acquises au cours de ma formation. Je pense qu'à la suite de ce projet pouvoir aborder sans grandes difficultés les problèmes pratiques d'hydraulique .

B I B L I O G R A P H I E

- LAPRAY. G. de " Cours d'hydraulique générale" ENPA 1972 - 1974
- LAPRAY. G. de " La longueur fluidodynamique " ENPA 1972 - 1974
- PAVEL, DORIN Station de pompage et réseaux de distribution
EDP Buc. 1964
- POIREE, OLLIER Assainissement agricole, Drainage par tuyaux ou
fossés.
Aménagement des cours d'eau et émissaires 1966.
- TASCA. D. Contribution à la similitude des turbo-machines Bull.JP
Buc. 1957
- TASCA. D. Etude analytique en plan parallèle des aubes du rotor
des turbo-machines centrifuges, J.P Buc, 1960
- TASCA. D. Bacanu. J Recueil de problèmes d'Hydraulique technique
2° édition, ET Buc, 1966
- TASCA. D. Mouvements irrotationnels à symétrie axiale autour des
carières ouvertes Bull.JP Buc 1964 et thèse Buc 1967
- TASCA. D. Cours de turbo-machines ENPA, Alger 1973-1974
- Annuaire Hydrologique de l'ALGERIE Années 1969 - 1970.

