

UNIVERSITÉ D'ALGER

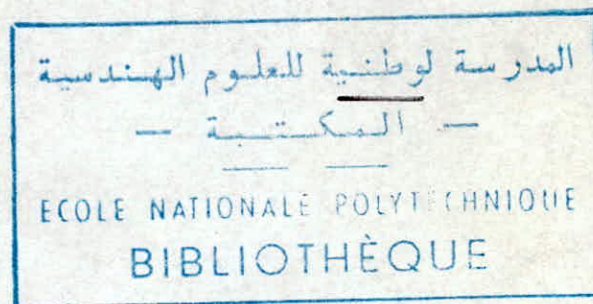
2/75

Ecole Nationale Polytechnique 1Ex

Département de Génie Hydraulique

PROJET DE FIN D'ÉTUDES

Etude d'une transmission hydrodynamique



Proposé par:
M^r Arséniev

Etudié par:
M.A. Benamer

JUIN 1975

UNIVERSITE D'ALGER

Ecole Nationale Polytechnique

Departement de Genie Hydraulique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Etude d'une transmission hydrodynamique



Propose par:

M^r Arseniev

Etudie par:

M.A. Benamer

JUIN 1975

A mes parents,
A mes professeurs,
A mon pays,
J'exprime ma profonde gratitude.

- MAB -

Mes remerciements vont tout particulièrement à Monsieur Arséniev pour tous les conseils et l'aide qu'il m'a prodigués pendant la rédaction de ce projet -

Je tiens aussi à remercier le Dr. Géza de Lapray, chef du département, pour son précieux cours d'hydraulique générale, sans oublier M^e Emery, professeur d'hydraulique souterraine et agricole -

Enfin que tous ceux qui ont contribué à ma formation et à mon éducation trouvent ici, l'expression de ma sincère reconnaissance.

- عَبْدُ الرَّهْمَانِ بْنِ عَامِرٍ -

- Préface -

La notion de transmission hydrodynamique semble à priori appartenir plus au domaine de la mécanique appliquée qu'à celui de l'hydraulique, cette science s'intéressant davantage à l'étude des courants liquides dans des canaux ou des conduites forcées.

Ce serait toutefois refuser aux hydrauliciens le droit de s'intéresser à un des problèmes qui prouvent que l'hydraulique est une science étroitement liée à la mécanique.

Aussi, n'est-il pas inutile de rappeler la rareté des études récentes faites au sujet des transmissions hydrodynamiques, ou du moins leur vulgarisation.

Par ailleurs, l'absence totale de mesures directes sérieuses, venant du fait qu'il nous a été impossible de réaliser un tel mécanisme au laboratoire, n'a pas permis de vérifier les méthodes d'estimations utilisées.

Enfin, la manière dont a été conduit le travail et le temps limité qui y fut consacré, ne permettent pas d'affirmer que les résultats obtenus ne sont pas passibles d'amélioration. Toutefois, ils semblent cohérents et confirment certaines connaissances antérieures

TRANSMISSIONS HYDRODYNAMIQUES

1. Généralités

Très souvent, on a besoin de transmettre l'énergie mécanique entre les arbres de certaines machines lorsque les vitesses angulaires de ces arbres sont des grandeurs différentes et variables avec le temps de fonctionnement. Un tel problème peut être résolu par une transmission hydrodynamique dans laquelle il n'y a pas de contact direct entre l'arbre moteur et l'arbre mené, mais le mouvement rotatif se transmet par un milieu intermédiaire fluide (un liquide visqueux).

La transmission hydrodynamique représente la combinaison d'une pompe et d'une turbine hydraulique dont les rotors sont rapprochés au maximum et montés coaxialement dans un corps commun. Dans ce cas, on n'a pas besoin d'avoir des éléments intermédiaires (tubulures, bâches spirales, diffuseurs...) servant à amener ou refouler le liquide. L'absence de ces éléments, élimine de façon considérable, certaines pertes hydrauliques, c'est pourquoi les rendements des transmissions hydrodynamiques sont assez élevés (0,85 à 0,98).

Du fait de la transmission de l'énergie mécanique sans liaison rigide des arbres, fait que le moteur et la

partie menée sont exempts de l'influence nuisible des pulsations de charge. En règle générale, les transmissions hydrodynamiques sont capables de "soulager" le moteur des surcharges auxquelles il peut être soumis.

Enfin, de telles transmissions peuvent assurer automatiquement le rapport de réduction, en fonction de la variation du couple sur l'arbre mené.

De tels avantages ont été à l'origine de l'adoption des transmissions hydrodynamiques dans l'industrie et surtout dans le transport (véhicules terrestres : tracteurs, locomotives et installations marines).

Les transmissions hydrodynamiques se divisent en embrayages et transformateurs (variateurs). La différence principale existant entre ces deux genres, consiste en ce que la transmission de puissance, s'effectue dans les embrayages sans variation du couple de torsion, tandis que dans les transformateurs, ce couple peut être augmenté ou diminué, c'est à-dire transformé.

2. Embrayage hydrodynamique :

Il se compose d'une roue de pompe centrifuge ① liée à l'arbre de la machine motrice, et d'une roue de turbine réactive ②, liée à l'arbre mené. Ces deux roues sont placées à l'intérieur d'un boîtier fixe. Pour assurer l'étanchéité

la boîte est complétée par une presse-garniture ④ . A l'intérieur de la chambre de travail fermée, se produit une circulation ininterrompue du liquide .

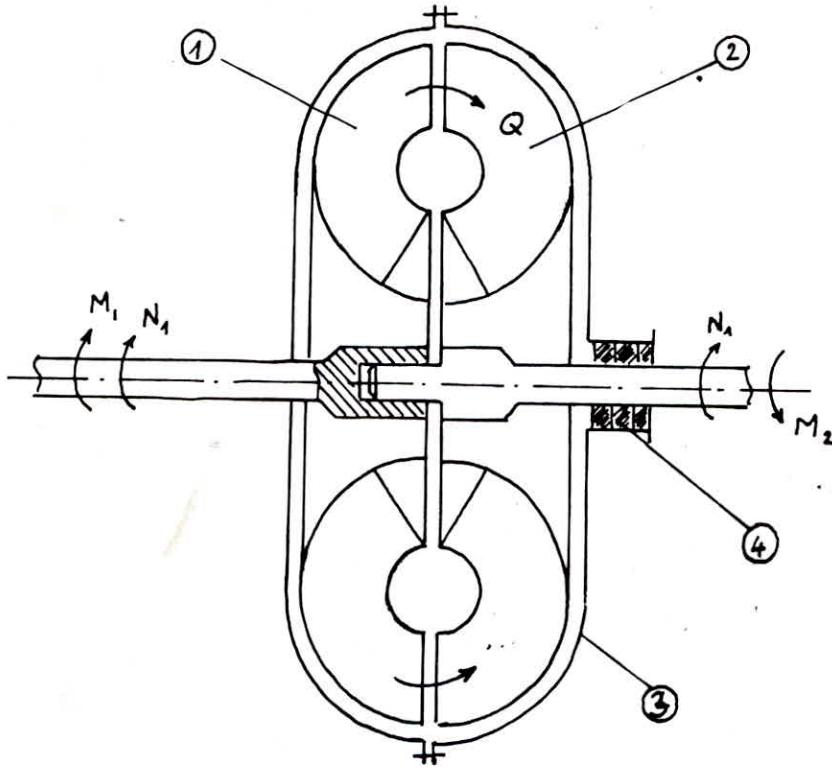


Fig.1 - Embrayage hydrodynamique -

Lors du fonctionnement, trois couples sont appliqués au système . Ce sont :

- Couple M_1 , appliqué à l'arbre primaire ,
- Couple M_2 , " " " mené ,
- Couple M_f , dû au frottement des surfaces externes des rotors, contre le liquide .

En régime permanent , on doit avoir :

$$M_1 - M_2 - M_f = 0$$

On fait souvent abstraction du couple M_f et l'équation (1) devient : $M_1 - M_2 = 0$

Le passage du courant dans la pompe, s'accompagne d'une augmentation du moment des quantités de mouvement qu'on peut calculer par l'équation d'Euler :

$$\Delta M = \rho \cdot Q \cdot \Delta (v_u \cdot r)$$

Après la pompe, le courant liquide entre en contact avec les aubes de la turbine, où le moment M diminue.

L'interaction du fluide avec les aubes crée le couple de torsion M_2 , ayant le même sens que la rotation du moteur.

Dans un embrayage hydrodynamique, il n'existe pas d'éléments entre la pompe et la turbine qui pourraient faire varier la valeur du moment M , c'est pourquoi, son accroissement dans la pompe égale sa diminution dans la turbine. Ainsi, on admet que la transmission du couple par le courant liquide se réalise sans variation de sa valeur, c'est-à-dire : $M_1 = M_2 = M$.

L'existence des forces centrifuges agissant sur les deux roues, fait que la vitesse angulaire ω_2 de la turbine est inférieure à celle de la pompe ω_1 . Ainsi, on introduit le glissement relatif s , défini par :

$$s = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1}$$

s est généralement faible : $0,03 \leq s \leq 0,05$

Soit i , le rapport de réduction, $i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{N_2}{N_1}$, s s'écrit encore : $s = 1 - i$

Le rendement d'un embrayage hydrodynamique est égal au rapport de réduction et par conséquent n'importe quelle diminution de i , entraîne des pertes d'énergie.

En fait :
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2 \cdot \omega_2}{M_1 \cdot \omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = i$$

$$\eta = \text{rendement} = i$$

D'où, on a :
$$s = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = \frac{P_1 - P_2}{P_1} = 1 - \eta$$

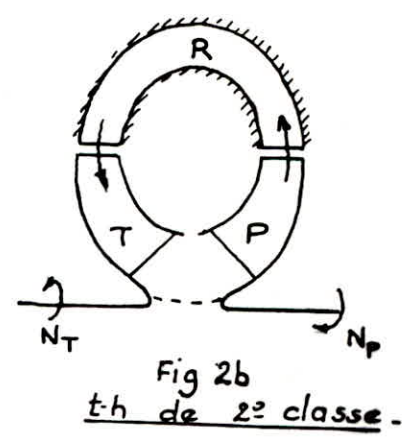
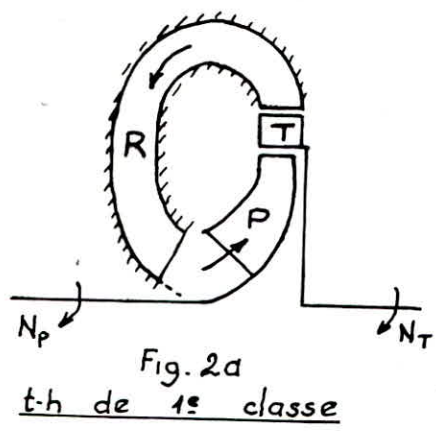
$$s = 1 - \eta$$

La perte d'énergie se transforme de façon irréversible en chaleur, c'est ce qui explique la hausse de température du liquide, ce qui n'est pas admissible d'ailleurs pour un bon fonctionnement.

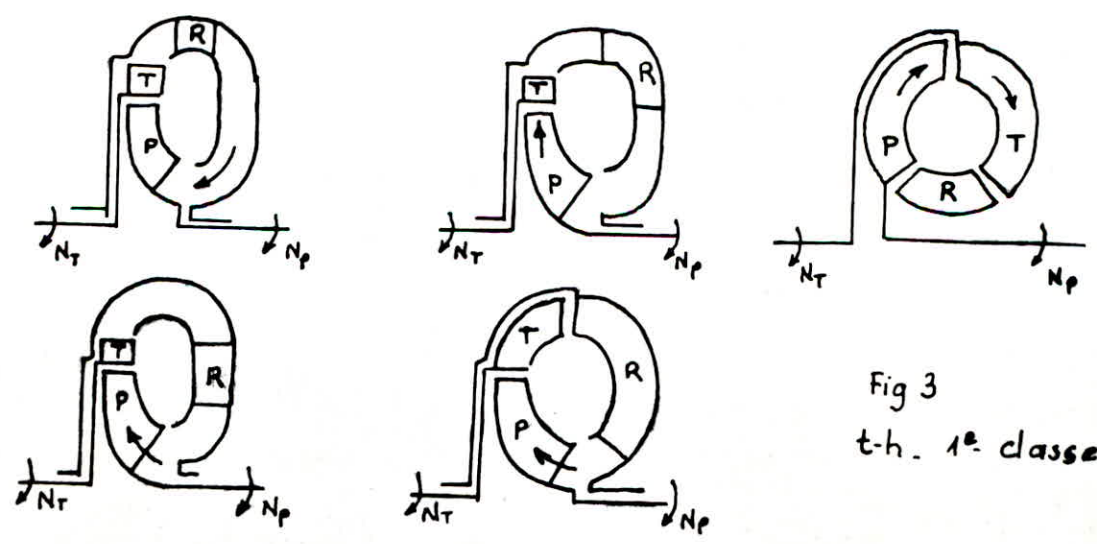
3. Transformateurs hydrodynamiques :

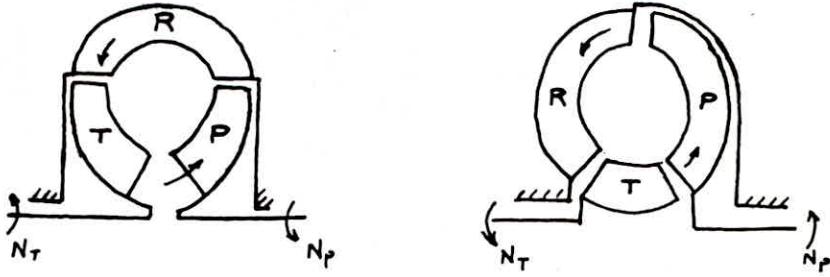
Abordons maintenant la question suivante et qui est : Comment peut-on réaliser la transmission hydrodynamique avec possibilité de changer le couple de torsion ? Cette question se pose pour une machine dont l'arbre mené travaille dans un régime caractérisé par la variation du couple de résistance. L'idée de l'ingénieur a été de trouver la solution à adopter pour que n'importe quel changement du couple de résistance entraîne le même changement du couple de torsion. Donc il s'agissait

de faire la transmission comme processus automatique.
 La particularité des transformateurs est qu'entre les rotors de la pompe et de la turbine est installée une roue directrice fixe appelée réacteur. Celui-ci se place, soit après la roue de la turbine (fig 2a); soit après la roue de pompe (2b)



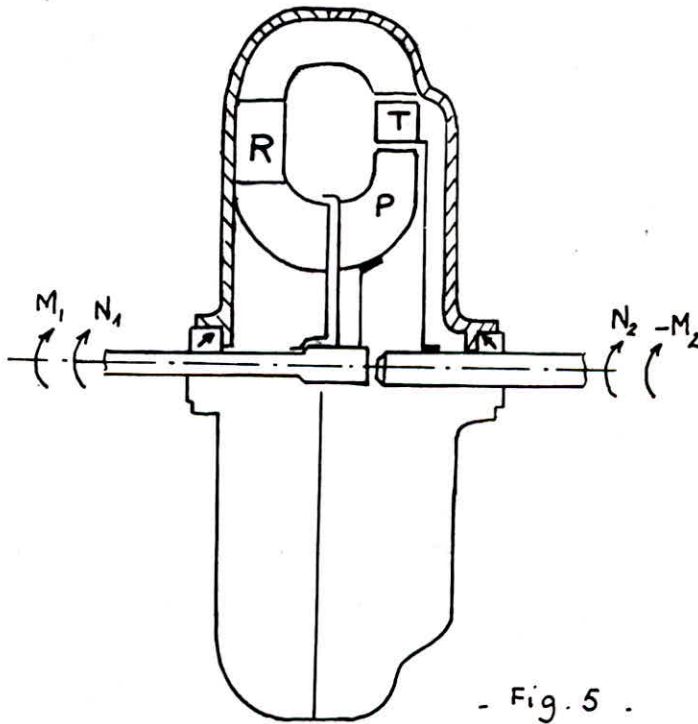
Dans le 1^{er} cas, la roue de la turbine tourne dans le même sens que la roue de pompe. Dans le 2^e cas, le sens de rotation de la turbine est fonction de la position des aubes du réacteur. Ci-après quelques schémas de t-h de 1^{ère} classe et de 2^e classe:





- Fig 4 -
- th. 2^e classe -

La figure 5, suivante représente le schéma du transformateur hydrodynamique que nous étudierons par la suite.



- Fig. 5 .

Avant d'aborder l'étude, nous admettons les suppositions suivantes :

- a. La direction de la vitesse relative à la sortie de chaque roue est déterminée par la direction des éléments de sortie des aubes
- b. Le moment des quantités de mouvement du courant, ne

varie pas dans les intervalles entre les roues : $\rho Q \cdot v_u \cdot r = cte.$
c. Le debit Q , pris à un instant t quelconque est le même dans toutes les sections.

Comme exemple, nous prendrons le cas où le réacteur fait accroître le moment des quantités de mouvement du courant, c'ad que la variation de la circulation est positive. $V_{2UR} \cdot r_{2R} > V_{1UR} \cdot r_{1R}$.

Dans ce cas-là, le réacteur est soumis au couple M_3 :

$$M_3 = \rho \cdot Q \cdot (V_{2UR} \cdot r_{2R} - V_{1UR} \cdot r_{1R})$$

M_3 possède la même direction et le même sens que le couple M_1 , appliqué à la roue de pompe, par le moteur.

$$M_1 = \rho \cdot Q \cdot (V_{2UP} \cdot r_{2P} - V_{1UP} \cdot r_{1P})$$

Donc, M_1 et M_3 s'ajoutent et le couple somme qui en résulte est:

$$M_1 + M_3 = \rho \cdot Q \cdot (V_{2UP} \cdot r_{2P} - V_{1UR} \cdot r_{1R})$$

Etant donné qu'entre la sortie de pompe et l'entrée du réacteur, se trouve la roue de turbine, les aubes de celle-ci vont provoquer une diminution de la circulation du courant égale à son accroissement total dans la roue de pompe et celle du réacteur. C'est pour cela que le couple développé par la turbine est égal à la somme $M_1 + M_3$

$$M_2 = \rho \cdot Q \cdot (V_{2UT} \cdot r_{2T} - V_{1UT} \cdot r_{1T})$$

$$M_2 = \rho \cdot Q \cdot (V_{1UR} \cdot r_{1R} - V_{2UP} \cdot r_{2P})$$

$$\text{Donc: } -M_2 = M_1 + M_3 \quad \text{ou} \quad |M_2| = |M_1 + M_3|$$

Le couple développé par la turbine est supérieur à celui

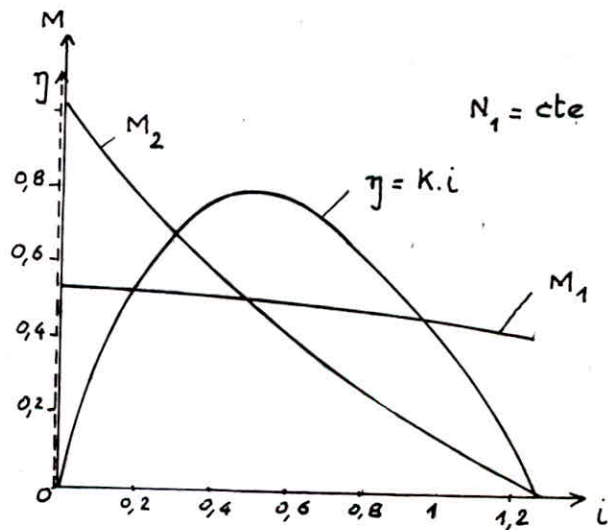
transmis par le moteur : $|M_2| > |M_1|$

On a par ailleurs : $N_2 < N_1$ et $i = \frac{N_2}{N_1} < 1$, ainsi le variateur fonctionne comme réducteur.

Etant donné qu'un transformateur hydrodynamique représente un système isolé, la somme algébrique des couples extérieurs appliqués, est nulle :

$$M_1 - M_2 + M_3 = 0$$

La courbe de $M = f(N_2)$ ou $M = f(i)$ est appelée la caractéristique des moments du transformateur hydrodynamique.



- Fig. 6 -

Parfois, on dresse les courbes des couples relatifs, c'est à dire les fonctions suivantes :

$$\bar{M}_p = f(i) \quad \text{et} \quad \bar{M}_T = f(i)$$

$$\text{où} \quad \bar{M}_p = \frac{M_p}{M_p^*} \quad \text{et} \quad \bar{M}_T = \frac{M_T}{M_p^*}$$

M_p^* = couple sur la roue de pompe en régime d'adaptation.

M_p ; M_T = couples à l'arbre de la pompe; de la turbine.

Il existe aussi la courbe des rendements $\eta = f(i)$ fig 6.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2 \cdot N_2}{M_1 \cdot N_1} = K \cdot i$$

K = coefficient de transformation

$$K = \frac{M_2}{M_1} \neq \text{cte.}$$

Considérons les propriétés essentielles des caractéristiques d'un transformateur hydrodynamique.

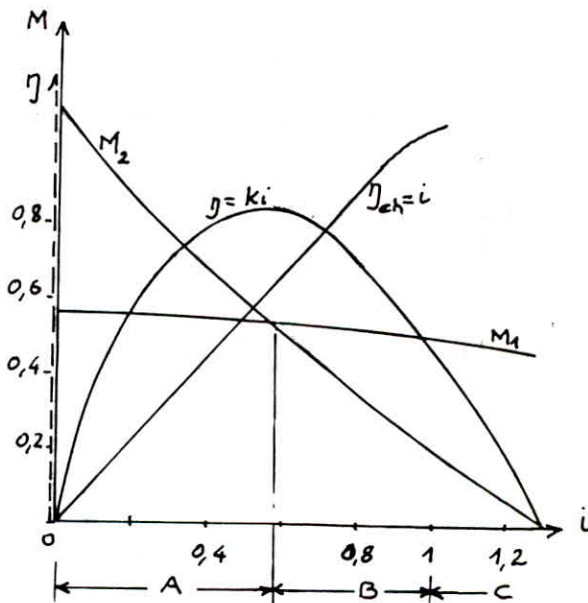


Fig. 7

Dans la zone notée A, sur la figure 7, et dans laquelle le transformateur hydrodynamique remplit la fonction de réducteur, on a: $|M_2| > |M_1|$, $M_3 > 0$ et $K > 1$. Le rendement global η est supérieur au rendement de l'embrayage.

$$\left. \begin{array}{l} \eta_{th} = K \cdot i \\ \eta_{eh} = i \end{array} \right\} K > 1 \Rightarrow \eta_{th} > \eta_{eh}$$

Le couple $-M_2$ décroît quand N_2 augmente. M_1 varie faiblement malgré la grande variation du couple $-M_2$.

L'accroissement de $\rho Q V_{24} \cdot r_{2T}$ implique la diminution de M_3 de façon que la condition $M_1 - M_2 + M_3 = 0$ soit toujours satisfaite.

Au point d'intersection de (M_1) avec (M_2) , M_3 est égal à zéro. Par conséquent, pour le rapport de réduction i correspondant à ce régime, le couple de torsion est transmis sans transformation ($M_1 = M_2$); ce qui correspond au fonctionnement d'embrayage. Si à partir de cette valeur de i , on réalise la liaison de la roue de la turbine avec celle du réacteur, notre transformateur devient embrayage hydrodynamique.

Dans la zone notée B, on a $|M_2| < |M_1|$ et $M_3 < 0$ et l'équation $M_1 - M_2 + M_3 = 0$ peut s'écrire $|M_1| - |M_3| = |M_2|$
 $K < 1 \Rightarrow \eta_{th} < \eta_{eh}$.

Pour $i > 1$, le transformateur fonctionne comme multiplicateur de vitesse.

4. Principes de l'adaptation des t-h :

En considérant les caractéristiques précédentes, il est aisé de voir que la roue de turbine développe un couple maximal au démarrage. Au fur et à mesure que le système s'élanche le moment résistant diminue et le régime de fonctionnement est atteint pour i assez grand.

Presque tous les moteurs (surtout à combustion interne) ne possèdent pas de caractéristique. Un des procédés de

compensation de cet inconvénient est l'utilisation des boîtes à vitesses -

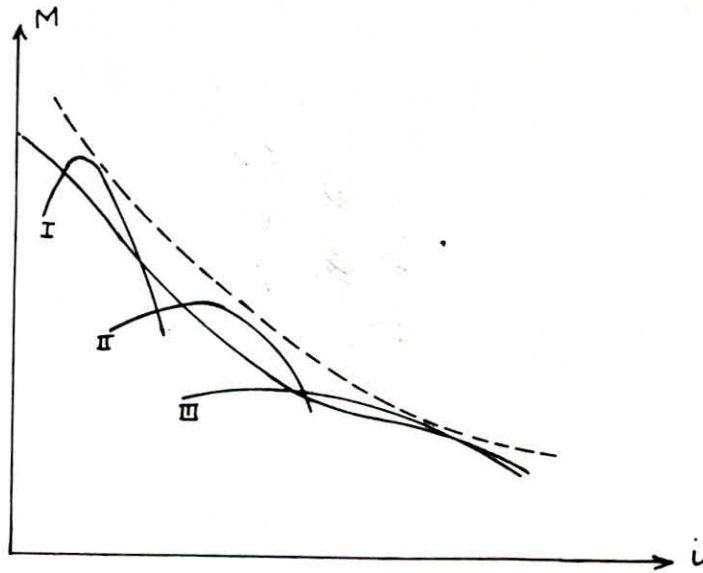


Fig. 8

Sur la figure 8 , les courbes I , II , III , représentent les caractéristiques de $M=f(N)$, pour un moteur à combustion interne pour divers rapports de transmission .

III : directe : $i = 1$

II : } réduite : $i < 1$
I : }

Le choix de vitesses permet d'augmenter soit le couple de torsion , soit le nombre de tours suivant la résistance .

L'ensemble des vitesses permet d'obtenir des caractéristiques dont la totalité forme la courbe $M_2 = f(N_2)$ qui tend à approcher la courbe idéale , mais sans l'atteindre pour les raisons suivantes :

- Le nombre de vitesses est limité à 3 ou 4 .

- Il faut choisir la vitesse en fonction du moment résistant. Cela est assuré par le conducteur .

Enfin on peut voir, que le transformateur hydrodynamique assure une meilleure approximation de la caractéristique désirée, et élimine la nécessité de changer de vitesses indépendamment de l'art du conducteur. C'est pourquoi les transformateurs hydrodynamiques sont utilisés dans les véhicules travaillant dans des conditions difficiles et nécessitant de changer fréquemment de vitesses .

CALCUL DES CARACTÉRISTIQUES EXTERNES DES TRANSFORMATEURS HYDRODYNAMIQUES

1. Définitions :

Avant d'aborder l'étude des caractéristiques externes, il nous a semblé opportun d'introduire certains paramètres adimensionnels tels que \bar{M}_p ; \bar{M}_T ; \bar{T} , etc... qui ont la propriété d'être beaucoup plus maniables et plus pratiques pour la détermination des fonctions $M = f(i)$.

Par la suite, tous les paramètres portant l'indice (*) correspondront au régime optimal, c'est à dire, d'adaptation.

1.1. Coefficient de débit :

Le rapport $\varphi = \frac{V_r}{U_{2p}}$ définit le coefficient de débit et

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi^*} = \frac{V_r}{V_r^*}$$

1.2. Circulation :

La circulation du courant s'exprime par $T = 2\pi r \cdot V_u$

Posons $\bar{T} = \frac{2\pi r \cdot V_u}{2\pi r_{2p} \cdot U_{2p}} = \frac{r}{r_{2p}} \cdot \frac{V_u}{U_{2p}} =$ circulation adimensionnelle.

\bar{T} s'écrit encore : $\bar{T} = a \cdot \frac{V_u}{U_{2p}}$ où $a = \frac{r}{r_{2p}}$

$$\Delta \bar{T} = \bar{T}_2 - \bar{T}_1 = a_2 \frac{V_{2u}}{U_{2p}} - a_1 \frac{V_{1u}}{U_{2p}}$$

Par exemple pour la pompe :

$$\Delta \bar{T}_p = \bar{T}_{2p} - \bar{T}_{1p}$$

1.3. Moment adimensionnel:

Le moment adimensionnel \bar{M} est le rapport d'un moment quelconque, sur le rapport s'exerçant sur l'arbre de la pompe au régime d'adaptation.

$$\bar{M} = \frac{M}{M_P^*} \quad \text{ou encore} \quad \bar{M}_P = \frac{M_P}{M_P^*} \quad \text{et} \quad \bar{M}_T = \frac{M_T}{M_P^*}$$

2. Expressions mathématiques des moments:

Dans le chapitre précédent nous avons parlé des fonctions essentielles $M_1 = f_1(i)$; $M_2 = f_2(i)$; $\eta = f_3(i)$ des transformateurs hydrodynamiques dont la connaissance détermine le choix judicieux de la correspondance du moteur avec la partie menée. Après avoir trouvé ces caractéristiques, nous pouvons étudier le transformateur hydrodynamique qui s'y rapporte.

Les équations des couples $M_1 = M_P$ et $M_2 = -M_T$ sont définies à partir du bilan d'énergie qui s'écrit sous la forme générale :

$$P_p - P_T - \Delta P = 0 \quad (1)$$

P_p = puissance fournie à la pompe.

P_T = puissance fournie par la turbine.

ΔP = pertes de puissance.

Pour l'instant, nous ne tiendrons compte que des pertes hydrauliques. Les pertes mécaniques (frottement des disques) seront considérées après avoir tracé les caracté-

-ristiques :

L'équation (1) s'écrit en fonction du débit et de la charge :

$$\bar{\omega} \cdot Q_p \cdot H_p - \bar{\omega} Q_T H_T - \bar{\omega} Q \Delta H = 0 \quad (2)$$

Pratiquement, on considère que $Q_p = Q_T = Q$ parce que les fuites entre les roues sont assez négligeables. Par conséquent, on a :

$$H_p - H_T - \Delta H = 0 \quad (3)$$

La somme des pertes de puissance ΔP est représentée par l'expression suivante : (pertes hydrauliques)

$$\Delta P = P_p (1 - \eta_h) \quad (4)$$

où η_h est le rendement hydraulique global, pour le transformateur. D'où l'équation (3) devient :

$$H_p \cdot \eta_h - H_T = 0 \quad (5)$$

Maintenant passons aux caractéristiques des couples $M = f(i)$. D'après le procédé que nous exposerons ci-dessous, on cherchera d'abord les fonctions $M = f(\varphi)$, puis considérant le bilan d'énergie, on trouvera les fonctions $\varphi = f(i)$ et par voie de conséquence, on pourra déterminer les fonctions requises $M = f(i)$.

Commençons par la fonction $M_p = f(\varphi)$. En tenant compte de $P = M \cdot \omega$, on a :

$$\bar{M}_p = \frac{M_p}{M_p^*} = \frac{\bar{\omega} Q H_p \cdot \omega_p}{\bar{\omega}^* Q^* H_p^* \omega_p^*}$$

Mais pour un régime quelconque du moteur, on a $\bar{\omega} = \bar{\omega}^*$
 et $\omega_p = \omega_p^*$, et $\bar{M}_p = \frac{Q \cdot H_p}{Q_p^* \cdot H_p^*}$

Par ailleurs, $\bar{\varphi} = \frac{V_r}{V_r^*} = \frac{Q}{Q^*}$, d'où alors :

$$\bar{M}_p = \bar{\varphi} \frac{H_p}{H_p^*} \quad (6)$$

Passons à $\bar{T} = \frac{V_u \cdot r}{U_{2p} \cdot r_{2p}} \quad (7)$

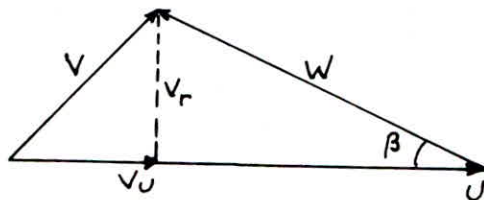
Par exemple $\bar{T}_{2p} = \frac{V_{2Up} \cdot r_{2p}}{U_{2p} \cdot r_{2p}} = \frac{V_{2Up}}{U_{2p}}$

$$\bar{T}_{1p} = \frac{V_{1Up} \cdot r_{1p}}{U_{2p} \cdot r_{2p}} = a_{1p} \cdot \frac{V_{1Up}}{U_{2p}}$$

La relation $\Delta \bar{T}_p = \bar{T}_{2p} - \bar{T}_{1p}$ s'écrit alors :

$$\Delta \bar{T}_p = \frac{V_{2Up}}{U_{2p}} - \frac{V_{1Up}}{U_{2p}} \cdot a_{1p}$$

D'autre part l'expression $\frac{V_u}{U_{2p}} = \psi$, appelée coefficient de charge peut être évaluée à partir d'un triangle de vitesse :



$V_u = U - V_r \cdot \cotg \beta$ et en divisant par U_{2p} :

$$\frac{V_u}{U_{2p}} = \frac{U}{U_{2p}} - \frac{V_r}{U_{2p}} \cotg \beta \quad \text{ou encore :}$$

$$\frac{V_u}{U_{2p}} = \frac{\omega}{\omega_p} a - \varphi \cotg \beta \quad (8)$$

Pour la pompe, on tient compte de la déviation du courant tandis que pour la grille de la roue de turbine, on la néglige. Ainsi pour la pompe, l'équation (8), s'écrit pour un nombre infini d'aubes :

$$\frac{V_{2up\infty}}{U_{2p}} = 1 - \varphi_{2p} \cotg \beta_{2p}, \text{ à la sortie de la roue.}$$

Et d'après la correction de Stodola :

$$\frac{V_{2up}}{U_{2p}} = K_z - \varphi_{2p} \cotg \beta_{2p} \quad (9)$$

$$K_z = 1 - \frac{\pi}{z} \sin \beta_{2p}$$

Par conséquent : $\bar{T}_{2p} = K_z - \varphi_{2p} \cotg \beta_{2p} \quad (10)$

Pour trouver l'expression de \bar{T}_{1p} , on considère les équations (7) et (8) ; on obtient :

$$\bar{T}_{1p} = \frac{V_{1up}}{U_{2p}} a_{1p} = \frac{U_{1p} - V_{1rp} \cotg \beta_{1p}}{U_{2p}} \cdot a_{1p}$$

$$\bar{T}_{1p} = a_{1p}^2 - a_{1p} \cdot \varphi_{1p} \cdot \cotg \beta_{1p} \quad (11)$$

La variation de circulation $\Delta \bar{T}_p$ sera :

$$\Delta \bar{T}_p = K_z - \varphi_{2p} \cotg \beta_{2p} - a_{1p}^2 + a_{1p} \varphi_{1p} \cotg \beta_{1p}$$

En général, les valeurs de φ sont très proches pour un régime constant, ($i = cte$), c'est à dire :

$$\varphi_{2p} \simeq \varphi_{1p} \simeq \varphi \quad (12)$$

D'où alors :

$$\overline{\Delta T}_p = K_z - \varphi (\cotg \beta_{2p} - a_{1p} \cotg \beta_{1p}) - a_{1p}^2 \quad (13)$$

Pour deux régimes de fonctionnement, l'équation (13), s'écrit :

$$\left. \begin{array}{l} i : \quad K_z - \overline{\Delta T}_p = \varphi (\cotg \beta_{2p} - a_{1p} \cotg \beta_{1p}) - a_{1p}^2 \\ i^* : \quad K_z - \overline{\Delta T}_p^* = \varphi^* (\cotg \beta_{2p} - a_{1p} \cotg \beta_{1p}) - a_{1p}^2 \end{array} \right\} (14)$$

Ici, les angles d'installation des aubes, β et les paramètres a sont constants pendant le fonctionnement dans les 2 régimes i et i^* . Réellement, la valeur de K_z n'est pas constante, mais pour une commodité de calcul, nous la supposons invariable.

Du système (14), on tire :

$$\frac{a_{1p}^2 + K_z - \overline{\Delta T}_p}{a_{1p}^2 + K_z - \overline{\Delta T}_p^*} = \bar{\varphi}$$

$$\text{D'où} \quad \frac{\overline{\Delta T}_p}{\overline{\Delta T}_p^*} = \bar{\varphi} \left(1 - \frac{a_{1p}^2 + K_z}{\overline{\Delta T}_p^*} \right) + \frac{a_{1p}^2 + K_z}{\overline{\Delta T}_p^*} \quad (15)$$

Maintenant, nous essayerons d'exprimer le rapport $\frac{H_p}{H_p^*}$ à partir de $\frac{\overline{\Delta T}_p}{\overline{\Delta T}_p^*}$.

Soit alors, l'équation d'Euler donnant la hauteur d'une roue de turbomachine :

$$H = \frac{1}{g} (U_2 \cdot V_{2u} - U_1 \cdot V_{1u})$$

Pour la pompe :

$$H_p = \frac{\omega_p}{g} (V_{2up} \cdot r_{2p} - V_{1up} \cdot r_{1p})$$

$$\frac{H_p}{U_{2p} \cdot r_{2p}} = \frac{\omega_p}{g} \left(\frac{V_{2up} \cdot r_{2p}}{U_{2p} \cdot r_{2p}} - \frac{V_{1up} \cdot r_{1p}}{U_p \cdot r_{2p}} \right)$$

$$H_p = \frac{U_{2p}^2}{g} (\bar{T}_{2p} - \bar{T}_{1p}) \quad (16)$$

$$H_p = \frac{U^2}{g} \Delta \bar{T}_p \quad \dots \dots \dots (17)$$

Et comme $\omega_p = \omega_p^*$, pour les régimes i et i^* ,

$$\frac{H_p}{H_p^*} = \frac{\Delta \bar{T}_p}{\Delta \bar{T}_p^*} \quad \dots \dots \dots (18)$$

Dans ce cas l'équation (6) s'écrit :

$$\bar{M}_p = \bar{\varphi} \frac{\Delta \bar{T}_p}{\Delta \bar{T}_p^*} \quad (19)$$

ou encore, d'une façon plus explicite :

$$\bar{M}_p = \bar{\varphi} \left[\bar{\varphi} \left(1 - \frac{a_{1p}^2 + K_z}{\Delta \bar{T}_p^*} \right) + \frac{a_{1p}^2 + K_z}{\Delta \bar{T}_p^*} \right] \quad (20)$$

De la même manière, on trouve que $\bar{M}_T = \bar{\varphi} \frac{\Delta \bar{T}_T}{\Delta \bar{T}_T^*}$ (21)

Ecrivons les expressions de $\Delta \bar{T}_T$ et $\Delta \bar{T}_T^*$.

La circulation à l'entrée de la roue de turbine est égale à celle de la sortie de la roue de pompe. Cette hypothèse s'exprime par $V_u \cdot r = cte$.

Alors $\bar{T}_{1T} = \bar{T}_{2p}$ et avec $\varphi_{2p} \approx \varphi_{1T}$

$$\bar{T}_{1T} = K_z - \varphi \cotg \beta_{2p} \quad (22)$$

A la sortie d'après (8), on a :

$$\bar{T}_{2T} = \left(\frac{\omega_T}{\omega_p} a_{2T} - \varphi \cotg \beta_{2T} \right) a_{2T} \quad \text{avec } i = \frac{\omega_T}{\omega_p}$$

$$\bar{T}_{2T} = i \cdot a_{2T}^2 - \varphi \cotg \beta_{2T} \cdot a_{2T} \quad (23)$$

Alors $\Delta \bar{T}_T = \bar{T}_{2T} - \bar{T}_{1T}$

$$\Delta \bar{T}_T = i a_{2T}^2 - \varphi \cotg \beta_{2T} a_{2T} - K_Z + \varphi \cotg \beta_{2P} \quad (24)$$

Et pour deux régimes différents, (24) s'écrit :

$$\left. \begin{aligned} i : \Delta \bar{T}_T &= i a_{2T}^2 - \varphi \cotg \beta_{2T} a_{2T} - K_Z + \varphi \cotg \beta_{2P} \\ i^* : \Delta \bar{T}_T^* &= i^* a_{2T}^2 - \varphi^* \cotg \beta_{2T} a_{2T} - K_Z + \varphi^* \cotg \beta_{2P} \end{aligned} \right\} (25)$$

$$\text{D'où } \bar{\varphi} = \frac{\Delta \bar{T}_T - i a_{2T}^2 + K_Z}{\Delta \bar{T}_T^* - i^* a_{2T}^2 + K_Z} \quad (26)$$

$$\text{Et puis } \Delta \bar{T}_T = i a_{2T}^2 - K_Z + \bar{\varphi} (\Delta \bar{T}_T^* - i^* a_{2T}^2 + K_Z) \quad (27)$$

En ce qui concerne la valeur de $\Delta \bar{T}_T^*$, nous pouvons la déterminer en fonction de ΔT_p^* suivant la démonstration ci-dessous :

D'après l'équation d'Euler, on a :

$$H_T = \frac{\omega_T}{g} (V_{10T} \cdot r_{1T} - V_{20T} \cdot r_{2T})$$

$$\frac{H_T}{U_{2P} \cdot r_{2P}} = \frac{\omega_T}{g} (\bar{T}_{1T} - \bar{T}_{2T})$$

$$H_T = \frac{U_{2P}^2}{g} i (-\Delta \bar{T}_T) \quad (28)$$

Et pour $i = i^*$:

$$H_T^* = \frac{U_{2P}^2}{g} (-\Delta \bar{T}_T^*) \cdot i^*$$

Mais comme, nous avons $H_T^* = \eta_h^* \cdot H_p^*$ et $H_p^* = \frac{U_{2P}^2}{g} \Delta \bar{T}_p^*$,

$$\text{alors : } \Delta \bar{T}_p^* \cdot \eta_h^* = i^* (-\Delta \bar{T}_T^*)$$

$$\text{et finalement : } \Delta \bar{T}_T^* = -\frac{\eta_h^*}{i^*} \cdot \Delta \bar{T}_p^* \quad (29)$$

Et en remplaçant $\Delta \bar{T}_T^*$ par son expression dans (27), on aboutit à :

$$\bar{M}_T = \left[\frac{i^* \cdot K_Z}{\eta_h^* \cdot \Delta \bar{T}_P^*} + \left(1 - \frac{i^* \cdot K_Z}{\eta_h^* \cdot \Delta \bar{T}_P^*} + \frac{i^{*2} \cdot a_{2T}^2}{\eta_h^* \cdot \Delta \bar{T}_P^*} \right) \bar{\varphi} - \frac{a_{2T}^2 \cdot i^{*2}}{\Delta \bar{T}_P^* \cdot \eta_h^*} \cdot \frac{i}{i^*} \right] \bar{\varphi}$$

3. Equation du bilan d'énergie :

Maintenant que nous avons écrit les expressions mathématiques de \bar{M}_P et \bar{M}_T en fonction de $\bar{\varphi}$, il est nécessaire de trouver la relation qui lie $\bar{\varphi}$ et i . Pour cela, on considère le bilan d'énergie sous la forme suivante :

$$M_P - M_T + M_R = 0 \quad \text{ou encore :}$$

$$\Delta \bar{T}_P - \Delta \bar{T}_T + \Delta \bar{T}_R = 0$$

Nous savons déjà que :

$$\Delta \bar{T}_P = K_Z - \bar{\varphi} (K_Z - \Delta \bar{T}_P^*)$$

$$\Delta \bar{T}_T = i a_{2T}^2 - K_Z + \bar{\varphi} (\Delta \bar{T}_T^* - i^* a_{2T}^2 + K_Z)$$

En posant que $\Delta \bar{T}_R = \bar{T}_{2R} - \bar{T}_{1R}$ et en tenant compte que $V_{1UR} \cdot r_{1R} = V_{2UT} \cdot r_{2T}$ et $V_{2UR} \cdot r_{2R} = V_{1UP} \cdot r_{1P}$, on aboutit à l'équation du bilan des énergies :

$$\begin{aligned} & \left[2(1 - \eta_h^*) \Delta \bar{T}_P^* + 2K_Z(1 - i^*) - A + a_{2T}^2 i^* \cdot B \right] \bar{\varphi}^2 \\ & - 2 \left\{ \Delta \bar{T}_P^* + K_Z(1 - i^*) - A - \left[\eta_h^* \Delta \bar{T}_P^* - a_{2T}^2 i^* (B - 1) \right] \frac{i}{i^*} \right\} \bar{\varphi} \\ & - \left[A - a_{2T}^2 i^2 (B - 2) \right] = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\text{avec } A = 2K_Z - \left(\frac{K_Z}{a_{1T}} \right)^2 - a_{1P}^2 \quad \text{et } B = \left(\frac{a_{1T}}{a_{2T}} \right)^2 + \left(\frac{a_{2T}}{a_{1R}} \right)^2$$

L'équation (29) se rapporte à un transformateur de 1^{re} classe comportant un seul réacteur.

Pour tracer la courbe de rendement $\eta = f(i)$, rappelons que $\eta = K \cdot i$, où K est le coefficient de transformation du couple.

$$K = \frac{|M_T|}{|M_P|}$$

Pour le régime d'adaptation, et en ne tenant compte que des pertes de charges :

$$\eta^* = K^* \cdot i^*$$

$$\text{et } K^* = \frac{\eta^*}{i^*} = \frac{|M_T^*|}{|M_P^*|} = 1$$

On peut écrire encore que $K = K^* \frac{\bar{M}_T}{\bar{M}_P} = \frac{\eta_h^*}{i^*} \cdot \frac{\bar{M}_T}{\bar{M}_P}$ (30)

$$\text{Finalement } \eta_h = \frac{\eta_h^*}{i^*} \cdot \frac{\bar{M}_T}{\bar{M}_P} \cdot i \quad (31)$$

η_h est le rendement hydraulique global du transformateur hydrodynamique. Il convient de remarquer que pour $i = i^*$, $\bar{M}_T = \bar{M}_P = 1$

4. Passage aux applications numériques :

Données :

$P = 40 \text{ KW} = \text{Puissance fournie.}$

$N_p = 1450 \text{ t/mn}$

$\eta_g^* = 0,85 = \text{rendement global optimal.}$

$\eta_h^* = 0,90 = \text{rendement hydraulique optimal.}$

$$i^* = \frac{N_T}{N_P} = 0,49 = \text{rapport de réduction lié à } \eta_g^* .$$

$$K_z = 0,85 = \text{coefficient d'influence des aubes .}$$

$$\Delta \bar{T}_p^* = 0,6 = \text{différence adimensionnelle de circulation .}$$

Et en vue de dimensionner la pompe, la turbine, et le réacteur, on introduit d'autres hypothèses:

$$\left. \begin{aligned} a_{1p} &= \frac{r_{1p}}{r_{2p}} = 0,6 \\ a_{2p} &= \frac{r_{2p}}{r_{2p}} = 1 \end{aligned} \right\} \text{pompe .}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{1T} &= \frac{r_{1T}}{r_{2p}} = 1,17 \\ a_{2T} &= \frac{r_{2T}}{r_{2p}} = 1,3 \end{aligned} \right\} \text{turbine .}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{1R} &= \frac{r_{1R}}{r_{2p}} = 1,17 \\ a_{2R} &= \frac{r_{2R}}{r_{2p}} = 0,70 \end{aligned} \right\} \text{réacteur .}$$

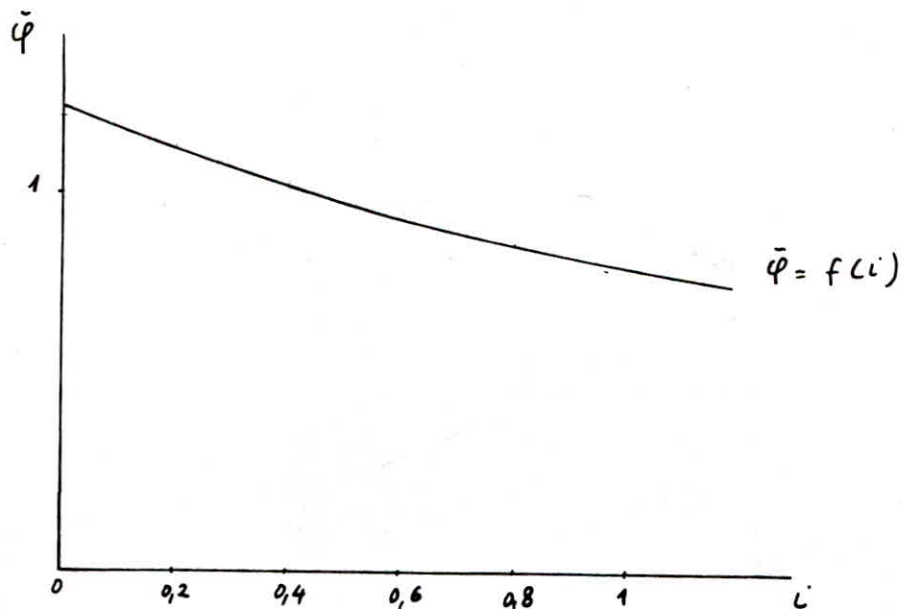
Réolvons maintenant l'équation (29), du bilan d'énergie. En remplaçant tous les éléments connus par leur valeur numérique respective, l'équation devient, après calculs :

$$0,905 \bar{\varphi}^2 - (0,44 - 0,676 i) \bar{\varphi} - 0,813 + 0,067 i^2 = 0$$

Ce qui nous intéressera, c'est de trouver la variation de $\bar{\varphi}$ avec i . Le tableau ci-après résume le travail qui a consisté à faire la résolution de (29) pour des i différents.

l	Equation	$\bar{\varphi}$
0	$0,905 \bar{\varphi}^2 - 0,44 \bar{\varphi} - 0,813 = 0$	1,21
0,2	$0,905 \bar{\varphi}^2 - 0,305 \bar{\varphi} - 0,826 = 0$	1,14
0,4	$0,905 \bar{\varphi}^2 - 0,17 \bar{\varphi} - 0,802 = 0$	1,04
0,6	$0,905 \bar{\varphi}^2 - 0,034 \bar{\varphi} - 0,79 = 0$	0,95
0,8	$0,905 \bar{\varphi}^2 + 0,10 \bar{\varphi} - 0,77 = 0$	0,87
1	$0,905 \bar{\varphi}^2 + 0,236 \bar{\varphi} - 0,746 = 0$	0,79
0,49	$0,905 \bar{\varphi}^2 - 0,11 \bar{\varphi} - 0,796 = 0$	1

Courbe représentative de la fonction $\bar{\varphi} = f(l)$.

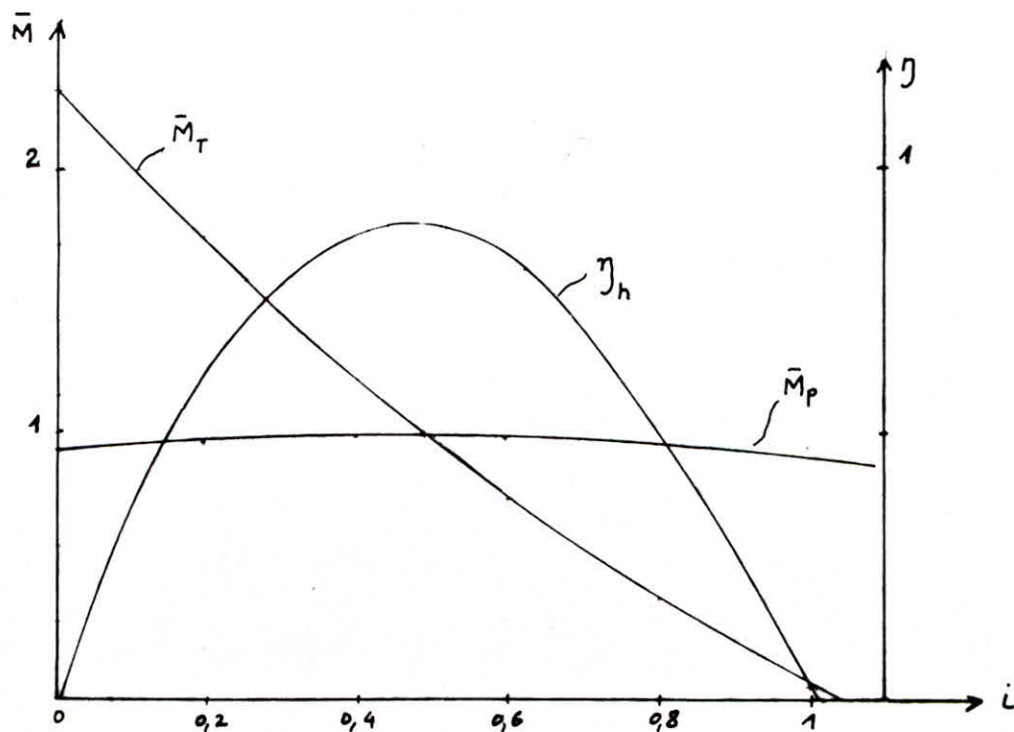


Connaissant les valeurs de $\bar{\varphi}$, on peut déduire celles de \bar{M}_p et de \bar{M}_T , ce qui revient à dire que nous écrivons

les fonctions \bar{M}_p et \bar{M}_T de i , ainsi que $\eta_h = f(i)$

i	$\bar{\varphi}$	\bar{M}_p	\bar{M}_T	η_h
0	1,21	0,95	2,29	0
0,2	1,14	0,976	1,76	0,66
0,4	1,04	0,998	1,21	0,89
0,6	0,95	0,99	0,76	0,85
0,8	0,87	0,98	0,37	0,555
1	0,79	0,96	0,05	0,096
0,49	1	1	1	0,90

Courbes représentatives de $\bar{M}_p = f(i)$ et $\bar{M}_T = g(i)$ et η_h .



PARAMÈTRES INTÉRIEURS

Nous appellerons paramètres intérieurs toutes les dimensions des roues de la pompe, de la turbine, et du réacteur. Comme, on le verra, il n'existe pas de relations formelles permettant de trouver la forme exacte des roues.

Par la suite, tous les calculs seront effectués en supposant un régime de fonctionnement optimal, c'est-à-dire, pour lequel $i = 0,49$ et $\eta = 0,85$.

1. Couple de torsion sur l'arbre de la pompe :

Il est défini par la formule $C = \frac{P}{\omega}$, où P est la puissance absorbée, et ω la vitesse angulaire.

$$C = \frac{40 \cdot 10^3}{\frac{1450 \cdot 2\pi}{60}} = 263 \text{ Nm} = 2688 \text{ Kgf.cm.}$$

2. Diamètre de l'arbre de la pompe :

Le diamètre de l'arbre tient compte du couple de torsion calculé précédemment. Il est calculé pour transmettre la puissance absorbée sans vibrations.

Il dépend aussi du matériau utilisé puisque son calcul est fonction de la contrainte admissible à la torsion : $\bar{\tau}$

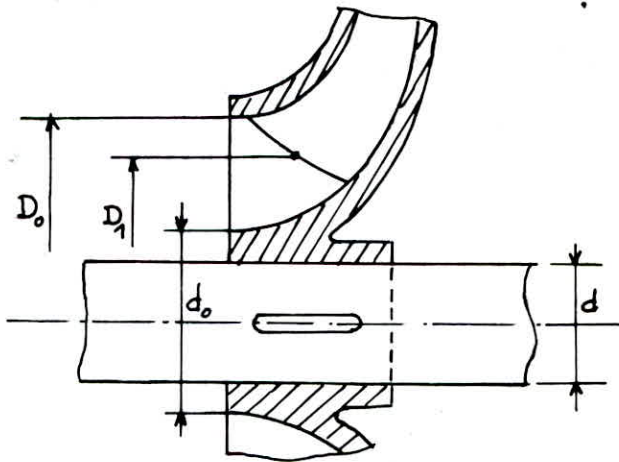
Pour l'acier choisi, on a : $200 < \bar{\tau} < 300 \text{ kgf/cm}^2$

Soit $\bar{\tau} = 250 \text{ kgf/cm}^2$.

Les résultats de la construction mécanique donnent :

$$d = \sqrt[3]{\frac{C}{0,2\bar{t}}} = \text{diamètre de l'arbre.}$$

Ainsi, en valeur numérique $d = \sqrt[3]{\frac{2688}{0,2 \cdot 250}} = 3,80 \text{ cm}$



3. Diamètre du moyeu :

Le diamètre d_{op} du moyeu de la pompe est lié à celui de l'arbre par la relation :

$$1,5 d \leq d_{op} \leq 2 d .$$

Prenons ainsi , $d_{op} = 6 \text{ cm}$.

4. Coefficient de rétrécissement :

On appelle coefficient de rétrécissement par le moyeu, à l'entrée de la pompe, le facteur C_r défini comme suit :

$$C_r = \frac{\pi D_{op}^2 - \pi d_{op}^2}{\pi D_{op}^2} = 1 - \left(\frac{d_{op}}{D_{op}}\right)^2$$

Généralement, on prend $0,5 < C_r < 0,6$.

5. Evaluation du diamètre extérieur du rotor de la pompe :

Les résultats d'expériences faites par divers praticiens notamment Daugherty et Pfleiderer, ont abouti à la relation suivante, donnant le diamètre extérieur D_{2p} , de la pompe.

$$D_{2p}^5 = \frac{k}{\alpha_{op}^2 \cdot C_r}$$

$$\text{où } k = \frac{P_{hp} \text{ (kW)}}{1,532 \cdot 10^{-7} \cdot \varphi_{op} \cdot \Delta \bar{T}_p \cdot \bar{\omega} \cdot N_p^3}$$

$P_{hp} = P \cdot \eta_h$ = Puissance hydraulique de la pompe.

φ_{op} = coefficient de débit à l'entrée de l'ouïe.

$\bar{\omega}$ = poids spécifique de l'huile.

$\eta_h = 0,98$; $\varphi_{op} = 0,25$; $\bar{\omega} = 860 \text{ kgf/m}^3$.

$$\text{Ainsi, donc } k = \frac{\quad}{1,532 \cdot 10^{-7} \cdot 0,25 \cdot 0,6 \cdot 860 \cdot 1450^3} = 0,064 \cdot 10^{-2}$$

Et en prenant $\alpha_{op} = 0,65$ et $C_r = 0,55$, on a :

$$D_{2p}^5 = \frac{0,064 \cdot 10^{-2}}{0,55 \cdot 0,42} = 280 \cdot 10^{-5}$$

$$D_{2p} = \sqrt[5]{280 \cdot 10^{-5}} \approx 0,30 \text{ m}$$

6. Evaluation des autres diamètres :

Connaissant tous les rapports $a = \frac{D}{D_{2p}}$, et la valeur de D_{2p} , on déduit automatiquement les diamètres de la turbine et du réacteur.

6-1. Pompe :

$$D_{1p} = a_{1p} \cdot D_{2p} = 0,60 \cdot 0,30 = 0,18 \text{ m}$$

$$D_{op} = a_{op} \cdot D_{2p} = 0,65 \cdot 0,30 = 0,195 \text{ m}$$

6-2. Turbine :

$$D_{1T} = a_{1T} \cdot D_{2p} = 1,17 \cdot 0,30 = 0,35 \text{ m}$$

$$D_{2T} = a_{2T} \cdot D_{2p} = 1,30 \cdot 0,30 = 0,39 \text{ m}$$

6-3. Réacteur :

$$D_{1R} = a_{1R} \cdot D_{2p} = 1,17 \cdot 0,30 = 0,35 \text{ m}$$

$$D_{2R} = a_{2R} \cdot D_{2p} = 0,70 \cdot 0,30 = 0,21 \text{ m}$$

7. Largeurs des canaux des roues :

Le calcul des largeurs des roues est subordonné au calcul du débit volumique total et de la vitesse méridienne, ou radiale.

L'expression du débit est $Q = \pi D b \cdot v_r$, b étant la largeur du rotor, v_r vitesse radiale.

Par ailleurs, nous avons : $v_r = \phi_{op} \cdot U_{2p}$, à l'entrée de la pompe, avec :

$$U_2 = \frac{\pi D_{2p} \cdot N}{60} = 22,76 \text{ m/s} \quad \text{Donc}$$

$$v_r = \phi_{op} \cdot U_{2p} = 0,25 \cdot 22,8 = 5,7 \text{ m/s}$$

Une autre expression du débit s'établit comme suit:

$$Q = \frac{\pi}{4} (D_{op}^2 - d_{op}^2) \cdot v_r$$

$$Q = \frac{\pi}{4} (19,5^2 - 6^2) 10^{-4} \cdot 5,7 = 0,154 \text{ m}^3/\text{s}$$

Connaissant Q et V_r , on déduit les largeurs b_i en vertu de

$$b = \frac{Q}{\pi D \cdot V_r}$$

Remarque:

La vitesse radiale V_r est supposée approximativement constante, dans tout le circuit du fluide. Donc la section du courant liquide $\pi D b$ est toujours constante, ceci pour une commodité de calcul.

7.1. Pompe:

$$b_{1P} = \frac{Q}{\pi D_{1P} \cdot V_r} = \frac{0,154}{3,14 \cdot 18 \cdot 10^{-2} \cdot 5,7} = 4,75 \text{ cm}$$

$$b_{2P} = \frac{Q}{\pi \cdot D_{2P} \cdot V_r} = \frac{0,154}{3,14 \cdot 30 \cdot 10^{-2} \cdot 5,7} = 2,85 \text{ cm}$$

7.2. Turbine:

$$b_{1T} = \frac{Q}{\pi D_{1T} V_r} = \frac{0,154}{3,14 \cdot 35 \cdot 10^{-2} \cdot 5,7} = 2,45 \text{ cm}$$

$$b_{2T} = \frac{Q}{\pi \cdot D_{2T} \cdot V_r} = \frac{0,154}{3,14 \cdot 39 \cdot 10^{-2} \cdot 5,7} = 2,20 \text{ cm}$$

7.3. Réacteur:

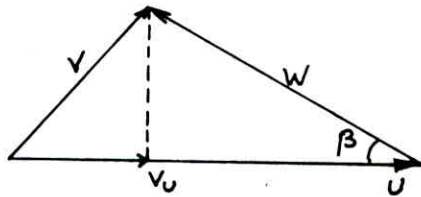
$$b_{1R} = \frac{Q}{\pi \cdot D_{1R} \cdot V_r} = \frac{0,154}{3,14 \cdot 35 \cdot 10^{-2} \cdot 5,7} = 2,45 \text{ cm}$$

$$b_{2R} = \frac{Q}{\pi D_{2R} \cdot V_r} = \frac{0,154}{3,14 \cdot 21 \cdot 10^{-2} \cdot 5,7} = 4,10 \text{ cm}$$

DÉTERMINATION DES ANGLES D'INSTALLATION DES AUBES .

On entend par angles d'installation des aubes, les angles d'entrée et de sortie β_1 et β_2 . Ce sont les éléments les plus importants pour le tracé des aubes. Ils sont également déterminants pour l'évaluation des vitesses.

Soit un triangle de vitesse quelconque



$V_u = U - V_r \cotg \beta$: cette relation est valable pour $\beta < 90^\circ$ et pour $\beta > 90^\circ$. Divisons les 2 membres par U_{2p} :

$$\frac{V_u}{U_{2p}} = \frac{U}{U_{2p}} - \frac{V_r}{U_{2p}} \cotg \beta \quad \text{ou encore } \psi = \frac{U}{U_{2p}} - \varphi \cotg \beta \quad (1)$$

Posons $\varphi \cotg \beta = \Phi$ et l'expression (1) s'écrit :

$$\psi = \frac{U}{U_{2p}} - \Phi \quad (1')$$

Considérons maintenant la relation (1') pour l'entrée et la sortie, de la pompe, de la turbine et du réacteur.

1. Expressions des coefficients de charge ψ :

1.1. Pompe :

$$\psi_{1p} = \frac{V_{1up}}{U_{2p}} = \frac{r_{1p} \cdot \omega}{r_{2p} \cdot \omega} - \Phi_{1p} = \alpha_{1p} - \Phi_{1p}$$

$$\psi_{2p} = \frac{V_{2Up}}{U_{2p}} = \frac{r_{2p} \cdot \omega}{r_{2p} \cdot \omega} - \Phi_{2p} = 1 - \Phi_{2p}$$

1.2. Turbine :

$$\psi_{1T} = \frac{V_{1UT}}{U_{2p}} = \frac{r_{1T} \cdot \omega_T}{r_{2p} \cdot \omega_p} - \Phi_{1T} = a_{1T} \cdot i - \Phi_{1T}$$

$$\psi_{2T} = \frac{V_{2UT}}{U_{2p}} = \frac{r_{2T} \cdot \omega_T}{r_{2p} \cdot \omega_p} - \Phi_{2T} = a_{2T} \cdot i - \Phi_{2T}$$

1.3 - Réacteur :

$$\psi_{1R} = \frac{V_{1UR}}{U_{2p}} = - \Phi_{1R}$$

$$\psi_{2R} = \frac{V_{2UR}}{U_{2p}} = - \Phi_{2R}$$

Le réacteur étant un élément fixe, sa vitesse d'entraînement est nulle, c'est-à-dire $U_{1R} = U_{2R} = 0$

2. Rappel sur les variations de circulation :

$$\Delta \bar{T}_p = \frac{V_{2Up}}{U_{2p}} - a_{1p} \frac{V_{1Up}}{U_{2p}} = \psi_{2p} - a_{1p} \psi_{1p}$$

$$\Delta \bar{T}_T = a_{2T} \frac{V_{2UT}}{U_{2p}} - a_{1T} \frac{V_{1UT}}{U_{2p}} = a_{2T} \psi_{2T} - a_{1T} \psi_{1T}$$

$$\Delta \bar{T}_R = a_{2R} \frac{V_{2UR}}{U_{2p}} - a_{1R} \frac{V_{1UR}}{U_{2p}} = a_{2R} \psi_{2R} - a_{1R} \psi_{1R}$$

On sait que $\Delta \bar{T}_p + \Delta \bar{T}_T + \Delta \bar{T}_R = 0$, c'est-à-dire que :

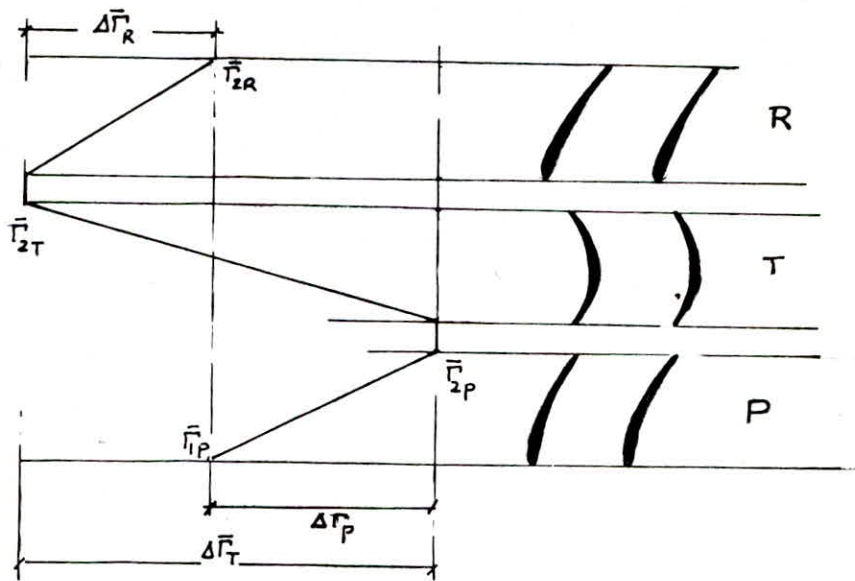
$$-\Delta \bar{T}_T = \Delta \bar{T}_p + \Delta \bar{T}_R$$

Par ailleurs nous avons : $\Delta \bar{T}_T = -\frac{\eta_p}{i} \cdot \Delta \bar{T}_p$ ou en valeurs

numériques : $\Delta \bar{T}_T = -1,10$.

D'où alors $\Delta \bar{T}_R = 0,50$

schéma de la variation de \bar{T} , suivant les grilles des aubes :



3. Expressions des paramètres Φ_i :

On sait déjà, par hypothèse que la circulation est constante dans l'intervalle entre 2 roues. Cette condition est exprimée par $r \cdot V_u = \text{cte}$.

3-1. Intervalle Réacteur-pompe:

$$V_{2UR} \cdot r_{2R} = V_{1UP} \cdot r_{1P} \quad - \text{ Divisons par } r_{2P} \cdot U_{2P} :$$

$$\frac{V_{2UR} \cdot r_{2R}}{r_{2P} \cdot U_{2P}} = \frac{V_{1UP} \cdot r_{1P}}{U_{2P} \cdot r_{2P}}$$

$$\frac{V_{2UR}}{U_{2P}} a_{2R} = \frac{V_{1UP}}{U_{2P}} a_{1P}$$

$$\text{On pose par hypothèse } \Phi'_{2R} = \frac{V_{2UR}}{U_{2P}} a_{2R} = -\Phi_{2R} \cdot a_{2R} = \bar{T}_{2R}$$

$$\bar{T}_{2R} = \bar{T}_{1P} = \Phi'_{2R}$$

Par ailleurs, nous savons déjà que :

$$\frac{V_{1UP}}{U_{2P}} = \psi_{1P} = a_{1P} - \Phi_{1P} = \frac{1}{a_{1P}} \Phi'_{2R}$$

D'où :

$$\Phi_{1P} = a_{1P} - \frac{1}{a_{1P}} \Phi'_{2R} = \frac{1}{a_{1P}} (a_{1P}^2 - \Phi'_{2R}) \dots \dots \dots (2)$$

$$\Delta \bar{T}_P = \bar{T}_{2P} - \bar{T}_{1P}$$

$$\bar{T}_{2P} = \Delta \bar{T}_P + \bar{T}_{1P} = \Delta \bar{T}_P + \Phi'_{2R}$$

$$\frac{V_{2UP}}{U_{2P}} = 1 - \Phi_{2P} = \Delta \bar{T}_P + \Phi'_{2R} \quad \text{D'où :}$$

$$\Phi_{2P} = 1 - \Delta \bar{T}_P - \Phi'_{2R} \dots \dots \dots (3)$$

3.2. Intervalle pompe-turbine :

$$\bar{T}_{2P} = \bar{T}_{1T}$$

$$\bar{T}_{1T} = \Delta \bar{T}_P + \Phi'_{2R}$$

$$\frac{V_{1UT}}{U_{2P}} a_{1T} = \Delta \bar{T}_P + \Phi'_{2R} = (a_{1T} \cdot i - \Phi_{1T}) \cdot a_{1T}$$

$$\Phi_{1T} = (a_{1T}^2 \cdot i - \Delta \bar{T}_P - \Phi'_{2R}) \cdot \frac{1}{a_{1T}} \quad (4)$$

$$\Delta \bar{T}_T = \bar{T}_{2T} - \bar{T}_{1T}$$

$$\bar{T}_{2T} = \Delta \bar{T}_T + \bar{T}_{1T}$$

$$\bar{T}_{2T} = \Delta \bar{T}_T + \Delta \bar{T}_P + \Phi'_{2R}$$

$$\frac{V_{2UT}}{U_{2P}} a_{2T} = \Delta \bar{T}_T + \Delta \bar{T}_P + \Phi'_{2R} = (a_{2T} \cdot i - \Phi_{2T}) a_{2T}$$

$$\Phi_{2T} = \frac{1}{a_{2T}} (a_{2T}^2 \cdot i - \Delta \bar{T}_T - \Delta \bar{T}_P - \Phi'_{2R}) \quad (5)$$

3.3. Intervalle turbine-réacteur :

$$\bar{T}_{1R} = \bar{T}_{2T}$$

$$\frac{V_{1UR}}{U_{2P}} a_{1R} = \Delta \bar{T}_P + \Delta \bar{T}_T + \Phi'_{2R}$$

$$\Phi'_{1R} \cdot a_{1R} = \Delta \bar{T}_P + \Delta \bar{T}_T + \Phi'_{2R}$$

$$\Phi'_{1R} = \frac{1}{a_{1R}} (\Delta \bar{T}_P + \Delta \bar{T}_T + \Phi'_{2R}) \dots \dots (6)$$

$$\Delta \bar{T}_R = \bar{T}_{2R} - \bar{T}_{1R}$$

$$\bar{T}_{2R} = \Delta \bar{T}_R + \bar{T}_{1R}$$

$$\frac{V_{2UR}}{U_{2P}} a_{2R} = \Delta \bar{T}_P + \Delta \bar{T}_T + \Delta \bar{T}_R + \Phi'_{2R}$$

$$\bar{T}_{2R} = \Phi'_{2R} = - a_{2R} \cdot \Phi'_{2R}$$

$$\Phi'_{2R} = - \frac{\Phi'_{2R}}{a_{2R}} \dots \dots (7)$$

4. Coefficient d'obstruction :

On appelle coefficient d'obstruction, le rapport :

$$\epsilon = \frac{\pi \cdot D \cdot b}{\pi \cdot D \cdot b - z \frac{e}{\sin \beta}}$$

avec : z = nombre d'aubes

e = épaisseur moyenne d'une aube.

Par hypothèse, on pose $\epsilon_{1P} = \epsilon_{2T} = \epsilon_{1R} = \epsilon_{2R} = 1,15$

et $\epsilon_{2P} = \epsilon_{1T} = 1,07$.

5. Expressions des coefficients de débit φ :

Dans le calcul des caractéristiques extérieures, nous avons supposé $\varphi_{1P} \approx \varphi_{2P} \dots \dots \approx \varphi$. En réalité, ces paramètres ne sont pas rigoureusement égaux car chacun

d'eux est fonction de plusieurs variables propres aux éléments : pompe, turbine et réacteur.

Avant de passer au calcul des φ_i , il s'est avéré nécessaire d'introduire quelques données, telles que les rendements volumétriques η_{VP} et η_{VT} , et la perte de charge h dans l'intervalle réacteur-pompe. Toujours est-il que les formules donnant φ , sont empiriques.

$$\eta_{VP} = 0,98 \quad (\text{Pompe})$$

$$\eta_{VT} = 0,98 \quad (\text{turbine})$$

$$h = 1,02 \text{ m}$$

$$\varphi_{1P} = \frac{D_{0P}^2 - d_{0P}^2}{4 b_{1P} \cdot D_{1P}} \cdot \varphi_{0P} \cdot \epsilon_{1P} \cdot h = 0,265$$

$$\varphi_{2P} = \varphi_{1P} \frac{\epsilon_{1P}}{\epsilon_{2P}} \cdot \frac{b_{1P} \cdot D_{1P}}{b_{2P} \cdot D_{2P}} = 0,275$$

$$\varphi_{1T} = \varphi_{2P} \frac{\epsilon_{1T}}{\epsilon_{2P}} \cdot \eta_{VP} = 0,272$$

$$\varphi_{2T} = \varphi_{1T} \frac{\epsilon_{1T}}{\epsilon_{2T}} \cdot \frac{b_{1T} \cdot D_{1T}}{b_{2T} \cdot D_{2T}} = 0,265$$

$$\varphi_{1R} = \varphi_{2T} \frac{\epsilon_{1R}}{\epsilon_{2T}} \cdot \eta_{VT} = 0,260$$

$$\varphi_{2R} = \varphi_{1R} \frac{\epsilon_{1R}}{\epsilon_{2R}} \cdot \frac{b_{1R} \cdot D_{1R}}{b_{2R} \cdot D_{2R}} = 0,260$$

Faisons un petit retour en arrière et récapitulons tous les paramètres Φ :

$$\Phi_{1P} = \varphi_{1P} \cotg \beta_{1P} = \frac{1}{a_{1P}} (a_{1P}^2 - \Phi'_{2R})$$

$$\Phi_{2P} = \varphi_{2P} \cotg \beta_{2P} = 1 - \Delta \bar{T}_P - \Phi'_{2R}$$

$$\Phi_{1T} = \varphi_{1T} \cotg \beta_{1T} = \frac{1}{a_{1T}} (a_{1T}^2 \cdot i - \Delta \bar{T}_P - \Phi'_{2R})$$

$$\Phi_{2T} = \varphi_{2T} \cotg \beta_{2T} = \frac{1}{a_{2T}} (a_{2T}^2 \cdot i - \Delta \bar{T}_T - \Delta \bar{T}_P - \Phi'_{2R})$$

$$\Phi_{1R} = \varphi_{1R} \cotg \beta_{1R} = \frac{1}{a_{1R}} (\Delta \bar{T}_P + \Delta \bar{T}_T + \Phi'_{2R})$$

$$\Phi_{2R} = \varphi_{2R} \cotg \beta_{2R} = - \frac{\Phi'_{2R}}{a_{2R}}$$

Tous les éléments qui composent ces relations sont connus sauf les $\cotg \beta_i$ et Φ'_{2R}

6 - Détermination des angles β_i :

Le problème consiste maintenant à déterminer les valeurs des Φ_i pour pouvoir passer au calcul des $\cotg \beta_i$ et par voie de déduction, à la détermination des angles β_i , d'installation des aubes.

Malheureusement, le problème, tel qu'il nous est posé ne nous permet pas de tirer directement les valeurs de β_i . Cependant, n'oublions pas que tout ce raisonnement est basé sur la condition que la hauteur théorique d'Euler doit être égale à celle déduite de la puissance sur l'arbre de la pompe, c'est à dire :

$$H = \frac{1}{g} (V_{2Up} \cdot U_{2p} - U_{1p} \cdot V_{1Up}) = \frac{P}{\omega Q} = 31,7 \text{ m}$$

Soit le système suivant :

$$\Phi_{1P} = \frac{1}{a_{1P}} (a_{1P}^2 - \Phi'_{2R}) = \varphi_{1P} \cotg \beta_{1P} \quad (1)$$

$$\Phi_{2P} = 1 - \Delta \bar{T}_P - \Phi'_{2R} = \varphi_{2P} \cotg \beta_{2P} \quad (2)$$

$$H = \frac{1}{g} (V_{2U} \cdot U_{2P} - V_{1UP} \cdot U_{1P}) \quad (3)$$

avec $V_{2UP} = U_{2P} - V_r \cotg \beta_{2P}$

$$V_{1UP} = U_{1P} - V_r \cotg \beta_{1P}$$

(1); (2) et (3) forment un système de 3 équations à 3 inconnues qui sont : $\cotg \beta_{1P}$; $\cotg \beta_{2P}$ et Φ'_{2R}

Posons : $x = \cotg \beta_{1P}$

$$y = \cotg \beta_{2P}$$

$$z = \Phi'_{2R}$$

L'équation (1) s'écrit :

$$\Phi'_{2R} = a_{1P} (a_{1P} - \varphi_{1P} \cotg \beta_{1P})$$

$$z = 0,6 (0,6 - 0,265 x) = 0,36 - 0,159 x \quad , \text{ ou :}$$

$$0,159 x + z = 0,36 \quad (1')$$

L'équation (2) s'écrit :

$$\Phi_{2P} + \Phi'_{2R} = 1 - \Delta \bar{T}_P$$

$$0,275 y + z = 0,40 \quad (2')$$

L'équation (3) s'écrit après simplification de tous les calculs :

$$3,97 x - 6,63 y = -1,15 \quad (3')$$

Ainsi donc, le système des 3 équations à 3 inconnues,

s'établit comme suit:

$$0,159x + z = 0,36 \quad (1')$$

$$0,275y + z = 0,40 \quad (2')$$

$$3,97x - 6,63y = -1,15 \quad (3')$$

La résolution de ce système d'équations donne :

$$\begin{cases} x = -0,51 \\ y = -0,24 \\ z = 0,440 \end{cases}$$

Connaissant ces valeurs, il ne nous reste plus qu'à tirer celles des angles β_{iP} ; β_{iT} et β_{iR}

- Pompe :

$$\cotg \beta_{1P} = -0,51 \Rightarrow \beta_{1P} = 117^\circ$$

$$\cotg \beta_{2P} = -0,24 \Rightarrow \beta_{2P} = 103^\circ 30'$$

- Turbine :

$$\cotg \beta_{1T} = \frac{1}{1,17 \cdot 0,272} (1,17^2 \cdot 0,49 - 0,60 - 0,440) = -2,29$$

$$\beta_{1T} = 152^\circ$$

$$\cotg \beta_{2T} = 1,56 \Rightarrow \beta_{2T} = 33^\circ$$

- Réacteur :

$$\cotg \beta_{1R} = 1 \Rightarrow \beta_{1R} = 45^\circ$$

$$\cotg \beta_{2R} = -2,36 \Rightarrow \beta_{2R} = 158^\circ$$

7. Vitesses périphériques :

La vitesse circonférentielle (périphérique) est définie

$$\text{par } U = \frac{\pi D \cdot N}{60} \text{ (m/s)}$$

Pour la pompe : $N = 1450 \text{ t/mn}$

Pour la turbine $N_T = N_p \cdot i$

$$U_{1p} = \frac{\pi D_{1p} \cdot N_p}{60} = \frac{\pi \cdot 18 \cdot 10^{-2} \cdot 1450}{60} = 13,65 \text{ m/s}$$

$$U_{2p} = \frac{\pi D_{2p} \cdot N_p}{60} = \frac{\pi \cdot 30 \cdot 10^{-2} \cdot 1450}{60} = 22,76 \text{ m/s}$$

$$U_{1T} = \frac{\pi \cdot D_{1T} \cdot N_T}{60} = \frac{\pi \cdot 35 \cdot 10^{-2} \cdot 1450 \cdot 0,49}{60} = 13,01 \text{ m/s}$$

$$U_{2T} = \frac{\pi \cdot D_{2T} \cdot N_T}{60} = \frac{\pi \cdot 39 \cdot 10^{-2} \cdot 1450 \cdot 0,49}{60} = 14,50 \text{ m/s}$$

8. Vitesses relatives :

Théoriquement, la vitesse relative dans une turbomachine est définie par la formule : $W = \varphi \frac{U_{2p}}{\sin \beta}$ (1)

Toujours est-il qu'il existe 2 méthodes pour déterminer les vitesses relatives :

- par le calcul, en vertu de (1)
- graphiquement, en connaissant U , V_r et β .

Ces 2 méthodes doivent donner approximativement les mêmes résultats. Calculons ces vitesses :

$$W_{1p} = \varphi_{1p} \frac{U_{2p}}{\sin \beta_{1p}} = 0,265 \frac{22,76}{0,89} = 6,8 \text{ m/s}$$

$$W_{2p} = \varphi_{2p} \frac{U_{2p}}{\sin \beta_{2p}} = 0,275 \frac{22,76}{0,975} = 6,2 \text{ m/s}$$

$$W_{1T} = \varphi_{1T} \frac{U_{2P}}{\sin \beta_{1T}} = 0,270 \cdot \frac{22,76}{0,47} = 13 \text{ m/s}$$

$$W_{2T} = \varphi_{2T} \frac{U_{2P}}{\sin \beta_{2T}} = 0,265 \cdot \frac{22,76}{0,545} = 11 \text{ m/s}$$

9 - Triangles des vitesses :

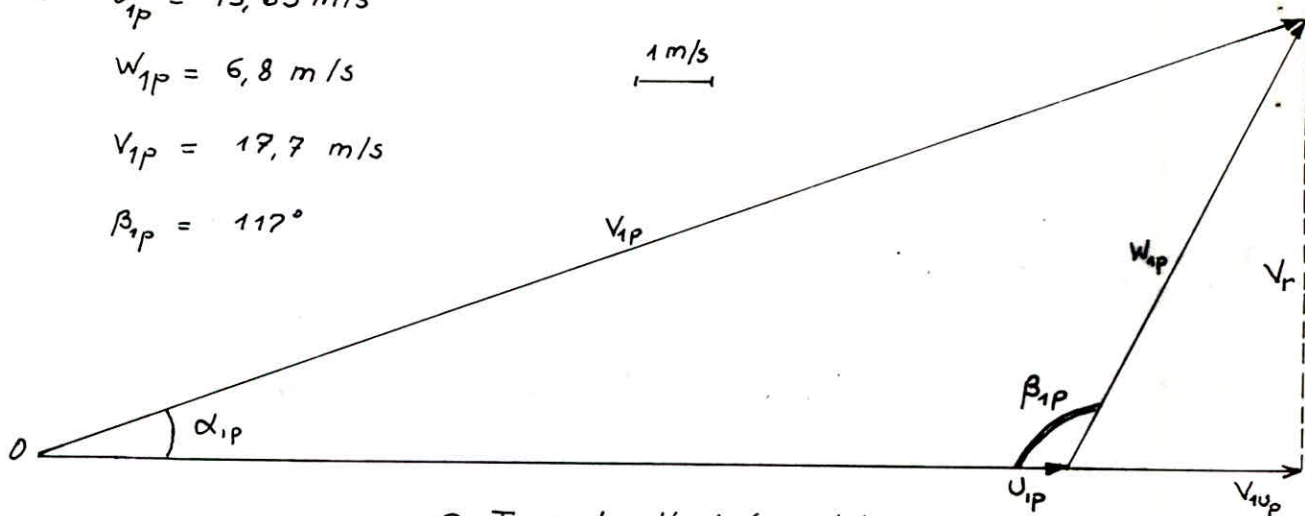
9.1. Pompe :

$$U_{1P} = 13,65 \text{ m/s}$$

$$W_{1P} = 6,8 \text{ m/s}$$

$$V_{1P} = 17,7 \text{ m/s}$$

$$\beta_{1P} = 117^\circ$$



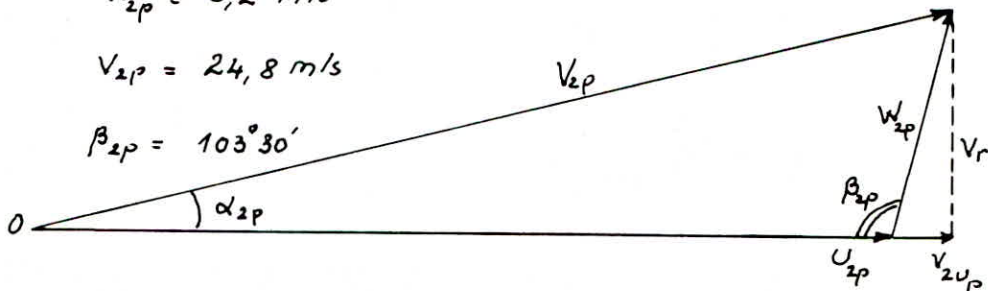
① Triangle d'entrée - éch: 1

$$U_{2P} = 22,76 \text{ m/s}$$

$$W_{2P} = 6,2 \text{ m/s}$$

$$V_{2P} = 24,8 \text{ m/s}$$

$$\beta_{2P} = 103^\circ 30'$$



② triangle de sortie - éch: 0,5

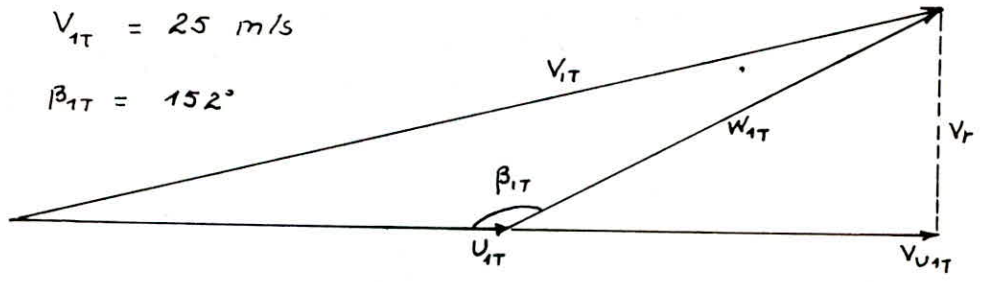
9.2 - Turbine :

$U_{1T} = 13,01 \text{ m/s}$

$W_{1T} = 13 \text{ m/s}$

$V_{1T} = 25 \text{ m/s}$

$\beta_{1T} = 152^\circ$



① Triangle d'entrée - éch. 0,5

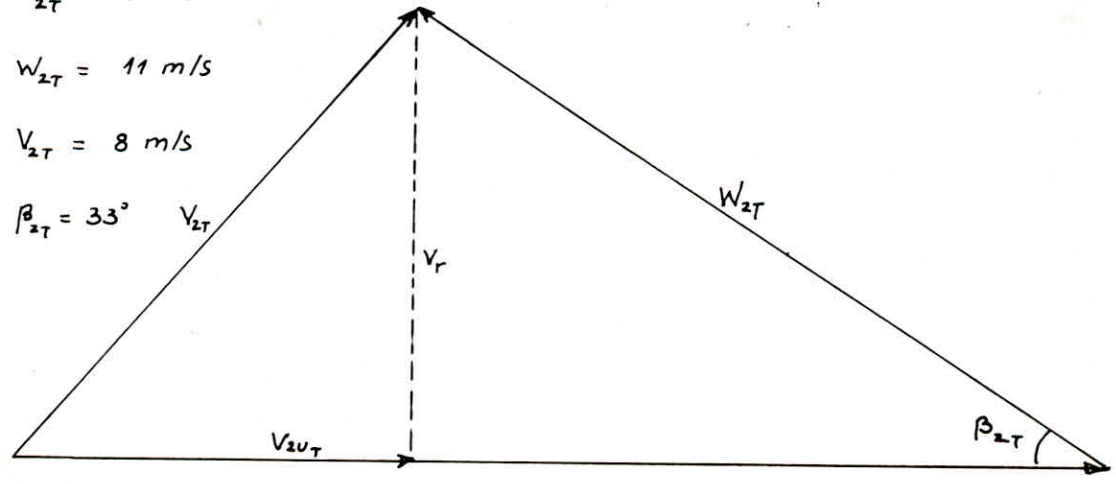
1 m/s

$U_{2T} = 14 \text{ m/s}$

$W_{2T} = 11 \text{ m/s}$

$V_{2T} = 8 \text{ m/s}$

$\beta_{2T} = 33^\circ$



② Triangle de sortie - éch. 1

On peut remarquer que dans tous les triangles de vitesses construits avec des W_i théoriques, on trouve V_r très voisin de 6 m/s , ce qui satisfait l'hypothèse qui a consisté à prendre V_r constant et égal à $5,7 \text{ m/s}$.

10. Calcul du nombre d'aubes z :

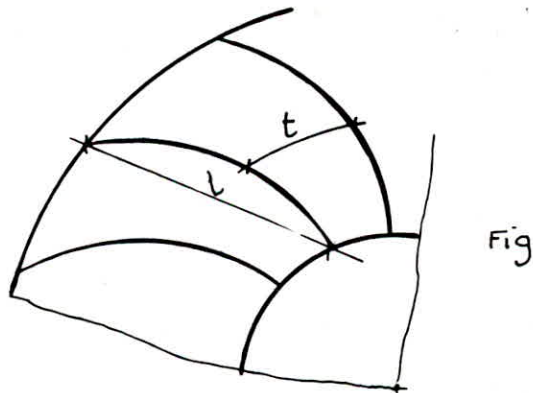
Les formules donnant le nombre d'aubes sont tout à fait empiriques. Il n'existe pas de relation universelle qui peut s'adapter à n'importe quelle turbomachine.

Pour les transformateurs hydrodynamiques, la formule établissant le nombre d'aubes s'écrit :

$$z = \frac{\pi}{\bar{l} \cdot \bar{t}} \quad \text{avec:}$$

$$\bar{l} = \frac{l}{D} \quad \text{et} \quad \bar{t} = \frac{t}{l} \quad , \quad \text{où:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \text{pas} = \frac{\pi \cdot D}{z} \\ l = \text{corde de la ligne de squelette de l'aube.} \end{array} \right.$$



Pour le mécanisme que nous étudions, nous avons :

- Pompe : $\bar{t} = 0,63$

$$\bar{l} = 0,29$$

$$z_p = \frac{\pi}{0,63 \cdot 0,29} = 18 \text{ aubes.}$$

- turbine : $\bar{t} = 0,54$

$$\bar{l} = 0,16$$

$$Z_T = \frac{\pi}{0,54 \cdot 0,16} = 36 \text{ aubes.}$$

- Réacteur : $\bar{E} = 0,34$

$$\bar{l} = 0,17$$

$$Z_R = \frac{\pi}{0,34 \cdot 0,17} = 45 \text{ aubes.}$$

Il n'est pas étonnant de constater que les nombres des aubes sont très importants. Ceci vient du fait que le but cherché est la transformation de l'énergie reçue en énergie cinétique, et non en énergie de pression.

CARACTÉRISTIQUE DE FONCTIONNEMENT PERTES HYDRAULIQUES

Dans ce chapitre, on fera l'étude du comportement de la pompe en régime variable.

Pour ce faire, on se base sur l'épure des vitesses au régime optimal. Il serait toujours intéressant de savoir comment se comporterait la pompe par exemple, quand son régime de marche vient à s'écarter du régime optimal et quelles seraient les conséquences qui en découleraient du point de vue charge, rendement...

Jusqu'à présent, nous avons considéré le fonctionnement d'un mécanisme idéal, c'est à dire avec un rendement égal à l'unité. Pour nous rapprocher du cas réel, nous devons considérer certaines pertes d'énergie.

A titre d'exemple, nous n'étudierons que les pertes enregistrées au niveau de la pompe. Une étude analogue pourrait être faite pour la turbine.

Enfin, nous nous bornerons seulement au calcul des pertes de charge. Celles-ci appelées encore pertes hydrauliques sont les plus mal connues et en même temps les plus importantes dans l'étude d'une turbomachine.

En général, on peut dire que les pertes de charge sont provoquées par :

- le frottement du fluide à la paroi des aubes.
- le choc et décollement à l'entrée et sortie de la roue.
- les courbures des aubes.

Nous négligerons cette dernière variété de pertes.

1. Pertes par frottement :

La relation de Darcy-Weissbach $h_f = \lambda \frac{L}{D_H} \cdot \frac{W^2}{2g}$ traduit la valeur de ces pertes.

λ = coefficient de frottement, est une fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité relative.

L = longueur de l'aube. Ici $L = 0,07\text{ m}$.

D_H = Diamètre hydraulique d'un canal entre 2 aubes.

$$D_H = 4 R_m = 4 \frac{A}{P} = 4 \frac{t \cdot b}{2(t+b)} = 4 \cdot 0,995 = 3,98 \text{ cm}$$

W_m = vitesse relative moyenne $W_m = \frac{W_1 + W_2}{2}$

Rappelons que le nombre de Reynolds Re est défini

par : $Re = \frac{W \cdot D_H}{\nu}$

ν = viscosité cinématique (en m^2/s)

$$\nu = 10^{-6} (7,31 \cdot E - \frac{6,31}{E}) \quad \text{°E} = \text{degré d'Engler}$$

ici $\text{°E} = 4$ et $\nu = 27,623 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

1-1. Régime de marche à vide : $Q = 0$

$$V_r = 0 \text{ m/s}$$

$$W = 0 \text{ m/s}$$

$$h_f = 0 \text{ m}$$

1-2. Régime avec $Q = 0,050 \text{ m}^3/\text{s}$

$$V_r = \frac{Q}{\pi \cdot D \cdot b} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 18 \cdot 4,75 \cdot 10^{-4}} = 1,86 \text{ m/s}$$

$$W_1 = 2 \text{ m/s}$$

$$W_2 = 1,90 \text{ m/s}$$

$$W_m = \frac{W_1 + W_2}{2} = \frac{2 + 1,90}{2} = 1,95 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{W \cdot D}{\nu} = \frac{1,95 \cdot 3,98 \cdot 10^{-2}}{27,623 \cdot 10^{-6}} = 0,28 \cdot 10^4$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{E}{D} = 10^{-4} \\ Re = 0,28 \cdot 10^4 \end{array} \right\} \lambda = 0,38$$

$$h_f = \lambda \frac{L}{D_H} \frac{W^2}{2g} = 0,038 \cdot \frac{7 \cdot 1,95^2}{3,98 \cdot 19,8} = 0,013 \text{ m}$$

1-3. Régime avec $Q = 0,100 \text{ m}^3/\text{s}$

$$V_r = \frac{Q}{\pi \cdot D \cdot b} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 4,75 \cdot 18 \cdot 10^{-4}} = 3,74$$

$$W_1 = 4 \text{ m/s}$$

$$W_2 = 3,85 \text{ m/s}$$

$$W_m = 3,97 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{W \cdot D}{\nu} = \frac{3,97 \cdot 3,98 \cdot 10^{-2}}{27,623 \cdot 10^{-6}} = 0,57 \cdot 10^4$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{D} &= 10^{-4} \\ R_e &= 0,57 \cdot 10^4 \end{aligned} \right\} \lambda = 0,035$$

$$h_f = \lambda \frac{L \cdot W^2}{D_H \cdot 2g} = 0,035 \frac{7 \cdot 3,97^2}{3,98 \cdot 19,8} = 0,050 \text{ m}$$

1.4 - Régime à débit Q = 0,150 m³/s.

$$V_r = 5,7 \text{ m/s}$$

$$W_1 = 6,6 \text{ m/s}$$

$$W_2 = 6,2 \text{ m/s}$$

$$W_m = \frac{W_1 + W_2}{2} = \frac{6,60 + 6,2}{2} = 6,40 \text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{W \cdot D}{\nu} = \frac{6,40 \cdot 3,98 \cdot 10^{-2}}{27,623 \cdot 10^{-6}} = 0,92 \cdot 10^4$$

$$\left. \begin{aligned} R_e &= 0,92 \cdot 10^4 \\ \frac{\epsilon}{D} &= 10^{-4} \end{aligned} \right\} \lambda = 0,032$$

$$h_f = \lambda \frac{L}{D_H} \cdot \frac{W^2}{2g} = 0,032 \cdot \frac{7 \cdot 6,4^2}{3,98 \cdot 19,8} = 0,12 \text{ m}$$

1.5 - Régime à débit Q = 0,200 m³/s

$$V_r = 7,45 \text{ m/s}$$

$$W_1 = 8,2 \text{ m/s}$$

$$W_2 = 7,7 \text{ m/s}$$

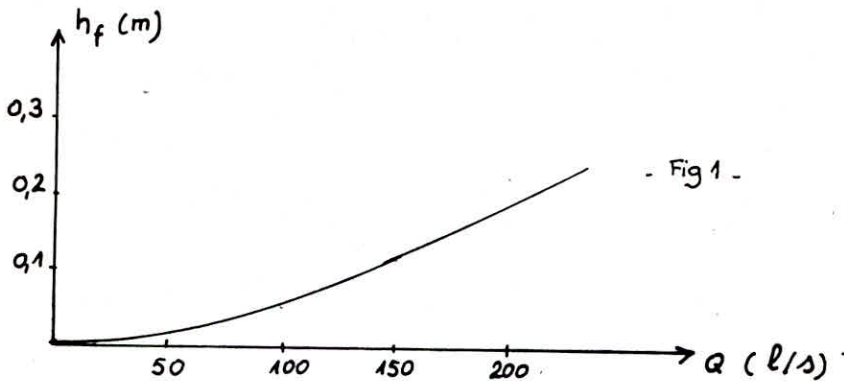
$$W_m = \frac{W_1 + W_2}{2} = 7,95 \text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{W \cdot D}{\nu} = \frac{7,95 \cdot 3,98 \cdot 10^{-2}}{27,623 \cdot 10^{-6}} = 1,145 \cdot 10^4$$

$$\left. \begin{array}{l} Re = 1,52 \cdot 10^4 \\ \frac{\epsilon}{D} = 10^{-4} \end{array} \right\} \lambda = 0,031$$

$$h_f = \lambda \frac{L}{D_H} \cdot \frac{W^2}{2g} = 0,031 \frac{7}{3,98} \cdot \frac{7,95^2}{19,8} = 0,174 \text{ m}$$

1. 6. Courbe de $h_f = f(Q)$



La courbe $h_f = f(Q)$ est d'allure parabolique.

2. Pertes par choc:

En dehors du régime d'adaptation (ici c'est le régime optimal), on enregistre des pertes par choc à l'entrée de la pompe. Ces pertes sont définies par :

$$h_c = k \frac{V_s^2}{2g} \quad \text{avec:}$$

$$0,6 < k < 0,8 \quad \text{pour } Q < Q_0$$

$$1,2 < k < 1,4 \quad \text{pour } Q > Q_0$$

$$V_s = u_1 \left(1 - \frac{V_r}{V_{r_0}} \right)$$

V_{r_0} = vitesse radiale correspondant à Q_0 .

V_r = vitesse radiale correspondant à $Q \neq Q_0$.

2.1. Régime de marche à vide $Q=0$

$$V_s = U_1 = 13,65 \text{ m/s}$$

$$h_c = k \frac{U_1^2}{2g} = 0,7 \frac{13,65^2}{19,8} = 6,58 \text{ m}$$

2.2. Régime à débit $Q = 0,050 \text{ m}^3/\text{s}$

$$V_r = 1,86 \text{ m/s}$$

$$V_s = 13,65 \left(1 - \frac{1,86}{5,7}\right) = 9,1 \text{ m/s}$$

$$h_c = k \frac{V_s^2}{2g} = 0,7 \cdot \frac{9,1^2}{19,8} = 2,88 \text{ m}$$

2.3. Régime à débit $Q = 0,100 \text{ m}^3/\text{s}$

$$V_r = 3,72 \text{ m/s}$$

$$V_s = U_1 \left(1 - \frac{V_r}{V_{r0}}\right) = 13,65 \left(1 - \frac{3,72}{5,7}\right) = 4,75 \text{ m/s}$$

$$h_c = k \frac{V_s^2}{2g} = 0,7 \cdot \frac{4,75^2}{19,8} = 0,80 \text{ m}$$

2.4. Régime à débit $Q = 0,150 \text{ m}^3/\text{s}$

Q étant égal à Q_0 , c'est le régime d'adaptation.
Les pertes par choc sont nulles.

$$V_s = 0$$

$$h_c = 0$$

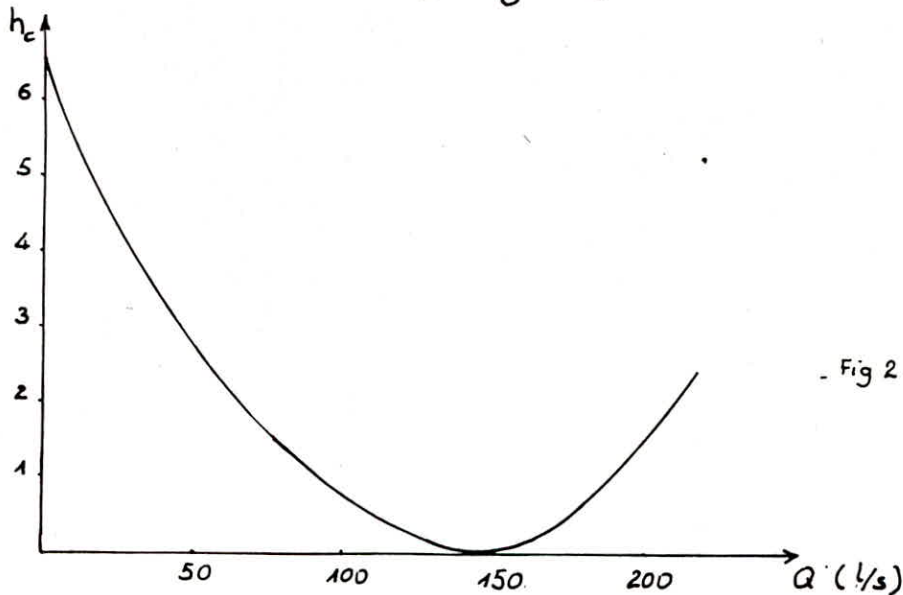
2.5. Régime à débit $Q = 0,200 \text{ m}^3/\text{s}$

$$V_r = 7,7 \text{ m/s}$$

$$V_s = 13,65 \left(1 - \frac{7,7}{5,7}\right) = -4,78 \text{ m/s}$$

$$h_c = k \frac{v_s^2}{2g} = 1,35 \cdot \frac{4,78^2}{19,8} = 1,54 \text{ m}$$

2.6. Courbe de $h_c = g(Q)$



En additionnant les ordonnées des deux courbes h_f et h_c , nous obtenons la courbe de variation de ΔH , en fonction de Q . Ensuite, soustrayons ΔH à H_{thz} , ce qui nous permet d'obtenir la courbe $H = f(Q)$, c'est-à-dire la caractéristique réelle de la pompe pour N_p constant.

2.7. Rendement hydraulique :

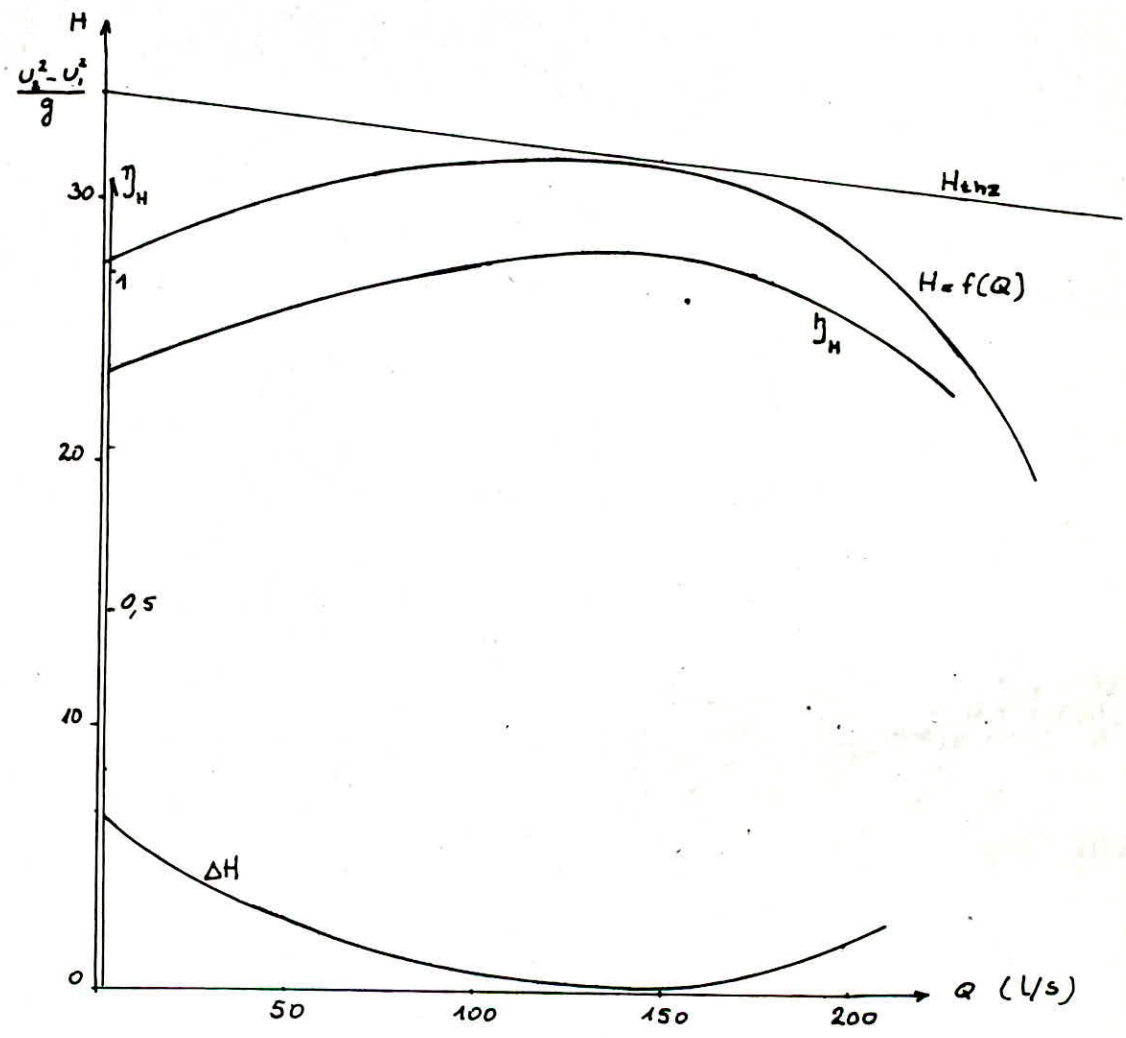
Il est défini par la formule :
$$\eta_h = \frac{H_{thz} - \Delta H}{H_{thz}} = \frac{H}{H_{thz}}$$

Pour le régime d'adaptation ($Q = 0,150 \text{ m}^3/\text{s}$), $\Delta H = 0,12 \text{ m}$

et $\eta_h = \frac{31,7 - 0,12}{31,7} = 0,987$. On trouve donc $\eta_h > 0,98$; ceci

est dû au fait que nous avons ^{négligé} certaines autres formes de pertes hydrauliques (celles dues à la courbure des aubes)

2. 8 - Caractéristique réelle $H = f(Q)$ - Courbe de rendement :



- Fig. 3 -

TRACÉ GRAPHIQUE DES AUBES CYLINDRIQUES

1. Généralités :

Une aube cylindrique peut être considérée comme un élément de cylindre dont la directrice de base est la ligne de squelette de cette aube.

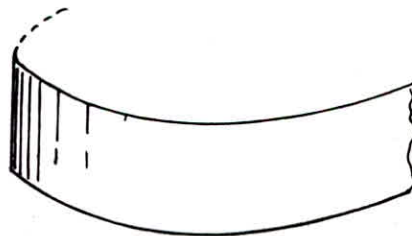


Fig. 1

Autrement dit, l'aube cylindrique représente une surface à une seule courbure. Les aubes des transformateurs hydrodynamiques sont profilés de façon analogue à celles des turbines à gaz et des compresseurs axiaux.

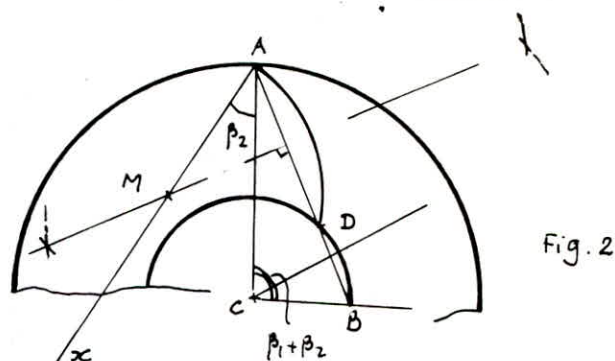
Il n'est pas inutile de rappeler qu'il existe d'autres procédés pour le tracé de l'aube :

- ligne de squelette représente 2 arcs circulaires
- ligne de squelette représente 1 arc circulaire.
- " " " " 1 segment parabolique.
- " " " " 1 segment de la spirale logarithmique.

Chaque procédé possède ses avantages et ses inconvénients du point de vue de sa réalisation et de son rendement.

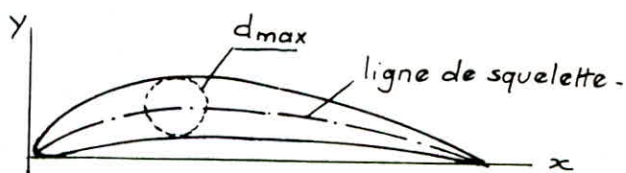
2. Tracé géométrique :

Nous utiliserons la méthode de tracé exposée par Stépanoff dans son livre intitulé " Pompes centrifuges et hélices ".
La ligne de squelette de l'aube représente un arc circulaire.
La figure suivante montre la construction :



A partir d'un point arbitraire A, de la circonférence extérieure de la roue, traçons une ligne Ax faisant un angle β_2 avec le rayon AC. Au point C, construisons une droite faisant un angle $\beta_1 + \beta_2$ avec AC; elle coupe la circonférence intérieure au point B. Traçons AB qui recoupe le cercle en D. La médiatrice de AD coupe Ax en M; MA est alors rayon de la portion de cercle représentant la ligne de squelette.

Les aubes de la pompe auront un profil aérodynamique (profil N.A.C.A) semblables à l'aile portante.



- Fig 3 -

1. Aubes de la pompe :

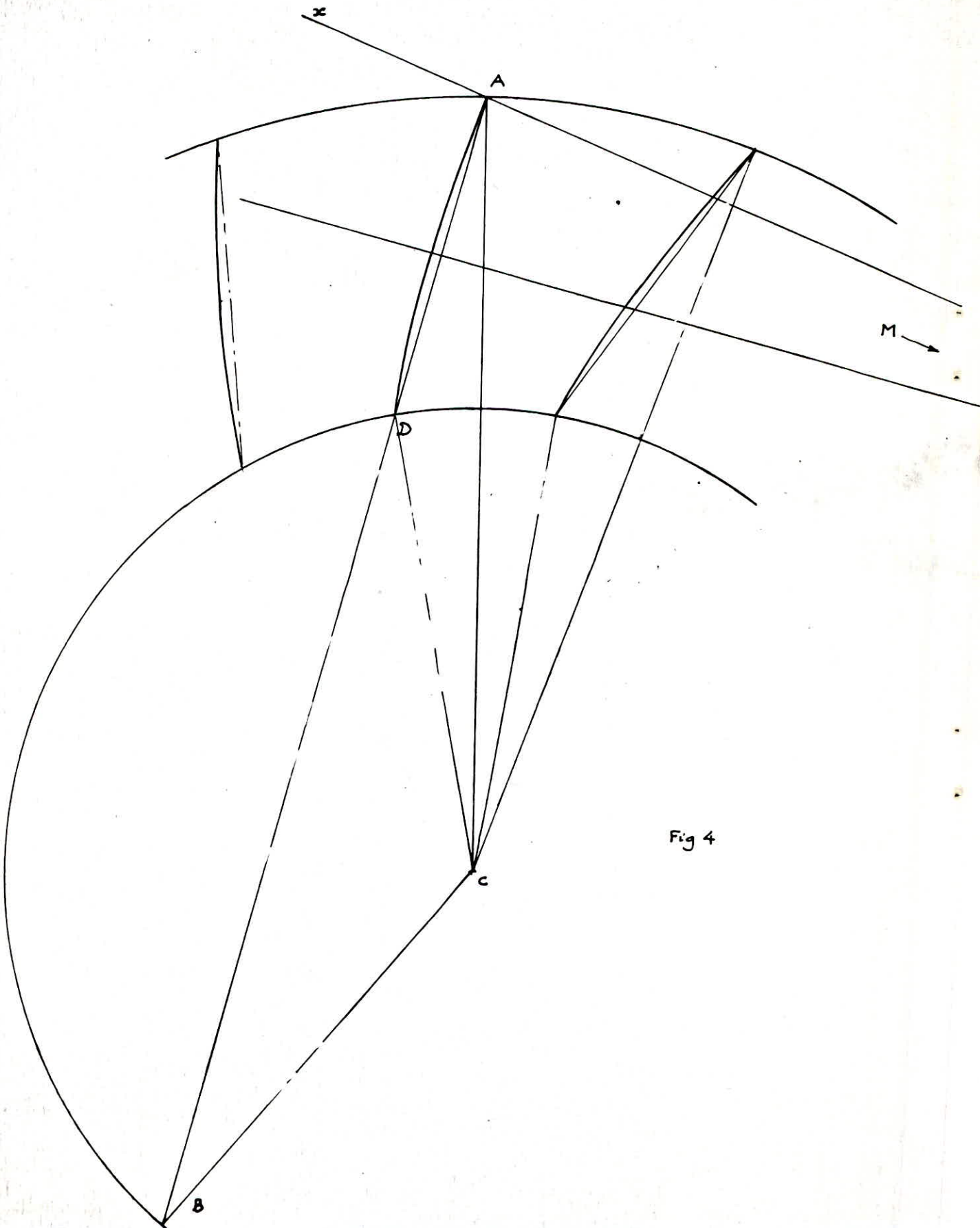
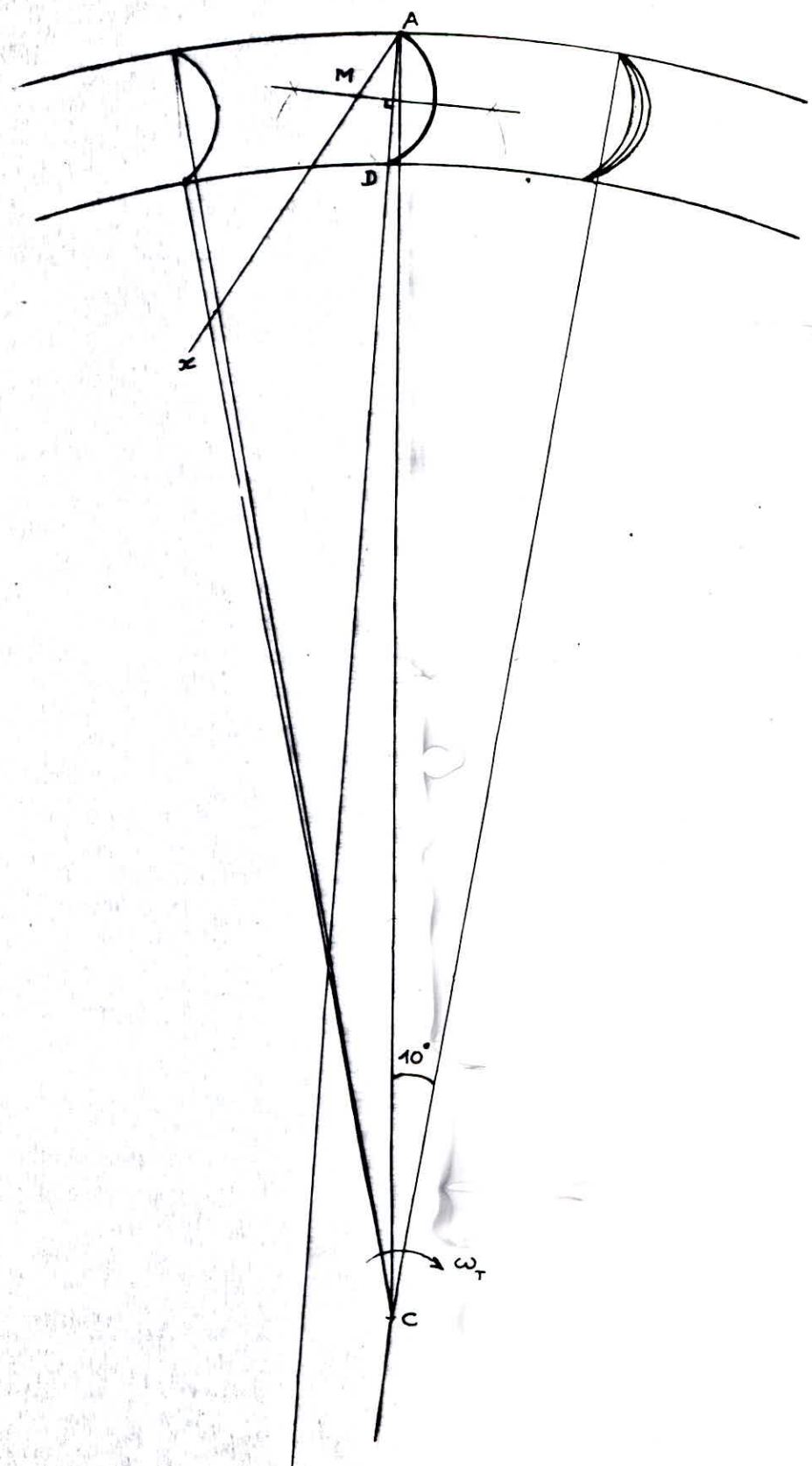
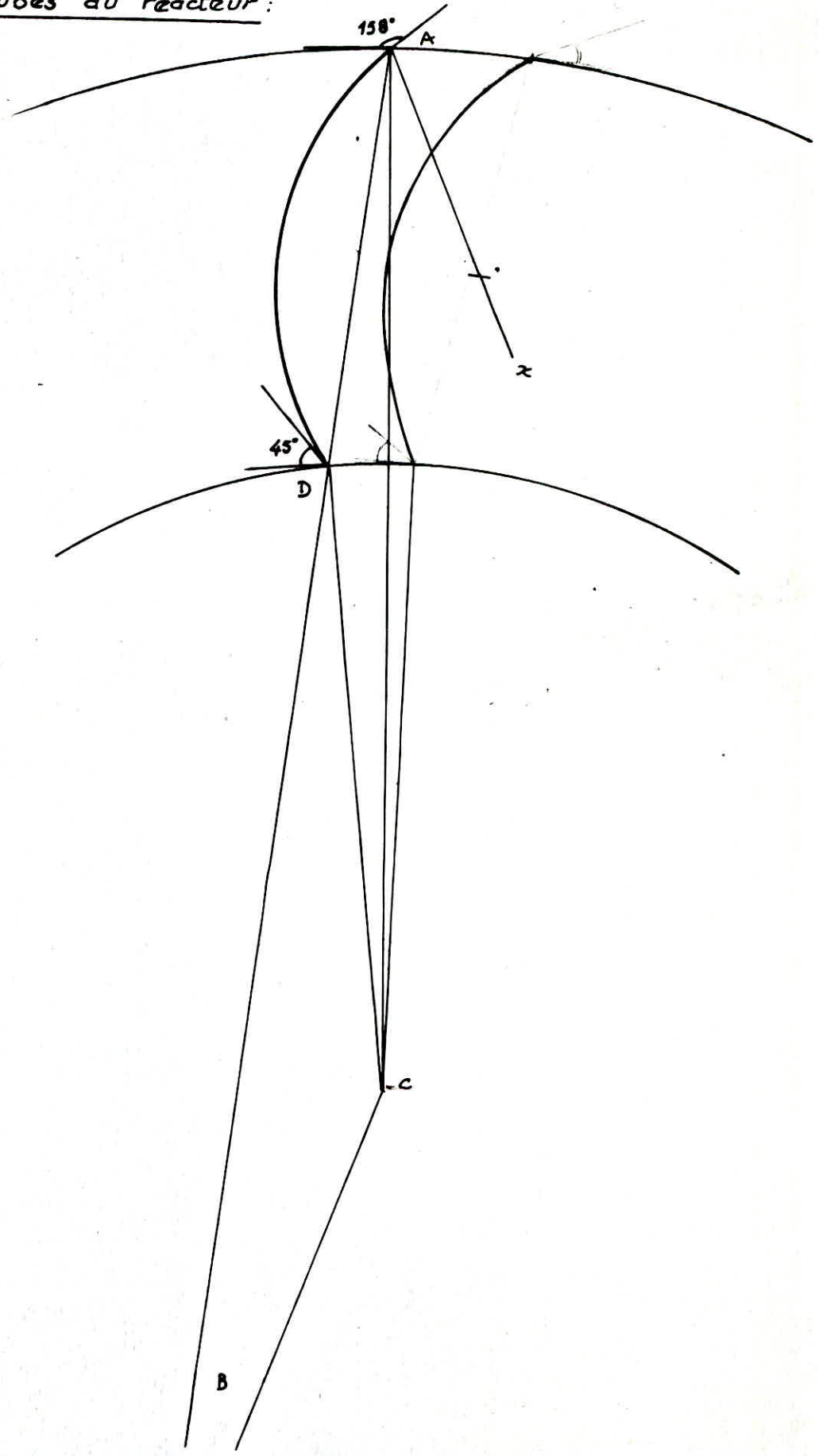


Fig 4

5. aube de la turbine:



3. aubes du réacteur :



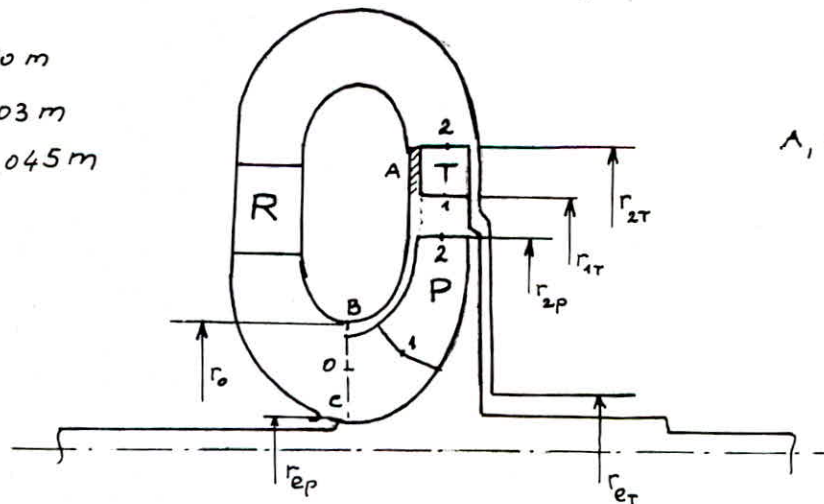
FORCES AXIALES

Le calcul des forces axiales intervenant dans un transformateur, est une partie du problème de l'équilibrage du système. La connaissance des poussées axiales permettra de choisir judicieusement les roulements à billes qui assurent le guidage en rotation.

1. Détermination des pressions statiques :

Dans ce chapitre, nous nous bornerons à la poussée axiale statique. Elle se calcule comme si tout le fluide de la roue était figé, et l'ensemble formant un solide baignant dans un fluide dont la pression est variable.

$$\begin{aligned} r_o &= 0,10 \text{ m} \\ r_{ep} &= 0,03 \text{ m} \\ r_{et} &= 0,045 \text{ m} \end{aligned}$$



A, B, c : étanchéité

1.1. Pompe:

La pression p_o (au point o) est prise comme la pression d'une pompe auxiliaire alimentant le transformateur, par exemple, $p_o = 5 \underline{b}$ (plus précisément $p_o > p_c + 0,3 \frac{W_i P^2}{2g}$, afin d'éviter la cavitation à l'entrée de la pompe).

En supposant un écoulement uniforme entre 0 et 1, $v_0 \approx v_1$
 et $p_1 \approx p_0 = 5 \bar{b}$

Entre les points 1 et 2, le théorème de Bernoulli s'écrit :

$$\bar{\omega} H = p_2 - p_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \bar{\omega}$$

$$p_{2p} = \bar{\omega} H + p_1 - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \bar{\omega}$$

$$p_{2p} = 860 \cdot 31 + 5 \cdot 10330 - \frac{24,75^2 - 17,7^2}{19,8} \cdot 860 = 65882 \text{ kgF/m}^2$$

1. 2. Turbine :

$$p_{1T} = p_{2T} = 65882 \text{ kgF/m}^2$$

$$H_T = H_e \cdot 0,90 = 28,5 \text{ m}$$

$$-H_T \cdot \bar{\omega} = p_{2T} - p_{1T} + \frac{v_{2T}^2 - v_{1T}^2}{2g} \bar{\omega}$$

$$p_{2T} = -\bar{\omega} H_T + p_{1T} - \frac{v_{2T}^2 - v_{1T}^2}{2g} \bar{\omega}$$

$$p_{2T} = -860 \cdot 28,5 + 65882 - \frac{8^2 - 25^2}{19,8} \cdot 860 = 65750 \text{ kgF/m}^2$$

2. Poussées axiales :

2.1. Pompe :

$$F_{ap} = p_{2p} \pi r_o^2 - \pi p_o (r_o^2 - r_{ep}^2)$$

$$F_{ap} = [65882 \cdot 0,1^2 - 51650 (0,10^2 - 0,035^2)] \pi = 590 \text{ kgF}$$

2.2. Turbine

$$F_{at} = p_{2T} \pi (r_{2T}^2 - r_{eT}^2) - \pi r_{1T}^2 p_{1T}$$

$$F_{at} = \pi [65750 (0,195^2 - 0,045^2) - 0,175^2 \cdot 65882] = 1093 \text{ kgF}$$

(r_{ep} et r_{eT} sont les rayons des éléments d'étanchéité)

CALCUL DU REFROIDISSEMENT

Les conditions d'exploitation demandent que la température du liquide ne dépasse pas 110 à 120°C. La température normale doit être maintenue entre 70° et 80°C.

La quantité de chaleur absorbée par le liquide pendant le fonctionnement du transformateur, est définie par la relation suivante :

$$Q = P (1 - \eta_h)$$

et en valeurs numériques

$$Q = 40.10^3 (1 - 0,90) = 4000 \text{ J/s}$$

$$Q = \frac{4000.3600}{4,18} = 3444000 \text{ cal/h} = 3444 \text{ Kcal/h}$$

Toute cette chaleur doit dériver au système de refroidissement

Le débit-poids du liquide refroidissant requis est

$$G = \frac{Q}{c (t_2 - t_1)} \quad \text{en kgf/h}$$

où c = chaleur spécifique du liquide (Pour l'huile minérale utilisée : $c = 0,35$ à $0,40 \text{ Kcal/kgf.}^\circ\text{C}$)

t_1 = température à l'entrée du t-h

t_2 = " à la sortie du t-h.

Δt dépend des dimensions du système de refroidissement

Généralement : $\Delta t = 15$ à 20°C .

Le débit volumique du liquide refroidissant est

$$q = \frac{G}{\bar{\omega}} \quad (\text{en m}^3/\text{h})$$

En valeurs numériques :

$$G = \frac{3444}{0,37 \cdot 20} = 465,405 \text{ Kgf/h}$$

$$\text{et } q = \frac{465,405}{860} = 0,541 \text{ m}^3/\text{h}$$

Ce débit permet de choisir les caractéristiques d'une pompe alimentant le transformateur hydrodynamique -

- Fin -

- Conclusion -

Le travail que j'ai effectué jusqu'ici n'est que l'ébauche d'une étude théorique complète de transmission hydrodynamique -

En outre, l'absence de bibliographie, à laquelle je me suis heurté, ne m'a pas permis d'approfondir cette étude. Toujours est-il qu'il serait intéressant d'effectuer des essais sur un prototype et corriger les valeurs obtenues, si cela est possible.

Enfin, je souhaiterais cependant que ce projet, soit l'amorce d'un futur travail commun où doivent contribuer ensemble le mécanicien et l'hydraulicien.



